

## SCENARIO PEDAGOGIQUE

proposé par la "Cabri-élève" de l'Université d'été **Nathalie Aymé**

9-13 juillet 1993

### **CABRI-sensibilisation évolutive à des sections dans l'espace : compte-rendu d'une expérience vécue en classe de première S**

#### SOMMAIRE DU CABRI-SCENARIO

##### Introduction

##### I - Présentation du scénario - Objectifs

###### A - Objectifs

###### B - Présentation du scénario

###### a) première phase du scénario

###### $\alpha$ ) tétraèdre

###### $\beta$ ) cube

###### $\gamma$ ) évaluation

###### b) deuxième phase du scénario

section d'un cube par un plan perpendiculaire à l'une de ses diagonales

##### II - Réalisation et mise en oeuvre

###### A - paramètre "temps" du scénario

###### B - paramètre "technique" du scénario

arborescence de la disquette fournie

###### C - paramètres "espace" et "disponibilité salle-info" du scénario

##### III - Intérêt de la méthode - Résultats - Commentaires

###### A - Intérêt de la méthode

###### a) motivation des élèves

###### b) gain de temps

###### c) aspect ludique

###### B - Résultats - Commentaires

##### Conclusion

##### Bibliographie

##### Annexes

## INTRODUCTION

Avant de parler de ma première expérience pédagogique entièrement réalisée avec CABRI, je présente en deux mots l'histoire de ma rencontre avec ce logiciel.

Je l'ai découvert lors d'un stage se déroulant sur six semaines (tous les vendredis après-midis) en octobre-novembre 1992, stage animé par YVES MARTIN qui, bien sûr, a su contaminer quelques participants : j'y ai attrapé le "Cabri-virus".

Emballée par ailleurs par un T.P. de géométrie dans l'espace de l'IREM de STRASBOURG [1], j'ai tout de suite imaginé qu'une réalisation concrète de ce T.P. un peu difficile pourrait être facilitée par l'utilisation de l'outil informatique : CABRI.

J'ai donc préparé une séquence sur la géométrie dans l'espace constituée de plusieurs sections de volumes à chercher. Ces sections étaient des exercices à difficulté progressive et conduisaient naturellement aux sections du cube proposées par l'IREM de STRASBOURG.

## I - PRESENTATION DU SCENARIO - OBJECTIFS

### A - OBJECTIFS

Nous avons tout d'abord effectué une approche de type "mise en confiance" des exercices dans l'espace. Pour cela, j'ai d'abord distribué un document résumant les diverses propriétés sur l'espace vues en seconde. Ce rappel sur l'espace a été lu et commenté en cours. Les élèves ont eu à relire le cours en travail à la maison pour la semaine suivante, afin de bien préparer les séances qui allaient se dérouler.

Ce cours sur l'espace avait pour objectif d'arriver très rapidement et efficacement aux sections de solides. La distribution préliminaire du polycopé sur l'espace était tout de même indispensable, bien que j'eusse pu considérer ces notions comme acquises en seconde. En effet, certains élèves m'ont dit n'avoir jamais fait ce genre d'exercices.

Je voulais donc que les élèves s'habituent rapidement à effectuer des sections de solides pour passer ensuite à des exercices plus complets et plus diversifiés.

L'intérêt, à mon avis, de faire faire à l'élève un grand nombre de sections, est qu'il intègre ensuite facilement le mécanisme à appliquer. Les sections, malgré des constructions un peu fastidieuses (\*), deviennent ensuite machinales.

Toute cette phase de mécanisation a permis ensuite d'utiliser notre savoir-faire pour essayer de résoudre un problème d'optimisation [2] : recherche de la section d'aire maximale d'un cube par un plan perpendiculaire à l'une de ses diagonales. Ce problème d'optimisation dans l'espace est un "joli" problème qui donne lieu à la construction de très belles figures et qui met en oeuvre une fonction du second degré à maximiser : excellente occasion pour vérifier que les acquis du premier trimestre étaient bien assimilés (nous ne disposions pas encore de "l'outil dérivée").

