Annie **PEIX**
Paul **PLANCHETTE**
Jean François **ZUCCHETTA**

Analyse d'une formation en mathématiques en licence de Sciences de l'Education

Tome 2

INSTITUT de RECHERCHE sur l'ENSEIGNEMENT des MATHEMATIQUES
Académie de Lyon

Université Claude BERNARD Lyon 1 - 43, bd du 11 novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Adresse électronique : iremlyon@univ-lyon1.fr
Site Internet : http://www.univ-lyon1.fr/IREM/

Analyse d'une formation en mathématiques en Licence de Sciences de l'Education

Tome 2

Annie Peix
Paul Planchette
Jean-François Zucchetta

Sommaire

Présentation

Présentation

Rappelons que nous avons travaillé deux années, en 97/98 et 98/99, dans le cadre d'une recherche-développement en didactique des mathématiques, financée par l'ISPEF-Lyon 2. Cette recherche nous a permis de décrire et d'analyser la formation en mathématiques élaborée et mise en œuvre pour les étudiants de licence de sciences de l'éducation, option Préparation aux Métiers de l'Enseignement, et d'en évaluer quelques effets. Cette description et cette analyse constitue le tome 1 de notre document Un autre aspect de notre étude est l'analyse du public étudiant, conduite sur les deux années. Celle-ci est développée dans ce tome 2.

Les cinq parties prévues sont les suivantes :

1. Étude des caractéristiques du public étudiant.
2. Description d'une formation en mathématiques et d'une pratique de formation.
3. Description du déroulement de certaines séquences de formation.
4. Cahier des fiches de cours, exercices, corrigés, évaluation, distribuées aux étudiants.
5. Étude des effets à court et moyen terme de la formation.

Pour les parties 2, 3, 4, nous nous en tenons à ce qui est développé dans le tome 1, même si nous avons affiné pour notre part l'analyse *a priori* des situations de formation.
Nous avons depuis réuni des éléments nouveaux qui concernent les parties 1 et 5. Ce sont ces points qui seront développés dans le présent document.
En particulier, le public étudiant est étudié sous plusieurs aspects : celui de leur formation antérieure et de leur projet comme étudiant de licence, et diverses composantes de leur rapport aux mathématiques. Pour ce point, nous analysons d'une part les représentations des mathématiques des étudiants et leur évolution en cours de formation, et d'autre part leur attitude en résolution de problèmes, en démarche de recherche comme en démarche de preuve.

Nous poursuivons également l'étude des effets à court et moyen terme de la formation en termes de réussite à l'admission à l'IUFM de Lyon, et au Concours de Recrutement des Professeurs d'École.

Les éléments contenus dans les deux tomes permettent de fonder certains objectifs et contenus choisis a priori, de proposer quelques modifications, et d'apporter des éléments d'information sur l'écart éventuel entre les compétences initiales des étudiants recrutés et celles qui seraient nécessaires à la réalisation de leurs projets. C'est ce que nous développerons en conclusion.

Partie 1

Étude des caractéristiques du public étudiant

1. Le public étudiant : cursus, disponibilité, projets, attentes.

Les questionnaires proposés aux étudiants en septembre et en décembre 98 figurent en annexe (§1).

1.1 Cursus, disponibilités

1.1.1 Cursus des étudiants

- Types de baccalauréats

Types de baccalauréats	% en 97/98	% en 98/99
Baccalauréat littéraire	23,0	21,6
Baccalauréat sciences économiques	23,0	28,4
Baccalauréat scientifique, non technologique	19,5	14,6
Baccalauréat ou B.T. technologique industriel	8,0	6,9
Baccalauréat technologique tertiaire ou Baccalauréat professionnel tertiaire	22,0	21,6
Baccalauréat technologie santé	3,4	5,2
Baccalauréat agricole	1,1	1,7
total	100,0	100,0

- Études supérieures

Types d'études supérieures	% en 97/98	% en 98/99
Etudes supérieures littéraires ou artistiques Bac + 2 (DEUG, BTS, DUT), Bac + 3 et plus	21,6	11,9
Etudes supérieures scientifiques non technologiques Bac + 2 (DEUG, BTS, DUT), Bac + 3 et plus	8,0	3,4
Etudes supérieures scientifiques technologiques Bac + 2 (BTS, DUT), Bac + 3 et plus	13,6	12,7
Etudes supérieures tertiaires et services Bac + 2 (BTS, DUT), Bac + 3 et plus	54,6	66,1
Formation santé.	0,0	2,5
Formation agricole.	0,0	3,4
Etudes supérieures non spécifiées ou aucun diplôme du supérieur.	2,2	0,0
total	100,0	100,0

On constate une augmentation de la proportion du nombre d'étudiants issus d'une formation tertiaire (Celle-ci passant de 54,6 % en 97/98 à 66,1 % en 98/99) au détriment d'étudiants ayant une formation supérieure plus générale scientifique ou littéraire. En effet en 98/99, 16,1 % des étudiants ont une formation scientifique-technologique contre 21,6 % en 97/98 et 11,9 % des étudiants ont une formation littéraire en 98/99 contre 21,6 % en 97/99.

On peut s'interroger sur la cohérence d'une formation supérieure tertiaire avec le choix d'une licence de sciences de l'éducation.

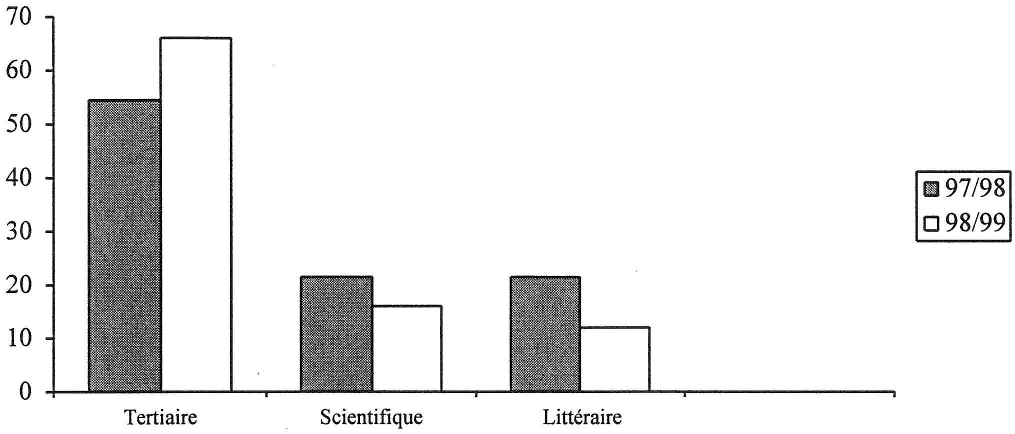


Figure 1 (Etudes supérieures 97/98 & 98/99)

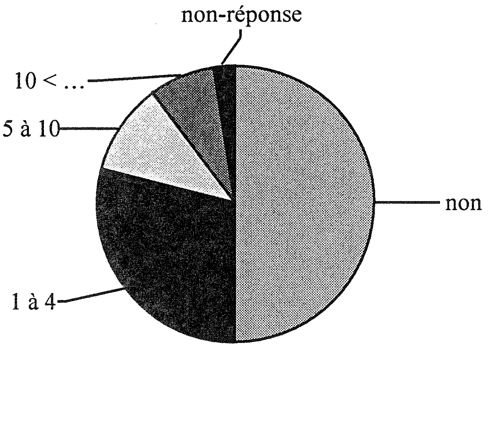
1.1.2 Disponibilité des étudiants en 99

- Question posée aux étudiants et réponses obtenues

Avez-vous, à un moment donné, interrompu vos études ?
Si oui, combien d'années, et de quand à quand ?

Réponses obtenues (en pourcentage). 118 étudiants ont participé à ce questionnaire :

non	oui			non réponses	total
	1 à 4 ans	5 à 10 ans	plus de 10 ans		
50,0	28,8	11,0	7,7	2,5	100,0



Nous notons que, près de la moitié des étudiants qui ont répondu à la question ont interrompu leurs études quelques années.

Figure 2. Interruptions d'études

1.1.3 Activité professionnelle des étudiants en 98/99

- Question posée aux étudiants et réponses obtenues

Avez-vous déjà eu une activité professionnelle ? Précisez éventuellement.

Sur les 117 réponses obtenues, on a (en pourcentage) :

	oui	**non**
Activité professionnelle	73,5	26,5

En particulier les étudiants qui ont une activité professionnelle dans le domaine éducatif représentent : 24,7 % de la population totale soit 33,7 % de ceux qui ont une activité professionnelle.

Ainsi, on constate qu'environ un quart seulement des étudiants a travaillé dans le domaine éducatif. Au passage, on a pu noter qu'une forte majorité a travaillé dans le tertiaire. Ce constat confirme l'évolution concernant le type d'études supérieures entrepris.

Parmi ceux qui ont répondu, c'est-à-dire ceux qui sont présents aux cours, peu d'étudiants ont une activité professionnelle à plein temps ou des charges de famille.

32 % des étudiants ont une activité qui leur prend plus de 20 heures par semaine et 45 % d'entre eux, plus de 10 heures par semaine. On pourra rapprocher cela avec le fait que 28 % des étudiants estiment (C.F. feuille d'évaluation de l'enseignement de l'I.S.P.E.F. partie 5) que la quantité de travail est trop importante par rapport au volume horaire de cours sans que nous puissions par ailleurs savoir s'il s'agit des mêmes étudiants.

1.2 Projets et attentes des étudiants : évolution de septembre 1998 à décembre 1998

Les questions posées en début et en fin de formation sont les suivantes :

En septembre 98 :

En ce début de licence de sciences de l'éducation, option P.M.E., quel est votre objectif prioritaire ?
Cochez une seule case.

En décembre 98 :

Après une demi-année de licence, quel est maintenant votre objectif prioritaire ?
Cochez une seule case.

Voici les réponses obtenues :

items	sept-oct 98	décembre 98	
Enseignement, professorat des écoles.	74,8	69,0	↘
Enseignement autre, précisez.	9,2	16,5	↗
Autres métiers de l'éducation (CPE, documentaliste, éducateur …) précisez.	6,7	10,5	↗
Autre projet professionnel, précisez.	6,7	1,0	
Formation personnelle à but culturel.	2,6	3,0	
total	**100,0**	**100,0**	

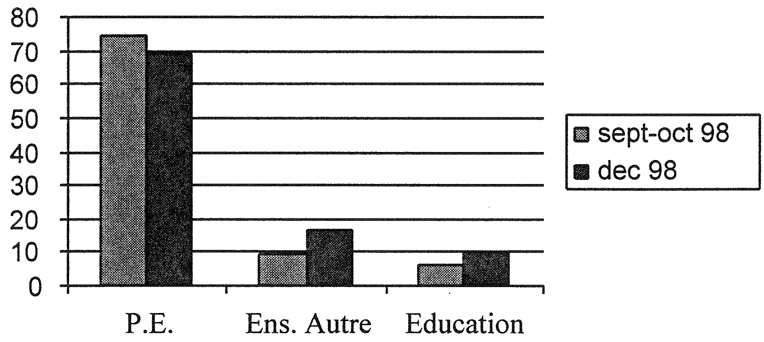


Figure 3. Projets

Pour la question n°1 (*Enseignement, professorat des écoles*) on note une baisse de 74,8 % à 69 % de septembre à décembre.

