MATHÉMATIQUES
5^e

conforme aux programmes de 1985

Jéomatri

IREM DE GRENOBLE — OPHRYS

géométrie : les éléments
calcul algébrique
géométrie : symétrie centrale
les fractions
les décimaux, positifs et négatifs
mesure des surfaces
le temps
géométrie : l'espace
proportionnalité et échelles
statistiques

ISBN 2-903815-20-8 (I.R.E.M.)
ISBN 2-7080-0573-1 (OPHRYS)

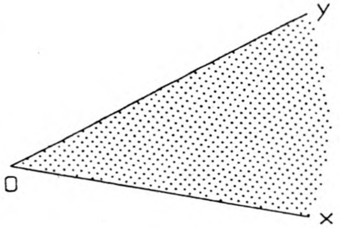
les angles 01

Ce chapitre, et ceux qui sont marqués du même signe, te permettront de mieux connaître les figures géométriques simples : angles, triangles, rectangles et losanges.

I SECTEURS ANGULAIRES ET ANGLES

1. Secteurs angulaires.

En classe de sixième nous avons appris ce qu'était un SECTEUR ANGULAIRE

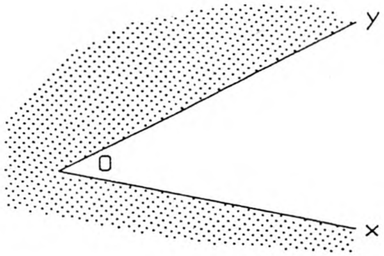


Par exemple, le dessin ci-contre représente un secteur angulaire : son sommet est O et ses côtés sont les demi-droites Ox et Oy.

Nous disons que c'est le secteur angulaire xOy.

Parfois même, pour aller plus vite, nous dirons que c'est le secteur xOy.

Mais tu sais aussi que lorsqu'on dessine deux demi-droites de même origine, on dispose en fait de deux secteurs angulaires :

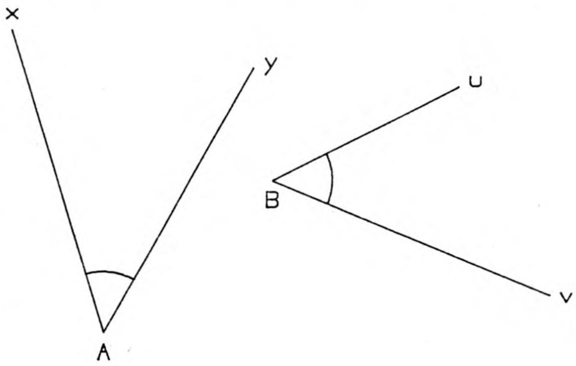


- l'un est SAILLANT comme sur le premier dessin,
- l'autre est RENTRANT comme sur le dessin ci-contre.

Dans ce livre, nous ne nous intéressons pratiquement pas aux secteurs angulaires rentrants : lorsque nous te parlerons d'un secteur angulaire, il s'agira d'un secteur saillant.

2. Angles

Les deux secteurs xAy et uBv de ce dessin sont superposables.



Vérifie-le avec une feuille de calque.

Les deux petits arcs du dessin sont une façon de montrer que les deux secteurs sont superposables.

Tu sais qu'on dit que ces deux secteurs ont le même ANGLE.

Cet angle peut être désigné par $\widehat{xAy}$ ou tout aussi bien par $\widehat{uBv}$.

On peut donc écrire que

$$\widehat{xAy} = \widehat{uBv}.$$

Souvent, pour simplifier les choses, nous parlerons de l'angle $\widehat{A}$, de l'angle $\widehat{B}$ et nous écrirons tout simplement que $\widehat{A} = \widehat{B}$.

Exercice.

Dessine un secteur angulaire xOy.

Choisis un point A *puis dessine un secteur* zAt *tel que* $\widehat{zAt} = \widehat{xOy}$.

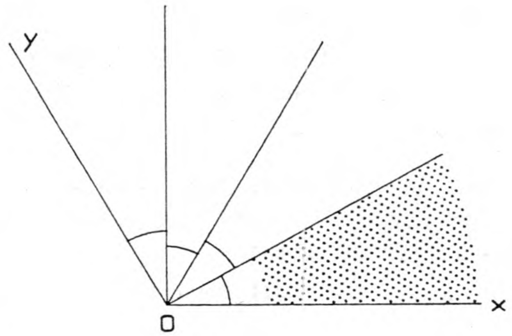
Peux-tu le faire de plusieurs façons ?

Dessine une demi-droite Bv *puis dessine un secteur* uBv *tel que* $\widehat{uBv} = \widehat{xOy}$.

Peux-tu le faire de plusieurs façons ?

Penses-tu que $\widehat{zAt} = \widehat{uBv}$ *?*

3. Mesure des angles.



Tu sais qu'on peut mesurer les secteurs angulaires dès qu'on a choisi une unité de mesure.

Par exemple, le secteur xOy de la figure ci-contre a pour mesure 4 lorsqu'on prend comme unité le secteur grisé.

En général, pour mesurer les secteurs, on utilise un rapporteur ; nous avons appris à le faire en sixième.

Ton rapporteur est probablement gradué en degrés.

Tu sais qu'il existe d'autres unités de mesure des angles, le grade par exemple.

Dans la suite du livre, nous n'utiliserons que le degré.

Exercices.

Dessine trois secteurs angulaires dont les mesures en degrés sont 17,75 *et* 153.

Dire que deux secteurs sont superposables revient à dire qu'ils ont la même mesure.

Ce n'est pas surprenant : poser un rapporteur sur un secteur, c'est un peu comme poser un calque.

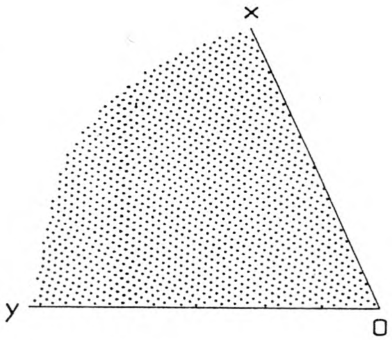
On dit que ce nombre est la mesure de leur angle.

Par exemple, vérifie que la mesure en degrés du secteur xOy *est* 65.

C'est aussi la mesure de l'angle $\widehat{xOy}$.

On écrit que $\widehat{xOy} = 65°$.

On lit : "l'angle $\widehat{xOy}$ est égal à 65°" ou encore "$\widehat{xOy}$ est l'angle de 65°"



4. Secteur adjacents.

On a souvent l'occasion de dessiner des secteurs comme sur la figure ci-contre :

ils ont le même sommet,

ils ont un côté commun,

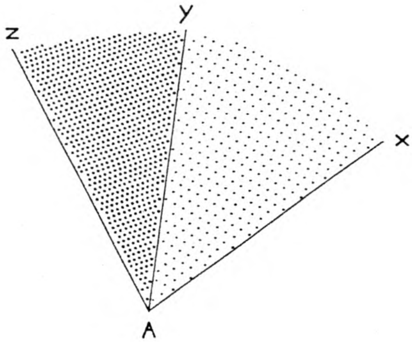
ils sont de part et d'autre de ce côté commun.

On dit alors que ce sont des secteurs ADJACENTS.

Dessine deux secteurs adjacents uAv *et* vAt.

Mesure les secteurs uAv, vAt *et* uAt.

Qu'observes-tu ?

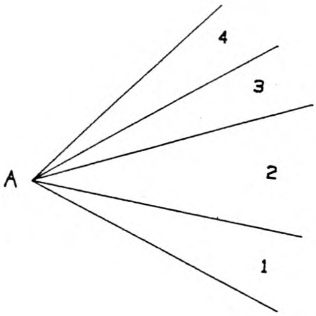


Ce résultat est évidemment général.

Si deux secteurs adjacents xOy et yOz ont pour mesures a et b, le secteur xOz a pour mesure a+b.

Remarque.

Lorsqu'on dessine plusieurs secteurs qui ont le même sommet, il est parfois commode de les numéroter et de noter leurs angles tout simplement $\widehat{A}_1$, $\widehat{A}_2$, $\widehat{A}_3$, $\widehat{A}_4$, ...

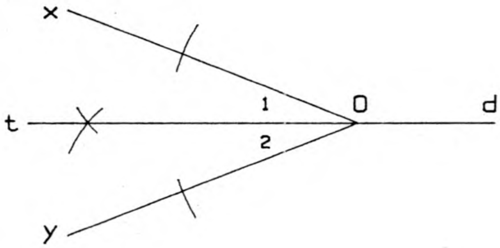


5. Bissectrice d'un secteur angulaire.

Sur la figure ci-contre, les secteurs adjacents xOt et tOy sont superposables, ce qui peut s'écrire :

$$\widehat{xOt} = \widehat{tOy},$$

ou plus simplement : $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$.



Tu sais que la droite d est une droite de symétrie pour le secteur angulaire xOy et qu'on dit que cette droite est la BISSECTRICE du secteur.

Tu as appris aussi comment on peut dessiner la bissectrice d'un secteur à l'aide d'un compas.

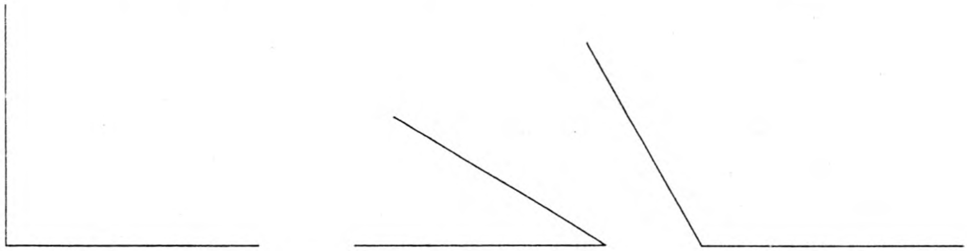
Les arcs de cercle que nous avons dessinés sur la figure te rappeleront comment on fait.

Dessine un secteur angulaire puis dessine sa bissectrice en utilisant ton compas.

6. Angles et secteurs particuliers.

Tu as également appris en sixième, ce qu'est

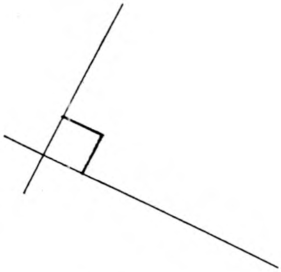
Un secteur droit, un secteur aigu, un secteur obtus.



Quelle est la mesure de l'angle droit ?

Que peux-tu dire de la mesure d'un angle aigu ?

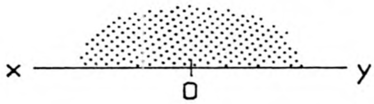
Que peux-tu dire de la mesure d'un angle obtus ?



Pour insister sur le fait qu'un secteur angulaire est droit, nous utiliserons souvent un petit signe comme sur cette figure.

Il y a aussi un angle bien intéressant, c'est l'angle PLAT.

Les secteurs qui représentent cet angle ont leurs côtés opposés : on les appelle des secteurs plats.

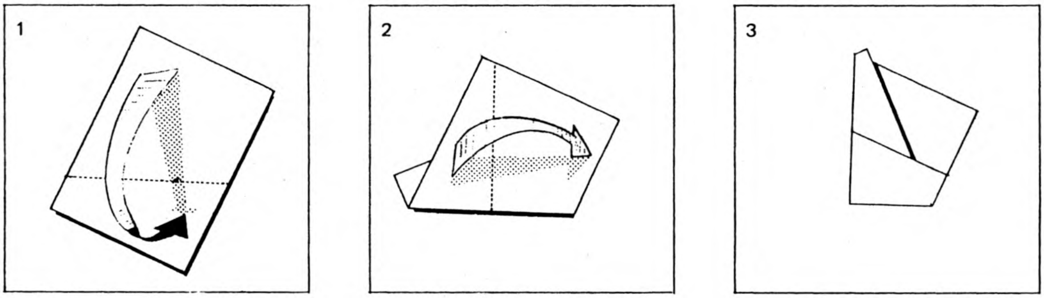


Quelle est la mesure de l'angle plat ?

Dessine un secteur plat puis la bissectrice de ce secteur.

Qu'observes-tu ?

Cette propriété permet de fabriquer une équerre par pliage.



Essaie.

II QUAND LES ANGLES VONT PAR DEUX

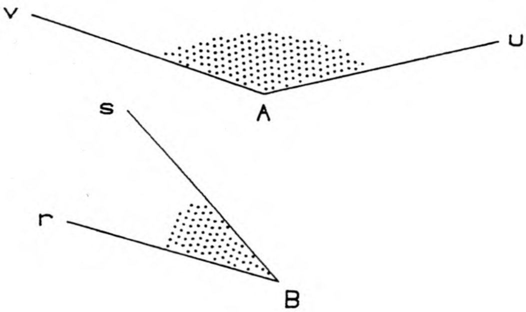
1. Angles supplémentaires.

Voici deux secteurs uAv et rBs

Dessine des représentants de $\widehat{uAv}$ *et* $\widehat{rBs}$ *qui soient adjacents.*

Qu'observes-tu ?

Quelle que soit la façon de faire le dessin, on trouve un secteur plat.



Quand deux angles ont cette propriété, on dit qu'ils sont SUPPLEMENTAIRES.

On dit aussi que les secteurs qui les représentent sont supplémentaires.

La somme des mesures de deux angles supplémentaires est 180.

Exercice.

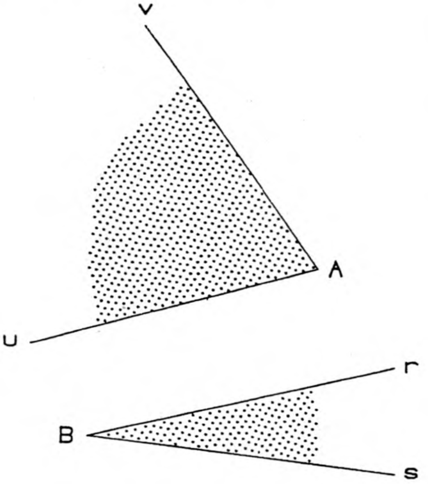
Dessine deux secteurs adjacents et supplémentaires xOy *et* yOz.

Dessine les bissectrices Ou *et* Ov *de ces deux secteurs.*

Qu'observes-tu ?

Essaie d'expliquer pourquoi (Tu peux appeler a *et* b *les mesures des deux secteurs, puis t'intéresser aux mesures des secteurs* uOy *et* yOv*).*

2. Angles complémentaires.



Voici deux secteurs uAv *et* rBs.

Dessine des représentants de uAv *et* rBs *qui soient adjacents.*

Qu'observes-tu ?

Quelle que soit la façon de faire le dessin, on trouve un secteur droit.

Quand deux angles ont cette propriété, on dit qu'ils sont COMPLEMENTAIRES.

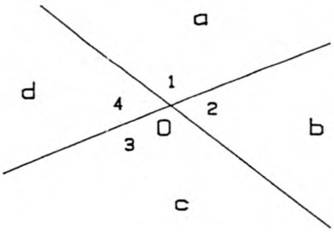
On dit aussi que les secteurs qui représentent ces angles sont complémentaires.

La somme des mesures de deux angles complémentaires est 90.

3. Secteurs opposés par le sommet.

Lorsqu'on dessine deux droites concourantes, on détermine quatre secteurs angulaires saillants.

Regarde le dessin.



On dit que les secteurs O_1 et O_3 sont OPPOSES PAR LE SOMMET.

De même les secteurs O_2 et O_4 sont opposés par le sommet.

Donne des paires de secteurs supplémentaires.

Sur ce dessin, appelons a, b, c et d les mesures des secteurs O_1, O_2, O_3 et O_4.

Recopie et complète :

a + b = ... ; a + d = ...

Tu vois donc que b = d ; de même a = c.

Deux secteurs opposés par le sommet ont le même angle.

Exercice

Dessine deux droites concourantes, puis les bissectrices des quatres secteurs.

Qu'observes-tu ?

L'exercice du paragraphe 2.1 te permet de comprendre pourquoi.

exercices page 22

dessine-moi un triangle 02

1. On connait un secteur angulaire et ses côtés

Dans un triangle ABC les côtés AB et AC mesurent 3 cm et 5 cm et $\widehat{A} = 40°$.

Il s'agit de dessiner ce triangle avec le plus d'exactitude possible.

C'est très facile et tu dois pouvoir te débrouiller tout seul.

Essaie, et explique ce que tu fais.

Penses-tu que les triangles dessinés par tes camarades soient superposables avec le tien ? Si vous n'êtes pas convaincus, contrôlez ce que vous dites à l'aide d'un calque.

Penses-tu qu'on puisse refaire le même travail.

-en remplaçant 3 *et* 5 *par n'importe quels nombres positifs,*

-en remplaçant 40 *par n'importe quel nombre positif et inférieur à* 180 *?*

(Si cela tient sur le papier, bien entendu !).

2. On connait deux secteurs et leur côté commun.

Dans un triangle ABC le côté BC mesure 4 cm, $\widehat{B} = 110°$ et $\widehat{C} = 30°$.

Il s'agit de dessiner ce triangle avec le plus d'exactitude possible.

Là aussi tu dois pouvoir te débrouiller tout seul.

Fais-le et explique.

Penses-tu que les triangles dessinés par tes camarades soient superposables avec le tien ? Si vous n'êtes pas convaincus, contrôler ce que vous dites à l'aide d'un calque.

Penses-tu qu'on puisse refaire le même travail,

en remplaçant 4 *par n'importe quel nombre positif,*

en remplaçant 10 *et* 30 *par n'importe quels nombres positifs et inférieurs à* 180 *?*

Nous ne savons pas quelle réponse tu as donnée à cette dernière question.

Pour la contrôler, essaie de dessiner un triangle ABC *tel que* $\widehat{B} = 140°$, $\widehat{C} = 80°$ *et le côté* BC *mesure* 5 cm.

Tu vois que le problème que nous étudions dans ce paragraphe n'a pas toujours une solution. Disons pour le moment qu'il ne faut pas choisir les deux angles "trop grands". C'est très flou mais nous reviendrons sur ce problème dans le chapitre *les angles d'un triangle.*

3. On connait les trois côtés.

Dans un triangle ABC, les côtés AB, AC et BC mesurent 3 cm, 5 cm et 6 cm.

Il s'agit de dessiner ce triangle avec le plus de précision possible.

C'est un peu plus difficile que ci-dessus et nous allons le faire avec toi.

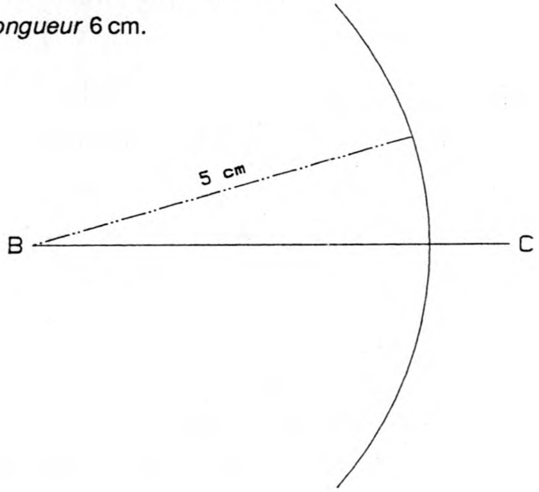
Dessine d'abord un segment BC *de longueur* 6 cm.

Le point A doit se trouver sur le cercle de centre B et de rayon 5 cm.

Pourquoi ?

Il doit aussi se trouver sur le cercle de centre C et de rayon 3 cm.

Pourquoi ?



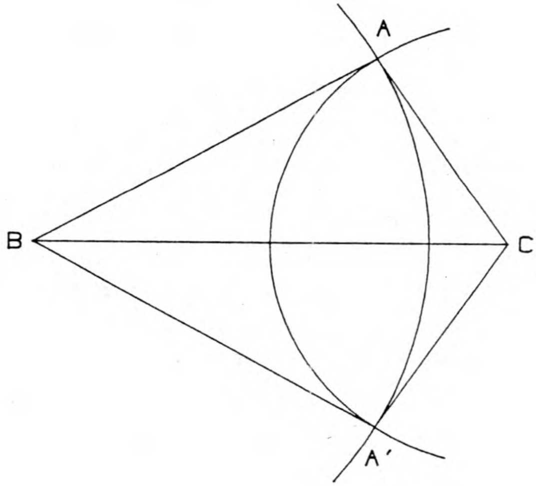
Ces deux cercles se coupent en deux points A et A'. Nous trouvons donc deux triangles.

Penses-tu que ces deux triangles soient solutions du problème posé ?

Explique pourquoi ils sont superposables.

Penses-tu que les triangles dessinés par tes camarades soient superposables avec les tiens ?

Penses-tu qu'on puisse refaire le même travail en remplaçant 3, 5 *et* 6 *par n'importe quels nombres positifs?*



Nous ne savons pas quelle réponse tu as donnée à cette dernière question.

Pour la contrôler, essaie de dessiner un triangle ABC *tel que les côtés* AB, AC *et* BC *mesurent* 5 cm, 7 cm *et* 14 cm.

Tu vois que le problème que nous étudions dans ce paragraphe n'a pas toujours une solution. Il faut choisir les longueurs des côtés du triangle à dessiner de façon que les deux cercles se coupent.

exercices page 27

de la multiplication 03

Voici le premier chapitre d'une série de trois où nous allons préciser les propriétés de la multiplication et de l'addition.

I PROPRIETES

1. Dressons la table.

Prends la feuille de manipulation numéro 1, *dessin numéro* 1.

Complète le tableau.

Si tu découpes cette table et que tu la plies suivant la diagonale d, tu constates que les cases qui sont symétriques par rapport à d contiennent le même nombre.

C'est normal, car par exemple, 3 x 5 et 5 x 3, c'est pareil.

Un produit ne dépend pas de l'ordre des facteurs.

On dit que la multiplication est COMMUTATIVE.

Cette propriété peut s'énoncer de la manière suivante :

$$\text{dans } \mathbb{N}, \square \times \Delta = \Delta \times \square .$$

Cela signifie que

on peut mettre n'importe quel entier dans les deux boîtes carrées,

on peut mettre n'importe quel entier dans les deux boîtes triangulaires, et on trouve une égalité vraie.

Exercice.

Sachant que

505 x 72 = 36 360, 41 x 419 = 17179, 22 x 55 = 1210,

et 222 x 555 = 123 210, 2 222 x 5 555 = 12 343 210,

quels sont les produits suivants :

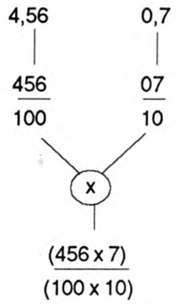
55 x 22 555 x 222 5 555 x 2 222 419 x 41 72 x 505 ?

Remarque.

Si tu y réfléchis bien, faire une multiplication de nombres décimaux, c'est faire deux multiplications de nombres entiers.

Pour multiplier 4,56 par 0,7,
on est conduit à multplier 456 par 7 et 100 par 10

Alors tu comprends facilement que la multiplication des nombres décimaux est aussi commutative.



2. Multiplication par 0, par 1.

Tu n'as pas dù avoir beaucoup de peine à remplir la ligne du 0 et la colonne du 0 dans la table précédente !

