IREM de GRENOBLE

Animer les activités mathématiques en CPPN

Commentaires
Reproductions de figures
Epreuves d'examen
Outils

Bernard CAPPONI - Philippe CLAROU

cppn - cpa
Formation de base
Remise à niveau

6^{e} - 5^{e}

Ce document a été élaboré à partir du travail d'un Groupe d'animateurs de l'IREM de Grenoble sur les élèves en difficultés dans les premières années du collège et en CPPN.
La présente édition a été revue et completée pour l'adapter aux nouveaux programmes de sixième et de cinquième.

Animateurs de l'I.R.E.M. de Grenoble ayant participé au groupe C.P.P.N. Elèves en difficultés.

Robert BOISSOU
Bernard CAPPONI
Philippe CLAROU
Nadine DESCHATRES
Rirette GUILLERMARD
Simone VIGNAL

Rédaction

Bernard CAPPONI
Philippe CLAROU

SOMMAIRE

SOMMAIRES
des fichiers élèves

FICHIER 1

FICHIER 2

SOMMAIRES
des fichiers élèves

COMMENTAIRE GÉNÉRAL

1. Une réflexion à l'IREM de Grenoble sur les élèves en difficulté.

La plupart des activités proposées ici et dans les trois fichiers élèves ont été publiées dans un fascicule de l'IREM de Grenoble intitulé Activités Mathématiques CPPN-Soutien 6ème-5ème.

C'était le résultat d'une longue réflexion sur ce que pouvait être l'enseignement de la géométrie en 6ème-5ème puis sur une prise en compte plus globale des difficultés de certains élèves particulièrement en échec, notamment dans les classes de CPPN* et de SES** (* Classe préprofessionnelle de niveau, ** Section d'éducation spécialisée).

La plupart de ces documents ont été expérimentés dans des classes. Ils ne représentent pas tout ce qui doit être abordé. Ils sont un exemple d'une exploitation possible de quelques idées d'exercices réalisables dans les classes de 6ème-5ème, et déclenchant une attitude active. Ils peuvent être le support d'une action pédagogique semblable à celle que les animateurs du 1er cycle de l'IREM de Grenoble ont peu à peu élaborée. Ceux-ci ont toujours cherché, en effet, à proposer des activités répondant à un même état d'esprit, faisant appel à des situations familières, ayant un caractère accrocheur par le sujet et par la présentation, comportant des difficultés progressives et ayant toujours de nombreux prolongements.

2. Les programmes et les instructions officielles de 6ème-5ème.

Dans les orientations et objectifs du collège (programmes et instructions 1985) nous avons relevé les points suivants :

"La qualité des apprentissages et le succès du travail accompli reposent sur deux principes... : la liberté du choix des méthodes pédagogiques et la prise en compte de la diversité des élèves."

"Une diversification et une individualisation de l'enseignement sont nécessaires pour répondre aux problèmes posés par les difficultés de certains élèves et l'hétérogénéité des classes. La pédagogie ne permet de parvenir aux objectifs visés et aux connaissances essentielles que si elle favorise l'activité de l'élève, développe ses capacités de création et d'invention et tient compte, sans les consacrer et pour les dépasser, des différences qui existent entre eux..."

"On n'oubliera jamais que les élèves sont appelés à réussir selon des formes et des rythmes divers, et que l'expérience qui est la leur peut servir de point d'appui dans la progression retenue. On n'oubliera pas, en particulier, qu'il y a pour une même question des niveaux différents d'approfondissement et que tout ce qui peut s'enseigner n'est pas exigible : seul l'exigible est fixé par les programmes."

"... Le collège doit développer la pensée logique ; apprendre à maîtriser la trilogie : écrit, oral, image ; donner l'habitude du travail personnel.

Seuls ou en groupe, les élèves doivent enfin apprendre à travailler par eux-mêmes, afin d'accéder à l'autonomie et à la responsabilité. Pour progresser, il ne suffit pas de savoir, il faut travailler...

Connaître et progresser, ce n'est jamais recevoir passivement, c'est faire appel aux acquis individuels, aux maturations antérieures, à l'effort, imprévisible et inégal, d'intégration du nouveau dans l'ancien. C'est pourquoi il convient de faire une large place à l'activité de l'élève et à sa propre capacité d'apprendre."

Dans les programmes de mathématiques (1985) à propos des méthodes on peut lire :

"Une appropriation mathématique pour un élève ne saurait se limiter à la connaissance formelle de définitions, de résultats, de techniques et de démonstrations : il est indispensable que les connaissances aient pris un sens pour lui à partir des questions qu'il s'est posé et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes."

"Les activités choisies doivent aussi :

Permettre un démarrage possible pour tous les élèves donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que des connaissances solidement acquises par tout le monde.

Créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures.

Rendre possible la mise en jeu des outils prévus.

Fournir aux élèves aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un travail enrichissant."

"Le professeur doit donc procéder avec une attention particulière au choix pertinent des situations à étudier... prévoir une durée suffisante. Pour le développement complet de l'activité formatrice, de la phase initiale à la mise en place des connaissances désormais considérées comme acquises, l'échelle de temps est en heures, voire en semaines, comme dans l'étude de la proportionnalité.

C'est à ce prix que l'on peut :

- habituer à l'art d'expérimenter et à celui de conjecturer donc d'entraîner à chercher ;
- ménager des séquences déductives motivantes, de plus en plus prolongées, nombreuses et de difficultés progressives au long des 4 années du collège ;
- souligner le sens, l'intérêt, la portée des connaissances mathématiques en les enseignant en interaction avec les autres disciplines et avec la vie quotidienne..."

3. Prise en compte des élèves en difficultés.

Bien que la plupart des activités proposées ici aient été élaborées dans un autre contexte (celui de CPPN) elles s'inscrivent dans l'esprit des programmes de 1985, et correspondent à une prise en compte des difficultés de certains par leur caractère "interactif", "accrocheur", "progressif". Quelles que soient les difficultés, un élève peut être actif au début de chaque exercice et les premières questions ne font pas apparaître son travail comme négligeable mais le valorisent. Les élèves peuvent se consacrer à ces fiches avec une assez grande autonomie et c'est en cela qu'elles se révèlent bien adaptées à des activités de soutien, soit en groupe soit individuellement. Rappelons à ce sujet que depuis l'année scolaire 86-87 les établissements disposent en 6°-5° de 3h hebdomadaires à répartir pour le renforcement de l'enseignement dans des disciplines choisies par l'établissement.

Un soutien peut être organisé de deux manières :

1. Par l'enseignant seul dans sa classe. Dans ce cas, il ajoute une heure à l'horaire hebdomadaire pour un effectif restreint. Certes on maintient ainsi une parfaite continuité pédagogique, mais on n'a pas le bénéfice de la rupture, de l'ouverture que représente une situation nouvelle dans un cadre nouveau, susceptible de déclencher un comportement de réussite.

2. Avec l'aide de l'équipe éducative comportant non seulement plusieurs enseignants de même discipline mais aussi des personnels non enseignants comme des surveillants, des conseillers d'éducation et l'assistante sociale scolaire. Ils connaissent généralement ces élèves, souvent perturbés dans leurs relations avec leurs camarades, l'école ou leur propre famille. Ils apportent parfois d'autres éléments qui ne portent certes pas sur le travail scolaire mais qui permettent de valoriser l'élève.

Doit-on en effet prendre en compte un échec seulement au niveau d'une discipline ?

Peut-on toujours dissocier les difficultés scolaires d'un élève de 6°-5° de son environnement social et familial ?

4. A propos de la mise à niveau.

Pour participer à la classe, les élèves en situation d'échec doivent surmonter un manque de maturité et des déséquilibres qui regardent les aspects essentiels de la vie de relation, comme la capacité de communiquer, de donner et de recevoir, de prendre des décisions et d'accepter celles des autres... C'est en cela d'ailleurs que leur échec déborde largement l'échec scolaire. Tout apprentissage en classe doit tenir compte de ces difficultés. Un enfant ne peut progresser que s'il se sent intégré à un groupe dans lequel il peut réussir, être écouté et admis. Il faut donc chercher tous les moyens aidant les relations entre tous et permettant de créer l'entité classe. En ce sens, les activités socio-éducatives surtout si elles se situent en dehors du collège mais avec le même groupe classe, aident toujours ces élèves. Les activités de recherche individuelle ou en groupe sont l'occasion de mise en commun et de bilan. Elles constituent donc une occasion d'améliorer la communication et les relations.

L'objectif de mise à niveau peut ne pas être complètement rattaché à celui de l'orientation. En dehors de toute préoccupation d'avenir professionnel, tout enfant est désireux de sortir de son échec scolaire, en particulier sur les acquis ayant un signifiant social notoire (par exemple la division). Il est important de placer cette mise à niveau sur la base des acquis effectifs des élèves. Et ils en ont ! La difficulté vient du fait qu'ils n'ont pas les mêmes et que les différences sont souvent très grandes.

Le choix des premières activités est particulièrement important. Certaines ont un aspect plus accrocheur et plus valorisant que d'autres. Quelques unes présentent un caractère déclenchant et permettant d'obtenir une autre attitude et par la suite d'aborder d'autres questions plus difficiles.

Illustrons cela par un exemple simple : l'utilisation systématique des calculatrices de poche. Les élèves se voient confier une machine. L'aspect valorisant est évident. Cela évite de revenir sur l'apprentissage de l'algorithme de la division qui représente souvent un échec marquant de l'enseignement primaire. Ce n'est pas en abordant une fois de plus cet apprentissage tant rabâché, que les élèves vont arriver tout à coup à réussir. En 5ème, étant donné le temps consacré jusque là à cette opération, si ces élèves en échec devaient un jour intégrer de façon durable ce mécanisme, il y a longtemps que ce serait fait. La maîtrise facile, grâce aux calculettes, du résultat de toute opération, permet à l'élève de consacrer plus d'attention au raisonnement. C'est en cela que cette utilisation a un caractère déclenchant et loin d'être un gadget, la machine permet l'accès à des notions plus difficiles comme par exemple la proportionnalité.

Un élève a bien plus l'impression de progresser s'il peut situer ses connaissances par rapport à une référence prise en dehors de la classe. Certaines questions d'épreuves de C.A.P., de D.F.E.O. (diplôme de fin d'étude obligatoire), des exercices tirés d'un manuel de 4ème, peuvent être l'occasion de concrétiser les progrès et de redonner confiance.

Objectifs et action pédagogique en mathématique.

Quelques notions nous paraissent prioritaires :

- Nombres inférieurs à 100 : maîtrise aisée des 4 opérations dans les cas simples.
- Estimation d'un résultat, d'une mesure : ce souci ne doit pas donner lieu à quelques activités ponctuelles mais il doit être présent tout au long de l'année à l'occasion de chaque exercice. Plus qu'une notion, c'est un état d'esprit à acquérir.
- Figures géométriques : bonnes connaissances des principales propriétés des figures élémentaires et maîtrise de la notion d'aire.
- Angles : évaluation, mesure d'un angle. Angles opposés par le sommet, angles déterminés par une sécante à 2 parallèles, angles d'un triangle, d'un polygone...
- Symétrie orthogonale : axe de symétrie : image d'une figure par symétrie orthogonale, détermination des axes de symétrie.
- Représentations graphiques : lecture, compréhension et réalisation de graphiques simples.

- Proportionnalité : plus que la maîtrise totale de cette notion, c'est une attitude active qu'il faut susciter chez les élèves face à un problème faisant appel à la proportionnalité.

Nous avons bien conscience que ce n'est pas l'enseignant qui apprend aux élèves mais que c'est l'élève qui apprend. Pourtant n'oublions pas que l'enseignant joue quand même un rôle fondamental car c'est lui qui fournit les situations d'apprentissage. C'est lui qui conduit les synthèses nécessaires à la mise en place des nouvelles notions. C'est lui encore qui fournit les applications permettant de valoriser l'apprentissage. Ces documents constituent des situations d'apprentissage ou des applications. Il ne faut pas perdre de vue qu'ils devront être accompagnés de nombreuses mises au point, de synthèses à propos des notions sous-jacentes. Ces mises au point devront tenir compte des réactions de la classe. Si l'élève n'a pas l'occasion de faire le point, plusieurs fois d'ailleurs, sur une notion donnée, il ne progresse pas.

Nous avons tenu absolument à soigner la présentation des documents élèves. Ceci nous paraît très important pour plusieurs raisons :

- pour améliorer la lisibilité ;
- pour donner à chaque activité un aspect plus accrocheur ;
- pour valoriser le travail de l'élève en lui fournissant un document agréable.

Précisons quelque peu ce dernier point. Malgré les difficultés que cela entraîne, il nous paraît essentiel de donner ces documents tels quels à chaque élèves. Celui-ci colle chaque feuille sur son cahier qui prend ainsi plus de valeur. Il travaille mieux sur un document imprimé que sur sa propre écriture souvent peu lisible. Le cahier concrétise le travail de l'année. Il permet aussi d'assurer l'unité en regroupant les travaux portant sur un même thème. Nous avons donc choisi de fournir à chaque élève un document qui sera dans son cahier et sur lequel il pourra le plus souvent écrire ou dessiner. C'est la raison pour laquelle l'ensemble du travail se présente sous la forme de quatre documents : le premier pour le maître et les trois autres pour les élèves sous la forme de fichiers.

Le premier document contient des indications et des commentaires pour le professeur et des documents pour les élèves exemples de fiches, dessins à reproduire, épreuves d'examen et des outils comme des feuilles de papier pointé ou un rapporteur à photocopier sur du papier calque.

Les trois fichiers élèves sont classés par thème :

1) activités numériques et partages
2) activités géométriques
3) proportionnalité et graphiques

Les commentaires qui suivent donnent un certain nombre d'indications sur les travaux proposés aux élèves dans ces trois fichiers.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES
(Fichier élève n° 1)

Les activités présentées ici ont été proposées en tenant compte des problèmes spécifiques des enfants en difficultés dans le premier cycle en 6ème, 5ème et CPPN.

◊ L'hétérogénéité importante des classes nous a conduit à essayer de proposer des activités où le plus souvent tous les élèves peuvent s'investir, tout au moins au début, quelque soit leur niveau et leur rythme.

◊ Les élèves ont certes des difficultés en calcul numérique mais ils en ont aussi quand il s'agit de comprendre des questions posées par écrit. Dans un premier temps nous proposons donc des activités où la verbalisation est réduite au minimum. Ce n'est que par la suite qu'un travail sera fait pour interpréter un énoncé et en tirer les éléments nécessaires pour comprendre la question posée puis la résoudre. La verbalisation est le plus souvent possible remplacée par un graphisme visuel qui "accroche" les enfants et valorise leur travail.

◊ Nous proposons souvent plusieurs activités très semblables : ceci pour donner l'occasion de confirmer les découvertes faites dans les premières activités en les réinvestissant.

Le choix du contenu.

Un travail avec des nombres est pour tous les élèves une nécessité et c'est encore plus vrai pour des élèves en difficulté. Mais quels objectifs vise-t-on en proposant ce type d'activités de calcul ?

◊ Il en est un dont nous sentons tous la nécessité : c'est l'utilisation du calcul dans l'activité professionnelle comme dans la vie de tous les jours.

◊ C'est aussi indispensable d'avoir une aisance dans le calcul pour élaborer des raisonnements. En effet, les enfants qui ont trop de difficultés au niveau des calculs les plus simples ne parviendront pas à accéder au stade de l'utilisation d'une opération, parce que la difficulté de la "tâche calcul" est trop grande et occulte le reste du raisonnement : "sens des opérations", organisation du calcul, recherche d'une inconnue, par exemple.

On peut penser à simplifier la "tâche calcul" par l'utilisation des calculatrices. Il est facile d'observer que les élèves qui disposent de calculettes réussissent mieux à propos de proportionnalité, échelles et pourcentages. Il faudra donc intégrer l'utilisation des calculettes aux activités numériques. Mais si les calculettes peuvent rendre de très grands services pour tous les problèmes de calculs, il n'est pas moins nécessaire de maîtriser un certain nombre d'opérations sur les nombres inférieurs à 100 à effectuer simplement dans la tête sans l'aide des calculatrices.

◊ Nous accordons aussi une place, qui devrait être importante, aux activités qui font intervenir l'ordre de grandeur d'un résultat et des estimations : c'est un aspect fondamental et souvent négligé d'autant plus nécessaire qu'on s'oriente vers une utilisation systématique des calculettes.

Compte tenu des ces quelques remarques, nous proposons un travail suivant trois directions, nécessairement imbriquées les unes dans les autres au cours de l'année.

1 - Les calculs élémentaires "dans la tête" et aussi "avec un papier et un crayon" qui concernent les nombres inférieurs à 100 et les problèmes posés par les opérations rapides sur ces nombres, (ces activités ne faisant pas intervenir de calculettes).

2 - Un travail avec des calculettes, leur utilisation et les nouveaux problèmes qu'elles suscitent.

3 - Une réflexion, à travers des activités diverses, sur l'utilisation des opérations, l'ordre de grandeur, la recherche d'une inconnue, les problèmes d'échelles, de pourcentages, de partages, etc...

A - Le calcul élémentaire "dans la tête".

◊ Tout dans la tête.

Le calcul que nous appelons élémentaire est celui qui permet de faire certains calculs sans poser une opération. Son utilité **pratique** est évidente pour les nombres inférieurs à 100, en particulier dans la vie de tous les jours. C'est aussi une condition indispensable à la réussite d'algorithmes plus compliqués que de savoir faire "de tête" les calculs sur les nombres de 1 ou 2 chiffres. Pour répondre à cette préoccupation, nous proposons des activités comme "Bracelets" ou "Course" ou des activités à mener collectivement sans le support de documents écrits.

◊ Avec un papier et un crayon

Nous proposons dans ce cas des activités sans machines qui devraient être pour les élèves un entraînement agréable et varié aux calculs.

C'est le cas dans Puzzle 1 et 2 ; les activités avec 4 chiffres "deux", "trois" etc..., "Le compte est bon", "Cartes"etc...

On peut, sur le modèle de "Cartes" par exemple, proposer aux enfants de réaliser eux-mêmes de telles activités à partir d'une idée fournie par l'enseignant. On peut aussi s'orienter vers la création d'activités de calcul par les élèves, pour leurs camarades.

Ces activités sont souvent présentées comme des jeux dont il faut d'abord trouver la règle puis la respecter pour jouer correctement et réussir (règle liée aux parenthèses, aux priorités des opérations etc...). Ce type d'activités de calculs simples est indispensable pour familiariser les enfants avec les entiers inférieurs à 100 et doit se placer à tout moment dans l'année. Il permet un travail plus individualisé.

On peut ainsi facilement observer le travail des enfants, la façon dont ils s'y prennent et on peut les guider pour que chacun puisse surmonter ses difficultés propres.

Les enfants apprécient la présentation des documents que nous leur donnons et ils sont alors plus sensibles à la nécessité de posséder un cahier présentable. C'est pour cela que nous attachons une grande importance à l'aspect "accrocheur" des documents proposés.

B - Travail avec les calculettes.

Il est important d'**apprendre** aux enfants à utiliser cet outil si commode mais qui introduit ses propres difficultés d'emploi.

◊ La réalisation d'une opération est rapide avec une calculette : encore faut-il taper les bons nombres et faire les manipulations qui donnent le résultat cherché.

Nous proposons de donner aux enfants dans un premier temps des calculs un peu longs avec des nombres assez "gros" pour que la situation soit "vécue" par eux. Ils verront eux mêmes quelle difficulté il y a à s'assurer de l'exactitude des résultats et seront peut-être alors sensibilisés à la notion d'ordre de grandeur. Nous proposons pour cela "Addition" et des tableaux statistiques (salaires, accidents, consommation d'eau). Chaque professeur pourra puiser dans sa documentation personnelle pour en proposer d'autres.

Dans un travail de ce genre, un enfant est contraint de s'organiser en fonction de la machine ; il faut le laisser vivre cette situation, parfois pénible d'ailleurs. Cependant pour des tâches de grande ampleur comme "consommation d'eau", l'enseignant devra répartir le travail dans la classe et organiser la synthèse.

◊ Les calculettes donnent toujours un résultat décimal mais dans les divisions, en particulier, il est souvent inutile de conserver tout ce que la machine a donné. A nous d'apprendre à nos élèves ce qu'il faut sélectionner parmi tant de chiffres ! On approche ici les notions de précision et de nouveau l'ordre de grandeur intervient pour nous montrer que ce n'est pas la quantité de chiffres qui permet de ranger des nombres ! Les activités de "partages" permettent d'aborder certaines de ces questions de manière pratique.

◊ Estimation

Il est important de s'assurer qu'un résultat est **plausible** ; il faut alors savoir rapidement estimer l'ordre de grandeur du résultat par des opérations dans la tête. Un entraînement systématique est indispensable et recoupe le travail sur le calcul "dans la tête". L'ordre de grandeur permet seul de se rendre compte d'une erreur manifeste dans la manipulation de la machine. (Ne perdons pas de vue que ce travail est difficile et que beaucoup d'enfants d'un niveau plus élevé sont aussi très maladroits dans ce genre de travail).

◊ Il nous appartient de permettre aux enfants d'apprendre à simplifier l'utilisation de la machine et à rendre les calculs moins longs et plus sûrs. Pour cela, il faut manipuler la machine, observer ses caractéristiques sur des calculs :

- mémoire
- facteur et terme constant, etc ...

Cela permettra d'éviter des erreurs de manipulation et sera aussi l'occasion d'une réflexion sur l'importance d'une organisation efficace.

C - Pourquoi tous ces calculs ?

Mais à quoi sert d'apprendre à calculer si on ne sait pas quand utiliser l'opération qui convient ?

C'est pourquoi en plus des activités d'entraînement nous avons essayé de faire travailler les enfants sur l'analyse de "situations" ou sur des problèmes plus classiques (type D.F.E.O).

◊ Le fichier n° 3 qui traîte de la proportionnalité propose de telles situations.