Pour la question n°2 (*Enseignement autre*) la baisse de 9,2 % à 16,5 % traduit une évolution des projets des étudiants vers les autres métiers de l'enseignement ou de l'éducation si l'on tient compte de la question n°3 (*Autres métiers de l'éducation : CPE, documentaliste, éducateur*) pour qui les pourcentages passent de 6,7 % à 10,5 %.

Ces évolutions sont peut-être dues à une prise de conscience du niveau requis pour réussir le concours de professeur des écoles. Cela a pu entraîner chez certains étudiants un découragement.

1.3 Bénéfices de la formation par rapport aux attentes

Questions posées et réponses obtenues

En septembre la question était :

> *Quel que soit votre projet personnel, et indépendamment d'une réussite éventuelle à l'IUFM, qu'attendez-vous de cette formation en mathématiques ?*
> *Cochez les trois cases qui vous conviennent et indiquez le numéro d'ordre 1, 2 3.*

En décembre la question était :

> *Quel que soit votre projet personnel, et indépendamment d'une réussite éventuelle à l'IUFM, que vous a apporté cette formation en mathématiques ?*
> *Cochez les trois cases qui vous conviennent et indiquez le numéro d'ordre 1, 2 3.*

Pour chaque item, la fréquence indiquée exprime le rapport entre le nombre de réponses positives et le nombre d'étudiants qui ont répondu. Nous avons choisi d'écrire cette fréquence en pourcentage pour faciliter les comparaisons.

Items	**Fréquences en**		**Evolution**
	septembre	**décembre**	
Étoffer ma culture scientifique.	34,2	35,4	→
Etre plus à même de comprendre la signification des informations chiffrées du monde moderne, pour former mon opinion personnelle.	14,5	14,6	→
Acquérir un raisonnement plus "logique".	73,5	82,3	↗
Retrouver le plaisir de faire des mathématiques	36,7	40,6	↗
Développer mon esprit critique : être plus à même de remettre en question les *a priori*, y compris les miens.	42,7	46,8	↗
Rien de particulier, c'est obligatoire.	15,3	9,3	↘
Enfin me réconcilier avec les mathématiques !	31,6	20,8	↘
Enfin comprendre " à quoi ça sert " de faire des mathématiques.	16,2	2,1	↘
Autre, précisez	20,5	4,2	↘

Quand on compare les principaux bénéfices que les étudiants retirent de la formation, ils choisissent en premier le développement du raisonnement et celui de l'esprit critique, ce qui correspond à leurs principales attentes.

De ce point de vue, on peut considérer que la formation a rempli son rôle.

En comparaison, les attentes concernant l'item "Enfin me réconcilier avec les mathématiques" semblent moins comblées. Cependant, les réponses au questionnaire concernant l'évolution des représentations (C.F. partie 1, § 2) montrent une tendance inverse.

Nous expliquons cette apparente contradiction par la forme de la question : il fallait choisir ici uniquement trois réponses parmi des réponses à connotation positive.

Le principal résultat est le suivant : aux yeux des étudiants, les bénéfices du côté du développement de la qualité du raisonnement sont plus importants que l'évolution de la relation affective avec la discipline.

2. Les étudiants et les mathématiques : évolution des représentations

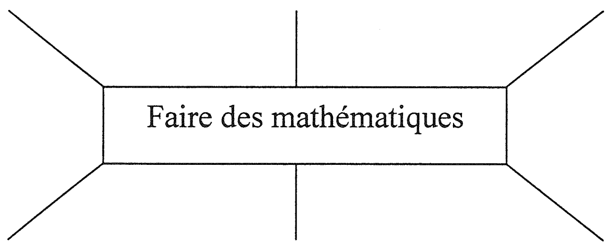
Nous avons recueilli nos informations à partir de deux types de questionnaires :
- Un questionnaire ouvert conçu pour favoriser l'émergence des représentations spontanées,
- Un questionnaire fermé qui est une liste d'affirmations concernant l'activité mathématique.

Les pourcentages fournis dans ce document sont calculés par rapport au nombre de réponses et non par rapport au nombre d'étudiants ayant répondu. En effet et surtout pour le premier questionnaire, le nombre d'affirmations varie d'un étudiant à l'autre.
Ces deux questionnaires qui figurent sur le rapport d'étape du 01/09/98 en partie 1, §4 (tome 1), sont rappelés ci-dessous.

2.1 Questionnaire ouvert

Les étudiants disposent de trois minutes environ pour répondre à la question ci-dessous :

> *Citez, le plus spontanément possible, les mots ou les expressions qui se rattachent pour vous à l'expression " faire des mathématiques ".*



Lors du dépouillement de ce questionnaire, après avoir recensé toutes les réponses, nous avons été conduits à faire les catégories suivantes :

1. Cadres : il s'agit des domaines d'étude en mathématiques (algèbre, géométrie, statistiques...)
2. Procédures : elles caractérisent les suites d'opérations mises en œuvre dans une tâche (calculer, tracer, appliquer des formules...)
3. Objets, mots, relations, instruments appartenant à la culture mathématique (chiffre, nombre, théorème, cercle...)
4. Résolution de problèmes
5. Recherche (aspect inductif)
6. Raisonnement, preuve, démonstration (aspect déductif)
7. Communication orale ou écrite, débat
8. Les mathématiques comme outil (quantifier, estimer des grandeurs, rôle dans l'économie)
9. Les mathématiques et la personne avec deux côtés :
    - positif (plaisir, enrichissement de la personne, compréhension...)
    - - négatif (difficultés, échec, erreur)
10. Aspect scolaire (c'est une épreuve de l'examen)

Un inventaire des termes apparus et regroupés selon les catégories est fourni en annexe, § 2.

Catégories	Septembre 98		Décembre 98		Evolution des %
	Nombre de réponses	% des réponses	Nombre de réponses	% des réponses	
Cadres	69	9,3	42	9,9	→
Aspect scolaire	4	0,5	3	0,7	→
Recherche	29	3,9	23	5,4	↗
Résolution de problème	30	4,0	22	5,2	↗
Communication	5	0,6	8	1,8	↗
Raisonnement, preuve	108	14,6	81	19,0	↗
Mathématiques et moi : vécu positif	87	11,9	89	21,1	↗
Mathématiques comme outils	12	1,6	1	ε	↘
Mathématiques et moi : vécu négatif	52	7,1	11	2,6	↘
Procédures	146	19,8	67	15,6	↘
Objets, mots, relations, instruments	188	25,5	77	18,0	↘

Le tableau ci-dessus met en évidence les évolutions suivantes :

- Une diminution du nombre de termes qui se rapportent aux procédures et aux objets, en même temps qu'une modification de ces termes. En fin de formation ceux-ci sont moins communs et plus spécifiques des domaines étudiés pendant l'année.
- Une prise de conscience de l'importance des différents aspects de la résolution de problèmes (recherche, résolution de problèmes, raisonnement, preuve, communication). Globalement ces aspects représentent 31,4 % des réponses en fin de formation contre 23,1 % en début de formation.
- Un bien meilleur vécu de l'activité mathématique, alors que le sentiment d'échec diminue de façon importante. L'activité mathématique est envisagée positivement soit au niveau de la réussite et du plaisir, soit au niveau des compétences (le nombre de réponses faisant apparaître des vécus positifs est multiplié par 2 alors que le nombre des réponses faisant apparaître des vécus négatifs est divisé par 3).

En fin de formation, les aspects purement techniques de l'activité mathématique sont moins prégnants, alors que les étudiants perçoivent mieux l'importance de la résolution de problèmes dans toutes ses modalités :

- recherche
- raisonnement
- preuve
- communication

On peut donc considérer que cette formation constitue une première sensibilisation aux différentes composantes d'une démarche scientifique.
Enfin et ce n'est pas là un mince enjeu pour la formation, nous pouvons nous réjouir du fait qu'elle ait contribué à réconcilier une partie des étudiants avec les mathématiques.

2.2 Questionnaire fermé

Dans ce questionnaire, il était demandé de cocher trois réponses. Un petit nombre d'étudiants n'a pas respecté la consigne et a coché plus ou moins de trois réponses, pour cela, comme nous l'avons dit au début du paragraphe 2, les pourcentages sont calculés par rapport au nombre de réponses.

Ce questionnaire comporte deux parties :

- une concernant l'activité mathématique,
- l'autre la résolution de problèmes.

Ci-dessous le tableau récapitulant les réponses à la question suivante :

> *" Choisissez, parmi les mots et les expressions suivantes,* **les trois** *qui représentent le mieux pour vous l'activité mathématique ".*

items	**Septembre 98**		**Décembre 98**		**Évolution[1] des %**
	nombre de réponses	**% des réponses**	**nombre de réponses**	**% des réponses**	
Calculer	47	13,9	22	8,4	↘
Appliquer une formule	21	6,2	11	4,2	↘
Faire des essais	6	1,8	2	0,8	↘
Résoudre des problèmes	58	17,2	34	13	↘
Formuler des hypothèses	6	1,8	0	0,0	↘
Déduire logiquement	46	13,6	44	16,8	↗
Chercher	20	5,9	23	8,8	↗
Communiquer une démarche	34	10,1	39	14,9	↗
Rédiger un raisonnement	24	7,1	27	10,3	↗
Débattre	2	0,6	5	1,9	↗
Faire des démonstrations	28	8,3	24	9,2	→
Trouver la réponse	16	4,7	11	4,2	→
Appliquer des règles	22	6,5	14	5,3	→
Contrôler	6	1,8	5	1,9	→
Trouver un théorème	1	0,3	1	0,4	→
Total	117		96		

[1] Ici, le sens de l'évolution a été déterminé en tenant compte de la déperdition du nombre d'étudiants entre le mois de septembre 98 et le mois de décembre 98.

Ci-dessous le tableau récapitulant les réponses à la question suivante :

> *" Pour vous résoudre un problème, c'est : "*

items	Septembre 98		Décembre 98		Evolution[2] des %
	nombre de réponses	% des réponses	nombre de réponses	% des réponses	
Une tâche technique	33	11,2	25	12,3	→
Une tâche à effectuer parce que professeur le demande	19	6,5	9	4,4	→
Une tâche que vous avez souvent réussie	16	5,4	11	5,4	→
Un défi à relever	75	25,5	71	35	↗
Une activité qui peut vous procurer du plaisir	55	18,7	52	25,6	↗
Une activité dénuée d'intérêt	6	2	3	1,5	↘
Un casse tête	54	18,4	17	8,4	↘
Total	258		188		

A travers les réponses aux deux parties de ce questionnaire, on note des évolutions positives :

- " Résoudre des problèmes " n'est plus une tâche purement scolaire et on va plutôt dans le sens des mathématiques où l'on cherche, où l'on raisonne, où l'on communique, où chaque démarche a de l'importance, et on s'éloigne des mathématiques où il s'agissait d'appliquer.
- On note aussi un recul important du sentiment d'échec, et de l'aspect casse-tête (18 à 8 %) c'est-à-dire d'un vécu négatif des mathématiques.
- L'intérêt pour la résolution de problèmes montre qu'il y a, pour certains étudiants, un réel enjeu à faire des mathématiques, et que certains y ont pris du plaisir.

