

PROBABILITÉS ET STATISTIQUES EN PREMIÈRE

ISBN : 2-903815-28-3
Prix 10 F

1ère édition : février 1993
2ème édition : novembre 1995

AVERTISSEMENT AU LECTEUR

Ce fascicule regroupe trois textes sur le thème des probabilités et des statistiques.

Les activités proposées ont été expérimentées au cours des années 90-91 et 91-92.

- Le premier texte : «Séquence de travail sur les probabilités introduit les probabilités par une approche statistique, et recouvre la totalité du programme de probabilités (version 91) de 1ère A, B et 1ère G, mais le début de la séquence a également été exploité en TA.

- Le deuxième texte : «Mêmes séquences, autre récit», a été expérimenté en 1ère S.

Ces deux premiers textes utilisent une introduction des probabilités par le biais des statistiques, **qui ouvre des perspectives tout à fait intéressantes, à utiliser dans nos prochaines premières (L ; ES ; S) et même terminales.**

- le troisième texte porte plus spécifiquement sur les statistiques et sur le développement de l'esprit critique dans ce domaine. Expérimenté en première S, **il est également exploitable en seconde et dans les prochaines premières (L ; ES).**

Nous remercions de tout cœur Annie Bicais, sans qui ce travail n'aurait pu aboutir

SOMMAIRE

Séquence de travail sur les probabilités M. (Ghesquière)	5
Mêmes idées - autre récit (C. Pariselle)	17
Statistiques (C. Pariselle)	21

SEQUENCE DE TRAVAIL SUR LES PROBABILITES

Michèle GHESQUIERE
IREM de Grenoble

Extrait du programme (1991) de 1ère A₁-B :

«L'objectif est d'entraîner les élèves à décrire quelques expériences aléatoires simples, et à calculer des probabilités. On évitera tout développement théorique.

Pour introduire la notion de probabilité on s'appuiera sur l'étude des séries statistiques obtenus par répétition d'une séquence aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois».

Je souhaite présenter ici une séquence de travail sur les probabilités, (introduction et probabilités élémentaires) que j'ai expérimentée dans trois classes en 1991-92 : 1ère B, 1ère G, TA₁, en début d'année.

J'avais en effet décidé pour ces trois classes de commencer par les probabilités, pour deux raisons :

- d'une part c'est une partie nouvelle, ne nécessitant pas d'acquis antérieurs, ce qui permet aux élèves ayant parfois un fort contentieux avec les maths d'accrocher et — je l'espère — de n'être pas en échec ;

- d'autre part les probabilités me paraissent avoir au moins deux avantages pédagogiques :

- elles font nécessairement apparaître la notion de **modèle mathématique**, ce qui permet de replacer les mathématiques dans l'ensemble des sciences, et de mettre à jour l'articulation entre mathématiques et autres sciences ;

- elles permettent de **traiter assez naturellement des sous-entendus mathématiques**, comme par exemple le sens du mot «ou» (quand on introduit la probabilité de A ou B, sauf en 1ère G où le programme s'arrête au cas où A et B sont incompatibles), et le fait qu'en mathématiques le principe du «maximum d'informations» ne s'applique pas (voir IV 3).

Je dois signaler que tout ce travail a été fait dans l'optique suivante :

Je suis convaincue que le savoir se construit toujours sur du pré-existant (les élèves ne sont pas un vase vide que nous remplissons !) et qu'il est important de déstabiliser les conceptions erronées, et pas d'empiler un nouveau savoir sur un terrain

instable. Nous savons tous que sinon les conceptions erronées des élèves restent là, souterraines (elles n'ont pas pu s'exprimer donc n'ont pas pu être déstabilisées), et reparaissent à la moindre occasion, les jours de DS entre autres !

Je suis donc intéressée par les erreurs des élèves, je souhaite qu'elles apparaissent au grand jour dans le cadre de la classe, et je choisis même certaines activités (par exemple IV 3) dans le but de les faire sortir, pour qu'il puisse y avoir (sans jugement au départ, que chacun puisse développer son idée), débat et seulement ensuite institutionnalisation (par moi, enseignante) du nouveau savoir.

J'ai donc recours à un débat (que j'aimerais pouvoir appeler «scientifique», mais qui n'est qu'un «débat vers du scientifique» selon moi).en essayant d'explicitier le plus possible les sous-entendus et les critères de vérité en mathématiques.

En effet, c'est à cette condition qu'un débat peut aboutir sans intervention constante du professeur. Dans certains cas, je savais que le débat ne pouvait pas aboutir de lui-même car il manquait justement les conventions mathématiques qui permettaient de décider (IV 3 par exemple), et c'était un objectif de cette activité que les élèves voient justement la nécessité d'un choix de convention pour pouvoir décider du vrai ou du faux (sens de «ou» par exemple).

Après cette séquence, j'ai été amenée, du moins en 1ère B et TA₁ (car les 1ère G n'ont pas fait IV 3 qui n'est pas à leur programme et donc n'ont pas vu à cette occasion la nécessité de certaines conventions, cette nécessité devra donc apparaître plus tard, à une autre occasion) à faire une activité de mise au clair des «sous-entendus mathématiques», activité «circuit» décrite dans le fascicule «Enseigner autrement en DEUG A 1ère année» Commission Inter-IREM Université (beaucoup des idées des activités proposées dans ce fascicule sont transposables en second cycle).

La principale objection à cette façon de travailler est souvent que ça prend du temps, et qu'on a un trop gros programme... C'est vrai que ça prend du temps, mais j'organise mon travail autrement : par exemple, comme nous allons très à fond sur chaque activité, nous faisons peu d'exercices répétitifs, et au lieu de faire un cours classique au tableau, après les activités d'approche, je distribue un cours photocopié qui rassemble ce que nous avons rencontré dans ces activités. Nous prenons un quart d'heure pour en parler, mais c'est un gain de temps global (ceci lorsque j'ai trouvé des activités d'approche suffisamment riches, ce qui n'est pas toujours le cas, bien sûr).

La durée totale de la séquence en classe a été de 10 ou 11 heures suivant les classes.

I - TP₁ : INTRODUCTION AUX PROBABILITES

Je souhaitais (comme l'indique le nouveau programme de 1ère) introduire les probabilités par les statistiques, et j'étais convaincue de la valeur de l'expérience (rien de tel que d'avoir lancé soi-même une pièce beaucoup de fois pour retenir la constance relative des fréquences).

Mais avant de me lancer dans cette activité, et d'y investir du temps, je me suis posée plusieurs questions :

- Est-ce que ça ne prend pas trop de temps de faire lancer pièce ou dé 100 fois ?
- Est-ce que ça ne fera pas trop de bruit ? J'ai donné la consigne de faire les lancers sur un cahier, et pas sur la table, et le bruit a été limité.
- Est-ce que ça ne va pas paraître aux élèves quelque chose de pas sérieux ?