En effet,

0 x 0 = 0 ; 1 x 0 = 0 ; 2 x 0 = 0 ; 3 x 0 = 0 ; 4 x 0 = 0 ;

et ainsi de suite pour tous les entiers. On dira plus brièvement :

quel que soit le nombre a, a x 0 = 0.

Tu ne t'es pas non plus trop fatigué(e) pour remplir la ligne du 1, et la colonne du 1. En effet,

quel que soit le nombre a, a x 1 = a.

On traduit cette propriété en disant que 1 est ELEMENT NEUTRE pour la multiplication.

3. Où les facteurs s'associent.

On avait posé à des élèves le problème suivant.

Une femme de ménage travaille 28 h par semaine. Sachant qu'elle gagne 32,50 F de l'heure, quelle somme aura-t-elle au bout de 4 semaines ?

Les élèves ont proposé deux façons de faire.

1. En une semaine, la femme de ménage gagne 910 F : 32,5 x 28 = 910.

   Et en 4 semaines, elle gagne 3 640 F : 910 x 4 = 3 640.

Le programme de calcul qui traduit cette première méthode est: (32,5 x 28)x 4

2. La femme de ménage a travaillé 112 h en 4 semaines : 28 x 4 = 112.

   Et elle a gagné 3 640 F : 32,5 x 112 = 3 640.

Le programme de calcul est, cette fois : 32,5 x (28 x 4).

Bien sùr, cela revient au même : (32,5 x 28) x 4 = 32,5 x (28 x 4).

On obtiendrait aussi une égalité en remplaçant 32,5 , 28 et 4 par n'importe quels nombres.

On dit que la multiplication est ASSOCIATIVE.

Cela peut se traduire

soit avec des boîtes :
Dans l'ensemble des décimaux,
(□ x Δ) x ◊ = □ x (Δ x ◊).

soit avec des lettres :
Quels que soient les décimaux a, b et c,
(a x b) x c = a x (b x c).

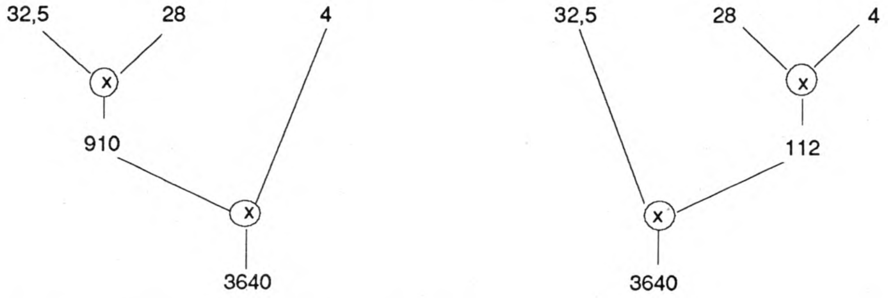
Exercice

Calcule de la manière qui te semble la plus simple.

(987 654 321 x 5) x 2 ; (13,987 x 25) x 4 ; (77,7 x 4) x 0,25 ;
0,2 x (6,3 x 0,5) ; 0,8 x (125 x 2,35).

Convention.

La multiplication étant associative, on a l'habitude de faire l'économie des parenthèses dans les produits de plus de deux facteurs. Ainsi le programme de calcul du problème précédent s'écrira tout simplement 32,5 x 28 x 4. Cette écriture ne comporte aucune ambiguité : celui qui commence par effectuer 32,5 x 28 et celui qui commence par 28 x 4 se rejoignent finalement dans le résultat.



4. Conduite pratique d'une suite de multiplications.

On voudrait calculer 0,25 x 12,5 x 3,59 x 4 x 8.

Si on n'utilise pas les propriétés de la multiplication, on doit normalement effectuer les multiplications dans l'ordre où elles se présentent.

Recopie et complète :

0,25 x 12,5 = (...) ; (...) x 3,59 = $\boxed{...}$; $\boxed{...}$ x 4 = ◇...◇ ; ◇...◇ x 8 = ...

Cela n'a rien de bien agréable.

Heureusement, la multiplication est commutative et associative. **On peut donc effectuer les multiplications dans l'ordre qu'on veut.**

Ici on peut choisir, par exemple, l'ordre proposé par l'écriture ci-dessous :

(0,25 x 4) x (12,5 x 8) x 3,59.

Recopie et complète :

0,25 x 4 = (...) ; 12,5 x 8 = $\boxed{...}$; (...) x $\boxed{...}$ x 3,59 = ...

Tu vois la différence !

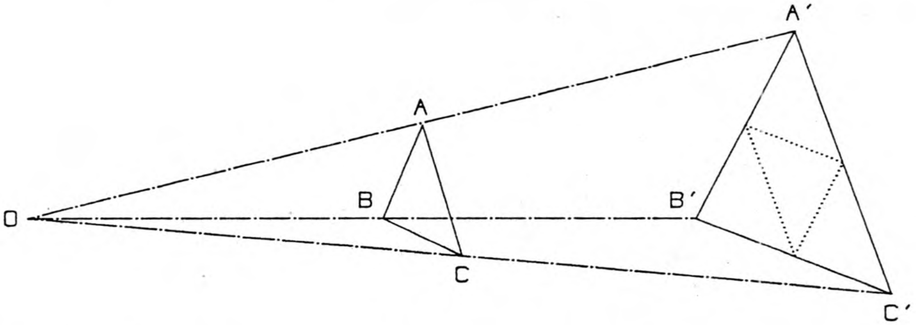
Exercice.

Calcule le plus simplement possible.

43 x 2 x 5	;	5 x 73,9 x 0,02	;	17,5 x 0,125 x 2 x 8	;
5 x 19 x 2	;	5 x 3 x 7 x 5 x 2	;	5 x 0,036 x 4 x 25 x 2	;
73,1 x 4 x 25	;	157 x 8 x 0 x 49	;	0,08 x 0,3 x 0,3 x 125	;
				0,16 x (73,49751 x 625).	

1. Projection de diapositives.

Regarde le dessin ci-dessous.

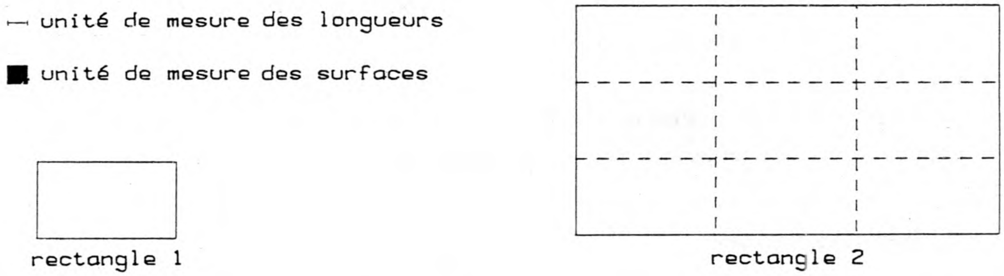


Tu remarques que le triangle A' B' C' a ses côtés deux fois plus longs que le triangle ABC.

La mesure de la surface du triangle A' B' C' *est-elle le double de la mesure de la surface du triangle* ABC *? Le triple ? Le quadruple ?*

2. Agrandissement d'un rectangle.

Regarde les dessins ci-dessous.



Il y avait d'abord un rectangle de 7 sur 4, on a triplé ses deux dimensions et on a obtenu un rectangle de 21 sur 12.

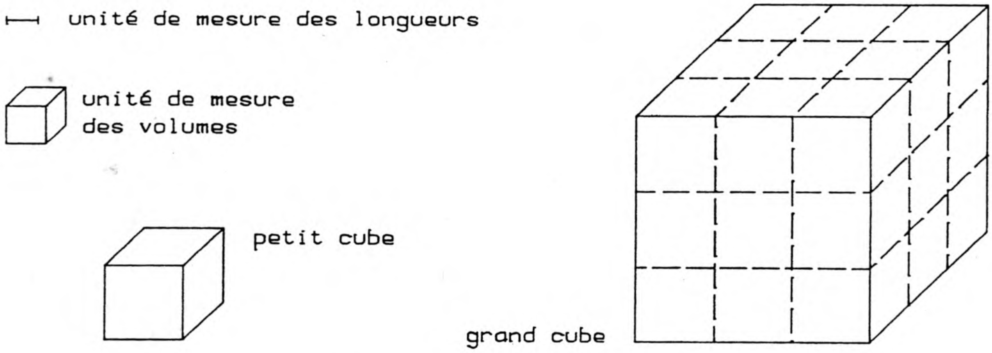
Par quel nombre faut-il multiplier la mesure de la surface du rectangle 1 pour obtenir la mesure de la surface du rectangle 2 ?

La réponse est immédiate en regardant le dessin. On peut aussi utiliser les propriétés de la multiplication :

La mesure de la surface du rectangle 1 est 7 x 4. Celle du rectangle 2 est (7 x 3) x (4 x 3). Comme la multiplication est associative et commutative, ceci peut s'écrire (7 x 4) x (3 x 3), ou (7 x 4) x 9.

3. Agrandissement d'un cube.

Regarde les dessins ci-dessous.



Il y avait un petit cube, d'arête 2. On a triplé ses dimensions et on a obtenu un grand cube d'arête 6.

Si le grand cube était une boîte, combien de petits cubes faudrait-il pour le remplir ?

Là encore, on peut répondre en utilisant les propriétés de la multiplication.

La mesure du volume du petit cube est 2 x 2 x 2.

Celle du grand est (2 x 3) x (2 x 3) x (2 x 3).

Mais (2 x 3) x (2 x 3) x (2 x 3) = (2 x 2 x 2) x (3 x 3 x 3) = (2 x 2 x 2) x 27,

4. Faut-il les tuer tous les deux ?

On rencontre parfois des élèves perplexes quand ils doivent diviser un produit par un nombre : faut-il diviser tous les facteurs du produit par le nombre, ou faut-il en diviser un seul ?

Si l'on divise 28 x 44 par 4, trouve-t-on 7 x 44, ou 28 x 11, ou 7 x 11 ?

Les exercices précédents te permettent de comprendre que si tu multiplies deux facteurs d'un produit par 3, le produit est multiplié par 9 ; si tu multiplies trois facteurs d'un produit par 3, le produit est multiplié par 27.

Et de même, si tu divises deux facteurs d'un produit par 4, le produit est divisé par 16.

Alors le quotient de 28 x 44 *par* 4 *est-il* 7 x 44 *ou* 28 x 11 *ou* 7 x 11 *?*

5. Et la division ?

1. *Calcule* 5 : 2, *puis* 2 : 5. *Penses-tu que la division est commutative ?*
2. *Calcule* (32 : 8) : 4 *puis* 32 : (8 : 4). *Penses-tu que la division est associa-*

exercices page 16

exercices

001 *Quand tu divises 48 x 64 par 8, trouves-tu un nombre égal à 6 x 8 ou à 6 x 64 ou à 48 x 8 ?*

002 *Calcule.*

39 x 2 x 5 ; 5 x 18 x 2 ; 3 x 1 x 9 ;
3 x 4 x 1 x 0 ; 158 x 4 x 25 ;
5 x 3 x 7 x 5 x 2 ; 125 x 7 x 3 x 2x 8.

003 *Calcule.*

0,2 x 0,03 x 3,4 ; 4 x 192,78 x 0,25 ;
5 x 18,4 x 0,02 ; 0,8 x 23,852 x 1,25 ;
11,2 x 0,07 x 6 ; 0,08 x 0,125 x 23 852.

004 *Calcule de la manière qui te semble la plus simple.*

24,476 x (0,125 x 8) ; (897 x 2,5) x 4 ;
(0,2 x 0,5) x 68400 ; (0,0193 x 50) x2 ;
2266,77 x (125 x 8) ; 4 x (0,25 x 0,0137).

005 *Calcule.*

(2 x 5) x 131 ; 10,21 x 12,5 x 4 ;
2,5 x 8 x 0,5 ; 0,2 x 20 x 0,25 x 5 x 19,8 x 4.

006 *Calcule.*

5 x 1357 x 2 ; 4 x 2,5 x 807,3 ;
125 x 1,234 x 8 ; 2 x 2,5 x 4 x 0,5.

007 Voici un exercice très facile
On a installé les entiers de 1 à 9 dans un carré.
A toi de trouver les produits de chaque ligne et de chaque colonne.
Par exemple on a écrit 28 sous la première colonne parce que
7 x 4 x 1 = 28

7	8	9
4	5	6
1	2	3
28		

C'est trop facile, diras-tu...
Mais attends la suite ! Si on prend l'exercice à l'envers, sera-t-il aussi facile ?
Cette fois, on a écrit les produits de chaque ligne et de chaque colonne.
A toi de trouver la place de chaque entier (de 1 *à* 9*).*
Voici une remarque qui peut t'aider.
Parmi les trois nombres 270, 16 et 84, un seul est divisible par 5.
Lequel ? Alors dans quelle ligne doit se placer 5 *? Et dans quelle colonne ?*
Ensuite tu peux te poser la même question pour 9, ou pour 7 ou pour 8...

			270
			16
			84
336	27	40	

Voici maintenant d'autres grilles à remplir, mais il n'y en a pas beaucoup, économise-les ! Tu en traites une par semaine jusqu'à épuisement du stock.

			30
			144
			84
32	84	135	

			84
			12
			360
56	54	120	

			18
			168
			120
18	64	315	

			28
			80
			162
6	120	504	

			60
			108
			56
360	6	168	

D'après le bulletin de l'A.P.M.E.P.

la distributivité 04

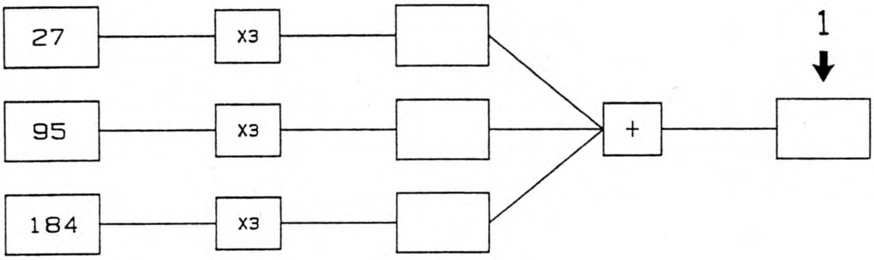
I MULTIPLICATION ET ADDITION

1. Premier problème.

A la rentrée, une mère de famille achète pour chacun de ses trois enfants un compas à 27 francs, un dictionnaire à 95 francs et une paire de tennis pour l'éducation physique à 184 francs.

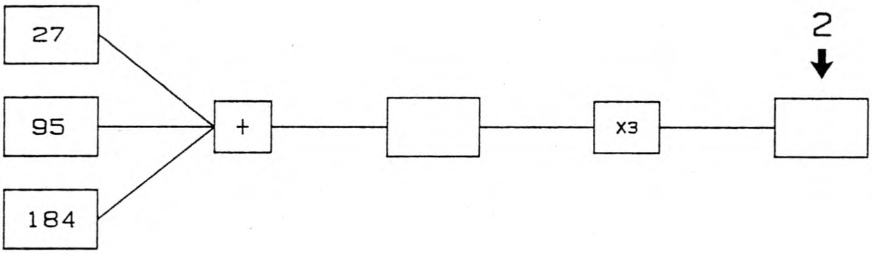
Aidons-la à calculer la dépense totale.

Recopie et complète.



Que représentent les nombres que tu as inscrits dans les rectangles ?

Recopie et complète.



Que représentent les nombres que tu as inscrits dans les rectangles ?

Compare le montant de la dépense trouvé en **1** *et en* **2**.

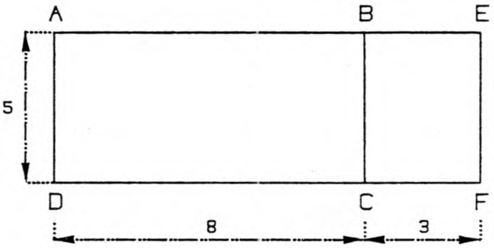
Recopie et complète.

(27 + 95 + 184) x 3 = (... x ...) + (... x ...) + (... x ...).

2. Deuxième problème.

L'unité de longueur est le cm, l'unité d'aire est le cm^2.

Calcule l'aire du rectangle AEFD *de deux manières différentes.*



Recopie et complète.

$(... + ...) \times ... = (... \times ...) + (... \times ...)$.

3. Exercices.

Calcule $3 \times (7 + 5)$ *et* $(3 \times 7) + (3 \times 5)$.

Qu'observes-tu ?

Même question pour :

$4 \times (7 + 4)$ *et* $(4 \times 7) + (4 \times 4)$; $5 \times 3{,}6$ *et* $(5 \times 3) + (5 \times 0{,}6)$;
$0{,}2 \times (5 + 25 + 125)$ *et* $(0{,}2 \times 5) + (0{,}2 \times 25) + (0{,}2 \times 125)$;
$100 \times (0{,}431 + 0{,}629)$ *et* $(100 \times 0{,}431) + (100 \times 0{,}629)$.

4. Ce que tu as remarqué dans les paragraphes précédents est général.

On dit que la multiplication est DISTRIBUTIVE sur l'addition.

Cette propriété peut se traduire avec des boîtes :
dans l'ensemble des décimaux,

$$\square \times (\Delta + \Diamond) = (\square \times \Delta) + (\square \times \Diamond).$$

Cela signifie : on peut mettre n'importe quel nombre dans les boîtes $\square$ (le même dans les trois boîtes $\square$), n'importe quel nombre dans les boîtes Δ, n'importe quel nombre dans les boîtes $\Diamond$, on obtiendra une égalité.

Peut-on mettre le même nombre dans les boîtes $\square$ et dans les boîtes $\Diamond$?
Dans les boîtes Δ et les boîtes $\Diamond$? Dans toutes les boîtes ?

Cette propriété peut aussi s'exprimer avec des lettres, qui ne sont alors rien d'autre que des boîtes :

quels que soient les décimaux a, b et c,

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c).$$

Exercice.

Recopie et complète.

$(8 + 4) \times 7 = (... \times ...) + (... \times ...)$;
$(4 + 12 + 8) \times 5 = (... \times ...) + (... \times ...) + (... \times ...)$;
$(... + ...) \times 9 = (15 \times ...) + (21 \times ...)$;
$15 \times (19 + 72) = (... \times ...) + (... \times ...)$;

$(4 \times 36) + (4 \times 27) + (4 \times 18) = \ldots \times (\ldots + \ldots + \ldots)$;
$(4{,}5 + 3{,}7) \times 9 = (\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots)$;
$(12{,}42 + 5{,}6 + 8{,}7) \times \ldots = (\ldots \times 29) + (\ldots \times 29) + (\ldots \times 29)$.

II ET LA SOUSTRACTION ?

1. Un problème.

L'intendant du collège doit acheter un manuel de mathématiques pour chacun des 225 élèves qui entrent en sixième.

La libraire lui précise que le prix du manuel est de 48 F, et qu'elle consent une remise de 25 %.

Quel est le montant de la remise sur un manuel ?

Tu sais certainement que pour calculer 25 % de 48, on peut faire $48 \times 0{,}25$.

Calcule de deux manières différentes la somme dépensée par l'intendant pour équiper chaque élève de sixième.

Recopie et complète.

$(\ldots - \ldots) \times \ldots = (\ldots \times \ldots) - (\ldots \times \ldots)$

2. On obtiendra une égalité analogue en remplaçant 48 , 12 et 225 par n'importe quels nombres.

La multiplication est distributive sur la soustraction :
quels que soient les décimaux a, b et c,

$$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$

Remarque.

En remplaçant a, b et c par des nombres choisis au hasard, il peut arriver que tu ne saches pas calculer, pas encore, le membre de gauche de l'égalité. Par exemple si tu remplaces a par 5, b par 1, c par 3, tu obtiens $5 \times (1 - 3)$ à gauche du signe =, c'est à dire $5 \times (-2)$, que tu ne connais pas.

Qu'obtiens-tu à droite du signe = ?

3. Exercices.

3.1 *Calcule de deux façons différentes*

$5 \times (4 - 1{,}2)$; $10 \times (3{,}7 + 4{,}5)$; $100 \times (3{,}781 - 1{,}42)$;
$0{,}5 \times (90 - 36)$; $(4 \times 1{,}5) - (4 \times 0{,}25)$; $8 \times (2 - 0{,}125)$.

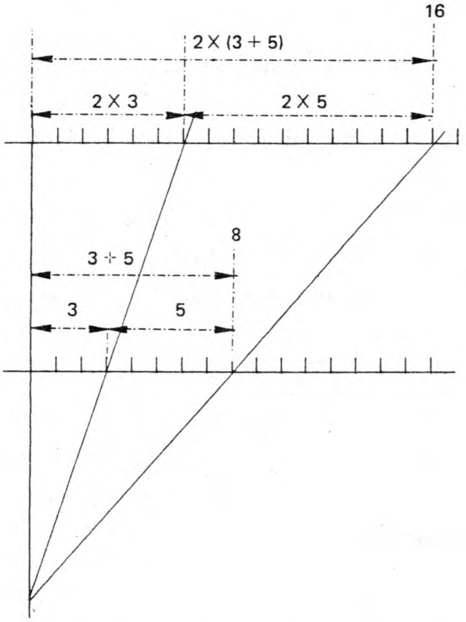
3.2 *Calcule de la façon qui te parait la plus simple.*

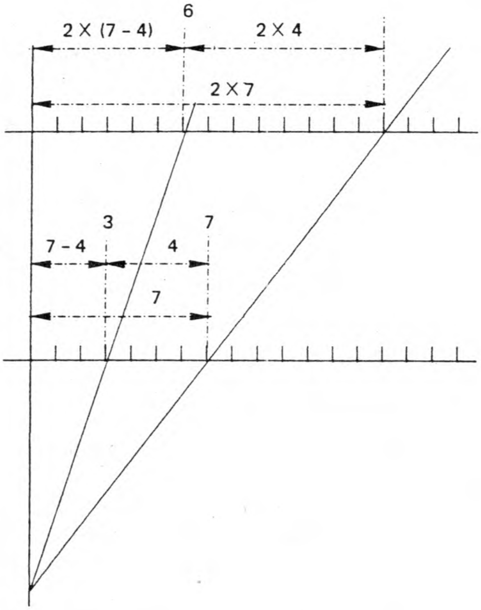
$(2{,}9 \times 1{,}7) - (0{,}9 \times 1{,}7)$; $(7{,}3 \times 3{,}227) + (2{,}7 \times 3{,}227)$;
$(2\,359 \times 13) - (2\,359 \times 3)$; $(1{,}495 \times 1\,324) - (1{,}495 \times 324)$.

1. Tu te souviens peut-être qu'on peut illustrer la multiplication, l'addition, la soustraction, à l'aide d'echelles graduées.

Par exemple les dessins ci-dessous illustrent le fait que

$2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$ $\qquad$ $2 \times (7 - 4) = (2 \times 7) - (2 \times 4)$





2. Le monsieur Jourdain de Molière faisait de la prose sans le savoir.

De même, il y a longtemps que tu utilises la distributivité sans savoir le nom de cette propriété. Voici deux exemples.

