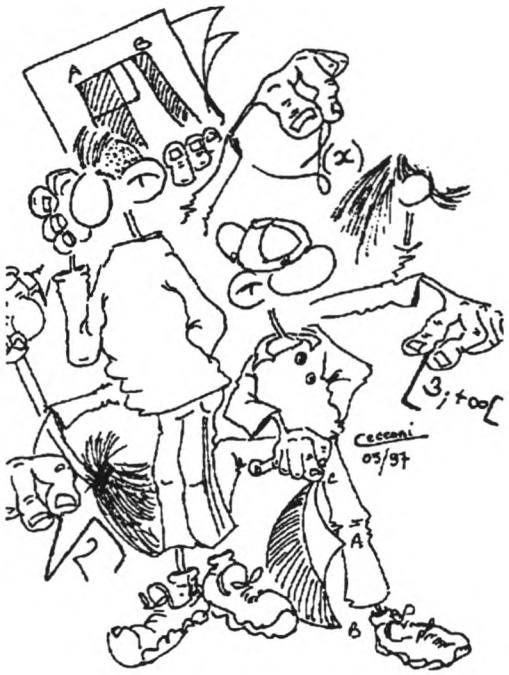
UNIVERSITE JOSEPH FOURIER
GRENOBLE 1
irem
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
de Grenoble



Document du troisième jour du stage

Didactique des Mathématiques de la 4° à la 2nde

Portes les Valence, le 24 janvier 1997
St Jorioz, le 11 avril 1997

Annie Bessot Marie Thérèse Carra Serge Cecconi

Avec les stagiaires ...

A. Bonneton Collège J. Chassigneux 38470 Vinay
A. Callegari Collège Jean Macé 26800 Portes les Valence
N. Duboin Collège Jean Macé 26800 Portes les Valence
J. Christophe Collège Jean Macé 26800 Portes les Valence
R. Joux Collège Jean Macé 26800 Portes les Valence
M. Mayet Collège J. Chassigneux 38470 Vinay
M. Montreynaud Collège J. Chassigneux 38470 Vinay
H. Octave Collège Jean Macé 26800 Portes les Valence
C. Roupioz Collège J. Chassigneux 38470 Vinay
N. Todeschini Collège Jean Macé 26800 Portes les Valence
M-P. Crovella Collège J. Monnet 74410 St Jorioz
J. Frison-Roche Collège Beauregard 74960 Cran-Gevrier
G. Lecocq Collège R.Blanchard 74008 Annecy
C. Martin Lycée C. Beaudelaire 74960 Cran-Gevrier
M. Michel Collège Beauregard 74960 Cran-Gevrier
L. Petit Collège Beauregard 74960 Cran-Gevrier

et les dessins de Serge Cecconi

I.R.E.M.
DE GRENOBLE
BIBLIOTHEQUE

Sommaire

Présentation du document. .....page 1

Les séquences réalisées

Collège J. Chassigneux (Vinay) .....page 4

Collège J. Macé (Portes les Valences) .....page 7

Collège R. Blanchard (Annecy) .....page 9

Lycée C. Baudelaire (Cran Gevrier) .....page 11

Collège Beauregard (Cran Gevrier) .....page 14

La situation "Zoom" .....page 19

La situation "Balayage" .....page 27

En guise de conclusion

Les réponses au questionnaire d'évaluation .....page 36

Annexe

Fiches "Zoom" .....page 42

Fiches "Balayage" .....page 51

Présentation du document relatif au troisième jour des stages de Portes les Valence et Saint Jorrioz

Ce document rend compte du déroulement du troisième jour de deux stages "Didactique de la quatrième à la seconde" animés par le groupe didactique de l'Irem de Grenoble. Le premier a eu lieu à Portes les Valence les 21, 22 novembre 1996 et le 24 janvier 1997 ; le second à Saint Jorrioz les 6 et 7 février 1997 et le 11 avril 1997.

Vous trouverez donc dans ce document :

- une présentation des scénarios conçus par les stagiaires de ces deux stages, une description de leur réalisation et des commentaires des enseignants les ayant réalisés.

- une analyse d'une séquence construite par le groupe didactique de l'Irem de Grenoble à partir de deux des problèmes proposés lors de la seconde journée des deux stages.

- et enfin en conclusion le bilan du stage à partir des réponses des stagiaires à un questionnaire d'évaluation.

Vous trouverez aussi en annexe des fiches photocopiables permettant de réaliser la séquence du groupe Irem de didactique des mathématiques de Grenoble.

Merci d'envoyer vos remarques et critiques sur ce document à

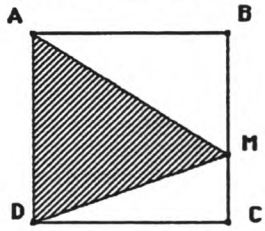
Annie Bessot, Marie-Thérèse Carra, Serge Cecconi
Irem de Grenoble

Les séquences réalisées

Le problème choisi par les participants du stage de Portes les Valence

Aire du triangle AMD

Évaluer l'aire du triangle **AMD** en fonction du trajet de A à M le long du carré **ABDC.**



Le scénario prévu : Collège J. Chassigneux de Vinay

Dans une pièce carrée ABCD de côté 10m, on veut protéger le mur [AD] couvert de tableaux de maîtres et une partie de la pièce à l'aide d'une cellule photoélectrique M ; cette cellule placée sur l'un des murs est reliée par un fil électrique *tiré à l'intérieur des murs* depuis la prise A.

Où placer la cellule pour que la surface au sol protégée soit la plus grande possible ?

Scène 1.Prise de connaissance du problème par groupe de 2 (10min)

Sur une feuille commune :

- faire des remarques
- poser des questions
- faire des dessins.

En coulisse : difficultés possibles liées au vocabulaire, syntaxe, compréhension de l'énoncé et de la situation (peu de nombres, mobilité du point M)

Scène 2. Echanges par groupe de 4 (10 mn)
prendre connaissance de la feuille de l'autre groupe

- échanger,trier,
- préparer une affiche avec des dessins ,
- écrire d'une part les découvertes d'autre part les questions.

Scène 3. Affichage (un commentateur pour chaque groupe) tout est lu sans interventions

En coulisse : si personne n'a placé M sur [AB], sur [DC] ou sur [AD] relancer le problème avec une longueur de fil supérieure à 20m ou inférieure à 10m

Question : Comment peut-on être sûr qu'on a envisagé tous les cas ? Si personne ne propose une réponse suggérer d'exprimer l'aire du triangle AMD en fonctionde la longueur du fil (5mn)

Scène 4. A l'intérieur des groupes de 4 (20 mn) :

2 élèves cherchent dans le cas où le fil passe par B

2 élèves cherchent dans le cas où le fil passe par D

La production doit comporter la ou les réponses accompagnées d'un dessin.

En coulisse : difficultés pour introduire une variable : vont-ils différencier les cas ? vont-ils résoudre des inéquations ?

Cas possibles :

M est sur[AB].	• y = 5x	0≤x≤10
		0≤y≤50 (le fil passe par B)
	• y = (40-x)5 = 200-5x	30≤x≤40
		0≤y≤50 (le fil passe par D)
M est sur [BC]	• y = 50 1	0≤x≤20 (le fil passe par B)
	• y = 50,	20≤x≤30 le fil passe par D)
M est sur [CD]	• y = 150-5x ,	20≤x≤30
		0≤y≤50 (le fil passe par B)
	• y = 5x-50,	10≤x≤20 (le fil passe par D)
M est sur [AD]	• y = 0,	30≤x≤40, (le fil passe par B)
	• y = 0 ,	0≤x≤10, (le fil passe par D)

Résultats attendus

M est sur[AB] y = 5x
y = 200 - 5x
M est sur [BC] y = 50
M est sur [CD] y = 150 - 5x ou y = 5x - 50
M est sur [AD] y = 0

On ramasse les feuilles

ACTE II scène 1 : en collectif : graphique

Séquence réalisée

Collège J. Chassigneux, 3ème, Monique Montreynaud, Alain Bonnetont, Marisette Mayet, Claude Roupioz
(reproduction de la présentation orale)

Les différentes phases :

Nous en sommes restés à l'acte I, il n'y a eu ni institutionnalisation, ni de représentation graphique.

On a respecté les différentes phases, on a fonctionné sur 2 séances .

Durée :

Scène 1 : 10 minutes
Scène 2 : beaucoup plus (25 minutes)
Scène 3 : affichage 10-15 minutes
Scène 4 : 20 minutes

Consignes :

Scène 1 : intervention pour préciser que c'était « sur *l'un* des murs » et pour dire l'importance de la longueur de fil (économie)

Scène 4 : relation faite avec un devoir où figurait une distance à calculer par soustraction

Organisation :

6 groupes de 4 ou 3 (par proximité géographique ou par affinité)

Rôle de l'enseignant :

Grand improvisateur comme d'habitude
Scène 2 : en fonction du cheminement des groupes
trois types de groupes :
groupe "polytechnique" : "il va falloir trouver des x !"
groupe des amateurs de théatre : font des dessins
groupe des bricoleurs : "le fil doit passer par le plafond ..."
Scène 3 : renvoyer des questions à la classe

Règle : on veut protéger en priorité le mur. on veut en même temps protéger le maximum du sol.

Intervention importante après la scène 4 pour oralement faire un travail de récupération des différents résultats et pour formaliser ces résultats (utilisation de x).

Productions écrites :
brouillons de recherche (scène 1)
affiches (scène 2)

Difficultés :

- de vocabulaire : cellule photo ? tableaux de maîtres ?
- de compréhension de la situation : position de M ? Par contre il n'y a pas eu de difficultés apparentes concernant le peu de données numériques et la mobilité de M ;
- pour se mettre d'accord sur une stratégie dans chaque groupe, ce qui a incité à passer au calcul ("d'habitude dans un problème où un point M se déplace on utilise une mise en équation") ;
- pour éviter les interventions des élèves dans la scène 3 ;
- à faire chercher d'autres solutions que celle de l'aire constante (qui a été proposée rapidement par les élèves : "on va trouver $50m^2$!") ;
- de prendre en considération l'intérêt de placer M sur un autre mur que [BC].

Questions et réponses imprévues :

• certains se sont situés dans l'espace : nécessité de simplification par le passage au plan ;

• problème de l'angle balayé par la cellule : l'enseignant a improvisé (limitation de Avers D)

• y-a-t-il une ouverture ?

• Les procédures sont liées au vécu des élèves :
Le groupe "polytechnique" mathématisent tôt ;
Le groupe des amateurs de théatre a une bonne vision spatiale et le sens de la mise en scène
Le groupe des bricoleurs est toujours préoccupé par le problème de l'installation du fil !

Modification à prévoir :

• La situation est artificielle par rapport à la longueur du fil

• la meilleure solution est trop évidente. Ne pas fournir le dessin mais prévoir une phase pour sa mise au point ;

• dans l'énoncé, rajouter «et la longueur du fil utilisé la plus courte possible»

• limiter la scène 2 (25 min trop long)
En fait l'habillage complique le problème : de plus, une photoélectrique ne travaille pas comme cela.

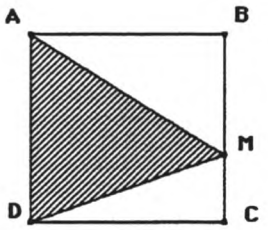
Le scénario prévu : Collège J. Macé de Portes les Valence

L'activité se fait en groupes.

Enoncé de la tâche

M étant le seul point mobile dans le sens des aiguilles d'une montre en partant du point A sur le pourtour du carré ABCD, exprimer l'aire du triangle AMD en *fonction du trajet de A à M le long du carré ABCD.*

Rédiger *clairement* les calculs de l'aire en vue de les communiquer à un autre groupe.



Première phase

I. *Recherche en groupe* (1/2 h)

Pour les groupes les plus rapides, les échanges se font.

Chaque groupe doit vérifier la rédaction des autres, vérifier et corriger si nécessaire.

II. *Mise en commun*

Faire venir en premier le groupe qui a le moins avancé.

Pour les autres, poser des questions mais ne pas fournir d'informations supplémentaires.

Recueil d'informations supplémentaires à faire valider par la classe.

Deuxième phase

I. Exprimer l'aire du triangle AMB en fonction du trajet de A à M dans le cas où AB = 10 (8,9,11,12.....)

II. Déterminer les longueurs minimales et maximales du trajet de A à M.

III.Choisir plusieurs valeurs pour le trajet de A à M et calculer pour chacune l'aire du triangle AMD. Présenter les résultats sous forme d'un tableau.Représentez graphiquement l'aire du triangle AMD en fonction du trajet de A à M.

Séquence réalisée

Collège J. Macé, 3ème, Ariane Callegari, Nicole Duboin, Christophe Jean, Helène Octave, Nicole Todeschini

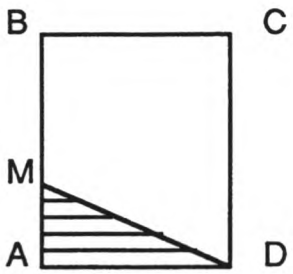
Séquence réalisée	Modifications
Aucune valeur numérique n'a été donnée pour le côté du carré.	- La durée de chaque phase a été doublée : 1h au lieu de 30 min
• Différentes phases Deux phases	- Deux des classes ont suivi le scénario sans modification
• Conditions de réalisation -rôle de l'enseignant il ne répond pas aux questions mais renvoie les questions aux groupes.	- Trois classes ont effectué des modifications : • deux n'ont placé aucun point M sur le dessin • La troisième a posé le problème avec le déplacement de M restreint à deux côtés seulement du rectangle : [AB] et [BC] - Les groupes comportaient de deux à cinq élèves selon les classes et les affinités
• Travail des élèves - Nature des productions : orale et écrite - Procédures des élèves : présentation des 4 cas dans des ordres différents	- toutes les réponses prévues sont apparues - aucune réponse imprévue

- Difficultés :
Un blocage est apparu, dû à l'oubli de la formule de l'aire du triangle.
Il y a eu aussi une mauvaise compréhension de l'expression « en fonction de » et du mot pourtour.

• La phase d'institutionnalisation s'est faite en conclusion de la phase 2.

• Phase d'évaluation: si on suppose que le but de l'activité est d'utiliser des formules, les applications seront une évaluation.