C'est ce qui m'a fait hésiter le plus longtemps, mais il m'a semblé que si j'étais vraiment convaincue de l'intérêt de l'activité, si je leur montrais et structurais bien le début, les élèves le sentiraient.

C'est ce qui s'est passé en effet, l'activité a été bien reçue et pas du tout prise «à la rigolade», et pourtant c'est par cette activité que j'ai commencé l'année. La voici.

1. OBJECTIFS

- Revoir la notion de fréquence (activité 1), et son utilité pour comparer des variables statistiques d'effectifs différents (activité 2).
- Observer la relative constance des fréquences lorsque le nombre de lancers est «grand» (nouveaux programmes de 1ère) : activité 1.
- Passer à un modèle mathématiques (probabilité) : activité 1.
- Aborder les limites d'un modèle, son adéquation ou non à une situation (activité 2).

2. ACTIVITE 1

Je demande aux élèves de lancer 10 fois une pièce de monnaie, et de noter les résultats (rassemblés au tableau).

Questions

Seriez-vous d'accord pour parier que si vous lancez **votre** pièce 100 fois vous obtiendrez plus de 50 piles ? Moins de 50 piles ? 50 piles ? Autre ?

Je note au tableau les paris faits.

Bilan

Le débat qui suit fait apparaître :

- que les élèves, dans l'ensemble, lorsqu'ils ont trouvé plus de «piles» que de «faces» sur 10 lancers, parient que cela continuera ainsi pour 100 lancers (ce qu'on peut penser assez logique, si on ne sait pas si la pièce est équilibrée, après tout !). J'ai constaté qu'en 1ère G, par contre, il y avait plus d'élèves d'un avis contraire («avec le hasard, on ne peut pas savoir») ;

- que dans toutes les classes il y avait au moins un élève pour penser qu'avec 10 lancers on ne pouvait pas prévoir ce qui se passerait pour 100 ;

- que **personne** n'a exploité la possibilité «autre». Personne n'a dit que selon lui il y aurait un nombre de «piles» «assez proche» de 50.

critique

- On peut se demander (suite à cette dernière remarque) si la façon dont les questions ont été posées n'induit pas une majorité de réponses dans un certain sens ? Aurait-il été plus astucieux de leur demander s'ils auraient parié qu'ils auraient entre 40 et 60 piles ?

- La notion de pari reste assez floue : après tout, quelqu'un qui aime prendre des risques peut parier aussi lorsqu'il a moins de 50 % de chances de gagner !... (Et ici les risques n'étaient pas grands !).

Suite de l'activité

Je demande aux élèves de vérifier en lançant effectivement la pièce 100 fois (durée : 5 minutes), et nous rassemblons les résultats au tableau (un résultat par table de deux élèves). Observations ?

Bilan

Ils observent que

- ce qu'ils pensaient majoritairement est loin d'être constamment vrai ;
- par contre, alors que les fréquences sur 10 lancers variaient entre 0,2 et 0,7, sur 100 lancers elles varient entre 0,4 et 0,6 environ ;
- pour 1500 lancers (nombre total de lancers de la classe, avec la réserve que les pièces soient toutes bien équilibrées...), la fréquence est encore plus proche de 0,5.

Institutionnalisation

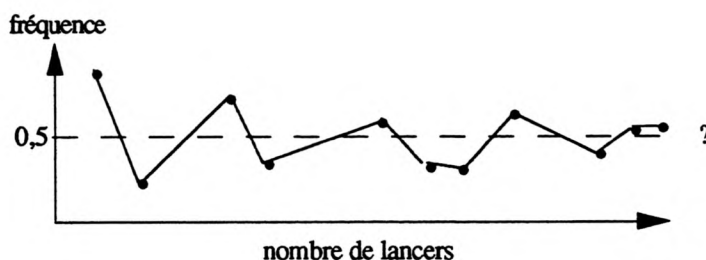
Lorsque le nombre de lancers est assez grand, on observe que la fréquence est relativement constante (ici proche de 0,5), sans toutefois qu'on puisse avoir la certitude absolue qu'elle restera dans une fourchette précise (autour de 0,5 ici).

Par contre, lorsque le nombre de lancers est trop faible, la fréquence obtenue n'est pas significative du tout de ce qu'on obtiendra sur un grand nombre de lancers.

On modélise cette situation, en disant que lorsqu'on lance la pièce une fois, «pile» a une chance sur 2 de se produire, ou que sa probabilité est $\frac{1}{2} = 0,5$.

Critiques

- J'ai observé plus tard que parmi ceux qui n'étaient pas d'accord pour dire que s'il y avait moins de piles que de faces sur 10 lancers cela resterait vrai pour 100 lancers, certains avaient en fait l'idée que le hasard ne peut pas avoir le moindre ordre, et donc, selon eux il y avait autant de chances sur 100 lancers, d'avoir 1 fois pile que 50 fois pile, etc. Et certains d'entre eux n'étaient pas convaincus du contraire par ces activités. Peut-être aurait-il été utile de leur faire faire un graphique du type :



- Il y a un certain inconvénient à avoir proposé cette activité dans un cas d'équiprobabilité, les élèves pouvant peut-être confondre «relative constance des fréquences» avec : à peu près la même fréquence pour chacun des deux cas possibles ? L'exercice 5 (III 5) a permis de revenir sur ce point.

3. ACTIVITE 2

Je demande aux élèves de lancer un dé à 6 faces pendant 7 minutes. Nous rassemblons les résultats au tableau (avec les fréquences, que les élèves ont calculées, sur un nombre de lancers variable suivant les groupes).

Observations

Il n'y a pas franchement ici constance (même assez relative) des fréquences (les élèves disent eux-mêmes qu'on aurait pu s'attendre à avoir des fréquences proches de $\frac{1}{6}$).

Question

Comment peut-on l'expliquer ?

- Certains disent que l'on n'a pas fait assez de lancer ici, car il y a 6 faces (alors que la pièce n'avait que 2 faces).
- Pour un ou deux dés, les résultats sont même franchement atypiques, et certains élèves pensent que ces dés sont mal équilibrés, avec un «poids» plus important vers certaines faces que d'autres. Nous débattons de savoir comment on pourrait savoir plus sûrement si le dé est déséquilibré (avec plus de lancers).

Institutionnalisation

Lorsque le dé est bien équilibré, on dira qu'il y a une chance sur 6 d'avoir chacune des faces. Mais ce modèle ne convient pas à n'importe quel dé : ce modèle est inadéquat lorsque le dé n'est pas bien équilibré. Je fais aussi remarquer que comme la somme des fréquences est 1, la somme des probabilités de chaque cas sera toujours 1.

Question

Si le dé est bien équilibré, quelle est la probabilité d'avoir un numéro strictement supérieur à 4 ?

