Université Henri Poincaré
NANCY 1
I.R.E.M. de Lorraine

# Le Théâtre au service de l'algèbre

**Niveau 5ème**

Ce travail a été réalisé avec le soutien de la

M.A.F.P.E.N. de l'Académie de Nancy-Metz

© Edité et imprimé par l'**Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques** - (Université Henri Poincaré - NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 4ème trimestre 1997
n° de la publication : 2-85406-158- 6
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRÉ

Les auteurs :

Josette BEAUJEAN

Michèle MUNIGLIA

Isabelle RAULET

Lysiane ROMELOT

# Introduction

Le calcul sur les relatifs et la découverte de l'algèbre sont deux des difficultés fondamentales du programme de la classe de 5ème.

Les avoir réunies dans une progression s'aidant du théâtre, c'est le propos de ce fascicule qui donne au professeur tenté par l'expérience, une progression en sept séances qui permet de clarifier de façon quasi définitive les points difficiles évoqués.

Bien que la méthode pédagogique proposée fasse appel au "théâtre", il ne s'agit pas d'un simple gadget pédagogique de plus à utiliser ponctuellement : il s'agit d'une progression rigoureuse qui prend en compte deux points de vue : le point de vue mathématique et le point de vue pédagogique.

Du point de vue mathématique, c'est une série d'activités (7 au total) qu'il est possible de commencer dès le début de l'année scolaire à raison d'une séance par semaine suivie d'un ou deux exercices rapides qui permettront au professeur de mesurer l'impact de la séance de théâtre. Il ne faut pas hésiter à recommencer une activité qui semblerait ne pas avoir porté ses fruits.

Les objectifs proposés sont :

1 - Découverte du calcul sur les relatifs.
2 - Calculs sur les relatifs par le biais de la résolution d'équations avec vérification.
3 - Ordre des termes dans une somme algébrique.
4 - Réduction des termes semblables.
5 - ak + bk = a(b+k)
6 - Introduction de la division.
7 - Tester si une égalité comportant deux inconnues est vraie lorsqu'on les remplace par des valeurs numériques données.

A la lecture des objectifs, on comprendra que la résolution des équations sert de prétexte à l'introduction du calcul sur les relatifs et que la richesse de la méthode tient essentiellement dans le fait qu'elle permet une diversité de mises en scène faites à l'initiative des élèves amenant des rapprochements de résultats desquels on tire des règles de calcul.

Du point de vue pédagogique, deux aspects sont à noter particulièrement :

a) la gestion de la classe

Cette activité se déroule avec toute la classe et donne lieu à une gestion d'un travail d'équipe où tous les élèves, quel que soit leur niveau, peuvent se sentir concernés. Le passage par chacune des situations d'acteur, de metteur en scène, de spectateur, donne à l'élève différentes façons d'appréhender, de vivre la difficulté. Il est d'ailleurs tout à fait recommandé de veiller à ce que chacun ait l'occasion de se trouver dans les trois situations. Un point important pour la réalisation : elle a lieu dans un nouvel espace : le théâtre, ce qui permet de couper avec le contexte habituel de la classe.

b) la géométrisation

En plus de l'aspect ludique dégagé dans le paragraphe précédent, il faut s'attarder sur le fait que cette méthode permet une traduction géométrique des règles formelles et abstraites. Ainsi, par exemple, la distinction entre transposition et division s'appuiera sur des différences de plan : la transposition se déroule sur un plan frontal alors que la division nécessite un déploiement dans une direction perpendiculaire à ce plan frontal. On peut penser que le processus d'"image mentale" est à l'oeuvre et que les élèves ont un véritable point d'appui lorsqu'ils se retouvent seuls, face à leur feuille.

La méthode proposée est donc faite des deux points de vue développés : le choix de la progression mathématique et le dispositif pédagogique. Il ne faut pas négliger l'importance du lien entre les deux qui se fait par le biais du retour permanent à une activité "papier crayon" de traduction du jeu théâtral. Cette étape très importante permet, petit à petit, un cheminement vers l'abstraction dont l'aboutissement réussi est la rupture avec le théâtre qui ne subsiste dans un premier temps que comme image mentale pour disparaître totalement si l'apprentissage est fait. On peut noter à la lecture des exercices proposés que le théâtre n'est opérationnel que pour des nombres simples. L'examen des exercices rapides proposés montre que l'on évolue vers l'abstraction en proposant aux élèves des nombres à virgule qui n'ont pas de signification théâtrale.

Même si les fractions ont une représentation théâtrale qui est la verticalité, on se limite à l'utilisation de fractions simples : $\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{1}{4}$. On atteint d'ailleurs ici les limites de la méthode. Si la mise en scène se complique, le jeu théâtral n'est plus un véritable outil. L'aboutissement est peut être justement au moment où l'élève préfère l'écriture mathématique à la réalisation théâtrale qui devient fastidieuse.

# Préambule

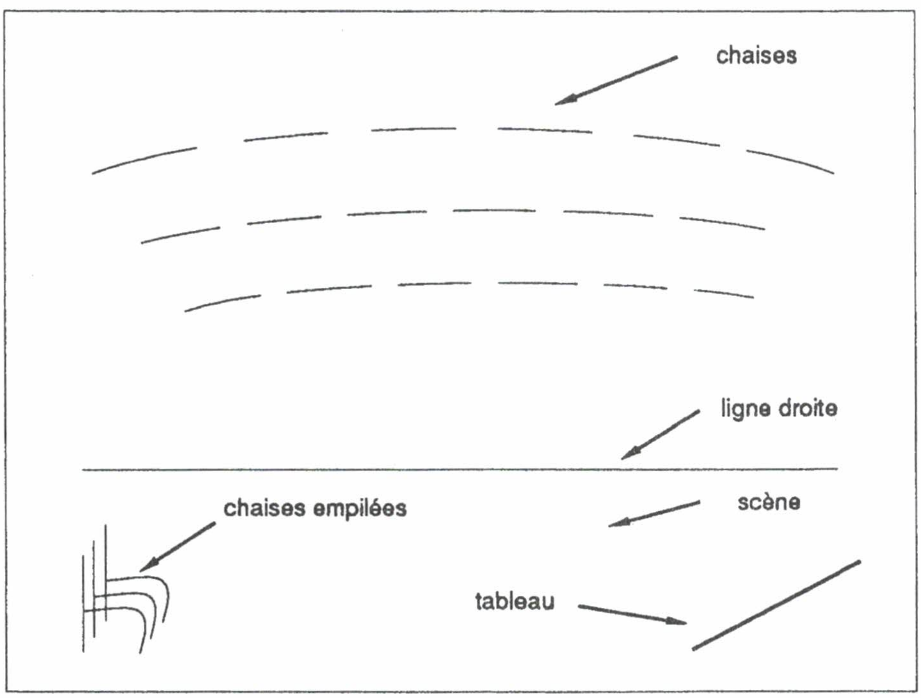
Ce préambule précise les données matérielles et techniques permettant un déroulement optimal des séances théâtrales proposées.

## I - Données matérielles

### *a) le lieu.*

Le lieu idéal est une salle différente de la salle de classe. Il faut y créer un nouvel espace : le théâtre constitué de deux ou trois rangées de chaises disposées en arc de cercle et d'une zone libre matérialisant la scène. Cette installation peut nécessiter une mise en place relativement fastidieuse. Il faut la gérer en responsabilisant des équipes d'élèves qui la prendront en charge avant le début du cours et aussi après.

Sur cette scène, on disposera un tableau, de préférence dans un angle. On y placera aussi quelques chaises empilées. On matérialisera une ligne droite sur le sol face aux chaises des spectateurs.



*b) le matériel.*

La méthode nécessite l'achat de 2 lots de masques de même forme, l'un de couleur noire, l'autre de couleur rouge. L'expérimentation a été faite avec des loups que l'on peut se procurer dans des boutiques de déguisements.

## II - Données techniques

*a) la tenue de l'acteur.*

La méthode proposée fait intervenir un jeu corporel qui nécessite une rigueur d'exécution reposant sur quelques principes simples :

- position verticale correcte, sur la ligne, pieds à plat légèrement écartés pour une bonne stabilité, jambes tendues, buste droit, épaules basses, bras le long du corps, tête en léger double-menton.

- déplacements dans le sens de la marche, nets et sans bavure :

    1 - autour de la chaise : départ de la ligne et arrivée sur la ligne en veillant à la synchronisation dans le cas de déplacements d'un groupe d'élèves.

    2 - d'un même côté de la chaise : on fera effectuer des déplacements latéraux pour les regroupements d'acteurs d'une même famille : tous de dos ou tous de face.

    Pour les acteurs de familles différentes, on réalisera des couples : les acteurs qui se déplacent font d'abord un pas en arrière puis vont se mettre face aux acteurs avec lesquels ils formeront autant de couples qu'il est possible. Ces couples quitteront alors la scène au plus court et sans gêner le spectacle.

*b) le metteur en scène.*

En principe, l'élève metteur en scène est un volontaire.

A partir de l'équation écrite au tableau, il appelle autant d'élèves que l'équation le demande. Il traduit alors l'équation en plaçant les élèves et la chaise sur la ligne en veillant à une tenue impeccable des acteurs [voir II a)]. (Cas particulier de $-x$ : l'élève masqué est d'abord placé face au public puis retourné avec un commentaire du metteur en scène : "Arthur masqué représente $x$, on le retourne il représente $-x$"). Il décide et ordonne les déplacements. Après chaque mouvement de scène, il fait traduire mathématiquement le tableau théâtral. Cette traduction est écrite par chaque élève spectateur sur la feuille et par le professeur au tableau.

Bien veiller à ce que le metteur en scène soit attentif à son spectacle sans le gêner.

Et maintenant, bon spectacle !

# 1ère séance

## I - OBJECTIF :

Découverte du calcul sur les relatifs.

## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose de réaliser la résolution de quatre équations :

① $x + 1 = 4 - 2$
② $x + 2 = -2 - 1$
③ $x - 1 = 2 + 3$
④ $x - 2 = -3 + 2$

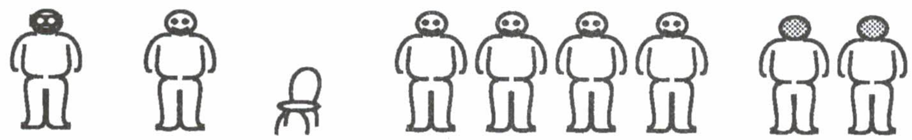
Les équations sont proposées sans discours préalable et permettent de découvrir tous les types de calcul.

## III - REALISATION THEATRALE :

$$\boxed{① \quad x + 1 = 4 - 2}$$

### *a) Mise en place :*

L'équation est écrite au tableau par le professeur qui dirige la mise en scène. Pour cela, il demande huit élèves volontaires qu'il dispose selon le schéma ci-dessous :



Les élèves sont alignés sur un repère du sol existant ou à créer, tout en respectant les règles de tenue.

### *b) Commentaires faits aux élèves :*

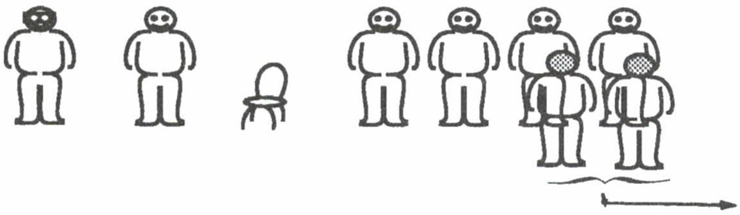
Ils sont faits par le professeur qui passe auprès de chaque élève ou de chaque groupe d'élèves en précisant :

- l'élève masqué face au public représente $x$
- l'espace suivi d'un élève **face au public** représentent $+ 1$
- la chaise représente le signe "égal"
- quatre élèves groupés face au public représentent 4
- l'espace suivi de deux élèves groupés dos au public représentent $- 2$

Les commentaires étant faits, le professeur metteur en scène sollicite la relecture de l'équation à partir du tableau théâtral.