Collège J. Macé, 3ième, Robert Joux



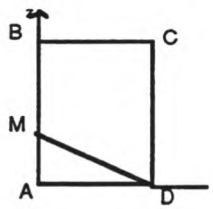
ABCD est un rectangle.
M se déplace dans le sens des aiguilles d'une montre sur [AB] et [BC].
AD = 4 cm et AB = 6 cm
1°) Faire 3 dessins différents (dans chaque dessin, M sera à une position différente)
2°) Pour chaque dessin calculer la mesure de l'aire du triangle MAD.

3°) Remplir le tableau ci - dessous

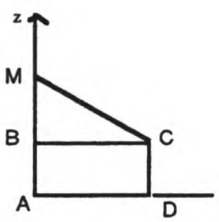
Différentes positions de M[1]	Longueur du trajet de A à M	Mesure de l'aire du triangle AMD	
1			K1
2			K3
3			K2
12			K12
	abscisse du point	ordonnée du point	Points dans le repère orthonormal (O,I,J)

4°) Placer les points K1, K2, ...K12 dans le repère (O,I,J).
5°) Que remarquez-vous ? Expliquer.

Prolongement



M se déplace sur la demi-droite [Az) de A vers le haut.
Mêmes questions



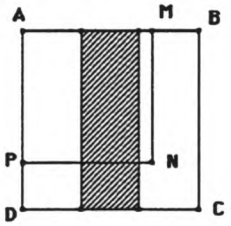
M se déplace sur la demi-droite [Bz) de B vers le haut.
Mêmes questions

[1] On regroupe toutes les réponses des élèves dans un seul tableau pour obtenir le plus de points possibles.

Le problème choisi par les participants du stage de Saint Jorioz

Carré hachuré 8

ABCD est un carré.
Évaluer l'aire hachurée dans le carré **AMNP** en fonction de **AM.**



Le scénario prévu : Collège R. Blanchard et du lycée C. Baudelaire

I. Présentation :
- Dessin de la feuille du CNAM (carré de 12 cm de côté)
- But: voir comment l'aire varie quand M se déplace
- On appelle A l'aire de la surface hachurée à l'intérieur du carré AMNP

II. Activité par groupes :
- Dessin carré partagé en 3 bandes

Questions: * sur le dessin ci-contre, construire chacun des carrés correspondant aux valeurs entières de x . Dans chaque cas colorier en rouge la surface correspondant à A.
* Peut-on dire que A est proportionnelle à x ?

Rédiger la réponse que l'un de vous présentera à la classe.
-> présentation, mise en commun

III. De nouveau en groupes :
Exprimer l'aire A en fonction de x (on distinguera plusieurs cas)
-> Mise en commun et correction

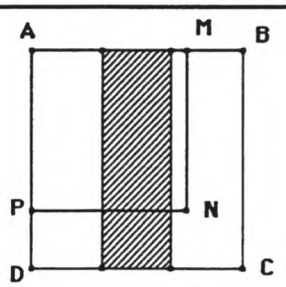
IV. Représentation graphique:

Dans un repère, on représente x en abscisse (unité le cm) et A en ordonnée (unité 2 mm pour 1 cm^2) représenter graphiquement l'aire A en fonction de x.
-> Conclusion selon le niveau.

Séquences réalisées

Collège R. Blanchard, 3ème[1], Gilberte Lecocq

Le travail s'est fait par groupe de 4 ou 3.
Les groupes ont été imposés : hétérogène du point de vue des résultats en mathématiques. On distribue un sujet par élève. A la fin chaque élève doit rendre sa réponse.
Deux parties sont prévues : une partie d'observation de la figure (I), et une partie de mathématisation (II et III).
• Première heure (Partie I et II)
Lecture de l'introduction, c'est à dire du but de l'activité (I. Présentation).
Distribution de la feuille 1 et travail individuel (1/2 heure).



ABCD est un carré de 12 cm de côté partagé en trois bandes de même largeur, la bande centrale étant hachurée.
M est un point du côté [AB]. AMNP est un carré.
On s'intéresse à l'aire A de la *surface hachurée située à l'intérieur de AMNP*.
Le but global de cette activité est de voir avec précision *comment varie cette aire quand M se déplace*.
I *Sur le dessin* ci-dessus, *construire* chacun des carrés AMNP dont la mesure du côté est un entier, *en coloriant* à chaque fois en rouge la surface correspondant à A.

[1] C'est une classe d'un bon niveau.

Distribution de la feuille 2.

II. *Selon ce que vous observez*, l'aire A varie-t-elle toujours de la même façon quand M se déplace de A vers B ? Cette aire *vous semble-t-elle* proportionnelle à la longueur du côté du carré AMNP ? (Affinez votre réponse à l'aide d'un tableau)
N.B. Rédigez votre réponse par écrit.
L'un d'entre vous les exposera à la classe.
III. Pour généraliser, on appellera x la mesure de [AM] en cm.
Exprimez l'*aire A en fonction de x* (on distinguera plusieurs cas)
Que répondez-vous alors à la question : A est-elle proportionnelle à x ?
IV. *Représentation graphique* : dans un repère, représenter A en fonction de x (en abscisse, 1 cm représente 1 cm et en ordonnée, 2 mm représentent 1 cm^2)

• Deuxième heure (partie III et IV)
A la fin de la partie III, une mathématisation claire de la situation doit être adoptée par tous. La partie IV, commencée en classe doit être terminée à la maison.
Une troisième séance est prévue pour une synthèse.

Commentaire de Gilberte Lecocq sur le déroulement de la séquence.
- Difficultés d'ordre général
Le manque d'élève, la première heure ayant lieu le samedi de Pâques.
Le peu de motivation, la séance tombant sur le lendemain du brevet blanc, et le devoir à rendre pour cette activité n'étant pas noté.
Les élèves n'ont pas vraiment joué le jeu surtout le premier jour et je trouve qu'en intervenant pour les motiver, je les ai trop "mis sur la voie".

Question I
* Les élèves ont été gênés par le côté "observation", pour eux peu habituel et "peu mathématique".
* J'ai mal posé le sujet : ils voulaient colorier tout de suite toute la bande rouge : il faudrait demander pour 1 cm, puis pour 2 cm, ...
* Je suis beaucoup intervenue pour redire qu'on voulait *voir* comment varier l'aire A.

Question II
* Difficulté pour comprendre la question : "A est-elle proportionnelle à la longueur du côté du carré AMNP ?", n particulier, ils ne savent pas quoi mettre dans le tableau : 2 grandeurs, lesquelles ?
* Comme nous étions "en retard", et comme les productions étaient assez uniformes, j'ai fait un rapide résumé avant de distribuer la question II.

Question III
* Difficultés de retour à des valeurs quelconques de x. Certains ne sont pas vraiment arrivés à comprendre la question, pour les autres c'étaient très facile.
* L'exposé du premier qui est passé était très clair et bien expliqué. Il n'y a donc pas eu de discussion réelle.

Solution exposée et retenue :
si $x<4$ alors $A = 0x$
si $4<x<8$ alors $A = x(x-4)$
si $8<x<12$ alors $A = 4x$

Question IV
Certains ont mis du temps avant de voir le segment correspondant à la proportionnalité. Beaucoup de discussion pour les valeurs de x. Là je suis très peu intervenue et j'ai trouvé que c'était un vrai travail en groupes.

Conclusion générale
Cela a été plus long que prévu (3 h au lieu de 2h15). J'ai eu du mal à susciter un travail de groupe réel. J'ai utilisé tout de même cette situation pour l'introduction des fonctions.

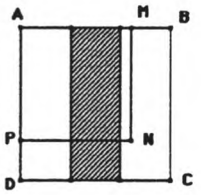
Lycée C. Baudelaire, 2nde, Charles Martin

Cette séquence venait après avoir traité la géométrie analytique
Elle débutait par une séance de travail dirigé.
Ci-après la feuille distribuée à chaque élève.

Introduction à la notion de fonction

1 - Présentation de l'activité

On considère un carré ABCD de 12 cm de côté dont le tiers central est hachuré
Un point M est mobile sur le côté [AB], et se déplace de A vers B. On pose AM = x (en cm).
L'aire A (en cm2) de la surface hachurée située à l'intérieur du carré AMNP évolue en fonction de AM.



On cherche à savoir comment l'aire A évolue en fonction de la distance x.

2 - **Dessiner** un tel carré ABCD partagé en 3 bandes.
- **Construire** chacun des carrés AMNP correspondant aux valeurs entières de x et, dans chacun des cas, mettre en évidence, en couleur, la surface d'aire A.

Question : Peut-on dire que A est proportionnelle à x ?
(Rédigez la réponse que vous présenterez à la classe)

3 - **Exprimer** l'aire A en fonction de x, en distinguant plusieurs cas selon les valeurs de x.

4 - **Représenter graphiquement** A en fonction de x dans un repère cartésien après avoir choisi quelle grandeur vous représenterez sur chacun des deux axes, et avec quelle unité (échelle).

Commentaires de Charles Martin sur le déroulement des séances

Travail de groupes en deux demi-classes : parties 1 et 2

2 - Question : A est-il proportionnel à x ?

* Première demi-classe

Groupe 1 : oui, si x≥4, alors A augmente si x augmente
non, si 0<x<4 car A = 0 même si x augmente

Groupe 2 : même réponse que l'élève 1

Groupe 3 : oui, si 4≤x≤8 car si x>8 alors AMNP déborde donc plus proportionnel

Groupe 4 : oui, si x>8

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	0	0	0	0	1	4	9	16	?			

non, car 8x2 = 16 et les autres ça marche pas — ajouté par l'enseignant : les élèves n'ont pas fait les calculs

Groupe 5 : oui quand x ≥ 8

x	9	10	11	12
A	36	40	44	48

puis il change d'avis pour prendre celui du groupe 4

Groupe 6 : oui quand x ≥ 8

x	8	9	10	11	12
A	16	36	40	44	48

Groupe 7 : oui quand x ≥ 8

Groupe 8 : oui quand x ≥ 8, car $A = x^2$ — si x augmente de 1 alors A augmente de 4

[Les groupes 6, 7 et 8 ne donnent aucune justification de la non proportionnalité avant 8]

* Deuxième demi-classe

Groupe 1 : oui, mais les deux coefficients de proportionnalité sont différents de 4 à 8 et de 5 à 12
Ils rajoutent ensuite : oui, aussi de 0 à 4 (en regardant la figure)

Groupe 2 : Non

x	1	2	3	4	5	6	7	8
A	6	14	24	38	40	44	48	52

6x1 = 6

Groupe 3 : Non

x cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A cm^2	0	0	0	0	5	12	21	52	45	60	77	96

$96/12 \neq 77/11$, etc. ...

Groupe 4 : Non de 5 à 7 et oui de 8 à 12

x	5	6	7	8	9	10	11	12
A	5	12	21	32	36	40	44	48

Groupe 5 : Oui de 8 à 12, avant non car 5x1 = 5, 6x2 = 12, 7x3 = 21, 8x4 = 32

Groupe 6 et groupe 7 : idem groupe 4

Synthèse

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	0	0	0	0	5	12	21	32	36	40	44	48

A n'est pas proportionnel à x, sauf entre 8 et 12 : à prouver.

Les élèves prouvent :

• la proportionnalité en donnant le coefficient de proportionnalité et en écrivant A(x) = 4x

• la non proportionnalité par : $\frac{5}{5}=1$ $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ $\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$ $\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$

* En classe entière : parties 3 et 4

*3 - **Exprimer** l'aire A en fonction de x, en distinguant plusieurs cas selon les valeurs de x.*

Enseignant : "Qu'est-ce que cela veut dire que deux grandeurs sont proportionnelles "

Pour certains élèves deux grandeurs sont proportionnelles, quand les deux grandeurs augmentent de la même manière.

L'enseignant a donc redéfini la proportionnalité de deux grandeurs.

Réponse adoptée :

Si $0 \leq x \leq 4$ alors $A(x) = 0$

Si $4 \leq x \leq 8$ alors $A(x) = x^2-4x$

Si $8 \leq x \leq 12$ alors $A(x) = x^2-4x-(x-8)x$ (1ère forme)

$A(x) = 4x$ (2ième forme)

D'où le travail algébrique pour montrer l'équivalence des expressions :

$$A(x) = x^2-4x-(x-8)x$$
$$= x^2-4x-x^2+8x$$
$$= 4x$$

*4 - **Représenter graphiquement** A en fonction de x dans un repère cartésien*

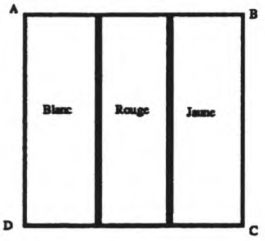
Au tableau :

Ceci est la représentation graphique de la fonction A qui, à tout réel x de [0, 12], associe A(x). Cette fonction se note A : $[0,12] \dashrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto A(x)$

Cette courbe est la courbe d'équation y = A(x)

Le scénario prévu. Collège Beauregard



ABCD est un carré de tissu de 21 cm de côté, formé de 3 bandes rectangulaires ,de même largeur et de couleurs différentes comme indiqué sur le dessin ci-contre.

Dans ce tissu on veut découper un mouchoir carré AMNP, M étant un point de [AB].

1ère étape : • Est-il possible d'obtenir un mouchoir d'une seule couleur ? de 2 couleurs différentes ? de 3 couleurs différentes ?
• Dans chaque cas possible, faire un dessin où apparaîtront les carrés ABCD et AMNP
.

2ième étape : • But : Trouve l'aire A(x) de la bande rouge du mouchoir en fonction de la longueur x (en cm) du côté de ce mouchoir.
• Par oral : - Faire le lien entre les dessins et ce que l'on cherche. (Insister sur la comparaison des 2 derniers dessins)
- Trouver le lien entre le nombre de couleurs et l'encadrement de x.
• Calcul de A(x)

3ème étape : • Utilisation des résultats (en activité dirigée)
- Calculer A(x) pour différentes valeurs de x.
- Étude de la nature de la fonction x -> A(x) ?
-Représentation graphique de A.
-Trouver A(x) lorsque le côté du carré est a.

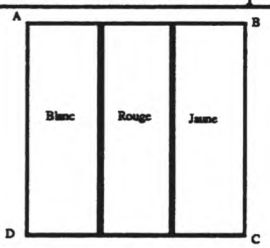
Séquences réalisées

Collège Beauregard, 4ième[2], Lucienne Petit

Les applications linéaires ont déjà été traitées auparavant.