II - COURS : VOCABULAIRE DES PROBABILITES

Univers, événement élémentaire, probabilité, somme des probabilités élémentaires, cas de l'équiprobabilité.

(En s'appuyant sur les deux exemples précédents).

III - EXERCICES

Exercice ① On tire une carte d'un jeu de 32 cartes.

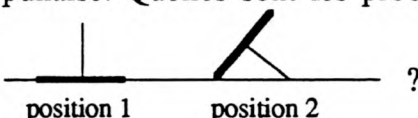
Quelle est la probabilité d'obtenir

- a) un roi ;
- b) un trèfle.

Objectifs

- faire fonctionner le modèle d'équiprobabilité dans un cas simple, où il y a succès pour toute la classe ;
- faire préciser l'univers ;
- voir qu'il y a **plusieurs univers possibles** : ici on peut prendre au b) par exemple soit l'ensemble des 32 cartes avec équiprobabilité ; soit l'ensemble des 4 couleurs avec équiprobabilité (a été proposé par certains élèves).

Exercice ② On lance une punaise. Quelles sont les probabilités d'obtenir

positions suivantes :  ?
chacune des

(Extrait de Transmath TA₁ B, page 104).

Objectifs

- Faire débattre : y a-t-il équiprobabilité ?
- Comment savoir ? Le lien avec les statistiques (vu en TP) est réinvesti ici.

Bilan

Exercice très intéressant, car après précision sur ce que signifiait la position 2 :

est-ce que  est une autre position ?

- Certains disent qu'il y a une 3ème position :  (punaise plantée) et que «donc» ils diraient une chance sur 3 pour chaque position.

- D'autres proposent une chance sur 2 (arguments : il y a 2 cas).
- D'autres encore refusent de se prononcer : on ne peut pas savoir, ça dépend si la tête est plus ou moins lourde.
- Je demande alors comment on pourrait savoir (l'exercice ici manquant d'informations pour répondre), ce qui amène à la proposition d'une étude statistique sur beaucoup de lancers.
- Je fais remarquer (et noter sur les classeurs) : toujours se demander s'il y a ou non équiprobabilité avant de répondre à une question.

Exercice ③ On dispose de 10 jetons, indiscernables au toucher. Deux jetons sont marqués du chiffre 1, trois du chiffre 2, quatre du chiffre 3, et un porte le chiffre 4. Les jetons sont disposés dans un sac opaque, et on tire au hasard un jeton, dont on note le chiffre. Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair ?

Objectifs

- Faire préciser l'univers, et voir la nécessité de cette précision.
- Faire se poser la question : y a-t-il équiprobabilité ?

Bilan

Dans chaque classe, il y a eu 2 partis : certains prenant comme univers l'ensemble des jetons, avec équiprobabilité, et d'autres disant : il y a 2 possibilités (pair ou impair) donc il y a une chance sur 2 d'avoir un chiffre pair.

Cet exercice a permis de voir que les deux univers choisis correspondaient bien à l'expérience, mais que seul le 1er correspondait à une équiprobabilité.

Exercice ④ Dans la cours du lycée, vous rencontrez un élève de Terminale D. Quelle est la probabilité qu'il soit reçu au bac à la fin de l'année ?

Objectif

Je pensais revenir ici sur le lien statistiques-proba.

Bilan

Cet exercice s'est avéré **très intéressant**, car le débat a fait apparaître :

- que certains proposaient une probabilité de $\frac{1}{2}$ avec pour argument : «il y a 2 cas : reçu ou non» ;
- que certains proposaient une probabilité de $\frac{1}{2}$, mais en disant : «on ne peut pas savoir, mais comme vous nous demandez une réponse, je dis $\frac{1}{2}$!». On voit pointer ici l'épistémologie scolaire : «je pense le contraire, mais je dis $\frac{1}{2}$ car ça ne peut être que ça

que le **prof. attend**» (et pas qui est le plus proche de la réalité !);

- que d'autres avaient cherché les statistiques de réussite au bac B l'an dernier et proposaient de prendre comme probabilité ce taux de réussite ;

- que certains s'élevaient contre ce choix car :

- les statistiques de l'an dernier ne nous permettent pas de savoir ce qui se passera cette année ;

- ça dépend si l'élève a l'intention de travailler, s'il est «bon en classe», etc. ! ;

- nous avons donc **pu voir ici, sur un exemple très simple, la difficulté de choix d'un modèle et ses limites** (le choix : proba = taux de réussite l'an dernier, étant seulement le moins mauvais). Cela a été déstabilisateur pour certains qui auraient voulu une seule réponse, sûre.

Exercice 5 On lance simultanément deux pièces de 1 franc. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 fois face ?

Cet exercice avait été soigneusement choisi après discussion avec une collègue, dans le but de faire apparaître la difficulté - souvent présente - de devoir discerner les 2 pièces pour avoir équiprobabilité. C'est pourquoi nous avons choisi de lancer simultanément 2 pièces de 1 franc (donc a priori indiscernables). Notre objectif a été pleinement atteint.

Déroulement

- Il y a nettement 2 partis qui se dégagent du débat : certains (parti A) veulent prendre comme univers {PP ; PF ; FF} (en ne différenciant pas les 2 pièces, et répondant «donc» probabilité $\frac{1}{3}$).

- D'autres proposant comme univers {PP ; PF ; FP ; FF} (ce parti a été représenté dans toutes les classes) avec comme probabilité d'avoir 2 fois face égale à $\frac{1}{4}$ (parti B).

- Lors du débat, les partisans de B disent qu'avec A il n'y aura pas équiprobabilité, les partisans de A refusent de discerner les pièces car «quand ils voient 1 pile et 1 face, ils ne savent pas quelle pièce a donné quoi» ; les partisans de A rétorquent qu'on peut marquer une des 2 pièces, pour savoir, ou les lancer l'une à gauche, l'autre à droite, et ainsi savoir laquelle a donné pile.

Mais chacun reste sur ses positions.

- Je fais alors préciser à chacun des deux partis quelle sera selon eux la probabilité d'avoir : 0 face, 1 face, 2 faces. Réponses :

parti A :	0 face	1 face	2 faces
	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

parti B :	0 face	1 face	2 faces
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

et je demande si nous avons un moyen de savoir lequel de ces 2 partis a raison. Un élève propose de faire l'expérience beaucoup de fois et d'observer les fréquences : se rapprochent-elles du tableau A et B ?

Les autres élèves approuvent.

- Les élèves font donc l'expérience de lancer 2 pièces (100 fois pour chaque groupe de 2). Nous rassemblons les résultats au tableau. Nous observons que les fréquences obtenues sont plus proches du tableau B que du tableau A.

