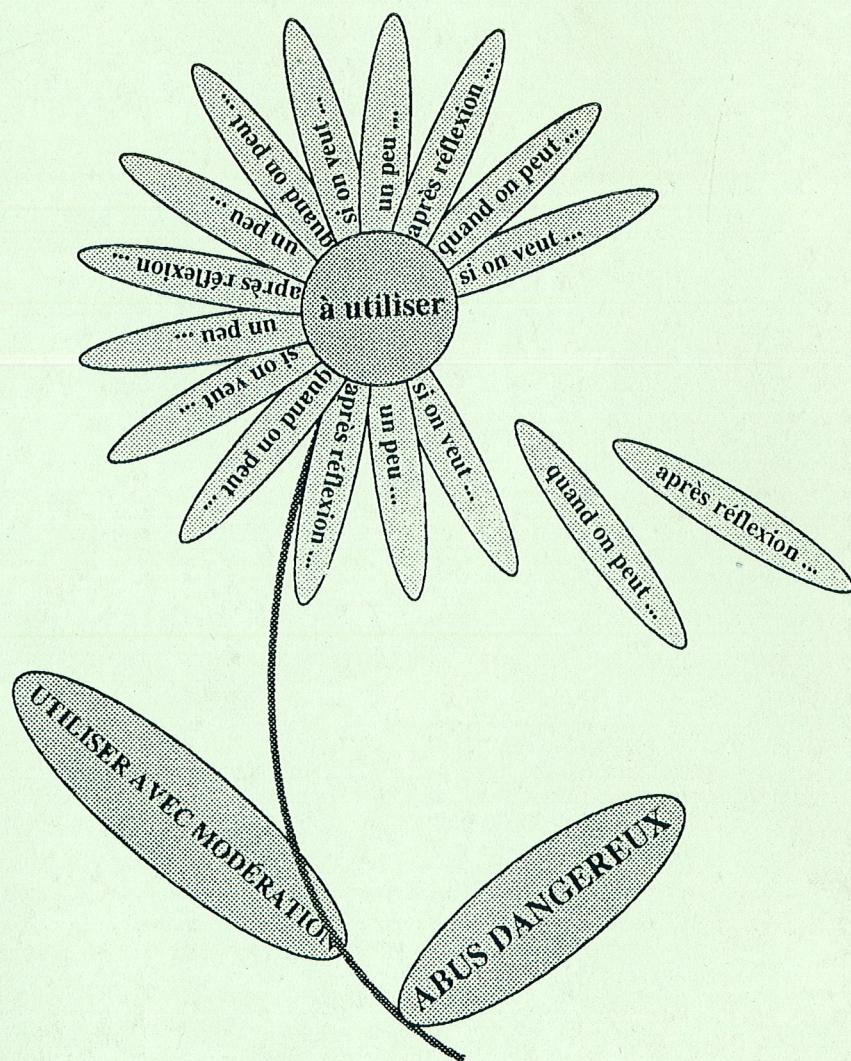




123, Avenue Albert Thomas - 87060 LIMOGES CEDEX
Téléphone : 55 45 72 49 - Télécopie : 55 45 73 20
Adresse électronique : irem@unilim.fr

SECONDE

*Un Fichier
de
Connaissances
à Compléter
avec
la classe*





SECONDE

123, Avenue Albert Thomas - 87060 LIMOGES CEDEX
Téléphone : 55 45 72 49 - Télécopie : 55 45 73 20
Adresse électronique : irem@unilim.fr

***Un Fichier de Connaissances
à Compléter
avec la classe***

Ont participé à la rédaction de cette brochure :

Colette CHAUPRADE
Aline COUDERT
Martine GRIMAUD
Madeleine MICHARD
Jean-Luc MILLET
Geneviève PATUREAU
Marie-Madeleine ROUMILHAC

Lycée Raoul Dautry Limoges
Lycée Turgot Limoges
Collège Anatole France Limoges
Collège d'Aubusson
IUFM de Limoges
Lycée Raoul Dautry Limoges
Lycée Pierre Bourdan Guéret

La saisie et la mise en page de ce document ont été effectuées par Bernadette POUGET (IREM de LIMOGES).

SOMMAIRE

A - INTRODUCTION

B - FICHES : MODE D'EMPLOI

- I - Des élèves informés des exigences du programme
- II - Des élèves actifs pendant les phases de synthèse

C - FICHES - ÉLÈVES

Algèbre

- Calcul numérique - Calcul littéral page 1
- L'ordre - Les nombres et les inégalités page 7
- Valeur absolue page 10
- Systèmes linéaires page 13

Fonctions numériques - Statistiques

- Fonctions numériques : généralités page 16
- Fonctions de référence page 19
- Fonctions trigonométriques page 24
- Données statistiques page 29

Géométrie plane

- Configurations en géométrie page 31
- Transformations géométriques page 32

Géométrie dans l'espace

- Généralités page 35
- Orthogonalité page 38

Géométrie vectorielle

- Vecteurs du plan page 41

Géométrie analytique

- Repères du plan page 46
- Distance - Orthogonalité page 50

D - ANNEXES

Annexe 1

- Une taxonomie simplifiée pour les élèves

Annexe 2

- Module : réviser un contrôle

Annexe 3

- Un exemple de progression en seconde

INTRODUCTION

Cette brochure est une partie du travail réalisé pendant deux ans par un groupe d'enseignants dans le cadre d'un GRAF (Groupe de Recherche Action Formation) soutenu par la MAFPEN de LIMOGES sur l'enseignement et l'apprentissage en classe de seconde.

Elle est composée de fiches à utiliser en classe.

Ce sont des outils - parmi d'autres - pour :

- permettre aux élèves d'identifier les objectifs du programme et les aider à organiser leurs connaissances,
- privilégier l'activité de l'élève y compris pendant les phases de synthèse.

Nous souhaitons qu'à la lecture de ces fiches d'autres collègues de collège comme de lycée soient amenés comme nous dans notre enseignement à :

expérimenter - observer - s'interroger - analyser - critiquer

et qu'ils nous fassent part de leur point de vue tant la richesse des échanges dans le groupe a été importante.

C'est cette démarche qui nous a permis d'enrichir nos pratiques et nous l'espérons également les processus d'apprentissage de nos élèves.

FICHES : MODE D'EMPLOI

I - DES ÉLÈVES INFORMÉS DES EXIGENCES DU PROGRAMME

Il nous semble essentiel que l'élève puisse identifier les connaissances qu'il doit acquérir sur chaque partie du programme et sur lesquelles il sera évalué.

Les fiches d'objectifs (**fiches vertes**) ont été construites par le groupe dans ce but. Elles s'inspirent des travaux parus dans différents IREM (notamment IREM de Picardie) et s'appuient sur une taxonomie rédigée en termes simples, accessibles à tous les élèves (voir annexe 1).

Leur élaboration nous a conduits *au niveau de notre enseignement* à :

- dégager, des instructions et des commentaires du programme, les capacités exigibles (plus restreintes que ce qui se fait en classe) pour chaque thème étudié,
- choisir des activités d'apprentissage, des exercices d'entraînement et de réinvestissement qui permettent aux élèves d'atteindre les objectifs visés,
- construire des tests d'évaluation adaptés au profil de la classe, en variant la quantité d'exercices de chaque catégorie (Connaître - Appliquer - Analyser), ainsi que le barème affecté à chacune d'elles, sans pour autant « baisser le niveau ».

Ces fiches sont pour l'élève *un outil* parmi d'autres *au service de son apprentissage...*

- Elles sont distribuées et analysées en classe, ou parfois construites avec les élèves, pendant ou après l'étude d'un thème. Elles précèdent le contrôle, et sont prétexte à sa révision. Chacun des objectifs doit pouvoir être rattaché par l'élève à un élément du cours, à une activité, un exercice ou un problème résolu en classe.
- Elles permettent une meilleure organisation des connaissances et peuvent donner quelquefois du sens, a posteriori, à certaines activités traitées en classe.
- Elles sont le support de séances de module, pour apprendre à réviser, ou à construire un contrôle (voir annexe 2).
- Elles apportent plus de transparence sur le contrat élève-professeur par rapport à l'évaluation.
- Elles facilitent l'évaluation en différenciant les profils d'élèves : (un élève qui obtient 12 de moyenne, uniquement avec les exercices du niveau « appliquer » - qui ont donné lieu à un entraînement systématique - n'a pas le même profil que celui qui obtient la même note avec un équilibre sur les trois niveaux).

La finalité de ce travail est que l'élève s'approprie petit à petit le procédé, et soit en mesure, pour un exercice ou une séquence de classe donnée, d'identifier *de lui-même* les objectifs d'apprentissage sous-jacents.

Cependant l'identification des objectifs reste présente à toutes les séquences tout au long de l'année.

II - DES ÉLÈVES ACTIFS PENDANT LES PHASES DE SYNTHÈSE

Nous organisons nos séquences d'enseignement autour de quatre phases :

- 1) les activités d'apprentissage,
- 2) les synthèses (cours),
- 3) les exercices d'application et d'approfondissement,
- 4) les exercices de réinvestissement (différés).

Pour les phases 1, 2 et 4, nous disposons d'une documentation riche et variée : celle élaborée à partir des brochures des IREM, des CRDP et de l'INRP, des évaluations de la D.E.P. et de l'APMEP, des manuels scolaires, des logiciels, etc., ainsi que celle construite par nous-mêmes.

La gestion de chacune d'elles se fait sous forme de travail de groupes, de « mini-débats » ou de recherches individuelles.

Mais, l'organisation des phases de synthèse nous semble délicate ; plusieurs problèmes se posent, de natures différentes :

- Comment limiter le discours théorique de l'enseignant pour privilégier, à ce moment-là aussi, l'activité de l'élève ?
- Comment aider les élèves à expliciter les notions mathématiques utilisées en tant qu'« outils » dans les situations d'apprentissage ?
- Comment parvenir à une formulation conforme au langage institutionnel ?
- Comment s'adapter au rythme de chacun ? (Beaucoup ne savent pas encore écrire et réfléchir en même temps alors que d'autres ont besoin d'écrire pour comprendre).
- Quelle trace écrite faut-il conserver dans le cahier de cours ?

C'est pour tenter de répondre à ces questions que nous avons élaboré les fiches présentées dans cette brochure (**fiches blanches**).

Elle offre la possibilité de remplacer le cours magistral par des phases d'explicitation ponctuelles placées entre les situations d'apprentissage ; puis l'élève est invité à compléter seul ou en groupe ces fiches au cours d'une phase de synthèse. Elles sont éventuellement enrichies d'exemples et de démonstrations.

L'enseignant gère cette phase comme une activité d'apprentissage. Il reste disponible pour aider les élèves qu'il repère en difficulté devant la tâche et pour recentrer les débats dans les groupes.

Il faut reconnaître que cette démarche est marginale dans le système scolaire actuel. Plusieurs années d'expérimentation nous ont permis d'observer que beaucoup de nos élèves, au début, sont déroutés. La plupart s'adaptent rapidement. La classe de seconde nous semble une classe favorable au changement. L'entrée au lycée, la découverte d'un autre établissement, un découpage horaire sous forme de cours - travaux dirigés - modules, tout cela est nouveau pour eux. Il faut profiter de cette déstabilisation temporaire pour les amener à modifier leurs habitudes et découvrir d'autres « gestes » pour apprendre.

Mais les profils pédagogiques sont très divers et l'enseignant, pour apporter à chacun, se doit de diversifier les approches. Il n'existe pas de méthode « miracle » meilleure que toutes les autres. Aussi restons-nous prudents dans l'utilisation de ces fiches. Elles coexistent toujours avec d'autres approches.