Lundi de 14h à 15h20 (1h20)

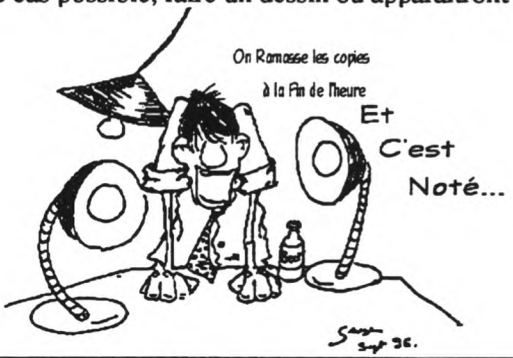
Première étape (individuelle, 15 minutes)
L'enseignante distribue à chaque élève la feuille suivante :



ABCD est un carré de tissu de 21 cm de côté, formé de 3 bandes rectangulaires ,de même largeur et de couleurs différentes comme indiqué sur le dessin ci-contre.

Dans ce tissu on veut découper un mouchoir carré AMNP, M étant un point de [AB].

1ère étape : • Est-il possible d'obtenir un mouchoir d'une seule couleur ? de 2 couleurs différentes ? de 3 couleurs différentes ?
• Dans chaque cas possible, faire un dessin où apparaîtront les carrés ABCD et AMNP.



[2] Classe exceptionnelle selon les enseignants du collège

Commentaires de Lucienne Petit
Consigne : "Vous travaillerez au brouillon et en silence pour permettre à tous de réfléchir."

Question des élèves : "Est-ce que le point M peut venir sur A ? sur B ?"
Réponse donnée par l'enseignante : "A appartient au segment [AB], de même pour B."
Deux moments dans cette prémière étape :
- s'approprier le problème
- mathématiser

Certains élèves considèrent plusieurs cas, sans tenir compte des cas limites, d'autres au contraire ne considèrent que des cas limites.
Après 10 minutes de travail, devant la disparité des conduites, l'enseignante demande aux élèves : "lisez l'énoncé mot par mot et comparez avec ce que vous avez fait."
Question d'un élève : "Madame je ne comprend pas la différence entre tissu et mouchoir."
Les autres élèves : "Tais-toi et relis."

Deuxième étape (individuelle, puis par groupes)
Consigne : "On se propose de calculer l'aire de la bande rouge en fonction de la longueur x du côté du mouchoir."
Puis l'enseignante dicte la deuxième étape.

2ième étape : • But : Trouve l'aire A(x) de la bande rouge du mouchoir en fonction de la longueur x (en cm) du côté de ce mouchoir.
• Par oral : - Faire le lien entre les dessins et ce que l'on cherche. (Insister sur la comparaison des 2 derniers dessins)
- Trouver le lien entre le nombre de couleurs et l'encadrement de x.
• Calcul de A(x)

Commentaires de Lucienne Petit
Les élèves reprennent leur recherche, individuellement (15 minutes).
Question d'un élève : "Est-ce que x peut être égal à 0 ? Est-ce que x peut être égal à 21 ?"
L'enseignante ne donne pas de réponse.
Puis *partie orale* : "Faire le lien entre les dessins et ce que l'on cherche." (Insister sur la comparaison des deux derniers dessins) (15 minutes)
Successivement :
- Taille du mouchoir
- Lien entre x et le point M avec confusion parfois entre x et M.
- Comparaison laborieuse entre les deux derniers dessins.
- Les trois encadrements de x sont trouvés par les élèves : l'enseignante sert de secrétaire au tableau et écrit au tableau.

$0<x<7$
$7<x<14$
$14<x<21$

Les élèves ont demander de compléter les encadrements :

$0\leq x\leq 7$
$7<x<14$
$14\leq x\leq 21$

- L'enseignante conseille de colorier la partie dont on cherche l'aire.

Question d'un élève : "Peut-on remplacer x par un nombre ?"
L'enseignante refuse de répondre : "Tu fais comme tu veux !"

Le calcul de A(x) se fait par groupes.
L'enseignante forme des groupes hétérogènes : quatre groupes de 5 et un groupe de 6.

Règle du jeu : chacun vient dans le groupe avec son brouillon, à la fin le groupe fournira une feuille commune. Il y a eu émulation à l'intérieur des groupes.

• Le tiers environ ne semble pas établir de lien entre les trois encadrements et le calcul de A(x).

• Le travail est laborieux.

• L'enseignante a du intervenir plusieurs fois pour recentrer le travail sur les trois encadrements, c'est à dire les "trois cas".

Au bout d'une demi-heure, chaque groupe a remis une feuille.

Résultats

Groupe A : Dessins corrects. $0 \leq x \leq 7$: non donnée ; $7 < x < 14$: xy ; Aire 3 : 7x

Groupe B : Dessins corrects, $0 \leq x \leq 7$: non donnée ; $7 < x < 14$: x(x-7) ; Aire 3 : 7x

Groupe C : Dessins corrects avec en plus le dessin de trois cas particuliers "maximum" (7, 14, 21), aucune aire juste.

Groupe D : Dessin des trois cas particuliers "maximum" ; aucune aire juste

Groupe E : Deux cas particuliers "maximum", le troisième cas est juste (car le maximum est gênant : on n'a rien à découper !) ; aires non faites.

L'enseignante annonce que l'on reprendra le lendemain matin. Elle demande à chacun de rechercher chez soi pour le mardi matin.

Mardi de 8h30 à 9h05 (35 minutes)

Résultats

L'enseignante reforme les mêmes groupes et leur redonne leur feuille annotée. La correction des feuilles est restreinte à : Faux/juste /oui, tu as compris.

La consigne est d'améliorer ce qu'ils ont fait en tenant compte des annotations. L'enseignante leur conseille oralement d'apporter un signe distinctif sur la surface dont on cherche l'aire. "La figure vous appartient, faites la parler."

Les groupes doivent rendre une nouvelle feuille à 9h05.

Résultats

Groupe A : Dessins corrects. $0 \leq x \leq 7$, $A(x) = 0$; $7 < x < 14$, $A(x) = x(x-7)$; $14 \leq x \leq 21$, $A(x) = 7x$

Groupe B : Dessins corrects, $0 \leq x \leq 7$, $A(x) = 0x$, puis $A(x) = x^2 - x^2 = 0$

$7 \leq x \leq 14$, $A(x) = x^2 - 7x = x(x-7)$

$14 \leq x \leq 21$, $A(x) = x^2 - 7x - [(x-14)x]$

$= x^2 - 7x - x^2 - 14x$

$= 7x$

Groupe C : Aucun progrès

Groupe D : Dessins corrects ; trois calculs d'aire, seule le deuxième est correct $A(x) = x(x-7)$.

Groupe E : Dessins corrects ; trois calculs d'aire, aucun n'est correct, utilisation de y pour la troisième aire (xy).

"C'est impossible de trouver l'aire (pour la première aire) parce qu'il n'y a pas de rouge dans le mouchoir ! "

La troisième étape a été faite 15 jours après. Les groupes ont été reformés, mais la motivation était retombée et le travail a vite dérivé en travail oral et collectif, chaque élève retranscrivant dans son cahier.
L'enseignant a récapitulé ce qui avait été fait, puis un élève est venu au tableau pour écrire l'aire au tableau pour chacun des trois cas, les autres élèves recopiant dans leur cahier.

3ème étape : • Utilisation des résultats (en activité dirigée)
- Calculer A(x) pour différentes valeurs de x.
- Étude de la nature de la fonction x -> A(x) ?
-Représentation graphique de A.
-Trouver A(x) lorsque le côté du carré est a.

Le calcul de A(x) a été fait pour 9 valeurs.
Le choix de l'échelle a été décidé par les élèves eux-mêmes.
Remarques des élèves avant, pendant et après la représentation graphique de A :
"On n'a pas besoin des x négatifs" "De 0 à 7, c'est un palier"
Pour la partie linéaire : "On n'avait pas besoin de trois points, deux points suffisent" "On ne peut pas dépasser 21, c'est un segment, "
Sur le morceau de parabole : "Les points ne sont pas alignés."

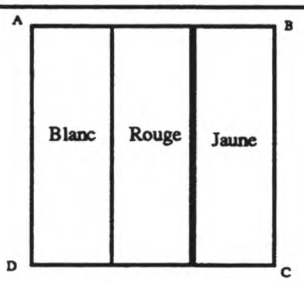
Collège Beauregard, 3ième[3], Mireille Michel

L'objectif de l'activité est de déboucher sur les fonctions affines. Les équations de droites ont déjà été faites. Les élèves sont supposés connaître les fonctions linéaires (programme de 4ième).
La séquence a duré deux heures consécutives. Le travail a été individuel pour toutes les étapes.

Chaque élève a reçu la feuille suivante :

TRAVAUX DIRIGES

ABCD est un carré de tissu de 21 cm de côté, formé de 3 bandes rectangulaires ,de même largeur et de couleurs différentes comme indiqué sur le dessin ci-contre.



Dans ce tissu on veut découper un mouchoir carré AMNP, M étant un point de [AB].

1ère étape :
• Est-il possible d'obtenir un mouchoir d'une seule couleur ? de deux couleurs différentes ? de trois couleurs différentes ?
• Dans chaque cas possible, faire un dessin où apparaîtront les carrés ABCD et AMNP.

2ième étape :
• Trouver l'aire A(x) de la bande rouge du mouchoir en fonction de la longueur x (en cm) du côté de ce mouchoir.

3ème étape :
- Calculer A(x) pour x = 5 cm ; x = 8 cm ; x = $7\sqrt{2}$ cm et x = 15 cm.
- Donner une représentation graphique de A en prenant 1 mm pour 1 cm^2 sur l'axe des ordonnées.
-Trouver A(x) lorsque le côté du carré est a.

Commentaires de Mireille Michel sur le déroulement de la séquence

[3] Classe difficile et peu coopérative, avec un très bon élève E1

Première étape (15 minutes)

- Mise en route un peu difficile à cause de la non coopération des élèves. Ensuite la séance s'est assez bien passée.

- Beaucoup d'élèves ont fait les figures avec les cas limites 7 et 14. La correction est faite en comparant les figures.

E1 : "Vous êtes stupide ! Quand on dit "soit ABC un triangle ...", il ne faut pas dessiner un triangle particulier."

Deuxième étape (30 minutes)

- Les élèves ont eu un peu de mal à voir ce qu'on cherchait, puis comment le trouver.

Aide 1 (apportée par l'enseignant) : dessiner en rouge la bande rouge.

Aide 2 (apportée par l'élève E1) : Trouver la longueur et la largeur du rectangle.

Une élève propose pour l'aire x^2-7x, un autre x(x-7) : c'est une découverte pour eux que "c'est la même chose!".

Aide 3 (apportée par l'enseignant) : problème des bornes, différence entre aire et fonction (travail intéressant sur les intervalles).

les élèves cherchent l'aire pour une couleur, puis pour deux couleurs, enfin pour trois couleurs : trois formes

Élève : "On peut peut-être mettre qu'une forme ?"

Les élèves remarquent qu'il n'y a pas de rupture quand on passe les bornes.

Troisième étape (1h15)

- Erreur : les élèves calculent trois valeurs pour A(x) quand x = 8 en faisant le calcul pour les trois formes.

Élèves : "Madame, ça ne marche pas, on a des tas d'aires négatives."

On cherche alors ensemble pourquoi on a un problème. L'enseignante revient longuement sur le fait suivant : une fonction, trois formes.

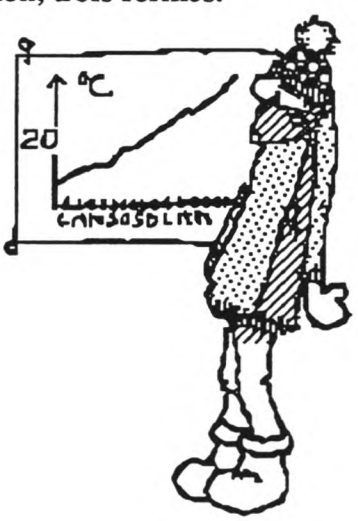
- Représentation graphique : ce terme n'a pas encore était défini. Que veut-il dire ? On a trois morceaux, il va falloir les représenter.

Premier problème : on ne dispose que de 20 cm sur 21 cm.

Il est dit 1 mm pour 1 cm2 pour l'ordonnée. Rien n'est dit pour l'abscisse.

Quelques élèves trouvent une solution, sans tourner la feuille.

Élève : "Qu'on commence par 0 ou 1, c'est pareil !" (allusion au "palier")



Deuxième problème : le morceau de parabole.

Élève : "La partie change".

Personne n'a construit des segment de droites pour ce morceau.
Un élève a même dit : "Cela se redresse de plus en plus."
Un élève propose de trouver une série de points pour le graphique : segments et parabole de couleurs différentes.

Exploitation

Partie 1 - Fonction constante
Partie 3 - Fonction linéaire : proportionnalité, recherche d'exemples concrets d'applications linéaires
Partie 2 - Ce n'est ni une fonction constante, ni une fonction linéaire.

Généralisation

Trouver A(x) pour un carré de côté a (au lieu de 21) : Les élèves trouvent assez facilement A(x). Tentative d'explication de la différence de nature entre a et x.

Extension

Droite horizontale : fonction constante
Droite passant par l'origine : fonction linéaire
Droite ne passant par l'origine et non parallèle aux axes : fonction affine.

On continue sur l'exercice suivant (Belin) :

L'unité de longueur est le cm.
ABC est un triangle isocèle de sommet A tel que : AB = AC = x et BC = 6 .
On note P(x) le périmètre du triangle ABC et A(x)l'aire du carré dont le périmètre a même mesure que celui du triangle ABC.

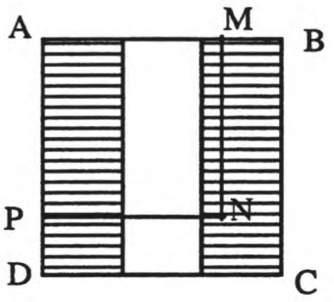
1 - Déterminer :
a) P(x)
b) A(x)

2 - P et A sont-elles des applications affines ?