Pour plus de sûreté nous ajoutons tous les résultats (avec l'hypothèse que les pièces sont bien équilibrées) et nous obtenons (par exemple en 1ère B) comme fréquences :

0 face	1 face	2 faces
0,24	0,47	0,27

- Ce qui convainc les partisans de A : on est obligé de discerner les deux pièces, sinon on n'a pas équiprobabilité.

Cet exercice restera ensuite une référence pour d'autres exercices (6, 7, 12) c'est-à-dire que la difficulté reviendra encore pour certains élèves, mais nous aurons désormais des arguments pour choisir, en faisant référence à cet exercice.

- J'insiste bien sur le fait que l'univers {PP ; PF ; FF} (pièces non discernées) choisi par certains correspond bien à l'expérience, mais qu'il n'y a pas équiprobabilité sur cet univers. C'est pourquoi nous préférons l'autre modèle (B).

Je fais remarquer aussi que dans l'énoncé, les mots «simultanément» et «pièces de 1 franc» étaient superflus : on aurait finalement trouvé le même résultat si ces mots avaient été absents.

Je donne le tableau ci-dessous en signalant que c'est un bon outil lorsqu'il y a 2 lancers.

pièce a \ pièce b	P	F
	P	F
P	PP	PF
F	FP	FF

Exercice ⑥ Accepteriez-vous de

- a. parier 10 F qu'en lançant un dé bien équilibré vous obtiendrez un résultat pair ?
- b. parier 10 F qu'en lançant 2 dés bien équilibrés, au moins un dé deux dés donnera 6 ?
- c. parier 10 F qu'en lançant 2 dés bien équilibrés, la somme des numéros sortis sera au moins égale à 7 ?

Justifiez vos réponses par des calculs.

Objectifs

- a. Appliquer le cours sur l'équiprobabilité, dans un cas simple et rassurant, après les précédents débats qui ont été déstabilisateurs.
- b. Réinvestissement de ce qui a été vu à l'exercice 5 :
 - nécessité de discerner les 2 dés pour avoir équiprobabilité ;
 - éventuellement : utilisation d'un tableau pour trouver l'univers.
- c. Voir que quand l'univers est bien choisi pour avoir équiprobabilité (choix déjà fait au b.), l'exercice devient très facile.

Bilan

Ces objectifs ont été atteints selon moi.

Exercice ⑦ On lance 3 fois une pièce de monnaie. Quelle est la probabilité d'avoir 2 fois pile ?

Objectifs

- Réinvestissement de la nécessité vue au 5 et 6 de discerner les 3 lancers pour avoir équiprobabilité.
- Notion d'arbre de dénombrement (présenté par le professeur pour avoir un moyen de n'oublier aucun cas. car le débat a fait apparaître que certains élèves avaient justement oublié des cas).

IV - TP₂ : INTRODUCTION AUX NOTIONS D'EVENEMENT CONTRAIRE, D'EVENEMENTS INCOMPATIBLES, PROBABILITE DE A OU B

Exercice ① Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules bleues. On tire une boule, on note sa couleur, on la remet dans l'urne. Puis on tire une seconde boule.

- a. Quelle est la probabilité pour que les deux boules tirées soient rouges ?
- b. Quelle est la probabilité pour qu'au moins une des deux boules tirées soit bleue ?
- c. Quelle est la probabilité de tirer 2 boules de couleurs différentes ?

Objectifs

- Réinvestissement des acquis antérieurs.
- au b., notion d'événement contraire (bien visible si on fait un tableau à double entrée).
- au c., on aborde déjà (sans insister) le «ou» car «2 boules de couleurs différentes» signifie «1ère rouge et 2ème bleue» **ou** «1ère bleue et 2ème rouge» (mais ceci dans un cas où on n'a pas de problème sur le sens du «ou» : inclusif ou exclusif).

Exercice ② Sur mille personnes interrogées lors d'un sondage sur un sujet particulier, 35% sont satisfaites, 40% sont mécontentes et 25% sont sans opinion. On admet que ce sondage est bien représentatif de l'opinion de la population. On choisit une personne au hasard dans la population. Quelle est la probabilité qu'elle soit satisfaite ou sans opinion ?

Objectif

Trouver probabilité de «A ou B» lorsque A et B sont incompatibles.

③ (Sauf en 1ère G).

Dans une classe de terminale B, 88% des élèves ont déclaré aimer l'économie, 20% les mathématiques et 15% les mathématiques et l'économie. On tire au hasard un élève de cette classe. Quelle est la probabilité qu'il aime les mathématiques ou l'économie ?

(extrait de Transmath TA₁B n° 11 page 127).

Objectifs

- Préciser le sens du «ou» en mathématiques.
- Aboutir à la règle : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

Bilan

Cet exercice a bien permis de faire apparaître le sens de «ou» (présenté comme une convention après débat) et la règle visée.

Mais il a aussi nécessité d'une mise au point sur un autre sous-entendu en mathématiques : alors que dans la vie courante, si on ne dit pas tout, c'est pratiquement considéré comme un mensonge (principe du maximum d'informations), en mathématiques lorsqu'on dit que 20% aiment les mathématiques, on ne dit pas si ces 20% aiment aussi l'éco. Peut-être oui pour certains, peut-être non.

Pour montrer la différence avec la vie courante, j'ai pris l'exemple (classique) de quelqu'un qui a emprunté la voiture de son père, et qui a eu un accident rendant la voiture inutilisable. Il va voir son père et lui dit : «l'aile avant droite est abîmée». Dans la vie courante, c'est moralement un mensonge ! Mais en mathématiques c'est vrai !

V - COURS : NOTIONS D'EVENEMENT CONTRAIRE, D'EVENEMENTS PROBABILITE DE «A OU B»

En s'appuyant sur les activités IV 1-2-3.

VI - EXERCICES DE REINVESTISSEMENT

Exercices où un arbre est utile, certains avec un arbre symétrique (on peut trouver le résultat sans faire l'arbre entier, par un raisonnement d'autres où l'arbre n'est pas symétrique.

Ces exercices sont classiques, tirés des manuels des classes, et je ne les donne pas ici.

MEMES IDEES - AUTRE RECIT

JOURNAL DE CLASSE (1ERE S)

Claude PARISELLE
IREM de Grenoble

Samedi 18 janvier, 11h45

Mardi 4 février, je ne pourrai faire votre cours.

On va jouer à «pique ou face» le remplacement ou non du cours.

Je laisse à la classe le choix entre «pique»



et «face»



Ce choix sera le résultat d'un vote que j'organiserai mardi prochain.

La punaise ne sera alors lancée qu'une fois et si la punaise retombe du côté choisi par la classe, c'est la classe qui décidera de l'opportunité de remplacer le cours.

Je vous distribue une punaise chacun. D'ici mardi **étudiez-la**.