Nous avons tout de même choisi d'en présenter une liste qui couvre à peu près le programme. A chaque enseignant de choisir et d'adapter celles qui lui conviennent.

- Elles sont regroupées en 3 thèmes :
- Calcul algébrique et numérique,
 - Fonctions et Statistiques,
 - Géométrie.

Ce n'est en aucun cas un ordre chronologique (voir un exemple de progression, annexe 3) .

FICHES : ÉLÈVES

CALCUL NUMÉRIQUE - CALCUL LITTÉRAL

Connaître

Les différents ensembles de nombres ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$)

Des notations : $\in$, $\subset$

Du vocabulaire :

- ☐ Notation scientifique, ☐ somme, ☐ produit, ☐ terme, ☐ facteur, ☐ fraction, ☐ numérateur,
- ☐ dénominateur, ☐ opposé, ☐ inverse, ☐ racine, ☐ racine carrée, ☐ solution, ☐ variable,
- ☐ inconnue, ☐ égalité, ☐ équation, ☐ degré, ☐ résoudre, ☐ vérifier, ☐ développer,
- ☐ factoriser, ☐ réduire, ☐ simplifier...

Des méthodes de résolution :

- ☐ Equation du premier degré à une inconnue.
- ☐ Equation produit ($P(x) = 0$ où P est un polynôme factorisé)
en particulier , équation $x^2 = a$.
- ☐ Equation quotient ($\frac{ax + b}{cx + d} = k$).

Des règles de calcul :

- ☐ Sur les produits (développement, factorisation), puissances, quotients, racines.

Réaliser

- ☐ Reconnaître et justifier la nature d'un nombre.
- ☐ Effectuer des calculs numériques comportant des fractions, des puissances, des racines .
- ☐ Modifier des écritures (développer, factoriser , réduire , simplifier...) comportant des quotients, des puissances ...
- ☐ Résoudre :
 - une équation du premier degré à une inconnue,
 - une équation produit,
 - une équation quotient.
- ☐ Reconnaître et contrôler des solutions (d'équations...).
- ☐ Mettre en équation(s) un problème à énoncé.

Organiser

- ☐ Inventer un énoncé correspondant à une équation.
- ☐ Critiquer la résolution d'un problème.
- ☐ Démontrer une égalité.

CALCUL NUMÉRIQUE - CALCUL LITTÉRAL

I - Le statut des lettres en mathématiques

Le langage mathématique utilise des lettres (et des mots) pour désigner dans des conditions diverses des objets mathématiques (géométriques ou numériques).

Avec des lettres, on peut :

a) désigner des objets mathématiques bien déterminés.

a1) Universels (tout le monde les note de la même façon) ; par exemple :

a2) Locaux (dans un problème, un raisonnement, un exposé...) ; par exemple :

b) désigner des objets variant dans certains ensembles pour.

b1) coder un programme de calcul (formule) ; par exemple :

b2) énoncer une propriété ; par exemple :

c) désigner des objets inconnus, coder un problème.

Pour déterminer cette inconnue on doit utiliser des règles de "calcul".

" Tout l'artifice sera de supposer connu ce qui est inconnu de manière à nous donner un moyen facile et direct de recherche..." *Descartes*

II - Les nombres

1) Les nombres entiers naturels ($\mathbf{N}$)

2) Les nombres entiers relatifs ($\mathbf{Z}$)

Il existe des équations qui n'ont pas de solution dans $\mathbf{N}$; par exemple :

L'ensemble $\mathbf{Z}$ des entiers relatifs contient les éléments de $\mathbf{N}$ et

$$\mathbf{Z} = \{ \dots \}$$

3) Les nombres rationnels ($\mathbf{Q}$)

Il existe des équations qui n'ont pas de solution dans $\mathbf{Z}$; par exemple :

L'ensemble $\mathbf{Q}$ des nombres rationnels contient les éléments de $\mathbf{Z}$ et leurs

$$\mathbf{Q} = \{ \dots \}$$

4) Les nombres décimaux ($\mathbf{D}$)

Parmi les nombres rationnels on distingue les nombres décimaux, c'est-à-dire ceux qui peuvent s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{D} = \{ \dots \}$$

On peut écrire les décimaux sous la forme de

5) Les nombres réels ($\mathbf{R}$)

Il existe des équations qui n'ont pas de solution dans $\mathbf{Q}$; par exemple :

Certains nombres (comme) ne peuvent pas s'écrire comme le quotient de deux entiers . Ces nombres ne sont pas rationnels et sont dits

On a les inclusions :

III - Calculer - Transformer des écritures

Les lettres a, b, c et d désignent des nombres réels quelconques.

A - Avec l'addition, la soustraction et la multiplication

<u>Règle des parenthèses :</u>	<u>Règle des signes :</u>
$a + (-b) = \dots$	$a \times (-b) = \dots$
$a + (b + c) = \dots$	$(-a) \times b = \dots$
$a + (b - c) = \dots$	$(-a) \times (-b) = \dots$
$a - (b + c) = \dots$	
$a - (b - c) = \dots$	

Produit nul :

$ab = 0$ si et seulement si ...

Distributivité :

$$a \times (b + c) = \dots$$

$$(a + b) \times (c + d) = \dots$$

$$a \times (b - c) = \dots$$

$$(a + b)^2 =$$

$$(a - b)^2 =$$

$$(a + b)(a - b) = \dots$$

B - Avec des quotients, des fractions

b et d désignent des nombres réels non nuls.

Egalité $\frac{a \times d}{b \times d} = \dots$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ se traduit par } \dots$$

Règle des signes :

$$\frac{-a}{b} = \dots \quad \frac{a}{-b} = \dots \quad \frac{-a}{-b} = \dots$$

Multiplication :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \dots \quad \frac{a}{b} \times c = \dots$$

Addition :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \dots \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \dots$$

Division :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \dots \quad \frac{a}{b} : c = \dots$$

C - Avec des puissances

• Définition : Etant donné un nombre réel a et un entier naturel n supérieur ou égal à 2,

on pose : $a^n = \dots$

• Conventions : • $a^0 = \dots$ (si $a \neq 0$). et 0^0 n'existe pas.

• $a^1 = \dots$

• $a^{-n} = \dots$ (si $a \neq 0$).

• Règles de calculs : a et b désignent des nombres réels non nuls,
 n et m désignent des nombres entiers naturels.

• $a^n \times a^m = \dots$

• $\frac{a^n}{a^m} = \dots$ ($a \neq 0$)

• $(a^n)^m = \dots$

• $(ab)^n = \dots$

• $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots$ ($b \neq 0$)

• $\frac{1}{a^{-n}} = \dots$

D - Avec des radicaux

1 Définition

Si a et b sont deux nombres réels,

$\sqrt{a} = b$ signifie que $\begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases}$

2 Equation $x^2 = a$

• Si $a < 0$,

• Si $a > 0$,

• Si $a = 0$,

3 Règles de calculs

• Si $a \geq 0$ et $b \geq 0$, $\sqrt{ab} = \dots$

• Si de plus, $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \dots$

Remarque : A-t-on une règle pour $\sqrt{a + b}$?

IV - Equations

a) Equation du premier degré à une inconnue

On peut se ramener à une équation du type $ax + b = 0$

b) Equation produit

L'ORDRE

LES NOMBRES ET LES INÉGALITÉS

Connaître

Du vocabulaire :

- ☐ Valeur approchée à ... près, ☐ encadrement, ☐ intervalle.
- ☐ Inéquation, ☐ ranger (ordonner), ☐ comparer (deux expressions).
- ☐ Signe (d'une expression).

Des règles :

- ☐ Effets des opérations sur une inégalité.

Des méthodes pour :

- ☐ Comparer deux expressions.
- ☐ Etudier le signe d'une expression.
- ☐ Résoudre une inéquation (premier degré ou s'y ramenant).
- ☐ Encadrer un nombre.

Réaliser

- ☐ Ranger des nombres (écrits sous différentes formes), ☐ donner des valeurs approchées.
- ☐ Transformer une inégalité ou un encadrement, ☐ encadrer.
- ☐ Résoudre une inéquation (premier degré ou s'y ramenant)
- ☐ Ecrire sous forme d'intervalle ou de réunions d'intervalles l'ensemble des solutions d'une inéquation.
- ☐ Noter un intervalle, ☐ représenter un intervalle.
- ☐ Interpréter le signe de $ax+b$ (sur un graphique...).
- ☐ Reconnaître et contrôler des solutions d'une inéquation.

Organiser

- ☐ Mettre un problème en inéquation.
- ☐ Démontrer une inégalité.
- ☐ Démontrer un si.....alors.....

L'ORDRE

LES NOMBRES ET LES INÉGALITÉS

I - Inégalités, ordre et opérations

Les lettres désignent des nombres réels.

1°) $a \leq b \Leftrightarrow b - a \in \dots$

$a < b \Leftrightarrow b - a \in \dots$

2°) L'ordre est conservé quand

Cela signifie que :

Si $a \leq b$ alors ...

Si $a \leq b$ et $c > 0$ alors ...

3°) L'ordre est inversé quand

Cela signifie que :

II - Des méthodes

A) Les problèmes d'encadrement utilisent presque toujours

- des théorèmes de rangement,
- des techniques dites « membre à membre ».

1) Lorsque nous connaissons un encadrement de x par des réels positifs, nous pouvons encadrer :

x^2 , $\sqrt{x}$ et $\frac{1}{x}$.

Si $0 \leq a < x < b$, on a ...

Si $0 < a < x < b$, on a ...

2) Lorsque nous connaissons un encadrement de x , nous pouvons encadrer $-x$:

3) On peut additionner « membre à membre » deux inégalités de même sens :

4) On peut multiplier « membre à membre » deux inégalités de même sens à condition que tous les termes soient positifs :

Attention ! Ces règles ne conviennent pas pour les quotients « membre à membre » et les différences « membre à membre ».

III - Intervalles de $\mathbb{R}$ (a et b désignent deux nombres réels)

$[a; b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
$]a; b]$		
	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
$[a; +\infty[$		
$] -\infty; a]$		

Donner sous forme d'intervalles :

☐

$$\begin{cases} x < 3 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

S =

☐

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x > -2 \end{cases}$$

S =

☐

$$\begin{cases} x < 3 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

S =

☐

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x < -2 \end{cases}$$

S =

IV - Signe de $ax + b$

Si $a > 0$

$ax + b = 0$ équivaut à

$ax + b > 0$ équivaut à

$ax + b < 0$ équivaut à

Tableau de signes (résumé)

Si $a < 0$

Tableau de signes (résumé)

Représentation graphique :

VALEUR ABSOLUE

Connaître

Du vocabulaire :

- ☐ Valeur absolue, ☐ approximation, ☐ encadrement,
- ☐ Intervalle, ☐ fonction affine par intervalles.

Des propriétés :

- ☐ Propriétés de la valeur absolue.
- ☐ Interprétation géométrique de $|x - a|$.

La fonction valeur absolue :

$$x \mapsto |x|$$

Réaliser

Exprimer une information concernant une valeur approchée sous la forme :

- ☐ d'un intervalle,
- ☐ d'un encadrement,
- ☐ d'une valeur absolue,
- ☐ d'une distance.

Résoudre en s'aidant d'un graphique ($b \geq 0$)

- ☐ une équation de la forme $|x - a| = b$.
- ☐ une équation de la forme $|x - a| \leq b$.

Résoudre algébriquement ($b \geq 0$)

- ☐ une équation de la forme $|ax + c| = b$.
- ☐ une équation de la forme $|A(x)| = |B(x)|$.

Organiser

- ☐ Représenter une fonction définie par $f(x) = |x - a| + b$.