Notion de formule et de fonction
La situation "Zoom"

Soit le problème intitulé "Zoom"

ABCD est un carré de côté 12, partagé en 3 bandes de même largeur. Calculer l'aire hachurée intérieure au carré AMNP, quelque soit la position du point M sur la demi-droite [AM).



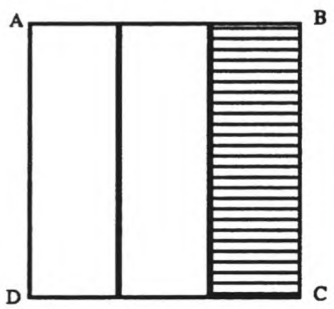
Le scénario prévu

Les deux premières scènes de la séquence "Zoom" (classe de troisième)

Autant d'élèves de la classe sortent au début de la séance qu'il y a de groupes dans la scène 2 : ce sont les correspondants.

Scène 1

• Un transparent sur lequel est dessiné un carré ABCD comportant deux bandes rayées est projeté (au rétroprojecteur) :
Consigne :
Le problème est de calculer l'aire de la partie hachurée visible dans une fenêtre carrée AMNP. La dimension de la fenêtre carrée varie comme un zoom.
L'enseignante pose successivement et rapidement trois caches pour illustrer l'effet de zoom.



• Chaque élève reçoit une feuille (feuille 1) sur laquelle est dessiné le carré ABCD et la fenêtre AMNP telle que AM soit égale à 5 (échelle 1) avec la consigne écrite :
Calculer l'aire de la partie hachurée visible dans une fenêtre carrée AMNP avec AM = 5.
Écris tes calculs au dessous.

• Phase de synthèse

Scène 2

Les élèves sont mis en groupe de 4.
Consigne :*Vous allez vous mettre d'accord entre vous pour écrire un message à l'un de vos camarades qui ne connaît pas la figure (un de ceux qui est sorti). Donner dans ce message un moyen pour trouver l'aire hachurée pour n'importe quelle longueur AM de la fenêtre carrée. Bien sûr votre correspondant ne doit pas connaître la figure. Elle doit rester secrète.*
Chaque groupe a un correspondant.
Avec votre message, ce correspondant devra pouvoir donner la valeur de l'aire hachurée quand je donnerai une valeur à AM. Je donnerai plusieurs valeurs à AM choisies au hasard.

Chaque élève du groupe reçoit une feuille 2 avec le même dessin que celui de la feuille 1 avec une consigne écrite identique à celle dite oralement et une feuille quadrillée pour fabriquer le message

Quelques messages obtenus à l'issue de la scène 2
(classes de 3° de M-T. Carra et de S. Cecconi)

Message du groupe 1
1) Si AM ≤4, l'aire de AMNP est AM × AM
2) Si 4 ≤ AM ≤ 8, l'aire de AMNP est 4 × AM
3) Si AM >8, l'aire de AMNP est (AM-4) × AM

Message du groupe 2
Tu dois trouver l'aire d'une partie hachurée d'une figure dont le côté mesure x. x = AM
Calcule l'aire de la fenêtre (hachuré blanc) et soustrait la partie blanche.
Si AM ≤ 4, tu n'auras que des hachures

Message du groupe 3
Tu connais AM, pour trouver l'aire hachurée visible dans n'importe quelle fenêtre tu appliques la formule :
Si AM > 4 = AM^2 - [(AM-4) × AM]
Si AM ≤ 4 = AM^2
Si AM > 8 = AM^2 - [(AM-4) × AM] + [(AM-8) × AM]

Message du groupe 4
AM=x
si x<4 ou = Y
calcule l'aire normalement x^2= aire (côté × côté)
si x est compris entre 4 et 8 ou égal à 8
Tu fais x × 4 ça te donne l'aire
si x est compris entre 8 et 12 ou égal à 12
Tu fais x^2- 4x ça te donnera l'aire
Ne te plante pas dans tes opérations
Suivant la valeur de x ou AM choisi l'une des 3 possibilité en regardant le carré colorié, ne te plante pas

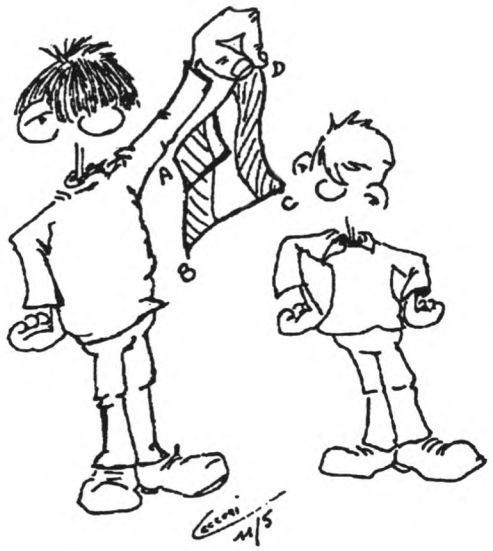
Message du groupe 5
si AM< 4 alors A = AM × 2
si AM>8 alors (AM-4) × AM

Message du groupe 6
Si AM est inférieur ou égal à 4
(AM)=x donc x^2 est l'opération à faire
Si (AM) est supérieur à 4 et inférieur ou égal à 8
(AM)=x donc 4x est l'opération à faire
Si (AM) est supérieur à 8
[AM] =x toujours donc l'opération sera : 4x + [(x-8) × x]
Bonne chance coucou Maryline

Message du groupe 7
0<AM>4 donc AM = AM^2 exemple 0<3>4 donc AM $3^2 = 9$
Si AM>4 ça ne marche plus
car une partie de AM ne sera plus entièrement hachurée
Partie non hachurée = (AM - 4) × AM
partie hachurée [(AM)- PNH] = partie hachurée

Pourquoi la situation Zoom ?

Dans les méthodes de travail didactique, une phase obligatoire est de se confronter à la réalité de la classe. L'analyse des pratiques d'enseignement ne peut évidemment pas être restreinte à l'analyse des programmes et des manuels, le complément indispensable est de se donner les moyens d'observation des classes.



Cette analyse recourt à deux types d'observations.

A - On se donne les moyens d'observer de ce qui se fait habituellement dans les classes en intervenant le moins possible ("observation naturaliste"). Une finalité de ce type d'observations est de répondre à des questions du type suivant :

qu'attend-on habituellement des élèves sur la notion de formule ?

qu'est pour l'enseignant - ou pour ce qu'on peut identifier comme relevant du rôle de l'enseignant (dans les manuels ou dans les programmes par exemple) - la notion de formule ?

B - On observe les effets d'une "perturbation" expérimentale dans les pratiques habituelles d'enseignement, une sorte d'innovation mais sur laquelle on cherche à exercer un contrôle : la situation "Zoom" est un exemple d'une telle situation atypique par rapport aux limitations supposées de la signification de la notion enseignée de formule, limitations qui semblent préjudiciables à la construction d'un sens "correct".
Pour cela les contraintes implicites qui délimitent la signification de la notion de formule sont modifiées afin de créer une rupture face aux habitudes d'enseignement de cette notion en classe de troisième. On trouvera dans l'analyse a priori de la situation "Zoom" une justification des choix faits en relation avec ces habitudes[1] .
Nous allons observer et relever les effets produits par cette situation atypique : procédures des élèves, difficultés rencontrées, changement du rapport au savoir ...

Le problème choisi a été proposé par Philippe Clarou et Bernard Capponi dans le n°38 de la revue "petit x " (1995) ; cette activité est elle-même empruntée à un ensemble d'activités proposées par le CNAM[2].

---

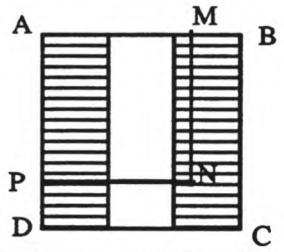
[1] l'aspect modéle d'une situation à variabilité multiple est pris explicitement en compte dans cette séquence d'enseignement ainsi que l'expression de la relation fonctionnelle par plusieurs formules selon l'intervalle d'appartenance de la variable.

[2] pour plus d'information demander à consulter le classeur à l'IREM.

Le problème

Problème Zoom

ABCD est un carré de côté 12, partagé en 3 bandes de même largeur. Calculer l'aire hachurée intérieure au carré AMNP, quelque soit la position du point M sur la demi-droite [AB).



Les scènes 1 et 2 décrites dans le scénario sont suivies d'une phase de décodage*(scène 3)* des messages par les correspondants, phase dont l'organisation est prévue à l'avance, ainsi que d'une phase *(scène 4)* où les équipes se regroupent à nouveau pour reprendre et améliorer leur message en tenant compte de ce qui s'est passé durant le décodage : les messages sont rendu publics au moyen d'affiches qui seront débattues dans une phase de synthèse.

Une analyse a priori de la situation Zoom

Le problème proposé peut être considéré comme un représentant particulier d'un ensemble de problèmes qui est celui du "calcul de l'aire d'une figure géométrique, la valeur de cette aire ne dépendant que d'une seule valeur."

Énumérons les choix des données du problème "Zoom" :
La figure est un *carré* de 12 cm avec zoom mobile qui est une *"fenêtre" carrée*. Chaque bande est un *rectangle* de 12 cm×4 cm, l'aire rayée maximum étant de $2\times12\times4 = 96$ cm^2.
La correspondance numérique concerne des quantités hétérogènes : mesure d'une longueur et mesure d'une surface.
La variation peut être ramenée par modélisation à une seule variable indépendante AM, alors que dans la situation il y a 4 segments variables. Cette variation est "évidemment" croissante.

Le choix de la figure

Dans cette situation, une formule est un modèle de la situation qui ne prend en considération que certaines de ses caractéristiques : de la figure géométrique et de ses propriétés on ne retient que la correspondance entre la mesure d'une longueur, AM qui est aussi celle de AP, et l'aire d'une "région" rayée, *région qui peut être la réunion de deux régions disjointes*. La variabilité fait intervenir plusieurs segments, mais peut se ramener à une seule variable indépendante.

Le choix de la figure est caractérisé par : l'aire de la région hachurée peut être la réunion de deux régions disjointes (quand M est entre L et B). Ceci a pour conséquence que si il

y a bien toujours une correspondance entre AM et l'aire de la région rayée, *il n'y a pas une unique formule algébrique de calcul.*

Si on pose x = AM :

pour $0 \leq x \leq 4$, $f(x) = x^2$

pour $4 < x \leq 8$, $f(x) = 4x$ (forme a)
$f(x) = x^2 - (x-4)x$ (forme b)

pour $8 < x \leq 12$, $f(x) = 4x+(x-8)x$ (forme a)
$f(x) = x^2 - (x-4)x+(x-8)x$ (forme b)
$f(x) = x^2 - 4x$ (forme c)
$f(x) = x(x-4)$ (forme d)

pour $x > 12$, $f(x) = 96$

Les formes a (respectivement b) pour $4 < x \leq 8$ et $8 < x \leq 12$ sont "en filiation", au sens où la formule pour $8 < x \leq 12$ se construit en complétant celle pour $4 < x \leq 8$. De même les deux formes b peuvent être considérée comme en filiation avec $f(x) = x^2$.

Dans ce contexte, la raison d'être du travail algébrique sur le différentes formules sera de donner une réponse à la question de leur équivalence : c'est à dire que pour une valeur prise dans un même intervalle de départ elles donnent ou non une même valeur-image.

Si les différentes formes données sont bien équivalentes algébriquement, elles ne sont équivalentes ni du point de vue du coût des calculs, ni du point de vue sémantique :

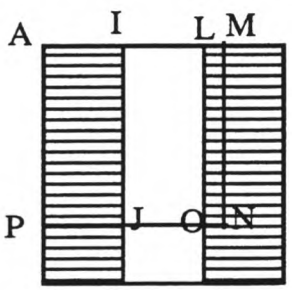
• coût des calculs

Nous pouvons hiérarchiser les "formes", de la moins coûteuse à la plus coûteuse en nombre d'opérations :
Forme d : deux opérations : x-4, puis x(x-4)
Forme c : trois opérations ; x^2, 4x, x^2 - 4x
Forme a : quatre opérations : 4x, x-8, x(x-8), 4x+x(x-8)
forme b : sept opérations : x^2, x-4, (x-4)x, x-8, x^2 - (x-4)x, (x-8)x, x^2 - (x-4)x+(x-8)x

• sémantique des formules

Reprenons la figure pour nous expliquer.

Aire (région rayée) = aire (AIJP) + aire (LMNO) = 4x+(x-8)x
Aire (région rayée) = aire (AMNP) - aire (ILOJ) = x^2 - 4x
Aire (région rayée) = aire d'un rectangle "recomposé" par recollement de AIJP et LMNO, donc de côté x et de coté (x-4) = x(x-4)
recouvre tous les cas : avec un paramètre par exemple ?



Exemple d'utilisation de fonction booléenne valable sur [0, 12] :

$$\forall x \in [0,12],\ f(x) = \frac{1+\varepsilon(4-x)\times\varepsilon(8-x)}{2}x^2 + \frac{[1+\varepsilon(x-4)]\times\varepsilon(8-x)}{2}4x$$

$$\text{avec } \varepsilon(x) = \begin{cases} +1 \text{ si } x \geq 0 \\ -1 \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

Exemple d'utilisation de fonction booléenne valable sur R

$$\forall x \in R,\ f(x) = x^2 \times 1_{[0,4]}(x) + 4x \times 1_{[4,8]}(x) + (x^2 - 4x) \times 1_{[8,12]}(x) + 96 \times 1_{[12,\infty[}(x)$$

Choix de mesures pour le carré ABCD

Le choix de donner des mesures numériques, exclue un usage de la désignation, celui de paramètres et est une condition de possibilité pour la scène 2 (voir plus loin).
Le choix d'une mesure entière pas trop petite pour AB (AB = 12 cm) permet de donner à AM (M point du segment AB) un certain nombre de valeurs entières soit 13 valeurs entières de 0 à 12.
Ce choix permet d'envisager non seulement des messages contenant des formules de calcul mais aussi :

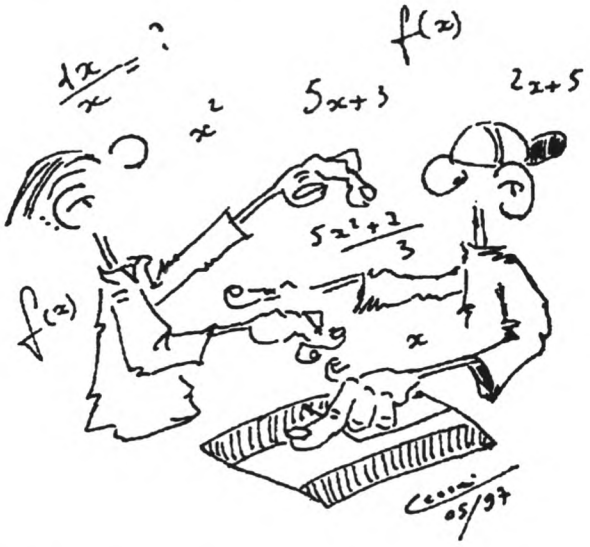
- la construction d'un tableau (en accord avec les "usages" des tableaux pour une fonction)
- une représentation graphique

Choix de privilégier AM comme variable (contre AP ou AN)

Cela favorise une "perception" de la position de M sur AB dans une région hachurée ou non.
Une difficulté est alors de considérer séparément AM et AP quand on calcule l'aire de la région hachurée, et que M n'est pas dans la première région hachurée.