Cependant, il nous a manqué du temps pour faire vivre plus à fond des situations de recherche : il semble que pour les étudiants les essais ne fassent pas encore partie de l'activité mathématique.
Nous avons bien conscience que toute évolution du rapport au savoir est un processus à long terme et que le temps de formation n'a pu permettre qu'un début d'évolution.

Globalement les deux questionnaires ouvert et fermé mettent en évidence une évolution pour de nombreux étudiants dans leur rapport aux mathématiques confortant ainsi nos intuitions. C'est un premier résultat obtenu en 24 heures de formation.

---

[2] Ici, le sens de l'évolution a été déterminé en tenant compte de la déperdition du nombre d'étudiants entre le mois de septembre 98 et le mois de décembre 98

3.Attitude des étudiants en démarche de recherche et de preuve en début de formation

3.1 Une situation en arithmétique : $n^2 - n + 11$

Le but des observations réalisées est de recueillir des informations sur le comportement des étudiants en démarche de recherche et en démarche de preuve, pour un premier problème d'arithmétique, qui est pour eux un " problème ouvert[3] ". Ces observations permettent de cerner quelques aspects du rapport aux mathématiques des étudiants, que nous mettrons en relation avec certains choix de formation.

3.1.1 La situation

- Objectifs

- prise de conscience du fait que les mathématiciens ont dû se mettre d'accord sur des règles du débat
- appropriation de trois de ces règles :

> - une propriété mathématique, pour laquelle le domaine de référence est précisé (un énoncé clos), est soit vraie, soit fausse.
> - des exemples ne suffisent pas pour montrer qu'une telle propriété est vraie.
> - un contre-exemple suffit pour montrer qu'une telle propriété est fausse.

- Le problème

Enoncé :

> **Vrai ou faux ?** Dans l'expression $n^2\text{-}n\text{+}11$, si on remplace n par n'importe quel entier naturel, on obtient toujours un nombre premier.
>
> N.B. Un nombre premier est un nombre qui a exactement deux diviseurs, 1 et lui-même. Par exemple, 5, 17, 41 sont des nombres premiers.

L'énoncé proposé est faux. Un seul contre-exemple suffit à le démontrer. En voici quelques-uns : 11 et ses multiples non nuls, 41.

---

[3]Le *problème ouvert* est défini ainsi par les formateurs de l'IREM de Lyon, auteurs de l'ouvrage " La pratique du problème ouvert " (1984) :

Nous appelons *problème ouvert* un problème qui possède les caractéristiques suivantes :
* énoncé court
* l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de question intermédiaire ni de problème du genre " montrer que "). En aucun cas cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate de résultats présentés en cours.
* le problème se trouve dans un domaine conceptuel où les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement " possession " de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution.

Précisons, pour notre part, que le problème ouvert est avant tout une pratique de classe, dont la gestion est spécifiée dans l'ouvrage cité.

- Le déroulement et le recueil des données

La gestion de classe est organisée pour que les étudiants engagent leurs conceptions et expriment leur avis, c'est-à-dire ici pour qu'ils soient amenés à dire ce qui fait pour eux que l'énoncé clos proposé est vrai ou faux. Le problème est dévolu aux étudiants, qui doivent se prononcer sur une réponse et sur sa preuve, d'abord pendant un court travail individuel, puis par groupes, puis lors d'un débat collectif.

Pour plus de précision sur le déroulement, on pourra en consulter la description en annexe (§ 4.1).

Des éléments sur le comportement des étudiants et sur les arguments de preuve utilisés sont recueillis à plusieurs moments de la résolution :

- pendant la recherche individuelle, à l'aide d'une grille d'observation (grille 1, en annexe, § 2). Nous recueillons là des premières observations sur les comportements : y a-t-il des blocages ? Les étudiants font-ils des essais ? Ces essais sont-ils nombreux et organisés ou peu nombreux ? Quelles sont les autres démarches ? Des premières réponses sont-elles données et lesquelles ?

- à la fin du travail individuel, avant toute communication dans les groupes : les étudiants sont invités à donner leur réponse par écrit (grille 2, voir page suivante 16) ;

- pendant le travail de groupe : en observant les échanges dans les groupes, nous notons par écrit le type d'arguments utilisés entre eux par les étudiants, et le type de preuve recherchée (grille 3, voir page 19). Il s'agit par exemple de savoir si certains étudiants utilisent le contre-exemple, et que celui-ci suffise à les convaincre, sans que cet argument soit retenu comme valide pour le débat collectif : il y aurait alors recherche d'un autre type de preuve ;

- à la fin du travail de groupes et avant le débat collectif : les étudiants donnent leur réponse et leur explication par écrit.

3.1.2 Observations et analyse

- Observations pendant le travail individuel

- blocages : certains étudiants ne produisent rien (10% environ) ; il semble qu'ils ne fassent pas d'essais ; un tel comportement a déjà été observé les années précédentes ;

- essais peu nombreux : c'est le cas de quelques étudiants, qui s'arrêtent très vite ;

  - l'un d'entre eux, interrogé, répond : "je cherche à prouver, je ne veux pas faire tous les essais" ;
  - parfois, les essais sont faits uniquement à la calculatrice, sans qu'une trace écrite soit gardée ;
  - pour la réponse, on observe deux attitudes : soit les étudiants pensent que l'énoncé est vrai, convaincus qu'ils sont par les quelques exemples essayés ; soit ils ne se prononcent pas encore.

Pour ces étudiants, on observe une démarche inductive très pauvre : les essais, peu nombreux et non organisés, dont on ne garde pas nécessairement la trace, ne sont pas perçus comme éléments sur lesquels pourrait s'appuyer la recherche d'une réponse et de sa preuve.

Pour certains, faire des essais, ce n'est pas vraiment un travail mathématique : ils cherchent une démonstration. On perçoit là les traces d'un contrat issu d'un vécu antérieur en mathématiques, où primait l'exigence de démontrer.

- contre-exemple : aucun contre-exemple n'est produit individuellement, ce qui atteste une démarche inductive très pauvre ;

- tentatives de preuves intellectuelles[4] : on en observe quelques-unes, très peu nombreuses (5 % environ).

- Réponses à la fin du travail individuel

Les informations concernant les 116 étudiants présents sont recueillies sur cette grille (grille 2) :

réponse / **type d'argument**	**Vrai**	**Vrai en général**	**semble Vrai**	**ne sait pas ou non rép.**	**Faux**
1. exemples	64	1		3	
2. c'est "11" qui est mis en cause	5		1		
3. je ne sais pas le démontrer	3		2	2	
4. tentatives de preuves intellectuelles	9			2	
5. utilisation/fabrication d'un théorème - élève faux	4				
6. reformulation de l'énoncé	3				
7. pas d'explication	1	2	1	2	5
8. je ne trouve pas de contre-exemple			1		
9. contre-exemple faux					3
10. contre-exemple correct					2

Individuellement, 85 étudiants sur 116, soit près des trois quarts d'entre eux, estiment l'énoncé toujours vrai. Parmi eux, 9 tentent de le démontrer, mais n'en sont pas moins convaincus de la réponse. Pour ces étudiants, la conviction personnelle est emportée par quelques exemples, indépendamment du fait qu'ils ne parviennent pas à démontrer, même s'ils le tentent effectivement. La démonstration n'est donc pas vécue comme seul outil de preuve (au sens donné par Nicolas Balacheff à ce terme), c'est-à-dire que la décision du vrai est prise même si aucune démonstration n'a été trouvée.

[4] Nous nous référons ici à la typologie des preuves de Balacheff (1987). Ce dernier distingue les preuves pragmatiques, intimement liées à l'action et à l'expérience, et les preuves intellectuelles, qui supposent un détachement de l'action.

Un tel comportement se rencontre sans doute chez des experts : après un temps de recherche qui peut être long, mais où plusieurs pistes sont explorées, la preuve peut résister. L'expert peut très bien, à des indices récoltés ça et là, être convaincu de la réponse, sans pour autant avoir encore obtenu la seule preuve reconnue : la démonstration. Pour autant sa conviction ne sera emportée qu'après une exploration sérieuse du problème. C'est ce point qui diffère dans l'attitude des étudiants : l'exploration est abandonnée très vite, quelques exemples suffisent à les convaincre.
Pour les quatre étudiants qui inventent des théorèmes-élèves dans le but de produire coûte que coûte une démonstration, on peut conclure à la prégnance d'un contrat issu des pratiques habituelles en classe de mathématiques :

- en général, les énoncés proposés sont vrais,
- la validité des énoncés est à établir à l'aide d'une démonstration,
- la forme de cette démonstration est spécifique : il faut des formules, des théorèmes.

Par contre, pour quelques étudiants (14 sur 116), le fait de ne pas parvenir à démontrer provoque le doute sur la validité de l'énoncé proposé. Les réponses données traduisent cette incertitude : "je ne sais pas", "il faudrait le démontrer", "pas de solution générale pour l'instant".

Moins de 10 % des étudiants (10 sur 116) répondent que l'énoncé est faux, et deux seulement produisent un contre-exemple correct, ce qui est ici la seule preuve mathématique valide. Pour les cinq étudiants qui répondent "faux" sans donner d'explication, on peut penser qu'ils ont trouvé un contre-exemple, mais qu'une telle preuve leur semble non conforme aux exigences habituelles en mathématiques. Cela traduirait bien alors une méconnaissance des règles du débat mathématique. D'autres explications sont sans doute possibles.

- Observations pendant le travail de groupe : statut du contre-exemple

D'une façon générale, de nombreux groupes se mettent au travail alors qu'individuellement les étudiants pensent que l'énoncé est vrai : cela explique que ce caractère de vérité soit peu remis en cause dans les groupes.
Cependant, dans certains groupes, les essais sont plus riches; de ce fait, certains découvrent que l'énoncé est faux pour le nombre 11.

Étudions le statut du contre-exemple à travers l'évolution de la réflexion dans deux groupes. Dans ces deux groupes, la réponse définitive donnée est que l'énoncé est faux, 11 étant fourni comme contre-exemple :

- groupe A :
  - on observe d'abord des tentatives de preuves intellectuelles : les étudiants pensent que l'énoncé est toujours vrai et tentent de le démontrer,
  - puis, ils découvrent qu'avec 11, l'énoncé est faux,
  - dans un premier temps, cela ne suffit pas à modifier la démarche du groupe, qui persévère dans sa tentative de démonstration, malgré le résultat avec 11.

- groupe B :
  - découverte que l'énoncé est faux pour 11, et aussi pour ses multiples ; le groupe donne alors une réponse provisoire : "l'énoncé est vrai sauf pour 11 et les multiples de 11".