(\* ) CABRI et les disquettes d'exercices "pré-parées" nous ont permis de gagner un temps fou.

B - PRESENTATION DU SCENARIO

Dans le document distribué, j'insiste sur le fait que l'intersection de deux plans est une droite. Il peut donc être utile de prolonger les arêtes d'un solide pour trouver deux points qui appartiennent simultanément à une face du solide et au plan de section.

a) première phase du scénario : exercices - à difficulté évolutive - de familiarisation avec les sections de solides

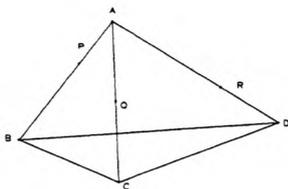
Le professeur doit être intransigeant en ce qui concerne la rédaction de la justification de la construction. Cette justification écrite était condition SINE QUA NON de passage à l'exercice suivant.

α) tétraèdre

La consigne pour tous les exercices suivants est de chercher la section du tétraèdre par le plan PQR.

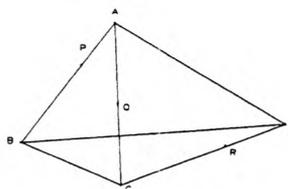
• Exercice 1

Le G. 4ométries, le Cahier de BRouillon interactif 29 juillet 1993 - 11 H 10 - AUCSZMARDOLSCEN.11ZETPAKEX.1.FIG



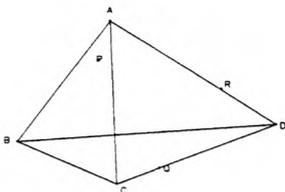
• Exercice 2

Le G. 4ométries, le Cahier de BRouillon interactif 29 juillet 1993 - 11 H 12 - AUCSZMARDOLSCEN.11ZETPAKEX.2.FIG



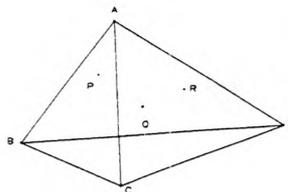
• Exercice 3

Le G. 4ométries, le Cahier de BRouillon interactif 29 juillet 1993 - 10 H 24 - AUCSZMARDOLSCEN.11ZETPAKEX.3.FIG



• Exercice 5

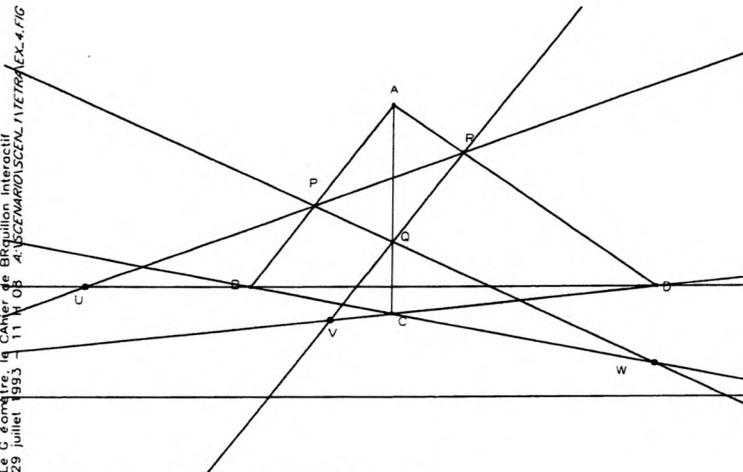
Le G. 4ométries, le Cahier de BRouillon interactif 29 juillet 1993 - 10 H 58 - AUCSZMARDOLSCEN.11ZETPAKEX.5.FIG



R est sur la face ABD, et Q sur la face ACD.