***c) Mouvements de scène :***

1 - Le premier mouvement de scène donne une image de la réalisation du calcul du membre de droite. Il consiste à réaliser des couples avec les acteurs qui ont la possibilité de se mettre face à face : les deux élèves dos au public font un pas en arrière puis se déplacent latéralement pour se placer devant deux élèves face au public.

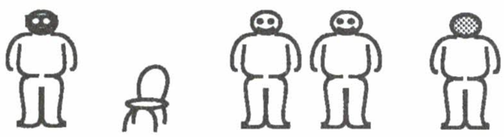


Après s'être donné la main, les couples ainsi formés quittent la scène. On a alors :

qui se traduit par : $x \quad + \quad 1 \quad = \quad 2$

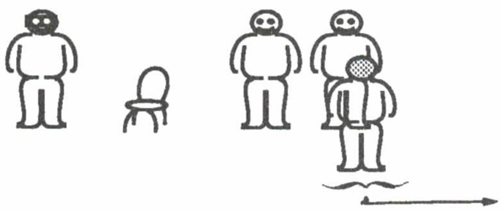
lu par un élève puis écrit au tableau par le professeur.

2 - Le deuxième mouvement de scène a pour but d'isoler l'élève masqué. Pour cela l'élève face au public à gauche de la chaise , tourne autour de celle-ci dans le sens de la marche jusqu'à atteindre le repère en se retrouvant dos au public, selon le schéma :



On lit : $x \quad = \quad 2 \quad - \quad 1$ puis on l'écrit au tableau.

3 - Le troisième mouvement de scène qui terminera la résolution est du type du premier : on forme un couple à droite de la chaise, il quitte la scène selon le schéma :



$x \quad = \quad 1$ lu puis écrit au tableau

② $x + 2 = -2 - 1$

### a) Mise en place :

La mise en scène est réalisée par un élève volontaire et les consignes sont les mêmes que pour la 1ère équation.

### b) Commentaires faits aux élèves :

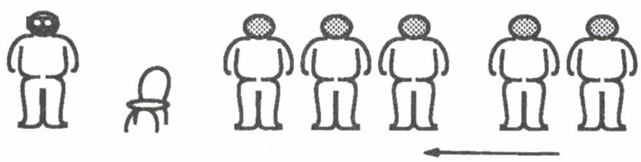
Ils sont faits par l'élève metteur en scène avec l'aide du professeur si nécessaire. Après chaque mouvement de scène, le tableau théâtral est lu par un élève spectateur et écrit au tableau par le professeur.

### c) Mouvements de scène :

1 - Le premier mouvement de scène donne une image de la réalisation du calcul du second membre. Les acteurs étant tous de dos c'est-à-dire tous de la "même famille", on opère un regroupement par déplacement latéral pour obtenir :

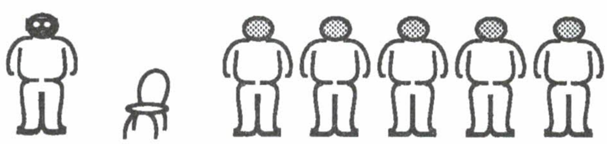
$$x \quad + \quad 2 \quad = \quad -3$$

2 - Par un demi-tour autour de la chaise dans le sens de la marche des deux élèves face au public, on isole l'élève masqué :



$$x \quad = \quad -3 \quad - \quad 2$$

3 - Par un déplacement latéral on effectue un regroupement des élèves de la "même famille" à droite de la chaise :

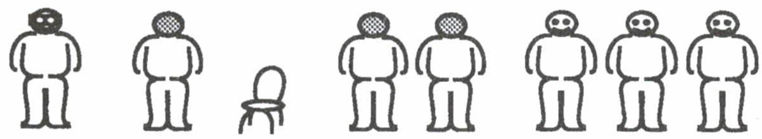


$$x \quad = \quad -5$$

## ③ $x - 1 = -2 + 3$

***a) Mise en place :***

On respecte les mêmes consignes que pour ① et ②

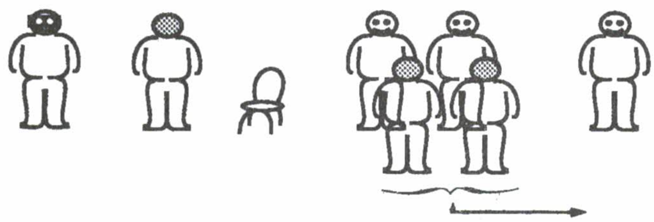


***b) Commentaires faits aux élèves :***

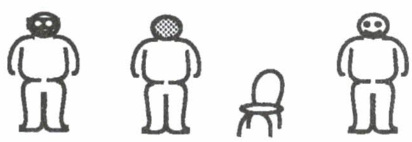
Voir équation ②

***c) Mouvements de scène :***

1 - A droite de la chaise, on réalise deux couples qui quittent la scène :

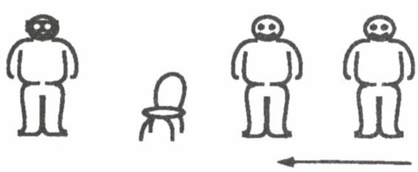


On obtient :



$$x - 1 = 1$$

2 - L'élève dos au public effectue un demi-tour dans le sens de la marche en contournant la chaise par l'arrière ce qui isole l'élève masqué :

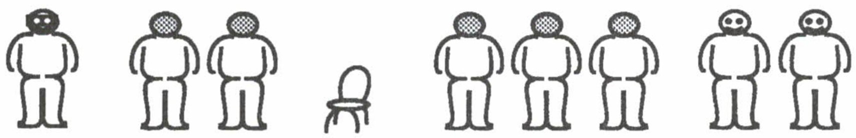


$$x = 1 + 1$$

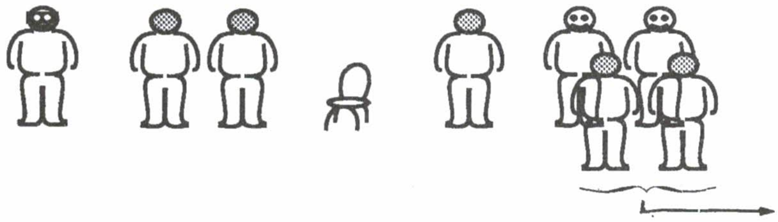
3 - Les élèves à droite de la chaise étant de la "même famille", on effectue un regroupement.

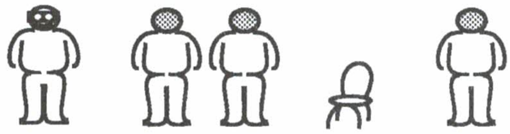
$$x = 2$$

④ $x - 2 = -3 + 2$



On réalise deux couples avec les élèves à droite de la chaise :



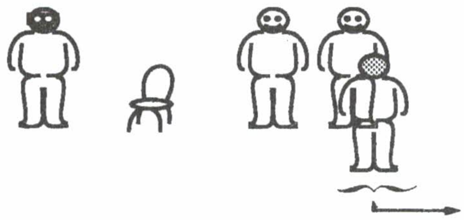


$x \quad - \quad 2 \quad = \quad -1$

On isole l'élève masqué :

$x \quad = \quad -1 \quad + \quad 2$

On réalise un couple avec les élèves à droite de la chaise :



$x \quad = \quad 1$

## IV - APRES LA SEANCE

### 1er rapide

Effectue les calculs :

① 7 − 3
② 4 − 5
③ − 2 − 1
④ − 2 + 7
⑤ 2 − 5
⑥ − 3 − 4
⑦ − 4 − 3
⑨ 1 − 6
⑩ 12 − 20

### 2ème rapide

Effectue les calculs :

① 5 − 9
② 6 + 12
③ − 7 − 3
④ − 12 − 5
⑤ − 8 + 4
⑥ 1 − 3
⑦ − 2 − 7
⑨ 7 − 3
⑩ − 5 + 10

# 2ème séance

## I - OBJECTIF :

Calculs sur les relatifs par le biais de la résolution d'équations.

## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose de réaliser la résolution de quatre équations :

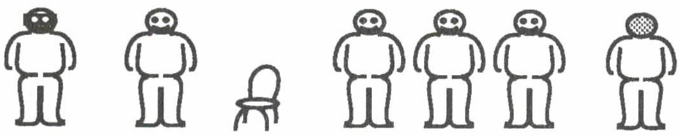
① $x + 1 = 3 - 1$
② $x - 1 = -2 + 3$
③ $x - 2 = -4 + 1$
④ $x + 1 = -2 - 1$

Les équations proposées sont du même type que celles de la 1ère séance afin d'acquérir de l'aisance dans le jeu théâtral et de consolider les acquis du calcul sur les relatifs.

## III - REALISATION THEATRALE :

$\boxed{① \; x + 1 = 3 - 1}$

### *a) Mise en place :*



La mise en place de cette équation est la même que dans la séance précédente.

Toutefois, avant de réaliser ce tableau théâtral, on demande aux élèves de l'imaginer dans leur tête en personnalisant leurs acteurs :

- Fatima masquée face au public.
- un espace.
- Virginie face au public.
- la chaise.
- Pascal, Amandine et Paul groupés face au public.
- un espace.
- Maxime dos au public.

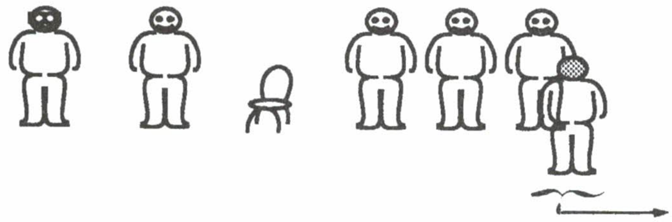
Le metteur en scène sollicite la relecture mathématique de l'équation à partir du tableau théâtral :

$$x + 1 = 3 - 1$$

### *b) Mouvements de scène :*

1 - Le premier mouvement de scène concerne les élèves qui sont à droite de la chaise. Il consiste à réaliser un couple avec les enfants qui ont la possibilité de se mettre face à face. Comme précédemment, le professeur demande aux élèves de l'imaginer :

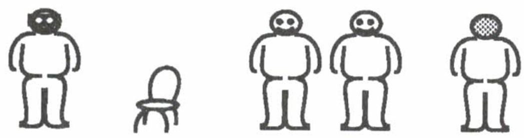
Maxime et Paul forment un couple et sortent de scène.



Ce qui se traduit par : $x + 1 = 2$

2 - Le deuxième mouvement de scène consiste à isoler l'élève masqué à gauche de la chaise.

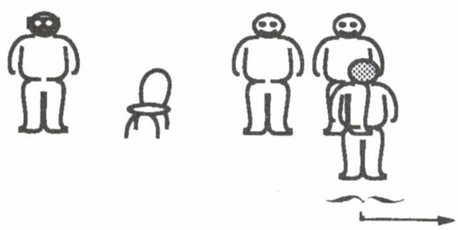
Dans l'imaginaire des enfants : Virginie tourne autour de la chaise dans le sens de la marche c'est-à-dire vers l'avant et s'arrête sur le repère dos au public.



Ce qui se traduit par : $x = 2 - 1$

3 - Le troisième mouvement de scène est le même que le premier. Imaginé par les enfants, cela donne :

Virginie forme un couple avec Amandine, elles sortent de scène.



ce qui se traduit par : $x = 1$

Les équations 2, 3, et 4 nécessiteront les mêmes mouvements de scène (voir 1ère séance)

## IV - REACTIONS DES ELEVES :

Au cours de cette séance, il peut se produire une hésitation entre le premier et le deuxième mouvement de scène : les enfants doivent bien comprendre que les couples et les regroupements se font d'un même côté de la chaise alors que le demi-tour permet de passer d'un côté à l'autre de celle-ci.