◊ Il en est de même pour les activités de partages (cadrage, portes et fenêtres...) où l'outil à utiliser (division) n'est pas induit par la présentation de la fiche.

Les épreuves d'examen choisies sont souvent des problèmes familiers présentés à l'aide d'un texte écrit mais aussi d'un tableau, d'une carte, d'un dessin qu'il faut décoder pour mieux appréhender la question. Rechercher les informations qui permettent de répondre à cette question par un calcul approprié sera le travail de l'élève.

Nous avons trouvé intéressant pour motiver les élèves, et pour qu'ils trouvent des références extérieures à la classe de leur proposer quelques types d'épreuves d'examen comme le D.F.E.O.* ou le C.A.P.

Chaque enseignant trouvera de lui même de nombreuses situations pour continuer à travailler avec ses élèves dans le même esprit.

* D.F.E.O. Diplôme de fin d'études obligatoires

Quelques développements à propos d'activités numériques

A - Le calcul dans la tête [travail en classe sans fiche]

C'est une activité que nous conduisons avec la classe. Il vaudra mieux avoir un effectif réduit (15 élèves au maximum).

Il s'agit d'effectuer rapidement des additions et des soustractions d'un nombre entier inférieur à 100 et d'un nombre entier inférieur à 10.

◊ Course additive
- Un enfant choisit le **départ** : un entier entre 10 et 20.
- Un autre choisit le **pas** : un entier entre 3 et 9 inclus.

Exemple : Départ 18		élève 1	18+7=25
Pas	7	élève 2	25+7=32
		élève 3	32+7=39 etc...

→ Au professeur de motiver les élèves.
→ Une cadence assez rapide s'impose.
→ Le jeu s'arrête quand chacun a répondu 2 ou 3 fois. On change alors le départ et le pas dans ce type d'exercices.

◊ Course avec soustraction.
La règle est la même que dans l'activité précédente mais avec un départ aux environs de 100 ou 200 et un pas inférieur à 10 (éviter 1 et 2).

Exemple : Départ 128
Pas 7

128 → 121 → 114 → 107 ... jusqu'à 0.

◊ Course mélangée.
On choisit deux pas, le premier à ajouter, le second à soustraire, et un départ voisin de 50 et on alterne additions et soustractions.

Exemple : Pas addition : 5
soustraction : 7
Départ 41

$$41 \xrightarrow{+5} 46 \xrightarrow{-7} 39 \xrightarrow{+5} 44 \xrightarrow{-7} 37 \xrightarrow{+5} 42 \xrightarrow{-7} \ldots \text{ etc}$$

On peut inventer d'autres types de courses avec des règles diverses. Ces jeux courts sont l'occasion de manipuler régulièrement des nombres tout au cours de l'année.

◊ Les fiches "courses".
Dans le même esprit, nous proposons une fiche "course" :

Règle du jeu :
- Ajouter 2 et 3 et inscrire 5 en dessous.(figure 1)
- Ajouter 3 et 7 et inscrire 10 en dessous. (figure 2)
Etc... jusqu'en bas quelle que soit la dimension du réseau.

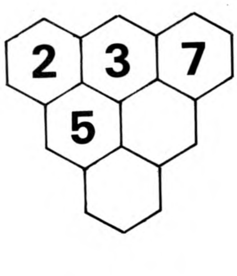


Figure 1

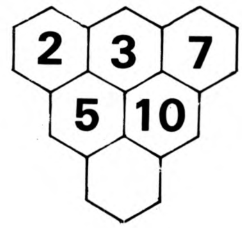


Figure 2

Chacun peut réaliser une ou plusieurs fiches plus ou moins difficiles à partir de cette idée : c'est pour cela que nous donnons dans les outils à la fin du document une grille vide.

B - Bracelets de nombres.

I - Présentation de l'activité

Nous donnons ici une fiche élève pour ce travail.

Ce document n'est pas véritablement un document-élève. Il illustre simplement ce que pourrait être le point de départ de cette activité dans une classe. Nous ne pensons pas qu'il soit intéressant de donner pour ce thème une fiche à chaque élève. En effet, au départ, la mise en commun de remarques et de résultats est absolument nécessaire, ne serait-ce que pour éviter que certains n'arrivent pas à démarrer l'activité. Une fois que la mise au point est faite et que le travail commence à avancer, chacun peut travailler sans consigne particulière et sans être beaucoup guidé.

II - Objectifs.

◊ Faire pratiquer l'addition et la multiplication sur des entiers inférieurs à 10.

◊ Faire réfléchir sur l'organisation des résultats.

◊ Faire réaliser une recherche exhaustive : envisager tous les cas ; découvrir des regroupements (+14 donne le même bracelet que +4).

Cette activité peut-être exploitée pour concrétiser la notion d'élément neutre (+0 et x1). On peut aussi la prolonger par des remarques à propos des nombres pairs et impairs.

III - Commentaires.

On a pu se rendre compte que cette activité se déroule en deux temps bien distincts.

Tout d'abord, un travail en commun.

◊ Chacun peu à peu découvre la situation.

◊ Les premières remarques permettent à ceux qui ne voient pas tout de suite, de démarrer.

◊ Toute ambiguïté est levée au sujet de la 2ème suite. De nombreuses remarques sont alors explicitées (par exemple faire 18+4 et écrire 2 au lieu de 22, cela revient à faire 8+4 et écrire 2 au lieu de 12).

Ensuite, une recherche plus individuelle et plus libre.

BRACELETS

1

Bracelets avec l'addition.

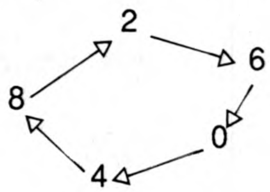
Voici une suite de nombres :
2 ----> 6 ----> 10 ----> 14 ----> 18......

Observe-la bien. Continue cette suite jusqu'au 10ème nombre.

Voici une nouvelle suite. Elle est construite à partir de la première suite : on écrit cette fois seulement les chiffres des unités de chaque nombre de la suite.
2 ----> 6 ----> 0 ----> 4 ----> 8.....

Continue la suite. Que remarques-tu ?

On peut disposer cette suite sous forme de bracelet.



Avec le même opérateur +4, *trouve un autre bracelet possible.*

Y en a-t-il d'autres avec le même opérateur +4 *?*

Fais le même travail avec l'opérateur +5.

Fais le même travail avec d'autres opérateurs additifs.

2

Bracelets avec la multiplication.

Voici une suite de nombres :
6 ----> 12 ----> 24 ----> 48 ---->.....

Continue cette suite jusqu'au 10ème nombre.

Voici une nouvelle suite construite à partir de la première : on n'écrit cette fois que le chiffre des unités de chaque nombre.
6 ----> 2 ----> 4 ----> 8 ---->....

Continue cette suite. Que remarques-tu ? Ecris la sous la forme d'un bracelet.

Ecris toutes les suites possibles avec l'opérateur x 2. *Dispose tes résultats le plus simplement possible, sans répétition.*

Cherche toutes les suites possibles avec les différents opérateurs multiplicatifs.

C - Estimation

Cet aspect du calcul numérique est important mais on trouve rarement une stratégie proposée sur ce sujet au niveau d'une année scolaire. Nous avons essayé, pour notre part, d'y réfléchir et nous proposons une approche de ce problème et quelques activités.

Les activités que nous proposons ici sont d'une part une sensibilisation au problème de l'ordre de grandeur et d'autre part un moyen de rechercher, à l'aide de méthodes à mettre en place, une estimation d'un résultat. Mais estimer et rechercher un ordre de grandeur est surtout un état d'esprit qui doit nous accompagner dans les activités numériques tout au long de l'année.

En plus des activités spécifiques données ici, il faut considérer chaque activité numérique exécutée au cours de l'année comme une occasion de chercher un ordre de grandeur avant de trouver le calcul exact. Nous avons distingué 3 étapes.

◊ Tout d'abord un travail très lié à l'expérience des élèves : quand est-ce qu'un résultat numérique peut être accepté comme valable ? Il doit pour cela se situer dans un "ordre de grandeur" correspondant à la situation. Qui admettrait qu'un pain coûte 50 F ou qu'un morceau de craie pèse 1 kg ? Pour aller un peu plus loin dans cette voie, il faut montrer aux enfants qu'une simple réflexion sur des choses qu'ils connaissent leur permet de déduire d'autres choses qu'ils ne connaissent pas, par exemple : la hauteur d'une tour de 20 étages alors qu'on peut évaluer facilement la hauteur d'un étage (2,50 m) ; ou le nombre de semaines dans une année (dans une classe, les enfants situaient ce nombre entre 18 et 40 !).

◊ Dans un deuxième temps, on peut aussi travailler sur l'estimation du résultat des opérations comme dans "plus petit, plus grand". Par exemple 327 x ? =
donne-t-il un résultat plus grand ou plus petit que 327 ? Quelle règle dégager à cet égard ?

On peut développer les mêmes idées avec une division.

- Il faut pouvoir évaluer l'ordre de grandeur du résultat d'une opération comme :

523 + 2,25 ou 327,83 x 37,21

et à l'occasion de ces activités introduire les manipulations des décimaux avec des puissances de 10 : multiplier ou diviser par 10, 100... ou 0,1 ; 0,01 etc...

◊ Dans un troisième type d'activités (Estime) on étudie des situations où il faut estimer un achat, un nombre d'objets ; par exemple : combien va coûter l'achat des boissons pour la buvette de la fête de l'école ? Combien y a-t-il de personnes dans un stade d'après une photo ?

- On propose aussi des activités où l'estimation prend son intérêt quotidiennement, par exemple : comparer le prix d'un plaquette de beurre de 250 g et d'un kilo de beurre au détail. Il est à remarquer que très souvent l'estimation faite utilise la proportionnalité.

Nous donnons quelques fiches élèves, mais nous pensons que ces activités sont toujours plus intéressantes à diriger dans toute la classe.

I - Estimation proche d'une réalité.

- Nous proposons avec Estime 1 un ensemble de questions qui sont intéressantes à proposer aux enfants. En particulier il s'agit de choisir un nombre parmi quatre comme prix d'un objet.

Pour ces activités, des méthodes classiques d'estimation doivent être examinées avec les enfants : mesure d'un pas, largeur d'une main etc...

II - Le travail sur les nombres.

- Tout d'abord, il est essentiel que les enfants sachent comparer des nombres décimaux et situer leur ordre de grandeur. Cela est d'autant plus important que l'on travaille avec des machines. Le nombre de chiffres affichés a une influence très grande sur la perception de l'ordre de grandeur d'un nombre par les enfants. A nous d'insister sur la place de la virgule.

PARTAGES
(Fichier n° 1)

Les activités de "Partages" ont été élaborées pour aborder d'une manière différente la notion de partage d'une longueur (segment ou arc de cercle).

Ce sont des activités de dessin qui nécessitent certains calculs. Il faut réaliser la reproduction d'un dessin, en général dans un cadre délimité. Pour cela l'analyse du dessin doit précéder la reproduction. Et toujours se pose le problème du partage d'un segment (ou d'un arc de cercle) en plusieurs morceaux de même longueur.

Le partage n'est pas induit par la situation et les enfants sont, au départ, éloignés de toute idée de division. L'observation de leur travail est très intéressante pour voir quelle méthode ils utilisent dans la réalisation du partage. Il est alors important de ne pas leur imposer une méthode mais de les aider à éliminer celles qui donnent des résultats trop mauvais ou bien à comprendre pourquoi les résultats obtenus ne sont pas acceptables.

Comment s'y prendre pour réaliser un partage de segment ?

Les difficultés du partage ne sont pas les mêmes pour un partage en 2, 3, 4 morceaux ou en 11, 12 ou davantage.

◊ Pour partager en 2 un segment, l'utilisation de la construction de la médiatrice est souvent préférable mais peu utilisée spontanément par les élèves. Ils préfèrent diviser par 2 la longueur et reporter avec une règle graduée : cela donne aussi de bons résultats.

◊ Pour partager en 3 ou 4 morceaux de même longueur, on peut déterminer la longueur d'un morceau à l'aide d'une division, puis reporter une valeur approchée. Puisque le nombre de morceaux est petit, le report de l'erreur ne pose pratiquement pas de problème au niveau du dessin.

C'est ainsi que les activités "Porte 1", Porte 2", et "Escalier 1" par exemple, peuvent être faite facilement, dans la mesure où le partage à réaliser fait partie des deux types précédents.

◊ Le problème du partage en un plus grand nombre de segments est plus délicat.

Dans "Quadrillage 2" par exemple il faut partager un segment de 17,3 cm en 11 et un segment de 20 cm en 8.

- Une première méthode consiste à calculer à l'aide d'une division à la machine la longueur des morceaux :

17,3 : 11 = 1,57272272. Mais prendre comme longueur 1,5 ou 1,6 ne donne pas un résultat satisfaisant car le report de l'erreur commise est alors manifeste au niveau du dessin.

On peut alors essayer de reporter le segment avec un compas en ajustant petit à petit la longueur du segment pour obtenir un partage correct, ce qui s'obtient au bout de quelques essais.

- Voici une deuxième méthode (à proposer éventuellement à nos élèves).

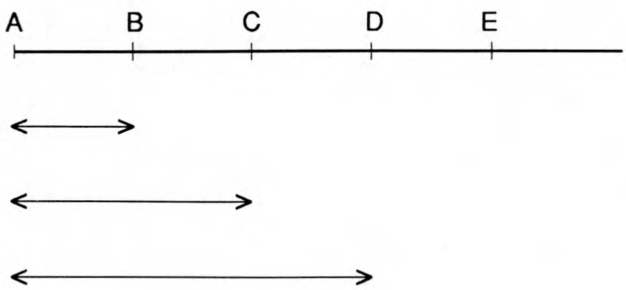


Figure 3

A partir de la longueur AB (Figure 5) : approximativement 1,5727272 on reporte AB = 1,6 (arrondi au mm près). Puis avec une calculatrice en utilisant l'opérateur +1,5727272 comme "facteur constant" ou en mémoire, on calcule AC = 3,1454545 et on reporte C avec un nouvel arrondi au mm près : AC = 3,1. De la même façon, on calcule AD, AE etc ... et on place les points correspondants.

Cette méthode est un exemple intéressant d'utilisation du "facteur constant" ou de la mémoire de la calculatrice.

- Une troisième méthode est utilisable dans notre exemple de "Quadrillage 2" pour le partage en 8. On utilise le partage en 2 avec la médiatrice, puis on recommence pour partager en 4 puis en 8.

- Une dernière méthode utilise, pour effectuer le partage, un réseau de droites parallèles. (Cette méthode classique est détaillée dans le fascicule "Le nombre décimal en sixième" de l'I.R.E.M. de Grenoble).

Partage d'un cercle

Nous proposons aussi trois activités "étoiles" qui nécessitent le partage d'un cercle en 6, 12 ou 11 morceaux.

Pour les partages en 6 ou 12 plusieurs constructions géométriques peuvent être utilisées, notamment la construction de l'hexagone régulier par le report du rayon du cercle avec un compas, qui est parfois connu des élèves.

On peut aussi utiliser un rapporteur, de préférence circulaire, et procéder comme avec une règle graduée pour partager un segment (Faire un partage avec un rapporteur semi-circulaire est beaucoup plus difficile parce que les enfants visualisent mal les 360 degrés du tour complet et le partage en 11 de ces 360 degrés).

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

(Fichier élève n° 2)

1) Introduction

Les exercices de "géométrie" généralement proposés en 6ème, 5ème, C.P.P.N. et 1ère année de formation professionnelle ont un caractère, soit essentiellement numérique, soit de vocabulaire. Il s'agit de mesurer (des longueurs, des angles), d'appliquer une formule (calcul d'un périmètre, d'une aire, d'un volume) ou de contrôler l'acquisition d'un vocabulaire (triangles isocèle, rectangle, médiane, hauteur...). Bien que la situation soit géométrique, la tâche de l'élève est souvent réduite à une simple tâche de calcul.

Nous avons voulu réagir contre cet état de fait et ce de deux façons.

◊ Tout d'abord avec des activités géométriques où, bien que le résultat soit obtenu par un calcul, ce dernier n'apparaît pas directement. C'est le raisonnement permettant de mettre en place le calcul qui constitue l'essentiel de l'activité. Et ce raisonnement fait intervenir généralement des propriétés géométriques (alignement, parallélisme, perpendicularité, isométries). Nous n'avons pas regroupé dans ce chapitre les exercices de ce type. On pourra les trouver dans : "Partages", "Proportionnalité", "Epreuves d'examen".

◊ Nous avons aussi cherché des activités ne faisant pratiquement pas intervenir de calcul mais portant surtout sur l'utilisation des propriétés géométriques. On les trouvera dans reproduction de figures, formes, angles et transformations.

Le travail dans nos classes, à partir de la géométrie nous a paru fondamental, d'autant que les élèves se sentaient moins en situation d'échec. Nous n'avons pas voulu donner ici un certain nombres d'exercices qui figurent dans de nombreux ouvrages de 6ème-5ème, par exemple, des constructions géométriques sur consigne. Nous nous sommes plutôt placés dans une perspective de soutien en proposant des activités l'utilisation de notions vues par ailleurs.

Nous pensons que l'enseignant doit être soucieux des réactions effectives de la classe, pour aborder au moment qui semble le plus approprié les éventuelles retours sur le cours où ces notions ont été abordées. Ces mises au point collectives doivent être reprises, approfondies à différents moments de l'année chaque fois que l'occasion s'en présente.

2) Reproduction de figures

I - <u>De quoi s'agit-il dans cette activité ?</u>

Il s'agit simplement de reproduire les 37 figures que nous proposons ici. Nous donnons un exemple de fiche élève dans le fichier élève des activités géométriques. Ici nous ne fournissons que les 37 dessins et les commentaires sur l'activité que l'on peut mener avec des élèves autour de ces dessins.

Il est commode de regrouper, comme nous l'avons fait, ces dessins 4 par 4 sur des feuilles 21 x 29,7. Chaque feuille est ensuite découpée. Chaque élève reçoit une ou plusieurs petites fiches sur lesquelles se trouve une figure à reproduire.

Ces dessins ont chacun de nombreuses propriétés. L'observation d'une classe à l'occasion de cette activité montre l'importance et l'intérêt de la présence de ces différentes propriétés. Certains dessins sont beaucoup plus difficiles à reproduire que d'autres. Nous les avons numérotés, mais ce classement peut être éventuellement modifié.

Nous ne pensons pas que cette activité doive être précédée de telle ou telle rappel de géométrie sur les notions de milieu, de parallélisme, de cercle ou sur les propriétés caractéristiques des différents quadrilatères. Bien au contraire, en confrontant d'abord les élèves aux difficultés de reproduction ou de construction, ils prendront conscience de la nécessité de préciser ces notions de géométrie élémentaire. Au cours du déroulement de l'activité, on pourra interrompre le travail de reproduction et faire des mises au point avec toute la classe sur tel ou tel point.

II - <u>Différentes approches de ces reproductions.</u>

Nous pensons qu'il n'est pas nécessaire de proposer de fiche de travail pour cette activité. Pour les enseignants qui préfèrent pourtant donner des consignes écrites ils pourront voir l'exemple que nous avons proposé dans le fichier élève.

On peut demander de reproduire ces figures :
- sur feuille quadrillée et/ou sur feuille blanche ;
- en vraie grandeur et/ou à une échelle différente ;
-sans contrainte particulière et/ou en excluant l'usage de certains instruments (règle graduée, équerre...).

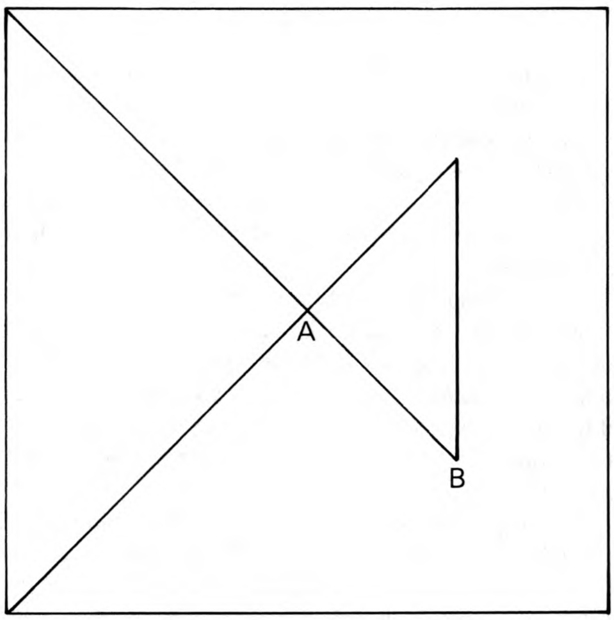
En aucune façon, ces différentes approches ne s'excluent les unes les autres.

◊ Reproduction de ces figures sur papier quadrillé.

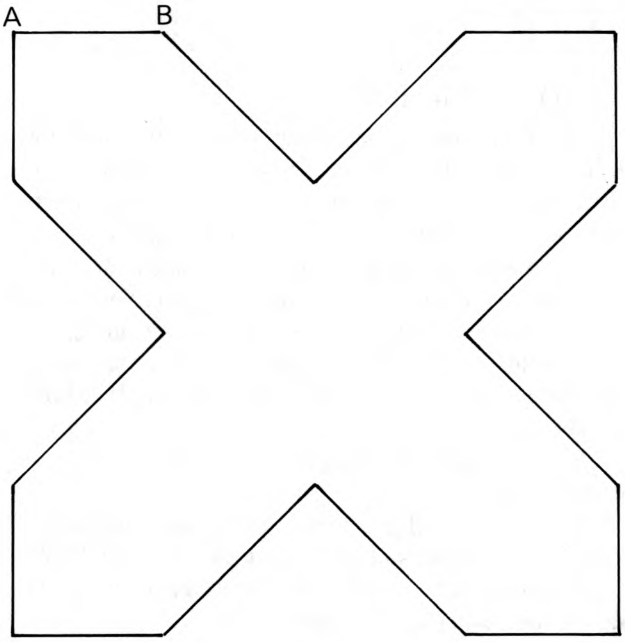
Cela peut constituer la première approche de cette activité, tout au moins pour des élèves ayant de grandes difficultés en dessin géométrique. En effet, la construction de la plupart de ces figures est très facile à réaliser sur un papier quadrillé. Par exemple, dans ce cas dessiner un carré ne pose pas de problème. Avec très peu de précautions, le résultat obtenu sera satisfaisant.