Situation de communication : AM donné "au hasard"

Dans l'usage scolaire, soit la formule est donnée et permet à partir de valeurs particulières de calculer des valeurs pour l'aire, soit des désignations sont données ou indiquées sur le dessin (cf. Exercice d'évaluation sur le thème "mesurer pour connaître"). Dans la situation proposée, la formule ne doit pas permettre seulement de calculer un nombre fini de valeurs pour l'aire mais elle doit permettre *d'envisager le calcul pour n'importe quelle valeur de AM.*



Or, le calcul littéral (c'est à dire utilisant des désignations par des lettres) est sous-tendu par trois problématiques différentes auxquelles on peut associer trois statuts pour les lettre (voir le premier document du stage), ceux *d'inconnue, d'indéterminée et de variable (*on ne considère plus une lettre comme définie par la valeur d'un nombre inconnue, mais comme définie par son appartenance à un ensemble connu de nombres).

Les choix combinés de mesures pour le carré, de 2 rayures, et dans la scène 2, d'une dissymétrie dans les informations entre émetteurs (qui connaissent la figure géométrique) et récepteurs du message (qui ne connaissent pas la figure), contraignent les émetteurs à non seulement formuler un moyen de faire le calcul, mais aussi à expliciter AM (ou x) relativement à un *intervalle numérique*, c'est à dire à donner à AM (ou x) un statut de variable.

Les enjeux des scènes 1 et 2

Chacune des scènes est organisée différemment afin que les enjeux pour les élèves changent et évoluent d'une scène à l'autre.

1 - Une première scène dont l'enjeu est de permettre aux élèves de comprendre les règles du problème : calcul de l'aire hachurée "visible" dans une fenêtre carrée quand on donne la valeur de AM.

2 - Une situation de communication (scènes 2) : situation de formulation.
Cette situation introduit une *dissymétrie* entre les élèves (les émetteurs et les récepteurs, c'est à dire les correspondants) qui rend nécessaire un travail sur la formulation des informations : en effet les "émetteurs" du message connaissent la figure géométrique et les "correspondants" ne la connaissent pas ; l'enjeu est la formulation d'un "moyen" qui permette aux correspondants *en l'absence de la figure* de donner l'aire.
Le contenu des messages reste *privé* à l'intérieur de chacune des équipes.

En résumé, l'enseignant tente de faire la dévolution d'une situation adidactique dans laquelle la notion de formule soit finalisée et prenne un caractère fonctionnel (et non formel).

Analyse des messages écrits à l'issue de la scène 2

Un seul groupe (groupe 2) n'a pas tenu compte du fait que les récepteurs de leur message ne connaîtrait pas la figure géométrique : leur message ne donne aucun moyen de calcul.. Cependant, on y trouve la distinction de 2 cas : $x \leq 4$ et les autres. Pour ce dernier cas le message suggère un calcul de l'aire par soustraction de deux aires (sémantique des formes b et c).

Tous les autres message contiennent deux ou trois formules avec un critère de décision, pour le choix de la "bonne" formule, qui est un intervalle numérique.

Deux formules : groupes 5 et 7
Ils ne considèrent que des positions de M sur la partie rayé (alors que dans la scène 1 le point M était dans la partie blanche), c'est à dire AM ≤ 4 et AM ≥ 8

Trois formules : groupes 1, 3, 4, 6.

Aucun groupe ne donne 4 formules, c'est à dire qu'aucun groupe n'envisage la position de M pour AM > 12.

- Classification des messages selon la forme des formules :

	forme a	forme b	forme c	forme d
4≤AM≤8	f(x) = 4x groupes : 1, 4, 6	f(x) = x^2 - (x-4)x groupe : 3	--------	--------
8≤AM≤12	f(x) = 4x+(x-8)x groupe : 6	f(x) = x^2 - (x-4)x+(x-8)x groupe : 3	f(x) = x^2 - 4x groupe : 4	f(x) = x(x-4) groupes : 1, 5, 7

Formes dominantes :

- forme a pour l'intervalle 4≤AM≤8, c'est à dire l'aire du rectangle rayé de côté 4 et AP=AM
- forme d pour l'intervalle 8≤AM≤12, c'est à dire l'aire du rectangle de côté AM et AM-4, "recomposé" par recollement de deux rectangles rayé.

Ces formules sont l'adaptation directe de la formule de l'aire d'un rectangle "recomposé" ou non, le problème étant de trouver les côtés de cet unique rectangle relativement à AM.

- Le problème de la formulation des intervalles

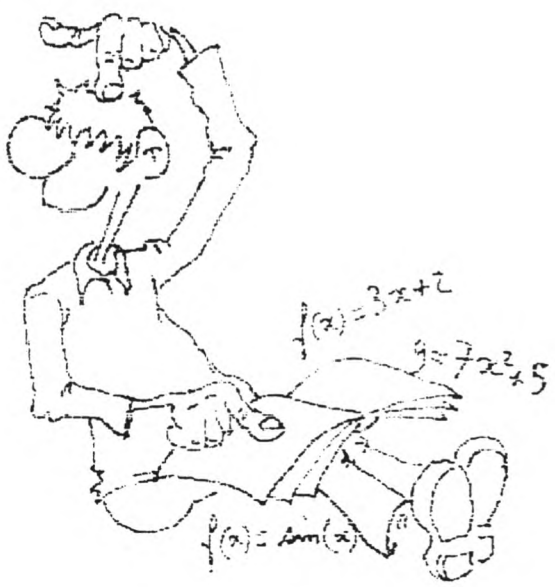
Ce problème de la formulation d'intervalles est rarement posé aux élèves de collège : ici comme nous l'avons déjà dit, il est une nécessité de la situation de communication. Cette formulation pour être utilisable par le récepteur doit être numérique : la donnée de AM étant un nombre, l'indication de la position géométrique (comme M entre A et I) ne peut pas servir de critère pour la formule de calcul à utiliser. Il est donc intéressant de repérer les difficultés des élèves.

Dans tous les messages sauf 2 (groupe 7 pour 0 et groupe 4 pour 12) les nombres 0 et 12 ne sont pas mentionnés : ces informations ne sont en effet d'aucune pertinence si on pense que les mesures possibles pour AM sont comprises entre 0 et 12.

Nous nous contenterons ici de dresser la liste des problémes :

- des problèmes dans l'usage des inégalités : les groupes 5 et 7 n'utilisent que des inégalités strictes ;
- des problèmes dans l'écriture d'encadrement :

Le groupe 3 ne donne aucun encadrement : il écrit trois inégalités simples
le groupe 7 écrit 0<AM>4.
Les groupes 5 et 7 ne considérent que deux cas et par conséquent évitent le problème de la formulation de l'encadrement.



La situation "Balayage"

Le problème initial

Groupe horizons mahématiques (1994) Fonctions, Irem de Bordeaux : fiche n°3, p. 39.

ABCD est un rectangle (AB=4 ; AD=2). Un point M décrit le parcours ABCDA, x est la longueur du trajet et y est l'aire balayée par AM (hachurée sur la figure).

I. Dans chacun des cas suivants : a) x=3 ; b)- x=5,5 ; c) x=9 ; d) x=11

- faire une figure à l'échelle
- placer M et hachurer la surface correspondante
- calculer l'aire de la surface hachurée

II. On cherche à déterminer un moyen de trouver cette aire y sans faire le calcul à chaque fois.

a) Pour quelles valeurs de x le problème a-t-il un sens ?

b) Exprimer y en fonction de x

c) Représenter graphiquement y en fonction de x

d) Pour quelle valeur de x l'aire obtenue est-elle égale à 7 ? Faire une figure en plaçant le point M correspondant.

PREREQUIS	NOTIONS ABORDEES
* aire du triangle *aire du trapèze * tracé de y=ax+b	* ensemble de définition * une idée de la continuité * résolution graphique d'une équation

---

A propos de cette situation, les auteurs écrivent (p.7) :

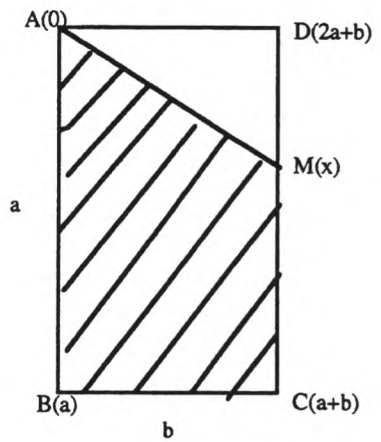
3) Obstacle au concept de fonction lui-même :

a) la difficulté de concevoir une fonction en "plusieurs morceaux" par exemple dans le problème de l'aire balayée.

Problème général

Soit un rectangle ABCD tel que AB soit de longueur a et BC de longueur b.
Un point M se déplace sur les côtés de ce rectangle en partant de A.
On veut calculer l'aire balayée par AM quand on ne connaît que la longueur du déplacement de M.
Comment trouver cette aire sans tenir compte à chaque fois de la figure géométrique.

Remarque : pour les auteurs du problème initial, on peut déduire de la question II.a) que le calcul de l'aire balayée quand M est sur AB n'a, pour eux, pas de sens

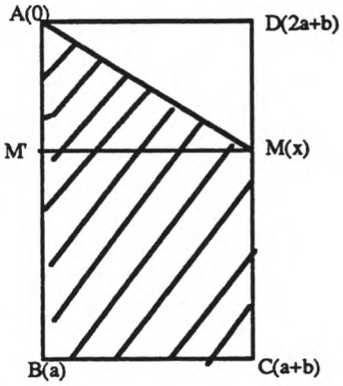


Les différentes formules pour a+b≤x≤2a+b

Calcul de l'aire hachurée.

* Aire (ABDM) = aire du trapèze = $\frac{a+(x-a-b)}{2}\times b = \frac{(x-b)\times b}{2}$

* Aire (ABDM) = Aire (MM'BC) + Aire (AM'M) = $b(x-a-b)+\frac{b(2a+b-x)}{2}$



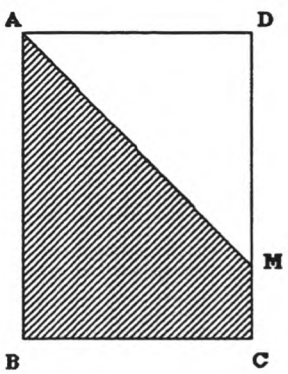
* Aire (ABDM) = Aire (ABCD) -Aire (ADM) = $a \times b - \frac{b(2a+b-x)}{2}$

Le scénario prévu

Le scénario que nous présentons a été réalisé en 1995-96 dans les classes de M-T. Carra et S. Cecconi : M-T. Carra (3ième, collège de Saint Siméon de Bressieux) a utilisé le problème "Zoom" en respectant les mêmes scènes et les mêmes phases que pour le problème "Balayage", S. Cecconi (3ième, Collège le Vergeron de Moirans) lui a utilisé le problème "Balayage"[1]. C'est donc la réalisation de cette séquence dans la classe de S. Cecconi qui est décrite.

Scène 1

Un transparent sur lequel est dessiné un rectangle ABCD est projeté (au rétroprojecteur) :



Consigne orale.*Un point M se déplace dans le sens inverse des aiguilles d'une montre en partant du point A, sur le poutour du rectangle ABCD, le segment [AM] laisse une trace de peinture dans le rectangle , cette trace est matérialisée sur la figure par les hachures .*
Le problème est de trouver un moyen de calculer l'aire de la partie hachurée quand on ne connaît que la longueur parcourue par M à partir de A.
Pour tester ce que vous avez trouvé, vous communiquerez par écrit votre moyen à la classe de 3ème A de St Siméon de Bressieux pour qui la figure est inconnue et qui ne connaitra que les longueurs parcourues par M.

[1] Vous trouverez en annexe les fiches de deux situations.

Phase individuelle

Chaque élève reçoit une feuille (fiche 1) sur laquelle est dessiné le rectangle ABCD

Consigne. *Place le point M quand il a parcouru 12 cm.*
Hachure la surface du rectangle balayé par [AM].
Calcule l'aire de la partie hachurée.

Phase collective

Correction avec toute la classe

Scène 2

Consigne. *Maintenant que vous avez compris ce qu'il faut trouver, vous allez vous mettre en groupe pour commencer à chercher.*

Phase groupe

Les élèves sont mis en groupe de 3. On distribue dans chaque groupe la fiche 2.

Dans cette fiche il s'agit à la fois de continuer la dévolution du problème, mais cette fois en groupe et de commencer l'activité en tant que telle.

L'enseignant vérifie que la fiche 2 est correctement remplie : calcul d'aire, choix du point M...

fin de la dévolution du problème

Chaque élève du groupe reçoit la fiche 3 ci-après (la fiche 2 est laissée au groupe) avec une consigne écrite identique à celle dite oralement .

Consigne. Maintenant, vous devez être capable de trouver l'aire hachurée pour n'importe quelle position de M.

Voici les règles du jeu :

• vos correspondants ne connaissent pas la figure qui doit rester secrète.

• vous allez vous mettre d'accord pour écrire un message qui ne doit pas être un dessin de la figure, ni la décrire pour que cette figure reste secrète.

• avec votre message, votre correspondant devra pouvoir donner la valeur de l'aire hachurée quelque soit la longueur parcourue par M.