VALEUR ABSOLUE

I - Définitions

Sur un axe $(x'Ox)$ M est le point d'abscisse x et A est le point d'abscisse a .

Définition 1 : On note $d(x; a)$ la distance entre les réels x et a c'est-à-dire la distance AM

On note $d(x; a) = |x - a|$ ("valeur absolue de $x - a$ ");

$$\text{on a } \begin{cases} |x - a| = \dots\dots\dots \text{ si } \dots\dots\dots \\ |x - a| = \dots\dots\dots \text{ si } \dots\dots\dots \end{cases}$$

Définition 2 :

Cas particulier

$$OM = d(x; 0) = |x|$$

La valeur absolue d'un réel x , notée $|x|$ est égal à $\begin{cases} \dots\dots\dots \text{ si } \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \text{ si } \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \text{ si } \dots\dots\dots \end{cases}$

II - Exemples et propriétés

$$|-5| = \dots\dots\dots ; |7| = \dots\dots\dots ; |-2,3| = \dots\dots\dots$$

$$|1 - \sqrt{3}| = \dots\dots\dots ; |\pi - 3,1| = \dots\dots\dots$$

• Pour tout réel x , on a $|x| \geq 0$
 $|-x| = \dots\dots\dots$

• Si $a > 0$ $|x| = a$ équivaut à $x = \dots\dots\dots$ ou $x = \dots\dots\dots$
 Si $a = 0$ $\dots\dots\dots$
 Si $a < 0$ $\dots\dots\dots$

$$|x| = |y| \text{ équivaut à } \dots\dots\dots \text{ ou } \dots\dots\dots$$

• La valeur absolue d'une somme est-elle toujours égale à la somme des valeurs absolues ? même question avec « différence », « produit » et « quotient ».

$$\begin{aligned} |x \times y| &= \dots\dots\dots \\ |x + y| &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Si $y \neq 0$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \dots\dots\dots$$

• Calculer : $\sqrt{3^2} =$; $\sqrt{(-3)^2} =$; $\sqrt{5^2} =$; $\sqrt{(-5)^2} =$

Enoncer une règle

Pour tout réel x , $\sqrt{x^2} = \dots$

III- Inéquations

Résultat 1

Si a désigne un nombre positif , $|x| \leq a$ équivaut à : $x \in \dots$

$|x| \geq a$ équivaut à : $x \in \dots$ ou $x \in \dots$

Résultat 2

Pour tout réel c et pour tout réel positif r

$|x - c| \leq r$ si et seulement si $c - r \leq x - c \leq \dots$

Ce qui signifie : x appartient à l'intervalle de centre et de rayon

SYSTÈMES LINÉAIRES

Connaître

Du vocabulaire :

- ☐ Système, ☐ substitution, ☐ combinaison, ☐ égalisation, ☐ couple de solutions, ☐ déterminant,
- ☐ demi-plan, ☐ régionnement du plan défini par une droite d'équation donnée.

Des méthodes :

- ☐ Pour résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues.
- ☐ Pour représenter graphiquement l'ensemble des solutions d'une équation.

Réaliser

- ☐ Résoudre un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues graphiquement et par le calcul.
- ☐ Représenter un ensemble de points défini par un système d'inéquations.

Organiser

- ☐ Résoudre arithmétiquement des problèmes à deux inconnues.
- ☐ Résoudre algébriquement des problèmes à deux inconnues.
- ☐ Résoudre graphiquement un problème.
- ☐ Résoudre analytiquement un problème.
- ☐ Mettre en œuvre la méthode du pivot pour la résolution d'un système de 3 équations à 3 inconnues.
- ☐ Effectuer un changement de variable pour résoudre un système d'équations non linéaires.

SYSTÈMES LINÉAIRES

I - Interprétation graphique

• **Exemples :** Le plan est rapporté à un repère

$(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exemple 1

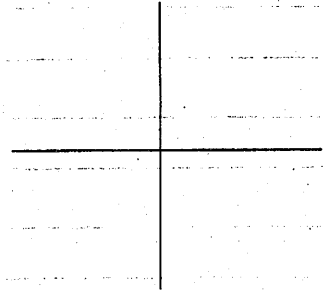
On considère le système
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -x + 2y = 4 \end{cases}$$

Tracer les droites D et D' d'équations respectives :

D : $2x - y = 1$ et D' : $-x + 2y = 4$

Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'intersection de D et D'.

Contrôler le résultat par le calcul.



Exemple 2

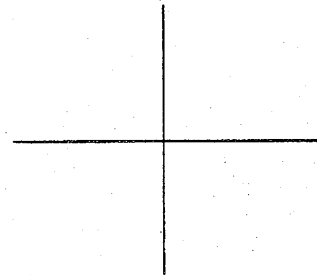
Soit D et D' les droites d'équation :

D : $2x - 3y = 0,5$ et D' : $-x + 1,5y = 1$

Etudier la position relative des droites D et D'.

Que peut-on en déduire pour le système

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0,5 \\ -x + 1,5y = 1 \end{cases}$$



• **Déterminant d'un système - Système impossible - Système indéterminé**

Le système
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$
 a pour déterminant $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = \dots$

Déterminant	Droites		Nombre de solutions du système
$D \neq 0$	droites sécantes		

• **Application :** Déterminer le nombre de solutions de ces systèmes (sans les résoudre).

a)
$$\begin{cases} 8x + 13y = 1 \\ 5x + 8y = 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ -3x + 6y = 1 \end{cases}$$

II - Systèmes d'équations - Méthodes de résolution

Exemple de résolution

Méthodes

☐ **Par substitution** (étapes de la résolution)

Soit à résoudre le système :
$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$$

- On exprime une des inconnues en fonction de l'autre dans une des équations et on remplace cette inconnue par son expression dans l'autre équation
- On obtient ainsi une équation que l'on sait résoudre (en principe).
- On termine la résolution en calculant l'autre inconnue.

☐ **Par élimination** (ou combinaisons linéaires)

Soit à résoudre le système :
$$\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2x - 2y = 7 \end{cases}$$

- On s'arrange pour qu'une des inconnues ait le même coefficient (au signe près) dans les deux équations en multipliant membre à membre chaque équation par un nombre.
- De cette façon, par addition ou soustraction membre à membre des équations, cette inconnue s'élimine.
On reprend une équation du départ qui permettra de calculer l'inconnue que l'on a ainsi éliminée.
- On termine la résolution comme dans la méthode précédente.

☐ **Par égalisation** : Soit à résoudre le système :

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -5x + 2 \end{cases}$$

III- Inéquations et régionnement du plan

Comment représenter graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation :
 $2x + y - 9 > 0$?

Méthode

- Représenter graphiquement la droite d'équation $2x + y - 9 = 0$
- Tester un point
- ou
- Tester $y > -2x + 9$

FONCTIONS NUMÉRIQUES : GÉNÉRALITÉS

Connaître

Du vocabulaire :

- ☐ Relation, ☐ fonction, ☐ application, ☐ formule, ☐ variable, ☐ image, ☐ antécédent,
- ☐ tableau de valeurs, ☐ courbe représentative (graphique), ☐ équation (d'une courbe),
- ☐ fonction affine, ☐ fonction linéaire, ☐ coefficient directeur, ☐ ordonnée à l'origine.

Des propriétés :

- ☐ Reconnaître une fonction affine, linéaire.

Des notations :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} ; f(x) ; C_f$$
$$x \mapsto f(x)$$

Réaliser

- ☐ À partir de la courbe représentative d'une fonction retrouver l'image ou les antécédents d'un nombre.
- ☐ Trouver par le calcul l'image ou les antécédents d'un nombre.
- ☐ Réaliser pour une fonction donnée (par une formule) un tableau de valeurs.
- ☐ Ecrire une séquence de calculs (touches de la calculatrice) correspondant à une formule.
- ☐ Résoudre graphiquement une équation $f(x) = k$.
- ☐ Tracer la représentation graphique d'une fonction affine.
- ☐ Retrouver la formule d'une fonction affine.

Organiser

- ☐ Programmer sa calculatrice.
- ☐ Résoudre des problèmes issus de situations géométriques, physiques...
- ☐ Reconstituer un énoncé à partir d'un graphique.

GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

I - Vocabulaire - Notations

a) Définition

Faire correspondre à tout nombre x d'un ensemble de nombres I , un nombre unique y , c'est définir une fonction de I dans $\mathbb{R}$.

y est de x .

On le note : ...

$f : x \mapsto y$ signifie :

On dit aussi que x est un.....de y .

b) Exemples

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{3}{x-1}$$

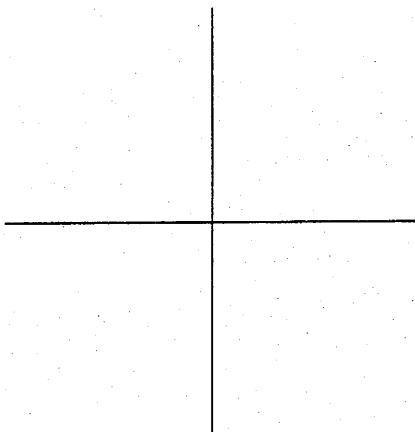
$$I =$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \sqrt{x+1}$$

$$I =$$

II - Courbe représentative (ou représentation graphique) d'une fonction



Soit une fonction numérique f à variable réelle dont l'ensemble de définition est I .

Le plan est muni du repère (O, I, J)

La courbe représentative C_f de f est l'ensemble des points M de coordonnées (x, y) où x décrit I et $y = f(x)$.

III - Fonctions affines

Définition

On appelle fonction affine toute fonction de la forme :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto ax + b$$

où a estet b

En particulier $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est dite

$$x \mapsto ax$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto b \quad \text{est dite } \dots\dots\dots$$

Résultat : La représentation graphique de la fonction affine f est une droite.

Exemples :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -3x + 2$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 3x$$

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -2$$

FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

Connaître

Du vocabulaire, des définitions :

- ☐ Ensemble de définition.
- ☐ Parité (paire - impaire).
- ☐ Sens (tableau) des variations.
- ☐ (Strictement) croissante, décroissante, monotone, constante.
- ☐ Extremums (minimum - maximum).
- ☐ Parabole, ☐ hyperbole.

Des résultats :

- ☐ Les fonctions de référence.

Des méthodes pour :

- ☐ Etudier le sens des variations d'une fonction.
- ☐ Etudier la parité d'une fonction.

Réaliser

- ☐ Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- ☐ Etudier la parité d'une fonction définie par sa formule.
- ☐ Etudier le sens de variation d'une fonction.
(connaissant les intervalles où elle est monotone).
- ☐ Représenter graphiquement une fonction.
- ☐ Résoudre graphiquement une équation et une inéquation.

Organiser

- ☐ Programmer une fonction.
- ☐ Etudier et représenter une fonction.
- ☐ Résoudre des problèmes (optimisation...).

FONCTIONS DE RÉFÉRENCES

I - Sens de variation d'une fonction

☐ Soit f une fonction et I un intervalle inclus dans son domaine de définition.

Dire que	Signifie que pour tous réels x_1 et x_2 de I ,
f est strictement croissante sur I	si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) < f(x_2)$
f est croissante sur I	
f est strictement décroissante sur I	
f est décroissante sur I	
f est constante sur I	

☐ On dit d'une fonction qu'elle est **monotone** sur un intervalle I si elle ne change pas de sens de variation sur cet intervalle (on parle de fonction monotone croissante ou de fonction monotone décroissante sur un intervalle.).

On parle de même de fonction strictement monotone.