371	*Regarde cette multiplication.*
x 45	*Quelle opération as-tu faite pour obtenir* 1 855 ?
1855	*Quelle opération as-tu faite pour obtenir* 1 484 ?
1484	*Quels nombres as-tu ajoutés pour obtenir* 16 695 ?
16695	

On a donc calculé $\qquad$ 1 855 + 14 840,

C'est à dire $\qquad$ (371 x 5) + (371 x 40).

Quelle propriété a-t-on utilisée ?

Recopie et complète.

371 x 45 = 371 x (... + 5) = (... x ...) + (... x ...).

Si on te demandait de calculer mentalement 42 x 99, tu dirais peut-être :

"99, c'est 100 moins 1; 42 fois 100, c'est 4200 ; 42 fois 1,c'est 42. Alors je fais 4200 moins 42, et voilà la réponse, c'est 4158."

Recopie et complète les égalités suivantes qui traduisent ta démarche.

42 x 99 = 42 x (... - ...) = (... x ...) - (... x ...) = ... - ... = ...

exercices

008 Une voiture de la S.N.C.F. compte 154 places assises et 25 debout.
L'autorail Grenoble-Chambéry comprend 4 voitures.
Combien ce train peut-il transporter de voyageurs au maximum (calcule de deux manières) ?

009 Une famille établit son budget de vacances pour 21 jours.
Un hôtelier leur propose 284 F par jour pour les deux parents et 249 F par jour pour les enfants.
Calcule de deux façons la dépense totale du séjour. Explique tes calculs.

010 *Trouve le nombre représenté par* *.
(4 + 3) x 5 = (* x 5) + (3 x 5) ;
(9 + 2) x * = (9 x 8) + (2 x 8).

011 *Calcule*

$(0{,}672 \times \frac{5}{3}) + (0{,}048 \times \frac{5}{3})$ *et* $(0{,}672 + 0{,}048) \times \frac{5}{3}$;

$(72 \times \frac{4}{9})$ $(27 \times \frac{4}{9})$ *et* $(72 - 27) \times \frac{4}{9}$.

012 Dans un collège, pour la rentrée, l'intendant a acheté pour chacun des 225 élèves de sixième des manuels pour les disciplines suivantes :
anglais (64 F); grammaire (62 F); histoire-géographie (80 F); éducation civique (38 F) ; biologie (60 F) ; mathématiques (48 F) ; dessin (56 F).
Sur les prix indiqués entre parenthèses, la libraire consent une remise de 25 %.
Calcule la somme dépensée pour les manuels de sixième, dans ce collège.

013 Dans un immeuble de 5 étages, chaque étage comprend 4 studios et 5 appartements.
Calcule de deux manières différentes le nombre de logements.

014 Une personne consulte un catalogue et relève les prix suivants :
1 drap, 180 F - 1 lot de 6 torchons, 85 F.
On lui signale également que sur ces prix elle peut bénéficier d'une remise de 10 %.
Elle commande à cette maison : 2 draps - 2 lots de 6 torchons.
Calcule la dépense.

015 *Trouve le nombre qu'il faut mettre dans la boîte.*
6,03 x (20,6 + 0,827) = (6,03 x 20,6) + (6,03 x □);
(0,491 x 38) + (0,491 x 62) = □ x (38 + 62).

016 *Recopie et complète.*
1 649 x (20 + 7) = (... x ...) + (... x ...);
3 657 x (300 + 40 + 5) = (... x ...) + (... x ...) + (... x ...);
2 784 x (700 + 80 + 3) = (... x ...) + (... x ...) + (... x ...);
(129 x 200) + (129 x 50) + (129 x 3) = ... x (... + ... + ...);
(578 x 300) + (578 x 80) + (578 x 4) = ... x (... + ... + ...).

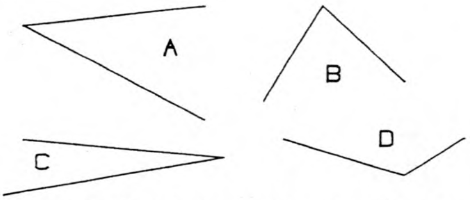
017 Calcule de la manière qui te parait la plus simple.

$24 \times (\frac{5}{2} - \frac{3}{4})$; $(1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}) \times 1\,000$;

(100 x 7,36) + (100 x 2,64) ; (99,9 x 7,36) + (99,9 x 2,64).

exercices

018 Ces dessins représentent des angles.



Classe-les de la plus petite mesure à la plus grande.

019 *Dessine deux secteurs adjacents* xOy *et* yOz *de mesures* 44 *et* 72.
Dessine les bissectrices de ces deux secteurs et appelle les d *et* e.
Les droites d et e déterminent des secteurs opposés par le sommet.
Calcule les mesures de ces secteurs en justifiant tes réponses.

020 *Dessine des secteurs angulaires dont les mesures sont* : 40, 75, 95, 140.

021 *Recopie et compléte le tableau ci-dessous de façon que* A *et* B *soient complémentaires.*

A	50°		75°	25°		
B		20°			67°	35°

022 *Recopie et complète le tableau ci-dessous de façon que :*
- A et B soient supplémentaires,
- B et C soient supplémentaires,
- C et D soient supplémentaires.

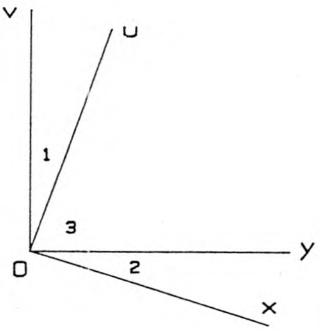
A	85°				90°	
B		178°				145°
C				1°		
D			45°			

Que remarques-tu ?

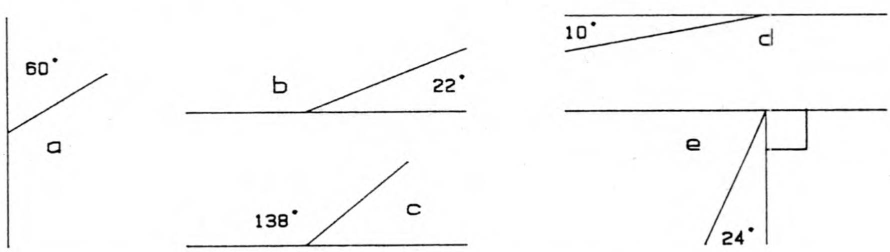
023 *Dessine des secteurs opposés par le sommet de façon qu'un des angles représentés soit* 37°.

024 *Fais un dessin à peu près comme celui-là en respectant les consignes suivantes :*
- les demi-droites Ox et Ou sont perpendiculaires,
- les demi-droites Oy et Ov sont perpendiculaires.

Explique pourquoi $O_1 = O_2$. *(Tu peux appeler* a, b, c *les mesures des trois secteurs* O_1, O_2 *et* O_3*)*.



025 *Sans te servir de ton rapporteur, trouve les mesures* a, b, c, d *et* e.



symétrie centrale 05

En 6ème, tu as étudié la symétrie par rapport à une droite. Cette année, tu vas étudier une autre transformation importante du plan : la symétrie centrale.

1 DES OBSERVATIONS AUTOUR D'UN POINT

1. On tourne autour d'un point.

Prends la feuille de manipulation numéro 2 *dessin numéro* 1.

Nous avons dessiné deux figures numérotées 1 et 2, un point O et une droite qui passe par O. Sur cette droite, nous avons désigné par d et d' les deux demi-droites d'origine O.

Prends une feuille de papier calque.

Sur cette feuille, dessine un point U, *une droite qui passe par* U *et appelle* e *l'une des deux demi-droites d'origine* U.

Place ta feuille de calque sur la feuille de manipulation de façon que :
- le point U *soit sur le point* O,
- la demi-droite e *soit sur la demi-droite* d.

Calque la figure 1. *Tu obtiens sur ta feuille de calque une figure que tu appelleras* 3.

Maintiens bien le point U *sur le point* O *à l'aide d'une épingle ou de la pointe de ton compas.*

Fais tourner la feuille de calque de façon à amener la demi-droite e *sur la demi-droite* d'.
Qu'observes-tu ?

Tu as fait un demi-tour.

On traduit ce que tu viens d'observer en disant que la figure 2 est SYMETRIQUE de la figure 1 PAR RAPPORT AU POINT O.

Le point O est appelé CENTRE de cette symétrie.

Pour distinguer cette transformation des pliages que tu as étudiés en sixième, on dit que c'est une SYMETRIE CENTRALE.

2. Longueurs, aires et angles.

Penses-tu que les segments AB *et* A'B' *aient la même longueur ?*

Penses-tu que les angles $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{A'B'C'}$ *soient égaux ?*

Penses-tu que les figures 1 *et* 2 *aient la même aire ?*

3. Le milieu.

Vérifie que les points O, A *et* A' *sont alignés. Explique pourquoi* O *est le milieu du segment* AA'.

En est-il de même pour les segments BB', CC', DD', MM' *et* NN' *?*

Quels sont les symétriques des points A', B', C', D', M' *et* N' *dans la symétrie centrale de centre* O *?*

Quelle est la symétrique de la figure 2 *?*

On dit que les figures 1 et 2 sont SYMETRIQUES par rapport à O.

4. Alignement.

Les points D, M et N sont alignés.

Vérifie qu'il en est de même pour les points D', M' *et* N'.

5. Parallélisme.

Vérifie que les droites AB *et* A'B' *sont parallèles.*

Fais d'autres vérifications analogues.

II A LA RECHERCHE DU CENTRE DE SYMETRIE

Prends la feuille de manipulation numéro 2.

Sur chacun des trois dessins numéros 2, 3 et 4 nous avons représenté deux figures 1 et 2 qui sont symétriques par rapport à un point.

Mais pour chaque dessin nous avons perdu ce centre de symétrie.

Et nous comptons sur toi pour le retrouver.

Pour le dernier où il n'y a pas de quadrillage, nous allons t'aider un peu.

Que penses-tu des droites AA', BB', CC' *et* DD'*?*

III DESSINER LA SYMETRIQUE D'UNE FIGURE

Prends la feuille de manipulation numéro 1.

Sur le dessin numéro 2 nous avons représenté une figure et un point O.

Dessine la symétrique de cette figure par rapport au point O.

Refais le même travail sur le dessin numéro 3.

Recommence avec le dessin numéro 4.

Qu'observes-tu ?

exercices page 37

symétrie centrale et pliage 06

I DEUX DROITES OU UN POINT ?

1. Sur un quadrillage.

Prends la feuille de manipulation numéro 3 *et regarde le dessin numéro* 1.

Les droites a et b sont perpendiculaires et se coupent en O.

Les figures 1 et 2 sont symétriques par rapport à la droite a.

Vérifie-le avec un calque comme tu as appris à le faire en sixième.

Les figures 2 et 3 sont symétriques autour de la droite b.

Vérifie-le avec un calque.

Vérifie, avec un calque, comme tu as appris à le faire dans le chapitre symétrie centrale, *que les figures* 1 *et* 3 *sont symétriques par rapport au point* O. *Pour cela, tu peux utiliser les demi-droites* d *et* d'.

Dessine la figure 4 *symétrique de la figure* 3 *par rapport à la droite* a.

Tu vois qu'elle est symétrique de la figure 1 par rapport à la droite b.

Vérifie qu'elle est symétrique de la figure 2 *par rapport au point* O.

2. Et sur des triangles.

Prends la feuille de manipulation numéro 3 *et regarde le dessin numéro* 2.

Vérifie que les droites a *et* b *sont perpendiculaires.*

Fais le même travail qu'au paragraphe précédent.

3. Déplacement ou retournement ?

Reprends le dessin du premier paragraphe.

Les figures 1 et 2 sont symétriques par rapport à la droite a.

Prends une feuille de calque et reproduis dessus la figure 1. Tu obtiens une figure que tu appelleras 5.

Cette figure 5 doit pouvoir se poser exactement sur la figure 2.

Essaie. As-tu pu le faire sans retourner le calque ?

Les figures 1 et 3 sont symétriques par rapport au point O.

La figure 5 doit donc pouvoir se poser exactement sur la figure 3.

Essaie. As-tu été obligé de retourner ton calque ?

C'est un résultat facile à comprendre ; en effet :

- pour passer de la figure 1 à la figure 2, on est obligé de retourner le calque,

- pour passer de la figure 2 à la figure 3, on est obligé de retourner le calque.

Mais retourner deux fois le calque revient à le déplacer sans le retourner. C'est pourquoi on peut passer de la figure 1 à la figure 3 sans retourner le calque.

Pour mieux comprendre encore regarde le dessin ci-contre.

Les droites d et e sont perpendiculaires.

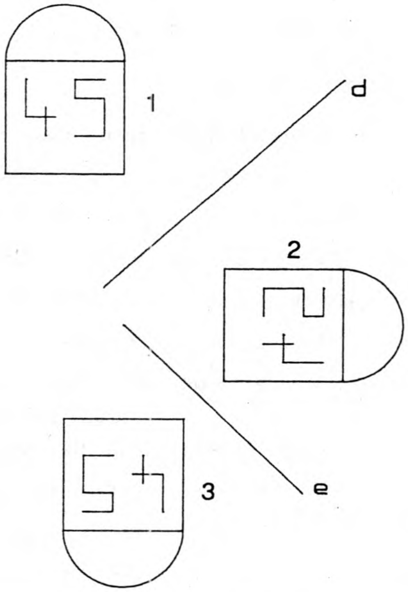
Les bornes 1 et 2 sont symétriques par rapport à la droite d.

Les bornes 2 et 3 sont symétriques par rapport à la droite e.

Que peux-tu dire des bornes 1 *et* 3 *?*

Si tu veux lire le "45" sur la borne 3, c'est facile, il suffit de tourner le livre.

Mais si tu voulais lire le "45" sur la borne 2, il faudrait tourner la page et lire par transparence.

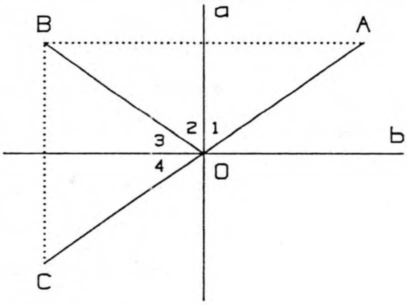


II ESSAYONS DE COMPRENDRE

1. Sur la figure, les droites a et b sont perpendiculaires et les points A et B sont symétriques par rapport à la droite a, donc :

les segments OA et OB ont la même longueur,

les angles $\widehat{O}_1$ et $\widehat{O}_2$ sont égaux.



Les points B et C sont symétriques par rapport à la droite b.

Que peux-tu dire des segments OB *et* OC *?*

Que peux-tu dire des angles O_3 *et* O_4 *?*

Mais le secteur formé par les secteurs adjacents O_2 et O_3 est droit.

Donc l'angle AOC est plat : les points A, O et C sont alignés.

Que peux-tu dire des segments OA *et* OC *?*

Tu comprends maintenant pourquoi le point O est le milieu du segment AC.

Quel est le symétrique du point A *par rapport au point* O *?*

Tu comprends mieux maintenant pourquoi faire deux pliages autour de deux droites perpendiculaires revient à faire une symétrie centrale.

2. Une propriété du triangle rectangle.

Reprenons la figure ci-dessus.

Les droites AB et b sont parallèles parce qu'elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite a.

Les droites BC et a sont parallèles.

Pourquoi ?

Les droites AB et BC sont donc perpendiculaires et le triangle ABC est rectangle en B.

Le segment BO est la médiane de ce triangle relative à l'hypoténuse AC.

Et tu vois que la longueur du segment BO est la moitié de la longueur de l'hypoténuse AC, et que les triangles BOC et AOB sont isocèles en O.

III DANS UN AUTRE ORDRE

Prends la feuille de manipulation numéro 3, *dessin numéro* 3.

Dessine la figure 2 *symétrique de la figure* 1 *par rapport au point* O.

Dessine la figure 3 *symétrique de la figure* 2 *par rapport à la droite* a.

Qu'observes-tu pour les figures 1 *et* 3 *?*

exercices page 28

exercices

026 *Dessine un triangle* ABC *en utilisant les informations suivantes :*
$\widehat{B} = 130°$,
longueur du segment BC = 5,7 cm,
longueur du segment Ba = 4,3 cm.

027 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *tel que* $\widehat{A} = 55°$ *et longueur du segment* AB = 7,2 cm.

028 *Dessine un quadrilatère* ABCD *de sommets opposés* A *et* C *dont les quatres côtés mesurent* 4 cm.
Ce problème a-t-il plusieurs solutions ?
Peut-on obtenir un quadrilatère croisé ?

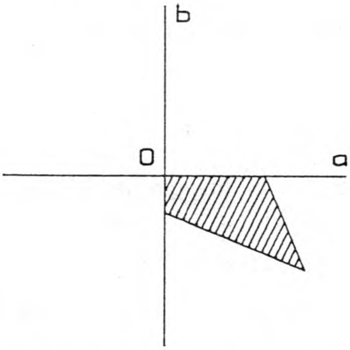
029 *Dessine un triangle* ABC *rectangle en* A *tel que* $\widehat{B} = 40°$ *et longueur du côté* AB = 6,2 cm.
Mesure l'angle $\widehat{C}$.

030 *Dessine un triangle dont les côtés mesurent* 13 cm, 5 cm *et* 12 cm.
Qu'observes-tu ?

031 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *tel que les côtés* AB *et* BC *mesurent l'un* 5 cm *et l'autre* 4 cm.

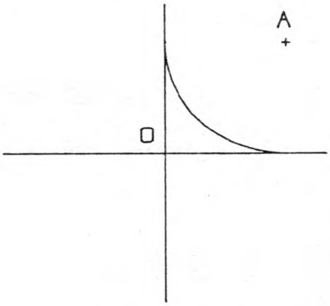
032 *Dessine un triangle* ABC *rectangle en* A, *dont les côtés* AB *et* AC *mesurent* 5,1 cm *et* 3,7 cm.

033 *Dessine une figure à peu près comme celle-ci mais plus grande.*



Dessine l'image de la figure hachurée dans la symétrie de centre O.
Dessine l'image de l'ensemble de la figure dans la symétrie autour de la droite a.

034 *Dessine un repère et appelle* O *l'origine de ce repère.*



Place le point A *de coordonnées* (4 ; 4).
Trace le petit arc du cercle de centre A *tangent aux deux droites de coordonnées.*
Dessine le symétrique de cet arc par rapport à O.
Dessine le symétrique de l'ensemble de la figure par rapport à la droite des ordonnées.
Que peux-tu dire des deux nouveaux arcs obtenus ?

035 *Dessine un triangle* OAI *rectangle et isocèle en* I *(pas trop grand et au milieu de la page).*
Dessine le symétrique de ce triangle par rapport à O *et appelle* C *et* K *les symétriques de* A *et de* I.
Dessine le symétrique de l'ensemble de la figure par rapport à la droite AC *et appelle* J *et* L *les symétriques de* I *et de* K.
Tu as obtenu une figure qui a une autre droite de symétrie.
Laquelle ? Dessine la symétrique de cette figure par rapport à la droite IK *et appelle* D *et* B *les symétriques de* A *et* C.
Qu'observes-tu pour les points B *et* D *?*
Quelle figure as-tu obtenue ? Combien a-t-elle de droites de symétrie ?

036 *Prends la feuille de manipuplation numéro* 1 *dessin numéro* 5.
Dessine la symétrique de la figure 1 *autour de la droite* d *; appelle la* 2.
Dessine la symétrique de la figure 2 *autour de la droite* e *; appelle la* 3.
A l'aide d'un calque, comme tu as appris à le faire dans la leçon, vérifie que les figures 1 *et* 3 *sont symétriques par rapport à un point.*
Et puis tu as certainement envie de dessiner une figure 4. *Surtout ne t'en prives pas.*

037 *Prends la feuille de manipulation numéro* 1, *dessin numéro* 6.
Dessine les points A_1, B_1 *et* C_1 *symétriques des points* A, B *et* C *par rapport à la droite* d.
Dessine les points A_2, B_2 *et* C_2 *symétriques des points* A_1, B_1 *et* C_1 *par rapport à la droite* e.
Vérifie que les droites AA_2, BB_2 *et* CC_2 *ne sont pas concourantes.*
Penses-tu que l'on puisse passer de la figure ABC *à la figure* $A_2B_2C_2$ *par une symétrie centrale autour du point* O *?*
Essaie de passer de la figure ABC *à la figure* $A_2B_2C_2$ *en faisant tourner un calque autour de* O.
As-tu tourné d'un demi-tour ?

parenthèses 07

1. Priorité aux parenthèses.

Nous avons déjà écrit des égalités comme $5 \times (3 + 4) = (5 \times 3) + (5 \times 4)$.

Si on effectue les calculs comme l'indique le premier membre de l'égalité, on doit commencer par effectuer l'addition.

Si on effectue les calculs comme l'indique le second membre de l'égalité, on doit commencer par effectuer les deux multiplications.

Examine par exemple si les égalités suivantes sont vraies ou fausses.

$1 - ((2 + 3) - 4) = 0$; $1 + ((2 \times 3) - 4) = 3$; $1 + (2 - (3 + 4)) = 6$;
$1 - (2 \times (3 + 4)) = 13$; $(1 + 2) : (3 \times 4) = 4$; $1 : ((2 \times + 3) - 4) = 1$.

2. Associativité.

Tu sais déjà que quand on a une suite d'additions, ou une suite de multiplications, on peut ne pas mettre de parenthèses.

Recopie les égalités suivantes en enlevant les parenthèses, qui ne sont pas utiles.

$(1 : 2) \times (3 \times 4) = 6$; $((1 \times 2) + 3) + 4 = 9$; $((1 + 2) + 3) + 4 = 10$;
$1 \times (2 \times (3 \times 4)) = 24$; $1 + (2 \times (3 \times 4)) = 25$; $((1 + 2) \times 3) \times 4 = 36$.

Cette première règle simplifie déjà beaucoup les écritures. Mais il y a mieux !

3. Une convention.

Quand une multiplication et une addition se disputent un pauvre nombre qui n'en peut mais, c'est la multiplication qui l'emporte, même si elle vient après.

Calculons $2 + 3 \times 4$: $2 + 3 \times 4 = 2 + 12 = 14$.

On dit que la multiplication a priorité sur l'addition.

Dans une suite d'additions et de multiplications, il ne sera plus nécessaire de noter les multiplications entre parenthèses.

Ainsi :

$(5 \times 3) + (5 \times 4)$ peut s'écrire $5 \times 3 + 5 \times 4$; $-7 + (9 \times 6)$ peut s'écrire $-7 + 9 \times 6$.

Exercice.

L'écriture $5 \times 3 + 4$ est une autre écriture d'un des deux nombres

$$5 \times (3 + 4) \text{ et } (5 \times 3) + 4.$$

Lequel ?

Remarque.

Comme une soustraction est une addition (de l'opposé), une division est une multiplication (par l'inverse),

la multiplication et la division ont priorité sur l'addition et la soustraction.

Exercices.

1. *Recopie les égalités suivantes en enlevant les parenthèses qui ne sont pas utiles.*

$((1 \times 2) + 3) - 4 = 1$; $(1 + (2 \times 3)) - 4 = 3$; $((1 + 2) : 3) + 4 = 5$;
$((1 + 2) \times 3) + 4 = 13$; $(1 \times 2) + (3 \times 4) = 14$; $1 + 2 + (3 \times 4) = 15$;
$((1 \times 2) + 3) \times 4 = 20$; $(1 + 2) \times (3 + 4) = 21$; $(1 + (2 \times 3)) \times 4 = 28$.