◊ Reproduction de ces figures sur feuille blanche.

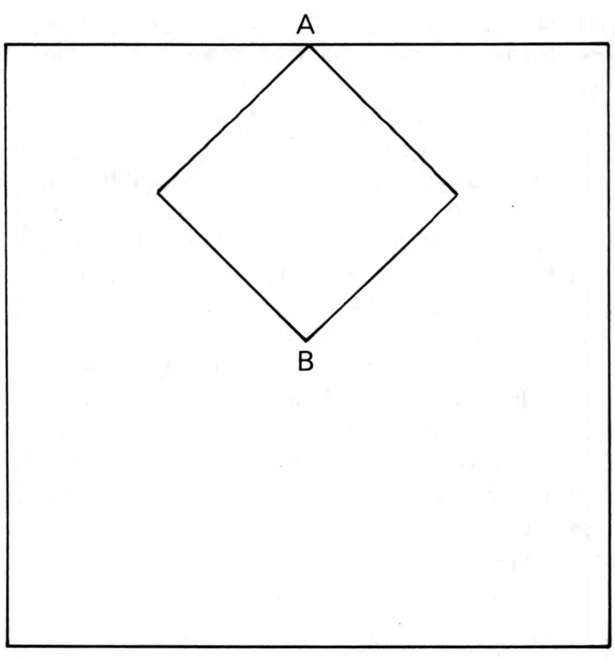
Les techniques utilisées ne devront pas être tout à fait les mêmes pour aboutir dans ce cas à un résultat correct. En particulier, construire un carré sur feuille blanche est une tâche difficile. Il sera sûrement nécessaire de faire une mise au point sur les propriétés caractéristiques du carré.