## V - APRES LA SEANCE :

| <u>1er rapide</u> | <u>2ème rapide</u> |
|---|---|
| Calcule : | Calcule : |
| ① $-7+3$ | ① $-7{,}5+3{,}5$ |
| ② $2-5$ | ② $2{,}5-5{,}5$ |
| ③ $-3+2$ | ③ $-3{,}3+2{,}1$ |
| ④ $-2-3$ | ④ $-2{,}4-5{,}2$ |
| ⑤ $-5+7$ | ⑤ $-5{,}3+7{,}9$ |
| ⑥ $-20+10$ | ⑥ $-2{,}75+1{,}25$ |
| ⑦ $-30-20$ | ⑦ $-3{,}25-5{,}5$ |
| ⑧ $20-50$ | ⑧ $2{,}15-3{,}65$ |
| ⑨ $-40+60$ | ⑨ $-4{,}65+6{,}75$ |
| ⑩ $-20+30$ | ⑩ $-2{,}3+7{,}1$ |

**VI - INITIATION A LA VERIFICATION :** On pourra utiliser le même déroulement pour toutes les équations.

$$\boxed{① \quad x + 1 = 3 - 1}$$

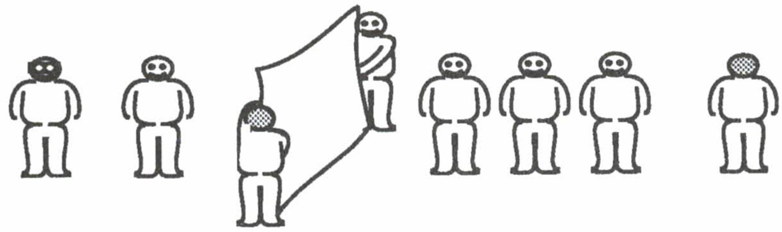
**Acte I :** Est-ce que $x$ peut être égal à $-2$ ?

<u>**Scène 1**</u> :

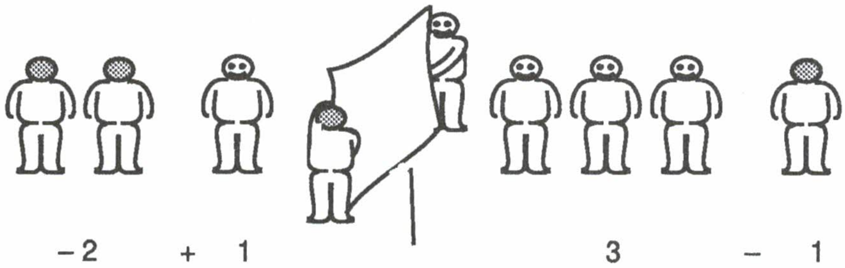
Mise en place : (voir ce qui a été fait en **III a**).

<u>**Scène 2**</u> :

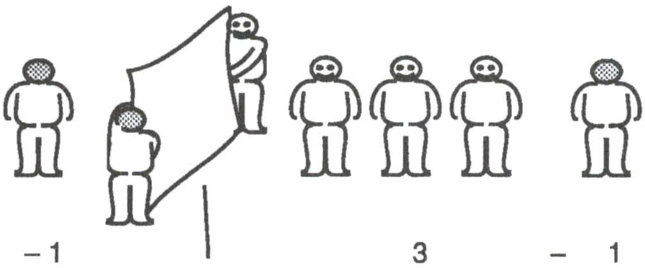
Pendant que le metteur en scène enlève la chaise, deux élèves tendent un drap perpendiculairement au plan de l'équation séparant ainsi les deux membres :



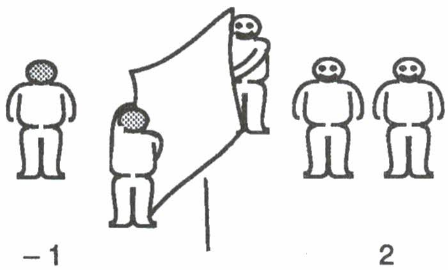
Le metteur en scène remplace l'élève masqué par deux élèves dos au public :




A gauche du drap, on réalise un couple qui sort de scène :




A droite du drap, on réalise un couple qui sort de scène :




Peut-on enlever le drap et remettre la chaise ? Non. Donc si on remplace $x$ par $-2$, il n'y a pas égalité entre les deux membres : $-2$ n'est pas solution de l'équation.

**Acte II** : Résolution de l'équation :

**Scène 1 :**

Mise en place (voir acte I - scène 1)

**Scène 2 :**

Mouvements de scène (voir **III b**)

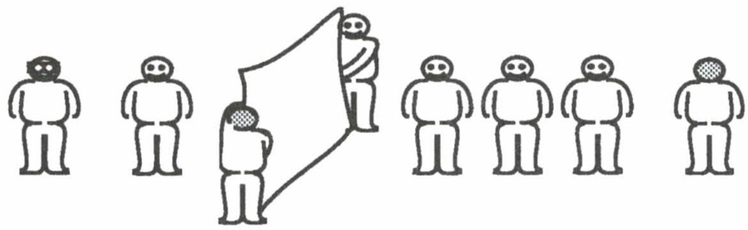
**Acte III** : Vérification :

**Scène 1 :**

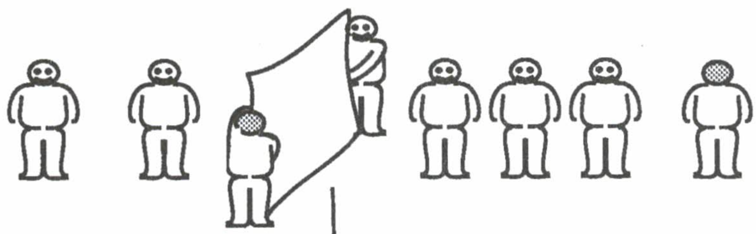
Mise en place (voir acte I - scène 1)

**Scène 2 :**

Pendant que le metteur en scène enlève la chaise, deux élèves tendent un drap perpendiculairement au plan de la mise en place séparant ainsi les deux membres :

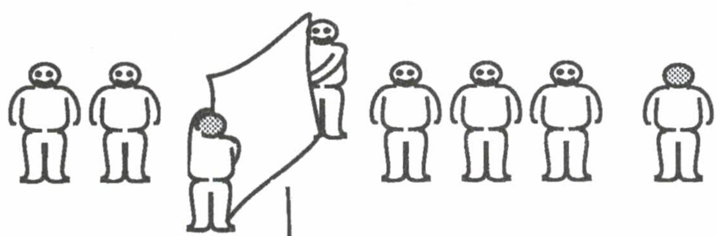


Le metteur en scène remplace l'élève masqué par un élève face au public :



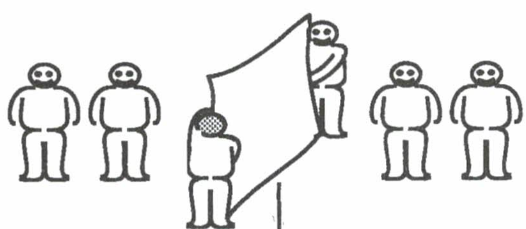
1 + 1 | 3 − 1

A gauche du drap, on réalise un regroupement des deux élèves par déplacement latéral



2 | 3 − 1

A droite du drap, on réalise un couple qui sort de scène :



2 | 2

Peut-on enlever le drap et remettre la chaise ? oui donc si on remplace $x$ par 1, il y a égalité entre les deux membres et 1 est bien la solution de l'équation.

# 3ème séance

## I - OBJECTIF :

Ordre des termes dans une somme algébrique.

## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution de deux équations :

① $x + 2 = 3$
② $x + 4 - 2 = 3$

## III - REALISATION THEATRALE :

$\boxed{① \; x + 2 = 3}$

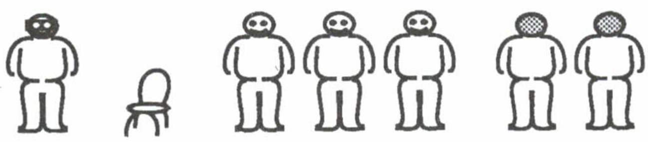
### *a) Mise en place :*

$x \quad + \quad 2 \quad = \quad 3$

### *b) Mouvements de scène :*

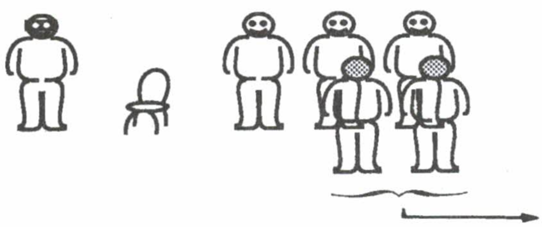
1er cas :

Les deux élèves non masqués situés à gauche de la chaise tournent autour de celle-ci dans le sens de la marche et se placent à droite des trois élèves du second membre :



On lit : $x \quad = \quad 3 \quad - \quad 2$

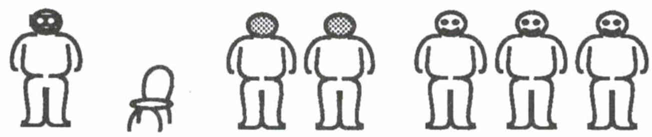
On forme deux couples à droite de la chaise :



On lit $x = 1$

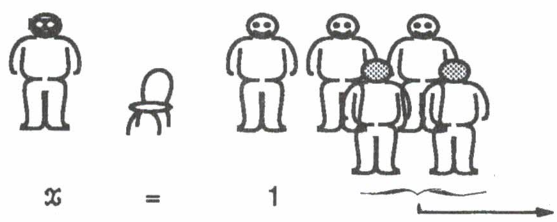
<u>2ème cas</u> :

On crée un espace entre la chaise et les trois élèves du second membre pour accueillir les deux acteurs non masqués situés au départ à gauche de la chaise :



On lit : $x = -2 + 3$

On forme deux couples à droite de la chaise :



$x = 1$

Pendant les mouvements de scène, on aura écrit au tableau :

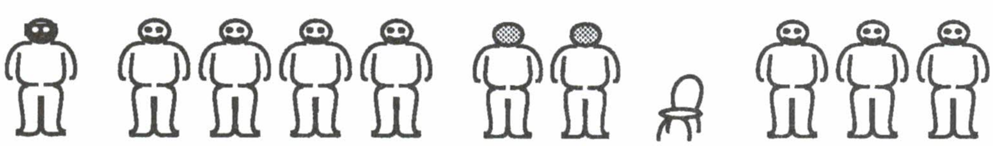
$$\begin{aligned} x + 2 &= 3 \\ x &= 3 - 2 \\ x &= 1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} x + 2 &= 3 \\ x &= -2 + 3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

On fait alors remarquer que :

$$3 - 2 = -2 + 3$$

**② $x + 4 - 2 = 3$**

***a) Mise en place :***



On lit :

$x + 4 - 2 = 3$

***b) Mouvements de scène :***

1er cas :

Les élèves peuvent décider de former deux couples d'élèves non masqués à gauche de la chaise pour se ramener à l'équation n° ① $x + 2 = 3$

L'intérêt de cette démarche est d'insister sur la réduction correcte des termes semblables il ne viendrait en effet à l'idée d'aucun élève d'associer les personnages masqués aux autres.