2. Pour quelqu'un qui connaît la règle de priorité de la multiplication, les égalités suivantes ne sont pas correctes.

Recopie-les en rajoutant des parenthèses là où il faut.

$1 + 2 - 3 \times 4 = 0$; $1 + 2 : 3 \times 4 = 4$; $(1 \times 2) \times 3 + 4 = 14$;
$(1 \times 2) + 3 \times 4 = 20$; $1 + (2 + 3 \times 4) = 21$; $1 + 2 + 3 \times 4 = 24$.

3. *Examine les égalités suivantes à la lumière de toutes les règles que tu connais. La question posée est celle-ci : l'égalité serait-elle encore vraie si on supprimait toutes les parenthèses ?*

$(1 + 2) + (3 \times 4) = 15$; $((1 + 2)) + 3) - 4 = 2$; $1 + ((2 \times 3) \times 4) = 25$;
$1 : ((2 + 3) - 4) = 1$; $(1 \times 2) + (3 + 4) = 9$; $1 + ((2 \times 3) - 4) = 3$;
$(1 + 2) + (3 - 4) = 2$; $1 + (2 + (3 \times 4)) = 15$; $((1 + 2) - 3) + 4 = 4$.

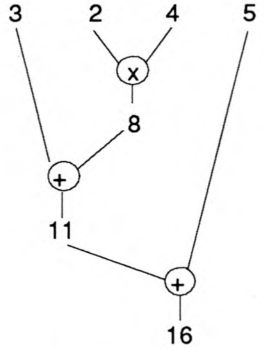
4. Exercices.

Regarde comment Arthur, Barnabé et Zoé font pour calculer $3 + 2 \times 4 + 5$.

Arthur

$2 \times 4 = 8$
$3 + 8 + 5 = 16$

Barnabé



Zoé

$3 + 2 \times 4 + 5$
$= 3 + 8 + 5$
$= 16$

Sur ton cahier, calcule comme chacun d'eux $3 \times 4 + 2 \times 5$.

**Calcule*

$5+4\times3+2$; $(5+4)\times(3+2)$; $(5+4)\times3+2$; $5+4\times(3+2)$;
$5\times4+3\times2$; $5\times(4+3)\times2$; $(5\times4+3)\times2$; $5\times(4+3\times2)$.

**Calcule* $15\times10-13\times11+17\times4-20$; $7\times(8+5)\times7$;
$5\times(15-3)\times4$; $1{,}6+0{,}03+0{,}25\times0{,}2$; $1+2\times3\times(-4+5)$.

5. Calculettes.

Les calculettes toutes simples n'ont jamais été capables d'apprendre les règles de priorité.

Regarde ce qui se passe quand on veut calculer 2 + 3 x 4.

$\boxed{2}$	2	
$\boxed{+}$	2	
$\boxed{3}$	3	
$\boxed{\times}$	5 ——	Dès que tu tapes un nouveau signe d'opération, elle effectue la première opération que tu as fait entrer.
$\boxed{4}$	4	
$\boxed{=}$	20 ——	Elle effectue la deuxième opération.

Mais alors, faut-il jeter les calculettes ?

Non, bien sûr, mais il faut être intelligent à leur place, et surtout bien les connaître.

- Pour calculer 2 + 3 x 4, tu peux calculer 3 x 4 + 2.

- Dans l'exercice précédent, tu as calculé 15 x 10 - 13 x 11 + 17 x 4 - 20.

Regarde ce que cela donne, en utilisant la mémoire de la calculette.

15	$\boxed{\times}$	10	$\boxed{M+}$	M150 —	Il y a 150 en mémoire.
13	$\boxed{\times}$	11	$\boxed{M-}$	M143 —	Quand tu appuies sur M-, le résultat de 13 x 11 est retranché du contenu de la mémoire: il y a donc 7 en mémoire.
17	$\boxed{\times}$	4	$\boxed{M+}$	M68	68 est ajouté en mémoire.
		20	$\boxed{M-}$	M20	
			$\boxed{RM}$	M55 —	La réponse est 55 . C'est bien ce que tu avais trouvé.

Remarque.

Il existe des calculatrices plus évoluées qui permettent d'utiliser les règles de priorité.

exercices pages 32 et 38

exercices

038 Hélène a écrit $2 + 2 \times 2 - 2 = 6$ et $2 - 2 \times 2 + 2 = 2$.
A ton avis, comment calcule-elle ?
Recopie ses égalités en rajoutant des parenthèses pour que la règle de priorité de la multiplication soit respectée.

039 Paul et sa sœur Yvette achètent les articles suivants.
1 machine à calculer à 55,45 F,
3 cassettes vierges à 22,50 F les 3,
2 disques 33 tours à 79,95 F l'un,
3 disques 45 tours à 21,60 F l'un,
2 livres à 22,85 F l'un.
Calcule mentalement une valeur approchée de leur dépense. Si tu as une calculette, utilise sa mémoire pour trouver le montant exact de la note qu'ils ont payée.

040 *Calcule*
$4 \times 3 + 2$; $2 \times 5 - 2 \times 0,5 + 2 \times 2$;
$-3 + 2 \times 0,5 + 2$; $7 \times 3 - 5 \times 13$;
$-(5 \times 12) - 6 \times 4$; $13 \times 6 - 15 \times 4$.

041 *Calcule "à la main"*
$20 \times 30 + 40 \times 50 + 15 \times 20 - 125 \times 40$.
Si tu as une calculette, essaie de retrouver le résultat en te servant des touches $\boxed{M^+}$, $\boxed{M^-}$ *et* $\boxed{MR}$ *de ta calculette.*

042 Boris a écrit $(2 - 2 : 2) \times 2 = 2$ et $(2 + 2 \times 2) + 2 = 10$. Une de ses égalités est vraie, l'autre est fausse.
Recopie celle qui est fausse en ajoutant des parenthèses pour qu'elle devienne vraie.
Fais le même travail pour les écritures de Séverine.
$2 \times 2 \times 2 + 2 = 10$ *et* $2 + 2 + 2 \times 2 = 12$.

043 *Recopie et complète le tableau ci-dessous.*

x	y	z	xy+z	x(y+z)
8	2	8		
1	23	69		
0,1	7	7		
47,5	0,4	0		
5/3	6	9		

Penses-tu que la propriété suivante soit vraie ?
Quels que soient les nombres x, y et z, $xy + z = x(y + z)$.

044 *Calcule* $2 \times \frac{65}{11} + 4 \times \frac{39}{11}$.
Si tu n'as pas trouvé un entier, vérifie ton calcul.

045 *Calcule.*
$22 - 19 + 10 + 4 = 15$; $(22 + 10) : (4 + 19 - 15)$; $(22 + 19 - 15 + 4) : 10$;
$22 - 19 + 15 - 10 - 4$; $19 - (15 + (22 - 10) : 4)$; $(15 - 10) \times 19 - 22 \times 4$;
$(15 + 10 - 4) : (22 - 19)$; $(10 + 22) : (19 - 15) - 4$; $22 + 15 - (19 - 10) \times 4$;
$10 - (22 + 19 + 4) : 15$; $4 \times 15 : 10 + 19 - 22$; $(22 - 4) : (15 + 10 - 19)$.

046 *Calcule.*
$(22 + 19 + 15 + 4) : 10$; $(22 - 10 - 4) : (19 - 15)$; $(22 + 10 + 15 - 19) : 4$;
$15 : (19 + 10 - 22 - 4)$; $(19 - 4) \times 15 - 22 \times 10$; $19 + 4 - 22 + 15 - 10$;
$(22 + 10) : 4 - (19 - 15)$; $(15 - 10) \times (19 + 4 - 22)$; $(22 - 15 + 19 - 10) : 4$;
$(22 - 19) \times 4 + 10 - 15$; $(19 - 10) : (22 - (15 + 4))$; $(4 \times 10 + 19 - 15) : 22$.

047 *Calcule.*
$(10 - 4) - 15 : (22 - 19)$; $(15 + 4 - 19) \times 22 \times 10$; $(22 - 19) \times 15 - 10 \times 4$;
$(15 - 10) \times (4 - (22 - 19))$; $(22 - 19) \times (15 - 10 - 4)$; $(19 + 10) - (22 - 15) \times 4$; ;
$(19 - 15) - ((22 - 10) : 4)$; $(4 \times 15) : ((22 - 19) \times 10)$; $(22 : (15 - 4)) \times 10 - 19$; ;
$(22 \times 4) : (15 + 10 + 19)$; $(15 + 10 - 19) \times 4 - 22$; $(22 - 10) : 4 + 19 - 15$;
$(15 + 19 + 22) : (10 + 4)$.

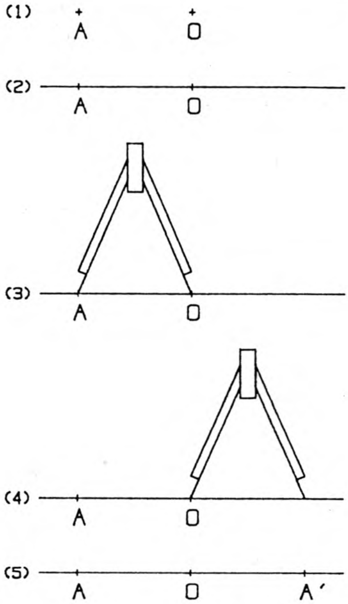
autres exercices page 38

propriétés des symétries centrales 08

Dans ce chapitre, nous allons récapituler toutes les propriétés des symétries centrales que nous avons observées dans les chapitres précédents et les compléter.

I DESSINS

1. Le symétrique d'un point.



Place un point O *sur une feuille de papier.*

Ce point O sera le centre de notre symétrie.

Place un point A *et dessine son symétrique* A'.

Quel est le symétrique du point A' ?

Place un point B' *et dessine le point* B *dont* B' *est le symétrique. Explique ce que tu as fait.*

Quel est le symétrique du point B' ?

Y-a-t-il un point qui soit confondu avec son symétrique ?

Soit O un point. Le symétrique d'un point M par rapport à O est le point M' tel que le point O soit le milieu du segment MM'.

Le symétrique du point M' est donc le point M.

On dit que M et M' sont symétriques par rapport à O.

2. Recherche du centre de symétrie.

Dessine deux points A *et* A'.

Ces points sont symétriques par rapport à un point O.

Où se trouve le point O ?

Tu connais au moins deux façons de le dessiner :

- avec ta règle graduée,
- avec ton compas, en traçant la médiatrice du segment AA'.

Fais-le avec ta règle graduée.

Recommence sur un autre dessin avec ton compas.

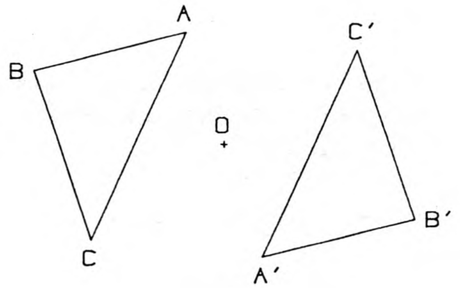
II FIGURES SUPERPOSABLES

Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables.

Que peux-tu dire des segments AB *et* A'B' *?*

Que peux-tu dire des angles $\widehat{BAC}$ *et* $\widehat{B'A'C'}$ *?*

Que peux-tu dire des aires des triangles ABC *et* A'B'C' *?*



Deux segments symétriques par rapport à un point ont la même longueur.

Deux secteurs angulaires symétriques ont la même mesure. Ils appartiennent donc à un même angle.

Deux figures symétriques ont la même aire.

III LES DROITES

1. Symétriques de points alignés.

Dessine un point O *puis trois points alignés* A, B *et* C.

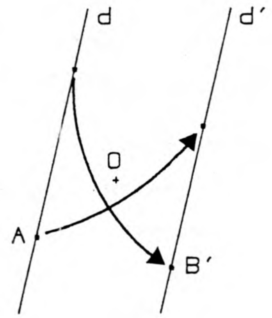
Dessine les symétriques A', B' *et* C' *de* A, B *et* C *par rapport au point* O.

Qu'observes-tu ?

Place un point D' sur la droite A'C' et dessine le point D dont il est le symétrique.

Qu'observes-tu ?

2. Image d'une droite



Ce que nous venons de faire, nous conduit à penser que :

* tous les points d'une droite d ont leurs symétriques sur une droite parallèle à la droite d ; appelons d' cette nouvelle droite. (si A est sur d, son symétrique est sur d') ;

* tous les points de la droite d' sont les symétriques de points de la droite d. (Si B' est sur la droite d', il est le symétrique d'un point de la droite d.).

Nous traduisons cette propriété en disant que

L'image d'une droite par une symétrie centrale est une droite parallèle.

Dessine deux figures comme celles-ci.

Tu sais que pour déterminer une droite il suffit d'en connaître deux points.

Pour chacune des deux figures, dessine l'image de la droite d *par la symétrie centrale de centre* O.

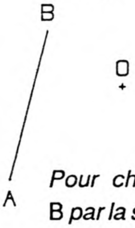
Qu'observes-tu sur la seconde figure ?

Soit O un point et d une droite qui passe par O. L'image de la droite d par la symétrie de centre O est la droite d elle-même.

Remarque bien que si d a pour image d', tout point de d sauf le point O s'est transformé en un autre point de la droite d.

3. Segments

Dessine trois figures comme celles-ci



Pour chacune des trois figures, dessine les symétriques A' *et* B' *de* A *et* B *par la symétrie centrale de centre* O.

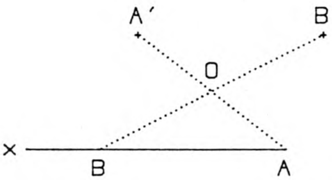
A ton avis, quel est le symétrique du segment AB *?*

Nous pouvons penser que l'image d'un segment par une symétrie centrale est un segment parallèle de même longueur.

4. Demi-droite.

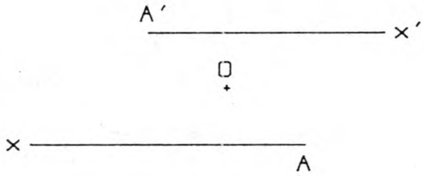
Dessine une demi-droite Ax *et un point* O *qui ne soit pas sur la droite* Ax.

Choisis un point B *sur la demi-droite* Ax.



Si tu pouvais faire le même travail pour tous les points de la demi-droite Ax, tu obtiendrais un ensemble de points.

Dessine cet ensemble.



A ton avis, quel est l'image de la demi-droite Ax *par la symétrie de centre* O *?*

Tu as dû obtenir une figure comme celle-ci.

Nous dirons que les demi-droites Ax et A'x' sont parallèles et de sens contraire.

Inversement.

Dessine deux demi-droites parallèles et de sens contraire By *et* B'y'.

Nous nous demandons si ces demi-droites sont symétriques par rapport à un point.

Si on peut trouver un tel point, comment est-il placé par rapport aux points B *et* B' *?*

Marque ce point et appelle-le O. *Quelle est la demi-droite symétrique de la demi-droite* By *par rapport à* O ?

Exercice

Dessine une demi-droite Ax *et un point* O *de la droite* Ax *(tu peux le placer sur la demi-droite ou non).*

Dessine la symétrique de la demi-droite Ax *par rapport à* O.

5. Secteur angulaire.

Dessine un secteur angulaire xAy *et un point* O.

Dessine le secteur x'A'y' *symétrique du secteur* xAy *par rapport à* O.

Tu vois que les côtés de ces secteurs sont parallèles et de sens contraire.

Inversement.

Dessine deux secteurs xAy *et* x'A'y' *dont les côtés sont parallèles et de sens contraire.*

Ces deux secteurs sont symétriques par rapport à un point.

Quel est ce point ?

6. Applications.

Que peux-tu dire des symétriques d' *et* e' *de deux droites perpendiculaires* d *et* e*?*

Fais un dessin.
Et de deux droites parallèles ? Fais un dessin.

exercices pages 37 et 38

exercices

048 *Dessine un triangle équilatéral* ABC *et les médiatrices de ce triangle.*
Ces médiatrices se coupent en un point O.
Dessine le symétrique du triangle ABC *par rapport au point* O.
Dessine le cercle de centre O *et qui passe par* A. *Qu'observes-tu ?*

049 *Dessine un carré* ABCD *de centre* O *et le cercle de centre* O *qui passe par* A.
Dessine la symétrique de cette figure dans la symétrie de centre A.

050 *Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 1.*
Dessine la symétrique de la figure grisée par rapport au point O.

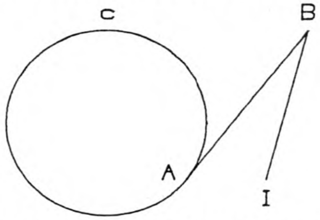
051 *Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 2.*
Dessine la symétrique de la figure grisée p ar rapport au point O.

052 *Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 3.*
Dessine la symétrique de la figure grisée par rapport au point O.

053 *Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 4.*
Dessine la symétrique de la figure grisée par rapport au point O.

exercices

054 *Reproduis approximativement cette figure en plus grand et en veillant à ce que le cercle* c *soit tangent à la droite* AB *en* A



Dessine la symétrique de la figure par rapport à I. *Explique comment tu as fait.*

055 *Dessine un triangle* OAB *puis* D *le symétrique de* B *et* C *le symétrique de* A *par rapport à* O.
Explique pourquoi le quadrilatère ABCD *est un parallélogramme.*

056 *Dessine un triangle* ABC *et appelle* O *le millieu du segment* BC.
Dessine le symétrique du triangle ABC *par rapport à* O.
Explique pourquoi tu trouves un parallélogramme.

057 *Dessine un triangle* ABC. *Place un point* O *sur le segment* AB, *qui ne soit pas le milieu du segment* AB.
Dessine l'image du triangle ABC *dans la symétrie de centre* O.

058 *Dessine deux droites concourantes en un point* A. *Appelle-les* d *et* e.
Sur ton dessin, marque un point O *qui ne soit ni sur* d, *ni sur* e.
Dessine les symétriques des droites d *et* e *par rapport à* O.
Qu'observes-tu ?

059 *Dessine trois points* O, A *et* I *tels que :* longueur du segment OA= 3 cm,
longueur du segment AI = 4 cm,
longueur du segment OI = 7 cm.
Dessine le cercle de centre O *qui passe par* A *et le cercle de centre* I *qui passe par* A.
On dit que ces deux cercles sont tangents en A.
Dessine la symétrique de cette figure dans la symétrie de centre A.
Refais un dessin et recommence en prenant cette fois le point I *comme centre de symétrie.*

autre exercice page 38

exercices

060 *Place entre les* 3 *un signe d'opération* +, -, x, : *et des parenthèses pour obtenir des égalités vraies*

3 3 3 3 = 2 ; 3 3 3 3 = 3 ;
3 3 3 3 = 4 ; 3 3 3 3 = 5 ;
3 3 3 3 = 6 ; 3 3 3 3 = 7 ;
3 3 3 3 = 8 ; 3 3 3 3 = 36.

Avec quatre 3 on peut aussi trouver 0, 1, 9, 10, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 54 et 81
Essaie.

061 *Place entre les* 4 *un signe d'opération* +, -, x, : *et des parenthèses pour obtenir des égalités vraies*

4 4 4 4 = 1 ; 4 4 4 4 = 6 ;
4 4 4 4 = 7 ; 4 4 4 4 = 8 ;
4 4 4 4 = 20 ; 4 4 4 4 = 28 ;
4 4 4 4 = 32 ; 4 4 4 4 = 64.

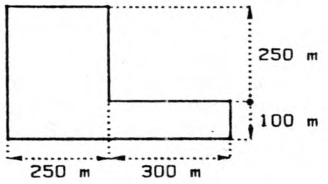
Avec quatre 4 on peut aussi trouver 0, 2, 3, 4, 5, 9, 12, 15, 16, 17, 24, 36, 48, 60, 68, 80, 128 et 256.
Essaie.

062 Joffrey a utilisé sa calculette pour effectuer ce calcul :
1 000 x (0,02 + 0,1 + 0,003).
Il a trouvé 20,103.
Comment penses-tu qu'il a procédé ?
Comment faudrait-il conduire le calcul pour trouver la réponse exacte ?

063 Voici plusieurs questions.
On ne te demande pas la réponse, mais simplement d'écrire, en utilisant éventuellement des parenthèses, un programme de calcul qui permettrait de trouver la réponse.

1- *Quel est le périmètre d'un rectangle de longueur* 10 m *et de largeur* 8 m *?*

2- *Quelle est l'aire du champs représenté ici ?*



3- *Le 1er janvier, une citerne contenait* 4 800 l *de fuel. On, a enregistré les consommations suivantes : en janvier* 730 l, *en février* 638 l, *en mars* 852 l. *Quelle est la quantité de fuel restant dans la citerne à la fin du mois de mars ?*

4- *Un coureur de* 10 000 m *a déjà effectué* 13 *tours de* 400 m. *Quelle distance lui reste-t-il à parcourir ?*

5- *Pierre a obtenu les notes suivantes en mathématiques :* 18, 7 16, 10, 11. *Quelle est sa moyenne ?*

064 *Recopie les égalités suivantes en enlevant les parenthèses qui ne te semblent pas nécessaires. Quand nous avons mis "et" entre deux égalités, c'est qu'il y a une certaine symétrie à observer.*

(2 + 2) - (2 + 2) = 0 ; (2 + 2) - (2 - 2) = 4 ;
(2 : 2) + (2 : 2) = 2 *et* (2 + 2) : (2 + 2) = 1 ;
(2 x 2) x (2 x 2) = 16 *et* (2 + 2) x (2 + 2) = 16 ;
((2 x 2) + 2) x 2 = 12 *et* ((2 + 2) x 2) + 2 = 10 ;
((2 x 2) x 2) + 2 = 10 *et* ((2 + 2) + 2) : 2 = 3 ;
((2 : 2) + 2) + 2 = 5 ; (2 : 2) + 2 + 2 = 5.
(2 x 2) x (2 : 2) = 4 ;
((2 : 2) + 2) x 2 = 6 ;
2 + 2 - (2 : 2) = 3 ;
(2 x 2 x 2)- 2 = 6 ;

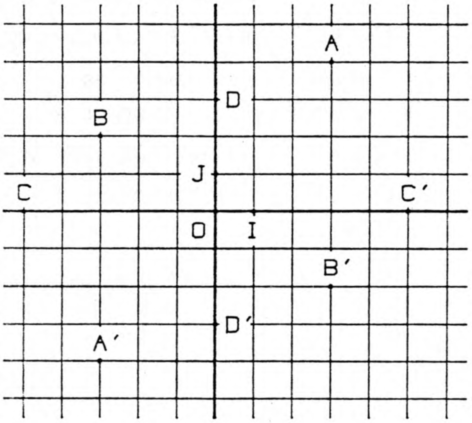
exercice

065 *Dessine en noir un triangle* ABC *puis marque deux points* I *et* J.
Dessine en rouge le triangle A'B'C' *symétrique du triangle noir par rapport à* I.
Dessine en vert le triangle A"B"C" *symétrique du triangle rouge par rapport à* J.
Qu'observes-tu pour les côtés des triangles noir et vert ?
Penses-tu qu'il existe une symétrie centrale qui transforme le triangle noir dans le triangle vert ? Justifie ta réponse.

symétrie centrale et repérage 09

1. Coordonnées de points symétriques.

Sur le dessin ci-contre, nous avons dessiné un repère (O, I, J).