Mardi 21 janvier, 9h-11h

Avant le vote, je vous propose de débattre 20 mn pour que chacun essaye de convaincre les autres de faire ce qui lui paraît être le «bon choix».

La discussion (parfois difficile à «canaliser») ne produit que de pseudo-arguments physiques :

- «le centre d'inertie se trouve par ici  donc il vaut mieux voter face»
- «la plaque n'est pas tout à fait symétrique donc il vaut mieux voter pique - non face»
- etc.

ou des renoncements :

- «c'est impossible de savoir, ça n'est que la chance».

Pour stimuler le débat, je saute sur l'occasion, demande qu'ils me laissent choisir, choisis face et sors ostensiblement une punaise d'une autre couleur et de forme bien différente (toute petite tête).

Hurlements !

Je montre alors mes deux punaises prêtes pour tricher (l'une pour le cas où ils auraient choisi pile, l'autre pour le cas où ils auraient choisi face) et je parle des 70 lancers que j'ai fait pour chaque punaise) (13/57 pour l'une, 45/25 pour l'autre et

36/34 pour celle qui est du même modèle que la leur). A ce moment là ils disent **enfin** que eux aussi ont fait des expérimentations statistiques (jusqu'à 100 lancers pour un élève). Mais ils n'en parlaient pas parce qu'ils pensaient que cela n'avait pas d'intérêt. [Auraient-ils réagi autrement si la distribution des fréquences n'avait pas été si proche de 0,50 - 0,50 ? Attention au choix du modèle de punaise !].

Bilan avec la classe

Un moment de réflexion sur ce qu'est un argument scientifique, un pseudo-argument ; sur la nécessité de ne pas confondre conjecture et propriété établie ; une citation de Bachelard sera distribuée la prochaine fois («l'esprit scientifique nous interdit d'avoir une opinion sur des questions que nous ne comprenons pas,...»).

Voulant alors orienter la réflexion sur la façon dont une expérimentation statistique peut déboucher sur un modèle de probabilités, je demande si les résultats précédents ont une influence directe sur le résultat suivant et je m'aperçois que certains pensent que oui.

Après la récréation, les élèves trouvent alors au tableau :

Question : Est-ce que les résultats précédents «influencent» le résultat suivant ? Si oui qu'entendez-vous par «influencent» ?

Auparavant :

Q'1 : J'ai lancé 10 fois un dé et le six n'est jamais sorti.
Quelle est la probabilité pour que le six sorte le prochain coup ?

	$p < \frac{1}{6}$	$p = \frac{1}{6}$	$p > \frac{1}{6}$
vote	0	20	10

Q'2 : Même question avec 100 fois.

	$p < \frac{1}{6}$	$p = \frac{1}{6}$	$p > \frac{1}{6}$
vote	0	19	11

Q'3 : Même question avec 1 000 fois.

	$p < \frac{1}{6}$	$p = \frac{1}{6}$	$p > \frac{1}{6}$
vote	2	18	10

Retour aux opinions concernant Q (formulées avec un peu d'aide par les élèves).

Opinion 1

«Il faut bien que les statistiques se conforment au modèle, que la fréquence tôt ou tard soit de $\frac{1}{6}$ pour chaque face. Il faut que la fréquence de $\boxed{6}$ «rattrape» $\frac{1}{6}$ et donc il y a plus de chance que le $\boxed{6}$ sorte (et d'autant plus pour 100, pour 1 000)».

Opinion 2

«Chaque fois il y a une chance sur six pour chaque face et le prochain lancer est indépendant des résultats précédents».

Opinion 3

«D'après les 100 ou 1 000 coups précédents, je me demande si le dé est «normal»».

Nous en restons là pour l'instant, pour donner à chacun le temps de réfléchir à ces opinions (qui ne sont pas partagées par tous les élèves, évidemment) et nous enchaînons sur l'exercice suivant.

Jeux équitables avec mise

1. Avant le lancer d'une pièce, une personne mise 1 F (par exemple sur pile). Si la pièce tombe sur face, la mise est perdue. Si la pièce tombe sur pile, combien doit recevoir la personne en plus de la mise pour que le jeu soit «équitable» ? (Terme «équitable» à élucider avec la classe).

Les élèves peuvent traduire leur réponse (immédiate) dans le tableau suivant :

issues	P	F
proba	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
bilan financier	$\textcircled{+1}$	-1

2. Avant le lancer d'un dé, une personne mise 1 F (par exemple sur $\boxed{\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}}$).
Même question. On aboutit au tableau

issues	$\boxed{\begin{smallmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{smallmatrix}}$	autres faces
proba	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$
bilan financier	$\textcircled{+5}$	-1

3. Avant le lancer de deux pièces, une personne mise 1 F (par exemple sur «double pile»).

On obtient :

issues	PP	autres (FF, PF)
proba	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
bilan financier	(+2)	-1

un tiers de la classe

issues	PP	autres (FF, PF, FP)
proba	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
bilan financier	(+3)	-1

un tiers de la classe

Fin du cours. Il faudra attendre 48 h pour que les élèves «se départagent»

STATISTIQUES

Claude PARISELLE
IREM de Grenoble

L'article qui suit décrit le travail mené début mai 90 dans une classe de première scientifique* sur le thème des statistiques. Le travail se décompose en deux parties :

- La réflexion sur les pièges statistiques a duré en tout environ deux ou trois heures.

- L'enquête évoquée dans la deuxième partie a été faite en classe (et dans quatre autres classes de premières). Elle a été dépouillée en dehors du temps scolaire, mais elle a servi de prétexte pour faire en classe des calculs de valeurs centrales et d'indices de dispersion (une heure de travail).

A travers les réponses à ce questionnaire (qui ne mérite pas le nom d'étude statistique : certaines questions et les réponses proposées peuvent être jugées un peu floues, l'échantillonnage a été constitué de façon assez approximative, ...), un deuxième objectif était de renvoyer aux élèves (à tous les élèves du lycée car l'enquête, ses résultats et les commentaires ont été affichés au panneau des élèves) une image des mathématiques assez répandue, et qu'ils partagent majoritairement (l'image d'un outil indispensable mais dont l'acquisition est difficile et pénible).

Cela a été l'occasion de poser des questions "bateau" pour les enseignants mais qui le sont moins pour les élèves :

- Est-il vraiment indispensable d'apprendre des mathématiques ? A quoi servent-elles ?
- Est-il impossible d'apprendre les mathématiques de façon plus amusante ?

PREMIERE PARTIE

Plus je lis d'articles et d'ouvrages utilisant l'outil statistique, plus je me rends compte que les statistiques sont un domaine passionnant, subtil, mais aussi miné (je me surprend souvent au bord de - sinon tout à fait dans - la faute de raisonnement).