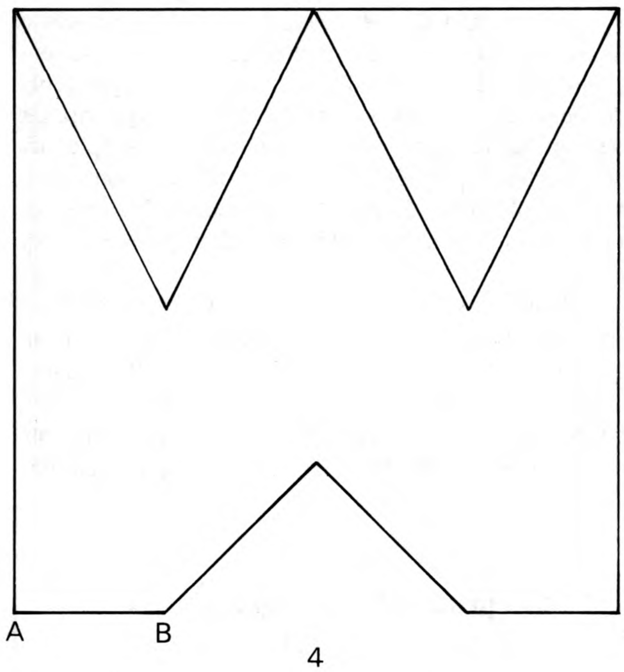
1



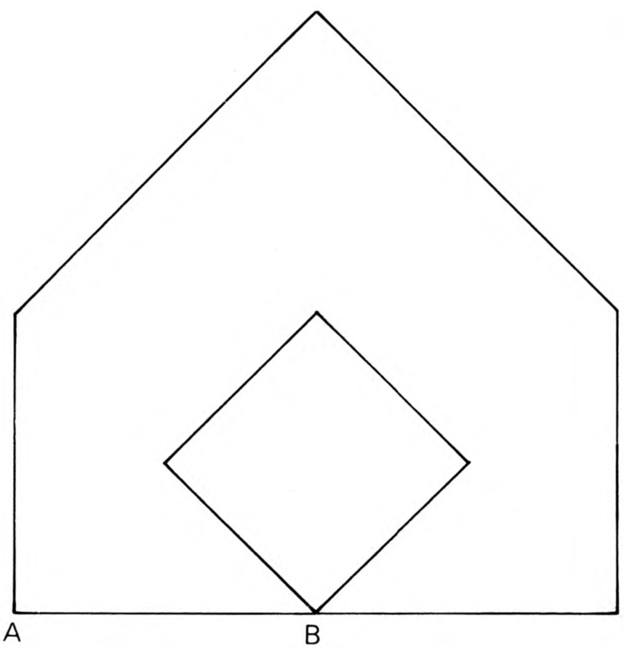
2



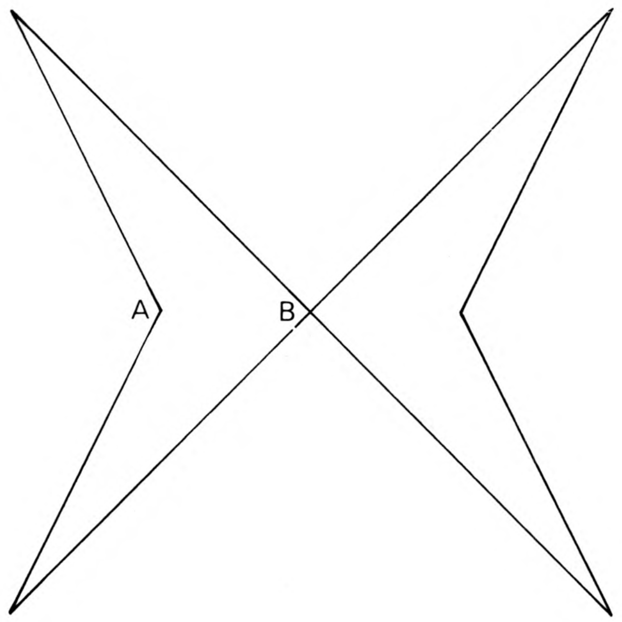
3



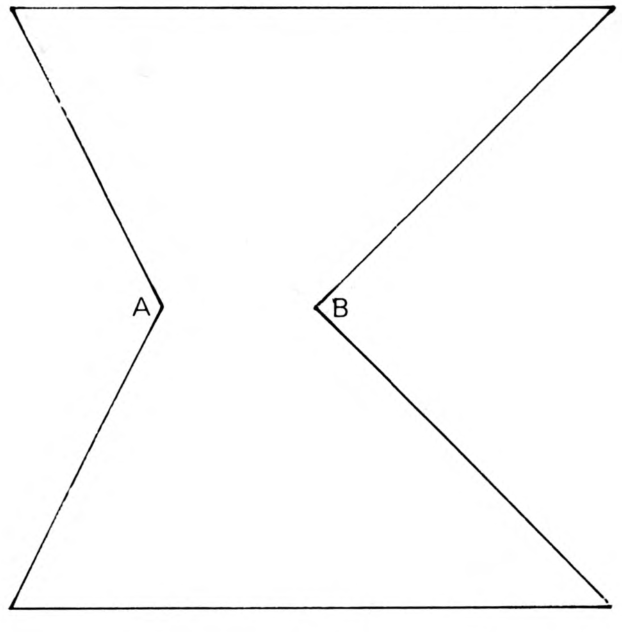
4



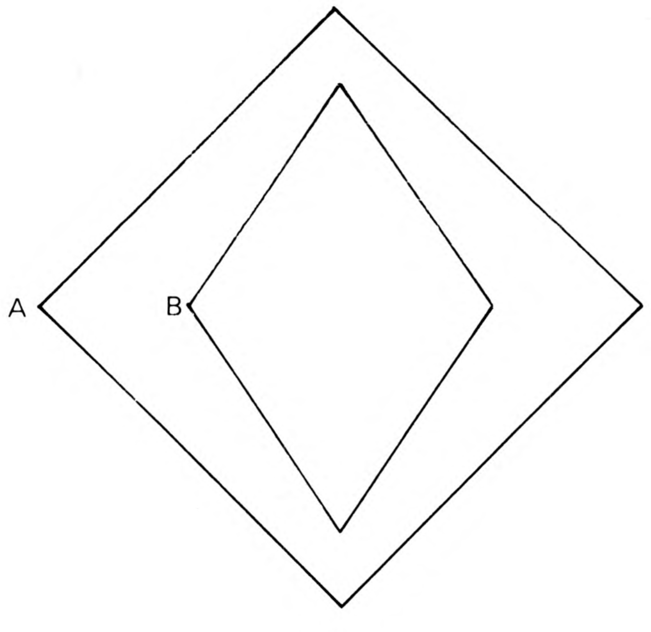
5



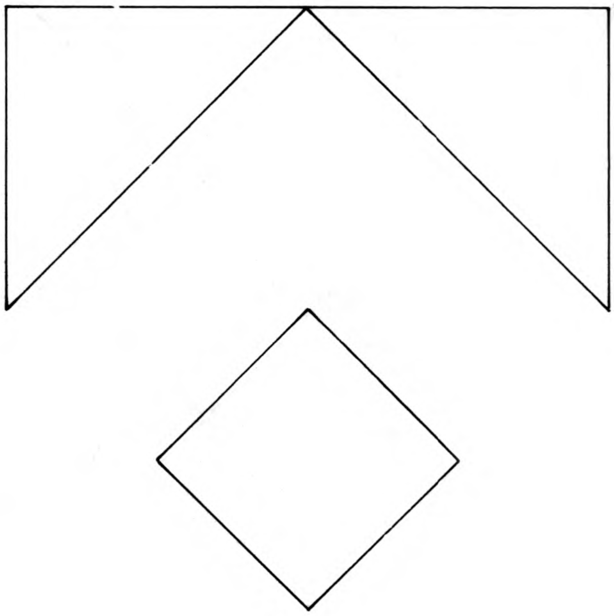
6



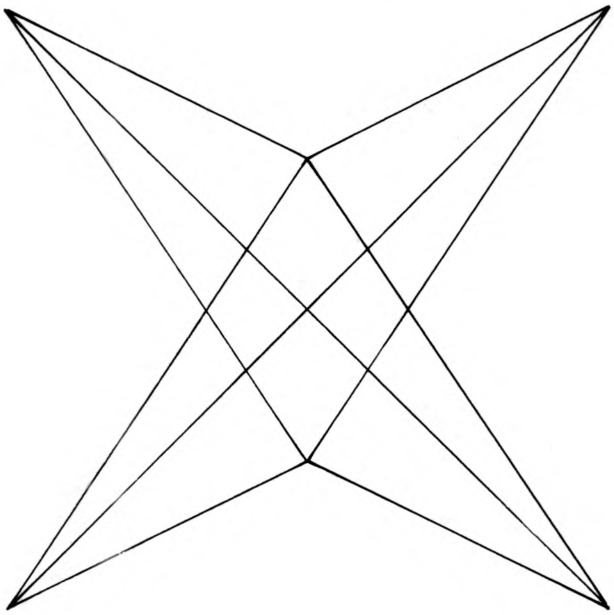
7



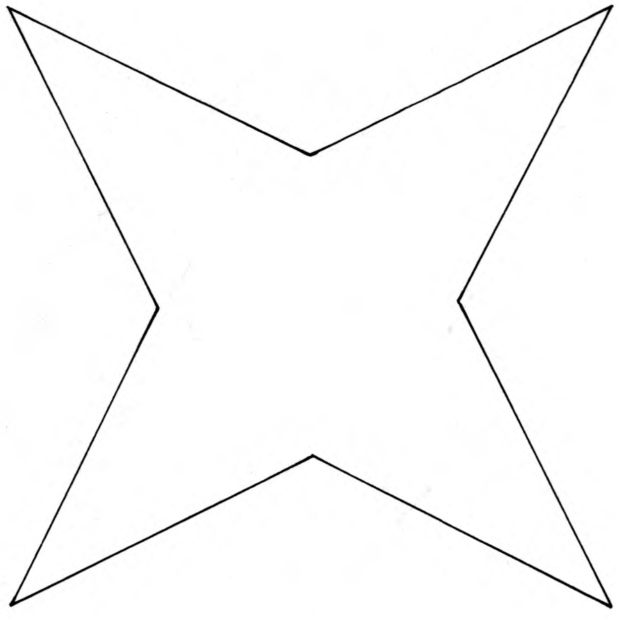
8



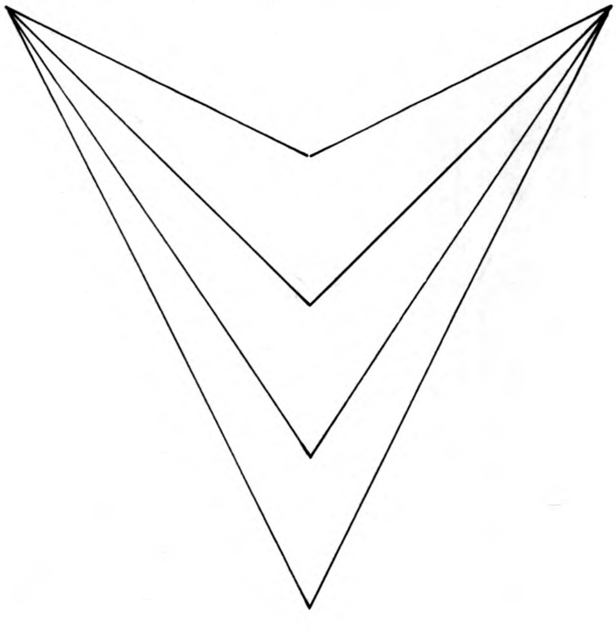
9



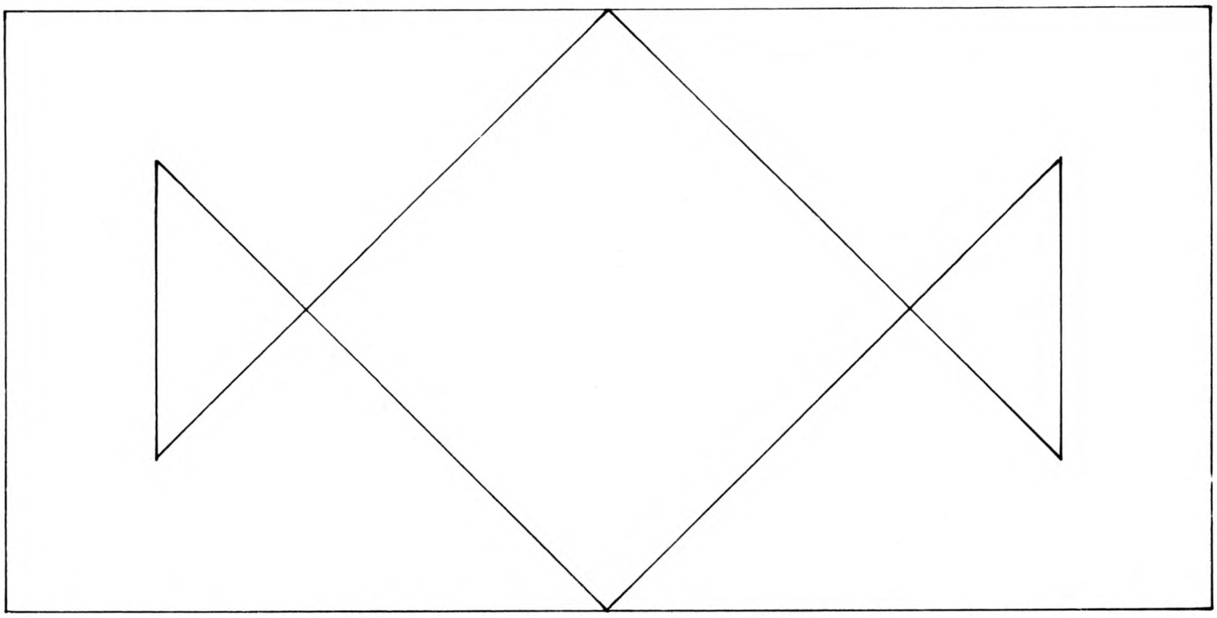
10



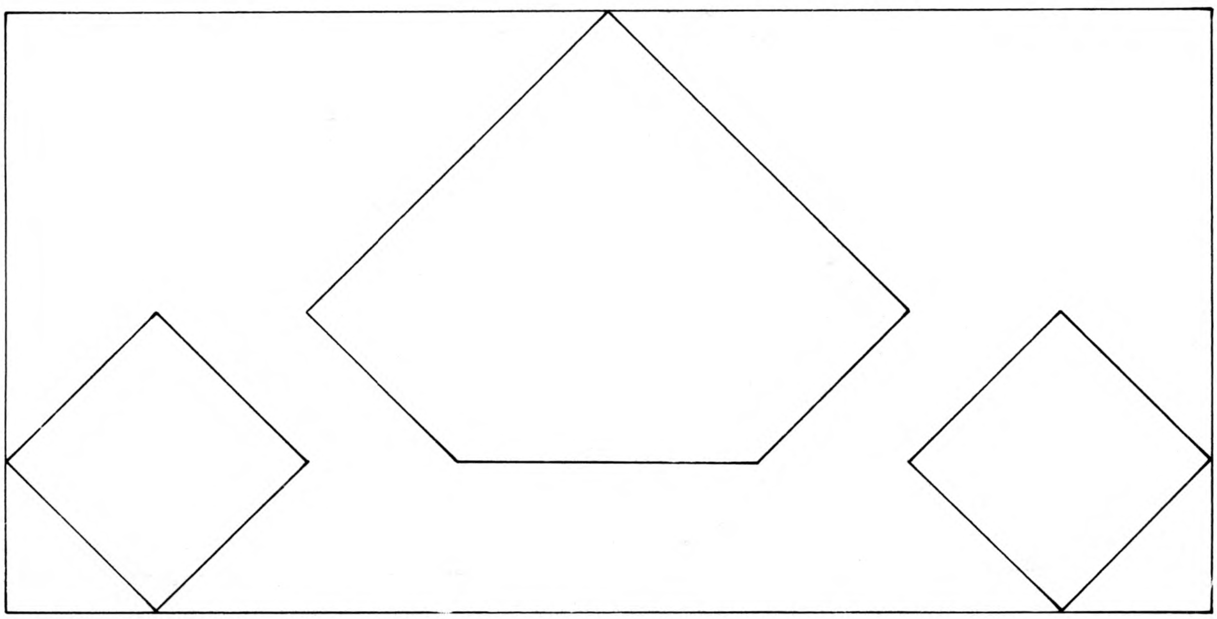
11



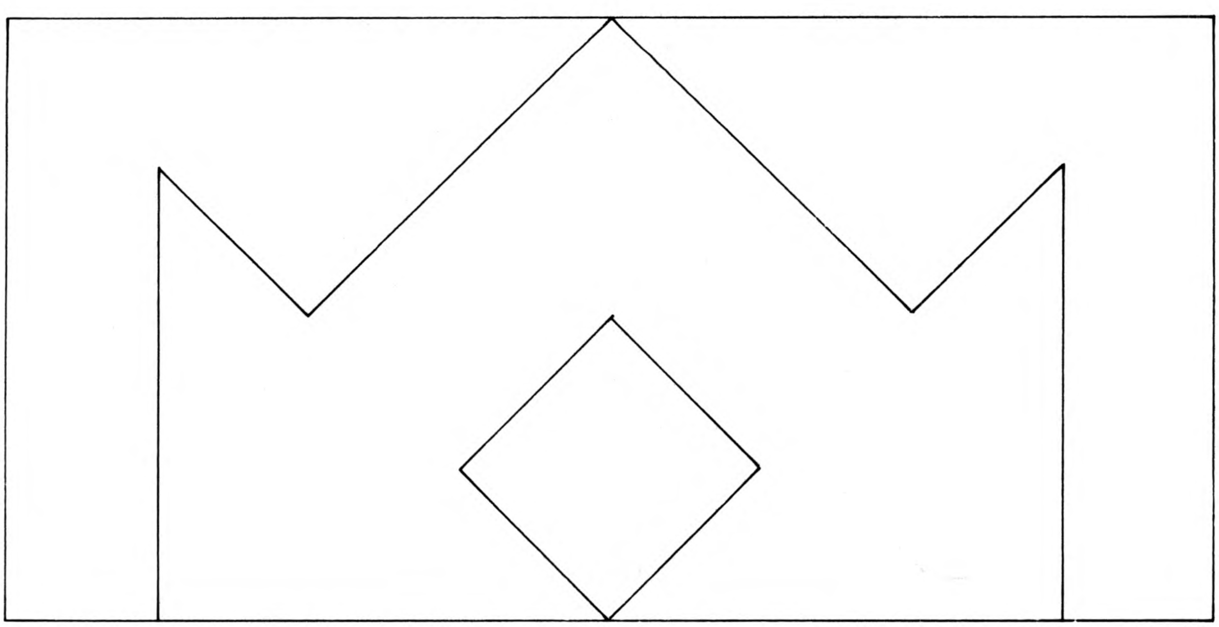
12



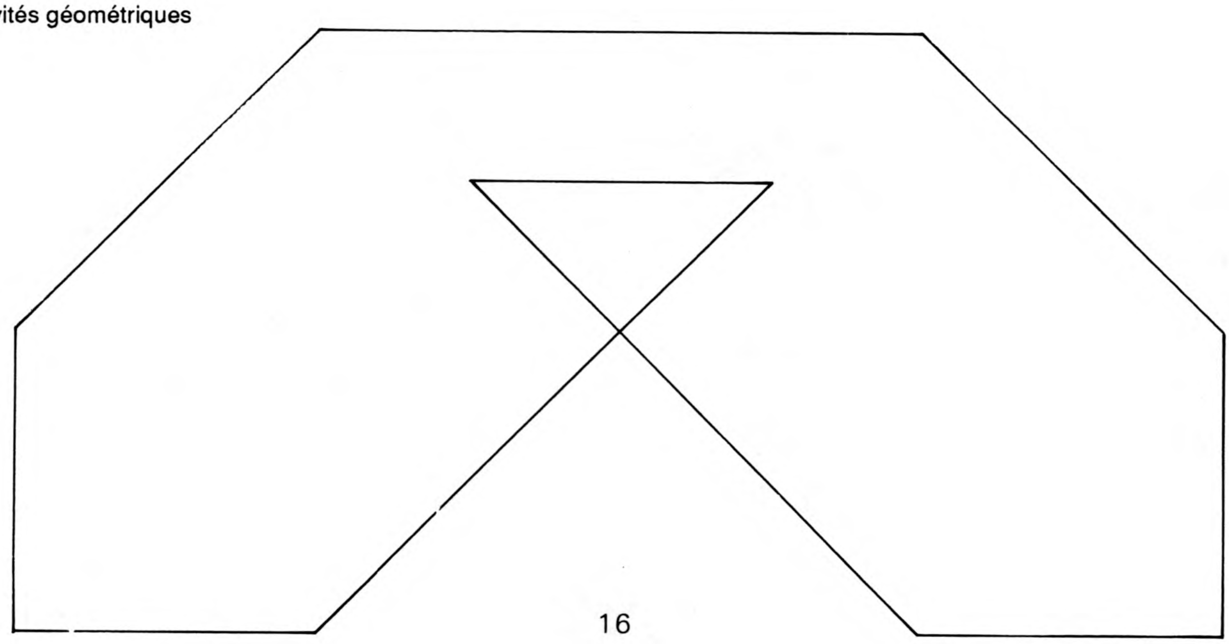
13



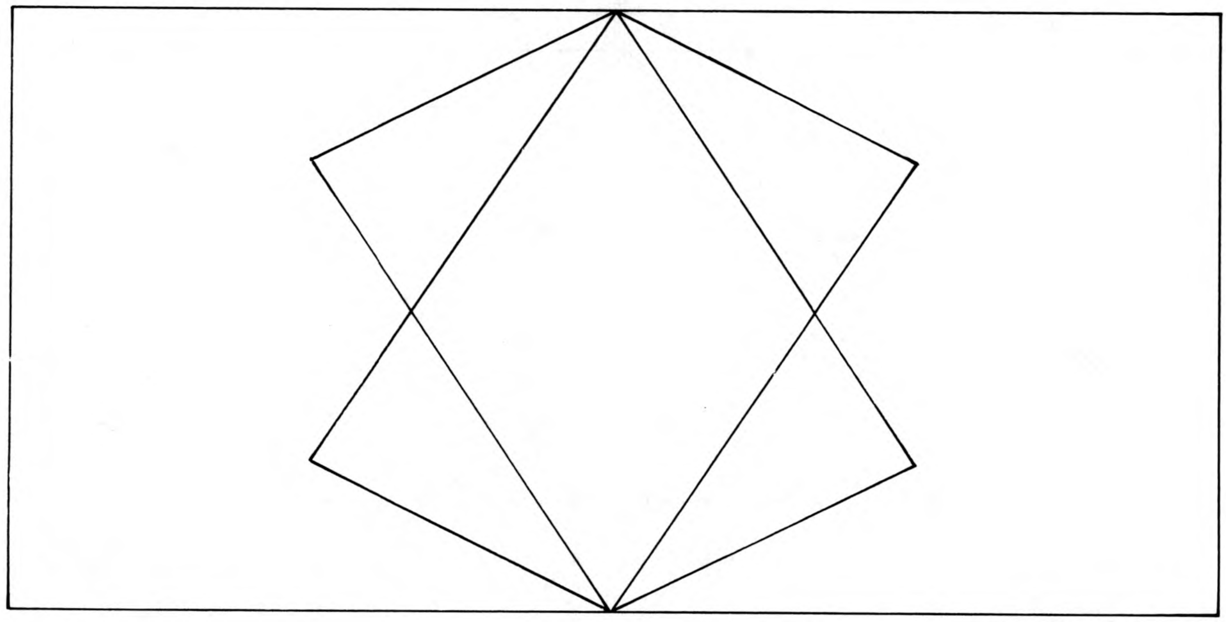
14



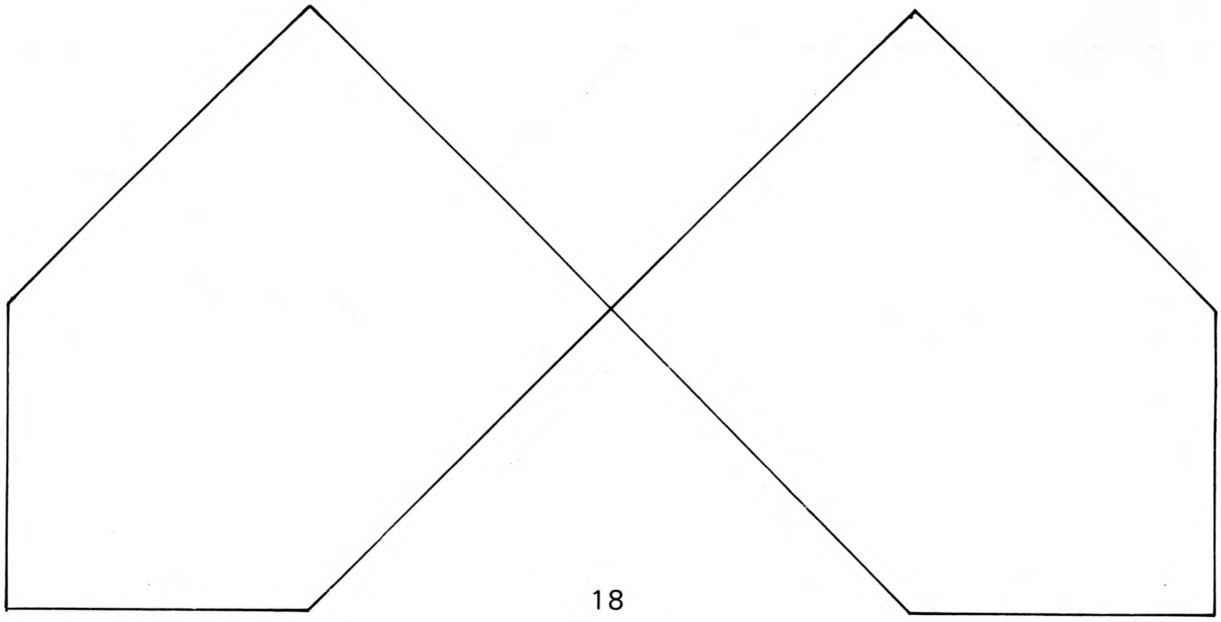
15



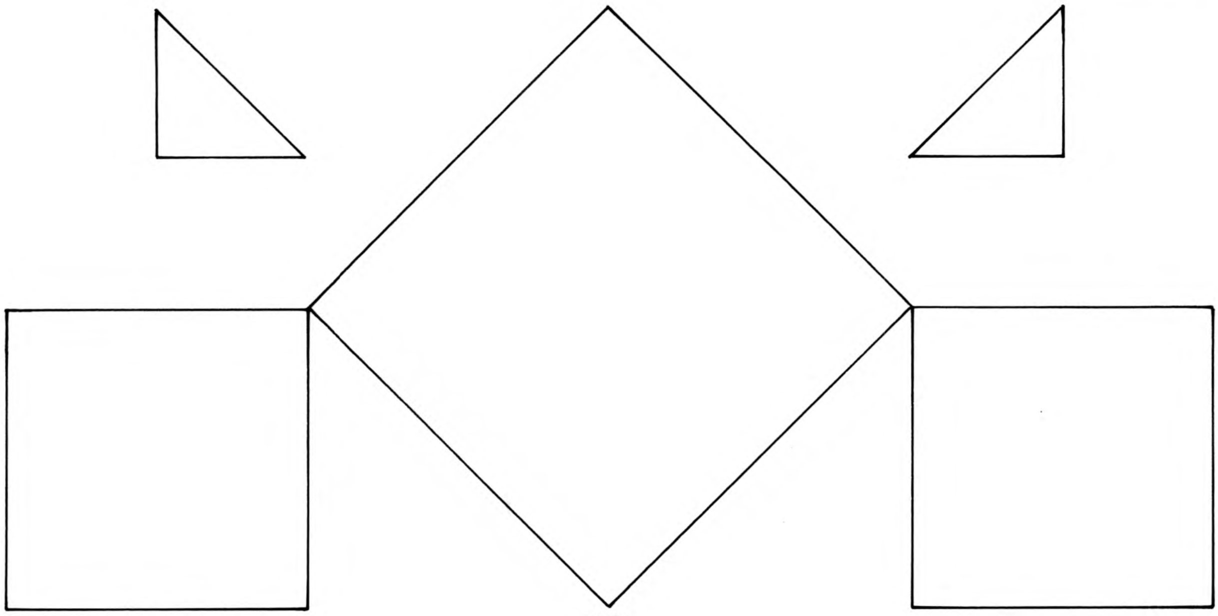
16



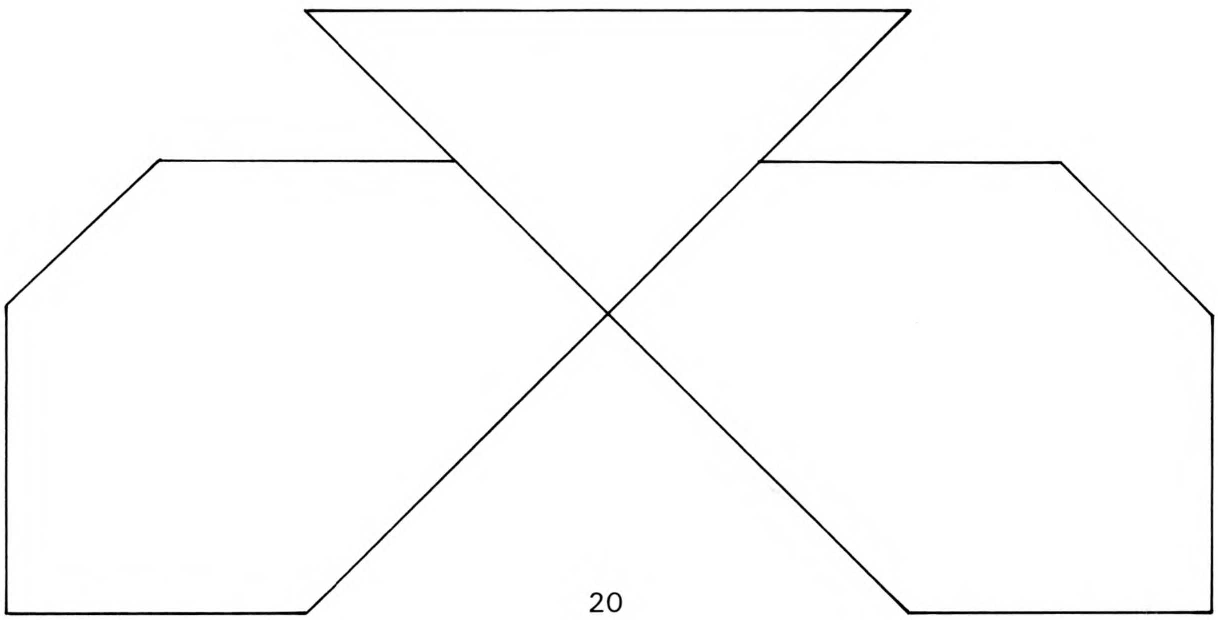
17



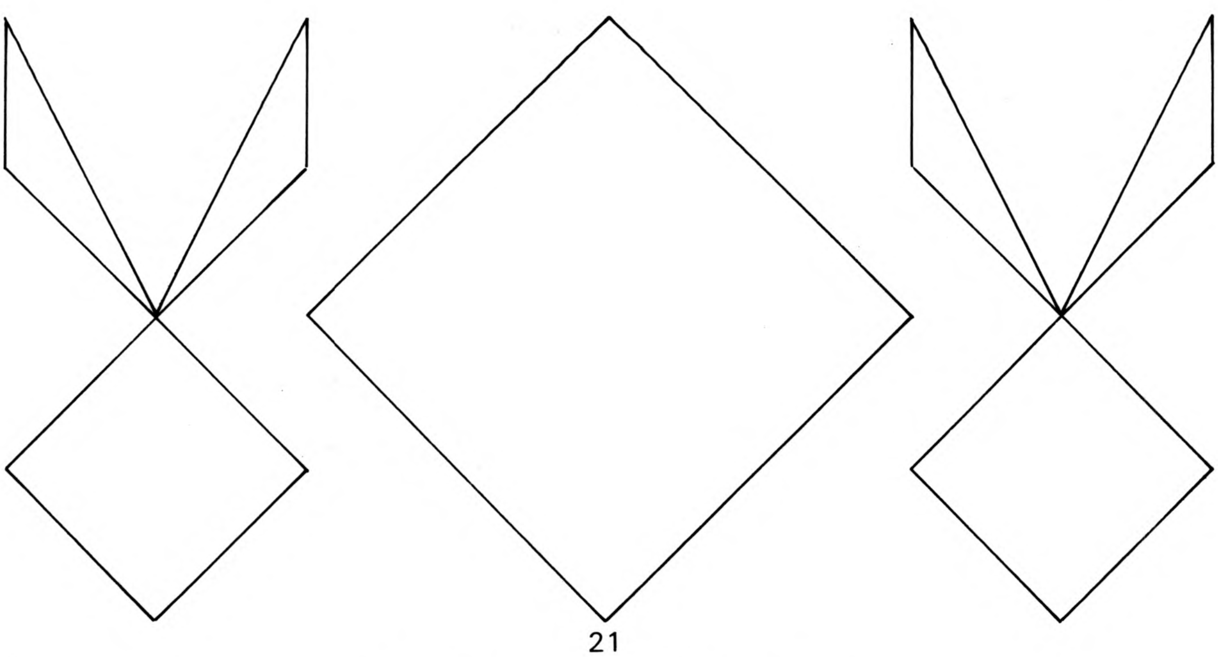
18



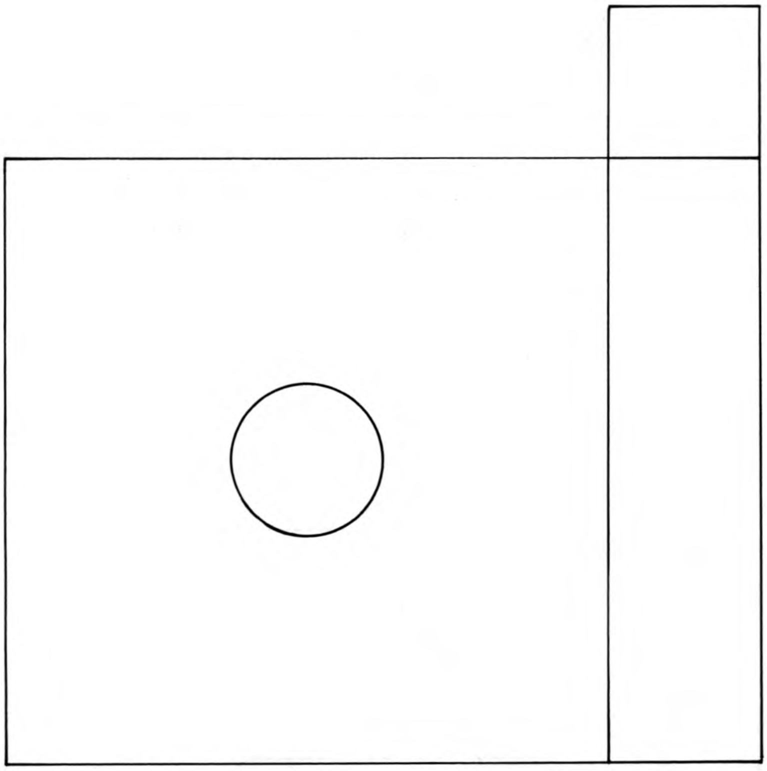
19



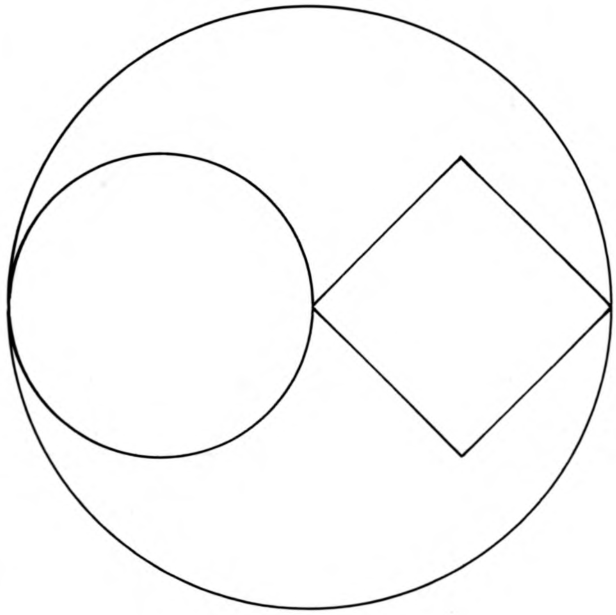
20



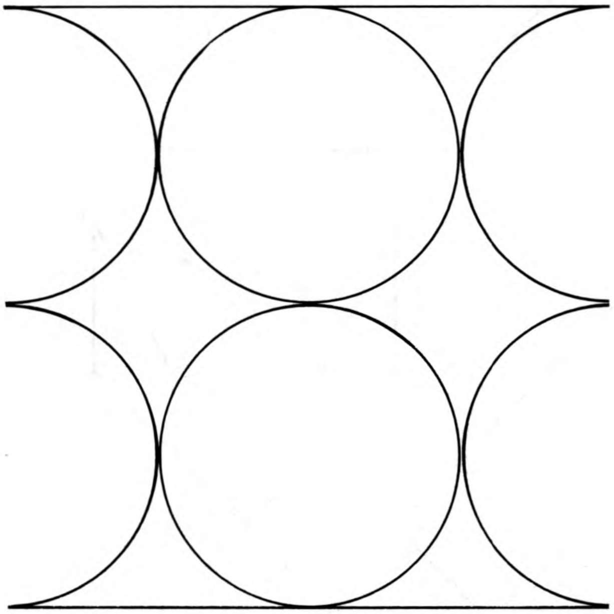
21



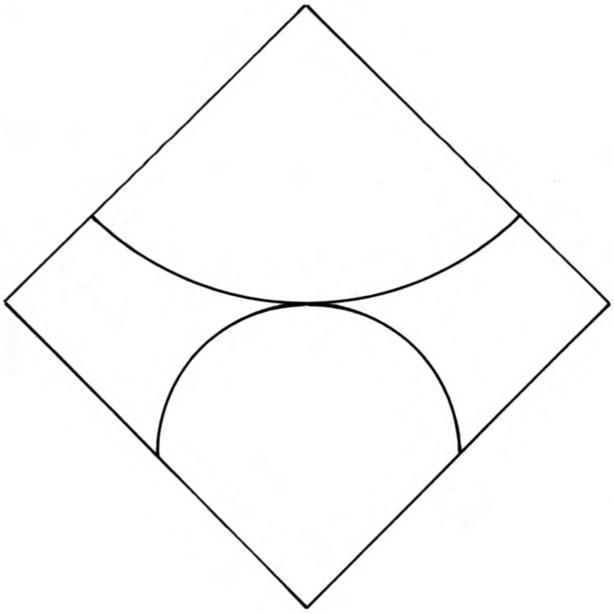
22



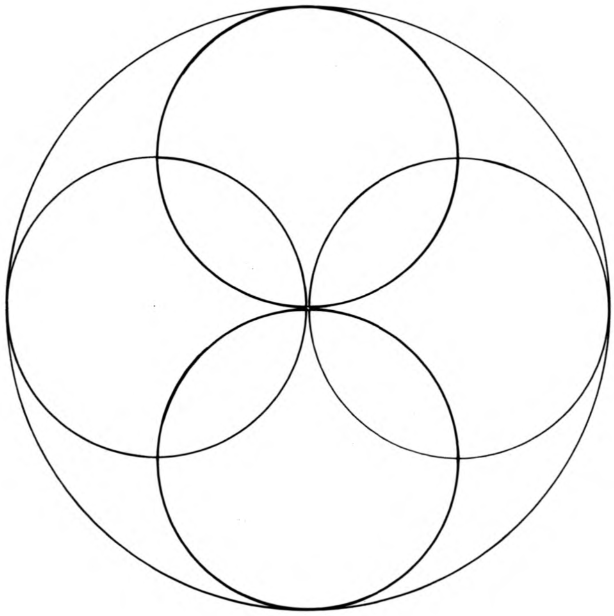
23



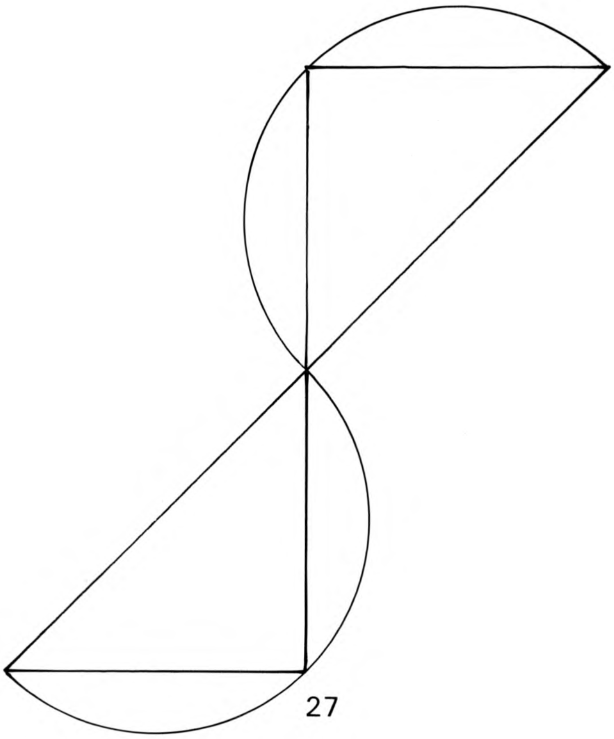
24



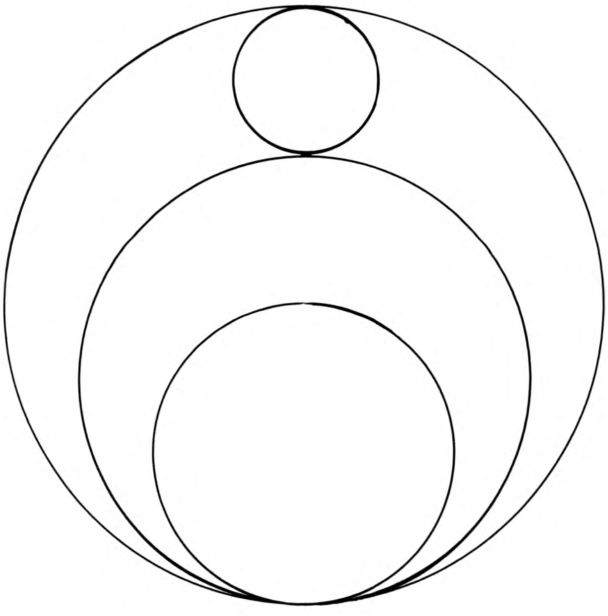
25



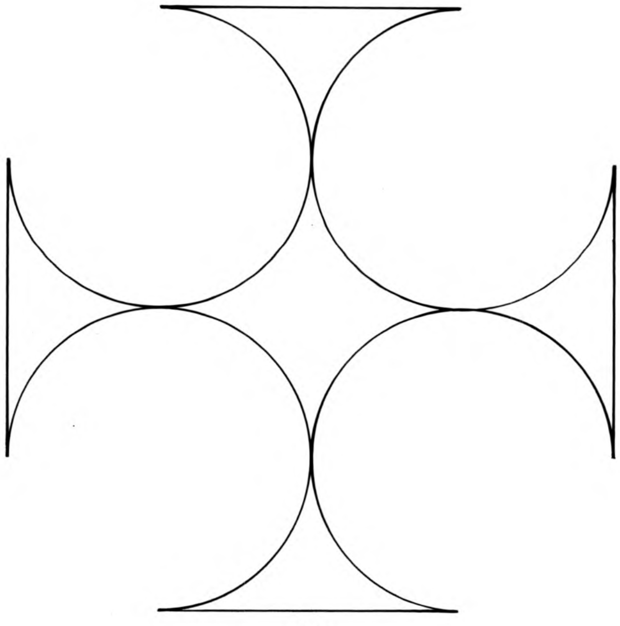
26



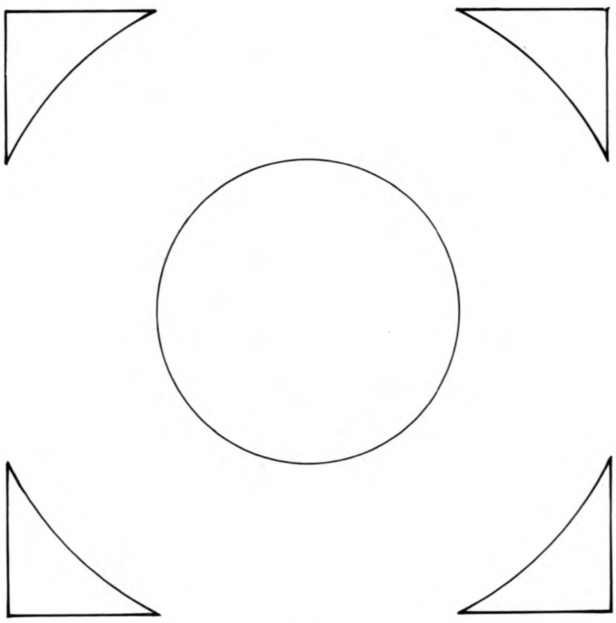
27



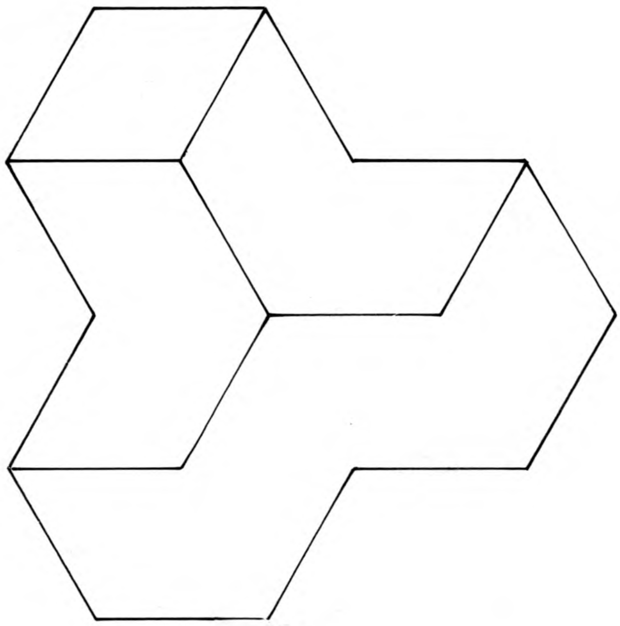
28



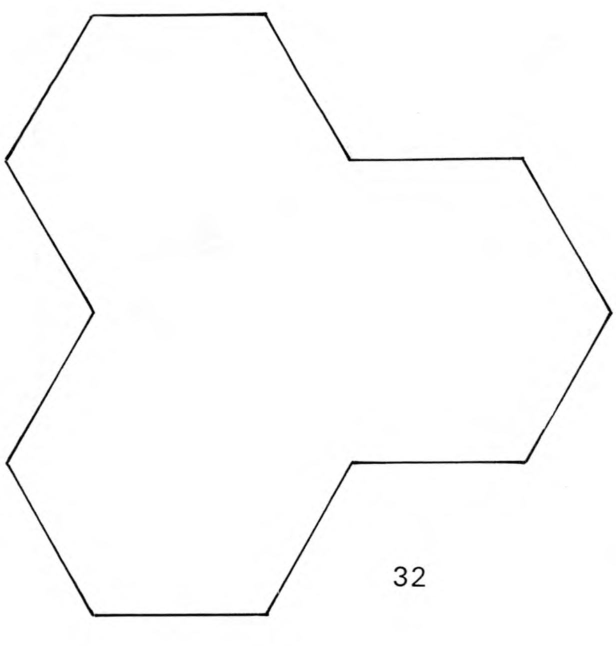
29



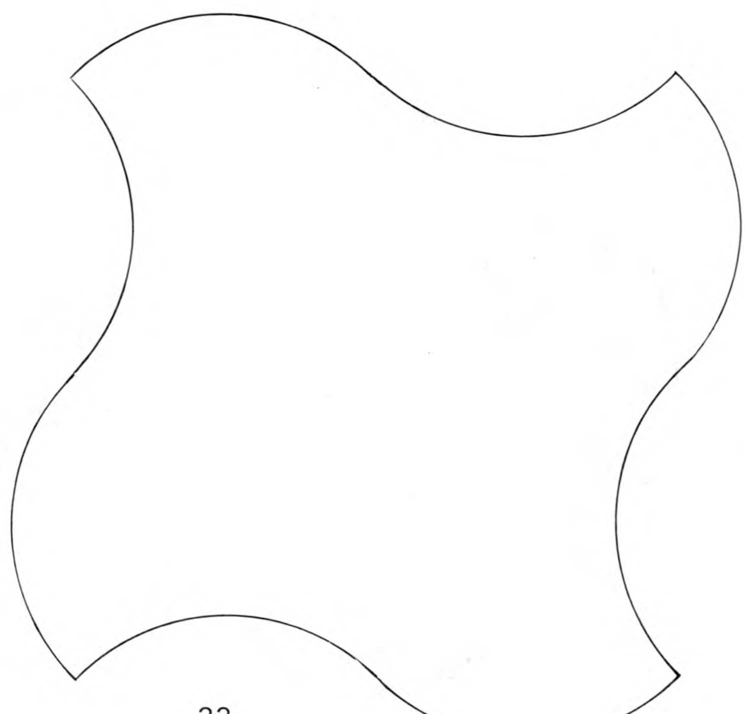
30



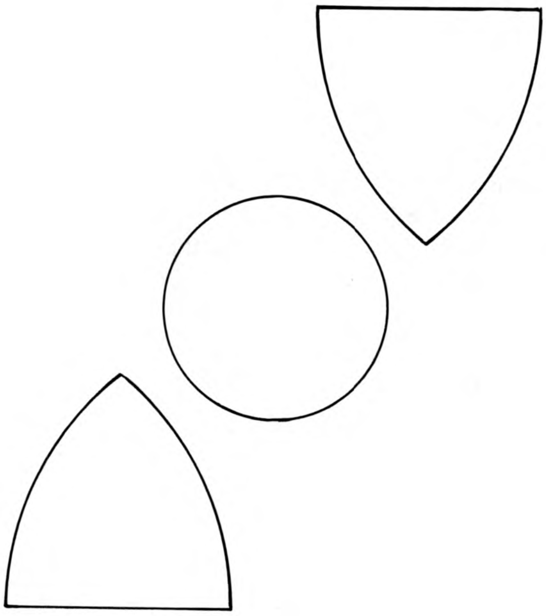
31



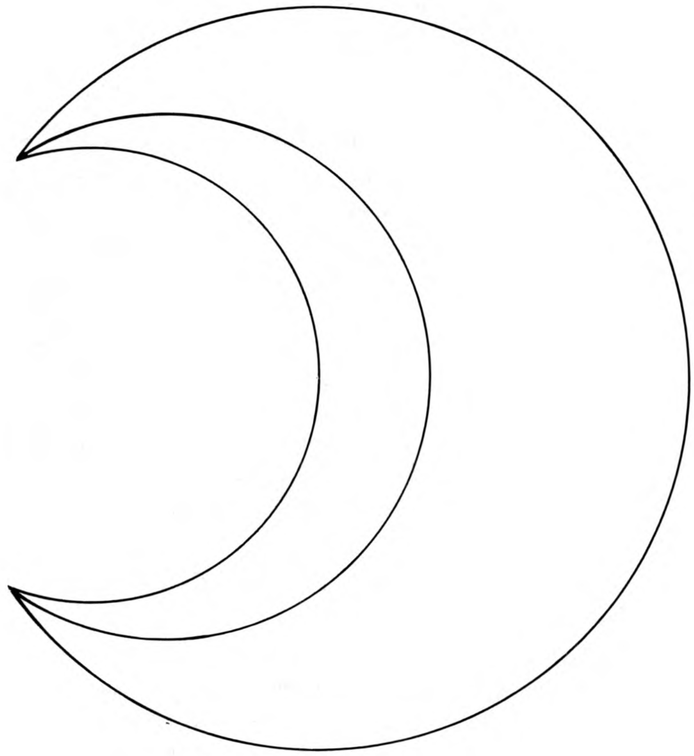
32



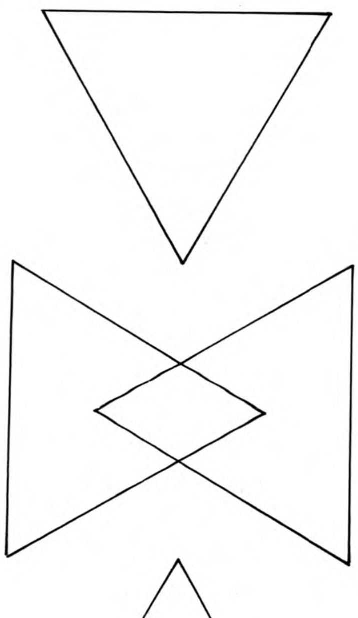
33



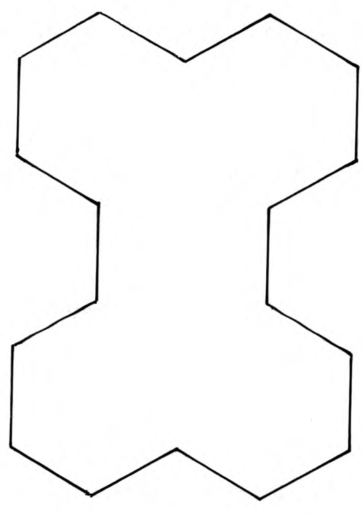
34



35



36



37

On pourra confronter les différentes méthodes mises en œuvre.

Il sera aussi utile de donner des précisions sur le tracé de droites parallèles, de droites perpendiculaires, sur la détermination du milieu d'un segment (à l'aide d'un compas notamment) afin que chacun puisse améliorer la précision des tracés.

◊ Reproduction de ces figures en vraie grandeur.

On exclut toutefois le procédé de décalquage ! Les élèves acceptent généralement bien cette consigne. La vérification se fait par superposition. L'élève peut se contrôler lui même.

Dans cette approche, les élèves utilisent de manière prépondérante la mesure des longueurs. Cette méthode n'est pas sans poser de problèmes et très souvent nous avons pu observer petit à petit une modification du comportement et une utilisation plus systématique des propriétés d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité.

◊ Reproduction de ces dessins sans utiliser de règle graduée.

Chaque dessin peut être reproduit facilement à partir du report d'un segment initial bien choisi : tous les autres segments s'obtiennent comme le double, la moitié, le triple ou le quart du segment initialement reporté, ou par des alignements et autres propriétés géométriques. Nous avons désigné, au moins pour les premiers dessins, par A et B les extrémités d'un tel segment. Pour exploiter cette activité dans cette direction, on peut distribuer une feuille blanche sur laquelle figurent les points A et B seulement et demander de compléter le dessin.

◊ Détermination de construction auxiliaire pouvant faciliter la tâche de reproduction.

Après un premier travail d'une ou deux séances sans consigne particulière, il est possible d'orienter les élèves sur une recherche systématique de constructions auxiliaires pouvant faciliter la reproduction des figures. Certains dessins se prêtent particulièrement à une telle recherche.

Par exemple :

Carré contenant le dessin 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12.

Carré inscrit dans le grand cercle du dessin 26.

Diagonales, médianes des carrés du dessin 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 16.

Centre du carré du dessin 22.

Centre du rectangle du dessin 17 et 18.

Ceci n'étant bien entendu qu'une listes d'exemples non exhaustive.

◊ Reproduction des dessins à une échelle différente.

Il est possible de demander de reproduire les dessins à une échelle différente. Deux types de consignes peuvent être données :

- On demande le dessin en précisant une échelle simple comme une fois et demie ;

- On impose le segment AB de départ (non isométrique à celui de la figure). On demande de compléter le dessin en respectant les proportions.

Dans le premier cas, les élèves, le plus souvent, calculent pour chacun des éléments de la figure les nouvelles longueurs. Or la moindre erreur est reportée systématiquement affectée du coefficient multiplicatif. Cet inconvénient peut les amener à utiliser les propriétés géométriques.

Dans le second cas, leur attention se trouve nécessairement centrée sur les rapports des segments entre eux et sur les propriétés géométriques.

III - <u>Quelques objectifs recherchés dans cette activité.</u>

◊ Placer l'élève dans une situation où il ne se sente pas particulièrement en échec, mais où il agisse.

◊ Donner l'occasion aux élèves de prendre connaissance avec quelques figures simples de façon très concrète.

Il nous paraît essentiel que chaque élève ait à sa disposition le dessin à reproduire. Il doit pouvoir le placer devant lui de différentes façons, effectuer toutes les mesures qui lui semblent nécessaires, vérifier des alignements, dessiner au crayon, sur l'original à reproduire, certaines constructions auxiliaires. A propos de ce dernier point, on peut remarquer que la construction du carré contenant les dessins 2 et 4, par exemple facilite beaucoup le travail. De même la construction des diagonales du carré pour les dessins 1, 3, 5, 7 et 8 par exemple.

◊ Faire acquérir une meilleure maîtrise des instruments de dessins usuels tels que : règle, compas, équerre.

Puisque les élèves contrôlent l'exactitude de leur dessin par transparence, il est nécessaire qu'ils utilisent les instruments avec beaucoup de soins.