• Exercice 4

Le G éométre, le CAHIER de BRQUILLON Interactif 29 juillet 1993 - 11 H 08 A:\SCZEMARD\SCZEM.\V\ETRA\EX-4.FIG



Les points U, V, W sont-ils alignés? Si oui, pourquoi?

β) cube

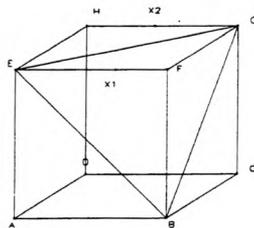
• Exercice 1

Section du cube ABCDEFGH par le plan parallèle à EBG passant par  $x_1$

• Exercice 2

Section du cube ABCDEFGH par le plan parallèle à EBG passant par  $x_2$

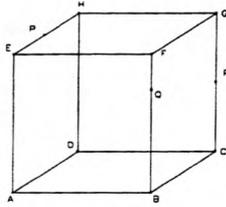
Le G éométre, le CAHIER de BRQUILLON Interactif 29 juillet 1993 - 11 H 19 A:\SCZEMARD\SCZEM.\V\CUBEX-2.FIG



• Exercice 3

Section du cube par le plan PQR

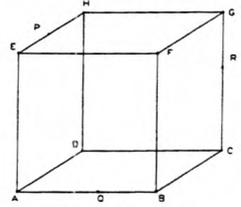
Le C. d'architecture, le Cahier de Brouillon interactif  
29 juillet 1993 - 11 H 21 A:\SC2\MAR03\SEEN\1\COMBEX-3.JPG



• Exercice 4

même énoncé que l'exercice 3

Le C. d'architecture, le Cahier de Brouillon interactif  
29 juillet 1993 - 11 H 23 A:\SC2\MAR03\SEEN\1\COMBEX-4.JPG



γ) évaluation

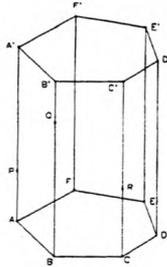
Dans un devoir de 3 heures consacré à l'analyse et à l'espace, 4 exercices de sections d'un prisme par un plan PQR ont été proposés (notés sur 8 points et pour lesquels il fallait compter 1 heure).

Seul un des quatre exercices devait donner lieu à une justification complète de la construction.

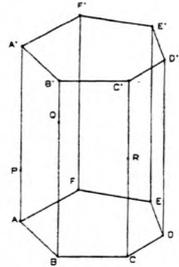
Exercices 1 à 3 : Section du prisme par le plan PQR

• Exercice 1

Le C. d'architecture, le Cahier de Brouillon interactif  
29 juillet 1993 - 11 H 25 A:\SC2\MAR03\SEEN\1\EXALEX-1.JPG

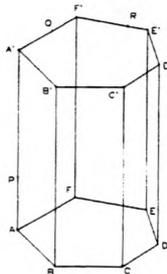


Le C. d'architecture, le Cahier de Brouillon interactif  
29 juillet 1993 - 11 H 27 A:\SC2\MAR03\SEEN\1\EXALEX-2.JPG



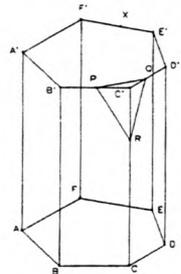
• Exercice 3

Le C. d'architecture, le Cahier de Brouillon interactif  
30 juillet 1993 - 18 H 15 A:\SC2\MAR03\SEEN\1\EXALEX-3.JPG



Le C. d'architecture, le Cahier de Brouillon interactif  
29 juillet 1993 - 11 H 29 A:\SC2\MAR03\SEEN\1\EXALEX-4.JPG

• Exercice 4 : Section du prisme par le plan passant par X parallèle à PQR

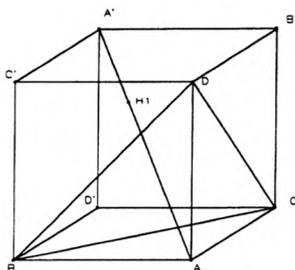


b) deuxième phase du scénario : section d'un cube par un plan perpendiculaire à l'une de ses diagonales