Analysons les démarches des deux groupes.

Pour le groupe A, la découverte de 11 ne suffit pas à stopper les recherches de démonstration : il y a résistance de la conviction obtenue à partir des exemples.

Trois interprétations sont possibles :

- pour ces étudiants, un seul contre-exemple ne suffit pas à apporter la preuve qu'un énoncé est faux ;
- l'énoncé est peut-être vrai pour tous les nombres autres que 11, et on peut alors trouver une démonstration ;
- on est en mathématiques : ne faut-il pas, pour démontrer, utiliser des formules, des théorèmes ?

Pour le groupe B, on assiste à une recherche pour cerner le domaine de validité de l'énoncé. Pour ce groupe, le contre-exemple 11 joue deux rôles complémentaires :

1) la recherche est relancée : on ne renonce pas, pour un seul contre-exemple, ou une classe de contre-exemples, à la vérité d'un énoncé ;

2) le but du problème se transforme : il s'agit de produire un énoncé dont on puisse déclarer la vérité, c'est-à-dire un théorème. On retrouve ici un des rôles possibles du contre-exemple développé par Irme Lakatos dans sa méthode des preuves et réfutations, ce que reprend Viviane Durand-Guerrier dans sa thèse (1996, p. 240) : “ Dans cette méthode, il apparaît clairement que les énoncés contingents[5] jouent un rôle moteur, et aussi que l'importance des contre-exemples n'est pas tant d'invalider la conjecture que de relancer la recherche. En ce sens-là, ceci s'écarte de l'usage qui est fait habituellement dans les classes, et ramène la problématique sur le domaine de validité de l'énoncé ”.

Pour le groupe A, le contre-exemple a peut-être joué le rôle 1. Pour le groupe B, le contre-exemple a effectivement joué les deux rôles, ce qui pour nous relève d'une démarche scientifique de production des connaissances. En mathématiques, on cherche à produire des théorèmes, et l’on n'abandonne pas si facilement un théorème potentiel après avoir trouvé un contre-exemple ou une classe de contre-exemples.
La réponse provisoire du groupe B, si elle avait été maintenue, était de nature à relancer effectivement la recherche pour les autres groupes : 11 et ses multiples sont-ils les seuls nombres pour lesquels l'énoncé est faux ? Cependant, lors de cette première séance, notre objectif ne peut être de cet ordre. Il faut d'abord mettre en évidence les règles du débat.

[5] Enoncé contingent : "un énoncé est contingent pour un sujet donné à un instant donné t, si ce sujet n'a pas, à l'instant t, les moyens de savoir si l'énoncé est juste ou faux", Durand-Guerrier (96), thèse, p. 237

- Réponses et explications sur lesquelles s'est fait l'accord dans les groupes

Les observations du travail de 31 groupes d'étudiants sont rassemblées dans la grille ci-dessous (grille 3) :

type d'argument \ **réponse**	**Vrai**	**Vrai en général**	**semble Vrai**	**ne sait pas ou non rép.**	**Faux**
1. exemples	4				
2. c'est "11" qui est mis en cause	7			1	
3. je ne sais pas le démontrer	1				
4. tentatives de preuves intellectuelles	5	1		1	2
5. reformulation de l'énoncé					1
6. pas d'explication	1				
7. contre-exemple faux			1		
8. contre-exemple correct	1				5

Sur 31 groupes d'étudiants :

- 19 répondent "vrai":
  4 en s'appuyant sur des exemples,
  5 à partir d'exemples, puis de tentatives de preuves intellectuelles,
  7 en invoquant le fait que 11 est premier,
- 2 ne se prononcent pas.
  1 tentative de preuve intellectuelle et 1 argument attribuant un rôle à 11,
- - 8 répondent "faux" :
  5 réponses s'appuient sur un contre-exemple correct : 11.

On peut noter que dans 19 groupes sur 31, on est convaincu que la propriété est vraie avec des arguments de type élémentaire (en particulier mise en cause du nombre 11). Cela s'explique par le fait que peu d'étudiants avaient mis en cause, individuellement, le caractère de vérité de l'énoncé. On observe toutefois une évolution concernant le type d'arguments avancés, entre le travail individuel et le travail de groupes : il y a une diminution nette de la justification avec appui seulement sur des exemples, au profit de l'utilisation d'autres arguments (rôle attribué au nombre 11, tentatives de preuves intellectuelles).

Cependant, on note une fois de plus la force de la conviction établie initialement sur la base des exemples, souvent peu nombreux, et non organisés.

Les tentatives de preuves intellectuelles se résument à des affirmations non démontrées. La plus fréquente est la suivante :

$n^2 - n$ est pair alors $n^2 - n + 11$ est impair donc premier

Même quand les étudiants ont conscience de l'insuffisance de ce type d'explication, cela ne suffit pas à créer le doute, à remettre en cause le fait que l'énoncé soit toujours vrai.

Pour les deux groupes A et B, dont la réflexion relatée plus haut a évolué, et a conduit à la réponse "faux" s'appuyant sur un seul contre-exemple, nous ne disposons pas d'éléments sur les raisons de cette évolution. Cependant, lors du débat, les arguments développés par ces groupes s'appuient sur les expressions de l'énoncé : "toujours" et "n'importe quel entier naturel", ce qui est conforme à une bonne utilisation des règles du débat mathématique.

3.1.3 Conclusions pour la formation

Nous mettons en relation les observations et les analyses ci-dessus, et certains choix d'objectifs de formation, précisés dans le Tome 1, partie 2, §1. En particulier il s'agit de sensibiliser les étudiants à la démarche scientifique, c'est-à-dire :

- développer une méthodologie de recherche,
- donner du sens à la démonstration,
- développer une attitude de contrôle,
- construire collectivement des connaissances nouvelles.

- Développer une méthodologie de recherche :

Nos observations montrent que les étudiants sont peu enclins à explorer des pistes de recherche, à faire des essais suffisamment nombreux et organisés. Ils n'ont pas l'habitude d'une telle démarche, et n'imaginent pas qu'elle peut être fructueuse tant pour la recherche d'une solution que pour la recherche de la preuve.

Formuler une conjecture, la mettre à l'épreuve en ayant une attitude critique (penser que la conjecture peut être vraie ou fausse), n'est pas non plus un comportement naturel aux étudiants.
Ces observations confortent nos hypothèses quant à la nécessité de faire vivre dans la classe une activité de recherche dans laquelle la part inductive du raisonnement est présentée comme partie intégrante de la résolution de problème. Notre objectif de développer une méthodologie de recherche (faire des essais, formuler des conjectures, tester les conjectures, procéder à de nouveaux essais, etc.) trouve ici l'une de ses justifications.
Par ailleurs, de telles activités sont choisies de façon que tous les étudiants puissent s'engager dans les essais. Ces essais permettant la formulation de conjectures, contribuent à restaurer une confiance dans la capacité à résoudre des problèmes, et à diminuer les blocages observés, ce qui est un des objectifs de la formation.

- Donner du sens à la démonstration :

Les étudiants, nous l'avons vu, se satisfont rapidement de quelques exemples, qui suffisent à leur apporter la conviction qu'un énoncé clos est vrai. La recherche d'une preuve intellectuelle apparaît alors davantage comme une réponse au contrat en classe de mathématiques, en référence au vécu antérieur des étudiants, que comme moyen de savoir si l'énoncé est vrai ou faux.

En ce qui concerne l'apprentissage de la preuve, nos observations montrent que le rôle du contre-exemple, comme moyen pour établir qu'un énoncé clos est faux, est effectivement à travailler avec les étudiants. Cela correspond bien aux objectifs initiaux de la situation mise en place.

L'analyse du développement de la réflexion dans les groupes pourrait amener à élargir les objectifs. En présence d'un contre-exemple, ou d'une classe de contre-exemples, un mathématicien n'abandonne pas pour autant le travail sur un énoncé. Pour prendre en compte une telle composante de l'activité mathématique, il s'agit alors non seulement de faire vivre les conjectures dans la classe, mais de travailler sur celles-ci, en cherchant à les améliorer au moyen de conditions additionnelles au lieu de se borner à les réfuter avec un seul contre–exemple. Cerner le domaine de validité d'un énoncé apparaît comme une composante importante de la production de connaissances en mathématiques : le faire vivre à ce niveau pourrait être envisageable ultérieurement dans la formation, après stabilisation de l'usage des règles du débat.

Il est donc nécessaire de faire vivre dans la classe des moments où l'enjeu réel est le caractère de vérité d'un énoncé. Pour cela, on pourra proposer des énoncés "contingents", au sens que donne Viviane Durand-Guerrier à ce terme, c'est-à-dire que, à un instant donné, la classe n'a pas encore les moyens de savoir si l'énoncé est vrai ou faux. Il doit y avoir, pendant un temps, incertitude sur la vérité ou la fausseté de l'énoncé. Il faut développer la capacité à mettre en doute ce qui paraît vrai. Cela participe en même temps sur un plan général du développement de l'esprit critique. Alors la démonstration pourra prendre du sens comme moyen pour établir le vrai et le faux en mathématiques, c'est-à-dire pour *savoir*, ou encore pour *comprendre*. Nous rejoignons en cela le point de vue de Irme Lakatos, que ses traducteurs français, Nicolas Balacheff et J.M. Laborde, expriment ainsi (1984) :

> " En fait, la démonstration a dans la communauté mathématique une double fonction : moyen de communication, elle est aussi un outil privilégié de preuve en tant qu'elle permet d'établir qu'un énoncé est un théorème. Il n'en est pas de même dans la réalité la plus répandue de l'enseignement où elle prend place d'abord comme un moyen d'évaluation de l'apprentissage. La vérité de l'énoncé à démontrer n'est pas mise en question. [...] Pour voir son sens restauré, la démonstration doit apparaître comme un moyen dans un débat où l'enjeu est la valeur de vérité d'une assertion. "

Au-delà de l'apprentissage des règles du débat visées, c'est le sens même de la preuve en mathématiques qui est ici en jeu.
Cela nous amène à compléter les objectifs concernant l'apprentissage de la preuve : il s'agira aussi, en créant l'enjeu de validité autour d'énoncés contingents, de donner du sens à la démonstration comme outil de preuve.

- Développer une attitude de contrôle :

Ce souci est permanent dans notre gestion du groupe :

- lors des débats de validation par la mise en œuvre des règles du débat mathématique,
- lors de l'examen des propositions de solutions d'un problème, par un retour au problème (analyse-synthèse),
- en recherche de problème, où les étudiants sont appelés à tester leurs conjectures,
- lors de la réalisation d'une tâche où l'on met l'accent sur le contrôle des procédures.

- Construire collectivement des connaissances nouvelles :

Chaque situation, après recherche et émergence de procédures personnelles, puis confrontation et accord sur une connaissance nouvelle, se conclut par une institutionnalisation.