☐ Maximum-Minimum

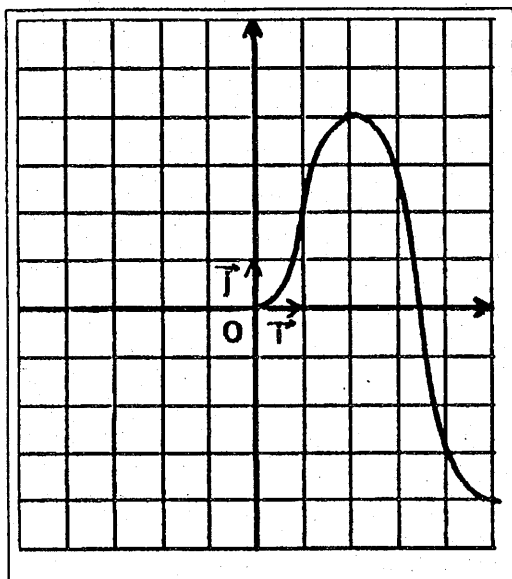
Etant donné une fonction f définie sur un intervalle I et un réel x_0 de I ,

dire que f admet sur I :

- un **maximum** en x_0 égal à $f(x_0)$ signifie que : pour tout x de l'intervalle I , $f(x) \leq f(x_0)$
- un **minimum** en x_0 égal à $f(x_0)$ signifie que :

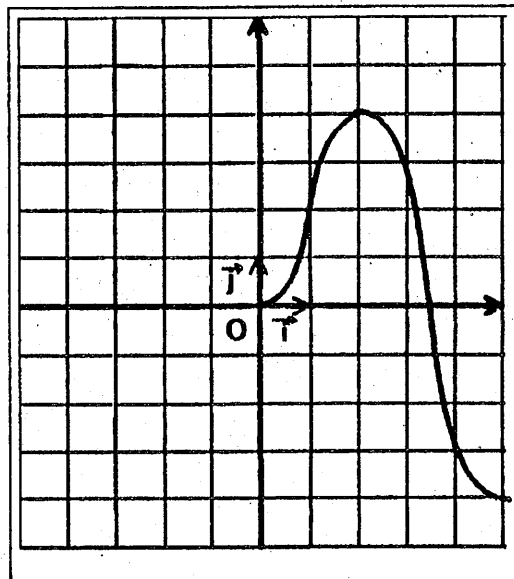
II - Parité d'une fonction - Eléments de symétrie d'une courbe

Compléter le graphique en utilisant la propriété énoncée (faire un tableau de valeurs) :



- $-x \in D_f$ et
- $f(-x) = f(x)$

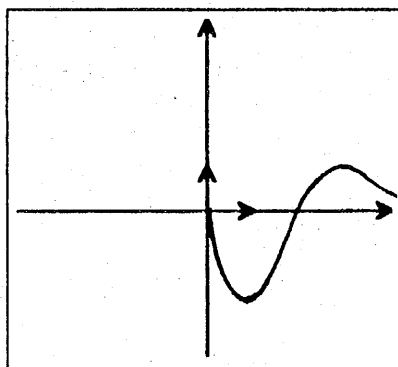
On dit que la fonction f est



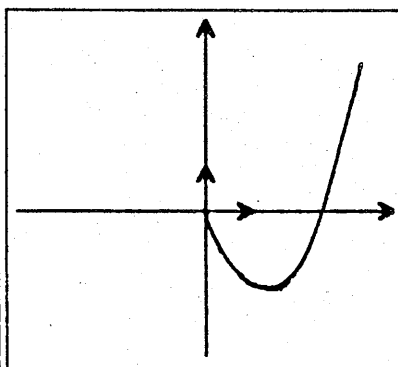
- $-x \in D_f$ et
- $f(-x) = -f(x)$

On dit que la fonction f est

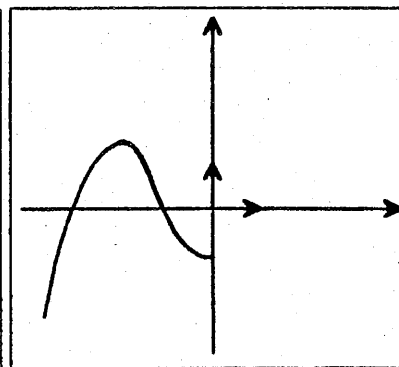
☐ Ex 1 : Dans chaque cas, compléter le graphique en utilisant la propriété énoncée:



a) La fonction est paire



b) La fonction est impaire



c) La fonction est paire

☐ Ex 2 :

Dans chaque cas, compléter le tableau des variations de la fonction en utilisant la propriété

a) f est paire.

b) f est impaire.

x	-6	0	2	6
$f(x)$		5		3
			0	

x	-5	-3	-1	0
$f(x)$		2	2	
	-2			0

II - Fonctions de référence et théorème de rangement

Pour tous réels x_1, x_2, a et b .

☐ Fonctions affines :

x	
$x + b$	

• Si $x_1 < x_2$ alors...

x	
ax	

Cas $a > 0$,

• Si $x_1 < x_2$ alors...

x	
ax	

Cas $a < 0$,

• Si $x_1 < x_2$ alors...

☐ Fonction "carré"

x	
x^2	

• Si $0 \leq x_1 < x_2$ alors...

• Si $x_1 < x_2 \leq 0$ alors...

☐ Fonction "inverse"

x	
$1/x$	

• Si $0 < x_1 < x_2$ alors...

• Si $x_1 < x_2 < 0$ alors...

☐ Fonction « valeur absolue »

x	
$ x $	

• Si $0 \leq x_1 < x_2$ alors...

• Si $x_1 < x_2 \leq 0$ alors...

Paraboles $x \mapsto a x^2$		Hyperboles $x \mapsto \frac{a}{x}$	
$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$

Fonctions de référence

• Fonction f • D_f • Parité	• Tableau des variations • Tableau de valeurs	• Représentation graphique																		
$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x$ $D_f =$	x f(x) <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x				0	1	2	3	4	f(x)									
x				0	1	2	3	4												
f(x)																				
$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x^2$	x f(x) <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1/2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x				0	1/2	1	2	3	f(x)									
x				0	1/2	1	2	3												
f(x)																				
$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \sqrt{x}$	x f(x) <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1/4</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	0	1/4	1	4	8				f(x)									
x	0	1/4	1	4	8															
f(x)																				
$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x^3$	x f(x) <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>0</td><td>1/2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x			0	1/2	1	2	3		f(x)									
x			0	1/2	1	2	3													
f(x)																				
$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto 1/x$	x f(x) <table><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>0</td><td>1/2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x			0	1/2	1	2	3		f(x)									
x			0	1/2	1	2	3													
f(x)																				

FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES

Connaître

Du vocabulaire, des définitions :

- ☐ Angle géométrique, ☐ angle plat, ☐ angle nul, ☐ angle droit.
- ☐ Angles complémentaires, ☐ angles supplémentaires.
- ☐ Mesure en radian.
- ☐ Angle orienté, ☐ mesure principale, ☐ cercle trigonométrique.
- ☐ Arc orienté.
- ☐ Sens direct, ☐ sens indirect.
- ☐ Cosinus, ☐ sinus, ☐ tangente.

Des notations :

- ☐ $^{\circ}$; rad ; $(\vec{AB} ; \vec{AC})$; $\sin x$; $\cos x$; $\tan x$.
- ☐ les valeurs trigonométriques des angles 0 ; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; π (rad) .
- ☐ $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ ☐ $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- ☐ $-1 \leq \cos x \leq 1$ ☐ $-1 \leq \sin x \leq 1$

Appliquer

- ☐ Retrouver sur le cercle trigonométrique les propriétés du cosinus, du sinus, de la tangente de $-x$; $\frac{\pi}{2} - x$; $\frac{\pi}{2} + x$; $\pi - x$; $\pi + x$; x .
- ☐ Connaître l'allure des courbes d'équation $y = \cos x$, $y = \sin x$.
- ☐ Reconnaître sur le cercle trigonométrique un angle orienté, le cosinus, le sinus, la tangente de la mesure principale d'un angle orienté.

FONCTIONS TRIGONOMETRIQUES

I - Trigonométrie (rappel)

A - Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

Compléter :

• $\sin x = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$, $\cos x = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\tan x = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$

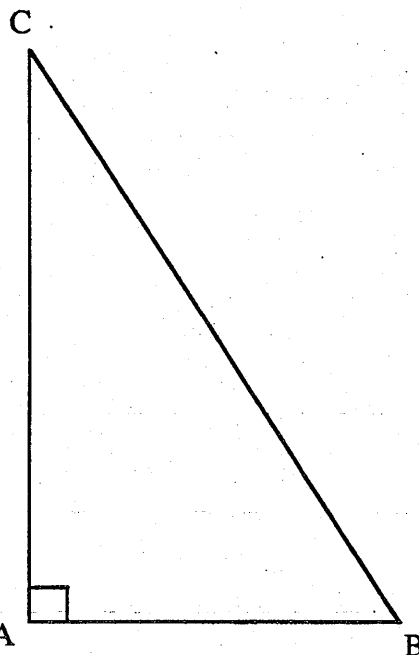
• $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

• $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$

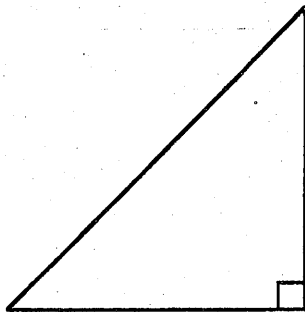
Remarque : $(\cos x)^2$ se note $\cos^2 x$, réécrire la relation ci-dessus avec ces notations :

Exprimer $\cos y$ et $\sin y$ à l'aide de $\cos x$ et $\sin x$:

Règle : quand deux angles sont complémentaires,

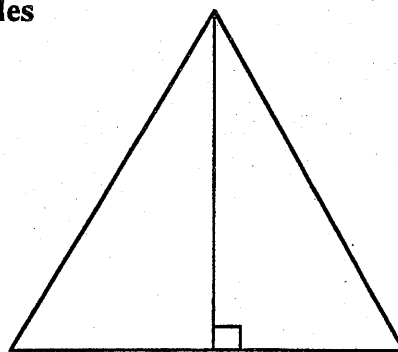


B - Lignes trigonométriques d'angles remarquables



ABC est un triangle isocèle rectangle en A.

On pose $AB = AC = a$
Calculer BC en fonction de a



ABC est un triangle équilatéral.

On pose $AB = AC = BC = a$
[AH] est la hauteur issue de A
Calculer AH en fonction de a :

Compléter le tableau :

	30°	45°	60°
$\cos x$			
$\sin x$			
$\tan x$			

II - Angle orienté - Mesure d'un angle orienté

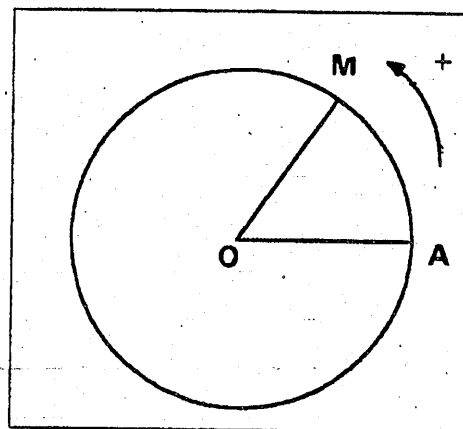
Etant donné trois points O , A et M tels que
 $OA = OM = 1$,

- l'angle géométrique $\widehat{AOB}$ permet de définir

deux angles orientés : $(\vec{OA}; \vec{OM})$ et $(\vec{OM}; \vec{OA})$.

- On appelle **cercle trigonométrique** un cercle orienté de rayon 1.