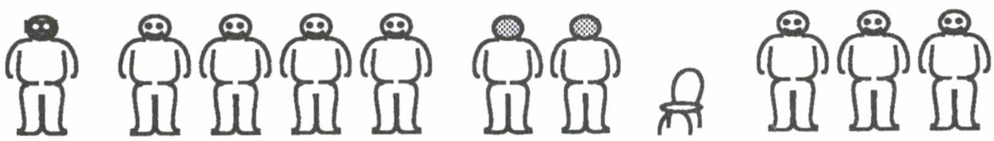
Autres cas :

Ils consistent à isoler $x$ sans calcul préalable. Le déplacement des élèves non masqués à gauche de la chaise donne lieu à 6 situations :

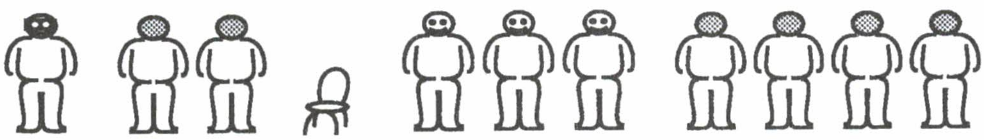
| | | |
|---|---|---|
| $3 - 4 + 2$ | $3 + 2 - 4$ | $-4 + 3 + 2$ |
| $-4 + 2 + 3$ | $2 + 3 - 4$ | $2 - 4 + 3$ |

Elles devront être toutes mises en scène selon les schémas proposés pour deux exemples :

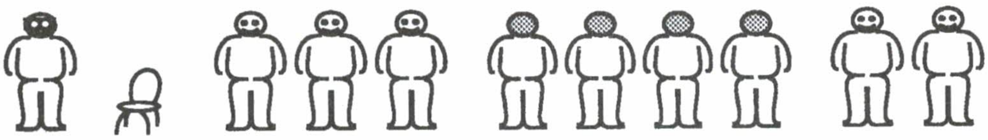
1° exemple :



$x \quad + \quad 4 \quad - \quad 2 \quad = \quad 3$



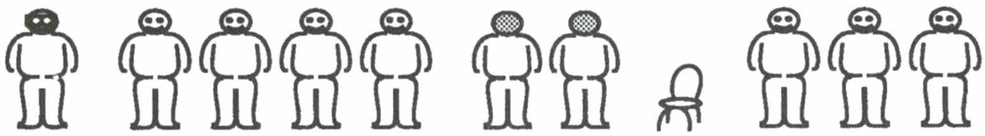
$x \quad - \quad 2 \quad = \quad 3 \quad - \quad 4$



$x \quad = \quad 3 \quad - \quad 4 \quad + \quad 2$

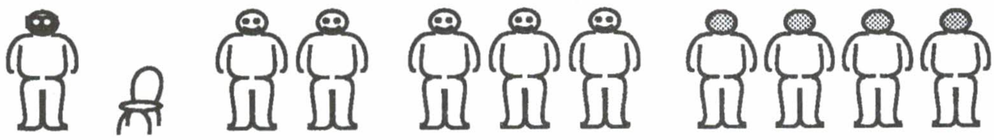
**Remarque** : on arrête la mise en scène dès que $x$ est isolé.

2° exemple :



$$x + 4 - 2 = 3$$

$$x + 4 = 2 + 3$$



$$x = 2 + 3 - 4$$

## IV - APRES LA SEANCE :

### 1er rapide

Ecris autrement sans calculer :

ex : ① $2 + 3 = 3 + 2$

② $5 - 2$

③ $-3 + 7$

④ $-1 - 4$

⑤ $7 - 4$

⑥ $-3 + 1$

⑦ $8 - 12$

⑧ $25 - 50$

⑨ $-100 + 150$

⑩ $-1000 + 1000$

### 2ème rapide

Choisis parmi les trois expressions proposées celle qui est égale à l'expression donnée :

① $2 - 1 - 3$ $\begin{cases} -1 - 3 + 2 \\ 1 - 3 + 2 \\ -3 + 1 + 2 \end{cases}$

② $-10 + 15 - 5$ $\begin{cases} 5 - 10 + 15 \\ -5 + 15 - 10 \\ -5 + 10 + 15 \end{cases}$

③ $-4 + 8 + 2$ $\begin{cases} 2 - 4 - 8 \\ -4 + 2 + 8 \\ -4 - 2 + 8 \end{cases}$

④ $-20 + 15 + 5$ $\begin{cases} -20 + 5 + 15 \\ -15 - 20 + 5 \\ 5 + 20 + 15 \end{cases}$

⑤ $-30 - 60 + 40$ $\begin{cases} 40 + 30 - 60 \\ -60 - 30 + 40 \\ -30 + 60 + 40 \end{cases}$

# 4ème séance

## I - OBJECTIF :

Réduction de termes semblables :

- de proche en proche.
- par regroupement.

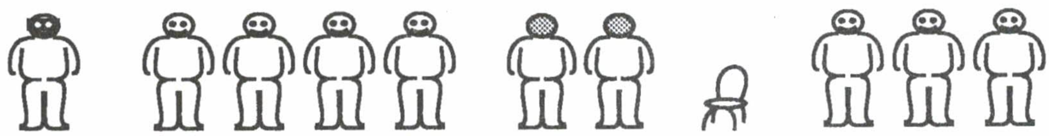
## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On reprend l'équation $x + 4 - 2 = 3$ de la 3ème séance et on termine les calculs.

## III - REALISATION THEATRALE :

$$\boxed{x + 4 - 2 = 3}$$

### *a) Mise en place :*

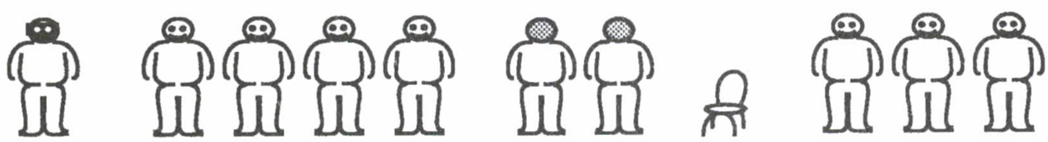


On lit : $x \quad + \quad 4 \quad - \quad 2 \quad = \quad 3$

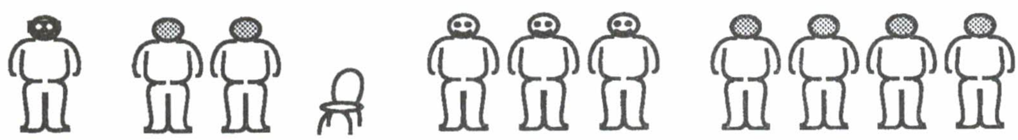
### *b) Mouvements de scène :*

On trouvera deux modèles choisis parmi les six possibles : chaque professeur peut à sa guise en réaliser autant que sa classe le nécessite.

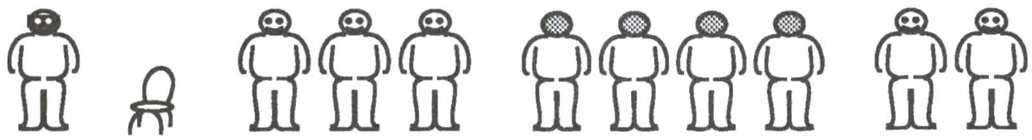
<u>1er exemple</u> :



$x \quad + \quad 4 \quad - \quad 2 \quad = \quad 3$

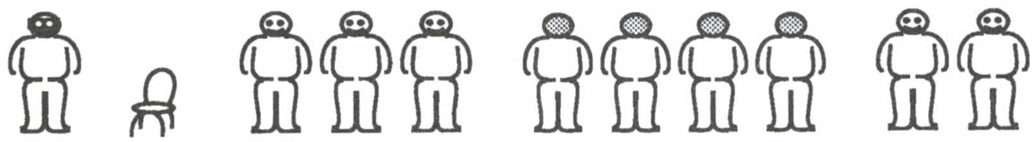


$x \quad - \quad 2 \quad = \quad 3 \quad - \quad 4$

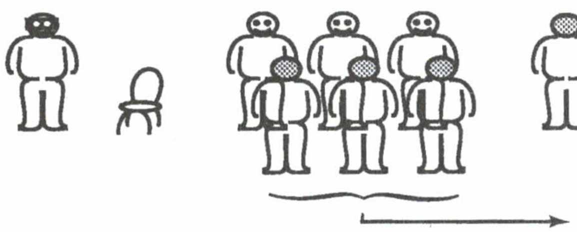


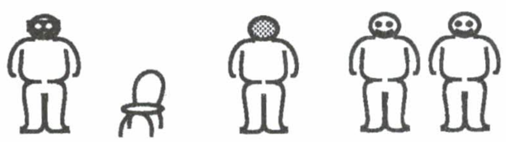
$x \quad = \quad 3 \quad - \quad 4 \quad + \quad 2$

*Calcul de proche en proche* :

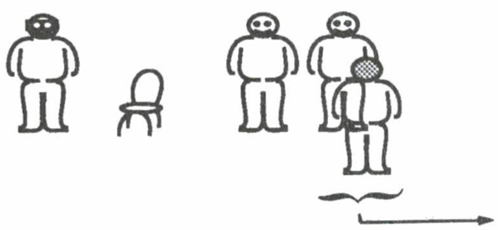


$x \quad = \quad 3 \quad - \quad 4 \quad + \quad 2$



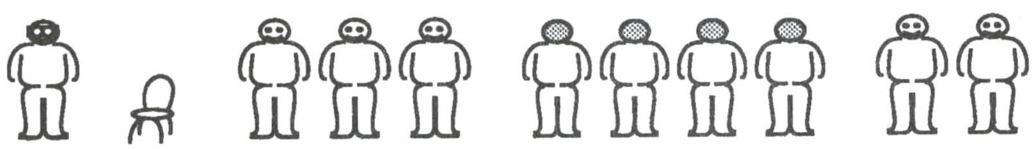


$x \quad = \quad - \, 1 \quad + \quad 2$

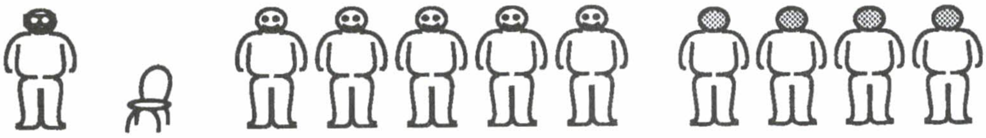


$x \quad = \quad 1$

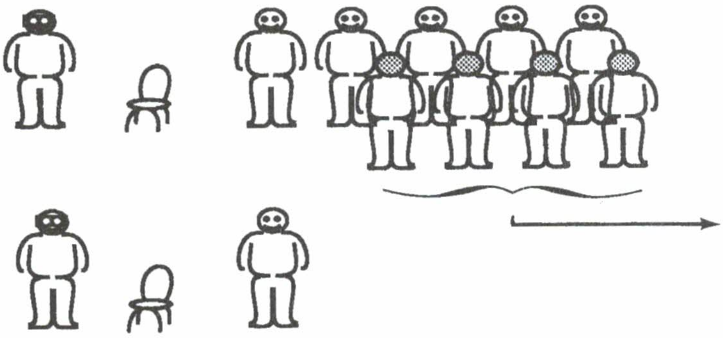
*Calcul par regroupement :*



$x \quad = \quad 3 \quad - \quad 4 \quad + \quad 2$

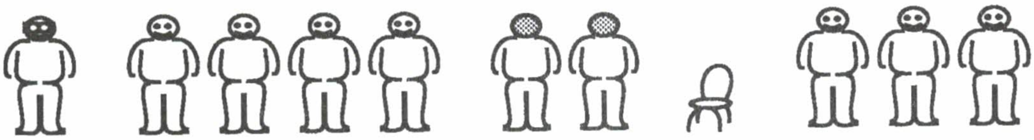


$x \quad = \quad 5 \quad - \quad 4$

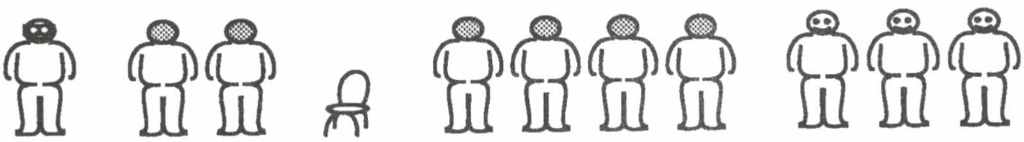


$x \quad = \quad 1$

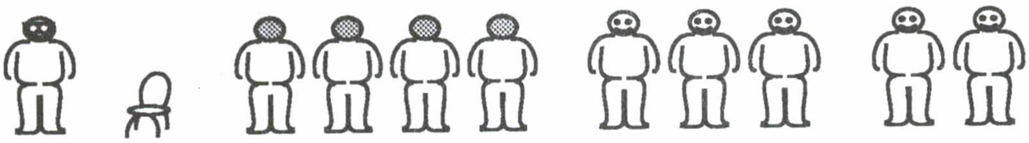
2ème exemple :