3.2 Une situation en géométrie : le rectangle d'Euclide

3.2.1 La situation

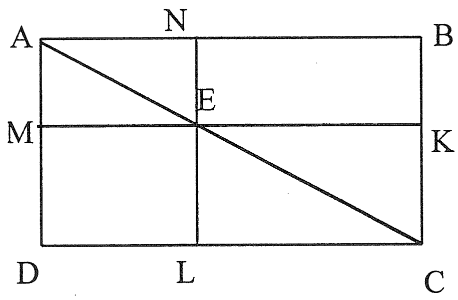
La situation a été décrite dans Tome 1, partie 3, avec une analyse *a priori* détaillée. Nous en rappelons néanmoins ici les aspects nécessaires à la compréhension des observations et de l'analyse *a posteriori.*

- Objectifs

- prendre conscience que la lecture directe du dessin, aussi précis soit-il, n'est pas un outil de preuve en géométrie,
- prendre conscience de la distinction entre le dessin "rectangle" et l'objet mathématique "rectangle" (figure),
- produire, en géométrie, un premier raisonnement qui ait un statut de preuve pour la classe.

- Le problème

> Tracez un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm, et BC = 5 cm.
> Placez le point E sur [AC] tel que AE = 3 cm.
>
> Tracez la parallèle à (AD) qui passe par E, elle coupe [AB] en N et [DC] en L,
> Tracez la parallèle à (AB) qui passe par E, elle coupe [AD] en M et [BC] en K.
>
> Parmi les deux rectangles EMDL et ENBK, quel est celui qui a la plus grande aire ?



Le dessin n'est pas réalisé en vraie grandeur

- Types de démarches possibles, éléments pour une résolution mathématiques brève

On peut compter, avec ce public d'étudiants très hétérogène, sur l'apparition probable de deux types de démarches, celles s'appuyant sur des mesures (correspondant à une preuve de type pragmatique) et celles s'appuyant sur des preuves intellectuelles.

La contradiction entre les conceptions qui sous-tendent les démarches de type intellectuel et les démarches de type pragmatique apparaît-elle comme telle aux yeux des étudiants ? La mise en œuvre sur plusieurs années nous autorise à penser qu'un certain nombre de ceux qui utilisent des mesures ont l'intuition qu'ils n'ont pas démontré, mais ne savent sans doute pas :

- <u>en quoi</u> ce n'est pas une preuve acceptable dans le cadre la géométrie théorique qui est celui dans lequel nous voulons que les étudiants travaillent,
- ni <u>comment</u> prouver dans ce cadre.

Si l'on veut des indications sur les conceptions des étudiants, avant le début de cette formation, à propos de mesure et preuve en géométrie, il nous faut mettre à l'épreuve et tester la solidité de l'intuition dont nous parlons plus haut : quelle confiance les étudiants accordent-ils aux mesures pour prouver un résultat en géométrie ?

- Le déroulement et le recueil des données

Un premier point est pour nous de favoriser le fonctionnement social dans la classe. Faisant nôtre l'idée de D. Favre[6], nous posons *a priori* comme règle que tout point de vue est fondé sur de bonnes raisons, et que toutes ces raisons sont dignes d'intérêt. Le but est que les étudiants ressentent comme légitime et fructueux pour le débat de livrer à la classe leur propre avis.

La question posée dans le problème induit par contrat une forte probabilité pour l'égalité des aires. Ce que nous vérifions et renforçons par le <u>test 1</u> :
nous demandons aux étudiants *leur avis à vue d'œil sur l'aire la plus grande et nous notons au tableau le nombre de voix pour chaque cas : $A < B$, $A > B$, $A = B$.* En mettant d'emblée les trois options, nous forçons les étudiants à donner un avis, en référence aux règles de fonctionnement posées *a priori.*
Au cas où le plein des voix ne soit pas réalisé, nous ajoutons une colonne "ne sait pas".
En fait ici, nous ne pensons pas que l'œil donne une indication. C'est donc bien le contrat qui est testé et même renforcé.
Le contrat résiste-t-il aux résultats que donnent les mesures ? Existe-t-il des étudiants qui ont <u>plus confiance dans le résultat donné par la mesure</u> que dans la réponse induite par la question ?
C'est le moment d'engager la recherche individuelle. Après une courte recherche individuelle et une production de résultats pour les aires, nous procédons au <u>test 2</u>. Pour favoriser l'émergence des conceptions où prévaut la confiance dans le dessin, nous attirons l'attention sur la précision du dessin effectué. Les deux aires à comparer sont notées A et B. Nous demandons "Vous avez *maintenant commencé à travailler, donnez à nouveau votre avis : $A < B$, $A > B$, ou $A = B$? Donnez votre avis <u>personnel</u> sur une feuille*".

Nous cherchons à savoir ainsi quelle proportion d'étudiants sont à ce moment en faveur de l'inégalité, ce qui ne peut être obtenu que par confiance dans les mesures en un temps aussi court. Pour les étudiants qui se laissent convaincre uniquement par contrat, et doutent de leur méthode de résolution, cela relance l'enjeu pour la réponse à donner.

3.2.2 Observations et analyse

Voici les positions des 105 étudiants, d'abord "à vue d'œil", puis après travail individuel.

	EMDL > ENBK	ENBK > EMDL	Egalité	Ne sait pas
"A vue d'oeil"	15	14	**59**	17
	29 au total			
Après travail individuel	30	34	**30**	11
	64 au total			

Comme prévu dans l'analyse *a priori*, plus de la moitié des étudiants (59 sur 105) réagissent effectivement par contrat, et parient sur l'égalité des aires.

Les dix-sept étudiants qui disent ne pas savoir se méfient sans doute de la question, ou bien de leur perception.

[6] Nous nous inspirons du texte écrit par D. Favre (ERES, Université de Montpellier) cité en référence bibliographique.

Partie 5
Éléments d'évaluation de la formation

Partie 5

Eléments d'évaluation de la formation

1. Évaluation de la formation par les étudiants

Nous transcrivons ici les résultats de l'évaluation des enseignements par les étudiants proposée par l'Université Lyon 2. Le questionnaire correspondant figure en annexe, §3.

1.1 Appréciations des étudiants : questions fermées

Pour chaque item, les étudiants sont invités à cocher une case correspondant à leur choix :

1- Totalement en désaccord
2 -Plutôt en désaccord
3 -Plutôt d'accord
4- Totalement d'accord
NR- Non réponse

Globalement, cet enseignement est perçu positivement : les étudiants donnent une note de 3,6 sur 4 pour l'appréciation globale.

Par ailleurs, la moyenne pour les différentes rubriques est supérieure à 3, sauf pour deux points :

- l'environnement matériel, noté 2,8, est jugé peu satisfaisant ; les étudiants y reviennent dans les suggestions d'amélioration.
- - l'articulation avec les autres enseignements, notée 2,5, n'apparaît pas clairement aux étudiants ; notons pourtant que la pertinence de la formation en mathématiques dans un cursus de sciences de l'éducation n'est pas remise en cause (3,3).

Les aspects de l'enseignement en mathématiques particulièrement appréciés par les étudiants sont les suivants :

- disponibilité de l'enseignant, organisation de la confrontation de points de vue : ces deux points sont notés 3,7. Notre enseignement est basé sur la résolution de problèmes, où le temps de la recherche et du débat ont toute leur place, et sur le développement de capacités à argumenter : c'est bien ainsi qu'il est reçu. Par ailleurs, nous cherchons à favoriser l'expression de toutes les questions, de toutes les propositions.

- les concepts, théories et méthodes, sont pour les étudiants bien reliés à leur propre expérience (3,5). Une de nos lignes directrices est de partir des savoirs et savoirs-faire des étudiants, et de prendre en compte leurs conceptions initiales : c'est bien ce que semblent permettre les situations mises en place, ce dont les étudiants sont conscients.

- la présentation des contenus (3,6), des méthodes, et des objectifs (3,5), a satisfait les étudiants. Il semble que nous soyons parvenus à susciter un intérêt pour les mathématiques.

- l'évaluation paraît aux étudiants en accord avec les objectifs, contenus, et méthodes (3,4).

1.2 Les compétences acquises

Les principales compétences que les étudiants disent avoir acquis peuvent se classer en trois catégories :

- compétences en résolution de problèmes de mathématiques,
- comportement, attitude en résolution de problèmes : rapport au savoir,
- savoirs et savoirs-faire spécifiques,

1.2.1 Compétences en résolution de problèmes

Les compétences le plus souvent citées sont du domaine du raisonnement et de la communication d'une démarche :

- raisonner, démontrer, argumenter, déduire, être logique : évoqué 45 fois sur 89,
- expliquer, débattre, rédiger : évoqué 10 fois sur 89,
- chercher, conjecturer, trouver : évoqué 3 fois sur 89.

1.2.2 Comportement, attitude en résolution de problèmes, rapport au savoir

Les aspects du rapport au savoir le plus souvent évoqués sont les suivants :

- réflexion, analyse, rigueur : 26/89,
- sens critique, vigilance, capacité à se remettre en cause : 10/89,
- méthode : 7/89,
- plaisir, confiance, intérêt, motivation : 7/89.

Les étudiants citent aussi :

- compréhension des mathématiques, des concepts,
- concentration, attention,
- cohérence, rationalité,
- capacité à travailler en groupe.

1.2.3 Savoirs et savoirs-faire

- remise à niveau, rappel ou découverte de notions de base : 18/89,
- préparation à un QCM : 5/89.

1.3 Suggestions pour améliorer le cours

La plupart des étudiants ont apprécié le déroulement du cours et la qualité des documents de travail distribués. Ils insistent toutefois sur quelques améliorations possibles :

- disposer de plus de temps pour les mêmes contenus : 8/89. Nous avons, nous aussi, l'impression d'un temps de formation très dense, où il nous paraîtrait utile de laisser plus encore de temps de recherche, et où il faudrait revenir davantage sur l'utilisation de certaines notions.
- disposer de locaux appropriés au type de travail : tables mobiles, salles moins bruyantes : 7/89.
- prendre davantage en compte les difficultés de certains : 3/89. En effet, certains étudiants nous paraissent en difficulté, et n'atteignent pas en fin de formation les objectifs visés. Pour certains étudiants, cela relève simplement du temps nécessaire à l'apprentissage compte tenu de leurs compétences initiales. Que peut offrir l'université à de tels étudiants pour leur permettre de réussir ?
- bénéficier d'une évaluation de type examen final en temps réel : 1/89.

2 Étude des effets à court et moyen terme de la formation

Nous comparons les résultats obtenus cette année à ceux des années précédentes, donnés dans le tome 1 ; Présentation, § 5.

2.1 Réussite au test de sélection de l'IUFM de Lyon

Pour l'épreuve préalable d'admission en formation de Professeur d'École proposé par l'IUFM de Lyon (test de sélection), nous utilisons les résultats donnés par le Service Etudes/Statistiques de l'IUFM.
Au printemps 99, 58 de nos étudiants de licence passent cette épreuve, et 16 d'entre eux réussissent, soit 27,6 %. La réussite en moyenne dans leur série est de 31,9 %.
Rappelons qu'en 97, 64 % de nos étudiants ayant passé ce test ont réussi, soit 55 sur 86.
En 98, 48 % ont réussi, soit 33 sur 69.