On cherche à résoudre le problème suivant :

**Quelle est la section d'aire maximale d'un cube coupé par un plan perpendiculaire à l'une de ses diagonales?**

Les Cahiers de l'ICMI, le Cahier de Brouillon interactif  
29 juillet 1995 - 11 h 34  
A:\BCE\BARD\BSCEN\_2\CUBE.FIG



Un joli TP très détaillé de l'IREM de STRASBOURG guide l'élève vers la solution. J'ai donné ce TP en devoir à la maison. Les élèves l'ont trouvé difficile et ont mis plus de trois semaines à le faire. Ce TP met en oeuvre beaucoup d'autres concepts que les sections de solides : utilisation d'homothéties dans l'espace pour démontrer que des sections sont homothétiques, expression de l'aire de la section à maximiser. Ce TP était pour moi l'occasion de vérifier que les élèves arriveraient à réutiliser "l'outil algébrique" pour maximiser une fonction du second degré (avec 3 expressions distinctes) car nous ne disposions pas encore de "l'outil dérivée".

Le TP demandait à l'élève, dans un premier temps, de montrer que  $(AA')$  est perpendiculaire au plan  $BCD$ . Si on appelle  $H$  l'intersection de  $[AA']$  et de  $BCD$  et  $H_1$  un point quelconque de la diagonale, il fallait dessiner dans un deuxième temps les diverses sections que l'on obtenait lorsque  $H_1$  varie. La visualisation préliminaire de cette section à l'aide de CABRI m'a permis de leur demander quelle semblait être la section d'aire maximale.

L'outil CABRI permettait donc d'émettre une conjecture concernant l'optimum. Les élèves étaient ensuite guidés par le TP pour aboutir à l'expression analytique de l'aire  $S$  de la section en fonction de la distance  $d$  du point  $A$  au plan de section ( $C^1$  raccordement de trois paraboles) avec  $d = AH_1$ .

Ils devaient ensuite obtenir en utilisant l'outil algébrique le maximum de cette aire (maximisation d'aire à périmètre constant : c'est un problème d'optimisation de type isopérimétrique).

Un prolongement possible du scénario est de montrer aux élèves la section vraie-grandeur obtenue à l'aide de CABRI. Le formidable outil "lieu de plusieurs points" permet de reconstituer entièrement la représentation graphique de  $S(d)$  et de visualiser l'aire maximale de la section.

## II - REALISATION ET MISE EN OEUVRE

### A - PARAMETRE "TEMPS" DU SCENARIO

Le déroulement dans le temps du scénario s'est effectué comme suit (j'avais sur cette période alternance analyse-géométrie) :

Semaine 1	1h - poly commenté rapidement
	2h - exercices sur le tétraèdre - à terminer en travail personnel
Semaine 2	2h - exercices sur le cube
Semaine 3	3h - évaluation - analyse et espace; distribution du devoir maison "les sections du cube"
Semaine 4	1h - correction évaluation partie espace
Semaine 7	1h½ - correction des sections du cube

Quant aux séances consacrées aux exercices, elles se déroulaient ainsi :