◊ Faire prendre conscience des difficultés liées aux mesures (en particulier au mesures de longueur).

Souvent dans un premier temps, les élèves cherchent à reproduire ces dessins en s'appuyant essentiellement sur les mesures de longueurs. Malgré tout le soin qu'ils mettent à faire leurs mesures, ils arrivent à de grossières erreurs. C'est le cas par exemple pour le dessin numéro 2. Beaucoup d'élèves mesurent, puis reportent successivement les différents segments qui constituent le pourtour de la figure sans trop se préoccuper de leurs différentes directions. Ils obtiennent alors assez souvent une figure semblable à la figure 4 :

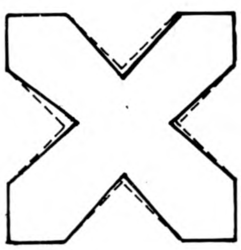


Figure 4

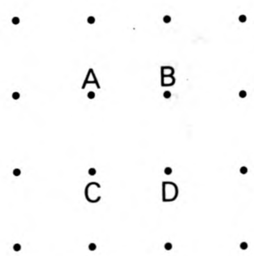


Figure 5

Lors du contrôle du résultat obtenu par l'élève il est possible de l'inciter à orienter son travail autrement en mettant en évidence la disparition de certains alignements ou parallélismes observés sur l'original.

◊ Sensibiliser à l'existence de propriétés géométriques : isométries, perpendiculaires, symétries, alignement, parallélisme.

Cette sensibilisation se fera d'autant plus facilement que la mise en évidence et l'utilisation de ces propriétés ne sont pas gratuites : elles facilitent beaucoup la tâche de reproduction et rendent les tracés plus précis.

Pour illustrer ceci, nous vous proposons cette expérience qui peut se réaliser en classe :

Sur un papier quadrillé ou sur papier pointé, plaçons les points ABCD comme sur la figure 4. Traçons ensuite la diagonale AC du carré ABCD en dessinant simplement le segment AC. Vérifions maintenant notre tracé en prolongeant le segment AC et en utilisant le quadrillage (ou les points) de la feuille pour repérer si AC est correctement dessiné. En effet, la droite AC doit passer par certains noeuds (par certains points) du quadrillage (de la feuille pointée). N'a-t-on pas souvent des surprises ? Et pourtant, par deux points, il ne devrait passer qu'une droite.

IV - Remarques sur la conduite de cette activité en classe.

Cette activité, pour plusieurs raisons, nous a paru particulièrement adaptée aux élèves en difficulté.

◊ Elle s'appuie sur un support concret : la figure à reproduire. Ce support concret est facilement accessible aux élèves. Ils peuvent l'observer, le "manipuler", agir dessus. Enfin, cette situation tout en étant très concrète, reste très simple.

◊ Reproduire une figure géométrique est une situation neutre, proche de l'univers scolaire, et par là même propice à un apprentissage.

Cette activité ne fait pas appel au milieu extérieur. On évite ainsi toutes les réactions affectives, souvent négatives des élèves en échec, que ne manquent pas de susciter la plupart des situations réelles de la "vie courante".

◊ Cette activité ne nécessite pas de connaissances préalables, ni une longue mise en train.

Pour ces raisons, elle peut être conduite tout d'abord durant un petit nombre de séances consécutives puis reprise en cours d'année sans nécessiter de précautions particulières. Les élèves ont alors à remettre en œuvre des techniques déjà rencontrées. Lorsqu'ils retrouvent cette activité, ils maîtrisent mieux l'usage des instruments de dessin. Ils arrivent généralement plus facilement à un travail bien plus soigné et précis. Il est possible alors d'aborder des degrés de plus grande difficulté comme la reproduction sur feuille blanche, à une échelle différente ou avec des contraintes particulières.

◊ Cette activité ne nécessite pas de longues consignes écrites.

Or les élèves en échec sont très souvent arrêtés par la moindre consigne écrite. Ici, ils peuvent agir tout de suite ayant bien compris l'ensemble de la tâche à effectuer.

Cela ne veut pas dire que nous renonçons à toute activité nécessitant un texte de présentation assez long. Nous pensons simplement qu'au début de l'année, il est intéressant d'aborder un travail facilement compris par tous les élèves. Lorsqu'ils auront pu obtenir un certain nombre de réussite, en géométrie notamment, il sera alors possible de proposer des constructions suivant une série de consignes qui décrivent chaque étape du travail à effectuer.

◊ Cette activité ne nécessite pas une grande verbalisation.

Presque tous les élèves en difficulté sont en échec total lorsqu'il s'agit d'expliquer, surtout par écrit.

Cet aspect n'est pas primordial dans cette activité. Il n'est pas très intéressant de demander d'expliquer par écrit la construction effectuée. On peut pourtant essayer de débloquer cette situation en essayant de faire préciser oralement les méthodes utilisées et en confrontant leurs avantages et leurs inconvénients ; mais il est souvent difficile d'avancer sur ce point.

◊ On peut facilement individualiser cette activité en fonction des difficultés et du rythme de chacun.

En effet il est possible de ne demander qu'un certain nombre de figures à reproduire. Il est aussi possible d'en proposer d'autres pour les plus rapides. Nous donnons pour cela un grand choix de figures ; celles données en annexe sont d'ailleurs plus difficiles à réaliser.

Pour ceux qui ont le plus de difficultés on peut proposer le travail sur feuille quadrillée.

V - Reproduction de figures géométriques en S.E.S.

En S.E.S. (Section d'Education Spécialisée), la classe de 4ème a un emploi du temps composé de 12 heures d'enseignement général avec un instituteur spécialisé et de

13 heures d'atelier avec un P.T.E.P. (Professeur Technique d'Enseignement Professionnel). Or les élèves en atelier ont très souvent à "lire" des schémas codés et des tracés géométriques. C'est une des raisons pour lesquelles cette activités de reproduction de figures géométriques a été proposée dans une 4ème S.E.S. dans le cadre de l'enseignement général à l'IREM de Grenoble.