Deux constatations s'imposent.
Tout d'abord, le nombre d'étudiants de licence option PME qui passent le test de sélection de l'IUFM de Lyon ne cesse de diminuer sur les trois dernières années, pour un nombre total d'étudiants en PME à peu près constant.
Ensuite, nos étudiants réussissent de moins en moins bien au test de l'IUFM de Lyon.

Il nous manque des informations sur les candidatures des étudiants dans d'autres IUFM. Peut-être la diminution sur Lyon s'explique-t-elle par une augmentation des candidatures dans d'autres académies.
Par ailleurs, le projet des étudiants peut évoluer en cours d'année.
Voici ce que nous pouvons dire pour 98/99 : en début d'année, 89 des 117 étudiants qui ont répondu à notre enquête avaient comme objectif prioritaire le professorat d'école. Ils n'étaient plus que 66 sur 96 en décembre (fin de formation en mathématiques). Et 58 seulement passent finalement le test à Lyon.
Les résultats de l'enquête (cf. Partie 1) montrent qu'une partie des étudiants modifie son projet initial d'enseigner à l'école élémentaire, pour se tourner vers d'autres types d'enseignement (enseignement technologique) ou d'autres métiers de l'éducation. Y a-t-il découragement, une fois la formation

terminée, et l'examen de janvier passé, devant les compétences requises, que ce soit pour l'examen ou pour le test de sélection ?
On sait que le nombre total de candidats à ce test augmente (3600 en 98, 3705 en 99), ce qui accroît la concurrence. De plus en plus d'étudiants se tournent vers le professorat d'école, et la tendance générale est d'être de plus en plus diplômé.

Par ailleurs, cette année plus que les autres, les difficultés de nos étudiants nous ont paru importantes. Les mêmes situations que les années précédentes ont été utilisées en formation : leur mise en œuvre a été plus laborieuse, les blocages des étudiants plus nombreux, les connaissances plus difficiles à réactiver. Dans un temps de formation identique à celui des autres années, nous ne parvenions pas toujours, lors des situations, à obtenir que les étudiants aient produit assez d'éléments pour que l'institutionnalisation ait du sens pour un grand nombre d'entre eux. Aussi avions-nous trop souvent l'impression d'aller trop vite, un temps important d'appropriation restant à la charge des étudiants.

Nous sommes tentés de rapprocher cela de l'évolution, au cours de ces deux années, du cursus des étudiants recrutés pour la licence.
Cette année, 66 % des étudiants (ceux qui ont répondu à notre enquête, et donc ont bénéficié de la formation) ont fait des études supérieures dans le secteur tertiaire, contre 54,6 % l'année précédente. 28 % des étudiants de cette année ont une formation supérieure générale (scientifique ou littéraire), contre 42 % l'année précédente. Et 21,5 % seulement cette année ont un bac de type scientifique contre 27,5 % l'année précédente. On a donc une diminution du nombre d'étudiants de formation générale et plus spécifiquement de formation scientifique.

2.2 Admission à l'IUFM de Lyon

Parmi les 16 étudiants venant de notre licence et qui ont réussi le test au printemps 99, 6 soit 37,5 % d'entre eux sont admis en première année de professorat d'école à Lyon.

En PLP2 (enseignement technologique), 3 étudiants sur 13 candidats sont admis à s'inscrire, tous en vente. Les demandes dans les autres sections sont refusées.

Aucun étudiant n'est admis à s'inscrire en CPE (Conseiller principal d'éducation, 3 demandes), au CAPET (une demande), au CAPES (une demande).

2.3 Réussite au CRPE (Concours de Recrutement de Professeur des Ecoles)

Parmi les 15 étudiants admis en première année de professorat d'école à l'IUFM de Lyon, pour 98/99, 10 ont effectivement suivi cette formation.

Sur ces 10 étudiants, 7 sont admissibles au CRPE (épreuve écrite de français et mathématiques). L'un de nos étudiants de licence en 97/98 n'ayant pas suivi cette formation a également été admissible. Nous ne savons pas si les autres étudiants se sont présentés à Lyon.
Le résultat est comparable à celui obtenu l'année dernière (12 admis sur 14 inscrits). Il semble bien que la barre se situe au niveau de l'admission à l'IUFM, et tout d'abord à celui du test de sélection pour l'admission en première année de préparation au professorat des écoles

Pour ces deux années, on peut affirmer que ceux de nos étudiants qui sont admis en première année d'IUFM réussissent ensuite au concours aussi bien que ceux qui proviennent d'autres licences.

Conclusion

Conclusion

Le travail effectué au cours de ces deux années conforte nos choix initiaux concernant l'ingénierie de formation mise en place : choix des objectifs et des contenus, choix des situations, choix d'organisation et d'évaluation. Les situations mises en place permettent effectivement de cerner les compétences initiales des étudiants et de travailler les objectifs visés.

Nous sommes maintenant en mesure de décrire les principaux apports de la formation, d'abord du point de vue des étudiants, puis de notre point de vue.

Pour les étudiants, ces apports s'articulent autour de trois axes principaux, qui sont :

- compétences liées au raisonnement : analyse, réflexion, méthode, esprit critique, logique,
- compétences de communication orale et écrite,
- relation affective aux mathématiques : plaisir, confiance, intérêt, motivation.

Cependant les étudiants regrettent le manque de temps pour une meilleure appropriation des différentes notions.

Pour nous, l'évolution se situe surtout autour d'une première approche de la démarche scientifique :

- recherche de problèmes : on observe en cours d'année une diminution nette des blocages de la démarche inductive (tâtonnement, essais etc.),
- lors des mises en commun : on note un développement de l'aptitude à débattre et à communiquer sa démarche,
- en démarche de preuve, on note surtout une évolution importante des types de preuves mises en œuvre et une appropriation progressive de l'usage de la démonstration, qui apparaît nettement dans les travaux écrits.

Par ailleurs, nous ressentons aussi, au travers de la gestion des groupes d'étudiants, l'établissement de relations confiantes lors de la pratique des mathématiques pendant nos séances.

Cependant, des difficultés subsistent :

- 45 % seulement des étudiants inscrits réussissent la première session d'examens (certains sont dispensés d'assiduité) ;
- la réussite au test de sélection pour l'entrée en formation de professeur des écoles. à l'IUFM est en baisse. Rappelons que notre public étudiant est de formation initiale de moins en moins scientifique. Il semble y avoir, pour certains étudiants, un trop grand écart entre les compétences initiales et les objectifs visés, compte tenu du temps de formation.

Si les difficultés observées se maintiennent, lors des situations de formation, faudra-t-il adapter objectifs et contenus de formation, pour les rendre plus accessibles aux étudiants ? Mais alors quelles chances ceux-ci auront-ils d'accéder un jour à la formation de professeur d'école ? N'y a-t-il pas un minimum à maintenir, au niveau de la licence, pour être à même d'enseigner les mathématiques un jour, fut-ce à l'école élémentaire ?

Rappelons que nous travaillons, pour ce qui est des compétences, au niveau d'une partie des acquis visés au collège, qui sont à peu près ceux qui sont nécessaires pour suivre la formation à l'IUFM en première année de PE (Professorat des Ecoles).

Un autre point de vue est à envisager compte tenu des projets de ces étudiants. Nous avons constaté que ceux d'entre eux qui entrent à l'IUFM en formation de professeurs des écoles réussissent aussi bien le concours de recrutement de Professeur des Ecoles que ceux qui proviennent d'autres licences. Rappelons aussi qu'aux tests de sélection de 1997, nos étudiants obtenaient pour 20 questions sur 29 de meilleurs résultats que l'ensemble des étudiants, toutes séries confondues (cf. Tome 1, Présentation). Mais peu d'étudiants de licence de sciences de l'éducation sont admis en première année d'IUFM.

Deux questions se posent :

- comment faire valoir, auprès de l'IUFM, les performances de nos étudiants, et faire évoluer les quotas d'admission en formation de Professeur des Ecoles ?

- l'institution universitaire peut-elle améliorer ou compléter la préparation au test de sélection de l'IUFM ? Ce test comprend trois parties et nous ne contribuons pour notre part qu'à la préparation de la partie mathématique.

Annexes

1. Enquête pour l'étude du public : cursus, disponibilité, projets, attentes

1.1 Questionnaire de septembre 1998

Enquête à des fins de recherche sur la formation en mathématiques — sept-oct 98

NOM, Prénom: — Groupe (jour et heure) :

Année de naissance :

Enseignant:

1. 1.1 Etudes suivies après le Collège :
   - au lycée ou équivalent:

   - dans l'enseignement supérieur:

   1.2 Diplômes obtenus (élucidez les sigles qui correspondent à des diplômes peu connus):

   1.3 Avez-vous, à un moment donné, interrompu vos études?
   Si oui, combien d'années, et de quand à quand?

   1.4 Avez-vous déjà eu une activité professionnelle?
   précisez éventuellement

2. 2.1 En ce début de licence de sciences de l'éducation, option PME, quel est votre objectif <u>prioritaire</u>?
   *cochez **une seule** des cases*
   - ☐ enseignement, professorat d'école
   - ☐ enseignement, autre, précisez:
   - ☐ autre métier de l'éducation (CPE, documentaliste, éducateur, ...), précisez:
   - ☐ autre projet professionnel , précisez:
   - ☐ formation personnelle à but culturel: précisez en quoi ce module de mathématiques complète votre formation, et quel est votre objectif en suivant cet enseignement:

   - ☐ autre projet , lequel?

   2.2 Quel que soit votre projet personnel, et indépendamment d'une réussite éventuelle à l'IUFM, qu'attendez-vous de cette formation en mathématiques?
   Choisissez ***les trois cases*** qui vous conviennent et indiquez le ***numéro d'ordre: 1, 2, 3.***

   - ☐ étoffer ma culture scientifique
   - ☐ enfin me réconcilier avec les maths!
   - ☐ rien de particulier, c'est un enseignement obligatoire
   - ☐ acquérir un raisonnement plus " logique "
   - ☐ retrouver le plaisir de faire des mathématiques
   - ☐ être plus à même de comprendre la signification des informations chiffrées du monde moderne, pour former mon opinion personnelle
   - ☐ développer mon esprit critique: être plus à même de remettre en question les " a priori ", y compris les miens
   - ☐ enfin comprendre " à quoi çà sert " de faire des maths
   - ☐ autre, précisez:

1.2 Questionnaire de décembre 1998

Enquête à des fins de recherche sur la formation en mathématiques décembre 98

NOM, Prénom: Groupe (jour et heure) :

Enseignant:

Nous vous demandons de bien vouloir répondre à nouveau à ces questions, après un semestre en licence, à la fin de la formation en mathématiques.

2. 2.1 Après une demi-année de licence, quel est maintenant votre objectif prioritaire?
   *cochez **une seule** des cases*
   - ☐ enseignement, professorat d'école
   - ☐ enseignement, autre, précisez:
   - ☐ autre métier de l'éducation (CPE, documentaliste, éducateur, ...), précisez:
   - ☐ autre projet professionnel , précisez:
   - ☐ formation personnelle à but culturel: précisez en quoi ce module de mathématiques complète votre formation, et quel est votre objectif en suivant cet enseignement:
   - ☐ autre projet , lequel?