- Une **mesure en radians** de l'angle orienté $(\vec{OA}; \vec{OM})$ est une mesure en radians de l'arc orienté $\widehat{AM}$.



- **Résultats :**

- Si α est une mesure de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OM})$ (ou de l'arc $\widehat{AM}$), toutes les autres mesures sont de la forme $\alpha + k \times 2\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.
- Une seule de ces mesures appartient à l'intervalle $]-\pi; \pi]$; elle est appelée mesure principale (de l'angle orienté ou de l'arc).
- Si x est la mesure principale, $|x|$ est la longueur du "plus petit arc géométrique" d'extrémités A et M (c'est en fait la mesure de l'angle géométrique).

III - Lignes trigonométriques (sinus et cosinus)

□ Définitions

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 On considère le cercle trigonométrique (C) de centre O (et de rayon 1).

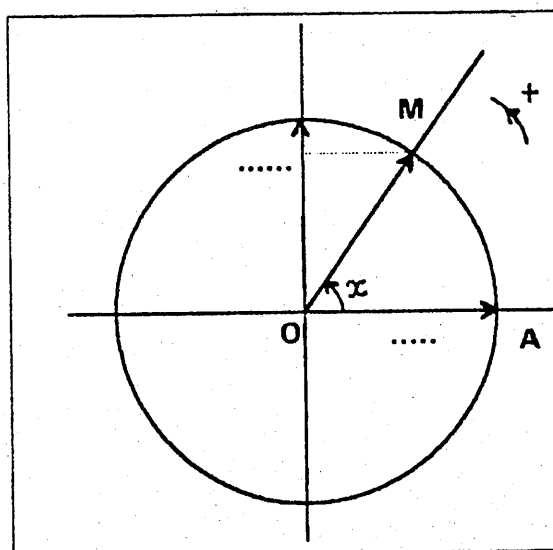
Soit x un nombre réel et M le point de (C) tel que x soit une mesure en radians de l'angle $(\vec{OA}; \vec{OM})$.

- **Coordonnées de M :**

On a $\vec{OM} = \dots\dots\dots$

- **Premières propriétés**

-
-
-



☐ Valeurs remarquables

Compléter le tableau :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos x$					
$\sin x$					
$\tan x$					

☐ Angles associés

- Placer sur le cercle trigonométrique les points correspondant aux mesures d'angles

- x , $\pi - x$, $\pi + x$

Compléter :

$$\cos(-x) = \dots\dots\dots, \sin(-x) = \dots\dots\dots$$

$$\cos(\pi - x) = \dots\dots\dots, \sin(\pi - x) = \dots\dots\dots$$

$$\cos(\pi + x) = \dots\dots\dots, \sin(\pi + x) = \dots\dots\dots$$

- Placer sur le cercle trigonométrique les points correspondant aux mesures d'angles

$\frac{\pi}{2} - x$ et $\frac{\pi}{2} + x$.

Compléter :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \dots\dots\dots, \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \dots\dots\dots$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \dots\dots\dots, \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \dots\dots\dots$$

IV- Fonctions trigonométriques (sinus et cosinus)

Fonction cosinus

Fonction sinus

☐ Etudes

- La fonction cosinus est définie sur $\mathbb{R}$.

- Pour tout réel x , $\cos(x + 2\pi) = \cos x$

La fonction cosinus est dite périodique de période 2π

Parité : • La fonction cosinus est

- La fonction sinus est définie sur $\mathbb{R}$.

- Pour tout réel x ,

La fonction sinus est

- La fonction sinus est

- Tableau des variations sur $[0 ; 2\pi]$:

- Tableau des variations sur $[0 ; 2\pi]$:

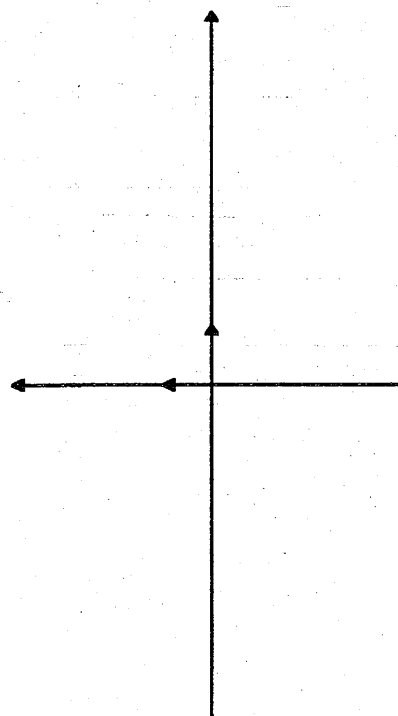
x	0	2π
$\cos x$		

x	0	2π
$\sin x$		

☐ Graphiques

Tracer les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus sur l'intervalle $[0 ; \pi]$.

Utiliser la parité et la périodicité des fonctions pour compléter leurs graphiques.



DONNÉES STATISTIQUES

Connaître

Vocabulaire :

- ☐ Données statistiques, ☐ individus, ☐ caractère (qualitatif ; quantitatif, discret, contenu).
- ☐ Diagramme en bâton, ☐ diagramme (semi) circulaire, ☐ histogramme.
- ☐ Classe (centre, amplitude), ☐ effectif, ☐ fréquence.
- ☐ Cumulés (effectifs, fréquences), polygone des effectifs (fréquences, cumulés croissants cumulés décroissants).
- ☐ Moyenne, ☐ médiane (classe médiane).
- ☐ Variance, ☐ écart type (σ).

Savoir lire des données statistiques présentées sous la forme :

- ☐ de tableaux,
- ☐ de diagrammes d'effectifs,
- ☐ de fréquences.
- ☐ Reconnaître et interpréter une moyenne.
- ☐ Reconnaître et interpréter une médiane.
- ☐ Reconnaître et interpréter un écart type.
- ☐ Reconnaître graphiquement une médiane.
- ☐ Reconnaître et choisir un mode de représentation.
- ☐ Connaître les touches statistiques de sa calculatrice.

Appliquer

A partir de données statistiques :

- ☐ Présenter les effectifs (ou fréquences) dans un tableau.
- ☐ Calculer des fréquences.
- ☐ Calculer des pourcentages.
- ☐ Construire :
 - ☐ un graphique à points (courbe),
 - ☐ un diagramme à bâtons,
 - ☐ un diagramme en rectangles,
 - ☐ un diagramme (semi) circulaire,
 - ☐ un histogramme.
- ☐ Construire le polygone des effectifs (ou fréquences) cumulés croissants (ou décroissants).
- ☐ Calculer une moyenne.
- ☐ Calculer une médiane.
- ☐ Calculer un écart-type.

Organiser

- ☐ Interpréter un graphique et en tirer des conséquences.
- ☐ Résoudre graphiquement des problèmes.
- ☐ Résoudre des problèmes liés aux notions d'effectifs, de fréquences, de pourcentages, de moyennes ou d'écart-type.

FORMULAIRE

Moyenne

Médiane

Variance

Ecart type

GÉOMÉTRIE PLANE

CONFIGURATIONS EN GÉOMÉTRIE

Connaître

Du vocabulaire : (des définitions)

- ☐ Parallèles, ☐ perpendiculaires, ☐ triangles particuliers (isocèle, équilatéral, rectangle),
- ☐ quadrilatère, ☐ parallélogramme, ☐ rectangle, ☐ losange, ☐ carré, ☐ sommet, ☐ côté,
- ☐ diagonale, ☐ angle, ☐ cercle, ☐ cercle circonscrit, ☐ cercle inscrit, ☐ centre, ☐ rayon,
- ☐ diamètre, ☐ tangente, ☐ axe de symétrie, ☐ centre de symétrie, ☐ milieu, ☐ médiatrice,
- ☐ bissectrice, ☐ médiane, ☐ hauteur, ☐ orthocentre, ☐ centre de gravité...

Des propriétés (des théorèmes)

- ☐ D'un triangle (droites remarquables).
- ☐ Des triangles particuliers (isocèle, équilatéral, rectangle).
- ☐ Des quadrilatères particuliers :
 - du parallélogramme,
 - du rectangle,
 - du losange,
 - du carré.
- ☐ Pour construire une figure.
- ☐ Pour calculer une longueur (Pythagore, Thalès).
- ☐ Pour démontrer que :
 - un triangle est particulier (Pythagore.....),
 - un quadrilatère est particulier,
 - deux droites sont parallèles (Thalès),
 - deux droites sont perpendiculaires.

Réaliser

- ☐ Construire une figure correspondant à un texte (utilisant le vocabulaire).
- ☐ Réaliser un schéma codé correspondant à un texte.
- ☐ Identifier les hypothèses et les conclusions dans un texte.
- ☐ Identifier les outils permettant de faire une démonstration.
- ☐ Ecrire une démonstration (un ou deux pas de démonstration).

Organiser

- ☐ Organiser une démonstration en paragraphes.
- ☐ Inventer des sous-questions.
- ☐ Inventer un énoncé (à partir d'une figure).
- ☐ Retrouver un énoncé (à partir d'une démonstration).
- ☐ Critiquer une démonstration.

GÉOMÉTRIE PLANE

TRANSFORMATIONS GÉOMÉTRIQUES

Reflexion, symétrie centrale, translation, homothétie

Connaître

Du vocabulaire : (définitions)

- ☐ Translation, ☐ réflexion (symétrie centrale), ☐ symétrie centrale, ☐ homothétie.
- ☐ Centre, ☐ rapport, ☐ axe, ☐ invariant.
- ☐ Image, ☐ antécédent, ☐ transformé, ☐ homothétique.
- ☐ Conservation, ☐ agrandissement, ☐ réduction, ☐ échelle.

Des propriétés :

• Action sur les figures :

- ☐ Droite, ☐ droites parallèles, ☐ droites perpendiculaires, ☐ segment, ☐ milieu, ☐ cercle, ☐ vecteurs.

• Conservation (des propriétés) :

- ☐ Alignement, ☐ parallélisme, ☐ longueurs, ☐ rapports de longueurs, ☐ aires.
- ☐ Angles (géométriques), ☐ points de contacts (tangente à un cercle, point d'intersection ...).

Une transformation dans une configuration.

Réaliser

Construire l'image d'une figure par une des transformations étudiées en utilisant :

- ☐ la définition, ☐ les propriétés.

Organiser

Utiliser les transformations, leurs propriétés pour résoudre des problèmes de :

- ☐ propriétés de figures (démontrer), ☐ construction (*), ☐ lieux.

(*) Exemple: construire les tangentes communes à deux cercles.

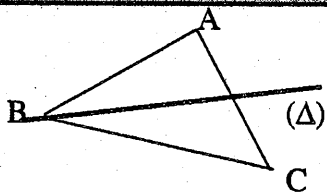
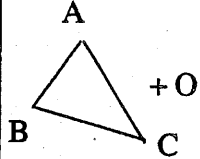
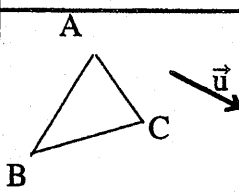
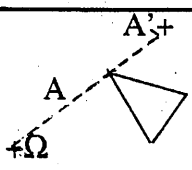
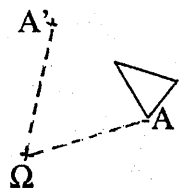
GÉOMÉTRIE PLANE

TRANSFORMATIONS GÉOMÉTRIQUES

Réflexion, symétrie centrale, translation, homothétie

Par une transformation du plan, tout point a une image unique,
tout point a un antécédent unique.