Vérifie que les points A *et* A' *sont symétriques par rapport à l'origine* O.

Quelle sont les coordonnées de A *? De* A' *?*

Qu'observes-tu ?

Fais le même travail pour les points B *et* B', *puis pour les points* C *et* C' *et pour les points* D *et* D'.

Nous admettrons la propriété suivante :

Lorsque deux points sont symétriques par rapport à l'origine d'un repère :
- leurs abscisses sont opposées,
- leurs ordonnées sont opposées.

2. Coordonnées opposées.

Dessine un repère sur une feuille de papier quadrillé.

Place un point M *sur un noeud du quadrillage.*

Place M' *en respectant les consignes suivantes :*

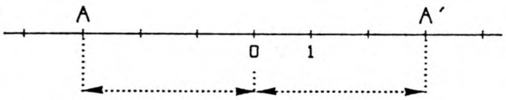
- M et M' ont des abscisses opposées,
- M et M' ont des ordonnées opposées.

Qu'observes-tu ? Et tes camarades ?

Remarque.

Les résultats ci-dessus ne te surprennent sans doute pas. En effet tu as appris en sixième que :

pour deux points A et A' d'une droite graduée, il revient au même de dire :



ces deux points sont à la même distance de l'origine O c'est-à-dire sont symétriques par rapport à O ;

ces deux points ont des abscises opposées.

3. Avec les symétries orthogonales.

Dessine un repère sur une feuille de papier quadrillé.

Place un point M *sur un noeud du quadrillage.*

Place M' *en respectant les consignes suivantes :*

- M et M' ont une même abscisse,
- M et M' ont des ordonnées opposées.

Que peux-tu dire des points M *et* M' *?*

Place M" *en respectant les consignes suivantes :*

- M' et M" ont une même ordonnée,
- M' et M" ont des abscisses opposées.

Que peux-tu dire des points M' *et* M"*?*

Et maintenant que peux-tu dire des abscisses des points M *et* M"*?*

De leurs ordonnées ?

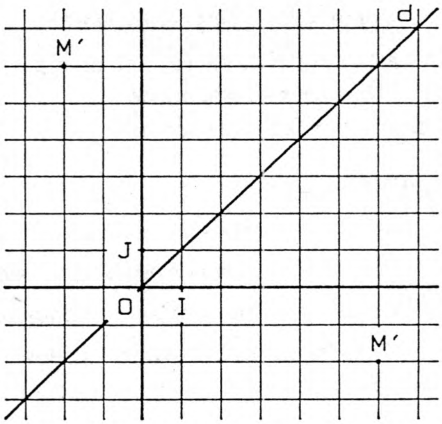
Est-il bien étonnant que ces deux points soient symétriques par rapport au point O *?*

exercice

066 En classe de sixième, nous avons étudié la symétrie par rapport à la première bissectrice : la droite d de notre dessin.
Nous avons appris que si M et M' sont symétriques par rapport à la droite d :
- l'abscisse de M' est égale à l'ordonnée de M,
- l'ordonnée de M' est égale à l'abscisse de M.

Vérifie-le pour les deux points de notre dessin.
Dessine un repère sur une feuille de papier quadrillé et trace la première bissectrice d.
Place le point A *de coordonnées* (3 ; - 1).
Place le point A' *symétrique de* A *par rapport à la droite* d *et donne ses coordonnées.*
Place le point A" *symétrique de* A' *par rapport à l'origine et donne ses coordonnées.*
Refais le même travail avec le point B *de coordonnées* (- 2 ; 4).
Tu obtiens un point B".
Vérifie que les segments AA" *et* BB" *ont la même médiatrice. Appelle-la* e.

Qu'observes-tu pour cette droite ?



On appelle la droite e la seconde bissectrice.
Recopie et complète :
Si M et M' sont deux point symétriques par rapport à la droite e :
-l'abscisse de M' est égale à...........
- l'ordonnée de M' est égale à ....

Contrôle ce que tu viens d'écrire à l'aide de points de ton dessin.

autres exercices page 59

diviseurs — nombres premiers 10

Tu sais déjà beaucoup de choses sur les fractions. Voici le premier d'une série de 7 chapitres qui vont faire de toi un virtuose des fractions (Et pourtant ce chapitre ne contient pas une seule fraction !).

DIVISEURS

1. Un exercice pour introduire.

Voici quatre nombres : 24 ; 70 ; 96 ; 100.

Ecris chacun d'eux sous la forme d'un produit de trois facteurs.

Par exemple : 42 = 2 x 3 x 7.

Mais attention ! Tu n'as pas le droit de prendre l'élément neutre, ce serait trop facile : 42 = 42 x 1 x 1 !

On peut écrire que : 42 = 6 x 7 : on dit que 42 est DIVISIBLE par 6.

On dit aussi que 6 est un DIVISEUR de 42.

Tu vois que 2 aussi est un diviseur de 42, puisque 42 = 2 x 3 x 7.

Cite encore deux diviseurs de 42.

Cite trois diviseurs de chacun des nombres 24, 70, 96 *et* 100.

2. Relation "est diviseur de".

Prends la feuille de manipulation numéro 5 *et regarde le tableau.*

Chaque croix signifie "est diviseur de" et la flèche indique comment on doit lire le tableau. Par exemple la croix en trait fort signifie "2 est diviseur de 6".

Complète le tableau.

Ce n'est pas très difficile : pour remplir la ligne du 1, on a compté de un en un.

Pour remplir la ligne du 2, on a compté de deux en deux, et on a obtenu des nombres pairs.

Pour remplir la ligne du 3, *tu vas compter de trois en trois, et ainsi tu obtiendras des nombres divisibles par* 3.

3. Des ensembles de diviseurs.

Regarde le tableau de la feuille de manipulation numéro 5.

Dans la colonne de 6 il y a quatre croix qui signifient :

1 est un diviseur de 6 ; 2 est un diviseur de 6 ; 3 est un diviseur de 6 ; 6 est un diviseur de 6.

Les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3, et 6. Il n'y en a pas d'autres car il n'y a pas d'autres croix dans la colonne de 6.

Autrement dit l'ensemble des diviseurs de 6 est $\{1 ; 2 ; 3 ; 6\}$.

Trouve dans le tableau l'ensemble des diviseurs de 10 *et l'ensemble des diviseurs de* 1.

Des deux phrases suivantes : "2 est un diviseur de 6" et "6 est un diviseur de 2" une seule est vraie.

Laquelle ?

Remplace 6 *et* 2 *par* 4 *et* 7 *et écris les deux phrases obtenues.*

Qu'observes-tu ?

Refais le même travail avec 12 *et* 36, *puis avec* 8 *et* 8, *puis avec deux nombres de ton choix.*

On peut dire que les diviseurs d'un nombre ne peuvent pas être plus grands que ce nombre.

Reprends le tableau de la feuille de manipulation numéro 5.

Utilise ce tableau pour écrire l'ensemble des diviseurs de 1, *de* 2, *de* 3, *de* 4,... , *de* 37. *(Tu pourras noter* D_1, D_2, D_3, D_4, ..., D_{37} *ces ensembles).*

Il y a quelque chose de surprenant : 36 a beaucoup de diviseurs, et 37, qui le suit, n'en a que deux. Aussi loin qu'on aille dans l'ensemble des entiers, on rencontre des nombres comme 37, qui ont deux diviseurs, et pas plus. On dit que ce sont des NOMBRES PREMIERS.

On appelle nombre premier un nombre qui a exactement deux diviseurs.

Remarque que 1 n'est pas un nombre premier : il a un seul diviseur.

Utilise ce que tu as fait ci-dessus pour écrire tous les nombres premiers plus petits que 40.

II NOMBRES PREMIERS

1. A quoi ça sert, les nombres premiers ?

Quand tu étais petit (petite) tu as peut-être joué avec des legos.

Avec des briques, avec des petits éléments bien ajustés ensemble, tu construisais des maisons, des voitures, des bateaux...

Eh bien le mathématicien, lui, joue avec ses nombres premiers. Il les assemble, et peut ainsi fabriquer n'importe quel nombre entier.

Par exemple avec un 2, un 3 et un 7, il a 42 :

$$42 = 2 \times 3 \times 7.$$

Cherchons les briques nécessaires pour fabriquer 24.

$24 = 6 \times 4$

$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$ Il faut un 3 et trois 2.

Fais de même et écris 70, 96 *et* 100 *comme produits de nombres premiers. Tu peux utiliser les résultats du premier exercice de ce chapitre.*

2. *Regarde le tableau ci-dessous.*

2	11	23	31	41	53	61	71	83	97
3	13	29	37	43	59	67	73	89	
5	17			47			79		
7	19								

C'est le tableau des nombres premiers plus petits que 100.

Combien sont-ils ?

L' Agence pour les Economies d'Energie recommande vivement de les avoir à sa disposition. Tu les recopies sur un petit bout de papier, de ta plus belle écriture, et tu le gardes toujours avec toi. A force de les utiliser, tu finiras par bien les connaître.

L' Agence prétend qu'avec cette liste et une calculette, tu peux sans peine établir la carte de visite de n'importe quel entier plus petit que 10 000. C'est-à-dire que tu peux, suivant les cas

- reconnaître que ce nombre entier est premier.
- écrire ce nombre entier comme produit de deux entiers plus petits.

Quant à nous, nous ne prétendons pas démontrer ce que dit cette Agence, mais nous allons simplement te donner deux exemples.

- Que dire de 211 ?

- il n'est pas divisible par 2
- il n'est pas divisible par 3
- il n'est pas divisible par 5

} On a des moyens simples pour décider.

- est-il divisible par 7 ? non	211 $\boxed{\div}$ 7 $\boxed{=}$	30,142857
- est-il divisible par 11 ? non	211 $\boxed{\div}$ 11 $\boxed{=}$	19,181818
- est-il divisible par 13 ? non	211 $\boxed{\div}$ 13 $\boxed{=}$	16,230769
- est-il divisible par 17 ? non	211 $\boxed{\div}$ 17 $\boxed{=}$	12,411765

On peut arrêter la recherche.

Tu remarques en effet que dans ces divisions, au fur et à mesure que le diviseur augmente, le quotient diminue. Et il y a eu basculement : le quotient est devenu plus petit que le diviseur.

A supposer que tu continues à chercher, tu diviseras 211 par 19, par 23, par 29, etc... Le quotient sera de plus en plus petit. Et si une de ces divisions se terminait, son quotient serait lui aussi un diviseur de 211, et il serait plus petit que 17 (plus petit que 12,411765, si tu préfères). Comment un tel diviseur aurait-il pu nous échapper, alors qu'on a essayé tous les nombres premiers jusqu'à 17 ?

Donc 211 est un nombre premier.

. Que dire de 9 997 ?

- il n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5.

- par 7 ?	9 997 $\boxed{\div}$ 7 $\boxed{=}$	1428, 1429
- par 11 ?	9 997 $\boxed{\div}$ 11 $\boxed{=}$	908,81818
- par 13 ?	9 997 $\boxed{\div}$ 13 $\boxed{=}$	769

Voilà, on peut conclure : 9 997 n'est pas un nombre premier, car on peut écrire :

$$9\,997 = 13 \times 769.$$

Est-ce que 769 est un nombre premier ?

Exercices

1. *Est-ce que* 403 *est un nombre premier ?*
   S'il n'en est pas un, écris-le comme produit de deux entiers plus petits.

2. *Fais le même travail avec les nombres suivants :* 1789, 1987, 1879, 1978, 1897.

3. Diviseurs communs à deux nombres.

Tu sais qu'on trouve 48 et 72 dans la table de multiplication de 8.

$48 = 8 \times 6$ $\quad$ $72 = 8 \times 9$

8 est un diviseur de 48. $\quad$ 8 est un diviseur de 72.

On peut dire que 8 est un DIVISEUR COMMUN à 48 et à 72.

C'est ainsi que deux personnes peuvent avoir un ami commun : c'est un ami de l'une, et c'est aussi un ami de l'autre.

Trouve d'autres diviseurs communs à 48 et à 72.

Trouve tous les diviseurs communs à 24 et à 30. (Dans le paragraphe I, *tu as écrit des ensembles de diviseurs).*

Trouve tous les diviseurs communs à 15 et à 28.

Tu as certainement trouvé que 15 et 28 n'ont pas d'autres diviseurs communs que 1. On dit que ces nombres sont ETRANGERS.

Exercice.

Les nombres 14 *et* 25 *sont-ils étrangers ? Et les nombres* 24 *et* 36 *?*
Et les nombres 12 *et* 14 *? Et les nombres* 18 *et* 37 *?*

Là encore, la connaissance des nombres premiers est bien utile.

On peut dire en effet que deux nombres sont étrangers s'ils n'ont aucun diviseur premier commun.

Ils ne sont pas du tout fabriqués avec les mêmes éléments, si tu préfères.

Quand on cherche si deux nombres sont étrangers, deux cas se présentent

- ou bien les deux nombres ont un diviseur commun qui saute aux yeux

par exemple 84 et 78 sont pairs tous les deux, donc ils ne sont pas étrangers

- ou bien on ne voit pas de diviseur commun.

Dans ce cas une recherche systématique s'impose.

Regardons ensemble si 84 et 203 sont étrangers.

- cherchons les diviseurs premiers de l'un d'eux.

84 est le plus sympatique . $84 = 4 \times 21$

Les seuls éléments constitutifs de 84 sont 2, 3 et 7. $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$

203 n'est, visiblement, divisible ni par 2 ni par 3.

Notre seul espoir réside en 7. 203 $\boxed{\div}$ 7 $\boxed{=}$ | 29

84 et 203 sont tous deux divisibles par 7, donc ils ne sont pas étrangers.

Examinons enfin 84 et 205.

84 est fabriqué avec 2,3 et 7.
205 n'est divisible ni par 2 ni par 3.
205 n'est pas divisible par 7 : 205 $\boxed{\div}$ 7 $\boxed{=}$ |29,285714

Alors c'est sans espoir ! 84 et 205 sont étrangers.

Exercice

Les nombres 173 *et* 81 *sont-ils étrangers ? Et* 174 *et* 145 *?*
Et 144 *et* 441 *? Et* 458 *et* 485 *?*

exercice

067 Un classement.
Tu as vu dans la leçon que le nombre 15 a exactement 4 diviseurs. Les nombres 6 et 10 ont aussi 4 diviseurs.
Tu vas ranger les nombres de 1 à 37 en mettant ensemble ceux qui ont le même nombre de diviseurs. Tu peux disposer ton travail comme ci-dessous.

Nombres qui ont :
1 diviseur : ....
2 diviseurs : ....
3 diviseurs : ....

autres exercices pages 46 et 66

exercices

068 Nombres carrés.
Observe que 4, 9 *et* 25 *ont trois diviseurs. Vérifie que :*
4 = 2 x 2, 9 = 3 x 3 et 25 = 5 x 5.
Les nombres 4 , 9 et 25 sont des carrés.
Est-ce que tous les nombres plus petits que 38 *qui ont trois diviseurs sont des carrés ?*
Est-ce que tous les nombres carrés plus petits que 38 *ont trois diviseurs ?*
Dis pourquoi.

069 Les nombres 6, 10, 14 et 15 ont quatre diviseurs.
Observe que 6 = 2 x 3 ; 10 = 2 x 5 ; 14 = 2 x 7 ; 15 = 3 x 5.
Les nombres 6, 10, 14, et 15 peuvent s'écrire comme produits de deux nombres premiers.
Est-ce que tous les nombres plus petits que 38 *qui ont quatre diviseurs sont produits de deux nombres premiers ?*
Trouve un nombre plus grand que 37 *et qui a quatre diviseurs.*

070 *Avec le moins de calculs possible, donne une écriture du nombre* 54 x 45 *qui montre qu'il est divisible par* 81.
Fais le même travail pour montrer que :
- 77 x 76 *est divisible par* 44.
- 60 x 117 *est divisible par* 90.
- 10 x 9 x 8 *est divisible par* 120

.071 *Avec le moins de calculs possible, donne une écriture qui montre que les nombres ci-dessous sont divisibles par* 126.
35 x 27 x 4 ; 20 x 210 x 3 ; 90 x 49.

072 Voici un tableau de nombres.

12	**26**	**33**	**47**	**65**
17	**28**	**35**	**49**	**72**
18	**29**	**40**	**51**	**87**
23	**30**	**44**	**60**	**94**

Tu vas d'abord le recopier. Ensuite tu barreras tous les nombres qui ne sont pas premiers, d'après toi. Enfin tu vérifieras si tu n'en as pas trop oublié en comparant ceux qui restent avec la liste des nombres premiers.

073 Pour savoir si un nombre est divisible par 2 ou par 5 ou par 10, il suffit d'examiner son dernier chiffre.
Pour savoir si un nombre est divisible par 3 ou par 9, il suffit d'examiner la somme de ses chiffres.
Et pour savoir si un nombre est divisible par 4, il suffit d'examiner ses deux derniers chiffres.
En effet considérons par exemple le nombre 694.
Il peut s'écrire 600 + 94.
600 peut s'écrire 6 x 100 ; 100 est divisible par 4 (100 = 4 x 25) donc 600 aussi. Alors tous les espoirs reposent sur 94
- si 94 est divisible par 4, alors 694 est divisible par 4
- si 94 n'est pas divisible par 4, alors 694 n'est pas divisible par 4.

Il faut donc que tu saches reconnaître les nombres qui sont divisibles par 4 et qui sont plus petits que 100. Et cela suffit.

0	4	8	12	16
20	24	28	32	36
40	44	48	52	56
60	64	68	72	76
80	84	88	92	96

Regarde-les, bien rangés dans ce tableau.
Alors 94 n'est pas divisible par 4, et 694 non plus.
Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont divisibles par 2, *divisibles par* 3, *divisibles par* 4, *divisibles par* 5, *divisibles par* 9 *?*
152 ; 178 ; 231 ; 540 ; 378 ; 390 ; 3264 ; 5319.

074 *Trouve un diviseur commun autre que* 1 *à* 140 *et à* 245 *; essaie d'en trouver un aussi grand que possible.*
Même question pous 132 *et* 156.

075 *Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont premiers ?*
1 ; 12 ; 123 ; 1 234 ; 12 345 ; 123 456.

076 *Pour chacun des nombres suivants, examine s'il est premier ou non. Si tu réponds non, tu dois produire une preuve : par exemple un diviseur du nombre en question.*
1 234 ; 2 341 ; 3 412 ; 4 123.

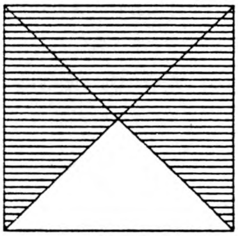
autres exercices page 66

où l'on retrouve les fractions 11

I OPERATEURS

1. Sur les surfaces.

1.1 *Observe le dessin ci-contre.*



Les diagonales du carré partagent celui-ci en quatre triangles superposables.

Nous avons hachuré trois quarts du carré.

Trois quarts se note $\frac{3}{4}$.

A toi.

- *Dessine un carré. A l'aide de toutes ses droites de symétrie, partage-le en 8.*

  Hachure trois huitièmes du carré, et écris la fraction correspondante.

1.2 *Prends la feuille de manipulation numéro* 4 *dessin numéro* 5.

On a dessiné plusieurs figures et indiqué une fraction à côté de chacune d'elles.

Pour la première figure, la fraction indiquée est $\frac{6}{7}$.

Hachure six septièmes de la figure. Fais un travail analogue pour les autres figures.

2. Sur les nombres.

Voici un exercice à deux questions. Tu fais d'abord celle qui "t'inspire" le plus.

Calcule $60 \times \frac{1}{4}$; $60 \times \frac{1}{2}$; $60 \times \frac{3}{4}$; $60 \times \frac{1}{3}$ $60 \times \frac{2}{3}$; $60 \times \frac{1}{6}$; $60 \times \frac{5}{6}$.

Quelle durée exprimée en minutes représente chacune des fractions d'heures suivantes :

$$\frac{1}{4} ; \frac{1}{2} ; \frac{3}{4} ; \frac{1}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{1}{6} ; \frac{5}{6} ?$$

II FRACTIONS

Petit à petit, les fractions n'opèreront plus seulement sur autrui : surfaces, nombres décimaux, etc, mais opèreront aussi entre elles. Tu vas ainsi apprendre à comparer deux fractions, à les multiplier... Bref elles deviendront pour toi des nombres à part entière.

1. Un peu de vocabulaire.

Dans l'écriture $\frac{3}{4}$ le nombre écrit au-dessus du trait de fraction s'appelle le NUMERATEUR.

Le nombre écrit au-dessous du trait de fraction s'appelle le DENOMINATEUR.

2. Plusieurs écritures.

Tu sais déjà qu'un nombre a plusieurs écritures, comme toi tu as plusieurs habits (sauf qu'ici, l'habit fait le moine !)

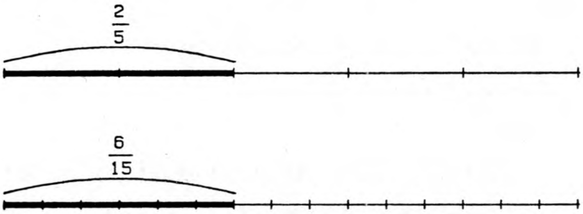
Par exemple, 9,7 et 9,70 sont deux écritures d'un même nombre.

Par exemple encore, 9,7 et $\frac{97}{10}$ sont deux écritures du même nombre.

2. 1 En vrac (du néerlandais "mal salé, mal préparé" en parlant du hareng).

Voici deux segments de même longueur.

L'un est partagé en 5, l'autre en 15.



Calcule $30 \times \frac{2}{5}$ *et* $30 \times \frac{6}{15}$. *Qu'observes-tu ?*

Calcule $15 \times \frac{2}{5}$.

Tu as certainement trouvé 6.

$15 \times \frac{2}{5} = 6$ donc $\frac{2}{5} = 6 : 15$.

Le quotient de 6 par 15 est $\frac{2}{5}$.

Calcule $5 \times \frac{6}{15}$.

Tu as certainement trouvé 2.

$5 \times \frac{6}{15} = 2$ donc $\frac{6}{15} = 2 : 5$.

Le quotient de 2 par 5 est $\frac{6}{15}$.

Le tableau ci-contre est-il un tableau de proportionnalité ?

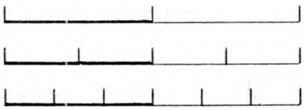
2	6
5	15

Tout semble indiquer que $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

Nous dirons que $\frac{2}{5}$ et $\frac{6}{15}$ sont deux écritures du même nombre.