Toutes les remarques faites à propos de cette activité en C.P.P.N. demeurent valables en 4ème S.E.S. Deux caractéristiques sont apparues comme les plus intéressantes dans cette classe.

◊ Le fait que les enfants agissent, s'aident suivant leurs moyens propres et les possibilités d'individualisation de cette activité aux rythmes et aux difficultés de chaque élève.

◊ D'autre part, en abordant cette activité, les élèves de 4ème S.E.S. savaient qu'elle était proposée par d'autres professeurs et dans d'autres collèges à des élèves de collège. Cela a été une motivation supplémentaire pour la classe. Il a paru très important pour tous d'avoir ainsi l'occasion de décloisonner l'enseignement spécialisé et de permettre des échanges entre classes de Collège et classes de S.E.S.

3) Angles

Dans les "compléments aux programmes et instructions" de 6ème, on trouve en remarque préliminaire :

"les travaux mathématiques seront l'occasion de familiariser les élèves avec un nombre limité de notations courantes telles que l'appartenance ou la non-appartenance d'un point M à une droite D ($M \in D$; $M \notin D$), la longueur AB d'un segment d'extrémités A et B, l'angle AOB et éventuellement le segment AB, la droite (AB)".

A propos d'angle, on trouve dans les libellés des programmes les mentions suivantes :

• En 6ème : compléter et consolider l'usage des instruments de mesure ou de dessin (... rapporteur...).

Unités usuelles : longueur, aire, volume, angle.

Les compétences exigibles des élèves sont :

- sur papier blanc et sans méthode imposée, reproduire un angle, un arc de cercle...

- utiliser correctement, dans une situation donnée, le vocabulaire suivant : droite, cercle, disque, arc de cercle, angle...

• En 5ème : somme des angles d'un triangle.

Le programme fait mention seulement de la notation et de la mesure d'un angle. Les activités proposées correspondent aux programmes de 6ème-5ème. Nous n'avons pas donné ici d'activités introduisant la notion d'angle. Il sera peut-être utile de rappeler celle de fraction de tour ainsi que le découpage en 360° du tour complet, d'insister plus sur la mesure d'un angle et sur l'usage du rapporteur. A ce sujet, on peut se rapporter aux exercices figurant dans le fascicule Activités Géométriques en 6ème-5ème de l'IREM de Grenoble. Il y a là un exemple de progression pour installer ou renforcer la notion d'angle et de sa mesure.

Les activités proposées ici portent :

- sur l'évaluation et la mesure d'un angle (angles 1 et 2),

- sur son utilisation dans des constructions géométriques (angles 3),

- sur la mise en œuvre dans des situations où elles opèrent, de propriétés simples comme les angles opposés par le sommet, les angles définis par une sécante à deux droites parallèles (deux situations), la somme des angles d'un triangle (somme des angles, application, triangle rectangle et isocèle, angles d'une figure à plusieurs côtés, figures régulières à plusieurs côtés).

Ces fiches peuvent servir en classe ou en soutien. Elles devront être accompagnées d'une mise en commun faite par l'enseignant qui dégagera alors les éléments importants des définitions et des propriétés utilisées.

Suivant le cas, il sera nécessaire de proposer d'autres activités sur le même modèle (par exemple sur l'évaluation et sur la mesure). Il faudra aussi accompagner ce travail d'exercices plus traditionnels qui figurent dans tous les ouvrages scolaires pour ces classes.

Nous insistons enfin, sur l'utilisation systématique de rapporteurs circulaires. Par expérience, il s'avère que les élèves sont peu ou mal équipés de rapporteur. Ceux qu'on trouve le plus couramment dans le commerce sont presque exclusivement semi-circulaires et leur centre est souvent très mal marqué. Ils sont d'un usage délicat. Nous avons l'habitude dans nos classes, de fournir des rapporteurs circulaires en plexiglas (disque plein) sur lesquels sont dessinés les rayons passant par la graduation de chaque dizaine. Ils permettent une meilleure concrétisation de l'angle, de sa mesure, et les élèves arrivent assez vite à les utiliser de façon satisfaisante.

4) Symétrie orthogonale et centrale

Les activités proposées sur la symétrie orthogonale ne constituent pas un cours. Elles permettront aux élèves d'aborder la plupart des aspects de cette notion, mais il reste nécessaire d'en faire une synthèse et de mettre en évidence les définitions et les propriétés telles quelles se trouvent dans un cours plus traditionnel. A cette occasion le vocabulaire habituel (image d'un point, d'un segment... etc...) sera fourni aux élèves.

Nous n'avons pas présenté la symétrie orthogonale comme une transformation ponctuelle du plan sur lui même, en accord avec les commentaires des programmes de sixième et de cinquième. Nous avons choisi de l'introduire comme une des caractéristiques d'une figure géométrique.

Pour nous, il est important de présenter les différents procédés pratiques qui la mette en évidence :

- papier calque et retournement
- pliage
- miroir

L'utilisation de papier quadrillé pointé constitue ici une étape préliminaire à la construction point par point.

Il est à noter, que nous n'avons pas insisté ici sur la médiatrice, ses propriétés et sa construction. Il n'y a pas de fiche sur la construction à l'aide du compas de l'image d'un point par symétrie orthogonale autour d'une droite.

Faisant suite à la construction point par point par symétrie autour d'une droite, nous avons proposé, dans le même esprit, l'identification de la symétrie centrale à l'aide d'un calque (rotation de 180°), la construction point par point et une confrontation symétrie axiale symétrie centrale.

5) Formes

Nous avons voulu dans cette activité aborder la notion d'aire pour des triangles et des parallélogrammes indépendamment des formules classiques et des mesures avec une règle graduée (pour cela, nous utilisons du papier pointé).

Nous présentons aussi des activités (Morceaux) qui sont un prolongement de "Formes". Il s'agit des partitions de carrés où interviennent à la fois des mesures d'aires et leur expression en faisant intervenir les rapports entre elles. Ces activités ont déjà été publiées dans la revue "Petit x" de l'IREM de Grenoble.

6) Espace

Nous proposons quelques activités où les élèves doivent imaginer des objets de l'Espace pour les modifier en les redessinant sur du papier pointé. Pour "Face à Face" et "cubes" il pourra être utile pour les élèves en échec de leur fournir ou de leur faire construire un cube en carton. "Escaliers" est surtout une activité de dénombrement.

PROPORTIONNALITÉ

(Fichier élève n° 3)

Présentation générale

1) Proportionnalité en 1er cycle.

Aborder la proportionnalité est un objectif du 1er cycle de l'enseignement secondaire. Cette notion ne figure explicitement que dans le programme de 6ème mais on peut dire qu'elle apparaît sous différents aspects à travers l'ensemble du 1er cycle : reproduction, agrandissement et réduction d'un dessin (5ème) ; masse volumique, vitesse (5ème) ; notion de fraction (4ème) ; applications linéaires (3ème) ; propriétés de Thalès (3ème) etc...

Le modèle proportionnel est particulièrement utile non seulement dans beaucoup de situations mathématiques, où il est un modèle fréquent, mais aussi dans la "vie courante". Il est de ce fait très souvent utilisé par les adultes sans pour autant être toujours bien compris et bien maîtrisé.

2) Proportionnalité et élèves en échec.

Il est particulièrement nécessaire d'aider les élèves en échec à surmonter un certain nombre de difficultés sur cette notion, en particulier :

◊ propriété de linéarité ;

◊ coefficient de proportionnalité ;

◊ échelle, pourcentage.

Cette nécessité apparaît notamment lors de la lecture des programmes de l'enseignement technique : en formation professionnelle, on utilise beaucoup cette notion.

3) Approche mathématique succincte de la proportionnalité.

Donnons tout de suite un exemple simple :

il y a proportionnalité entre la quantité d'essence délivrée et le prix à payer.

(1) En particulier le prix de $(x_1 + x_2)$ litres est égal à la somme du prix de x_1 litres et du prix de x_2 litres.

(2) De même si on double la quantité délivrée, on double aussi le prix : si on triple la quantité, on triple le prix... etc...

Si nous désignons par f(x) le prix de x litres d'essence, les propriétés précédentes s'écrivent :

(1) $$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2).$$

(2) $$f(2x) = 2f(x) ; f(3x) = 3f(x).$$

Dans cette situation, ces deux propriétés apparaissent comme naturelles. Elles ne font pas question pour les élèves. La deuxième propriété se rapporte directement à l'idée intuitive de la proportionnalité.

Quantité et prix restent dans la même proportion ; si on double la quantité, on double le prix...

Ce sont ces propriétés d'ailleurs qui caractérisent les applications linéaires et par la même les situations de proportionnalité.

Applications linéaires.

Soit E et E' deux ensembles de **nombres** (c'est à dire $E \subset \mathbb{R}$ et $E' \subset \mathbb{R}$) et f une application de E dans E'.

f est une application linéaire signifie :

1. pour tout x_1 de E, x_2 de E tels que x_1+x_2 soit de E $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$

2. pour tout x de E et r de R tel que r.x soit élément de E f(r.x)=r.f(x).

La deuxième propriété des applications linéaires permet d'écrire dans l'ensemble des nombres réels :

$$f(x) = f(x.1) = x.f(1) \text{ puisque } x \text{ appartient à } \mathbb{R}$$

Ceci nous permet de dire que toute application linéaire de R dans lui même est de la forme $x \rightarrow k.x$ où k est un nombre réel.

Situation proportionnelle.

Il y a situation proportionnelle si on a 2 ensembles de nombres et une application linéaire d'un ensemble dans l'autre. Dans les situations proportionnelles que rencontrent les élèves, ces deux ensembles de nombres sont constitués par les différentes mesures de deux grandeurs. Il y a alors proportionnalité (ou non) entre ces deux grandeurs.

Reportons-nous un instant à la définition de 2 suites finies proportionnelles accompagnant le programme de 6ème (1980).

"2 suites sont proportionnelles si on passe de l'une à l'autre par une multiplication ou par une succession de telles opérations".

Deux suites finies proportionnelles sont donc en correspondance terme à terme par une application du type $x \rightarrow k.x$ avec $k \in \mathbb{R}$. C'est bien une application linéaire.

Situation proportionnelle et tableaux.

Très souvent, on présente les deux ensembles de nombres qui font partie d'une situation proportionnelle dans un tableau (figures 6 et 7).

x	f(x)

Figure 6

x	
f(x)	

Figure 7

Ce tableau met bien en évidence l'application linéaire caractérisant la situation.

Un tel tableau :

◊ permet de bien organiser les différentes données ;

◊ facilite l'utilisation des propriétés de linéarité et celle du coefficient de proportionnalité et par là même aide beaucoup pour la recherche de tel ou tel résultat.

Les élèves sont confrontés à une difficulté essentielle : celle d'établir ce tableau correctement et le plus complètement possible. Ils hésitent très souvent sur la place à réserver à telle donnée ou à telle autre. S'ils veulent éviter les erreurs, ils sont obligés d'analyser la situation au fur et à mesure qu'ils élaborent un tel tableau. Ils sont ainsi amenés à mieux comprendre la situation. Et une fois que les données sont bien organisées, les élèves n'ont plus beaucoup de difficultés pour trouver le résultat cherché.

On utilise souvent pour chercher la "4ème proportionnelle" des tableaux du type de la figure 8 :

7	3
4	x

Figure 8

(x est alors solution de $7x = 12$).

Ces tableaux sont alors très différents des précédents. Ils ne servent pas à préciser l'application linéaire associée mais ils sont plutôt utilisés pour installer des mécanismes de calcul. Ces mécanismes peuvent mettre en jeu les différents opérateurs faisant passer d'une ligne à l'autre, d'une colonne à l'autre, sans que soient précisés la situation, le rôle des données, celui des opérateurs. D'autres mécanismes peuvent recouvrir des aspects très abstraits de la situation comme par exemple le "produit en croix".

Les élèves ne font pas facilement le lien entre les 2 types de tableaux.

Faute d'avoir fait une réflexion suffisante et disposant de données trop peu nombreuses, les élèves mémorisent mal ces mécanismes.

Remarque sur le coefficient de proportionnalité.

Prenons un exemple : la consommation d'une voiture en fonction des kilomètres parcourus (en vitesse stabilisée).

En 300 km, une voiture consomme 24 litres.

Il suffit de remarquer que 0,08 x 300 = 24 pour obtenir que le coefficient de proportionnalité est 0,08.

Il n'a pas été nécessaire de chercher combien la voiture consomme pour 1 km, c'est à dire de "passer par l'unité" en calculant f(1) (f désignant l'application linéaire associée).

Ce "passage à l'unité" est souvent la règle (par exemple prix au kilo, prix au litre). Il est parfois plus abstrait. C'est le cas ici où il faut envisager la consommation sur 1 km. On pense plutôt à la consommation aux 100 km.

Calculer le coefficient de proportionnalité ou bien chercher l'image de 1 correspond à la même situation mathématique. Mais ces deux approches sont perçues comme très différentes par les élèves.

A propos de coefficient de proportionnalité, nous avons pu observer en classe que :

◊ les élèves avaient moins de difficultés lorsque le coefficient de proportionnalité est un entier ;

◊ ils ont les plus grandes difficultés lorsque le coefficient de proportionnalité est inférieur à 1.

4) Comment aborder la proportionnalité.

Nous avons choisi :

1. De définir la proportionnalité entre des grandeurs intervenant dans des situations. Nous nous appuyons pour cela sur les propriétés de linéarité (on double, on triple...). Ces situations simples pourront servir de référence tout au long de l'étude de la proportionnalité.

2. Dans le cadre d'activités numériques, de faire travailler les élèves sur des tableaux multiplicatifs en dehors de tout support concret. C'est l'occasion d'utiliser systématiquement les propriétés de linéarité et du coefficient de proportionnalité.

3. De proposer des situations très familières, où la proportionnalité apparaît très simplement, afin de permettre aux élèves de faire le lien avec leur propre expérience, leurs habitudes de raisonnement et avec les tableaux de nombres et les propriétés qui s'y rapportent. Au cours de ce travail il est possible d'expliciter peu à peu la notion de modèle proportionnel.

4. De faire utiliser le modèle proportionnel pour aborder des situations plus difficiles, pour calculer, estimer, prévoir et comparer. (Approximation, Echelle, Pourcentage).

Avant ce choix, nous avions pensé à d'autres démarches possibles.

Voici quelques remarques que nous avons pu faire en essayant d'aborder la proportionnalité de différentes façons.

5) Modèle proportionnel : modèle abstrait.

Nous avions tout d'abord pensé aborder la proportionnalité à travers une situation physique.

Par exemple :

◊ observation des graduations d'une éprouvette graduée cylindrique et de celles d'un verre à pied (conique) ;

◊ mesures des différentes quantités de liquide et des hauteurs correspondantes dans l'éprouvette cylindrique ;

◊ mesures identiques avec le verre à pied ;

◊ chaque série de mesures étant notée dans un tableau, observation des propriétés du tableau des mesures avec l'éprouvette, puis comparaison avec le tableau des mesures avec le verre à pied.

Nous avions choisi cette situation réelle car elle permettait d'obtenir par différentes mesures, un tableau de nombres. Ce tableau, élaboré par les élèves, devait leur permettre de "découvrir" ou de "retrouver" la notion de proportionnalité et ses propriétés.

Il était possible aussi de confronter deux situations, l'une de proportionnalité l'autre de non-proportionnalité les plus proches possibles. (Graduations régulières d'une éprouvette cylindrique et graduations non régulières d'un verre à pied).

Mais nous nous sommes rendus compte qu'on ne pouvait pas, compte tenu des difficultés liées à la mesure, obtenir des résultats corrects. Il en serait de même de toute situation physique. Ceci pose le problème de l'observation d'une situation rigoureusement proportionnelle.

Par contre, si on considère que le modèle proportionnel s'applique à cette situation, on induit alors certaines approximations et certains ajustements.

La notion de proportionnalité apparaît mal au travers d'une activité de ce type. Bien au contraire, c'est le modèle mathématique qui permet de mieux aborder cette situation réelle et de la simplifier en éliminant notamment des erreurs de mesures.

Nous avons ensuite pensé aborder la proportionnalité au travers de situations très simples du type de l'exemple déjà cité : prix de l'essence en fonction du volume délivré. (Ou tout autre situation équivalente).

Nous avons pu observer trois inconvénients :

◊ étant donné le caractère même de ces situations, l'aspect "passage à l'unité" et "coefficient de proportionnalité" est fortement privilégié ;

◊ l'ensemble des nombres en correspondance est limité et si dans ce type de situations, on envisageait des grands nombres, on sortirait du modèle proportionnel (pour de grandes quantités il y a une "remise") ;

◊ enfin, les élèves ont déjà été confrontés dans leur vécu à ce type de situations, et ils sont habitués à résoudre des questions simples sans expliciter leur démarche qui reste assez hasardeuse. Il n'y a pas vraiment découverte et en conséquence pas de regain d'attention qui pourrait modifier notablement leur comportement.

Aussi pour mettre en évidence et faire utiliser les propriétés des applications linéaires, nous avons choisi délibérément l'étude de tableaux multiplicatifs (dégagée de tout support concret). Après cela seulement, nous abordons l'étude de situations réelles à propos desquelles il sera possible d'appliquer un modèle proportionnel.

D'abord nous proposons des situations pour lesquelles l'élève arrive très facilement à établir un tableau de nombres proportionnels et à réinvestir à la fois sa démarche intuitive et les propriétés rencontrées lors de l'étude des tableaux de nombres. L'intervention de l'enseignant à ce niveau est fondamentale.

Cette démarche peu motivante n'est possible en C.P.P.N., que si les élèves ont déjà pris l'habitude d'avoir une attitude active, à l'occasion d'exercices numériques et géométriques plus "accrocheurs".

Commentaires sur les activités

1) Tableaux de nombres.

Cette activité a simplement pour objectif de bien mettre en évidence les propriétés de linéarité et de les faire utiliser. Elle nécessite les interventions du maître et de nombreuses mises au point.

2) Test : Consommation.

Nous avons utilisé une expérience décrite dans une publication de l'I.R.E.M. d'Orléans : "Acquisition des structures multiplicatives dans le 1er cycle du second degré" par G. Vergnaud et A. Rouchier.

Il s'agit de la même situation présentée de 4 façons différentes. Chacune des présentations, par suite du choix des nombres, peut induire l'utilisation du coefficient de proportionnalité ou celle de propriétés de linéarité.

Voici les 4 types de présentation sous forme de schéma :

◊ Type 1. (Question numéro 2)

La méthode qui devrait s'imposer ici est le calcul de 78x3. Elle est très naturelle et bien utilisée.

$$\begin{array}{lll} & 6h & 78\ell \\ \times 3 \downarrow & & \\ & 18h & ? \end{array}$$

◊ Type 2. (Question numéro 3)

Il n'y a qu'à calculer 108x4.

Le coefficient de proportionnalité 4 apparaît sans expliciter nécessairement la passage à l'unité Consommation en heure). Cette démarche peut paraître moins naturelle que celle du type 1 puisqu'il faut multiplier par 4 des heures pour obtenir des litres. Quelques élèves utilisent d'ailleurs 9x12=108 et 36x12.

$$\begin{array}{lll} 9h & \xrightarrow{\times 4} & 36\ell \\ 108h & & ? \end{array}$$

◊ Type 3. (Question 4)

La stratégie de résolution qui devrait s'imposer ici est 104:4. Elle correspond aux propriétés de linéarité ; mais elle met en jeu la division qui est moins bien maîtrisée.

$$\begin{array}{lll} & 32h & 104\ell \\ :4 \downarrow & & \\ & 8h & ? \end{array}$$

◊ Type 4. (Question 1)

Le calcul le plus simple est 90:3. Cette stratégie est loin d'être naturelle puisque d'une part on passe des heures aux litres et que d'autres part il faut diviser.

$$\begin{array}{lll} 21h & \xrightarrow{:3} & 7\ell \\ 90h & & ? \end{array}$$

Nous donnons dans le tableau ci-dessous quelques résultats obtenus dans diverses classes du 1er cycle. On peut en changeant l'ordre des questions observer s'il y a une incidence sur les résultats ou sur les méthodes utilisées.

TEST PROPORTIONNALITE : Réussites.

	CPPN	6ème	5ème	4ème	3ème
	effectif 42	effectif 68	effectif 43	effectif 80	effectif 107
Type 1 propriété de linéarité $f(n\,x) = n\,f(x)$ n entier $6\text{ h} \xrightarrow{\times 3} 18\text{ h}$; $78\ \ell \to ?$	28 soit 67%	48 soit 71%	34 soit 79%	79 soit 99%	101 soit 94%
Type 2 coefficient de proportionnalité entier $9\text{ h} \xrightarrow{\times 4} 36\ \ell$ $108\text{ h} \to ?$	19 soit 45%	42 soit 62%	29 soit 67%	77 soit 96%	97 soit 91%
Type 3 propriété de linéarité $f(\frac{1}{n}\,x) = \frac{1}{n}\,f(x)$ $32\text{ h} \xrightarrow{:4} 8\text{ h}$; $104\ \ell \to ?$	17 soit 40%	34 soit 50%	25 soit 58%	74 soit 93%	94 soit 88%
Type 4 coefficient de proportionnalité du type $\frac{1}{n}$ $21\text{ h} \xrightarrow{:3} 7\ \ell$ $90\text{ h} \to ?$	11 soit 26%	18 soit 26%	17 soit 40%	66 soit 83%	71 soit 66%

3) Situations simples.

Il s'agit de trois approches de la proportionnalité qui devraient permettre la mise au point de différentes stratégies.

- Pour "Ascenseur" c'est l'aspect partage.
- Pour "Recettes" c'est l'aspect tableau.
- Pour "Combien ?"c'est l'aspect recherche d'un résultat (4ème proportionnelle).

Ces quelques situations très familières et très simples devraient faciliter le passage de l'utilisation des propriétés des "tableaux de nombres" à celle du modèle proportionnel lorsqu'on l'applique à une situation. On peut multiplier ce type d'activités et éventuellement en proposer de plus simples encore pour approcher le modèle proportionnel étudié dans les tableaux.