Transformations étudiées (au collège et en seconde)

Transformation	Eléments caractéristiques, définition, notation	Illustration	Points invariants
Réflexion symétrie axiale			
Symétrie centrale			
Translation			
Homothétie			
Rotation			

Propriétés essentielles (des transformations étudiées)

☐ Propriétés communes :

- L'image d'une figure usuelle est une figure de même nature :

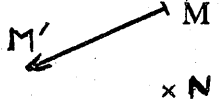
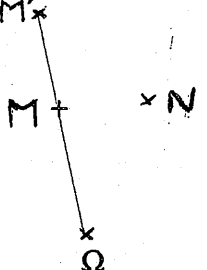
- Les transformations étudiées conservent :

☐ Propriétés spécifiques :

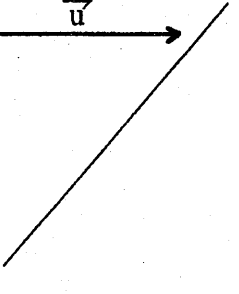
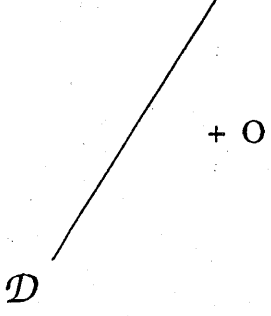
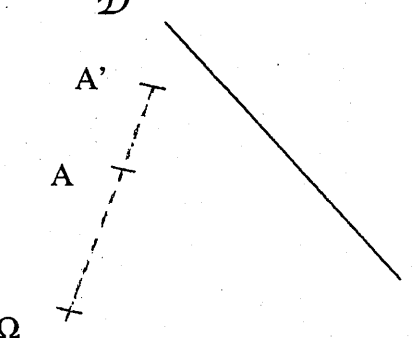
- Action sur les longueurs : Les longueurs sont conservées par

Par une homothétie de rapport k , les longueurs sont ...

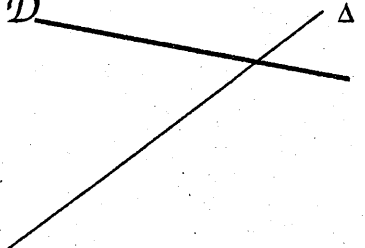
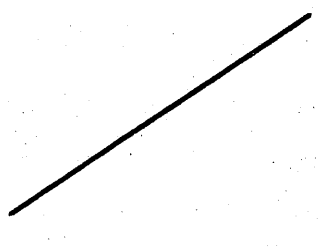
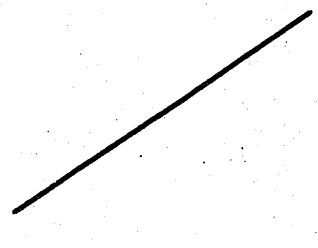
- Action sur les vecteurs :

Par une translation t de vecteur $\vec{u}$ Si $M' = t(M)$ et $N' = t(N)$ alors ... M' <u>En effet :</u> 	Par une homothétie h de centre Ω et de rapport k Si $M' = h(M)$ et $N' = h(N)$ alors ... <u>En effet :</u> 
--	--

- Action sur les droites :

Translation	Symétrie centrale	Homothétie
		

Les trois cas de la symétrie orthogonale

		
---	---	---

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

GÉNÉRALITÉS

Connaître

Vocabulaire :

- ☐ Droites coplanaires. ☐ Droites non coplanaires.
- ☐ Plans. ☐ Perspective cavalière.
- ☐ Notations $\in$; $\subset$; $\cap$.
- ☐ Les règles de la perspective cavalière.
- ☐ Les différents modes de définition d'un plan.
- ☐ Les résultats énoncés dans le cours relatifs aux droites et aux plans.

Appliquer

Représenter en perspective :

- ☐ Des plans et des droites parallèles ou sécants.
- ☐ Des solides usuels.

Utiliser les résultats énoncés dans le cours pour :

- ☐ Construire l'intersection d'une droite et d'un plan.
- ☐ Construire l'intersection de deux plans.
- ☐ Démontrer que trois points sont alignés.
- ☐ Démontrer que deux droites sont parallèles.
- ☐ Démontrer qu'une droite est parallèle à un plan.
- ☐ Démontrer que deux plans sont parallèles.

Analyser

- ☐ Résoudre des problèmes à plusieurs pas de déduction relatifs aux situations précédentes.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

GÉNÉRALITÉS

I - Notations - vocabulaire - définitions

a) Signe $\in$:

Signe $\subset$:

Signe $\cap$:

b) Modes de définition d'un plan (et représentation)

Un plan peut être défini par la donnée de :

☐ **Règle 1** : Tous les résultats de géométrie plane sont applicables dans chaque plan de l'espace.

☐ **Règle 2** : (droite incluse dans un plan)

c) Positions relatives

	Intersection	Vocabulaire	Exemple
Deux plans		Les plans sont sécants	
Un plan et une droite			
Deux droites			
	Vide		

Définitions : ☐ Deux plans sont parallèles si

☐ Une droite est parallèle à un plan si

☐ Deux droites sont parallèles si....

☐ Résultats : (dans chaque cas la lettre D désigne une droite et la lettre P un plan).

Compléter :

- Si D est parallèle à D' et si D' est parallèle à D'' alors....
- Si P est....
- Si $D // P$ et $P // P'$ alors

Attention : écrire une proposition analogue mais qui soit fausse.

- Soit (D) une droite et (P) un plan. Par tout point de l'espace, il passe un seul plan parallèle à (P) et ...

Attention : ...

II - Intersections et alignement (résultats et méthodes)

(Fig.)

☐ **Droite et plan :**

Données : Deux plans P et Q sécants

dont l'intersection est la droite Δ ,
une droite D incluse dans Q et sécante avec P .

Résultat : le point d'intersection de D et P

Méthode : Pour déterminer le point d'intersection d'une droite D et d'un plan P , il suffit de ...

☐ **Plan et plan :**

Pour déterminer la droite d'intersection de deux plans distincts, il suffit de ...

☐ **Alignement :**

Pour montrer que trois points sont alignés, il suffit de montrer ...

III - Parallélisme

☐ **Plan et plan :**

Résultat 1 : (plan sécant à deux plans parallèles).
Si deux plans sont parallèles,

Résultat 2 : Pour qu'un plan P soit parallèle
à un plan Q , il suffit...

☐ **Droite et plan**

Résultat 3 : Pour qu'une droite soit parallèle à un plan P , il suffit...

☐ **Droite et droite**

Résultat 4 : Lorsque deux droites sont parallèles, tout plan contenant l'une est...

Résultat 5 : Si une droite est parallèle à deux plans sécants alors...

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

ORTHOGONALITÉ

Connaître

Vocabulaire :

- ☐ Droites et plans orthogonaux, projection orthogonale, plan médiateur, hauteur d'un solide.
- ☐ Reconnaître des droites orthogonales.
- ☐ Reconnaître des droites et plans orthogonaux.
- ☐ Connaître les énoncés du cours relatifs à ces situations.
- ☐ Connaître la propriété caractéristique du plan médiateur.
- ☐ Connaître les formules pour calculer les volumes des solides usuels.
- ☐ Reconnaître des triangles rectangles sur des représentations en perspective.

Réaliser

- ☐ Appliquer dans des plans de l'espace, les résultats numériques de la géométrie plane.
- ☐ Appliquer des formules de volumes.

Organiser

- ☐ Résoudre des problèmes liés à l'orthogonalité.
- ☐ Démontrer que 2 droites sont orthogonales.
- ☐ Démontrer qu'une droite est orthogonale à un plan.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

ORTHOGONALITÉ

I - Droites orthogonales

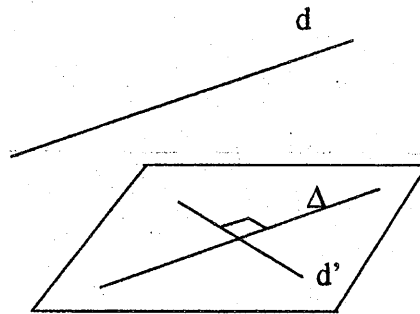
Définition

La droite d est orthogonale à la droite d' si

.....

Remarque

Le mot « perpendiculaire » est utilisé quand les droites orthogonales sont sécantes.



notation : $(d) \perp (d')$

Propriétés

Soit deux droites d et d'

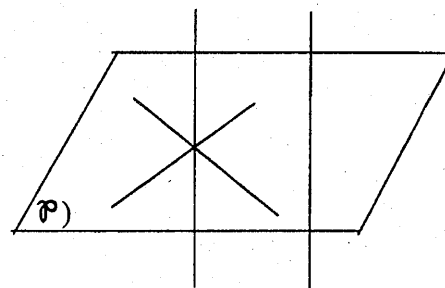
- Si d est orthogonale à d' , toute parallèle à d est
- Si deux droites sont parallèles, toute droite orthogonale à l'une est

II - Droites et plans orthogonaux

Définition

Une droite est orthogonale à un plan $\mathcal{P}$ si.....

notation :



Propriétés

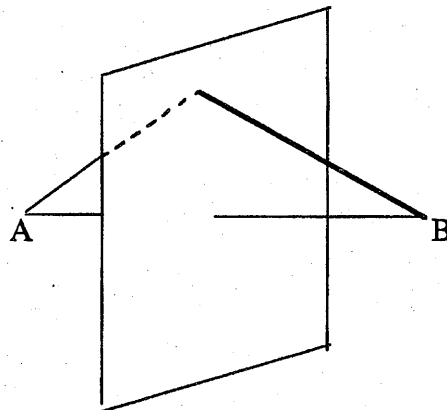
- Une droite orthogonale à un plan est
- Deux droites orthogonales à un même plan sont
- Si deux plans sont parallèles, toute droite orthogonale à l'un est
- Deux plans orthogonaux à une même droite sont

III - Plan médiateur

Définition

Soit A et B deux points.

Le plan médiateur du segment $[AB]$ est



M appartient au plan médiateur de $[AB]$ équivaut à

.....

...

GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

VECTEURS DU PLAN

Connaître

Du vocabulaire : (définitions)

- ☐ Parallélogramme, ☐ translation, ☐ vecteur, ☐ égalité de vecteurs.
- ☐ Somme, différence de deux vecteurs, ☐ relation de Chasles, ☐ vecteur nul.
- ☐ Vecteurs opposés, ☐ produit d'un vecteur par un nombre réel.
- ☐ Vecteurs colinéaires, ☐ centre de gravité d'un triangle.

Des notations :

$(\vec{u} ; -\vec{u} ; k\vec{u} ; \vec{0})$

Les règles de calcul vectoriel :

- ☐ Relation de Chasles, ☐ propriétés de l'addition des vecteurs et de la multiplication d'un vecteur par un réel.

Des propriétés :

- ☐ Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment.
- ☐ Caractérisation vectorielle d'un parallélogramme.
- ☐ Configuration de Thalès et vecteurs.
- ☐ Caractérisation vectorielle du centre de gravité d'un triangle.
- ☐ Caractérisation vectorielle d'un alignement de points.
- ☐ Caractérisation vectorielle du parallélisme de droites.

Réaliser

- ☐ Reconnaître des vecteurs égaux, colinéaires, opposés, sur un quadrillage, sur une figure (codée ou non), à partir de la configuration de Thalès.
- ☐ Construire l'image d'une figure par une translation, une succession de translations.
- ☐ Représenter la somme, la différence de deux vecteurs, le produit d'un vecteur par un réel.
- ☐ Construire un point, représenter un vecteur défini par une relation vectorielle (construction directe).
- ☐ Utiliser les règles de calcul vectoriel pour réduire une combinaison linéaire de vecteurs.