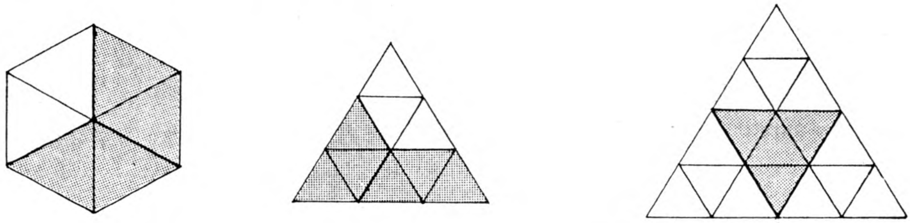
2. 2 Exercices

1. *Aide-toi des dessins ci-contre pour trouver d'autres écritures du nombre* $\frac{1}{2}$.



2. *Donne d'autres écritures de* $\frac{2}{3}$ *et* $\frac{4}{16}$.

Tu pourras t'aider des dessins ci-dessous.



3. *Exprime en heures les durées suivantes : quatre quarts d'heure, deux demi-heures, trois tiers d'heure. Donne plusieurs écritures du nombre* 1.

Exprime en heures les durées suivantes : quatre demi-heures, huit quarts d'heure, six tiers d'heure. Donne plusieurs écritures du nombre 2.

4. *Donne plusieurs écritures de* $\frac{2}{5}$.

5. *Recopie et complète :*

$$\frac{4}{7} = \frac{8}{\dots} \; ; \; \frac{4}{7} = \frac{\dots}{21} \; ; \; \frac{4}{7} = \frac{\dots}{28} \; ; \; \frac{6}{5} = \frac{12}{\dots} \; ; \; \frac{6}{5} = \frac{18}{\dots} \; ; \; \frac{6}{5} = \frac{24}{\dots}.$$

Donne encore d'autres écritures de $\frac{4}{7}$ *et de* $\frac{6}{5}$.

2.3 *A-t-on le droit d'écrire que* $\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$ *?*

Peut-être certains d'entre vous ont-ils répondu : "oui, on a le droit", et d'autres : "non, c'est faux". Pour vous aider à vous mettre d'accord, voici deux schémas.

$$\begin{tikzcd} \frac{12}{15} \arrow[r, bend left, ":3"] \arrow[r, bend right, ":3"'] & \frac{4}{5} \arrow[r, bend left, "\times 2"] \arrow[r, bend right, "\times 2"'] & \frac{8}{10} \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} \frac{12}{15} \arrow[r, bend left, "\times \frac{2}{3}"] \arrow[r, bend right, "\times \frac{2}{3}"'] & \frac{8}{10} \end{tikzcd}$$

Ceci est général.

Soit un nombre qui peut s'écrire comme une fraction. Si tu appliques le même opérateur multiplicatif aux deux termes de la fraction, tu obtiens une autre écriture du nombre de départ.

A-t-on le droit d'écrire que $\frac{15}{9} = \frac{35}{21}$ *?*

3. Fractions irréductibles.

3.1 Dans cet exercice, nous te donnons la même instruction dans deux langages différents : il serait bien étonnant que tu n'en comprennes aucun !

Donne, de chacun des nombres suivants une écriture fractionnaire où le numérateur et le dénominateur sont étrangers.

$$\frac{12}{15} ; \frac{54}{36} ; \frac{5}{40}.$$

Simplifie chacune des fractions suivantes, autant que tu le peux.

$$\frac{12}{15} ; \frac{54}{36} ; \frac{5}{40}.$$

3.2 Entrons dans le détail.

Simplifions ensemble la fraction $\frac{24}{90}$.

On doit d'abord chercher un diviseur commun aux nombres 24 et 90, par exemple 3. Alors, en divisant le numérateur et le dénominateur par 3, on peut écrire que

$$\frac{24}{90} = \frac{8}{30}.$$

Mais 8 et 30 ont encore un diviseur commun : 2. On peut donc écrire que $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.

4 et 15 n'ont pas d'autre diviseur commun que 1: ils sont étrangers. On ne peut donc pas espérer réduire $\frac{4}{15}$: c'est une fraction irréductible.

Dans le mot ir-réductible, tu reconnais un préfixe qui indique la négation, et qui est utilisé dans un très grand nombre de mots (in-capable, il-limité, im-mobile...).

Mais 24 et 90 ont d'autres diviseurs communs que 3 :

par exemple 2 :

$$\frac{24}{90} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{12}{45} \underset{:3}{\overset{:3}{=}} \frac{4}{15}$$

par exemple 6 :

$$\frac{24}{90} \underset{:6}{\overset{:6}{=}} \frac{4}{15}$$

$$\frac{24}{90} \longrightarrow \frac{8}{30} \longrightarrow \frac{4}{15}$$

$$\frac{24}{90} \longrightarrow \frac{12}{45} \longrightarrow \frac{4}{15}$$

$$\frac{24}{90} \longrightarrow \frac{4}{15}$$

Tu vois que finalement tous les chemins mènent à Rome.

On dit que $\frac{4}{15}$ est l'écriture fractionnaire irréductible de $\frac{24}{90}$.

Trouve tous les chemins qui mènent de $\frac{45}{36}$ *à son écriture fractionnaire irréductible.*

Trouve l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.

$$\frac{182}{168} ; \frac{8}{24} ; \frac{91}{39} ; \frac{91}{1001} ; \frac{16}{8} ; \frac{3}{4} ; \frac{25}{15} ; \frac{13}{2030}.$$

Voici enfin une propriété qui complète bien celle que nous avons énoncée à la fin du paragraphe précédent.

Si deux nombres n'ont pas la même écriture fractionnaire irréductible, alors ces deux nombres ne sont pas égaux.

Examine si les égalités suivantes sont vraies ou fausses.

$$\frac{24}{36} = \frac{20}{24} ; \frac{8}{60} = \frac{18}{24} ; \frac{35}{45} = \frac{98}{126} ; \frac{32}{56} = \frac{33}{57} ; \frac{45}{35} = \frac{126}{98}.$$

exercices

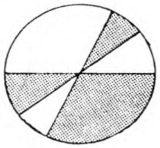
077 *Trouve d'autres écritures de chacun des nombres suivants.*

$$\frac{2}{3} ; \frac{5}{8} ; \frac{12}{4} ; \frac{3}{10} ; \frac{16}{10} ; \frac{17}{9} ; \frac{30}{25}.$$

078 *Observe le dessin numéro* 1 *de la feuille de manipulation numéro* 6. *Indique quelle fraction de l'aire du carré* A *représente chacune des aires des carrés* B, C, D, E, F *et* G. *Pour t'aider tu pourras tracer les diagonales de chaque carré.*

079 La largeur l d'un rectangle égale trois quarts de sa longueur L.
Exprime l *et* L *en fractions du périmètre* p *de ce rectangle (tu pourras pour cela t'aider d'un dessin).*

080 *Observe le disque ci-contre.*
Indique quelle fraction de l'aire du disque représente l'aire de la surface hachurée.



081 *Donne cinq écritures fractionnaires du nombre* $\frac{5}{3}$ *pour lesquelles le dénominateur est inférieur à* 20.

082 *Donne une écriture fractionnaire irréductible de chacun des nombres suivants.*

$$\frac{15}{9} ; \frac{32}{24} ; \frac{15}{7} ; \frac{165}{255} ; \frac{780}{3510} ;$$
$$\frac{211}{400} ; \frac{205}{305} ; \frac{1024}{64}.$$

083 *Donne l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$$\frac{2}{21} ; \frac{4}{18} ; \frac{360}{504} ; \frac{468}{864} ;$$
$$\frac{4}{18} ; \frac{11}{9} ; \frac{393}{93} ; \frac{72}{1108}.$$

084 *Donne l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$$\frac{45}{9} ; \frac{36}{54} ; \frac{22}{66} ; \frac{266}{56} ;$$
$$\frac{49}{343} ; \frac{81}{243} ; \frac{505}{404} ; \frac{2163}{63}.$$

autres exercices page 52

085 Un objet est revendu avec un bénéfice égal à deux cinquièmes de son prix d'achat.
Exprime le prix de vente en fraction du prix d'achat ; le prix d'achat en fraction du prix de vente.
Tu pourras utiliser un schéma.

086 *Donne une écriture fractionnaire des nombres décimaux suivants :*
0,13 ; 43 ; 102,0 ; 0,07 ; 8,9307.

087 *Quelle durée, exprimée en heures, représente chacune des fractions de jour suivantes ?*

$$\frac{1}{2} ; \frac{3}{4} ; \frac{5}{8} ; \frac{2}{3} ; \frac{7}{12} ; \frac{3}{2}.$$

Quelle fraction de jour représente quatre heures ? Seize heures ? Dix-huit heures ?

088 *Recopie et complète :* $\frac{6}{11} = \frac{\dots}{33}$; $\frac{7}{3} = \frac{\dots}{21}$;

$$\frac{5}{4} = \frac{\dots}{8} ; \frac{7}{6} = \frac{14}{\dots} ; \frac{9}{11} = \frac{63}{\dots} ; 3 = \frac{18}{\dots} ; \frac{\dots}{3} = \frac{28}{12} ;$$

$$2 = \frac{\dots}{3} ; \frac{8}{5} = \frac{40}{\dots} ; \frac{13}{\dots} = \frac{26}{4} ; \frac{2}{\dots} = \frac{16}{8} ; \dots = \frac{45}{9}.$$

089 *Trouve l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$$\frac{132}{6} ; \frac{176}{16} ; \frac{195}{26} ; \frac{150}{36} ; \frac{184}{46} ;$$

$$\frac{168}{56} ; \frac{108}{66} ; \frac{114}{76} ; \frac{129}{86} ; \frac{144}{96}.$$

090 *Donne cinq écritures fractionnaires du nombre* $\frac{12}{18}$ *pour lesquelles le dénominateur est inférieur à* 40.

091 *Peut-on écrire que* $\frac{15}{18} = \frac{45}{24}$ *?*
Pourquoi ? Même question pour les égalités suivantes :

$$\frac{8}{6} = \frac{72}{54} ; \frac{9}{12} = \frac{24}{36} ; \frac{6}{15} = \frac{15}{25}.$$

092 *Donne une écriture fractionnaire du nombre* $\frac{7}{13}$ *pour laquelle le dénominateur est supérieur à* 10 000.

093 *Recopie et complète.*

$$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{12} ; \frac{11}{13} = \frac{\dots}{39} ; \frac{18}{3} = \frac{\dots}{42} ; \frac{42}{12} = \frac{\dots}{2} ;$$

$$\frac{17}{9} = \frac{51}{\dots} ; \frac{12}{14} = \frac{\dots}{21} ; \frac{15}{18} = \frac{\dots}{12} ; \frac{60}{32} = \frac{45}{\dots}.$$

094 Toutes les fractions suivantes sont des écritures soit du nombre $\frac{3}{2}$, soit du nombre $\frac{4}{3}$, soit du nombre $\frac{7}{6}$

$$\frac{8}{6} ; \frac{12}{8} ; \frac{15}{10} ; \frac{16}{12} ; \frac{21}{14} ; \frac{35}{30} ;$$

$$\frac{36}{27} ; \frac{42}{36} ; \frac{100}{75} ; \frac{102}{68} ; \frac{104}{78} ; \frac{105}{90}.$$

Trie-les en mettant ensemble celles qui représentent un même nombre.

095 *Trouve l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$$\frac{80}{64} ; \frac{81}{324} ; \frac{82}{205} ; \frac{83}{49} ; \frac{84}{77} ;$$

$$\frac{85}{17} ; \frac{86}{96} ; \frac{87}{116} ; \frac{88}{48} ; \frac{89}{23}.$$

096 Dans cet exercice, nous t'écrivons deux égalités.
Tu dois examiner si elles sont vraies toutes les deux ou fausses toutes les deux, ou bien s'il y en a une de vraie et une de fausse.

$\frac{3}{6} = \frac{2}{4}$ et $3 \times 4 = 6 \times 2$

Même question pour les égalités suivantes

$\frac{9}{6} = \frac{6}{4}$ et $9 \times 4 = 6 \times 6$;

$\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$ et $4 \times 35 = 7 \times 20$;

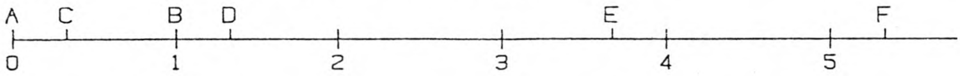
$\frac{12}{28} = \frac{3}{8}$ et $12 \times 8 = 28 \times 3$;

$\frac{36}{20} = \frac{18}{10}$ et $36 \times 10 = 20 \times 18$.

mettez-vous en rang ! 12

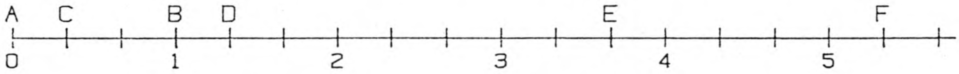
I OU L'ON COUPE LES CHEVEUX EN TROIS

1. Voici une échelle régulière graduée à l'aide des entiers.



Les points C, D, E et F ne sont pas des barreaux : ils n'ont donc pas d'abscisse.

Voici le dessin que nous avons obtenu en partageant chaque échelon en trois segments de même longueur.

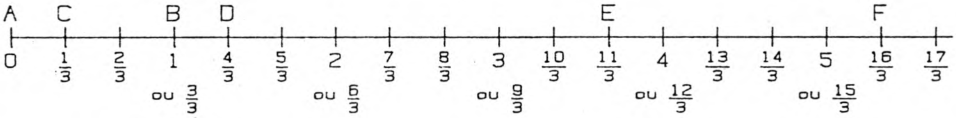


Maintenant les points dont nous parlions sont des barreaux : il va falloir leur trouver une abscisse.

Le point A a pour abscisse 0, le point B a pour abscisse 1. L'échelon AC est le tiers du segment AB : nous dirons que l'abscisse de C est $\frac{1}{3}$.

Entre A et D, il y a quatre échelons ; chacun d'eux est un tiers du segment AB, nous dirons que le segment AD est les quatre tiers du segment AB, et que l'abscisse de D est $\frac{4}{3}$.

Et ainsi de suite.



Quelles sont les abscisses des points E *et* F *?*

2. Ordre.

Nous dirons que $\frac{4}{3}$ est plus petit que $\frac{11}{3}$ parce que le segment AD est moins long que le segment AE ; ou, si tu prèféres, parce que quand on se déplace sur l'échelle graduée de la gauche vers la droite, on rencontre $\frac{4}{3}$ avant de rencontrer $\frac{11}{3}$.

Et nous écrivons : $\frac{4}{3} < \frac{11}{3}$.

Tu remarques bien sûr que les numérateurs sont rangés dans le même sens :

$$4 < 11.$$

Exercices.

1. *Range du plus petit au plus grand les nombres*

$$4\ ;\ \frac{4}{3}\ ;\ 3\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ 2\ ;\ \frac{11}{3}\ ;\ 0\ ;\ \frac{16}{3}\ ;\ 1\ ;\ 5.$$

2. *Recopie et complète avec l'un des signes* $<$, $>$ *ou* $=$.

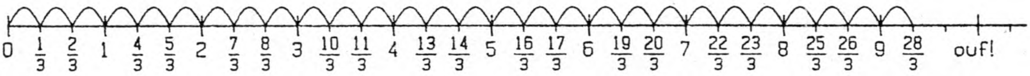
$$\frac{47}{3} \dots \frac{37}{3}\ ;\ \frac{978}{3} \dots \frac{1001}{3}\ ;\ \frac{186}{3} \dots 62\ ;\ \frac{39}{3} \dots 12\ ;\ \frac{76}{3} \dots 26\ ;\ \frac{398}{3} \dots 130.$$

3. Des abscisses vers les points.

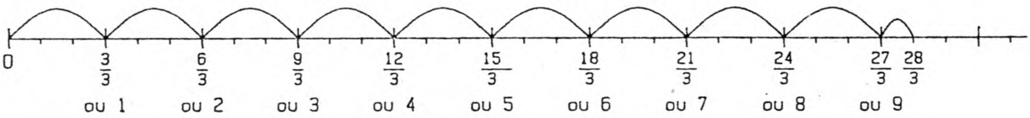
On veut maintenant marquer sur $\frac{28}{3}$ une échelle graduée en tiers.

Voici plusieurs méthodes.

Ceux qui commencent tout juste à savoir marcher sur une échelle font de tout petits pas.



Ceux qui ont déjà plus l'habitude font de plus grands pas-



Enfin les plus astucieux ;

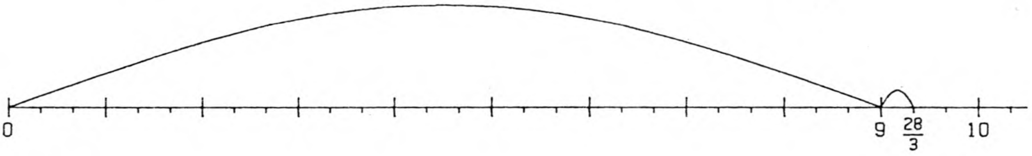
ceux-là s'assoient pour réfléchir :

- ils effectuent la division de 28 par 3 ; $\quad \begin{array}{r|l} 28 & 3 \\ \hline 1 & 9 \end{array}$

- ils en déduisent un encadrement de 28 par des multiples de 3 consécutifs ; $\quad 3 \times 9 < 28 < 3 \times 10$

- puis un encadrement de $\frac{28}{3}$ par des entiers consécutifs ; $\quad 9 < \frac{28}{3} < 10$

- ils peuvent alors prendre l'avion jusqu'à l'aéroport le plus proche de $\dfrac{28}{3}$



A toi.

Dessine une échelle graduée en tiers (il faut que tu puisses y marquer le point d'abscisse 12*) et marque sur cette échelle les points* G, H, I, K, L, *et* M *d'abscisses*

$$\frac{20}{3} ; \frac{9}{3} ; \frac{26}{3} ; \frac{36}{3} ; \frac{13}{3} ; \frac{34}{3}.$$

Exercice.

Trouve un encadrement de chacun des nombres suivants par des entiers consécutifs.

$$\frac{17}{3} ; \frac{177}{3} ; \frac{1789}{3} ; \frac{1987}{3} ; \frac{42}{3} ; \frac{423}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{64}{3}.$$

II OU L'ON COUPE LES CHEVEUX EN CINQ, EN SEPT, ETC.

1. *Prends la feuille de manipulation numéro* 6 *dessin numéro* 3.

Tu y vois deux échelles graduées par $\mathbb{N}$.

Première échelle.

Partage chaque échelon en sept (c'est facile avec des échelons de 35 mm*).*

Marque ensuite, chacun à sa place, les nombres suivants.

$$\frac{12}{7} ; \frac{4}{7} ; \frac{31}{7} ; \frac{16}{7} ; \frac{35}{7} ; \frac{26}{7} ; \frac{9}{7}.$$

Deuxième échelle.

Partage chaque échelon en cinq. Marque à la bonne place les nombres suivants :

$$\frac{11}{5} ; \frac{21}{5} ; \frac{4}{5} ; \frac{25}{5} ; \frac{17}{5} ; \frac{14}{5} ; \frac{9}{5}$$

Imagine maintenant que par quelque procédé on arrive à faire coïncider les deux demi-droites graduées et qu'elles soient superposées.

Range du plus petit au plus grand les nombres suivants.

$$\frac{37}{7} ; \frac{11}{5} ; \frac{21}{5} ; \frac{4}{7} ; \frac{4}{5} ; \frac{31}{7} ; \frac{16}{7} ; \frac{25}{5} ; \frac{17}{5} ; \frac{35}{7} ; \frac{26}{7} ; \frac{27}{5} ; \frac{9}{7} ; \frac{9}{5}$$

2. On aimerait bien maintenant que tu mettes un peu d'ordre dans cette suite de nombres.

$$\frac{1}{2} ; \frac{13}{6} ; \frac{11}{2} ; \frac{2}{6} ; \frac{20}{6} ; \frac{3}{2} ; \frac{4}{2} ; \frac{5}{2} ; \frac{15}{6} ; \frac{7}{2} ; \frac{25}{6} ; \frac{7}{6} ; \frac{35}{6} ; \frac{9}{2}.$$

Pour cela, prends la feuille de manipulation numéro 6 *dessin numéro* 4.

Il y a une échelle toute prête, avec des échelons de 30 mm.

3. *Trouve un encadrement par des entiers consécutifs de* $\frac{21}{5}$ *et de* $\frac{58}{7}$.

Recopie et complète avec l'un des signes <, > *ou* =.

$$\frac{21}{5} \quad \dots \quad \frac{58}{7}.$$

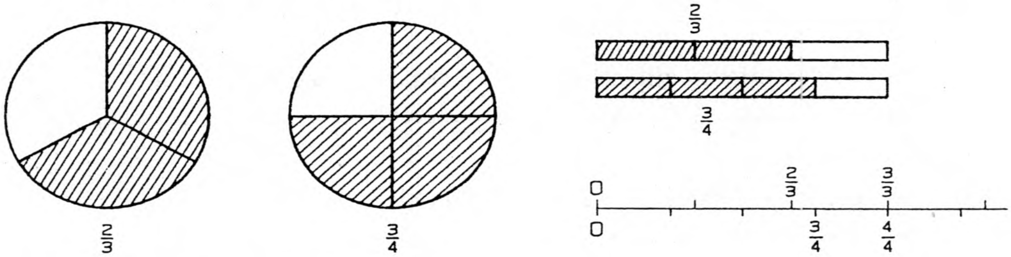
Fais le même travail avec $\frac{50}{6}$ *et* $\frac{49}{7}$, *puis avec* $\frac{98}{9}$ *et* $\frac{43}{4}$.

III POUR ALLER PLUS LOIN

1. Quel est le plus grand de $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$?

Voici plusieurs méthodes qui te permettent de répondre à une telle question.

A l'aide d'un graphique.



Aucun gourmand n'hésitera.

A l'aide d'un calcul.

Avec une calculette : 2 [:] 3 [=] | 0,6666666
3 [:] 4 [=] | 0,75

On peut écrire une suite de fractions égales à $\frac{2}{3}$ et une suite de fractions égales à $\frac{3}{4}$:

$$\frac{2}{3} ; \frac{4}{6} ; \frac{6}{9} ; \boxed{\frac{8}{12}} ; \frac{10}{15} ; \frac{12}{18} ; \qquad \Big| \qquad \frac{3}{4} ; \frac{6}{8} ; \boxed{\frac{9}{12}} ; \frac{12}{16} ; \frac{15}{20}.$$

Regarde, on a trouvé une écriture de $\frac{2}{3}$ et une écriture de $\frac{3}{4}$ qui ont le même dénominateur.

Mais nous n'utiliserons pas cette méthode cette année.

2. Le nombre 1 est une frontière.

Si tu veux comparer un nombre décimal au nombre 1, c'est très facile : un seul coup d'oeil au nombre, et tu es fixé. Si sa partie entière est 0, il est plus petit que 1. Sinon il ne l'est pas.

Et les fractions ?

Voici une liste de nombres.

$$\frac{2}{7} ; \frac{4}{3} ; \frac{5}{12} ; \frac{1}{6} ; \frac{9}{9} ; \frac{11}{8} ; \frac{4}{4} ; \frac{32}{24}.$$

Tu vas les trier en trois classes : inférieurs à 1, supérieurs à 1, égaux à 1.

Que remarques-tu ?