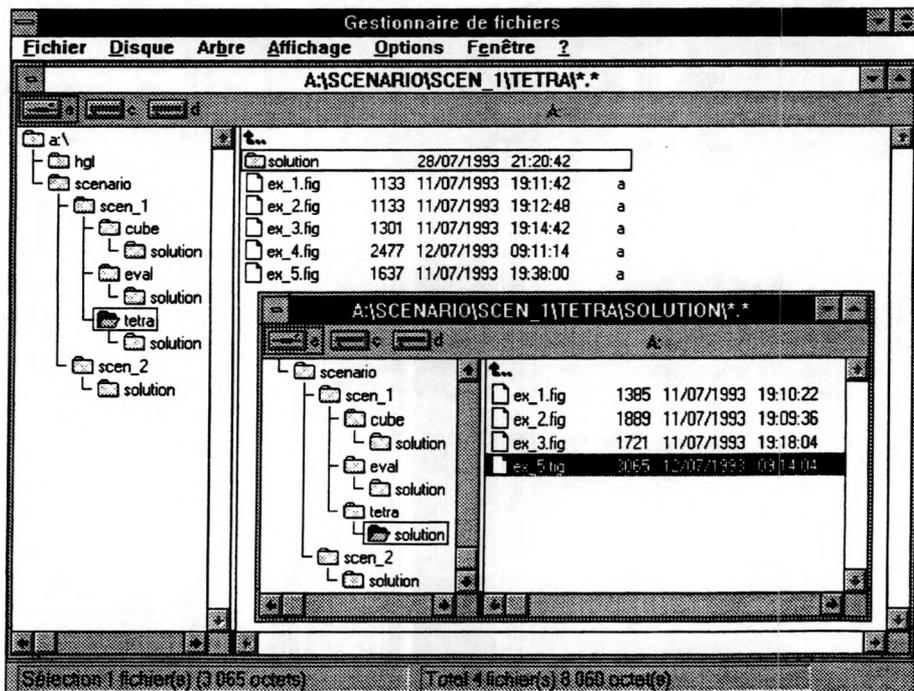
après un temps moyen de recherche personnelle, environ 10 mn par exercice, les élèves discutaient entre eux et après 10 mn, un élève venait donner la solution sur ordinateur dont l'écran était rétroprojecté. La rédaction de la solution était d'abord formulée oralement puis rédigée au tableau. Cela nous prenait encore environ 10 mn. Tout ce travail représente donc environ 30 mn par exercice.

### B - PARAMETRE "TECHNIQUE" DU SCENARIO

Tout le scénario a été réalisé à l'aide de CABRI ET GEOMETRE.

La mise en oeuvre est donc entièrement informatique et l'intérêt principal d'utiliser CABRI est de pouvoir fournir aux élèves des figures (au sens CABRI) déjà prêtes (le travail long et fastidieux de construction des solides est ainsi évité), ainsi que des fichiers-solution.

Voici la structure arborescente de la disquette accompagnant ce scénario :



En réalité, compte-tenu de la non-disponibilité de la salle informatique - prise d'assaut par les économistes - et compte-tenu de son encombrement spatial, toutes ces séances ont été réalisées en classe entière sous forme de séances rétroprojectées. Chaque élève disposait d'une sortie-papier du dessin CABRI à terminer, distribuée au fur et à mesure des exercices à traiter et sur laquelle ils écrivaient la preuve de la construction.

### III - INTERET DE LA METHODE - RESULTATS - COMMENTAIRES

#### A - INTERET DE LA METHODE

##### a) motivation des élèves

Les élèves n'avaient pas l'habitude de ce genre de séances assistées par ordinateur. Ils n'ont pas eu de mal à canaliser leur attention sur ce qui se passait. Certains m'ont dit avoir l'impression d'être au cinéma! CABRI est un formidable outil d'aide à la visualisation et la présentation des sections variables sur l'écran les a émerveillés.

##### b) gain de temps

Il va sans dire que la préparation des dessins par le maître sur disquettes représente un gain de temps considérable. Tout l'aspect technique et laborieux de constructions de solides est évité (ces constructions ne présentent plus grand intérêt au niveau lycée). L'élève va pouvoir se consacrer de manière efficace à la résolution de l'exercice, le terminer plus rapidement, et en fin de compte, il aura effectué un plus grand nombre de sections en classe.

##### c) aspect ludique

Préparer à l'avance les dessins de base des exercices sur une feuille de papier est équivalent à utiliser CABRI dès lors que l'on omet l'aspect dynamique du logiciel. En effet, on pourra faire observer à l'élève l'effet produit par le déplacement d'un des points du plan de section sur la section : prolongement possible de ce genre d'exercices (il faudra alors penser à tous les cas de figure).