$x \quad + \quad 4 \quad - \quad 2 \quad = \quad 3$

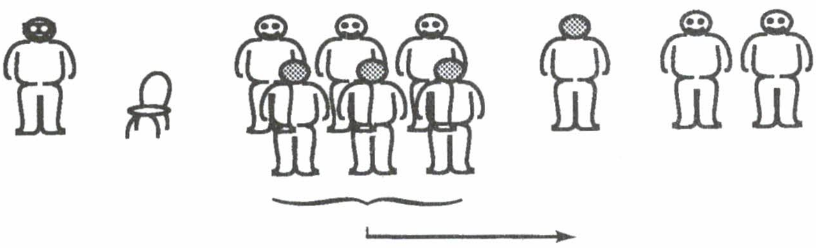


$x \quad - \quad 2 \quad = \quad -4 \quad + \quad 3$

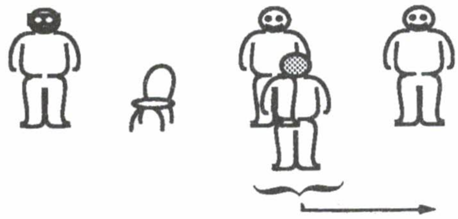


$x \quad = \quad -4 \quad + \quad 3 \quad + \quad 2$

Calcul de proche en proche :

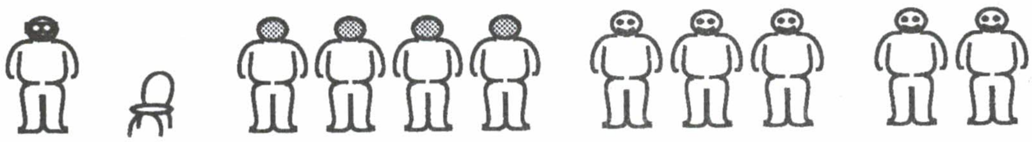


$x \quad = \quad -1 \quad + \quad 2$

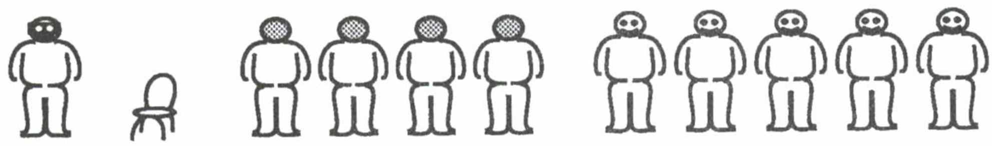


$x \quad = \quad 1$

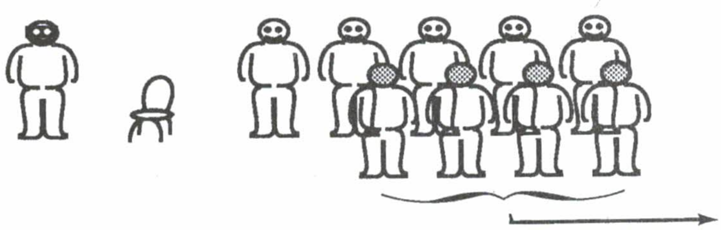
*Calcul par regroupement :*



$x \quad = \quad -4 \quad + \quad 3 \quad + \quad 2$



$x \quad = \quad -4 \quad + \quad 5$



$x \quad = \quad 1$

## IV - APRES LA SEANCE :

### 1er rapide

Calcule :

① $2 - 1 - 3$
② $-10 + 15 - 5$
③ $-4 + 8 + 2$
④ $-20 + 15 + 5$
⑤ $-30 - 60 + 40$
⑥ $-10 + 20 - 12 + 15$
⑦ $7 - 25 - 5 + 20$
⑧ $-13 + 18 - 7 - 8$
⑨ $-50 + 10 + 35 + 15$
⑩ $-100 + 200 - 300 + 100$

### 2ème rapide

Calcule :

① $-5 + 5{,}5 + 0{,}5$
② $-2{,}3 + 12 - 0{,}7$
③ $-4{,}8 - 1 - 0{,}2$
④ $2 - 0{,}4 + 3 - 1{,}6$
⑤ $0{,}5 - 7{,}5 + 3{,}5 - 2{,}5$
⑥ $-1{,}2 + 5 - 0{,}8 + 2{,}5$
⑦ $2{,}2 - 3{,}5 - 2{,}5 + 1{,}3$
⑧ $0{,}25 - 0{,}5 + 0{,}75 - 1{,}5$
⑨ $-4{,}8 + 0{,}2 + 1{,}8 - 13$
⑩ $-12{,}6 + 6{,}1 - 7{,}4 + 3{,}4$

# 5ème séance

## I - OBJECTIF :

$ak + bk = (a + b)\,k$, propriété exploitée pour réduire les sommes algébriques.

## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

① $1 + x - 3 = -3$
② $2x - x = -2 + 1$
③ $-x + 1 + 2x = 3$
④ $3x - 2 - 2x = 1$
⑤ $-2x + 1 + x = -3 + 2$

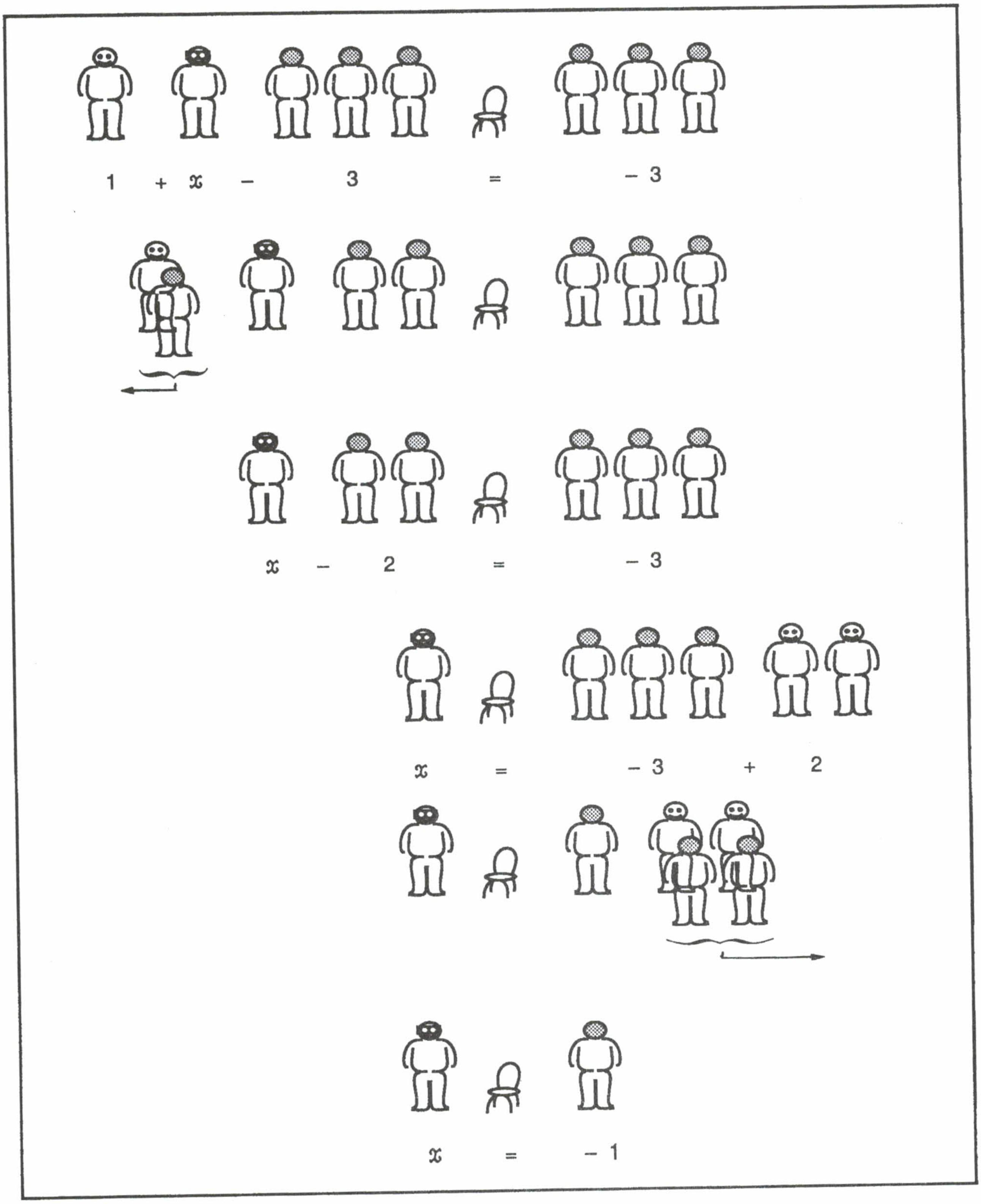
La première équation est du type proposé dans la 4ème séance avec toutefois une difficulté supplémentaire : l'acteur masqué s'intercale entre les acteurs non masqués.

Pour les équations ② ③ ④, on introduit plusieurs masques dans le jeu ce qui amène à les regrouper.

Dans l'équation ⑤, le travail de regroupement conduit à $-x$, difficulté nouvelle qu'il faut gérer.

## III - REALISATION THEATRALE :

$\boxed{① \; 1 + x - 3 = -3}$

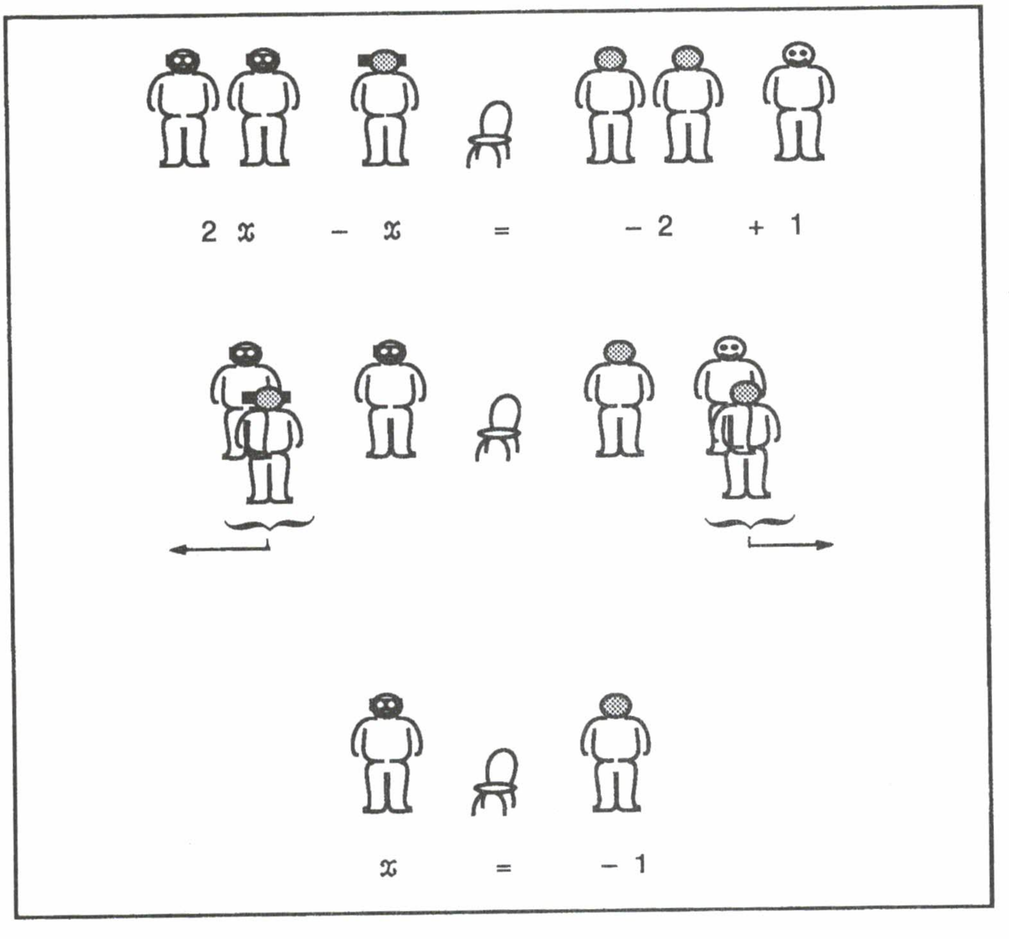


$$\boxed{② \quad 2x - x = -2 + 1}$$

Description de la mise en place :