4) Proportionnalité et géométrie.

Par ces activités nous avons voulu que les élèves puissent visualiser la proportionnalité.

Les longueurs correspondantes dans deux figures homothétiques sont proportionnelles. Un segment et son image sont parallèles ? Un point, son image et le centre de l'homothétie sont alignés.

Ces propriétés de parallélisme et d'alignement constituent cette visualisation.

La représentation graphique d'un tableau de nombres donne un moyen de reconnaître si c'est un tableau de proportionnalité à condition toutefois de choisir sur les axes des graduations régulières : on obtient des points alignés avec l'origine seulement dans le cas de la proportionnalité. Or cette régularité est loin d'être évidente pour les enfants et ils ne la respectent pas souvent tout au moins dans un premier temps. C'est pourquoi nous n'avons pas choisi cette première visualisation : la représentation graphique de tableaux de nombres.

5) Utilisation du modèle proportionnel pour comparer.

Cette utilisation est très fréquente. Il est essentiel de bien préciser qu'on utilise l'hypothèse de proportionnalité pour réaliser cette comparaison. Il est aussi nécessaire de la justifier si l'on veut éviter bien des erreurs.

Nous n'avons pas explicité la notion de pourcentage : elle ne devrait pas apparaître de façon essentielle mais comme une simple normalisation. Dans chacune des activités, il est possible de faire certaines comparaisons sans avoir à calculer de pourcentage mais en utilisant les propriétés de linéarité. (Un gâteau deux fois plus lourd ; un lycée quatre fois plus grand ; une ville cinq fois plus peuplée, etc...). Cet aspect nous paraît primordial.

6) Utilisation du modèle proportionnel pour évaluer.

Ce type d'activités nous paraît très important à double titre. D'une part parce qu'on utilise cette hypothèse de proportionnalité pour évaluer dans de très nombreuses situations familières. D'autre part cette réflexion à propos des phénomènes aléatoires (tirage de dés) ou à propos d'estimation (nombre de lettres, mots, échantillons...) permet de préciser, de mieux cerner et d'approfondir la notion même de proportionnalité.

Chacune de ces estimations devra être discutée, afin que les élèves se rendent bien compte qu'il ne s'agit pas d'obtenir des résultats rigoureux, mais des estimations.

Notons aussi que l'hypothèse de proportionnalité n'est pas la seule utilisée pour évaluer. Pour certains phénomènes économiques, par exemple, on utilise des modèles exponentiels ou logarithmiques.

7) Echelles.

Une représentation à l'échelle permet de garder la possibilité de comparer les différents éléments entre eux. On retrouve ici l'utilisation de la proportionnalité pour comparer.

8) Situations.

L'activité "Proportionnel ou pas proportionnel ?" doit servir de support à de nombreuses discussions avec toute la classe. Ces discussions permettront de préciser la notion de proportionnalité et les conditions dans lesquelles elle peut s'appliquer.

Ce qu'il n'y a pas.

Nous n'avons pas abordé ici l'explicitation des définitions relatives aux suites proportionnelles, ni de méthodes permettant de calculer dans tous les cas la "4ème proportionnelle", ni d'activités systématiques permettant un calcul de pourcentage ou d'échelles.

Nous pensons que ces différentes explicitations ne peuvent pas faire l'objet d'un document-fiche mais qu'elles doivent être nécessairement abordées avec l'ensemble de la classe à un moment approprié, puis être reprises à différentes occasions. Nous pensons aussi qu'il est plus important d'inciter l'élève à avoir une attitude critique et constructive devant un problème plutôt que de lui demander de reproduire un certain nombre de fois un même comportement qu'il risque fort d'oublier bien vite.

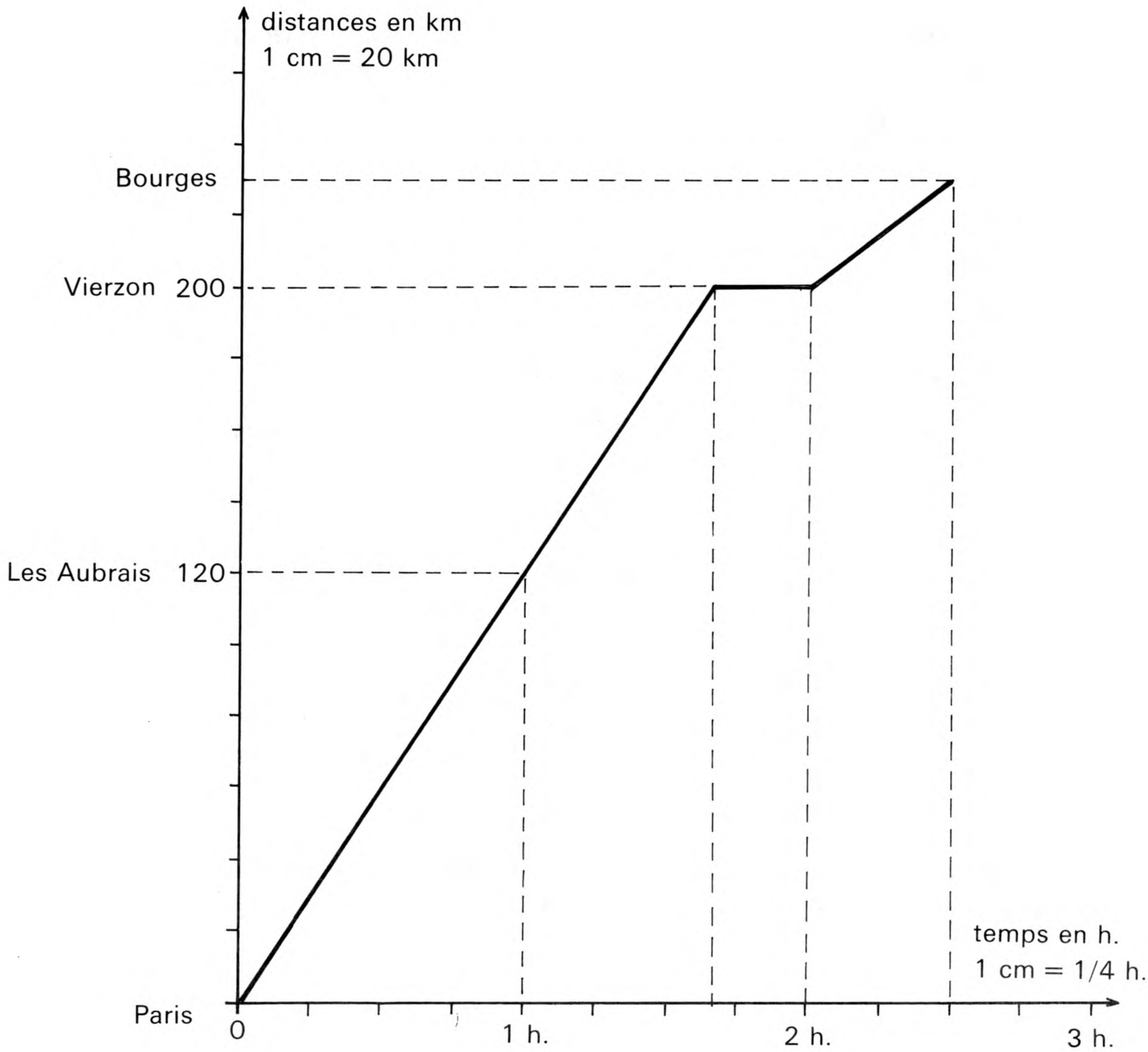
On peut trouver de très nombreux exercices dans l'ensemble des ouvrages du 1er cycle relatifs aux coefficients de proportionnalité, au calcul de la "4ème proportionnelle", aux calculs de pourcentages (calculer 10% de...). C'est pour cela que nous les avons négligés ici.

GRAPHIQUES

Les graphiques sont des moyens puissants pour visualiser et traiter un grand nombre de données. Ils sont utilisés par les enseignants du collège dans de nombreuses disciplines comme un outil ne nécessitant pas d'apprentissage. Mais les élèves, surtout ceux de sixième et cinquième, ont des difficultés à comprendre et à interpréter les représentations graphiques. C'est pourquoi le travail sur ce thème est nécessaire. Nous proposons ici différents types d'exercices.Il s'agit d'abord de lecture et d'interprétation de graphiques (Imagine, Camion...). Nous proposons ensuite, par exemple avec "occasion" la construction et l'utilisation d'un graphique pour extrapoler à partir les données. Certaines fiches comportent aussi les légendes extraites de la revue "Que choisir". Un travail de lecture des légendes nous a aussi semblé important et accompagne quelques uns des graphiques.

EPREUVES D'EXAMEN
D.F.E.O.

GRAPHIQUE



Ce graphique représente la marche d'un train express entre Paris-Austerlitz et Bourges.

En utilisant les renseignements portés sur ce graphique, indiquez :

- la distance Paris-Bourges (en km) ;
- la durée du parcours Les Aubrais-Vierzon (en mn) ;
- à quoi correspond la partie horizontale du graphique ?
- sans aucun calcul, sur quel trajet (ville à ville) le train est-il le plus lent ?
- la vitesse moyenne horaire du train entre Paris et les Aubrais (en km à l'heure).

POSTE

Quelle somme auriez-vous à verser au guichet du bureau de poste pour l'affranchissement des envois suivants :

- 4 lettres de 18 g, tarif normal ;
- 2 lettres de 35 g, Tarif non urgent ;
- 1 lettre recommandée de 25 g, tarfi normal ;
- 3 lettres de 125 g, tarif non urgent.

Vous utiliserez, pour vos calculs, le tableau suivant :

poids de l'envoi	tarif normal	tarif non urgent
0 à 20 g	2,20 F	2,00 F
20 à 50 g	3,70 F	2,70 F
50 à 100 g	5,60 F	3,70 F
100 à 250 g	12,30 F	7,40 F
250 g à 500 g	15,30 F	10,90 F
500 à 1 000 g	20,00 F	15,40 F
1 000 à 2 000 g	27,00 F	22,00 F
2 000 à 3 000 g	33,00 F	28,00 F

tarif Août 1988

Taxe de recommandation : 13,70 F en plus de l'affranchissement (les plis non urgents ne peuvent être recommandés).

ÉTANG

Pour calculer la superficie d'un étang (figure EFCDHG) des géomètres ont réalisé la figure géométrique ci-dessous.

1

Complétez le tableau ci-dessous en indiquant :

- dans la colonne 1 la forme géométrique de la figure (exemple : carré) ;
- dans la colonne 2 l'opération permettant de calculer son aire (exemple : 15 X 20) ;
- dans la colonne 3 le résultat de cette opération (en m^2).

	1	2	3
figure ABCD			
figure EBF			
figure AGHD			

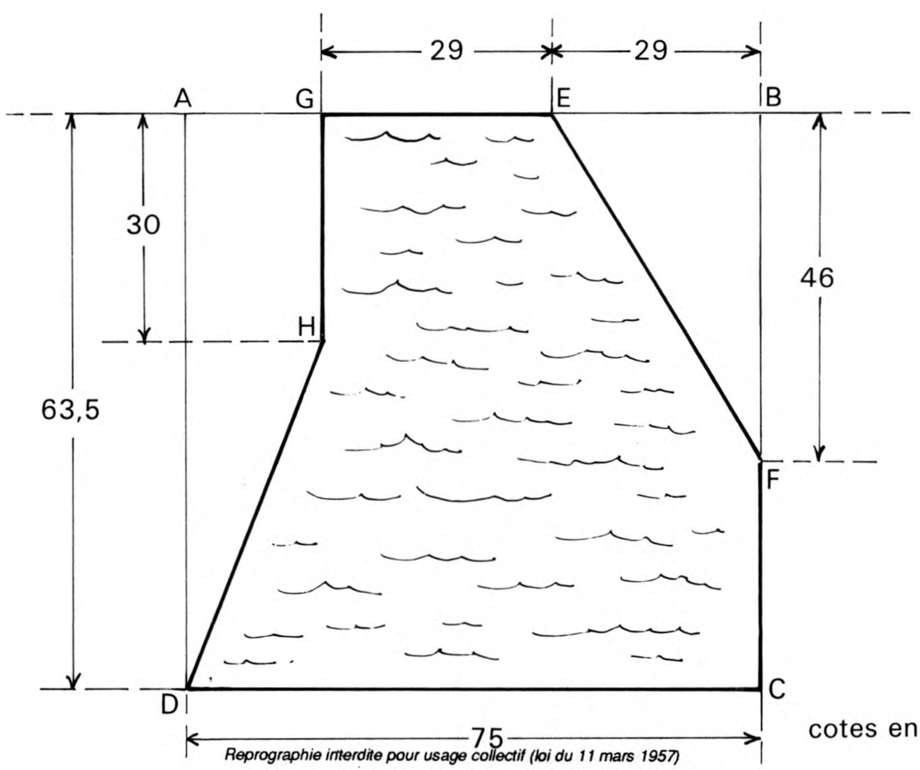
2

Calculez la superficie de l'étang, donnez ce résultat en m^2 puis en ares. ______

______

______

______



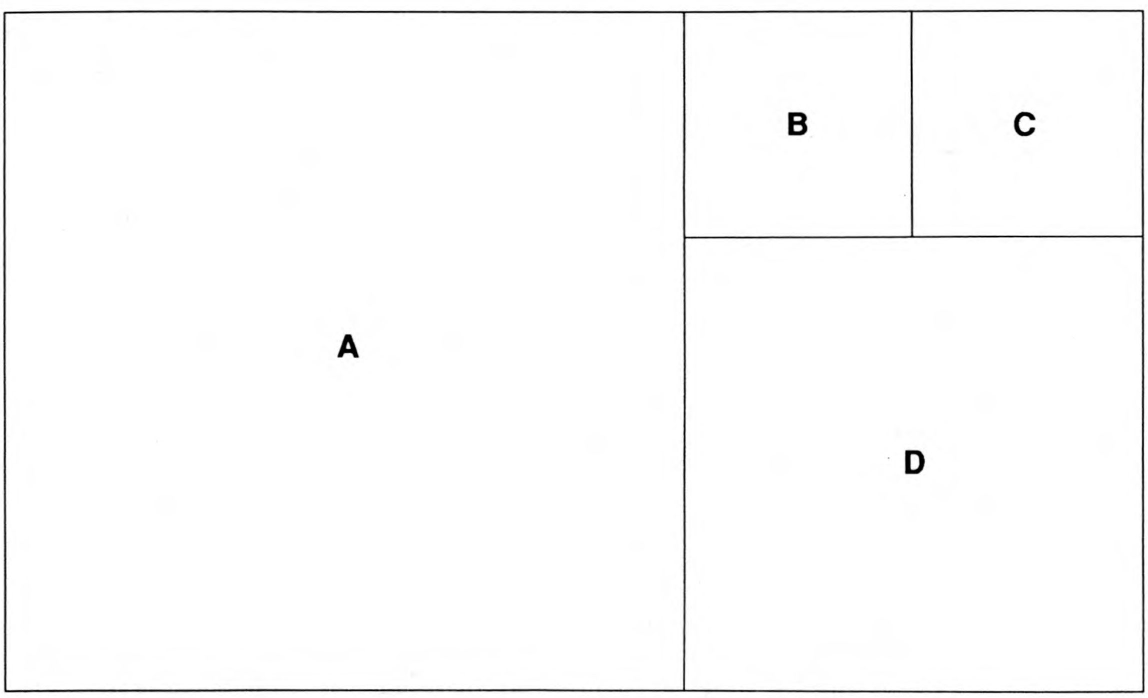
cotes en mètres

CARRÉS

Les 4 surfaces A, B, C et D sont des carrés. L'aire du carré D est 16 m^2.

1 *Quelles sont les dimensions de A, B et C ?*

2 *A quelle échelle est réalisé le dessin ?*



CASIER

Ce casier est réalisé avec du contre-plaqué de 10 mm d'épaisseur.

1

Donne les dimensions des planches à découper pour réaliser ce casier. ______

______

______

______

2

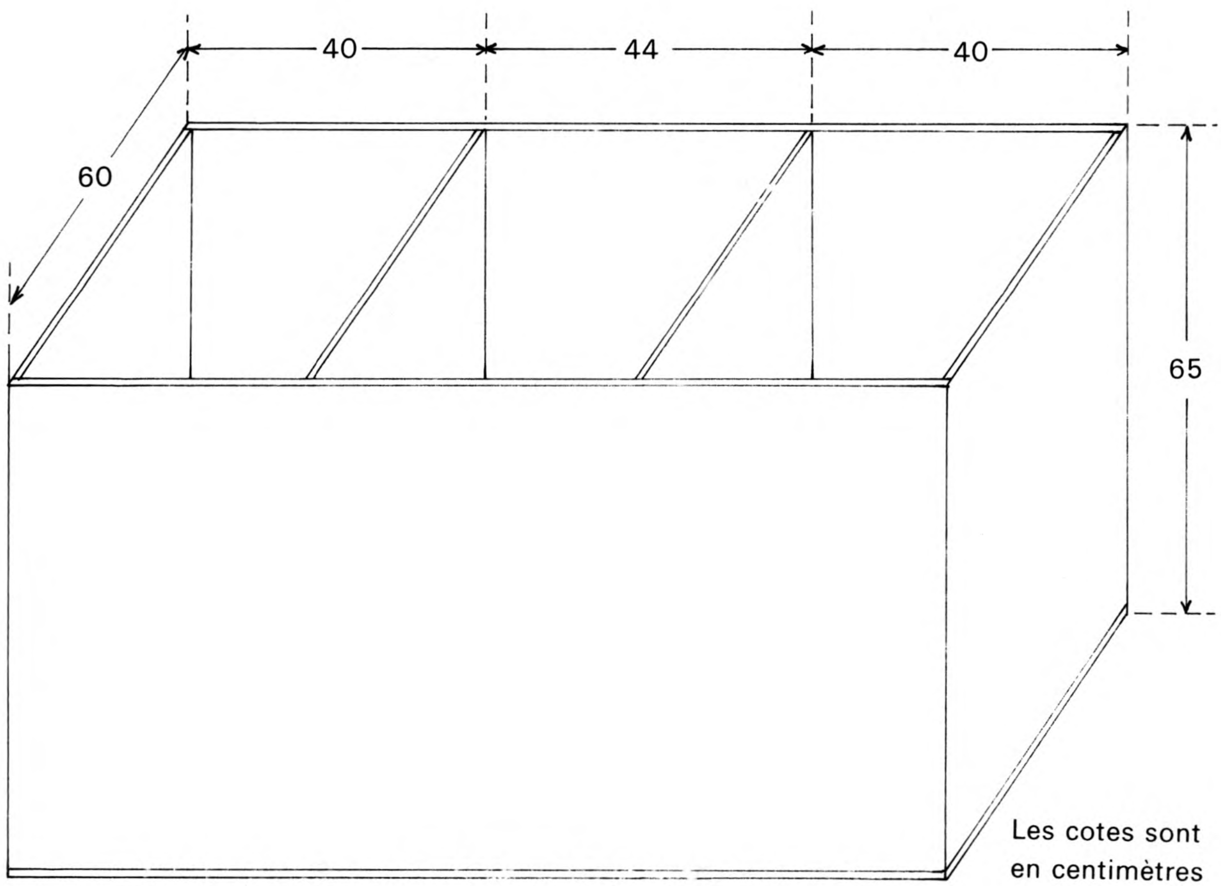
Le prix du contre-plaqué de 10 mm est de 45 F le m^2 hors taxe.

• *Calcule le prix du revient hors taxe.* ______

______

• *Calcule le prix de revient T.T.C. avec une T.V.A. de 18,6%.* ______

______



Les cotes sont en centimètres

ROUES

En A, comme en B, c'est la grande Roue qui donne le mouvement.

Celui-ci est : accéléré ? ralenti ? ________________

Calcule le rapport en A. ________________

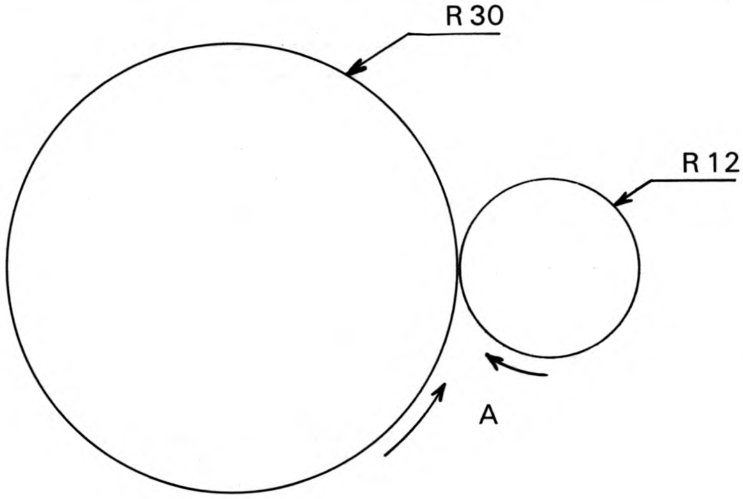
Calcule le rapport en B. ________________

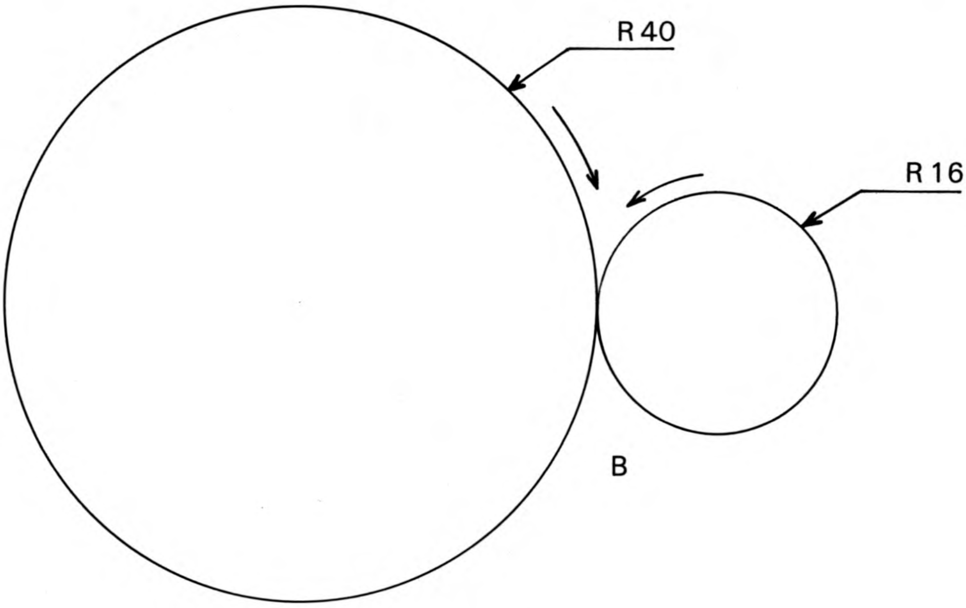
Montre qu'ils forment une proportion que tu écris. ________________

____

Pour conserver la proportion, quelle petite roue employer avec une grande roue de 70 ? ________________

Et avec une grande roue de 10 ? ________________





S.N.C.F.

a) Examinez attentivement l'indicateur. Repérez les gares sur la carte.
Tracez sur cette carte le trajet Paris-Hendaye.
Indiquez la distance entre deux gares consécutives (dans l'indicateur la distance est donnée chaque fois à partir de Paris).

b) Lecture de l'indicateur.