   2.2 Quel que soit votre projet personnel, et indépendamment d'une réussite éventuelle à l'IUFM, que vous a apporté cette formation en mathématiques?
   Choisissez ***les trois cases*** qui vous conviennent et indiquez le ***numéro d'ordre: 1, 2, 3.***

   - ☐ étoffer ma culture scientifique
   - ☐ enfin me réconcilier avec les maths!
   - ☐ rien de particulier, c'est un enseignement obligatoire
   - ☐ acquérir un raisonnement plus " logique "
   - ☐ retrouver le plaisir de faire des mathématiques
   - ☐ être plus à même de comprendre la signification des informations chiffrées du monde moderne, pour former mon opinion personnelle
   - ☐ développer mon esprit critique: être plus à même de remettre en question les " a priori ", y compris les miens
   - ☐ enfin comprendre " à quoi çà sert " de faire des maths
   - ☐ autre, précisez:

3. Disponibilité cette année 98/99:

   - ☐ vous avez suivi d'autres études simultanément
     lesquelles, et combien d'heures de travail par semaine y avez-vous consacré?

   - ☐ vous avez exercé en même temps une activité professionnelle
     sur combien de mois?
     nature et nombre d'heures par semaine:

   - ☐ vous avez été pris par d'autres responsabilités
     nombre d'heures par semaine:

   - ☐ vous n'avez aucune charge particulière qui a limité votre disponibilité

2. Les étudiants et les mathématiques : évolution des représentations

2.1 Inventaire des termes apparus dans le questionnaire ouvert (Partie 1, §2)

faire des hypothèses donner une solution, trouver la réponse, appliquer des théorèmes

résoudre un problème, résolution ordonner dessiner, tracer, faire des courbes

fonction organiser mesurer raisonner, raisonnement calculer, compter

logarithme logique, cheminement logique factoriser, ordonner schéma faire des essais

problème nombre, chiffre graphique, courbe calculatrice manipuler débat

théorème, règle, loi, formule

expérimenter fractionner précision opérations, faire des additions trouver quantifier

exactitude variable, x, y probabilité démontrer, argumenter analyser

mesure nombre inconnue comparer expliquer échec être logique géométrie

Thalès trigonométrie économie algèbre outil équerre arithmétique

algorithme signe fraction instruments satisfaction, plaisir pénible évaluation

compas aimer jouer, jeu, s'amuser école Chasles comprendre

exercice travailler sur les nombres galère fierté formuler oh non! méthode, méthodologie, organisé

résultat énoncé résolution vital découvrir rédiger erreur utile

solution zéro simple blocage imaginer cartésien, rationalité informatique cohérence

intégrale recherche, chercher réussite cours casse-tête, prise de tête déduction, synthèse

dérivée rigueur rapidité d'esprit complexe

matrice nombre complexe cogiter intéressant difficultés équation, inéquation

youpi

migraine exponentiel ennui étude de fonctions non-concerné norme

série statistiques dur, dureté vecteur

figure angle panique, désespoir, stress incompréhension réfléchir, réflexion

science, science exacte enseignant

2.2 Inventaire des termes regroupés selon nos catégories

cadres	procédures	objets, mots, relations instruments		
algèbre	calculer	figure	fraction	solution
géométrie	compter	schéma	mesure	nombre
trigonométrie	travailler sur les nombres	graphique,	nombre	inconnu
informatique	dessiner	courbe	chiffre	équation,
arithmétique	tracer	calculatrice	signe	inéquation
statistiques	faire des courbes	équerre	zéro	intégrale
probabilité	appliquer des règles des théorèmes	compas	théorème	dérivée
études de fonction	organiser	instruments	règle	primitive
	ordonner	variable	formule	exponentiel
	factoriser	lettres x, y	algorithme	matrice
	développer	fonction	énoncé	nombre
	opération + ; - etc., verbes associés	logarithme	exercice	complexe
	comparer	problème	résolution	série
	mesurer	Thales	résultat	vecteur
	fractionner	Chasles		angle
	manipuler avec des objets	logiciel		norme

recherche	résolution de problème	raisonnement, preuve	mathématiques-outils	communication
recherche	résoudre un	logique	outil	débat
chercher	problème	cheminement	quantifier	rédiger
expérimenter	résolution de	logique	précision	formuler
faire des essais	problème	raisonner	évaluation	expliquer
faire des	donner une	raisonnement	exactitude	
hypothèses	solution	démonter	économie	
imaginer	trouver la réponse	argumenter		
découvrir	trouver	déduction		
analyser		synthèse		

rapport aux mathématiques positif			rapport aux mathématiques négatif	
satisfaction	vital utile	réflexion	blocage	stress
plaisir	intéressant	cohérence	difficulté(s)	ennui
jeu, jouer	youpi	comprendre	dureté, dur	galère
amuser	cartésien	rigueur	casse-tête	incompréhension
aimer	rationalité	méthode	prise de tête	échec
réussite	être logique	méthodique	migraine	erreur
simple	cogiter	organisé	complexe	pénible
fierté	réfléchir	rapidité d'esprit	panique	oh non !
			désespoir	non concerné

aspect scolaire
école, cours
enseignement

2.3 Évolution par catégorie de septembre 98 à décembre 98

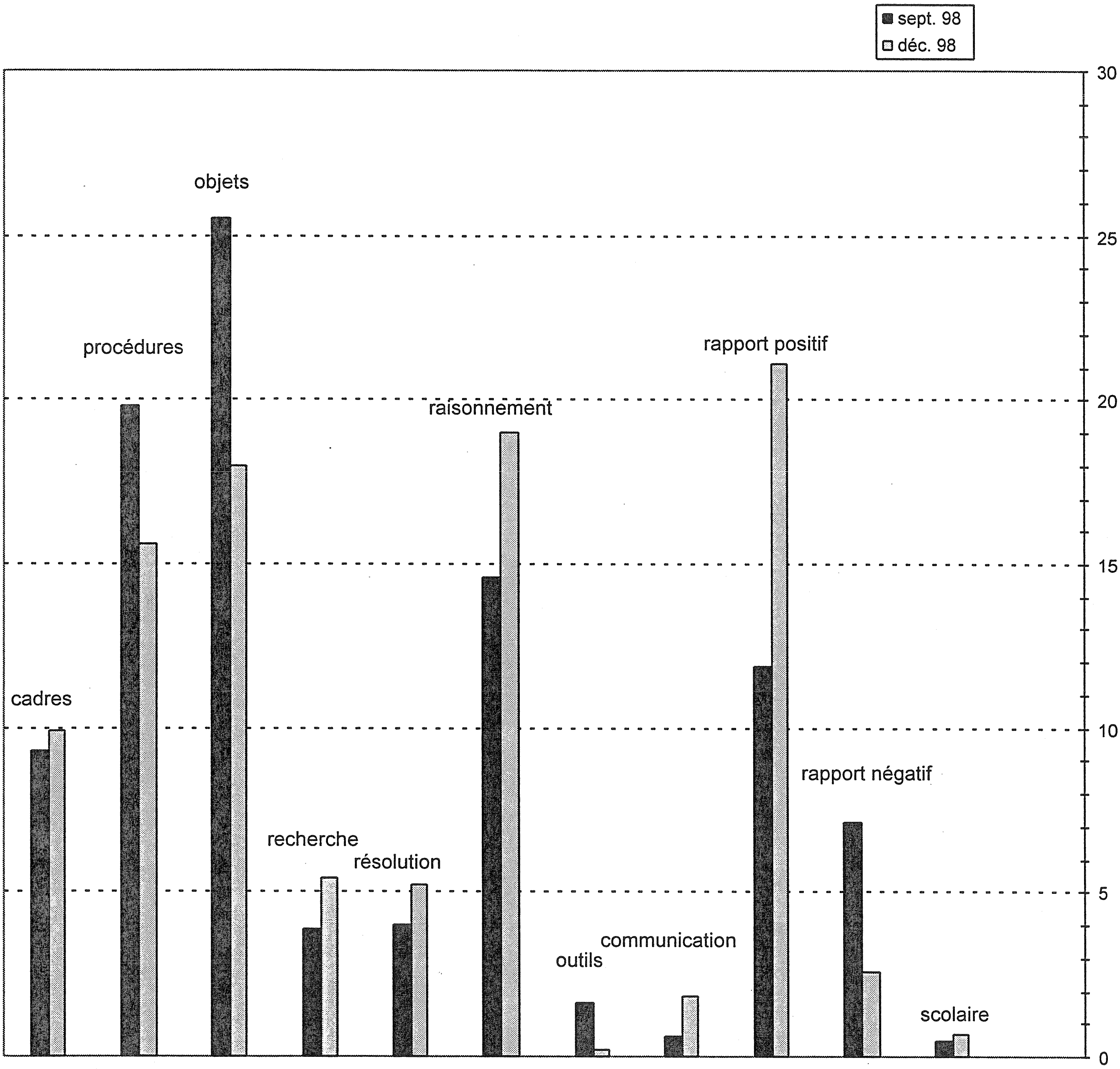


Figure 4 - "Faire des mathématiques..."

3. Évaluation de la formation par les étudiants : questionnaire ISPEF – Lyon 2

ISPEF / Université Lumière Lyon II
EVALUATION DES ENSEIGNEMENTS 1998/99

Intitulé du cours :
Enseignant :

Etudiant sans dispense d'assiduité ☐	Cocher la case correspondant à votre choix :
Etudiant avec dispense d'assiduité ☐	1 2 3 4 NR
Secteur d'activité :	1. Totalement en désaccord 2. Plutôt en désaccord 3. Plutôt d'accord 4. Totalement d'accord
Enseignement ☐ Travail social ☐ Santé ☐ Formation ☐ Autre ☐	N.R. Non réponse
A noter : ce questionnaire est individuel et anonyme.	