• leur enseignant leur donnera plusieurs longueurs choisies au hasard : à l'aide de votre message envoyé par télécopie, vos correspondants devront être capable de trouver l'aire hachurée.

Les messages sont envoyés par télécopie.

Les fiches 1, 2, 3 et la feuille de télécopie seront recueillies. L'enseignant précise aux élèves que le message doit être bref ...

Intermède : Echange par télécopie des messages entre les deux collèges de Saint Siméon de Bressieux ("Zoom") et de Moirans ("Balayage")

Il a été prévu à l'avance de nommer les groupes des deux collèges par des lettres de façon à apparier comme suit les groupes émetteurs et récepteurs.

E <----------> A et F
A <----------> E
H <----------> C
B <----------> B
C<----------> G
D <----------> D
F <----------> H

L'enseignant donne à chaque groupe les messages en provenance de l'autre collège : par exemple le groupe A de Moirans reçoit le message (sur la situation "Zoom" qu'il ne connaît pas) du groupe E de Saint Siméon de Bressieux.

L'enseignant explique aux élèves : *Les élèves de Saint Siméon de Bressieux (respectivement de Moirans) ont eu un problème à résoudre du même type que le vôtre, il s'agit de calculer une aire hachurée , dans une figure différente de la vôtre, bien entendu. Ils vous ont envoyé des messages qui doivent vous permettre de calculer cette partie hachurée, sans que vous connaissiez cette figure.*
Pour vérifier si leur formule est correcte je vais vous donner des valeurs pour une longueur AM qui varie sur leur figure.

Vous devez sur la feuille de message qu'on va leur renvoyer :
- *indiquer la valeur AM*
- *noter vos calculs*
- *donner l'aire de la partie hachurée.*

Afin que les élèves de Saint Siméon de Bressieux (respectivement de Moirans) puissent améliorer leur message, posez leur des questions sur ce que vous ne comprenez pas.

L'enseignant note au tableau les valeurs AM.

AM	1	3,9	6,08	10,3235	5	11,5	4,67	9

ou

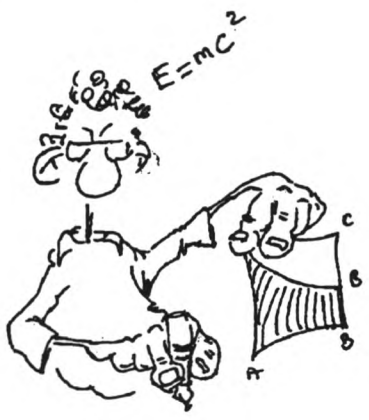
AM	4	5,3321	7	8,05	12	13,67	15,9	17

L'enseignant distribue à chaque groupe les feuilles de télécopie (voir Annexe)
Les réponses sont envoyés par télécopie.

Scène 3

Phase 1. Les émetteurs font des calculs (figure présente)

L'enseignant distribue à chaque élève la fiche 4.
Puis il donne aux groupes émetteurs les mêmes valeurs numériques pour la longueur parcourue par M que celles qui ont été données aux groupes récepteurs.
Le tableau est rempli par groupe puis est corrigé collectivement.



Phase 2. Réception des réponses aux messages

Chaque groupe prend connaissance des résultats des calculs de son groupe récepteur, puis devient correcteur : il remplit la fiche 4 de correction correspondante, détermine si son message a marché ou non. Et en cas d'échec il essaie de déterminer les causes de l'échec.

Phase 3. Phase de synthèse :

Chaque groupe essaie d'améliorer son message en tenant compte des erreurs des recepteurs. Chaque groupe réalise une affiche :

L'ensemble de ce travail est rendu public au moyen des affiches des groupes ; l'enseignant gère alors un travail collectif sur certains messages pour aboutir à un message commun à la classe toute entière.

Phase 3. Phase d'institutionalisation.

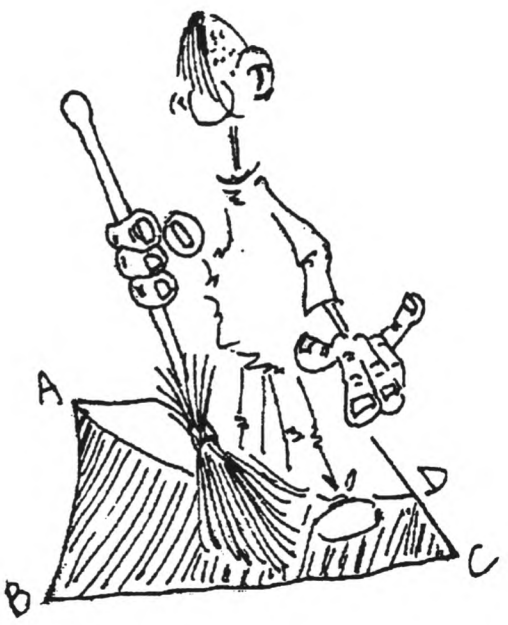
Pour gérer cette phase, une fiche a été prévue : vous la trouverez en annexe comme denière fiche de la situation zoom. Un travail autour de la question "Est-ce que l'aire hachurée est proportionnelle à la dimension de la fenêtre ? (respectivement : *Est-ce que l'aire hachurée est proportionnelle à la longueur parcourue par M ?*) Justifiez votre réponse." permet à la fois de prendre du recul sur la variation fonctionnelle de l'aire en fonction de AM et d'autre part d'articuler l'activité "Balayage" ou "Zoom" aux contenus explicites du programme.

Commentaires de Serge Cecconi

Le problème est a priori difficile et dans la mise en scène on multiplie les difficultés:
- Modélisation d'un problème où on oblige les élèves à se dégager de la figure géométrique.
- Ecriture d'un message
- Travail sur une fonction par morceaux, fonction atypique pour des élèves de trosième.

La durée de la première séance a été doublée conséquence du temps nécessaire aux élèves pour écrire les messages. Un temps important doit être consacré à la dévolution du problème.

Un seul groupe n'envoie aucun message et se désintéresse du problème, trop difficile.
Un groupe réalise un bon travail.
Plusieurs groupes font un rapprochement avec ce qui a été fait sur les fonctions, d'où la production de tableaux ; certains élèves, en particulier ceux du groupe E, essaie de chercher une régularité d'accroissement sur les suites de nombres, cherchant à se placer dans le cadre d'une fonction affine.
Un groupe cherche à résoudre le problème en utilisant Cabri-géomètre.



Exemples d'échanges

Exemple 1

Message envoyé par le groupe D de Moirans au groupe D de Saint Siméon de Bréssieux
x : longueur parcourue par le point M
y : Aire de la figure

La longueur doit être supérieure à 6 cm pour trouver une aire.

x	2	4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y	0	0	0	3	6	9	12	14	16	18	20	22	24	24	24	24	24

Réponse du Groupe C de St Siméon

AM	4	5,3321	7	8,05	12	13,67	15,9	17
Aire en cm^2	0	?	3	?	16	?	?	24

Qestion : Comment peut-on trouver l'aire des nombres décimales ?

Analyse par le groupe D de Moirans.

1- Votre réponse n'est pas celle du récepteur : pourquoi ?

2- Le récepteur n'a pas donné de réponse : pourquoi ?.

parce qu'on a oublié de mettre des chiffres à virgule dans le message.

3- Vos correspondants ont-ils compris votre message ? oui /

Si non, que n'ont-ils pas compris ?

oui mais pas les chiffres à virgule.

Après ces observations conservez-vous votre message ou souhaitez-vous le modifier. Recopiez votre message modifié ou non sur une affiche pour que toute la classe puise en prendre connaissance et le discuter.
x: longueur parcourue par le point M
y : Aire de la figure

La longueur doit être supérieur à 6 cm pour trouver une aire.
Les chiffres qui sont à virgule sont trouvables.

Exemple 2

Message envoyé par le groupe A de Moirans au groupe C de Saint Siméon de Bressieux

AB = 6 cm

BC = 4 cm

il faut trouver CM ?

si AM = 16 cm et que $\left.\begin{matrix} AB = 6 \\ \text{et } BC = 4 \end{matrix}\right\}$ 10

AM - 10 = 16 - 10 = 6 cm = MC $\qquad \frac{6_{(AB)} + x \times 4_{(BC)}}{2}$ x = AM·

Réponse du Groupe C de St Siméon

x = 4 $\frac{(6 + 4)x4}{2}$ = 20 cm^2 ; x = 5,3321cm $\frac{(6 + 5,3321)x4}{2}$ = 22,6642 cm^2

x = 7 $\frac{(6 + 7)x4}{2}$ = 26 cm^2 ; x = 8,05 $\frac{(6 + 8,05)x4}{2}$ = 28,1 cm^2

x = 12 $\frac{(6 + 12)x4}{2}$ = 36 cm^2 ; x = 13,67 $\frac{(6 + 13,67)x4}{2}$ = 39,34 cm^2

x = 15,9 $\frac{(6 + 15,9)x4}{2}$ = 43,8 cm^2 ; x = 17 $\frac{(6 + 17)x4}{2}$ = 46 cm^2

AM	4	5,3321	7	8,05	12	13,67	15,9	17
Aire en cm^2	20	22,6642	26	28,1	36	39,34	43,8	46

question : x est-il la longueur parcourue par M ?

Analyse par le groupe A de Moirans.

1- Votre réponse n'est pas celle du récepteur : pourquoi ?

Parce qu'il ne savait pas que x était la longueur parcourue par M

2- Le récepteur n'a pas donné de réponse : pourquoi ?.

3- Vos correspondants ont-ils compris votre message ? oui / non

Si non, que n'ont-ils pas compris ?

Il n'ont pas compris car il ne savait pas que x était la longueur parcourue par M
Après ces observations conservez-vous votre message ou souhaitez-vous le modifier. Recopiez votre message modifié ou non sur une affiche pour que toute la classe puisse en prendre connaissance et le discuter.

Nous pensons que notre message est bon.

Exemple 3

Message envoyé par le groupe G de Moirans au groupe H de Saint Siméon de Bressieux

$0 \leq AM \leq 6 \qquad 6 \leq y \leq 20$

x	0	0	....	3	24
mesure	1	2		7	20

x = aire y = AM

M parcours la figure dans le sens d'une aiguille d'une montre. M peut parcourir une totalité de 20 cm. Trouver l'aire hachurée.

Réponse du Groupe H de St Siméon

Calcul de la surface hachurée

4 cm : $\frac{7}{3} = \frac{12}{7}$ cm 5,33221 cm : $\frac{7}{3}$ = 2,285 cm 8,05 cm : $\frac{7}{3}$ = 3,45 cm

7 cm : $\frac{7}{3}$ = 3cm 12 cm : $\frac{7}{3} = \frac{36}{7}$cm 13,67 cm : $\frac{7}{3}$ =5,85 cm 15,9 cm : $\frac{7}{3}$ = 6,81cm

17 cm : $\frac{7}{3} = \frac{51}{7}$ cm

AM	4	5,3321	7	8,05	12	13,67	15,9	17
Aire en cm^2	12/7	2,285	3	3,45	36/7	5,85	6,81	51/7

question:

Analyse par le groupe A de Moirans.

1- Votre réponse n'est pas celle du récepteur : pourquoi ?

Parce que le récepteur a fait un produit en croix, il a cru que c'était proportionnel.

2- Le récepteur n'a pas donné de réponse : pourquoi ?.

3- Vos correspondants ont-ils compris votre message ? non

Si non, que n'ont-ils pas compris ?

Il n'ont pas compris notre tableau car notre tableau disait que si AM était inférieur à 6 alors l'aire était égale à 0 .

Après ces observations conservez-vous votre message ou souhaitez-vous le modifier. Recopiez votre message modifié ou non sur une affiche pour que toute la classe puise en prendre connaissance et le discuter.

Nous modifions notre message pour trouver l'aire hachurée

si $0 \leq AM \leq 6$ alors l'aire = 0 donc de 0 à 6 l'aire est égale à 0. Pour ces chiffres, pas faire de calcul en croix.

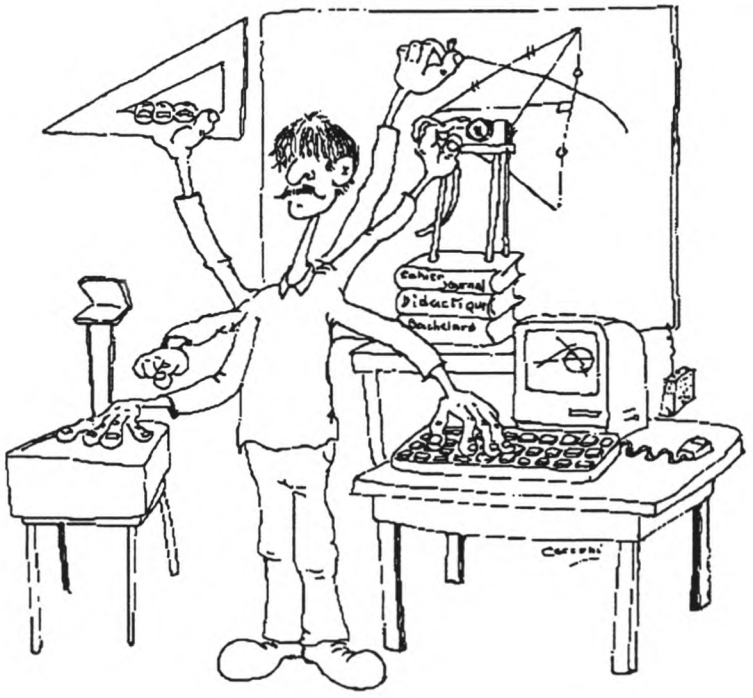
En guise de conclusion...

ÉVALUATION DU STAGE DE PORTES LES VALENCE

Nombre de réponses : 10
Première page : code 0 = pas du tout, 1 = un peu, 2 = plutôt, 3 = beaucoup.