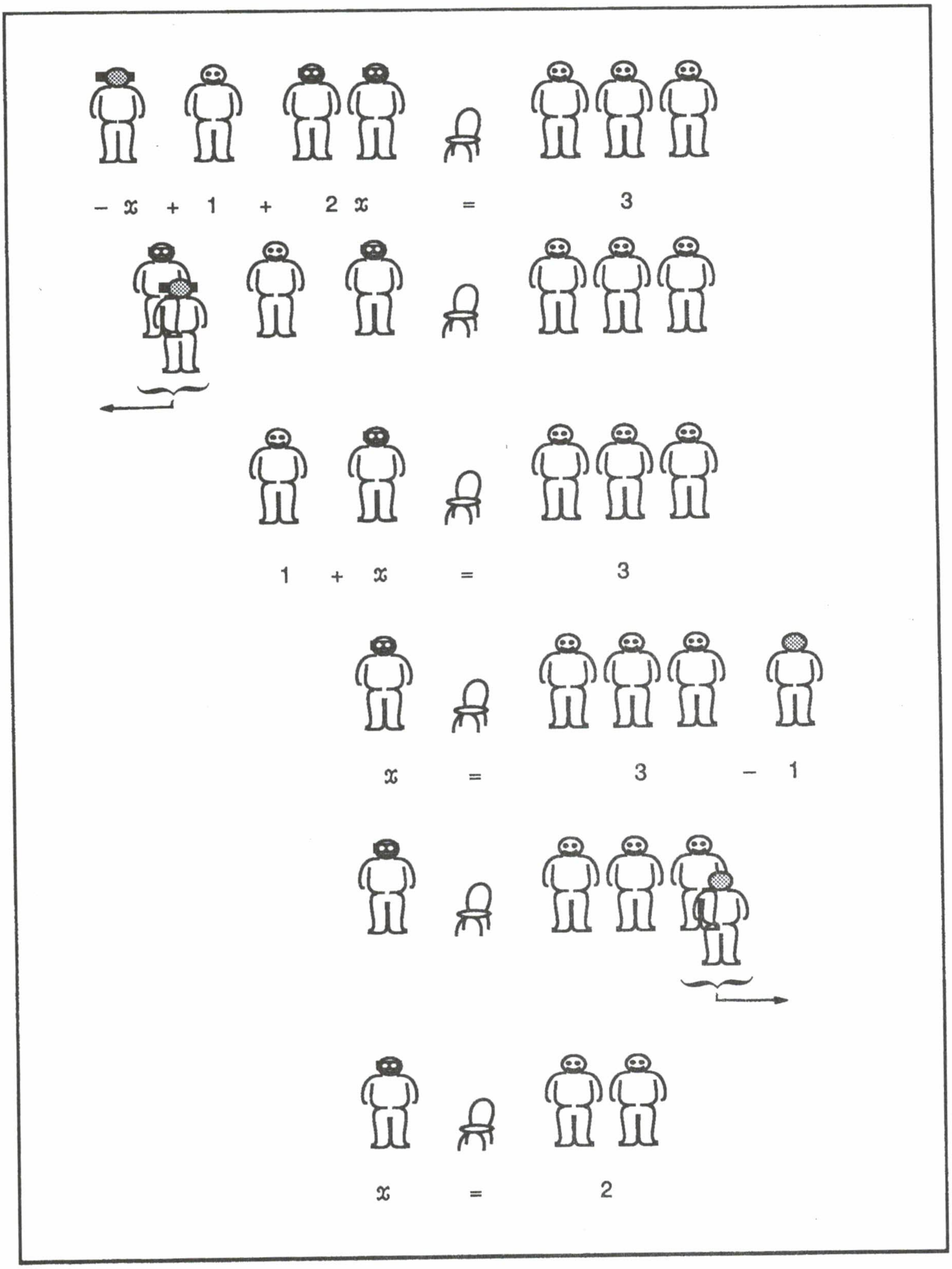
- deux élèves masqués face au public.
- un espace.
- un élève masqué qui se présente face au public et que le metteur en scène met dos au public en disant : "Arthur est un acteur masqué qui représente $x$. Placé dos au public, il représente $-x$". Cette précision s'impose pour éviter la confusion possible entre les acteurs masqués et non masqués dos au public.

- la chaise.
- deux élèves non masqués dos au public.
- un espace.
- un élève non masqué face au public.

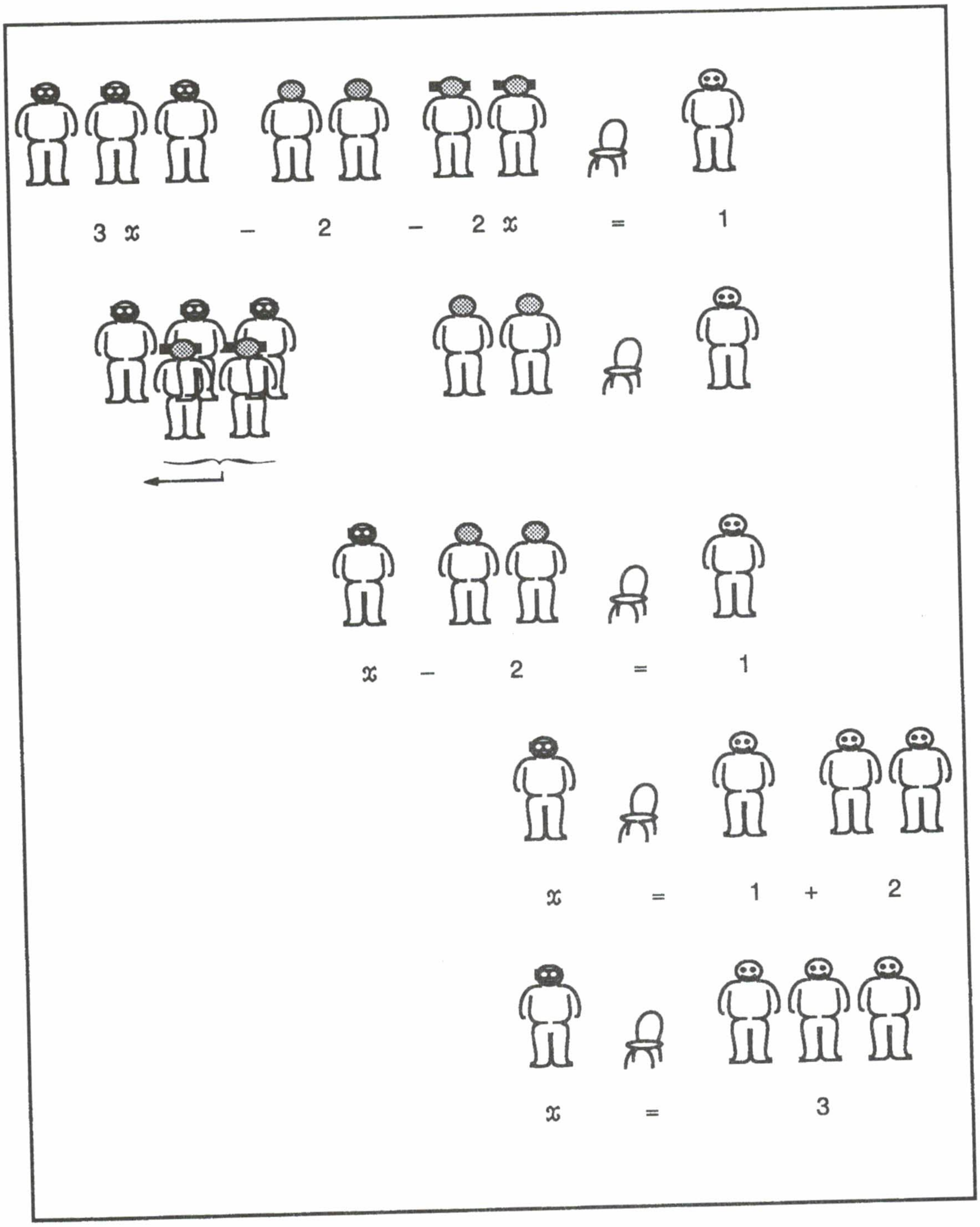



**Remarque** : Si la simultanéité des mouvements de la deuxième étape pose problème, on peut faire deux étapes : l'une concernant les acteurs masqués, l'autre les acteurs non masqués.

③ $-x+1+2x=3$

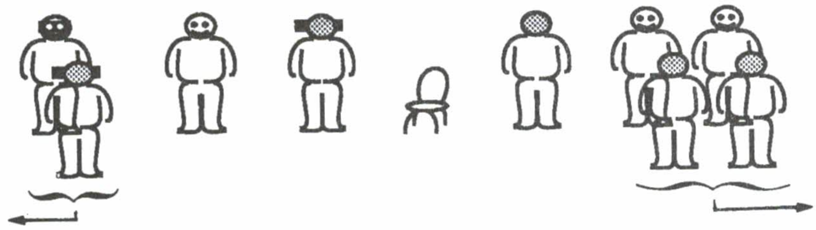


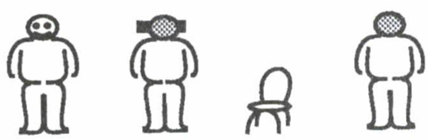
④ $3x - 2 - 2x = 1$



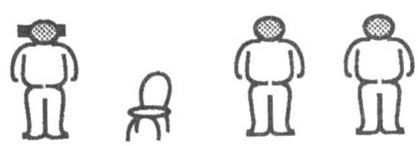
⑤ $-2x + 1 + x = -3 + 2$

$-2x + 1 + x = -3 + 2$





$1 - x = -1$



$-x = -1 - 1$

$-x = -2$

L'élève masqué et les deux élèves de dos tournent simultanément autour de la chaise pour obtenir :

$2 = x$

## IV - APRES LA SEANCE :

<u>1er rapide</u>

Réduis les expressions :

① $2x + 3x$
② $5x - 2x$
③ $2x - 3x$
④ $4x - x$
⑤ $6a - 5a$
⑥ $7a - 8a$
⑦ $1 + 5x + 3$
⑧ $4x + 5 - 2x$
⑨ $3x - 1 - 4x$
⑩ $5x - 3 - 4x + 2$

<u>2ème rapide</u>

Résous les équations :

① $3x - 2x = 2$
② $5x - 4x = -7$
③ $-x + 2x = 8$
④ $-2x + 3x = 4$
⑤ $5x - 4x = -2 + 3$
⑥ $x - 3 + 1 = -2$
⑦ $5 + x - 2 = 4$
⑧ $x - 2 - 3 = -7$
⑨ $8 + x - 10 = -1$
⑩ $2x - 3x = -6 + 2$

**Remarque** :

Cette séance et les rapides développent le savoir-faire suivant :

1 - on regroupe les acteurs masqués : leur point commun est le masque qui joue le rôle de facteur commun : par ex. : $2x + 3x$

2 - il reste à compter les personnes restantes après le regroupement par déplacement latéral. Dans l'exemple : 5 personnes.