"A mon avis..." :

COHERENCE	• Ce cours correspond à la présentation proposée dans le livret de l'étudiant	1 2 3 4	NR
"ACCESSIBILITE"	• L'enseignant en a explicité clairement les méthodes et les objectifs • Les contenus ont fait l'objet d'une présentation structurée et stimulante • Le niveau de difficulté de cet enseignement le rend accessible • La quantité de travail requise s'accorde bien avec le volume horaire de ce cours	1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4	NR NR NR NR
PERTINENCE / CONGRUENCE	• Ce cours apparaît pertinent dans un cursus de sciences de l'éducation • Son articulation avec les autres enseignements est perceptible	1 2 3 4 1 2 3 4	NR NR
DIMENSIONS THEORIQUE, PRATIQUE, CULTURELLE	• L'enseignant sait relier les concepts, théories et méthodes à l'expérience des étudiants. • Ce cours présente un intérêt professionnel • Ce cours contribue à parfaire ma culture personnelle	1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4	NR NR NR
EVALUATION	• La forme de l'évaluation s'ajuste bien aux objectifs, contenus et méthodes	1 2 3 4	NR
"DISPONIBILITE" DE L'ENSEIGNANT	• L'enseignant favorise les confrontations de points de vue, de pratiques... • Il se montre disponible (réponse aux questions des étudiants, conseils pratiques, consultation en dehors des cours...)	1 2 3 4 1 2 3 4	NR NR
CONDITIONS	• La taille du groupe est adaptée à la forme du cours • Son environnement matériel (local, installation, équipements...) est satisfaisant.	1 2 3 4 1 2 3 4	NR NR
APPRECIATION GLOBALE	• J'ai globalement apprécié cet enseignement	1 2 3 4	NR
Les trois principales compétences que j'ai acquises durant ce cours sont :			
Pour améliorer ce cours, je suggère :			

4. Observation des comportements en démarche de recherche et de preuve

4.1 Situation en arithmétique : description de la situation et de son déroulement

Énoncé :

> *Vrai ou faux ? Dans l'expression:* $n^2 - n + 11$ *, si on remplace* n *par n'importe quel entier naturel, on obtient toujours un nombre premier.*
> *N.B. : Un nombre premier est un nombre qui a exactement deux diviseurs, 1 et lui même.*
> *Par exemple, 5, 17, 41 sont des nombres premiers.*

Temps prévu : 40 minutes

Objectifs :

* prise de conscience du fait que les mathématiciens ont dû se mettre d'accord sur des règles du débat
* appropriation de trois d'entre elles.

Résolution mathématique :

L'énoncé est faux et on peut trouver plusieurs contre-exemples :

11 et ses multiples,

41 : $41^2 - 41 + 11 = 1651$ et $1651 = 13 \times 127$.

Considérations *a priori* :

* Tous peuvent faire des essais, il y a des stratégies de base.
* Une solution est accessible à tous.
* Il existe divers niveaux de preuve.
* On peut donc dévoluer le problème : c'est notre projet.

Difficultés :

C'est la première situation, il faudra encourager pour ne pas avoir trop de blocages.

Démarches et arguments possibles :

- cette propriété est vraie pour certains nombres, fausse pour d'autres	conception erronée de la règle du débat n°1
- c'est vrai : preuve sur quelques exemples, peu nombreux, ou avec un nombre particulier (j'ai essayé avec 1000 !)	empirisme naïf, expérience cruciale conception erronée de la règle du débat n°2
- tentative de preuve intellectuelle : par exemple : j'essaie de prouver que $n^2 - n$ est toujours pair, puis que la somme d'un nombre pair et de 11 est toujours premier	calcul sur des énoncés
- c'est faux : contre-exemple 11, ou tout multiple de 11, ou 41, ou…	Un contre-exemple suffit…

Déroulement et gestes
Le déroulement fait référence à celui du problème ouvert tel qu'il est décrit dans l'ouvrage “ Problème ouvert et Situation-problème ”.
Nous annonçons les phases :

* recherche individuelle (insister)
* recherche en groupe
* obligation pour le groupe de se mettre d'accord sur une réponse et une explication de cette réponse
* formulation sur une feuille A4
* débat : la classe aura à charge de décider de la validité des diverses réponses et de leurs explications.

gestes	**étapes du déroulement**
" 6 est-il premier ?" *" et 49 ?"*	Appropriation du problème - après lecture individuelle de l'énoncé, vérifier la compréhension de la notion de "nombre premier".
Ne pas laisser percevoir d'indication de validité, encourager sans que les étudiants puissent se guider sur les paroles du formateur. *On ne reformule pas la consigne*	Recherche individuelle
<u>pendant la recherche</u> : ***repérer** pour les faire parler dans l'ordre :* *1. un groupe qui pense que c'est vrai (exemples)* *2. un qui pense que c'est vrai pour certains nombres, faux pour d'autres,* *3. un groupe qui conclut : je ne sais pas* *4. éventuellement : un groupe qui essaie un calcul sur des énoncés pour prouver que c'est vrai,* *5. ...* *enfin un qui tranche à l'aide du contre-exemple* *<u>fin de la recherche</u> :* *"vous écrivez la réponse du groupe et vous expliquez ce qui vous rend sûr de votre réponse"*	Recherche en groupes Formulation
On ne reformule pas la consigne. *Les règles de conduite sont de favoriser la prise de parole et l'écoute, et de faire s'exprimer les avis sans laisser percevoir le nôtre.* *Exemples d'intervention :* *" Qu'est-ce qui vous fait penser que c'est vrai ?* *Comment expliquez-vous votre résultat ?* *Est-ce que tout le monde est d'accord avec cet avis ? "...* *Si aucun contre-exemple n'est proposé :* *"dans un autre groupe, quelqu'un a essayé avec :* *55... ($2981 = 11\times 271$), ou avec* *41... ($1651 = 13\times 127$)...*	Débat

<u>Institutionnalisation</u> :

<u>Les règles du débat</u>

Les mathématiciens se sont mis d'accord sur des règles qui permettent construire leur raisonnement et de décider si une propriété est soit vraie, soit fausse.

Distribuer la fiche des trois premières règles du débat, qui sera ultérieurement complétée :

<u>REGLES DU DEBAT MATHEMATIQUE</u>

Règle n°1 En mathématiques, une propriété qui se présente sous forme d'un " énoncé clos " est **soit vraie, soit fausse.**

Règle n°2 **Des exemples ne suffisent pas** pour prouver qu'une telle propriété est vraie.

Règle n°3 **Un contre-exemple suffit** pour prouver qu'une telle propriété est fausse.

Règle n°4 **...**

C'est seulement pour " les énoncés clos " qu'on peut décider du vrai ou du faux

<u>exemples:</u> la phrase : " *Un naturel pair est divisible par 4* " peut être vraie ou peut être fausse, ce n'est pas un énoncé clos.

la phrase : " *Tout naturel pair est divisible par 4* " est fausse.
La phrase : " *Quelque soit le naturel n, n est divisible par 4* " est fausse.
Ce sont deux énoncés clos (le domaine est précisé, on dit de quels éléments il s'agit).

Recherche orale d'un énoncé clos.

<u>Bilan sur le déroulement du débat</u>

Lors du débat, chacun a avancé ses propres arguments. C'est ce qui permet de les confronter et de faire évoluer le débat. On vous propose de fonctionner dorénavant de la même façon et de considérer que :
1. Tout le monde a de bonnes raisons de penser ce qu'il pense.
2. Ces raisons sont tellement bonnes pour mieux comprendre qu'elles méritent d'être rendues publiques.

4.2 Grille 1 d'observation pendant le travail individuel

blocages		
essai sur un seul exemple puis arrêt		
essais sur quelques exemples pour lesquels la phrase est vraie	réponse: VRAI	
	pas de conclusion	
production d'un contre-exemple	réponse: FAUX	
	pas de conclusion	
	renvoi à un autre type de preuve	
tentatives de preuves intellectuelles		

Bibliographie

Bibliographie

ANSELMO et al., (94), Pratique de l'évaluation formatrice, éd. IREM de Lyon

ARSAC G. et al., (84), *La pratique du problème ouvert,* éd. IREM de Lyon.

ARSAC G. et al., (88), *Problème ouvert et situation problème,* éd. IREM de Lyon.

ARSAC G. et al., (92), *Initiation au raisonnement déductif au collège,* éd. PUF de Lyon.

BALACHEFF N., (87), *Processus de preuve et situations de validation,* Educational Studies in Mathematics, vol.18 n°2, éd. D. Reidel Publishing Compagny.

CHEVALLARD Y., (88), *Le concept de rapport au savoir, Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel,* Séminaire de didactique des mathématiques et de l'infirmatique, n° 108, Equipe de didactique des mathématiques, IREM de Grenoble.

CHEVALLARD Y., (92), *Concepts fondamentaux de la didactiques : perspectives apportées par une approche anthropologique,* Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 12 n°1, pp. 73 - 111, éd. La Pensée Sauvage.

DURRAND-GUERRIER V., (96), *Logique et raisonnement mathématiques ; défense et illustration de la pertinence du calcul des prédicats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication,* Thèse d'Etat.

FAVRE D., REYNAUD C. (98), *L'animation des débats socio-cognitifs : les règles à respecter et les capacités à développer pour être animateur,* Actes des XXèmes Journées Internationales sur la Communication, l'Education et la Culture Scientifique et Technique : Formation à la médiation et à l'enseignement.

LAKATOS I., (76), *Proofs and Refutations,* éd. Cambridge University Press.

NUNZIATI G.,(90), *Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice,* in Cahiers Pédagogiques n°280

PEIX A., TISSERON C., (98), *Le problème ouvert comme moyen pour réconcilier les futurs professeurs d'école avec les mathématiques*, Petit x, n° 48, pp 5-21, éd IREM de Lyon

ROBERT A., (92), *Projets longs et ingénieries pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie. Un exemple : un enseignement annuel de licence en formation continue,* Recherche en Didactique des Mathématiques, vol. 12 n°2.3, pp. 181 - 220 , éd. La Pensée Sauvage.

TITRE	**ANALYSE D'UNE FORMATION EN MATHEMATIQUES EN LICENCE DE SCIENCES DE L'EDUCATION**
AUTEURS	Annie PEIX, Paul PLANCHETTE, Jean-François ZUCCHETTA, Professeurs de mathématiques, chargés de cours à L'ISPEF (LYON 2)
DATE	Mai 2001
NIVEAU	Etudiants non scientifiques de licence ayant pour projet la préparation au professorat d'école.
MOTS-CLES	ingénierie de formation, rapport aux mathématiques, recherche, preuve, situations d'apprentissage niveau collège.

RESUME

Le point de départ de la recherche, menée de septembre 97 à septembre 99, est l'élaboration et la mise en œuvre effective d'une formation en mathématiques pour les étudiants de licence de sciences de l'éducation (ISPEF-Lyon 2) se destinant aux métiers de l'enseignement. Cette formation vise en particulier, pour ces étudiants en majorité non scientifiques, à modifier le rapport aux mathématiques des étudiants, à développer une méthodologie de recherche, à favoriser l'apprentissage de la preuve en mathématiques, et à permettre la réactivation ou l'apprentissage de notions mathématiques.

Dans le **tome 1**, on trouvera la description générale de la formation, la description d'une pratique de formation au travers du déroulement de certaines séquences, l'analyse a priori de ces séquences, des exemples de documents destinés aux étudiants, et une première étude des effets à court et moyen terme de la formation. Tous ces éléments sont aisément transposables à l'enseignement en collège voire en lycée, que ce soit pour le choix des situations, pour leur conduite qui inclut l'animation de débats, ou pour les documents (cours, exercices, corrigés, tâches à erreurs, QCM) utilisés lors des séances.
Tous ces éléments sont transposables aisément à l'enseignement en collège et même lycée, que ce soit pour le choix des situations, pour leur conduite qui inclut l'animation de débats, ou pour les documents distribués en cours.

Le **tome 2** présente l'étude des caractéristiques du public étudiant, en particulier l'analyse des démarches de recherche et de preuve, et d'autres éléments d'évaluation de la formation.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	N° ISBN
A4	47	2-906943-44-4