Recopie et complète.

Soit un nombre qui s'écrit sous forme de fraction.

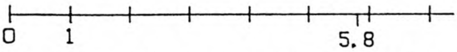
Si le numérateur est plus petit que le dénominateur, le nombre est plus ... que 1.

Si le numérateur est plus grand que le dénominateur, le nombre est plus ... que 1.

Si le numérateur est égal au dénominateur, le nombre est ... 1.

3. Partie entière.

Prenons par exemple le nombre 5,8.



Il réalise une coupure dans l'ensemble des entiers. Il y a ceux qui sont plus petits que lui, et ceux qui sont plus grands que lui.

Le plus grand des plus petits est 5, c'est sa partie entière. Le plus petit des plus grands est 6.

Et 5,8 est encadré par ces deux là : $5 < 5{,}8 < 6$.

On peut de même définir la partie entière d'un nombre non décimal.

Par exemple on avait réussi à encadrer $\frac{28}{3}$ entre deux entiers consécutifs : $9 < \frac{28}{3} < 10$.

Donc la partie entière de $\frac{28}{3}$ est 9.

Remarque.

Celui qui dispose d'une calculette n'a pas besoin de se casser la tête !

28 $\boxed{:}$ 3 $\boxed{=}$ | 9,3333333

Il a tout de suite une valeur approchée de $\frac{28}{3}$

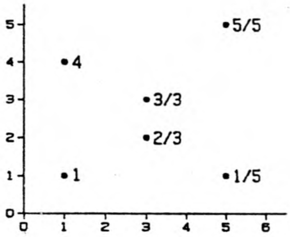
Exercice.

Trouve la partie entière de chacun des nombres suivants.

$$\frac{13}{1} ; \frac{13}{2} ; \frac{13}{3} ; \frac{13}{4} ; \frac{13}{5} ; \frac{13}{6} ; \frac{13}{7} ; \frac{13}{8} ; \frac{13}{9} ; \frac{13}{10} ; \frac{13}{11} ; \frac{13}{12} ; \frac{13}{13} ; \frac{13}{14}.$$

1. Un point pour chaque fraction.

Sur le quadrillage ci-contre, nous avons représenté quelques fractions par des points.

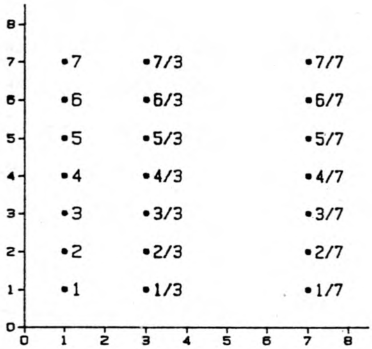


Pour construire le point qui correspond à $\frac{2}{3}$ c'est très facile : partant de l'origine, tu fais 3 pas vers la droite et 2 pas vers le haut.

Au lieu de $\frac{4}{1}$ on a écrit 4, pour alléger.

2. Si l'on fixe le dénominateur.

On retrouve les échelles très classiques de ce chapitre. Si tu choisis une échelle, plus tu montes haut, plus le nombre est grand.



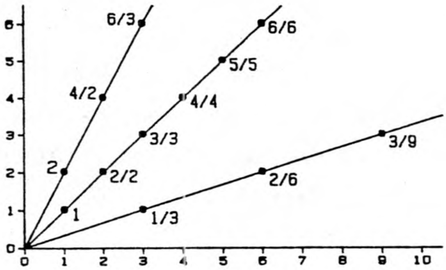
3. Fractions égales

On a placé les nombres 1 ; $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{6}{6}$.

Les points sont alignés sur une droite passant par l'origine.

De même $2 = \frac{4}{2} = \frac{6}{3}$ et les points sont alignés sur une droite passant par l'origine.

De même encore $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ et les points sont alignés.



Cela ne te surprendra pas. En effet les tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité.

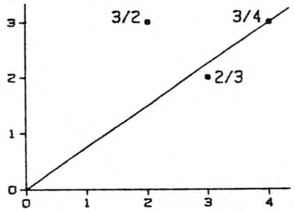
2	3	4	5	6
2	3	4	5	6

4	6
2	3

1	2	3
3	6	9

Ainsi un point représente une fraction, et une droite passant par l'origine représente un nombre.

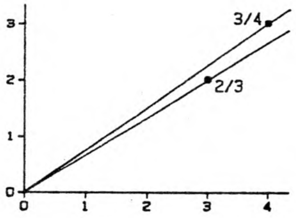
4. Comparaison de nombres.



Appelons $M_{3/4}$ le point qui représente 3/4, et traçons la droite $OM_{3/4}$.

Le nombre 2/3 est plus petit que 3/4 et $M_{2/3}$ et en dessous de la droite $OM_{3/4}$

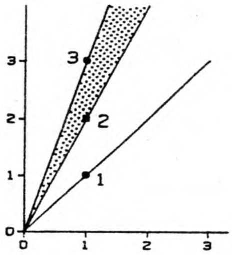
Que peux-tu dire du nombre 3/2 *?*



Pour comparer deux nombres, tu peux aussi tracer deux droites.

Par exemple la droite $OM_{3/4}$ a une plus grande pente que la droite $OM_{2/3}$ et tu sais que $\frac{3}{4}$ est plus grand que $\frac{2}{3}$.

5. Partie entière.



Les droites OM_1, OM_2, OM_3, etc ... permettent de classer les nombres suivant leur partie entière.

Par exemple nous avons grisé le secteur M_2OM_3 : c'est là que prennent place les nombres qui ont 2 comme partie entière, c'est-à-dire qui sont compris entre 2 et 3.

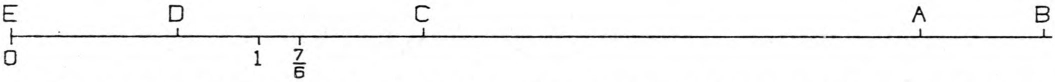
exercices page 60

exercice

097 *Dessine un repère* (O,I,J) *sur une feuille de papier quadrillé.*
Place les points :
A : (6 ; 0) ; B : (3 : 1) ; C : (4 : 4) ;
D : (1 : 3) ; E (0 : 6).
Donne les coordonnées des symétriques de ces points par rapport à la droite OI.
Place ces points sur ton dessin.
Donne les coordonnées des symétriques des points A, B, C, D *et* E *par rapport à la droite* OJ.
Place ces points sur ton dessin.
Donne les coordonnées des symétriques des points A, B, C, D *et* E *par rapport à* O.
Place ces points sur ton dessin.
En joignant convenablement tous les points de ton dessin, tu obtiens une étoile à huit branches.
Dessine le cercle le plus petit possible qui contienne l'étoile.

exercices

098 Tu remarqueras que sur cette échelle les points d'abscisses 1 et $\frac{7}{6}$ sont distants de 5 mm.



Quelles sont les abscisses de A, B, C, D *et* E *(tu peux les donner sous forme de fractions qui ont 6 pour dénominateur) ?*
Recopie ce dessin. Place sur ton échelle les barreaux d'abscisse :

$$\frac{10}{3} \ ; \ \frac{9}{2} \ ; \ \frac{11}{6} \ ; \ \frac{4}{3} \ ; \ \frac{13}{6} \ ; \ 4 \ ; \ \frac{1}{2} \ ; \ \frac{1}{6} \ ; \ 2{,}5.$$

Ecris ces nombres du plus petit au plus grand.

099 *Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.*

$$\frac{1}{4} \ ; \ 1 \ ; \ \frac{10}{4} \ ; \ \frac{3}{4} \ ; \ \frac{1}{2} \ ; \ 2 \ ; \ \frac{3}{2}.$$

100 *Range les nombres suivants du plus grand au plus petit.*

$$1 \ ; \ \frac{2}{3} \ ; \ \frac{8}{3} \ ; \ \frac{3}{9} \ ; \ \frac{5}{3} \ ; \ 2 \ ; \ \frac{8}{6}.$$

101 *Recopie, en remplaçant les pointillés par l'un des signes* < *ou* >, *de façon à obtenir des phrases vraies :*

$$\frac{2}{3} \dots 1 \ ; \ \frac{3}{7} \dots 1 \ ; \ \frac{5}{4} \dots 1 \ ; \ \frac{12}{11} \dots 1 \ ;$$

$$\frac{3}{2} \dots 2 \ ; \ \frac{5}{2} \dots 2 \ ; \ \frac{7}{3} \dots 2 \ ; \ \frac{15}{8} \dots 2.$$

102 *Recopie, en remplaçant les pointillés par l'un des signes* < *ou* >, *de façon à obtenir des phrases vraies :*

$$\frac{4}{11} \dots \frac{7}{11} \ ; \ \frac{15}{4} \dots \frac{13}{4} \ ; \ \frac{25}{21} \dots \frac{20}{21} \ ; \ 5 \dots \frac{11}{4} \ ;$$

$$\frac{17}{12} \dots \frac{5}{4} \ ; \ \frac{12}{13} \dots \frac{37}{39} \ ; \ \frac{2}{3} \dots \frac{3}{4} \ ; \ \frac{4}{3} \dots \frac{12}{8}.$$

103 *Parmi les phrases suivantes, quelles sont celles qui sont vraies ?*

$$\frac{15}{11} \leq \frac{5}{3} \ ; \ \frac{12}{7} \leq \frac{8}{7} \ ; \ 5{,}2 \leq \frac{104}{20} \ ;$$

$$\frac{5}{2} \leq 0 \ ; \ \frac{7}{3} \geq \frac{8}{3} \ ; \ \frac{3}{4} \leq \frac{1}{2} \ ; \ \frac{55}{3} \leq 0.$$

104 Sur une feuille de papier quadrillé (au moins 15 carreaux horizontalement et 20 verticalement), représente par des points, comme on t'a appris à le faire à la page 58, les fractions suivantes.

$$\frac{2}{5} \ ; \ \frac{2}{13} \ ; \ \frac{4}{2} \ ; \ \frac{4}{3} \ ; \ \frac{4}{6} \ ; \ \frac{4}{10} \ ; \ \frac{5}{4} \ ;$$

$$\frac{9}{2} \ ; \ \frac{10}{5} \ ; \ \frac{10}{8} \ ; \ \frac{10}{15} \ ; \ \frac{14}{7} \ ; \ \frac{15}{12} \ ; \ \frac{16}{12} \ ;$$

$$\frac{6}{9} \ ; \ \frac{6}{15} \ ; \ \frac{8}{6} \ ; \ \frac{18}{4} \ ; \ \frac{18}{9} \ ; \ \frac{20}{15}.$$

En utilisant ton graphique range-les en mettant ensemble celles qui représentent le même nombre.
Range maintenant les 7 nombres du plus petit au plus grand.

105 *Dessine un repère sur la feuille de papier quadrillé (qui a au moins 15 carreaux horizontalement et 20 carreaux verticalement). Marque les points qui représentent les nombres* 1, 2, 3, 4, *comme on l'a fait à la page* 58. *Trace les droites* OM_1, OM_2, OM_3, OM_4.
Voici une suite de fractions.

$$\frac{3}{2} \ ; \ \frac{7}{3} \ ; \ \frac{10}{2} \ ; \ \frac{11}{8} \ ; \ \frac{8}{11} \ ; \ \frac{9}{12} \ ; \ \frac{16}{14} \ ; \ \frac{18}{7} \ ;$$

$$\frac{4}{10} \ ; \ \frac{6}{13} \ ; \ \frac{20}{6} \ ; \ \frac{17}{1} \ ; \ \frac{1}{9} \ ; \ \frac{5}{15} \ ; \ \frac{15}{5} \ ; \ \frac{13}{4}.$$

Il s'agit en utilisant le graphique de répartir ces fractions en cinq classes, suivant leur partie entière.

Les angles d'un triangle 13

I UN TRIANGLE

1. Dessine un triangle ABC.

A l'aide de ton rapporteur, mesure en degrés les secteurs A, B *et* C *de ce triangle.*

Additionne les trois nombres que tu viens de trouver.

Compare avec tes camarades. Que constatez-vous ?

2. Essayons de comprendre.

Comme nous ne connaissons pas les nombres que tu as trouvés, nous appelons a, b et c les mesures en degrés que tu as trouvées pour les secteurs A, B et C.

Si, comme d'habitude, vous avez travaillé avec soin, vous avez dû tous trouver des nombres proches de 180 : $a + b + c$ est voisin de 180.

Prends la feuille de manipulation numéro 7, *dessin numéro* 1 *; découpe le triangle* ABC.

Plie ton triangle *suivant la droite* MN,
suivant la droite MH,
suivant la droite NK.

Tu disposes maintenant de trois secteurs angulaires de sommet D qui représentent des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CBA}$;

Lesquels ?

Tu vois que ces trois secteurs sont adjacents et ils forment un secteur plat.

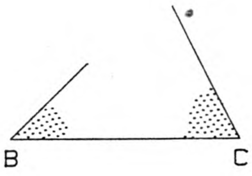
Ceci te permet de comprendre ce que vous avez observé ci-dessus.

Nous retiendrons ce résultat.

La somme des mesures en degrés des angles d'un triangle est 180.

Remarque.

Dans le chapitre 01, nous avons appris à dessiner un triangle ABC quand on connaît la longueur du côté BC et les mesures des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.



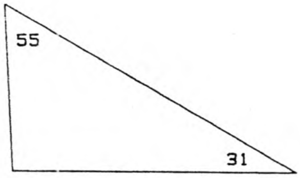
Nous avons vu que ce problème n'avait pas toujours une solution.

Il est facile maintenant de comprendre pourquoi.

Il est nécessaire en effet que la somme des mesures de $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ soit inférieure à 180.

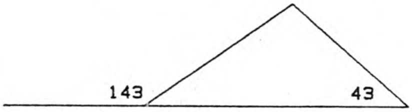
3. Exercices.

Pour chacun des deux triangles ci-contre calcule la mesure des angles inconnus.



Pourquoi ne peut-il pas y avoir deux secteurs droits dans un triangle ?

Pourquoi ne peut-il pas y avoir plus d'un secteur obtus dans un triangle ?



Peut-il y avoir un secteur obtus dans un triangle isocèle ?

Quelle est la mesure des secteurs d'un triangle équilatéral ?

Soit un triangle ABC rectangle en A.

Pourquoi les angles $\widehat{B}$ *et* $\widehat{C}$ *de ce triangle sont-ils complémentaires ?*

Soit un triangle ABC rectangle et isocèle en A.

Quelle est la mesure des secteurs de ce triangle ?

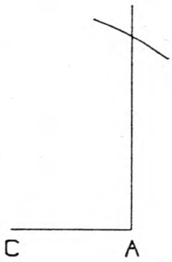
Soit un triangle ABC rectangle en A et tel que la longueur de l'hypoténuse BC soit le double de la longueur du côté AC.

Fais un dessin en t'aidant de ton compas.

Dessine le point C *par rapport à la droite* AB.

Explique pourquoi le triangle ACC' *est équilatéral.*

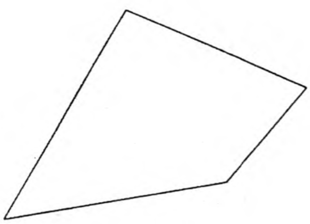
Quelle est la mesure des secteurs du triangle ABC *?*



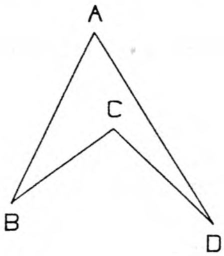
II QUADRILATERE

1. Mesure des angles d'un quadrilatère.

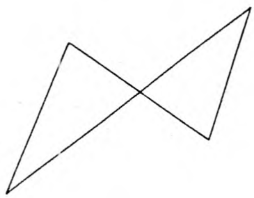
Lorsque tu dessines un quadrilatère, ton dessin peut se ranger dans l'une des trois catégories représentées ici.



Le secteur BCD du quadrilatère est rentrant.



Le quadrilatère est croisé.



Dans ce paragraphe, nous ne nous intéressons pas aux quadrilatères croisés.

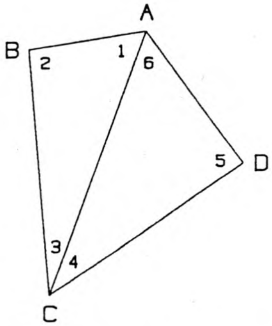
Dessine un quadrilatère et appelle-le ABCD.

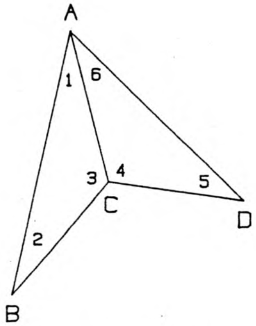
A l'aide de ton rapporteur, mesure en degrés les angles A, B, C, *et* D *de ton quadrilatère.*

Additionne les quatre nombres que tu viens de trouver.

Qu'observes-tu ? Compare avec tes camarades.

2. Pour comprendre.





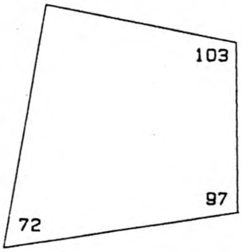
Vous avez dû trouver un nombre voisin de 360, c'est-à-dire à peu près le double de ce que vous aviez trouvé pour un triangle.

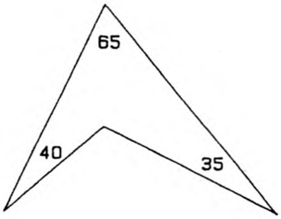
Ces deux dessins te font comprendre pourquoi.

Lorsqu'on mesure en degrés les angles d'un quadrilatère qui n'est pas croisé, la somme des nombres trouvés est 360.

3. Exercices.

Pour chacun des deux quadrilères ci-contre, calcule la mesure du quatrième angle.





Est-ce qu'un quadrilatère non croisé peut avoir trois secteurs de 120° *?*

Est-ce qu'un quadrilatère non croisé peut avoir deux angles rentrants ?

Est-ce qu'un quadrilatère non croisé peut avoir trois angles obtus ? Essaie.

Que peux-tu dire d'un quadrilatère non croisé qui a trois secteurs angulaires droits ?

Dessine un quadrilatère non croisé ABCD *tel que les secteurs angulaires opposés* A *et* C *soient droits. Que peux-tu dire des secteurs* B *et* C *?*

exercices pages 64 et 65

exercices

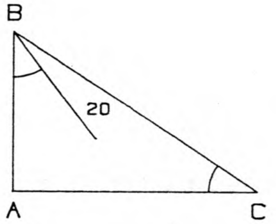
106 Dans un trapèze isocèle ABCD, les côtés AB et CD sont parallèles et

$\widehat{A} = 120°$.

Calcule les mesures des angles $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ *et* $\widehat{D}$.
Fais un dessin.

107 Un triangle ABC est rectangle en A et $\widehat{B} = 37°$.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{C}$.

108 Un triangle ABC est rectangle en A. La différence entre la mesure de $\widehat{B}$ et la mesure de $\widehat{C}$ est 20.



Calcule la mesure de B *et* C.

109 *Dessine un triangle* ABC *en utilisant les informations suivantes :*
longueur du côté AB = 6 cm, $\widehat{C} = 100°$ et $\widehat{A} = 20°$

110 Dans un triangle ABC,

$\widehat{A} = 72°$ et $\widehat{B} = 54°$.

Les hauteurs AA' et BB' se coupent en un point H.
Calcule les mesures des angles du triangle AHB.

111 *Dessine un triangle* ABC *dans lequel* $\widehat{B} = 70°$ *et* $\widehat{C} = 35°$.
Tu pourras prendre 6 centimètres comme longueur du côté BC.
Trace la médiatrice du segment AC.
Elle coupe le segment BC en un point D.
Calcule les mesures des angles $\widehat{DAC}$, $\widehat{ADC}$ *et* $\widehat{ADB}$.
Qu'en déduis-tu pour le triangle ABD ?

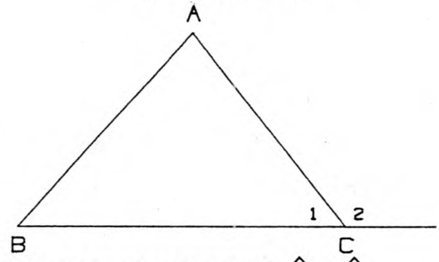
112 Dans un triangle ABC isocèle en A, la mesure de l'angle $\widehat{A}$ est le double de la mesure de l'angle $\widehat{B}$.
Quelle est la mesure des angles de ce triangle ?

113 Un triangle ABC est isocèle en $\widehat{A}$ et $\widehat{B} = 53°$.
Calcule les mesures des angles $\widehat{A}$ *et* $\widehat{C}$.

114 Dans un losange ABCD, les sommets A et C sont opposés et $\widehat{A} = 54°$.
Calcule la mesure des angles $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ *et* $\widehat{D}$.
Aide-toi en faisant un dessin.

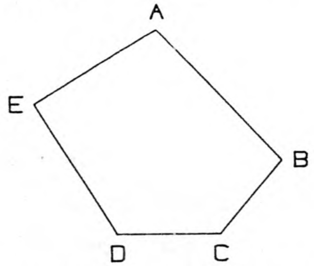
115 Dans un triangle ABC,

$\widehat{A} = 75°$ et $\widehat{B} = 50°$



Calcule la mesure des angles $\widehat{C}_1$ *et* $\widehat{C}_2$.
Compare la mesure de $\widehat{C}_2$ *et la somme des mesures de* $\widehat{A}$ *et* $\widehat{B}$.
Qu'observes-tu ?
Penses-tu qu'on aurait eu le même résultat et pour n'importe quel triangle ?

116 *Dessine un pentagone* ABCDE *comme ci-dessous.*



Marque un point O *à l'intérieur du pentagone ; tu obtiens ainsi 5 triangles :*

OAB, OBC, OCD, ODE *et* OEA.

Calcule la somme des mesures des angles de ce pentagone.
Maintenant trace les diagonales AC et AD.*(Tu peux refaire un autre dessin).*
Calcule de nouveau la somme des mesures des angles du pentagone.
As-tu trouvé la même chose ?

autres exercices page 65

exercices

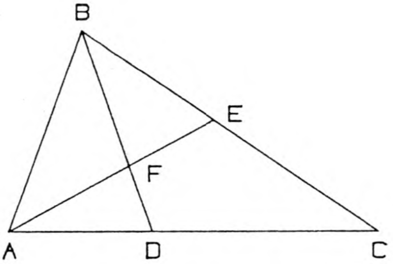
117 Dans un triangle ABC, isocèle en A, $\widehat{A} = 50°$. *Calcule la mesure des angles* $\widehat{B}$ *et* $\widehat{C}$ *du triangle* ABC. *Fais un dessin.*
Trace les hauteurs BB' *et* CC'. Elles se coupent en un point H.
Calcule la mesure des angles $\widehat{B'BC}$, $\widehat{C'CB}$, $\widehat{BHC}$ *et* $\widehat{B'HC}$.

118 *Dessine un secteur angulaire droit* xOy.
Sur la demi-droite Ox *marque un point* A.
A l'intérieur du secteur xOy, *marque le point* B *tel que le triangle* AOB *soit équilatéral.*
Dessine la médiatrice du segment AB.
Pourquoi passe-t-elle par O ?
Explique pourquoi le secteur xOy *est maintenant partagé en trois secteurs superposables.*

119 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *tel que* $\widehat{A} = 80°$ *et* longueur du segment BC = 6 cm.