3 - Elles portent un masque : donc dans l'exemple $5x$ soit :

$$2x + 3x = (2 + 3)x = 5x$$

# 6ème séance

## I - OBJECTIF :

Introduction de la division comme opération inverse de la multiplication.

## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose la résolution des équations :

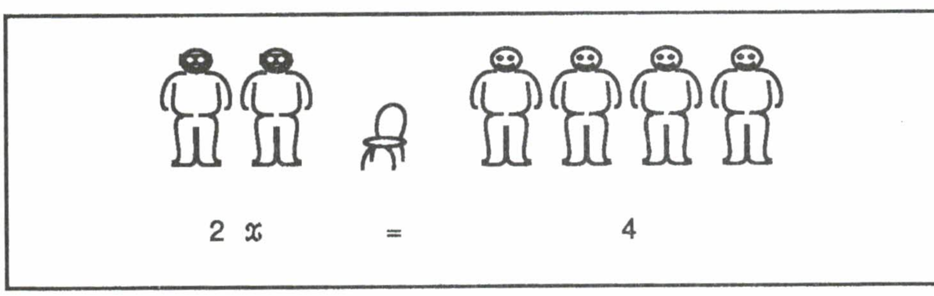
① $3x + 1 - x = 5$
② $-x - 2 + 4x = 4$
③ $3x - x - 1 = 4$
④ $4x - 1 - x = 1$

Les quatre équations proposées se traitent de la même façon que celle de la 5ème séance pour aboutir à une difficulté supplémentaire : la division.

## III - REALISATION THEATRALE :

① $\boxed{3x + 1 - x = 5}$

Par un travail de regroupement et de transposition, on arrive à : $2x = 4$



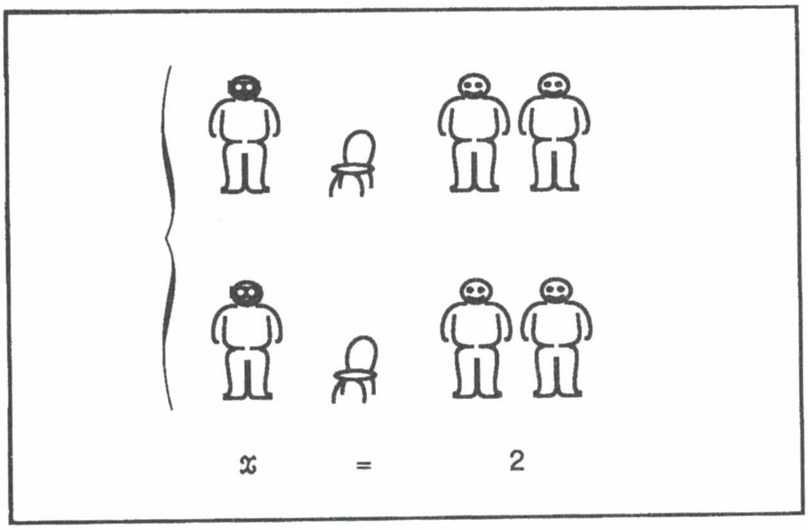

La première idée suggérée à partir de la mise en place initiale des six élèves nécessaires pour "écrire" l'équation, est d'essayer d'investir la méthode et les règles vues précédemment, c'est-à-dire que l'un des $x$ va se déplacer...

Mais très rapidement la situation théâtrale met en évidence que l'isolement d'un "$x$" ne peut être réussi de cette façon.

La nécessité d'un nouveau mouvement de scène se fait alors sentir et c'est cela qui est important. Même si les enfants ne sont pas capables de l'inventer complètement sans l'aide du professeur, ils en ont ressenti le besoin.

La seule façon, ici, de séparer les "$x$" est donc de dédoubler l'équation en obligeant à un déploiement dans l'espace selon la direction perpendiculaire au plan de travail précédent...

Ainsi on introduit assez naturellement une nouvelle chaise et, tout aussi naturellement, les quatre élèves à droite de la chaise vont se partager de façon équitable pour obtenir deux équations identiques :



② $- x - 2 + 4x = 4$

Par un travail de regroupement et de transposition on arrive à : $3x = 6$

A partir de cette situation, l'élève metteur en scène doit introduire trois chaises pour résoudre le problème et obtenir : $x = 2$

③ $3x - x - 1 = 4$

Pour cette équation on obtient $2x = 5$

L'intérêt du déplacement dans l'espace n'est pas valable, comme on pourrait le penser, uniquement pour les opérations qui tombent "juste"...

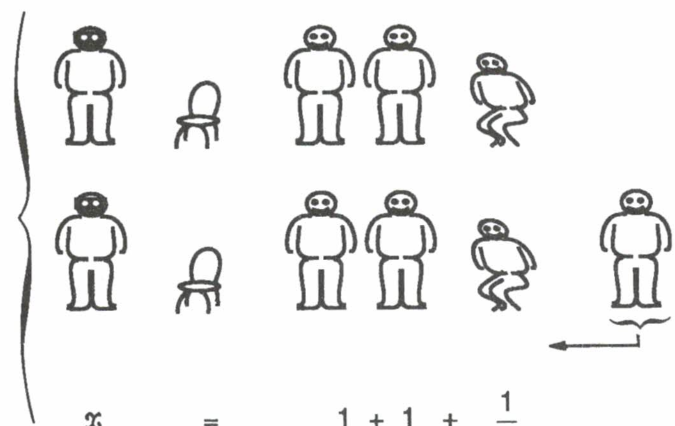
Le début du mouvement centre l'intérêt sur le partage en deux (ce qui est fondamental pour éviter les "valses hésitations" que l'on connaît trop entre $\frac{2}{5}$ et $\frac{5}{2}$ ! )

Mais, les deux "$x$" une fois partagés comme précédemment, il reste le problème des cinq élèves.

Deux stratégies sont alors possibles :

- ou bien quatre élèves, comme tout à l'heure, se partagent en 2 et il en reste 1, pour lequel il va falloir inventer un mouvement de scène. Les propositions sont multiples et celle qui a été finalement retenue est : l'élève restant s'accroupit et fait appel à un camarade qui vient lui aussi s'accroupir pour compléter la 2ème équation.

  La solution apparaît dès lors sous la forme :

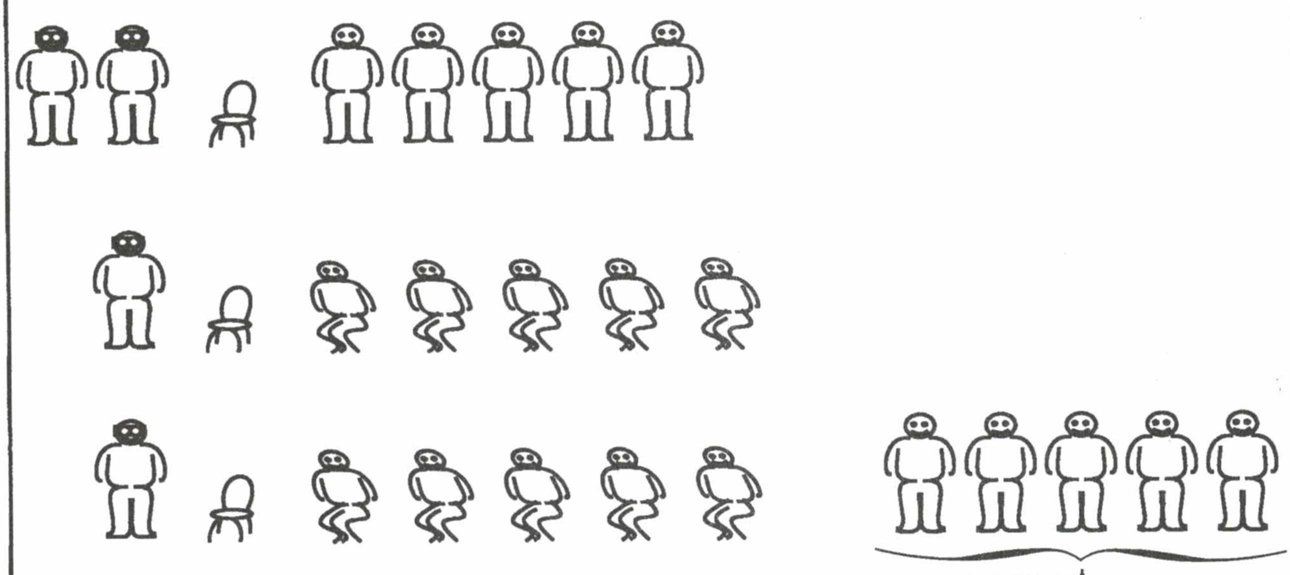


$$x = 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

- ou bien chaque élève s'accroupit et fait appel à un camarade afin de compléter la deuxième équation ce qui conduit cette fois à la solution sous la forme :

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

conformément à la mise en scène représentée sur la figure suivante :



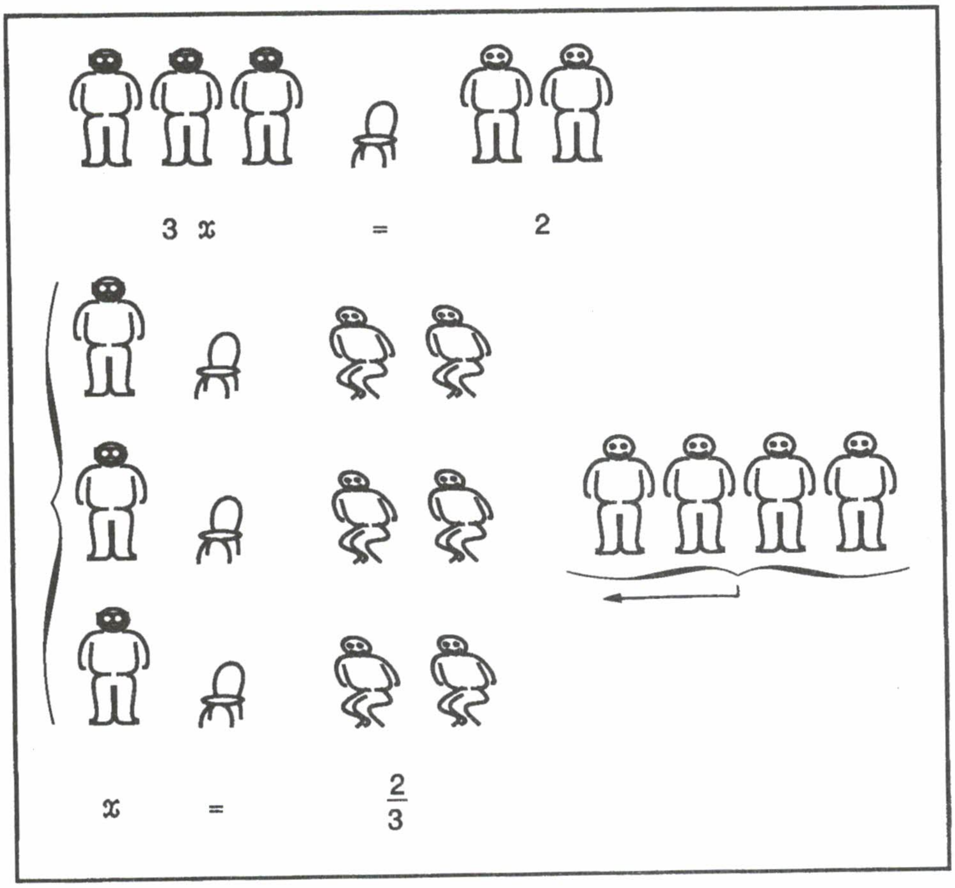
Les "$x$" se séparent et les cinq élèves du membre de droite s'accroupissent en faisant chacun appel à un élève pour représenter l'autre moitié...