CABRI permet donc de manière efficace et ludique une animation dynamique des figures.

#### B - RESULTATS - COMMENTAIRES

Les élèves ont eu certains exercices à terminer sur feuille à la maison. Ils ont dans l'ensemble éprouvé beaucoup de difficultés à finir les premières sections sauf quelques uns qui "voyaient" bien dans l'espace ( en général des garçons...). La justification des constructions n'était en général pas écrite, sauf exceptions.

##### Les évaluations

##### • devoir à la maison sur les sections du cube

Les élèves, préalablement bien imprégnés d'espace, ont été passionnés par le devoir sur les sections du cube. Certains m'ont rendu un devoir plus que conséquent : un devoir a été numéroté jusqu'à la page 51 avec de superbes dessins dans l'espace, construits à la règle et au compas (les traits de construction étaient encore apparents).

Dans l'ensemble, les sections étaient mises en évidence, par coloriage ou par hachures.

La justification de la section hexagonale n'a pas toujours été donnée, bien que j'aie insisté sur son caractère indispensable. Les élèves moins persévérants n'ont pas terminé le devoir. Ceux qui sont allés jusqu'à la recherche analytique de l'expression de l'aire de la section en fonction de la distance  $d$  du point A au plan de section (distance  $d = AH_1$ ), en ont donné une expression correcte et ont bien obtenu que la section était d'aire maximale lorsque le plan de section passait par le centre du cube.

Certaines copies d'élèves méritaient d'être conservées. Une élève a pensé à effectuer une synthèse du problème dans un tableau dans lequel elle résume tous les cas de figure et les sections correspondantes.

La cabri-démonstration de la solution a beaucoup plu aux élèves.

Ce problème a débouché sur une activité de "culture mathématique" puisque nous avons commenté la solution donnée par BERGSON au concours général de philosophie en 1876 (auquel il a été classé 1er).

##### • devoir sur table

Des élèves ont très bien assimilé le scénario 1 : ils ont eu entre 6 et 8. Mais d'autres absolument pas, car visiblement ils ont construit n'importe quoi. Il n'y a pas eu de juste milieu. Les élèves ont eu à refaire les sections à la maison.

## CONCLUSION

Je n'ai pas assez d'expérience pour savoir si les élèves aiment ou n'aiment pas la géométrie dans l'espace en général. Mais j'ai nettement ressenti une appréhension de leur part lorsque nous avons abordé les sections, voire même un rejet épidermique, notamment de la part des filles.

Et comme je les comprenais! Avant de rencontrer mon ami CABRI, je détestais l'espace. J'éprouvais beaucoup de difficultés à dessiner une section quelle qu'elle soit, et j'y aboutissais au prix de gros efforts intellectuels. L'aspect ludique de CABRI m'a poussée à faire d'autres sections. Je me suis amusée à bouger les "points sur objet" et à généraliser les sections dans tous les cas de figure. Petit à petit, cette gymnastique de l'esprit que je m'étais imposée a commencé à porter ses fruits et j'ai fini par chercher moins longtemps la solution de ce genre d'exercices.

Je crois sincèrement que c'est le sentiment perçu par certains de mes élèves à la fin de ce scénario ou au moins après quelques mois, avec du recul.

Merci CABRI.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] Géométrie 1es. IREM de STRASBOURG . ISTRAS 1989.

[2] "Intérêt d'une sensibilisation à des problèmes d'optimisation en lycée ". Mémoire de CAPES pratique. Nathalie AYMÉ 1991.

[3] Copie de BERGSON. Concours général de Philosophie .1876.

et bien sûr...

[4] "CABRI ET GEOMETRE" version 1.7 PC . LSD2-IMAG. GRENOBLE 1993.

## ANNEXES

A1 / Sections du cube

A2 / La copie de BERGSON