J'ai donc cette année ressenti le besoin de consacrer une part plus importante du temps consacré aux statistiques en 1ère S à réfléchir avec les élèves sur quelques pièges. Mon objectif n'était évidemment pas qu'ils rejettent ou se méfient à l'excès de cette importante source d'information, mais qu'ils apprennent à l'accueillir avec un peu de recul, d'esprit critique et beaucoup de réflexion.

* Bien que les statistiques aient disparu du programme actuel de première S, il nous a semblé que cet article restait d'actualité dans le cadre des programmes de seconde, de première B, et de l'accès aux probabilités.

1) Simulation d'enquête sur le taux de reproduction des femmes françaises :

Les élèves répondent à la question "combien votre mère a-t-elle eu d'enfants ?".

Les résultats sont classés dans un tableau statistique illustré par un diagramme en bâtons. Les élèves calculant la moyenne arithmétique de cette série, évoquent d'eux-même le nombre moyen d'enfants par femme en France qu'ils connaissent par le cours de géographie. Remarquant que je trouve une moyenne plus forte que la moyenne nationale je tente de placer quelques commentaires naïfs du genre : "est-ce que le lycée favorise les enfants des familles nombreuses ?". Mais les élèves ne m'en ont guère laissé le temps et ont vite déjoué le piège de l'échantillon biaisé (les femmes sans enfants ne risquant pas d'être représentées ainsi !).

2) Après ce premier travail statistique que nous avons déclaré "nul" (du moins en ce qui concerne l'étude du nombre moyen d'enfants par femme) je propose d'autres pièges à déjouer :

a) Pour contrer une efficace campagne de publicité contre le tabac de la FAC (Fédération anti-cancer), le MATH (Mouvement des Amateurs de Tabac Hédonistes) publie le communiqué suivant :

"sur 7400 morts par cancer en 1989, 3700 étaient des non fumeurs. Fumer n'augmente donc pas vos risques de mourir d'un cancer". Qu'en pensez-vous ?

Flottement dans la classe : les élèves sentent le piège mais ne le voient pas. Certains protestent mais je leur fais remarquer que sans argument leurs protestations n'ont guère de poids. Au moment où quelques élèves commencent à entrevoir qu'on ne connaît pas le nombre de fumeurs et de non fumeurs, je dis qu'il nous manque une information pour savoir si le tabac n'a pas d'effet, augmente ou même diminue les risques de cancer (rires chez les fumeurs).

Nous concluons en pensant tout de même que le pourcentage de fumeurs dans cette population doit être inférieur à 50% !

b) Extraits du sujet de maths du concours d'entrée à l'école normale de Grenoble (1988) :

	Ain	Ardèche	Drôme	Isère	Loire	Rhône	Savoie	Hte Savoie	total
nb hab. milliers	402	251	3 69	914	737	1495	314	491	4973
% skieurs	1,5	1	2	4,5	2	2,5	6	5,5	25

La réaction est ici immédiate. Comme les élèves sont incrédules lorsque je signale que l'idée du sujet provient d'une erreur (moins flagrante) trouvée dans un journal par l'auteur de ce sujet, je cite deux exemples authentiques, un peu différents car ils sont dus à une confusion sur l'ensemble de référence (il arrive aux journalistes comme à tout le monde d'être fatigués) :

* France Info début 90 : "25% des accidents concernant des jeunes conducteurs (ayant le permis depuis moins d'un an) sont dus à des fautes de conduite. Ainsi un permis sur quatre est délivré à une personne ne sachant pas conduire".

* Libération du 3/10/86 : "selon le professeur H. Loo, un tiers des hommes est concerné par l'hystérie". On lit plus loin : "en 1981 le docteur Darcourt évaluait à 34 % la répartition masculine des personnalités hystériques". (cité par S. Gasquet dans "langage des chiffres")

c) Pour renforcer la réflexion, et aussi pour le plaisir (manifeste chez certains élèves), j'ai donné en début et en fin de semaine deux "pièges" à déjouer (en laissant cette fois passer un ou deux jours avant de rediscuter et de résoudre la situation en classe).

* Sujet d'un concours organisé en 88-89 au lycée A. Bergès (Seyssinet) par Y. Bertholet (l'idée vient également de "Langages des chiffres").

CONCOURS OUVERT A TOUS LES ELEVES DU LYCEE BERGES

Voici un extrait du grand discours annuel radio télévisé prononcé par le président à vie de Septentrionie Occidentale :

"Les examens organisés cette année dans les deux universités de notre pays ont donné les résultats suivants :

Dans l'Université du Sud, la moyenne des garçons est égale à 13, celle des filles à 12.

Dans l'Université de l'Est la moyenne des garçons est égale à 9 et celle des filles à 8.

Les conditions de travail et de correction ont été les mêmes pour tous les étudiants, sans aucune discrimination.

Je ne suis évidemment pas sexiste, mais les chiffres d'eux-mêmes : les garçons de notre pays ont en moyenne de meilleurs résultats que les filles.

Choqué(e) par cette conclusion, vous partez enquêter en Septentrionie occidentale ; vous constatez que tout ce qu'a déclaré le Président est vrai ... sauf les deux dernières lignes de l'extrait de son discours.

Présentez vos propres conclusions et commentaires sous la forme qui vous plaira (article de journal, B.D., dessin, poème). Répondez sur une feuille simple (dimensions non imposées) avant le 7 Janvier 1989. Les meilleures réalisations seront affichées et seront récompensées par des prix offerts par des commerçants locaux.

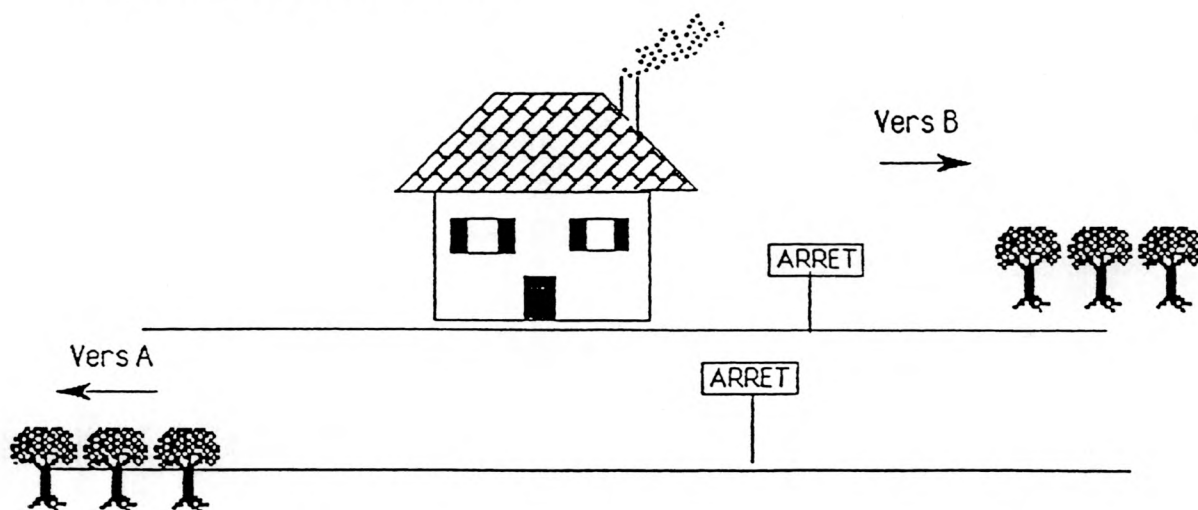
Laissez libre cours à votre imagination !