Séparation en deux équations identiques :

$$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\boxed{④\quad 4x - 1 - x = 1}$$

Pour cette équation, on obtient 3 x = 2 : la résolution se fait selon le schéma :




## IV - APRES LA SEANCE :

### 1er rapide

résous les équations :

① $2x = 4$

② $4x = 16$

③ $5x = 10$

④ $3x = 15$

⑤ $6x = 6$

⑥ $2x = 5$

⑦ $4x = 10$

⑧ $5x = 2$

⑨ $3x = 4$

⑩ $7x = 1$

### 2ème rapide

résous les équations :

① $2x - x = 7$

② $-x + 3x = 4$

③ $2x - 1 = 5$

④ $-4 + 3x = 2$

⑤ $5x - x = 8$

⑥ $2x - 1 = 4$

⑦ $3x - x = 7$

⑧ $x + 3x = 10 - 1$

⑨ $8x - x = -2 + 3$

⑩ $x + 3x - 1 = 6$

# 7ème séance

## I - OBJECTIF :

Tester si une égalité comportant deux inconnues est vraie lorsqu'on les remplace par des valeurs numériques données.

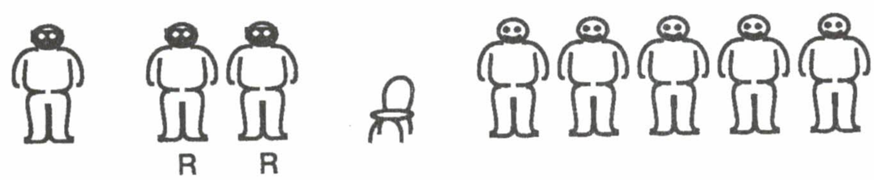
## II - DEMARCHE PEDAGOGIQUE :

On propose d'étudier une équation à deux inconnues : $x + 2y = 5$. On remplace $x$ et $y$ par deux valeurs et on vérifie si l'égalité est vraie.

## III - REALISATION THEATRALE :

$$\boxed{x + 2y = 5}$$

### *a) Mise en Place :*

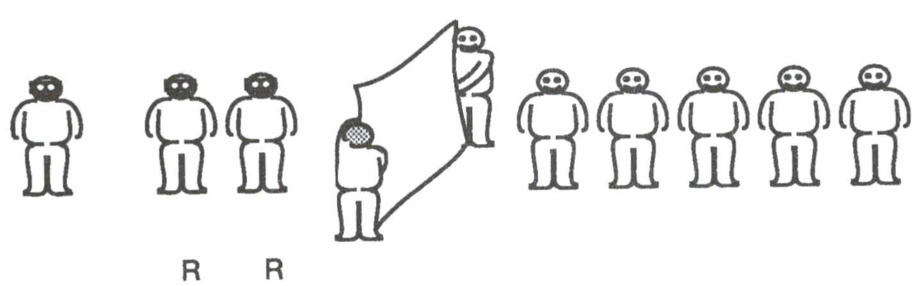


La mise en place théâtrale de cette équation nécessite l'utilisation de deux couleurs de masques. Nous avons indiqué par un "R" sous le dessin les élèves qui portent un masque rouge.

Ceux-ci sont mis à la disposition du metteur en scène qui gère seul la mise en place.

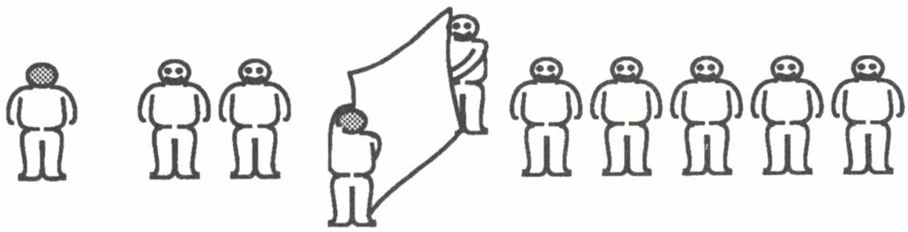
### *b) Mouvements de scène :*

L'objectif étant de vérifier si les valeurs proposées conviennent, le seul dispositif théâtral nouveau est de remplacer la chaise par un drap (tenu par deux élèves) permettant de traiter chaque membre de l'équation isolément.

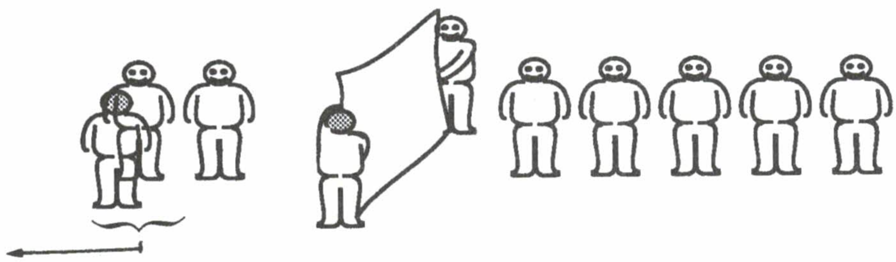


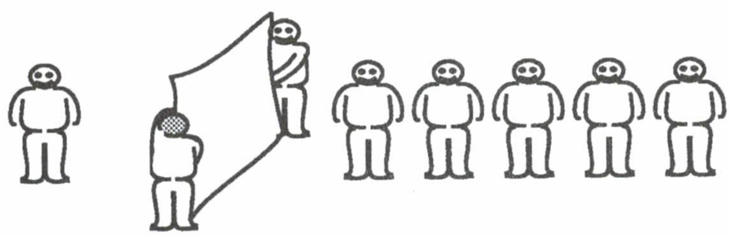
1 - On propose les valeurs $x = -1$ et $y = 1$

L'élève portant le masque noir sort de scène pour être remplacé par un autre élève qui se place dos au public pour représenter la valeur $-1$. Chacun des élèves portant un masque rouge sort de scène pour être remplacé par un autre élève qui se place face au public pour présenter la valeur 1.



On lit : $-1$ + 2 5





On fait alors lire le résultat à gauche : 1 et le résultat à droite : 5. Ils ne sont pas égaux donc on ne peut pas remettre la chaise.

Si on remplace $x$ par $-1$ et $y$ par 1, l'égalité n'est pas vraie.

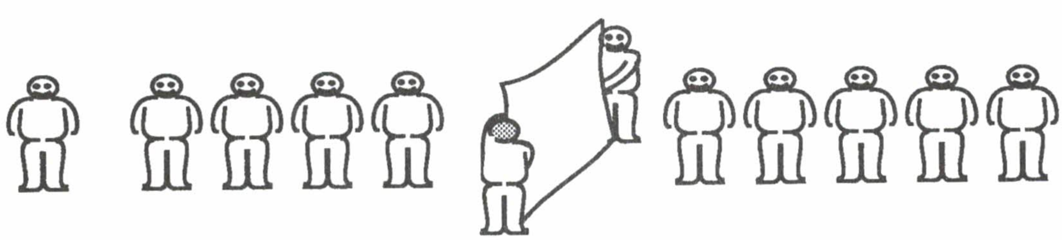
On écrira au tableau au fur et à mesure :

$x + 2y = 5$

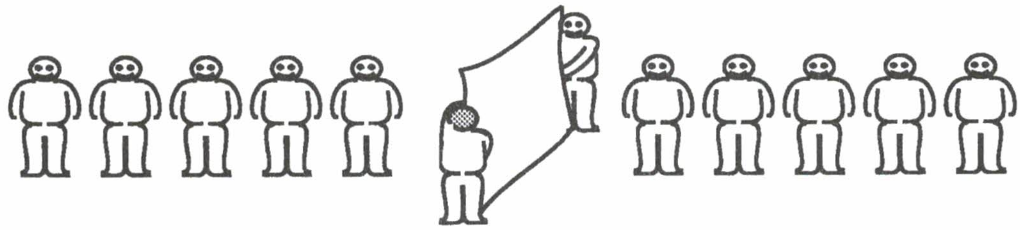
$$\begin{array}{c|c} -1 + 2 & 5 \\ 1 & 5 \end{array}$$

2 - On propose les valeurs $x = 1$ et $y = 2$

L'élève portant le masque noir sort de scène pour être remplacé par un autre élève qui se place face au public pour représenter la valeur 1. Chacun des élèves portant un masque rouge sort de scène pour être remplacé par deux autres élèves qui se placent face au public pour représenter la valeur 2.



On lit : 1 + 4 5



Résultat à gauche : 5
Résultat à droite : 5

Les résultats sont égaux donc on retire le drap et on remet la chaise. Si on remplace $x$ par 1 et y par 2, l'égalité est vraie.

On écrira au tableau au fur et à mesure :

$x + 2y = 5$

| | |
|---|---|
| 1 + 4 | 5 |
| 5 | 5 |

3 - On propose les valeurs $x = 2$ et $y = 1$

La démarche est la même que celle décrite dans le **III b)** ①

Au tableau :

$x + 2y = 5$

| | |
|---|---|
| 2 + 2 | 5 |
| 4 | 5 |

Si on remplace $x$ par 2 et y par 1, l'égalité n'est pas vraie.

4 - On propose les valeurs $x = -1$ et $y = 3$

La démarche est la même que celle décrite dans **III b)** ②

Au tableau :

$x + 2y = 5$

| | |
|---|---|
| – 1 + 6 | 5 |
| 5 | 5 |

Si on remplace $x$ par – 1 et y par 3, l'égalité est vraie.

<u>Remarques</u>

Après les situations ① et ②, il est vivement conseillé de laisser les élèves proposer des valeurs. En effet, dans la classe d'expérimentation, les élèves ont eux-mêmes proposé les couples (2, 1) ; (3, 1) ; (5, 0) pour lesquels la vérification théâtrale n'a pas été utile. Puis le couple (4, 0,5) a été proposé : la mise en scène permettant de réinvestir les acquis des scènes précédentes a été réalisée. Enfin, la séance s'est terminée sur une multitude de propositions de plus en plus complexes : (0, 2,5) ; (2 ; 1,25) (7, – 1) ; (105, – 50).

## IV - APRES LA SEANCE :

1er rapide

Choisis la ou les équations pour lesquelles on a une égalité vraie :

| | | |
|---|---|---|
| ① | $2x + y = 4$<br>$2x + 3y = 1$ | $x = 2 \; ; \; y = -1$ |
| ② | $5x + y = 11$<br>$x + y = 5$ | $x = 2 \; ; \; y = 7$ |
| ③ | $x + y = 10$<br>$2x + y = 8$ | $x = 9 \; ; \; y = 1$ |
| ④ | $x + 2y = 1$<br>$3x + y = 6$ | $x = 1 \; ; \; y = 3$ |
| ⑤ | $x + y = 3$<br>$3x + 3y = 9$ | $x = 1 \; ; \; y = 2$ |

2ème rapide

Choisis les valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie :

① $x + 2y = 9$ — ($x = 0$ et $y = 5$) ou ($x = 1$ et $y = 4$)

② $x + 5y = 7$ — ($x = -3$ et $y = 2$) ou ($x = 1$ et $y = 10$)

③ $4x + 2y = 20$ — ($x = 1$ et $y = 8$) ou ($x = 5$ et $y = 1$)

④ $y + 3x = 7$ — ($x = 0$ et $y = 2$) ou ($x = 2$ et $y = 1$)

⑤ $2x + 2y = 10$ — ($x = 1$ et $y = 4$) ou ($x = 4$ et $y = 1$)

Résumé :

Ce fascicule propose une méthode en 7 séances de découverte de l'algèbre au niveau 5ème.

Bien qu'axée sur un travail corporel, la méthode n'est pas un simple gadget mais bien un cheminement progressif vers une utilisation familière de la lettre.

D'autre part, elle développe le calcul sur les relatifs (additions, soustractions, sommes algébriques, distributivité...) et permet un apprentissage quasi définitif de ces notions difficiles.