Avec ce stage

Vous attendiez-vous à					Avez-vous eu le sentiment d'avoir pu			
code0	code1	code2	code3		code0	code1	code2	code3
				Enrichir vos connaissances générales				
0	4	1	3	Sur les élèves	0	3	2	4
0	0	4	5	Sur la didactique	0	1	4	5
0	3	5	1	Sur les mathématiques	0	4	5	1
				Enrichir des connaissances particulières				
0	3	3	3	Sur les moyens de gestion de la classe	0	1	7	2
0	3	2	3	Sur les mathématiques	0	3	3	3
0	1	4	4	Sur l'enseignement	0	2	3	5
				Modifications				
2	3	3	1	de5s de vos élèves	1	4	3	1
0	4	3	1	de l'identification des difficultés de vos élèves	2	4	2	1
0	5	3	1	de votre attitude face aux élèves	2	3	3	2
2	4	2	1	de votre façon d'évaluer les élèves	4	2	2	2
5	2	2	0	de la formulation de vos appréciations écrites sur leur travail	4	2	1	2
				ce stage vous a-t-il donné l'envie de travailler en équipe ?	0	0	4	40
				de changer certaines de vos pratiques	0	4	5	1



Parmi les outils présentés pendant le stage, quels sont ceux

- dont vous avez discuté avec vos collègues ?

- rôle de l'enseignant dans l'organisation et la mise en place d'un scénario d'activité
- problèmes expérimentés dans les classes

course à 20 et 38
activités faites en stage
travail de groupe, activités de recherche, liaison avec une autre classe
utilisation du rétroprojecteur et de 'cabrigéomètre'

- que vous avez envie de communiquer à vos collègues ?

- ils étaient là !
- problème donnant réellement aux élèves l'occasion d'être en situation de recherche
- insister sur l'activité recherche des élèves
- utilité de trouver des formules pour communiquer

- que vous pensez utiliser dans le cadre de votre enseignement ?

- liaison avec d'autre classe
- items de l'évaluation EVAPM
- travaux de groupes plus fréquents
- certains problèmes sur les aires
- essayer de faire trouver des stratégies aux élèves

Avez-vous envie de mettre en pratique certains points abordés au cours du stage ?

- Lesquels ?

- activités de recherche plus fréquentes
- activités de communication mathématique entre établissement
- départ d'une situation de recherche plutôt complexe
- travail par groupes de 2 ou 3 élèves (cité 4 fois)
- activité présentée en vidéo "Balayage"
- l'élève acteur de son travail
- généralisation plus importante des fonctions pour éviter le "parachutage"

- Quelles sont d'après vous les difficultés que vous pourriez rencontrer ?

- problème de temps, d'horaire (cité 7 fois)
- temps nécessité par ces activités même s'il est regagné ensuite
- intégration dans le programme
- préparation longue

- Quels effets positifs en attendez-vous ?

- motivation pour l'élève (cité 7 fois)
- plus grande implication des élèves, élèves plus actifs
- la recherche est un état d'esprit à développer chez les élèves
- donner du sens à l'activité de l'élève
- mieux connaître les élèves
- autre relation élève-professeur

Que pensez-vous de l'organisation du stage : 2 jours + expérimentation + 1 jour ?

- OK, RAS, bien, bonne, satisfaisante (8 fois)
- utilité du 3°jour pour discuter des différentes façons d'aborder l'expérimentation
- bien, mais le bilan de l'expérimentation ne nous apporte pas assez

A la suite de ce stage, ressentez-vous le besoin d'un complément de formation ?
Dans quel domaine ?

- didactique : autre sujet que les fonctions
- travailler en didactique sur des erreurs des élèves en calcul algébrique
- mieux utiliser le matériel technique et l'utiliser sans appréhension

ÉVALUATION DU STAGE DE SAINT JORRIOZ

Nombre de réponses : 8[1]
code 0 = pas du tout, 1 = un peu, 2 = plutôt, 3 = beaucoup.

Avec ce stage Avez-vous eu le sentiment d'avoir pu	code0	code1	code2	code3
Enrichir vos connaissances générales				
Sur les élèves	2	3	3	0
Sur la didactique	0	2	5	0
Sur les mathématiques	5	1	1	1
Découvrir ou perfectionner une technique				
de gestion de la classe	0	3	4	1
des mathématiques	2	3	2	1
Approfondir votre réflexion pédagogique	0	0	4	3
Modifier votre regard sur les erreurs de vos élèves	1	4	3	0
Modifier votre attitude face aux élèves	0	7	1	0
Modifier votre façon d'évaluer les élèves	4	1	3	0
Modifier la formulation de vos appréciations écrites sur leur travail	5	2	1	0
ce stage vous a-t-il donné l'envie de travailler en équipe ?	0	2	5	1
de changer certaines de vos pratiques	0	4	4	0

Parmi les outils présentés pendant le stage, quels sont ceux

- dont vous avez discuté avec vos collègues ?

La mise en situation pendant la première journée de stage
"Le compte est bon" : le professeur dans son rôle d'animateur d'une activité ludique.
Activité pour présenter la notion de fonction.
Activité "Drapeau", course à 20
Méthode de division "par congruence"

[1] Vincent Bernard, absent pour raison de voyage scolaire, et Jean-Michel Labaille, qui y a fait une très brève apparition, ont eu la gentillesse de répondre au questionnaire d'évaluation. Nous les en remercions.

Émulation en organisant un "match" en deux équipes
Aucun

- que vous avez envie de communiquer à vos collègues ?

Les calculs d'aires
l'exercice que j'ai expérimenté dans une classe et les remarques que j'ai faites à ce moment là. Les échanges qui ont eu lieu ici ont été intéressant sur beaucoup de plans et je suis sûre que leurs apport serviront à enrichir nos discussions entre collègues et influenceront ma pédagogie.
Livret : "Document du stage" mis à disposition des collègues au bureau de maths du lycée.
L'envie de réfléchir à des techniques de gestion de la classe et modifier notre façon d'évaluer
Activité "Drapeau", course à 20
Faire découvrir une stratégie cachée en ne communiquant que ses effets (résultats)
Après expérimentation

- que vous pensez utiliser avec vos élèves ?

Expérimentation des réponses données aux questionnaires par les enseignants : applications linéaires, applications affines
Des activités du livret du stage.
Les exercices du livret jaune
l'expérimentation en particulier, tous les calculs d'aires en général.
"La course à n"
Activité "Drapeau", course à 20
Faire découvrir une stratégie ; faire des "matchs" entre équipes
Activité proposée pendant le stage, entre le collège de St Jorrioz et celui de Moirans, du type "exercice téléphoné".

Avez-vous envie de mettre en pratique certains points abordés au cours du stage ?

- Lesquels ?

"Zoom", "Balayage"
le travail en groupe, par exemple, au sein de la classe
introduction aux fonctions
la méthode du "fil directeur"[2] en troisième , par exemple, m'interpelle
Activité "Drapeau", course à 20
Laisser les élèves mathématiser seuls un problème
Exploitation de situations de problèmes

- Quelles sont d'après vous les difficultés que vous pourriez rencontrer ?

manque de temps
manque de temps, manque d'habitude
manque de temps, motiver les élèves, travailler dans le bruit avec les groupes
le travail de groupes, part exemple, au sein de la classe
le temps : l'idée de définir une stratégie pour traiter le programme d'une manière plus originale
me plaît.
Organisation / ?
C'est surtout une question de temps. Il est clair qu'on ne peut pas avoir cette démarche pour tous les chapitres au programme
La longueur des exercices

- Quels effets positifs en attendez-vous ?

Du nouveau pour les élèves et ... pour moi
Une introduction originale et aussi très riche (intervalle, graphique, fonctions par morceaux)

---

[2] c'est à dire de traiter les notion du programme de troisième au travers du thème des fonctions

Élèves plus actifs, stimulation, émulation dans les groupes, plaisir des élèves de "construire" entre eux, ensemble, une solution
Motivation des élèves
situation de référence. Conditions : ne pas être le seul au niveau de l'établissement de fonctionner de cette manière, vu l'effet dynamisant pour le professeur et pour les élèves
Maintenir une certaine rigueur dans les phases d'apprentissage
Une façon différentes d'aborder une notion, activité jeu
Une plus grande autonomie des élèves
Une motivation et une participation active des élèves

Que pensez-vous de l'organisation du stage : 2 jours + expérimentation + 1 jour ?
Je crois que je préférerais un jour et demi plus l'expérimentation, plus un jour et demi ; ou un jour, l'expérimentation et deux jours car beaucoup de questions se posent après l'expérimentation et peu entre les deux premiers jours
Bien
Bien
C'est une bonne idée
Elle me semble convenir parfaitement au thème choisi : l'expérimentation étant trop souvent négligée pour ne pas dire tout le temps
La première partie est trop lente
Même si je n'ai pas pu être présent à la 3ième journée, je pense que c'est effectivement une bonne formule
Bon, mais la dernière date[3] ne convenait pas bien, il aurait fallu l'avancer (période d'examens, vacances et surtout voyage à partir de mars)

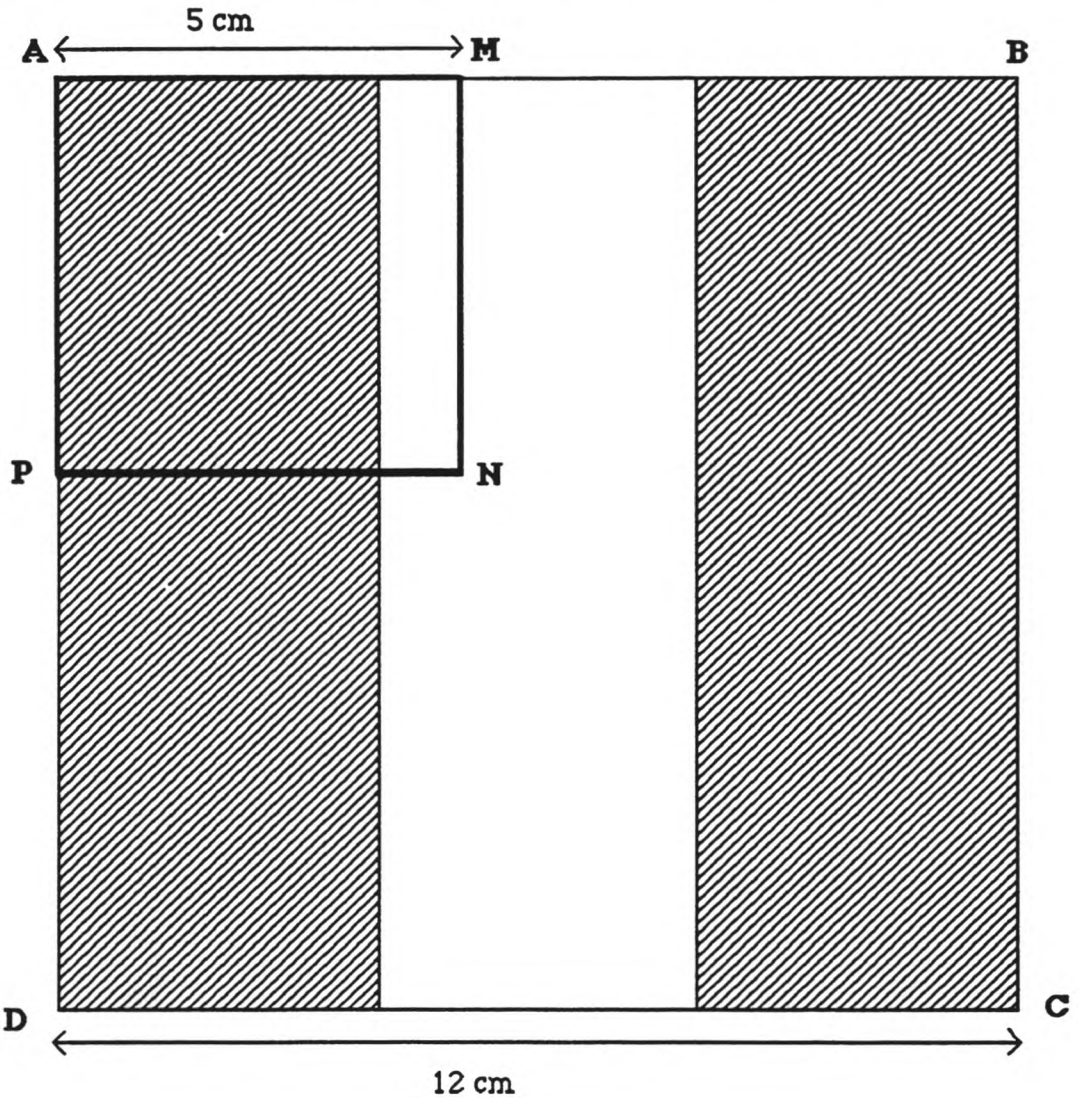
A la suite de ce stage, ressentez-vous le besoin d'un complément de formation ?
à voir
Dans quel domaine ?
être capable d'identifier les erreurs des élèves
Non / mais... De plus en plus le besoin d'allégement des programmes et des effectifs de classe ...
Remarque : J'ai apprécié tous les points dont on a pu parler à propos d'autres choses : notation, difficultés de parler de telle ou telle notion.

[3] Nous rappelons encore une fois que cette date était négociable.

Annexe

Fiche 1 **Nom :**

ABCD est un carré de côté 12, partagé en 3 bandes de même largeur.