Quelques élèves dans la classe ont proposé une répartition des filles et des garçons dans les deux universités conduisant à une moyenne nationale des filles supérieure à celle des garçons.

Remarque : sept des réalisations des élèves de l'an dernier ont été conservées et leurs photocopies sont disponibles si vous êtes intéressés. Vous trouverez en annexe le premier prix. (Frédéric Lang.TC1 88-89).

* Sujet que nous avons envisagé (mais nous n'avons pas eu le temps de refaire le concours en 89-90) et qui revient du fin fond de mes souvenirs : en 66-67 notre professeur de physique, Monsieur Baltzinger nous l'avait proposé (je ne sais plus d'où il l'avait tiré, n'exagérons pas la qualité de mon souvenir. Au fait comme je ne retiens jamais rien et que j'ai oublié la quasi totalité des formules de physique apprises cette année là, il faut croire que cette question m'avait particulièrement intéressée !). La voici à peu près retraduite :

"Madame Lambda fait du jogging tous les jours à des heures très variables car elle ne travaille pas et n'a pas non plus adopté une organisation régulière de ses journées. Comme elle habite sur le trajet d'une ligne de bus joignant les parcs A et B, et qu'elle n'a pas de préférence entre les deux parcs, elle prend le premier bus qui se présente, dans un sens ou dans l'autre. Lorsqu'elle relit son journal, en fin d'année, elle est étonnée de constater que neuf fois sur dix elle a fait son jogging dans le parc A. Elle se demande si on fabrique des autobus du côté de B et si on les détruit du côté de A. Y a-t-il une autre explication ?"



Remarque : les élèves n'ont pas trouvé tous seuls (ils n'ont eu que 24 heures) et l'un d'entre eux est venu me dire que ce problème l'avait beaucoup "contrarié".

P.S. Pour les rêveurs qui, en attendant le bus, pensent à leur cours de maths au lieu de lire attentivement les horaires de passage du dit bus :

Supposons qu'il passe un bus toutes les 10 mn dans chaque sens, que les heures de passage du bus en direction de A soient 7h04 ; 7h14 ; 7h24 et que celles du bus en direction de B soient

Mon Dieu il est cinq heures et quart, il faut que je coure à la rencontre de mes fils qui viennent d'arriver de l'école par le bus !

DEUXIEME PARTIE

Le reste du temps a été consacré, de façon plus classique, au traitement des résultats d'une enquête faite dans cinq classes de première du lycée.

ENQUETE : FAUT-IL ENSEIGNER LES MATHS

- Vous êtes en classe de 1ère A ☐ B ☐ G ☐ S ☐
- Les maths sont :
 - votre matière préférée ☐
 - la matière que vous aimez le moins ☐
 - entre les deux ☐
- Combien de travail personnel (en dehors des heures de cours) estimez-vous consacrer chaque semaine aux maths ?
(indiquez un nombre moyen d'heures par semaine)..... ☐
- Quand vous travaillez les maths, est-ce :
 - parce que cela vous intéresse ou vous amuse ☐
 - parce que vous pensez que cela vous sera utile dans votre futur vie professionnelle ☐
 - parce que vous y êtes obligé pour passer en classe supérieure ☐
 (mettre un pourcentage dans chaque case la somme devant être égale à 100)
- Envisagez-vous de poursuivre vos études après le bac :
 - en maths ☐
 - en sciences (mais pas en maths) ☐
 - dans un domaine autre que scientifique ☐
 (cocher une seule case)
- Une commission du Ministère de l'Education Nationale a envisagé la réduction du nombre d'heures hebdomadaires de maths en classe de terminale C de 9 h à 6 h. Etes-vous :
 - pour ☐
 - contre ☐
 - indifférent..... ☐
- Un grand mathématicien français, René Thom, a déclaré récemment qu'il était opposé à ce que l'enseignement des maths soit obligatoire pour tous les jeunes. Partagez-vous son opinion, c'est à dire
 - souhaitez-vous que les maths deviennent une matière facultative
(à partir de la seconde par exemple) ? ☐
 - ou pensez-vous que les maths doivent rester une matière obligatoire dans toutes les sections jusqu'au bac ? ☐

Cela a été l'occasion de faire ce que je note dans la fiche ci-dessous (tableaux ; illustration graphiques diverses selon les questions : diagrammes en secteurs angulaires, histogrammes ; calcul d'indices de position et dispersion divers selon les questions : moyenne arithmétique, mode, médiane, écart-type, étendue).

FICHE ELEVES : STATISTIQUES

Savoir mener à bien chaque étape d'une étude statistique simple (portant sur une seule variable) :

- Définition claire et sans ambiguïté de la population et du caractère étudié.

- Recueil organisé des résultats.

- Tri, classement de ces résultats pour construire un tableau statistique (en faisant un choix pertinent des classes ; en choisissant entre effectifs - cumulés ou non - et fréquences - cumulées ou non -).

- Illustration de ce tableau par un graphique.

- * Choisir au mieux entre un graphique en bâtons, en secteurs angulaires, un histogramme, et éventuellement un diagramme polaire lorsqu'on s'intéresse à la périodicité de la série statistique.

- * Eviter les graphiques très imagés mais donnant une information quantitative ambiguë : par exemple des personnages ou des objets dont on ne sait si c'est la hauteur ou la surface qui est proportionnelle à l'effectif de la classe correspondante.

- Calcul de caractéristiques de position et de dispersion.

- * Position : l'indice le plus utilisé est la moyenne.

On peut aussi utiliser le mode (valeur de la classe de plus grand effectif) ou la médiane (détermination graphique facile sur un diagramme d'effectifs ou de fréquences cumulés).

- * Dispersion : l'indice le plus utilisé est l'écart type.