DOCUMENT : indicateur de chemin de fer.

distances km	gares		rap. 1	exp. 3	rap. 5	rap. 31	exp. 33
0	PARIS	D	8.00	11.45	13.35	21.20	22.45
121	ORLÉANS	A		12.45			23.52
		D		12.58			0.03
235	TOURS	A	10.00	14.00		23.30	1.22
		D	10.13	14.13		23.41	1.55
330	POITIERS	A	11.12	15.20		0.45	3.07
		D	11.17	15.24		0.52	3.19
445	ANGOULÊME	A	12.23	16.43		2.02	4.36
		D	12.39	16.47			4.48
561	BORDEAUX	A	13.58	18.23	18.33		6.55
		D	14.09	18.41	18.37		7.44
814	HENDAYE	A	17.35	22.08	20.45		12.07

1 *A quelle heure l'express numéro 3 part-il de Paris ? Donnez son heure d'arrivée à Poitiers ?* ______________________ *à Bordeaux ?* ______________________

2 *Combien de temps l'express numéro 33 s'arrête-t-il à Orléans ?* ______________

A Tours ? ____

3 *Quels trains peut-on utiliser pour se rendre de Paris à Orléans ? Pour chacun indiquez son heure de départ de Paris et son heure d'arrivée à Orléans.* ______

____

____

____

S.N.C.F (SUITE)

c) Utilisation de l'indicateur.

1 *Vous faites le voyage Paris-Hendaye en prenant le rapide numéro 1. Quelle est la durée totale du trajet ?* ________________

2 *Vous arrivez à Poitiers par le rapide numéro 1. Vous repartez pour Hendaye par l'express numéro 3. De quel temps disposez-vous à Poitiers, entre deux trains ?*

3 *De tous les trains indiqués, quel est le plus rapide sur le trajet Paris-Hendaye ? Calculez sa vitesse moyenne à l'heure.* ________________

SPORT

Pour les garçons, l'épreuve d'éducation physique du D.F.E.O. comporte :

1. Des épreuve d'athlétisme (60 m, hauteur, poids, grimper).
   • Les performances réalisées sont converties en points à l'aide du barème 1.
   • Le total des points est transformé en note sur 20 à l'aide du barème 2.
2. Un mouvement de gymnastique noté sur 20.
3. Une épreuve de natation qui rapporte 1 ou 2 ou 3 points.

Barème 1

points	course	saut	lancer	grimper
	60 (sec)	haut (cm)	poids (m)	5m X 2 (sec)
40	7"4	173	15,93	7"
39	7"5	169	15,02	7"5
38	7"6	165	14,17	8"1
37	7"8	160	13,36	8"7
36	7"9	156	12,60	9"3
35	8"	152	11,88	10"
34	8"1	148	11,20	10"7
33	8"2	144	10,56	11"5
32	8"4	140	9,96	12"4
31	8"5	137	9,39	13"3
30	8"6	133	8,86	14"3
29	8"8	130	8,35	15"4
28	8"9	126	7,88	16"5
27	9"	123	7,43	17"7
26	9"2	120	7,00	19"
25	9"3	117	6,60	20"4
24	9"5	113	6,19	21"
23	9"6	111	5,87	23"6
22	9"8	108	5,54	25"3
21	9"9	105	5,22	27"2
20	10"1	102	4,92	29"2
19	10"3	99	4,64	9m50 / 30"
18	10"4	97	4,38	8m75 / 30"
17	10"6	94	4,13	8m / 30"
16	10"8	92	3,89	7m50 / 30"
15	10"9	89	3,67	7m / 30"

Distances inférieures à 10 m.

Barème 2

total des points	noté sur 20
126	20
123	19
120	18
117	17
114	16
111	15
108	14
105	13
102	12
99	11
96	10
93	9
90	8
87	7
84	6
81	5
78	4
75	3

SPORT (SUITE)

1

Voici le tableau des performances réalisées par 4 garçons.

Complétez-le en vous reportant aux barèmes 1 et 2 et en vous servant de la formule suivante pour obtenir la note définie.

$$\text{note définie} = \frac{\text{note athlétique} + \text{note gymnastique}}{2} + \text{points natation}$$

	60 m	saut	lancer	grimper	total des points	note athlé	note-gym/20	natation	note définitive
Luc	9"9	117 cm	5,87 m	14"3			13	3 pts	
Didier	10"9	89 cm	11,20 m	8 m/30"			15	2 pts	
Patrick	10"1	113 cm	7,43 m	20"4			4		
Bruno	8"1	126 cm	8,35 m	10"			12		

2

Quel est le pourcentage des élèves ayant obtenu une note définitive supérieure à la moyenne ? __________

GOÛTER

Tu dois calculer le prix de revient d'un goûter.

Il y a 247 élèves.
On donne par élève : 3 tranches de pain ;
2 barres de chocolat ;
1 portion de fromage ;
1 verre de jus de fruit.

Dans un pain on coupe 19 tranches.
Il y a 8 barres dans une tablette de chocolat et 8 portions dans une boîte de fromage.
On sert 11 verres avec un litre de jus de fruit.

Complète le tableau suivant :

	prix d'une unité	nombre d'unités à acheter	prix total à payer
pain	2,60		
chocolat	3,80		
fromage	4,10		
jus de fruit	2,50		

Prix total ....

Prix pour un élève ....

CAMPING

Une famille de 5 personnes (le père, la mère, un enfant de 12 ans, un enfant de 8 ans, un enfant de 3 ans) s'installe, avec sa voiture, le 3 juillet à 15 h dans un camping. Ils s'en vont le 16 juillet à 8 h.

Voici le tarif :
– l'emplacement : 3 F par nuit ;
– voiture : 1 F par nuit ;
– adultes (plus de 10 ans) : 3 F par nuit ;
– enfants de plus de 4 ans : 1,50 F par nuit ;
– enfant de moins de 4 ans : gratuit.

1

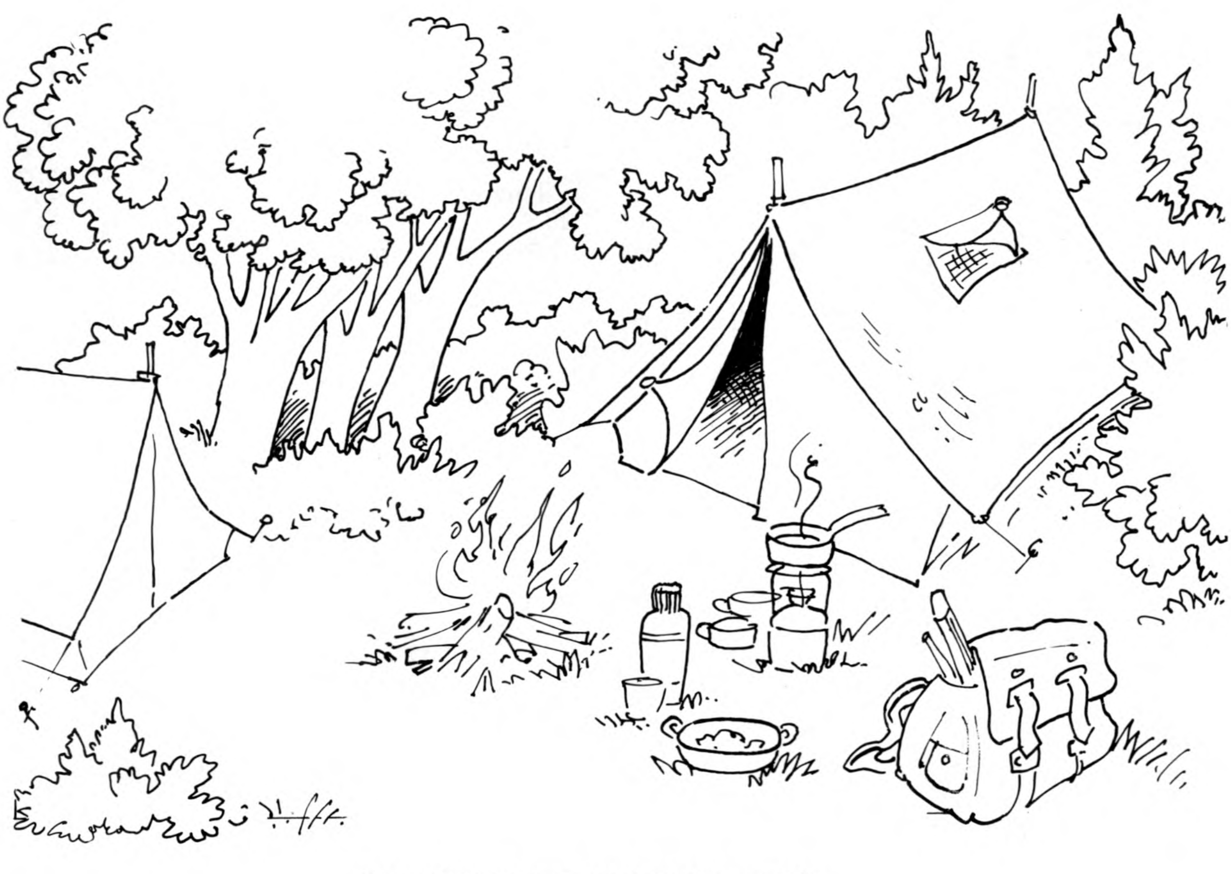
Combien payent-ils par nuit ? ____________________

Combien de nuits sont-ils restés ? ____________________

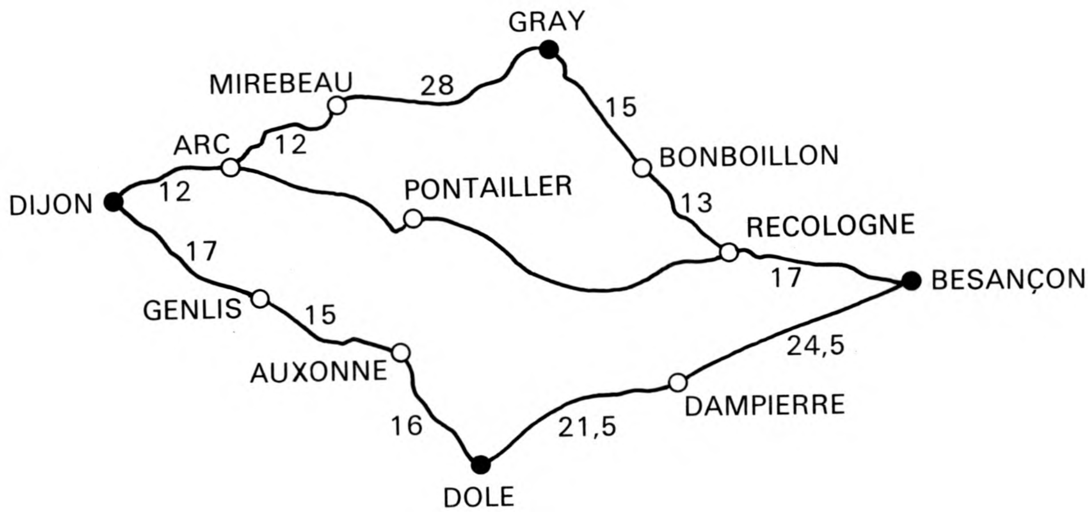
Combien ont-ils payé au total ? ____________________

2

L'emplacement est un rectangle de 12 X 6 m et la tente un rectangle de 4 X 3 m.
Dessine l'emplacement à l'échelle 1/100° et centre la tente.



ROUTES



Après avoir observé attentivement cette carte réponds aux questions suivantes :

1. Quelle est la distance de Dijon à Besançon par Gray ? ______________________

2. Quelle est la distance de Dijon à Besançon par Dole ? ______________________

3. Le plus court de ces deux itinéraires passe donc par ____________ *?*

4. Il est le plus court de ________ *km ?*

5. La distance de Dijon à Besançon par Pontailler est de 83 km. Avec ce rensignement, trouve la distance de Pontailler à Recologne. ______________________

6. En traversant une ville, j'ai remarqué les panneaux indicateurs suivants :

4,5	MARNAY	AUDEUX	4
28	GRAY	BESANÇON	17

De quelle ville s'agit-il ? ______________________

7. Audeux et Marnay sont situés sur l'itinéraire Gray-Besançon. Avec ces renseignements calcule :

- *la distance de Gray à Marnay ;* ______________________
- *la distance de Gray à Audeux.* ______________________

8. J'ai fait en automobile le parcours de Dijon à Besançon par Dole ; j'ai roulé à la vitesse moyenne de 60 km/h. Trouve la durée du trajet. ______________________

9. Je suis parti de Dijon à 13 h 28. Trouve l'heure d'arrivée à Besançon. ____________

10. Au retour (Besançon – Dijon) en passant par Gray, je suis arrivé à Dijon à minuit ; à quelle heure ai-je quitté Besançon, si ma vitesse moyenne était la même qu'à aller ? ________

FÊTE

Pour organiser une fête avec une pièce de théâtre :

Voici les dépenses.
6 livres à 12 F pièce.
8 m de tissu à 35 F le mètre.
43,50 F de peinture.
53 F de billets.
118 F pour les affiches.

Voici les recettes.
195 entrées à 15 F.
114 entrées à 10 F.
1 541 à la buvette.

Après la séance il a encore fallu payer :
18% des recettes pour les droits d'auteur.
Une facture de 489 F pour la buvette.

Calcule le montant total des recettes. ______________________

____

____

Calcule ce qu'il faut pour payer pour les droits d'auteur. ______________

____

____

Quel est le montant total des dépenses (avant et après la fête) ? __________

____

____

Combien a rapporté cette fête ? ______________________

____

____

FACTURE 1

Complète la facture du garagiste suivante :

Désignation	Montant
1. Main d'œuvre	
Révision des 20 000 km	
Vidange moteur	
Remplacé le filtre à huile	
Remplacé le filtre à essence	
Carburation et allumage : 2 h à 48,50 F l'heure	....
Réglage des freins et embrayage : 1 1/2 h à 48,50 F l'heure	....
Total H.T.	....
T.V.A. 18,6%	....
Total	....
2. Fournitures	
1 jeu de plaquettes de freins	95,65
1 filtre à huile	17,36
1 filtre à essence	10,30
2 bidons d'huile à 22,85 F l'un	....
1/2 litre liquide pour lave-glace à 11 F le litre	....
Total H.T.	....
T.V.A. 18,6%	....
Total	....
Total de la facture T.T.C.	....

FACTURE 2

Complète cette facture de garagiste.

	Prix unitaire HT	Quantité	Montant HT
Fournitures			
4 bougies	6,70 F	4	....
1 rupteur	25,75 F	1	....
3 litres huile	25,40 F	3	....
1 filtre huile	36,80 F	1	....
1 filtre à air	25,15 F	1	....
Main d'œuvre			
1 heure et demie	87,60	1,5	....
	Total Hors Taxes		....
	TVA à 18,6%		....
	Total TTC à payer		....

VOITURE D'OCCASION

Un particulier achète une voiture d'occasion.
Le prix d'achat est de 15 350 F.
Le compteur kilométrique indique 73 451 km.

Il utilise sa voiture pendant une année et fait le compte de ses dépenses :
2 648 F d'assurance
8 467,50 F d'essence
1 273,23 F d'entretien (réparation, vidanges...)
1 325,30 F de pneumatiques.

Il revend alors sa voiture.
Le prix de vente est de 12 000 F.
Le compteur kilométrique indique 96 972 km.

1 *Combien a-t-il fait de kilomètres avec sa voiture ?* ____________

2 *Combien lui a coûté en tout sa voiture (achat et vente compris).* ____________

3 *Combien d'essence (en litres) a-t-il consommé ? (4,43 F le litre)* ____________

4 *Quelle est la consommation de sa voiture (aux 100 km) ?* ____________

5 *Si on ne compte que l'essence combien coûte 1 km ?* ____________

Même question en comptant toutes les dépenses du N°2. ____________

AGRICULTURE

1

Bovins

Ce tableau représente l'importance des troupeaux de bovins en France et dans les principaux pays d'élèvage.

• Indiquez dans la case prévue la longueur des différents segments en millimètre pour une représentation graphique en prenant 1 mm pour 2 millions de bovins.

Pays	Bovins	Longueur des segments
U.S.A.	100 000 000	
U.R.S.S.	82 000 000	
Brésil	76 000 000	
Argentine	44 000 000	
France	21 000 000	

2

Epandage

• Calculez la superficie d'un champ rectangulaire de 250 m de long et 100 m de large. Donnez la superficie en m^2 puis en ha. ______

______

______

______

• Sur ce champ on étale du fumier avant de labourer. On dépose 4 m^3 à l'hectare. Quelle est la quantité de fumier nécessaire ? ______

______

______

• Quel est le coût avec un fumier à 75 F le mètre cube ? ______

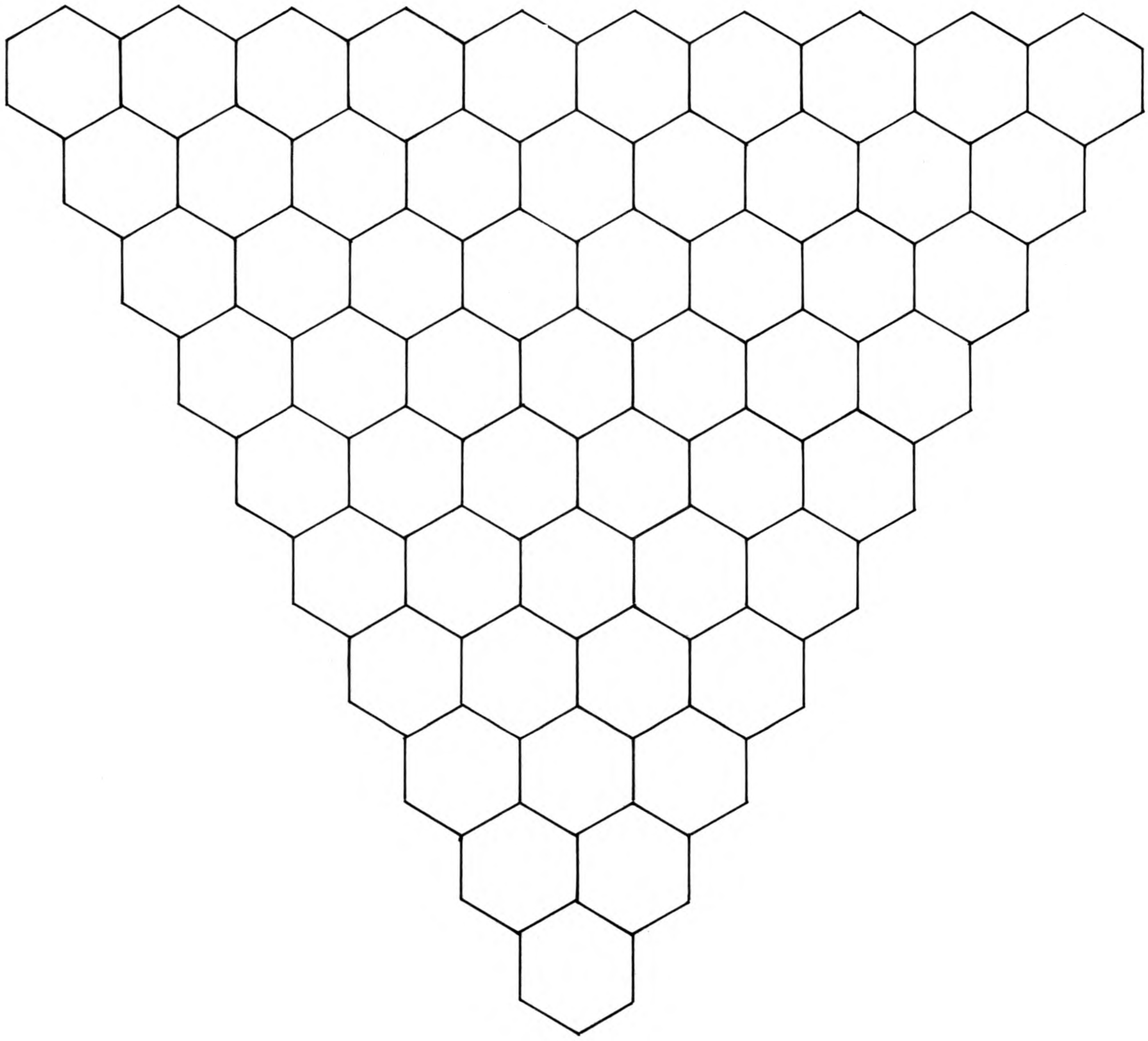
______

______

______

COURSE

Une course pour toute la classe.



Rapporteurs