Organiser

- ☐ Démontrer une égalité de vecteurs.
- ☐ Transformer une égalité vectorielle pour construire un point, représenter un vecteur.
- ☐ Utiliser les vecteurs pour démontrer que des points sont alignés, des droites sont parallèles, qu'un point est le milieu d'un segment, qu'un quadrilatère est un parallélogramme...

GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

VECTEURS DU PLAN

I - Généralités

a) Egalités de deux vecteurs (rappel)

chacune des propriétés suivantes signifie que $\vec{AB} = \vec{CD}$

1

2

3

b) Remarque

Lorsque les points A, B, C et D sont alignés, on convient de dire que ABCD est un parallélogramme « aplati » puisque les segments [A, D] et [B, C] ont encore même milieu.

c) Milieu d'un segment

M milieu du segment [AB] se traduit par l'égalité suivante :

d) Propriété

O étant un point et $\vec{u}$ un vecteur du plan, il existe un unique point M tel que $\vec{OM} = \vec{u}$

M est l'image de O dans la translation de vecteur $\vec{u}$.

Remarque : propriété souvent utilisée dans les exercices du type : *construire un point M tel que*
 $\vec{AM} = \vec{u}$.

II - Addition de vecteurs

1) Définition de la somme de deux vecteurs

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan.

Soit (A, B) un représentant de $\vec{u}$. D'après la propriété d'unicité précédente, il existe un unique point C tel que (B, C) soit un représentant de $\vec{v}$.

Par définition le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ est le vecteur



relation de Chasles.

2) Vecteur nul

- Pour tout point A , $\vec{AA} = \vec{0}$
- Pour tout vecteur $\vec{u}$, $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ et $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$

3) Opposé d'un vecteur

Pour tous points A, B et M : $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$ et $\vec{BA} + \vec{AB} = \vec{0}$

$$\bullet -\vec{AB} = \vec{BA}$$

$$\bullet \vec{MB} - \vec{MA} = \vec{AB}$$

4) Règle du parallélogramme

- Pour tous points A, B, C et D ,

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \quad \text{si et seulement si } A, B, C, D \text{ sont les sommets d'un parallélogramme}$$

5) Règles de calcul

Pour tous vecteurs $\vec{u}$; $\vec{v}$; $\vec{w}$:

$$\bullet \vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} \quad (\text{commutativité}) \quad \bullet \vec{u} + [\vec{v} + \vec{w}] = [\vec{u} + \vec{v}] + \vec{w} \quad (\text{associativité})$$

$$\bullet \vec{u} + \vec{0} = \vec{u} \quad \text{et} \quad \vec{0} + \vec{u} = \vec{u} \quad (\text{élément neutre})$$

$$\bullet \vec{u} + [-\vec{u}] = \vec{0} \quad \text{et} \quad [-\vec{u}] + \vec{u} = \vec{0} \quad (\text{opposé})$$

III - Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

Résultat 1 :

Soit O et I deux points distincts, α un nombre réel et M un point.

La relation $\vec{OM} = \alpha \vec{OI}$ signifie que :

-
-

Résultat 2 :

Etant donné un vecteur $\vec{u}$ non nul et un réel α non nul, on désigne par $\alpha \cdot \vec{u}$ le vecteur défini par les conditions suivantes, si $\vec{u} = \vec{AB}$ et $\alpha \vec{u} = \vec{CD}$,

-
-
-

Extensions de la définition :

Pour tout réel α et tout vecteur $\vec{u}$,

$$\alpha \vec{0} = \dots \quad 0 \vec{u} = \dots \quad 1 \vec{u} = \dots \quad \text{et } (-1) \vec{u} = \dots$$

Règles de calcul :

Pour tous réels α, β et tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$,

$$\bullet \alpha [\vec{u} + \vec{v}] = \dots \bullet (\alpha + \beta) \vec{u} = \dots$$

$$\bullet \alpha [\beta \vec{u}] = \dots \bullet \alpha \vec{u} = 0 \Leftrightarrow \dots$$

Vecteurs colinéaires - Points alignés

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si

.....

- Les points A, B, C sont alignés si et seulement si

.....

IV - Configurations et vecteurs

a) Milieu d'un segment

- Pour tous points A, B et I,

I est le milieu de $[AB]$ se traduit par l'une des égalités suivantes :

1)

2)

3)

4) Pour tout point O du plan,

b) Théorème des milieux

c) Centre de gravité

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE : REPÈRES DU PLAN

Connaître

Du vocabulaire :

- ☐ Base, ☐ repère, ☐ origine.
- ☐ Axes (abscisses, ordonnées).
- ☐ Coordonnées d'un point.
- ☐ Coordonnées d'un vecteur.
- ☐ Equation cartésienne d'une droite.
- ☐ Vecteur directeur.
- ☐ Equation réduite, coefficient directeur, ordonnée à l'origine.

Des formules, des méthodes :

- ☐ Condition analytique (déterminant) traduisant la colinéarité de deux vecteurs.
- ☐ Coordonnées d'un vecteur, ☐ coordonnées du milieu d'un segment.
- ☐ Coordonnées de la somme de deux vecteurs, ☐ du produit d'un vecteur par un réel.

Réaliser

- ☐ Lire les coordonnées d'un point, d'un vecteur.
- ☐ Représenter un point, un vecteur, de coordonnées données.
- ☐ Représenter dans un repère une droite connaissant :
 - deux points,
 - un point et un vecteur directeur,
 - un point et le coefficient directeur,
 - une équation cartésienne.
- ☐ Calculer les coordonnées :
 - d'un vecteur défini par deux points ou une relation vectorielle,
 - du milieu d'un segment,
 - d'un point défini par une relation vectorielle (quatrième sommet d'un parallélogramme, image d'un point par une translation, une symétrie centrale ...).
- ☐ Contrôler analytiquement :
 - qu'un quadrilatère est un parallélogramme,
 - qu'un point est le milieu d'un segment,
 - que deux vecteurs sont égaux,
 - que deux vecteurs sont colinéaires,
 - que trois points sont alignés,
 - que deux droites sont parallèles.
- ☐ Déterminer une équation cartésienne d'une droite connaissant :
 - un point et un vecteur directeur,
 - un point et le coefficient directeur,
 - deux points.
- ☐ Déterminer une équation cartésienne d'une droite connaissant un de ses points et sachant qu'elle est parallèle à une droite donnée.
- ☐ Déterminer un vecteur directeur d'une droite :
 - connaissant une équation cartésienne,
 - sachant qu'elle est parallèle à une droite donnée.

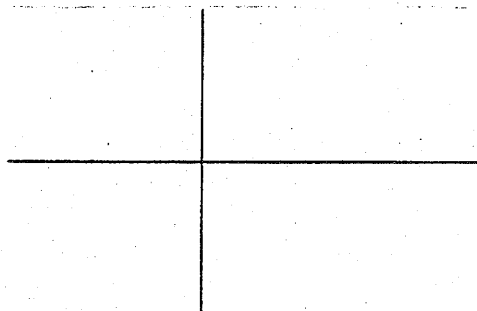
Organiser

- ☐ Utiliser un repère pour résoudre des problèmes, démontrer.

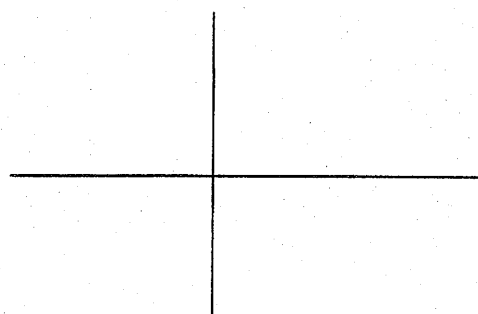
GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE : REPÈRES DU PLAN

I - Définitions

Un triplet de point non alignés $(O ; I ; J)$ constitue un repère du plan



Un triplet $(O, \vec{i} ; \vec{j})$ formé d'un point (origine) et de deux vecteurs non colinéaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$ constitue un repère du plan



$$\vec{OI} = \vec{i} \quad \vec{OJ} = \vec{j}$$

« Le point M est repéré par le couple de coordonnées $(x ; y)$ » signifie que

$$\vec{OM} =$$

$$\vec{OM} =$$

Remarque : On dit que $(\vec{i} ; \vec{j})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan.

• Attention la base $(\vec{i}, \vec{j})$ est différente de la base $(\vec{j}, \vec{i})$

II - Résultats

Le plan est rapporté à un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ et soit A et B les points

- A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$

$$\vec{AB} (\quad)$$

- Soit I le milieu de [AB]

$$I (\quad ; \quad)$$

- Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

$$* \vec{u} = \vec{o} \text{ équivaut à } \{$$

$$* \vec{u} = \vec{v} \text{ équivaut à } \{$$

$$* \text{ si } \vec{w} = \vec{u} + \vec{v} \text{ alors } \vec{w} (\quad)$$

$$* \text{ Si } a \in \mathbb{R} \text{ alors, } a \vec{u} (\quad)$$

* Condition de colinéarité

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si

ce nombre s'appelle le déterminant des coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

$$\text{On note } \det(\vec{u}; \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = \dots$$

III - Equations de droites

Le Plan P est rapporté à un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

A - Définition

Etant donné un point A et un vecteur $\vec{u}$ non nul.

La droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ est l'ensemble des points M

tels que :

$$\vec{AM} =$$

c'est à dire

$$\vec{AM} \text{ et } \vec{u} \dots$$

On la note $d(A; \vec{u})$

B - Equation cartésienne - Equation réduite

1°) Equation cartésienne de $d(A; \vec{u})$

Soit $A(x_0; y_0)$, $\vec{u} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ ($\alpha \neq 0$ ou $\beta \neq 0$) et $M(x; y)$.

On a $\vec{AM} \begin{pmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \end{pmatrix}$ et $\det(\vec{AM}; \vec{u}) = \begin{vmatrix} x-x_0 & \alpha \\ y-y_0 & \beta \end{vmatrix}$

$M \in d(A; \vec{u})$ équivaut à

donc à

$$= 0$$

équation cartésienne de la droite $d(A; \vec{u})$

Remarque : Si on connaît deux points A et B de la droite on prend comme vecteur directeur

2°) Réciproquement :

Si $a \neq 0$ ou $b \neq 0$,
l'ensemble des points M dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient l'équation
 $ax + by + c = 0$ (1) est une droite dont un vecteur directeur est $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

En effet : Si $A(x_0 ; y_0)$ vérifie l'équation, on a : $ax_0 + by_0 + c = 0$ (2)

et $ax + by + c = 0$ (1) équivaut à = 0 (en faisant (1) - (2))

$$\text{donc } \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{Soit à } \det(\vec{AM}; \vec{u}) = 0 \text{ où } \vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Remarques :

1) * Si $b \neq 0$, (1) équivaut à $y =$
relation de la forme $y = mx + p$ avec $m =$

* Si $b = 0$ (et $a \neq 0$), (1) équivaut à $x =$
et la droite est

2) Si d a pour équation : $ax + by + c = 0$ ($b \neq 0$) $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \end{pmatrix}$ sont des vecteurs directeurs de d .

3°) Si d a pour équation : $y = mx + p$ ou $mx - y + p = 0$. on retrouve $\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$ comme coordonnées d'un vecteur directeur.

C - Droites parallèles

- Deux droites sont parallèles si
- Si deux droites sont parallèles, tout vecteur directeur de l'une est

Conditions de parallélisme

1) $d : ax + by + c = 0$

$d' : a'x + b'y + c' = 0$

vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

$\vec{u'} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

$\det(\vec{u}, \vec{u'}) = \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix}$

$d // d'$ si et seulement si = 0

2) $d : y = mx + p$

$d' : y = m'x + p'$

vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

$\vec{u'} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$

$d // d'$ si et seulement si

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

DISTANCE - ORTHOGONALITÉ

Connaître

Du vocabulaire :

- ☐ Base orthogonale orthonormale, ☐ repère orthogonal orthonormal, ☐ norme d'un vecteur.
- ☐ Distance.
- ☐ Vecteur unitaire.
- ☐ Vecteurs orthogonaux.