RESULTATS DE L'ENQUETE "FAUT-IL ENSEIGNER LES MATHS"

Maths	matière préférée	entre les deux	la moins aimée	total
1ère A	1	23	3	27
1ère B	2	29	9	40
1ère G	10	19	2	31
1ère S	15	51	1	67
ensemble en %	17	74	9	

temps travail	0 ou 1/2 h	1 h	2 h	3 h	4 h	5 h	6 h	7 h	8 h ou plus	Total	temps moyen
1ère A	1	15	6	5	0	0	0	0	0	27	1h 35
1ère B	0	1	13	15	9	0	0	0	1	39	3 h
1ère G	3	3	8	8	3	3	2	0	0	30	2 h 45
1ère S	1	5	9	16	16	12	5	1	2	67	3 h 45
ensemble en %	3	15	22	27	17	9	4	0,6	2		3 h

raisons qui motivent ce travail (% moyen)	Intérêt	Utilité pour la vie professionnelle	nécessité pour passer en terminale
1ère A	21	17	62
1ère B	15	20	65
1ère G	34	34	33
1ère S	27,5	34,5	38
ensemble en %	25	28	47

Etudes envisagées	Maths	Sciences autres que Maths	Domaine non scientifique	non encore choisies	Total
1ère A	1	4	22	0	27
1ère B	0	2	38	0	40
1ère G	1	2	25	3	31
1ère S	15	39	11	2	67
ensemble en %	10	29	58	3	

Baisse de l'horaire en Maths en TC	Pour	Contre	Indifférent ou pas de réponse	Total
1ère A	2	8	17	27
1ère B	5	5	29	39
1ère G	3	4	24	31
1ère S	13	36	18	67
ensemble en %	14	32	54	

maths, matière	facultatif à partir de la seconde	obligatoire jusqu'en terminale	pas de réponse	total
1ère A	11	16	0	27
1ère B	9	30	1	40
1ère G	6	25	0	31
1ère S	12	55	0	67
ensemble en %	23	76	0,6	

QUELQUES REFLEXIONS SUGGEREES PAR LES RESULTATS DE CETTE ENQUETE

Le cours de maths est majoritairement ressenti comme une nécessité incontournable, minoritairement comme l'occasion de rencontrer une certaine forme de plaisir intellectuel et d'enrichissement personnel.

INCONTOURNABLE ?

- Il y a dans les résultats de l'enquête un triste cercle vicieux : les trois quarts des élèves pensent que les maths doivent rester obligatoires dans toutes les sections mais l'intérêt principal (près de 50% de leurs motivations de travail) qu'ils voient à cet apprentissage obligatoire n'est que de passer dans la classe supérieure !

- Un travail mené depuis plusieurs années par l'APM (Association des Professeurs de Mathématiques) lors de leurs rencontres avec des responsables de nombreuses entreprises de la région montre que, avec les moyens informatiques (et autres) actuels, les outils techniques enseignés en cours de maths ont moins d'importance (seules les statistiques et la géométrie dans l'espace sont régulièrement citées) que la "formation d'esprit", l'aptitude à analyser, à envisager toutes les possibilités, à organiser, à évaluer, à se donner les moyens de décider, ... qualités attribuées (peut-être à tort ?) à la formation par les maths.

- Or avec les programmes actuels, que fait-on en cours de maths ? A t-on assez de temps pour faire plus que d'apprendre à faire fonctionner des techniques (le modèle de référence étant le sujet-type du bac dans chaque section) ?

Il n'est souhaitable de maintenir des cours de maths obligatoires dans toutes les sections que si nous trouvons les moyens (élèves et professeurs ensemble ?) d'en faire pour tous un moment de formation intellectuelle, d'enrichissement personnel, un moment de réflexion où l'on apprend à se donner du recul et à ne pas avoir le bec cloué dès que quelqu'un nous lance quelques chiffres pour nous prouver sa thèse.

ET LE PLAISIR ?

Dans tout apprentissage, le plaisir (plaisir de la découverte, plaisir d'accéder à un nouveau stade et de découvrir d'autres points de vue, plaisir de réussir) est un moteur puissant, qui vient de temps en temps nous redonner envie de continuer malgré les difficultés.

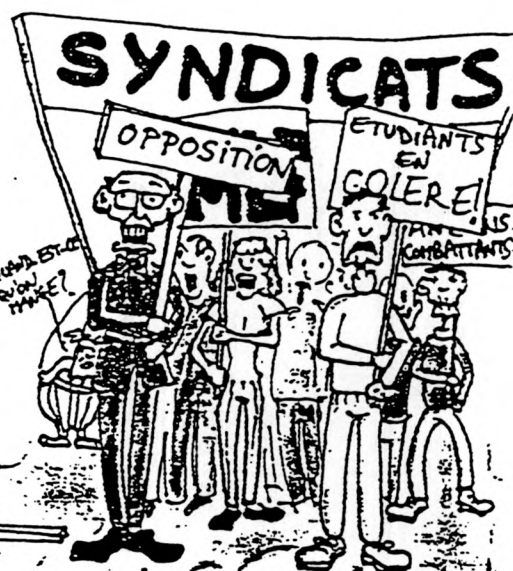
Il ne peut en être autrement en mathématiques. Mais l'angoisse collective qui s'est fixée sur les maths (angoisse des professeurs : "est-ce-que je vais finir le programme ?" ; angoisse des élèves : "combien je vais avoir au D.S. ?" ; angoisse des parents : "combien tu as eu en maths ?") laisse-t-elle la moindre chance aux maths de se manifester (au même titre que la littérature, l'E.P.S., ...) comme l'occasion d'une formation, d'un enrichissement, mais aussi d'un plaisir accessible à tous ? (et pas seulement à quelques rares "matheux").

ANNEXE

TH3, SAMEDI, 20 H 44... ALLOCATION DU PRESIDENT DE LA REPUBLIQUE



PLACE DE LA REPUBLIQUE A PARIS, DIMANCHE 9H



OH! LE SALAUD! ET LES EFFECTIFS!

DIMANCHE 19 H 04, SOR TOUTES LES CHAINES DE TELE...

	UNI. SUD	UNI. EST	TOTAL
EFFECTIFS			
F	612	605	1220
G	307	913	1220
MOYENNES			
F	12	8	10
G	13	9	10

BEN OUAIS!

ET LES EFFECTIFS ...

UNE MOYENNE DE MOYENNES DOIT TENIR COMPTE DES EFFECTIFS! ON NE PEUT PAS DIRE QUE LES EFFECTIFS SONT FAIBLES. ENFIN LA MOYENNE NATIONALE FILLES EST DE 10 (12X612 + 8X605) / 1220, SOIT ENVIRON 10. FAITES VOUS MEMES CELLE DES GARÇONS, (ON N'EST PAS DES BOEUF) VOUS VERRA QUE C'EST LA MEME.



EN RASON DE FAIBLES MOYENS FINANCIERS, L'APPEL A FAIRE APPEL A QUELQUES SPONSORS. MERCIEMENTS DONC A: COCA COLA / URS / CIRQUE GROSS / TH3 / TLF / ANCIENS COMBATTANTS / SYNDICATS / GOSWINNY ET UBERZO / GOTLIB / VITTEL / LA VILLE DE PARIS