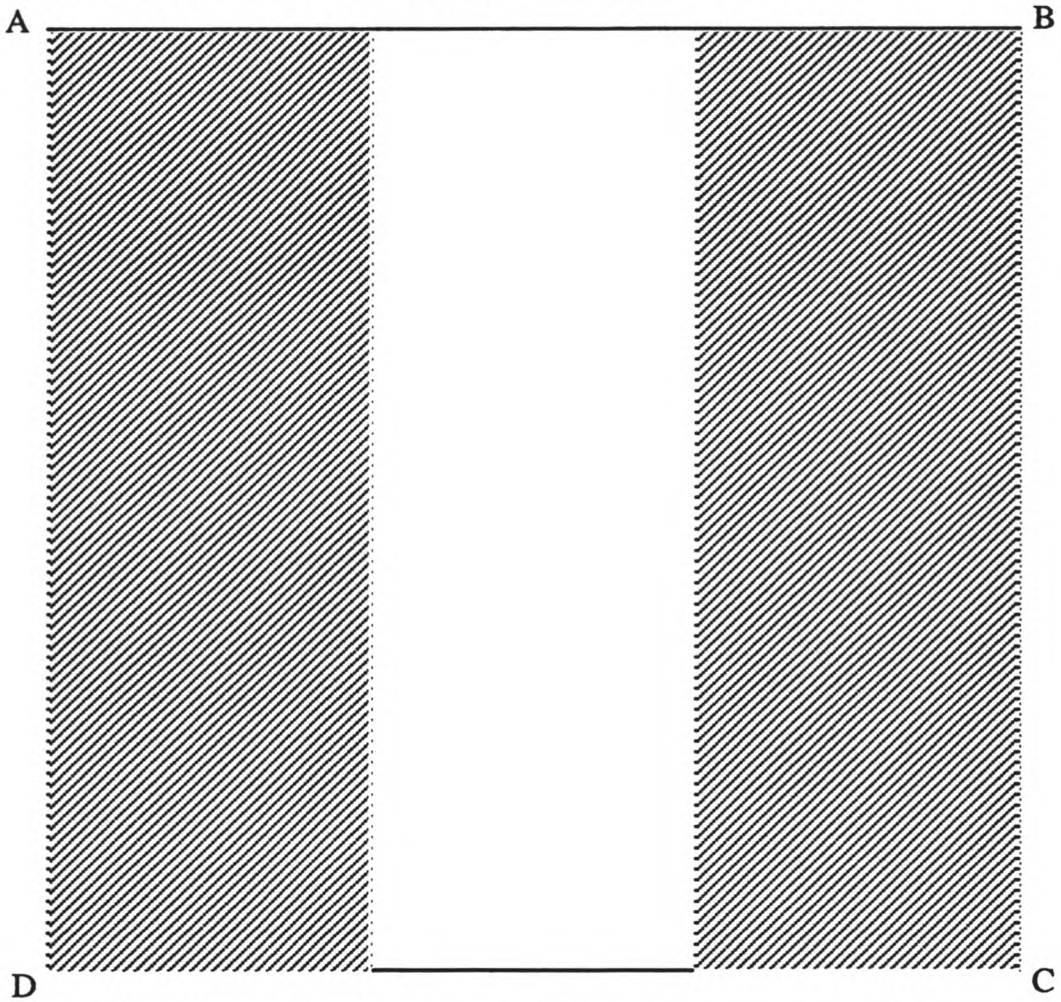


Calculer l'aire de la partie hachurée visible dans la fenêtre carrée AMNP avec AM = 5.
Écrire les calculs ci-dessous :

Fiche 2 **Groupe émetteur :** A B C D E F G H
Nom :

Construire une fenêtre carrée **AMNP sur la figure.**

Calculer l'aire de la partie hachurée visible dans la fenêtre **AMNP**



Calculer l'aire hachurée, noter tous les calculs et encadrer les résultats :

Fiche 3 : fiche de recherche **Groupe émetteur :** A B C D E F G H
Noms :

Maintenant, êtes-vous capable de trouver l'aire hachurée pour n'importe quelle dimension de la fenêtre carrée ?

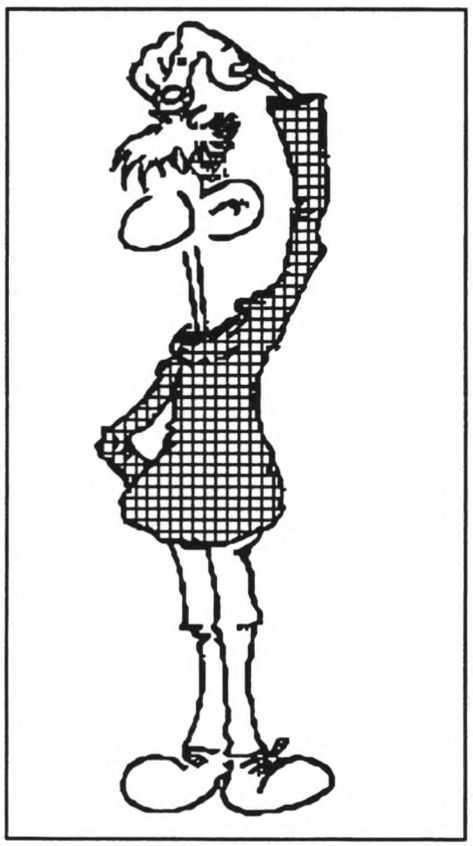
Si vous pensez que oui, voici les règles du jeu :

• vos correspondants ne connaissent pas la figure qui doit rester secrète.

• vous allez vous mettre d'accord pour écrire un message avec lequel votre correspondant devra pouvoir donner la valeur de l'aire hachurée pour n'importe quelle dimension de la fenêtre carrée.

. Ce message ne doit pas être un dessin ni une description de cette figure, elle doit rester secrète.

• leur enseignant leur donnera comme seule renseignement une dimension quelconque : à l'aide de votre message envoyé par Fax, vos correspondants devront être capable de trouver l'aire hachurée.



On cherche quoi .....
Au juste ....?

Fiche de Télécopie

Émetteur
Groupe :
N° de Télécopie :
Établissement :

Récepteur
Groupe :
N° de télécopie :
Établissement :

Message :

Fiche de Télécopie (Zoom)

Émetteur
Groupe :
N° de Télécopie :
Établissement :

Récepteur
Groupe :
N° de télécopie :
Établissement :

Réponses

Pour chacune des 8 valeurs données pour la dimension de la fenêtre carrée donner l'aire hachurée.

Dimensions de la fenêtre carrée :

Si vous n'avez pas pu trouver l'aire posez des questions à votre groupe émetteur sur ce que vous ne comprenez pas dans le message.

Fiche de Télécopie (Balayage)

Émetteur
Groupe :
N° de Télécopie :
Établissement :

Récepteur
Groupe :
N° de télécopie :
Établissement :

Réponses

Pour chacune des 8 valeurs données pour longueur parcourue par M, donner l'aire balayée.

Longueur parcourue par M :

Si vous n'avez pas pu trouver l'aire posez des questions à votre groupe émetteur sur ce que vous ne comprenez pas dans le message.

Fiche 4 : fiche de correction **Groupe émetteur : A B C D E F G H**

Remplir le tableau :

Dimensions de la fenêtre carrée								
Réponse récepteur								
votre réponse								

1- Votre réponse n'est pas celle du récepteur : pourquoi ?

2- Le récepteur n'a pas donné de réponse : pourquoi ?

3- Vos correspondants ont-ils compris votre message ? oui / non
Si non, que n'ont-ils pas compris ?

Après ces observations conservez-vous votre message ou souhaitez-vous le modifier. Recopiez votre message modifié ou non sur une affiche pour que toute la classe puisse en prendre connaissance et le discuter.

Fiche 5 : bilan de l'activité **Elève :**

Vous venez de faire une activité mathématique en correspondance avec une autre classe de troisième. Cette activité s'est déroulée en trois parties. Nous vous les rappelons : :

1. Vous avez rédigé un message destiné aux élèves d'une autre classe de troisième leur permettant de trouver l'aire hachurée connaissant seulement la dimension de la fenêtre.
2. Vous avez utilisé les messages des correspondants pour calculer l'aire hachurée d'une figure inconnue.
3. Vous avez corrigé les calculs effectués par vos correspondants à l'aide de vos messages et enfin vous avez amélioré vos messages quand cela était nécessaire.

Quelles sont vos remarques sur cette façon de travailler ?
Cette activité vous a t-elle parue :

Facile
Difficile

Dites pourquoi :
.....
.....

Qu'avez-vous retenu de ce que vous avez fait :
.....
.....

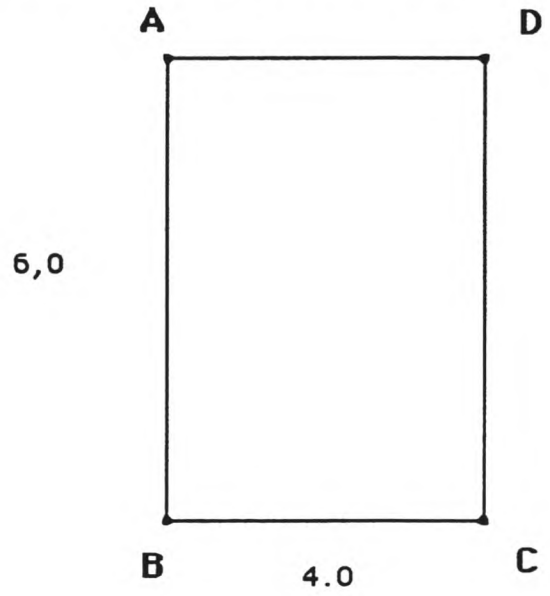
Quelles connaissances mathématiques avez-vous utilisées :
.....
.....

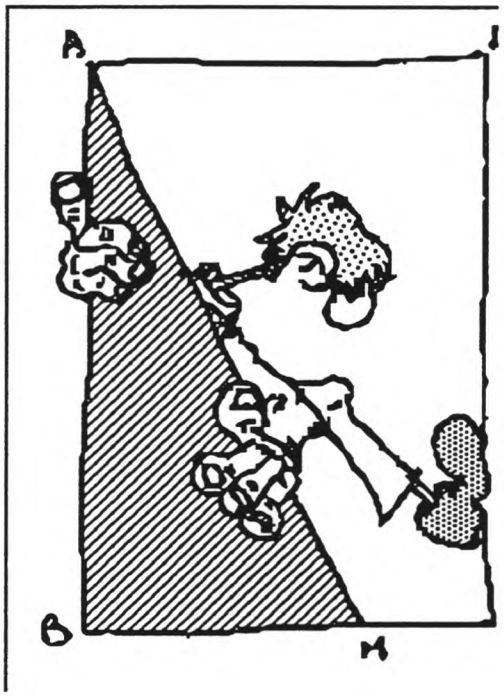
Est-ce que l'aire hachurée est proportionnelle à la dimension de la fenêtre ? Justifiez votre réponse.

Fiche 1 **Nom :**

Tu dois placer le point **M** sur le rectangle **ABCD** en considérant que le point **M** a parcouru **12 cm** depuis le point **A.**

Hachure la surface du rectangle balayé par [AM]





Calcule l'aire de la partie hachurée

Fiche 2 **Groupe émetteur : A B C D E F G H**

Placer sur un des côtés du rectangle (figure 1), un point M.

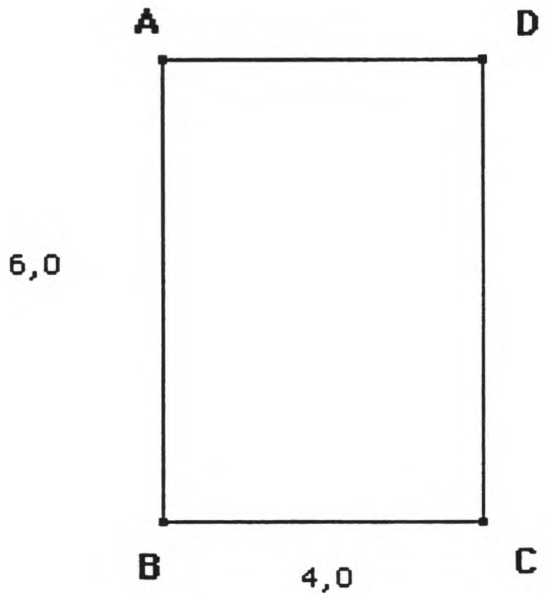
Noter la longueur parcourue par M.

Hachurer la partie balayée.

Calculer l'aire de la partie hachurée.

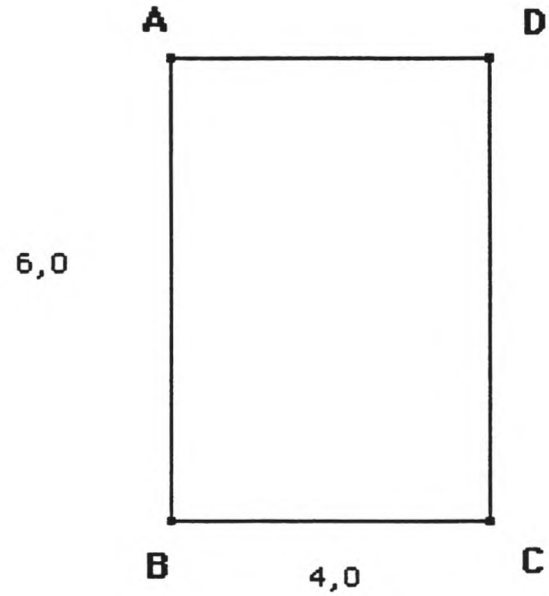
Faire la même chose pour la figure 2 avec une position différente pour M.

Figure 1



Longueur parcourue par M :

Figure 2



Longueur parcourue par M :

Figure 1

Calculer l'aire hachurée noter tous vos calculs et encadrer les résultats :

Figure 2

Calculer l'aire hachurée noter tous vos calculs et encadrer les résultats :

Fiche 3 : fiche de recherche **Groupe émetteur :** A B C D E F G H
Noms :

Maintenant, vous devez être capable de trouver l'aire hachurée pour n'importe quelle position de M.

Voici les règles du jeu :

- vos correspondants ne connaissent pas la figure *qui doit rester secrète.*
- vous allez vous mettre d'accord pour écrire un message qui ne doit pas être un dessin de la figure, ni la décrire pour que cette figure reste secrète.
- avec votre message, votre correspondant devra pouvoir donner la valeur de l'aire hachurée quelque soit la longueur parcourue par M.
- leur enseignant leur donnera plusieurs longueurs choisies au hasard : *à l'aide de votre message envoyé par Fax*, vos correspondants devront être capable de trouver l'aire hachurée.

Fiche de Télécopie

Emetteur

Groupe :

N° de Télécopie :

Etablissement :

Récepteur

Groupe :

N° de télécopie :

Etablissement :

Réponses :

Longueur parcourue par M

Si vous n'avez pas pu trouver l'aire, posez des questions à votre groupe émetteur sur ce que vous ne comprenez pas dans le message :

Fiche 4 : fiche de correction **Groupe émetteur : A B C D F G**

Remplir le tableau :

Longueur parcourue par M								
Réponse récepteur								
votre réponse								

1- Votre réponse n'est pas celle du récepteur : pourquoi ?

2- Le récepteur n'a pas donné de réponse : pourquoi ?.

3- Vos correspondants ont-ils compris votre message ? oui / non

Si non, que n'ont-ils pas compris ?

Après ces observations conservez-vous votre message ou souhaitez-vous le modifier. Recopiez votre message modifié ou non sur une affiche pour que toute la classe puise en prendre connaissance et le discuter.