Des formules, des méthodes :

- ☐ Traduction analytique de l'orthogonalité de deux vecteurs, de la perpendicularité de deux droites.
- ☐ Norme d'un vecteur.
- ☐ Distance de deux points.

Réaliser

- ☐ Calculer la norme d'un vecteur, la distance de deux points.
- ☐ Contrôler que deux vecteurs sont orthogonaux, que deux droites sont perpendiculaires.
- ☐ Déterminer un vecteur orthogonal à un vecteur donné, un vecteur normal à une droite donnée.
- ☐ Déterminer une équation d'une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné. En particulier :
 - Hauteur d'un triangle. • Médiatrice d'un segment. • Tangente à un cercle.

Organiser

- ☐ Déterminer les coordonnées de l'orthocentre d'un triangle,
du centre du cercle circonscrit à un triangle.
- ☐ Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite,
du symétrique d'un point par rapport à une droite.
- ☐ Calculer la distance d'un point à une droite.
- ☐ Déterminer l'aire d'un triangle.
- ☐ Choisir un repère pour démontrer.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

DISTANCE - ORTHOGONALITÉ

I - Repère orthogonal - repère orthonormal Base orthogonale - base orthonormale

Un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est orthogonal, une base $(\vec{i}; \vec{j})$ est orthogonale si :

Un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est orthonormal ; une base $(\vec{i}; \vec{j})$ est orthonormale si :

Pour la suite du cours le plan est rapporté à un repère orthonormal.

II - Distance, longueur, norme, orthogonalité

a) Si $\vec{u} = x \vec{i} + y \vec{j}$ soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ alors

$$\|\vec{u}\|^2 =$$

b) Si A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$ alors

$$AB^2 = \dots$$

$$AB = \dots$$

c) Si $\vec{u} = x \vec{i} + y \vec{j}$ et $\vec{v} = x' \vec{i} + y' \vec{j}$ alors

$$\vec{u} \perp \vec{v} \text{ si et seulement si } \dots$$

III - Droites perpendiculaires

1°) $(\Delta): ax + by + c = 0$ et $(\Delta'): a'x + b'y + c' = 0$.

$$(\Delta) \perp (\Delta') \Leftrightarrow \dots$$

2°) $(\Delta): y = mx + p$ et $(\Delta'): y = m'x + p'$.

$$(\Delta) \perp (\Delta') \Leftrightarrow \dots$$

ANNEXES

UNE TAXONOMIE SIMPLIFIÉE POUR LES ÉLÈVES

Savoir : « *Je sais faire avec la synthèse de cours* »

L'élève qui a mémorisé sa leçon (et qui comprend la question posée) doit pouvoir réussir.

Appliquer : « *Je sais faire avec mon cahier d'exercices* »

L'entraînement effectué en classe correspond aux exercices classés à ce niveau. Il s'agit bien d'un entraînement systématique permettant l'automatisation d'algorithmes de traitement.

Organiser : « *C'est plus difficile...* »

Ces exercices réclament par exemple :

- l'organisation d'une démarche non guidée,
- le réinvestissement de connaissances anciennes,
- une interprétation des données, de la question posée, pour permettre à l'élève de reconnaître une situation familière.

Remarques :

- Ce sont ces critères de tri que nous utilisons pour placer les exercices des contrôles aux trois niveaux.
- Distinguer ces trois niveaux demande une bonne connaissance des programmes et de ce qui a été effectivement pratiqué en classe.
- Une réflexion a priori sur les exercices qu'on veut pouvoir placer à ces niveaux permet d'orienter la phase d'entraînement d'une séquence, voire la phase d'apprentissage.
- Des glissements entre « savoir » et « appliquer » ou entre « appliquer » et « organiser » peuvent correspondre à une adaptation du niveau d'exigence pour des élèves de niveaux différents.

Module : réviser un contrôle

Objectifs

- apprendre à s'organiser pour réviser un contrôle
- clarifier le contrat élèves-professeur à propos de l'évaluation.

Durée : 2 heures

Gestion : Par groupes de trois ou quatre élèves.

Déroulement

1ère partie : Élaborer une fiche d'objectifs (30 min)

Consigne : « chaque groupe doit identifier les objectifs qui se rapportent au thème du contrôle. Vous les classez ensuite en 3 catégories suivant la taxonomie habituelle. Vous disposez comme document de votre classeur et du livre de mathématiques ».

Les élèves travaillent individuellement pendant une dizaine de minutes puis mettent leurs réponses en commun dans le groupe. Après discussions ils rédigent sur un transparent, en les classant, les objectifs qu'ils ont retenus.

Synthèse collective : (15 à 20 min)

Les propositions de chaque groupe sont comparées (au rétroprojecteur).

Elles sont éventuellement critiquées ou complétées par les autres.

2 cas peuvent se présenter :

- La fiche construite par la classe est complète et satisfait aussi les exigences de l'enseignant : il peut alors choisir de ne pas distribuer celle du fichier.

- La fiche est incomplète ou mal structurée : il distribue celle du fichier pour comparaison. Elle est éventuellement modifiée après négociations.

Commentaires

• La première fois qu'un tel module est organisé, l'enseignant doit définir les trois niveaux de la taxonomie (annexe 1) ainsi que la façon de rédiger un objectif pour le rendre opérationnel (verbe + complément).

• Si les élèves sont par groupes de niveau il impose d'approfondir le niveau « connaître » ou « appliquer » aux élèves repérés en difficulté.

• Il recentre les discussions dans les groupes si c'est nécessaire.

• Il anime la synthèse.

- On peut ajouter ou supprimer des objectifs, ou les changer de niveau taxonomique.

Remarques

En général tous les élèves peuvent s'engager dans la tâche si l'identification des objectifs se fait régulièrement, à toutes les séances, après une activité, un exercice ou en interrogation orale en début de cours.

Déroulement

2ème partie : Mise en relation de la fiche et des activités de classe (15 à 20 min)

1ère consigne « associer à chaque objectif une partie du cours, une activité d'apprentissage, un ou plusieurs exercices traités en classe »

Commentaires

Le travail se fait d'abord individuellement puis par groupe.

Une correction collective orale tient lieu de synthèse

Auto-évaluation (10 à 15 min)

2ème consigne : « *Indiquer sur votre fiche, dans les cases correspondantes, les objectifs que vous estimez ne pas avoir encore atteints* ».

3ème partie : On révise

(fin de la première séance ou autre séance)

Consigne : « *vous allez refaire les exercices correspondants aux objectifs que vous avez signalés auparavant* ».

La recherche de ces exercices se fait en groupe.

A la fin de la séance, les élèves sont invités à poursuivre le travail chez eux.

- Des élèves ont l'occasion, a posteriori, de donner du sens à certaines activités.

- L'enseignant fait trier et ranger les classeurs de ceux qui ne se repèrent pas bien dans leurs documents.

- Les tests « ponctuels » réalisés pendant l'apprentissage peuvent aider les élèves dans cette tâche.

- La façon dont les élèves s'évaluent ne correspond pas toujours à ce qu'a pu repérer l'enseignant. Il instaure alors avec chacun un dialogue personnalisé (analyse des erreurs commises dans les exercices).

- Les groupes sont éventuellement modifiés afin de regrouper les élèves suivant leurs besoins.

- Si une même connaissance du niveau connaître ou appliquer apparaît non acquise pour une majorité d'élèves, elle est alors retravaillée en classe entière avant le contrôle.

- L'enseignant peut proposer aux groupes de nouveaux exercices.

- Il aide, à la demande, chaque groupe : analyse des erreurs et vérification des résultats.

Remarques

- Ce module « lourd » est utilisé en début d'année lors des premiers contrôles bilans pour permettre aux élèves de s'approprier les fiches d'objectifs. Au second trimestre, des séances plus courtes de 30 à 15 min leur sont consacrées (1ère ou 2ème partie uniquement). Au troisième trimestre, elles sont simplement distribuées avec quelques commentaires.

- Une autre variante de ce module a été expérimentée dans des classes « faibles » pour motiver les élèves :

La 1ère partie est identique. On demande dans une 2ème partie, à chaque groupe, de **construire un contrôle** où les exercices couvrent les trois niveaux, et c'est un autre groupe qui effectue les exercices à titre de révision. Le contrat étant que le professeur s'engage à choisir, dans chaque groupe, un des exercices proposés (ou un exercice similaire) parmi ceux qui constituent le « vrai » contrôle.

Un exemple de progression en seconde

La progression qui est proposée veut éviter tout cloisonnement, et équilibrer sur l'année « les noyaux durs » du programme.

Les configurations en géométrie ne font pas l'objet d'une synthèse. Elles sont abordées en Module dans le cadre d'un apprentissage sur la démonstration. Les statistiques sont « saupoudrées » tout au long de l'année sous forme d'exercices et donnent lieu à la construction d'un formulaire.

Thèmes	Période 1 Septemb. Octob.	Période 2 Novemb. Décemb.	Période 3 Janvier - Février	Période 4 Mars - Avril	Période 5 Mai - Juin
Calcul numérique Calcul littéral	- Équation (premier degré) - Équations produits - Structures algébriques (règles de calcul) - Transformer des écritures	- Équations quotients (simples) - Ordre : inégalités, intervalles. - Inéquations 1er degré	- Inéquations - Valeur absolue	- Systèmes - Régionnement du plan	- Calcul algébrique (synthèse) (préparation entrée première)
Relations numériques Fonctions	- Exprimer en fonction de... - Notation $f(x)$	- Fonctions affines (équation réduite d'une droite) - Généralités (image - antécédent - lect. graph.)	Fonctions (sens de variation)	Fonctions de référence	- Fonctions trigo. - Fonctions associées
Statistiques	Exercices type « brevet »	- Fréquences - Moyenne - Lien fonctions linéaires propriétés			Écart - type
Géométrie plane	- Configurations (Triangles, Thalès, Pythagore) - Trigonométrie (Triangle rectangle)	Translations - Vecteurs	Repères (géométrie analytique y compris distance et orthogonalité)	Angles orientés - trigonométrie	- Transformations - Homothétie
Géométrie dans l'espace		Problèmes de représentation Les solides du 1er cycle		Relations d'incidence Parallélisme	orthogonalité

TITRE : Un fichier de connaissances à compléter avec la classe

AUTEURS : Colette CHAUPRADE - Aline COUDERT - Martine GRIMAUD -
Madeleine MICHARD - Jean-Luc MILLET - Geneviève PATUREAU -
Marie-Madeleine ROUMILHAC

FORMAT : A4

Nombre de pages : 56

PUBLIC CONCERNE : Lycée - liaison troisième / seconde

RESUME : Fiches d'objectifs et trames de résumés de cours couvrant le programme de
seconde pour :

- permettre une appropriation par l'élève des exigences du programme
- gérer les synthèses de cours comme des activités.

MOTS CLES : Objectifs - Savoir - Appliquer - Analyser
Calcul numérique - Calcul algébrique - Fonctions - Géométrie

EDITEUR : IREM de LIMOGES, 123, av. Albert Thomas, 87060 LIMOGES CEDEX

DIRECTEUR / responsable de publication : Alain SALINIER, Directeur de l'IREM.

DEPOT LEGAL : septembre 1996

TIRAGE : 200 exemplaires

PRIX : 35,00 F

ISBN : 2-910165-06-x