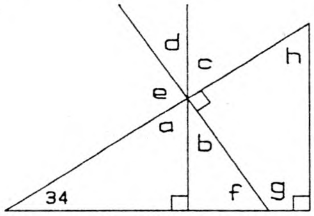
120 *Dessine un triangle rectangle dont l'hypotènuse mesure* 7 cm *et qui a un angle de* 50°.

121 Dans la figure ci-dessous,
- le triangle ABC est isocèle en C,
- $\widehat{A} = 72°$,
- la droite BD est la bissectrice du secteur ABC,
- la droite AE est la bissectrice du secteur BAC.

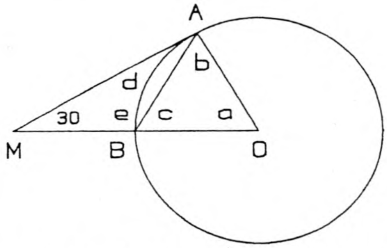


Calcule la mesure des angles des triangles ABC, ABD, ABE, BEF *et* ADF.
Qu'observes-tu ? Que peux-tu dire de ces triangles ?

122 *Calcule la mesure des angles marqués d'une lettre.*

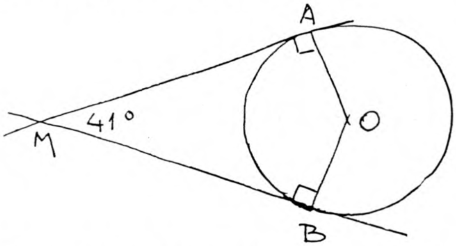


123 *Regarde le dessin ci-dessous.*



Il y a un cercle de centre O et un point M extérieur au cercle. La droite AM est tangente au cercle au point A.
Trouve la mesure des angles marqués d'une lettre sur le dessin.

124 Un cercle c a pour centre O ; d'un point M extérieur au cercle, on a pu mener deux tangentes au cercle c ; l'une est tangente au point A, l'autre est tangente au point B. On sait que $\widehat{AMB} = 41°$.
Calcule la mesure en degrés du petit arc AB.
Pour t'aider, tu peux faire une figure à main levée, comme nous.



Cette figure a une droite de symétrie. Laquelle ?

exercices

125 *Pour chacun des nombres suivants, examine s'il est premier ou non. Si tu réponds non, tu dois produire une preuve : par exemple un diviseur du nombre en question.*

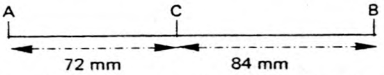
1 234 ; 2 341 ; 3 412 ; 4 123.

126 *Pour chacun des nombres suivants, examine s'il est premier ou non. Si tu réponds non, tu dois produire une preuve :*

4 321 ; 3 214 ; 2 143 ; 1432 ;
1 423 ; 3 241 ; 2 431 ; 4 231.

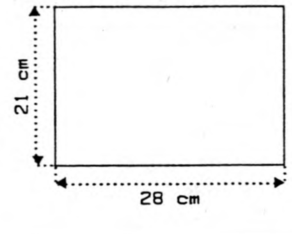
127 *Les nombres* 184 *et* 125 *sont-ils étrangers ? Explique pourquoi.*
Si tu réponds non, tu dois exhiber une preuve ; par exemple un diviseur commun aux deux nombres, différent de 1.
Fais le même travail pour 49 *et* 749, *puis pour* 101 *et* 1 515 *et enfin pour* 1 939 *et* 1 945.

128 *Reproduis ce dessin en vraie grandeur.*

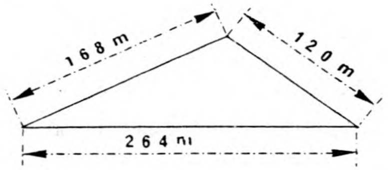


Il s'agit de placer sur le segment AB une échelle régulière en respectant les consignes suivantes :
. les points A, B, C sont des barreaux ;
. la longueur d'un échelon est un nombre entier de millimètres ;
. la longueur d'un échelon est la plus grande possible.
Quelle longueur doit-on donner aux échelons ?
Si tu ne tiens plus compte de la troisième consigne peux-tu trouver d'autres solutions à ce problème ?

129 Le dessin ci-dessous représente une feuille de papier.
Il s'agit de quadriller cette feuille de papier par des carrés dont le côté est un nombre entier de centimètres.
Que proposes-tu ?



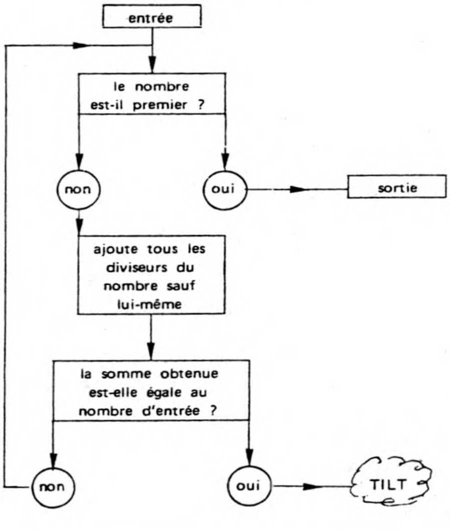
130 Le dessin ci-dessous représente un terrain triangulaire.



On veut planter des arbres autour de ce terrain.
Les arbres doivent être équidistants ; il doit y avoir un arbre à chaque sommet.
Quelle est la solution qui conduit à planter le moins d'arbres possibles ? Combien plantera-t-on d'arbres ?

131 *Les nombres* 32 *et* 45 *sont-ils étrangers ? Et* 25 *et* 90 *? Et* 72 *et* 84 *? Et* 48 *et* 75 *?*

132 Pour cet exercice tu auras besoin de te reporter à la page 42.
Voici une machine.
Fais entrer les nombres de 2 *à* 29 *dans cette machine.*
Il y a trois nombres qui font "TILT".
Lesquels ? Range ensemble ceux qui donnent le même nombre de sortie.



exercices

125 *Pour chacun des nombres suivants, examine s'il est premier ou non. Si tu réponds non, tu dois produire une preuve : par exemple un diviseur du nombre en question.*

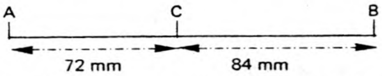
1 234 ; 2 341 ; 3 412 ; 4 123.

126 *Pour chacun des nombres suivants, examine s'il est premier ou non. Si tu réponds non, tu dois produire une preuve :*

4 321 ; 3 214 ; 2 143 ; 1432 ;
1 423 ; 3 241 ; 2 431 ; 4 231.

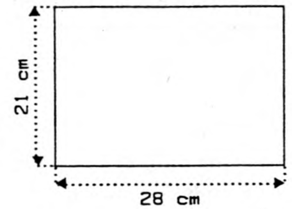
127 *Les nombres* 184 *et* 125 *sont-ils étrangers ? Explique pourquoi.*
Si tu réponds non, tu dois exhiber une preuve ; par exemple un diviseur commun aux deux nombres, différent de 1.
Fais le même travail pour 49 *et* 749, *puis pour* 101 *et* 1 515 *et enfin pour* 1 939 *et* 1 945.

128 *Reproduis ce dessin en vraie grandeur.*

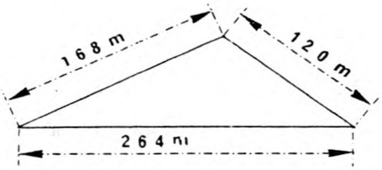


Il s'agit de placer sur le segment AB une échelle régulière en respectant les consignes suivantes :
. les points A, B, C sont des barreaux ;
. la longueur d'un échelon est un nombre entier de millimètres ;
. la longueur d'un échelon est la plus grande possible.
Quelle longueur doit-on donner aux échelons ?
Si tu ne tiens plus compte de la troisième consigne peux-tu trouver d'autres solutions à ce problème ?

129 Le dessin ci-dessous représente une feuille de papier.
Il s'agit de quadriller cette feuille de papier par des carrés dont le côté est un nombre entier de centimètres.
Que proposes-tu ?



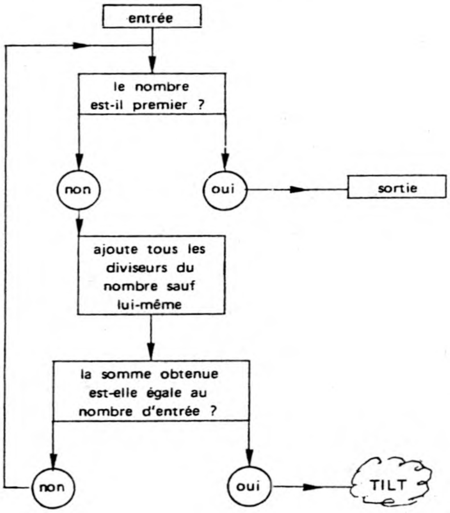
130 Le dessin ci-dessous représente un terrain triangulaire.



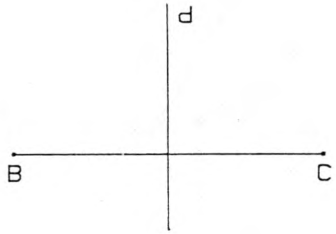
On veut planter des arbres autour de ce terrain.
Les arbres doivent être équidistants ; il doit y avoir un arbre à chaque sommet.
Quelle est la solution qui conduit à planter le moins d'arbres possibles ? Combien plantera-t-on d'arbres ?

131 *Les nombres* 32 *et* 45 *sont-ils étrangers ? Et* 25 *et* 90 *? Et* 72 *et* 84 *? Et 48 et 75 ?*

132 Pour cet exercice tu auras besoin de te reporter à la page 42.
Voici une machine.
Fais entrer les nombres de 2 *à* 29 *dans cette machine.*
Il y a trois nombres qui font "TILT".
Lesquels ? Range ensemble ceux qui donnent le même nombre de sortie.



Il y a donc au moins deux points qui ne sont pas sur la droite d. Deux d'entre eux doivent être symétriques par rapport à la droite d. Supposons que ce soit les points B et C.



Le point A est encore tout seul mais cette fois, il n'est pas malheureux parce qu'il sait où se mettre.

Où doit-on obligatoirement placer le point A *?*

Tu vois que les segments AB et AC ont la même longueur et que le triangle ABC est isocèle en A.

Un triangle qui a une droite de symétrie est un triangle isocèle.

Cette droite de symétrie est la médiatrice de l'un des côtés du triangle et passe par le troisième sommet.

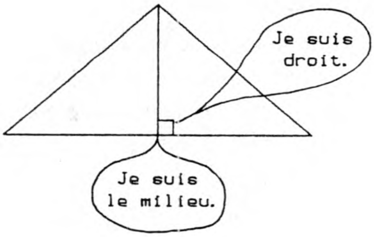
On peut énoncer cette propriété de la manière suivante.

Lorsque la médiatrice d'un côté d'un triangle passe par le troisième sommet de ce triangle, le triangle est isocèle.

Cette droite est aussi une médiane, une hauteur et une bissectrice.

- Remarque que cela revient à dire que si dans un triangle :

une médiane et une hauteur sont confondues, alors le triangle est isocèle.

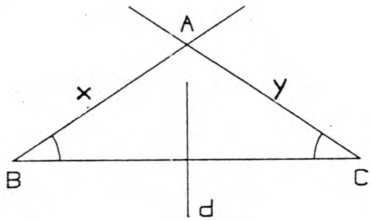


- Appelons ABC un triangle tel que $\widehat{B} = \widehat{C}$ et appelons d la médiatrice du segment BC.

Fais un dessin.

Qu'observes-tu pour le point A *?*

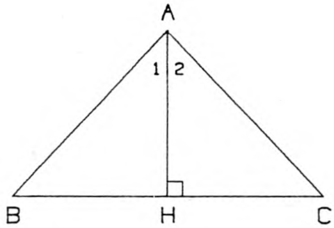
Qu'en déduis-tu pour le triangle ABC ?



Nous admettrons la propriété suivante.

Un triangle qui a deux angles égaux est isocèle.

- Nous nous intéressons à un triangle ABC dans lequel la hauteur AH est la bissectrice du secteur BAC.



Le triangle ABH est rectangle en H donc A_1 et $\widehat{B}$ sont complémentaires.

De même $\widehat{A_2}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires.

Puisque $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, on peut affirmer que $\widehat{B} = \widehat{C}$ et que le triangle ABC est isocèle en A.

Si dans un triangle, une hauteur est confondue avec une bissectrice, alors le triangle est isocèle.

II LOSANGE

1. Définition.

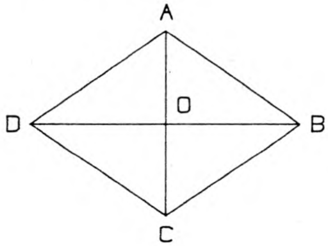
Tu sais qu'un losange est un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.

2. Propriété.

Nous nous intéressons à un losange ABCD et nous apellons O le point commun à ses diagonales.

Explique pourquoi le point A *appartient à la médiatrice du segment* BD.

Et le point C ?



Tu vois que la droite AC est la médiatrice du segment BD.

De même, la droite BD est la médiatrice du segment AC.

Et le point O est le milieu des segments BD et AC.

Dans un losange ABCD de sommets opposés A et C,
- les diagonales sont des droites de symétrie,
- elles sont perpendiculaires,
- elles sont les bissectrices des secteurs du losange,
- les segments AC et BD ont le même milieu.

Dans la symétrie de centre O, *quelle est l'image du point* A ? *Du point* C ? *Du point* B ? *Du point* D ?

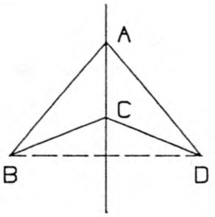
Quelle est l'image de la droite AB ? *De la droite* AD ?

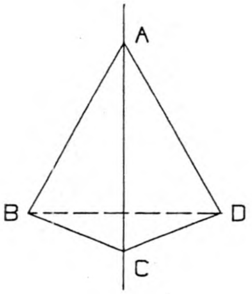
Tu vois que les droites AB et CD sont parallèles ainsi que les droites AD et BC.

Comme tu t'en doutais déjà, un losange est un parallélogramme.

3. Quelques propriétés réciproques.

- En classe de sixième, nous avons étudié des quadrilatères comme ceux-ci.





La diagonale AC est une droite de symétrie. Nous pouvons affirmer que :

- les côtés AB et AD ont la même longueur,
- les côtés CB et CD ont la même longueur.

Si nous voulons maintenant considérer un quadrilatère de ce type où EN PLUS, la diagonale BD est une droite de symétrie, nous pouvons affirmer que :

- les côtés AB et BC ont la même longueur.

Et tu vois que les quatre côtés d'un tel quadrilatère ont la même longueur : c'est donc un losange.

Un quadrilatère dont les diagonales sont des droites de symétrie est un losange.

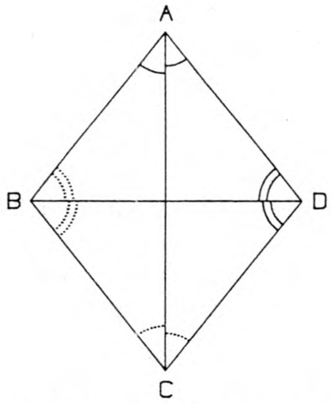
- Dire que les diagonales AC et BD d'un quadrilatère ABCD sont des droites de symétrie revient à dire que :

- les droites AC et BD sont perpendiculaires,
- les segments AC et BD ont le même milieu.

Un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et ont le même milieu est un losange.

Regardons maintenant un quadrilatère ABCD qui a les propriétés suivantes :

la diagonale AC est bissectrice des secteurs A et C,
la diagonale BD est bissectrice des secteurs B et D.



Il est facile de voir que ces droites sont des droites de symétrie pour le quadrilatère ABCD qui est donc un losange.

Un quadrilatère dont les diagonales sont bissectrices des secteurs est un losange.

exercices page 100

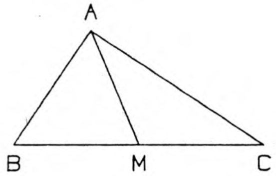
triangle rectangle 15
rectangle

I TRIANGLE RECTANGLE

1. Définition.

Tu sais qu'on dit qu'un triangle est rectangle lorsqu'il a un secteur droit.

2. Propriété.



Nous nous intéressons à un triangle ABC rectangle en A et à sa médiane AM.

Dans le chapitre 06, nous avons montré que

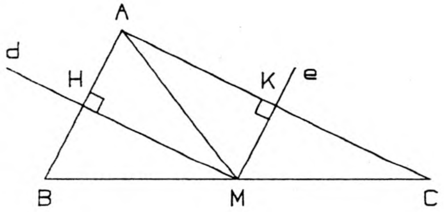
longueur du segment AM = $\frac{1}{2}$ longueur du segment BC.

Que peux-tu dire des deux triangles ABM *et* ACM.

3. Réciproque.

Intéressons-nous maintenant à un triangle ABC dans lequel la longueur de la médiane AM est la moitié de la longueur du côté BC.

Nous appelons d et e les médiatrices des segments AB et AC.



Puisque les triangles ABM et ACM sont isocèles en M, ces droites sont les bissectrices des secteurs AMB et AMC.

Comme ces secteurs sont adjacents et superposables, leurs bissectrices d et e sont perpendiculaires.

Et dans le quadrilatère AHMK,

$$\widehat{H} = \widehat{M} = \widehat{K} = 90°.$$

Puisque la somme des mesures des angles de ce quadrilatère est 360,

$\widehat{A} = 90°$ et le triangle ABC est rectangle en A.

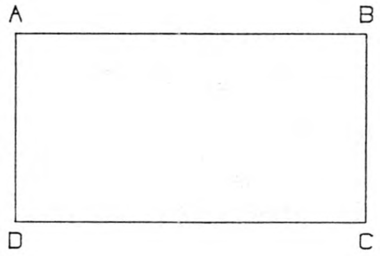
Si dans un triangle ABC la longueur de la médiane AM est la moitié de la longueur du côté BC, alors le triangle est rectangle en A.

II RECTANGLE

1. Définition.

Tu sais qu'un rectangle est un quadrilatère qui a 4 secteurs droits.

2. Propriétés.



- Appelons ABCD un rectangle de sommets opposés A et C. Les droites AD et BC sont perpendiculaires à la droite AB ; elles sont donc parallèles.

De même les droites AB et DC sont parallèles.

Tu t'en doutais bien, un rectangle est un parallélogramme.

- Appelons d la médiatrice du segment AB.

Fais un dessin sur du papier calque.

Plie la feuille autour de la droite d.

Tu comprends que la droite d est une droite de symétrie pour le rectangle.

C'est donc aussi la médiatrice du segment DC.

Un rectangle a deux droites de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

- Les droites AC et BD sont symétriques par rapport à la droite d.

Donc elles se coupent sur la droite d.

Appelle O *leur point commun.*

Dis pourquoi les segments OA *et* OB *ont la même longueur.*

Et les segments OC *et* OD *?*

Et les segments OB *et* OC *?*

Tu vois que les segments OA, OB, OC et OD ont la même longueur.

Dans un rectangle les diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu.

- En utilisant les deux symétries ci-dessus, tu établiras aisément que les côtés opposés du rectangle ont la même longueur. Mais tu t'en doutais bien un tout petit peu... !!

Dans la symétrie de centre O*, quelle est l'image du point* A *? Du point* B *?*
Du point C *? Du point* D *?*

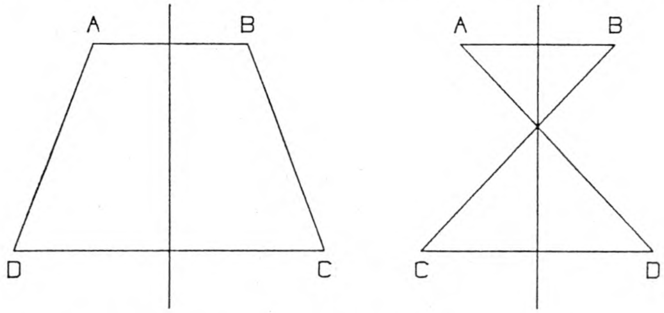
3. Quelques propriétés réciproques.

Dessine un quadrilatère ABCD *tel que* $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 90°$. *Qu'observes-tu ?*

Ce n'est pas très étonnant : la somme des mesures de $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ et D est 360.

Un quadrilatère qui a trois secteurs droits est un rectangle.

- En classe de sixième, nous avons examiné des quadrilatères comme ceux-ci.



Ils ont pour droite de symétrie la médiatrice de deux côtés opposés.

Et ils n'ont que deux angles puisque $\widehat{A} = \widehat{B}$ et $\widehat{D} = \widehat{C}$.

Nous ne nous intéressons plus à ceux qui sont croisés.

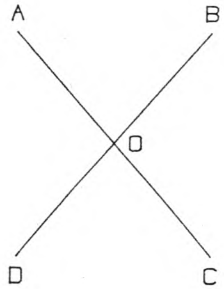
Nous voulons maintenant considérer un quadrilatère du premier type avec en plus, la médiatrice du segment AD est une droite de symétrie. Alors il faut que $\widehat{A} = \widehat{D}$.

Et par conséquent le quadrilatère n'a plus qu'un angle : $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$.

Et puisque la somme des mesures de $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$ est 360, cet angle est droit et le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Un quadrilatère qui a pour droites de symétrie les médiatrices de ses côtés est un rectangle.

- Examinons maintenant un quadrilatère ABCD dont les diagonales AC et BD ont le même milieu O et la même longueur.



Dans le triangle ABD, la longueur de la médiane AO est la moitié de la longueur du côté BD.

Donc ce triangle est rectangle en A.

De même le triangle ABC est rectangle en B et le triangle BCD est rectangle en C.

Le quadrilatère ABCD a trois secteurs droits : c'est un rectangle.

Un quadrilatère dont les diagonales ont la même longueur et le même milieu est un rectangle.

exercices page 74

exercices

133 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A, *puis le point* D *symétrique de* B *par rapport à* A.
Que peux-tu dire des longueurs des segments AB, AC *et* AD *?*
Qu'en déduis-tu pour le triangle BCD *?*
Refais une figure mais cette fois tu dessineras le triangle ABC *rectangle et isocèle en* A.
Le triangle BCD a la même propriété que ci-dessus.
Il en a une autre.
Laquelle ? Justifie ta réponse.

134 *Dessine un triangle* ABC *rectangle en* A *et un point* M *de son hypoténuse* BC.
La droite qui passe par M et qui est parallèle à la droite AB coupe la droite AC en D.
La droite qui passe par M et qui est parallèle à la droite AC coupe la droite AB en E.
Explique pourquoi ADME *est un rectangle de sommets opposés* A *et* M.

135 *Dessine un cercle de centre* O *et appelle* AB *un de ses diamètres.*
Place un point M *sur le cercle.*
Qu'observes-tu pour le triangle ABM ?
Recommence avec d'autres points du cercle.
Quelle est la propriété de la leçon qui te permet de justifier cette propriété ?

136 *Dessine un rectangle* ABCD *de sommets opposés* A *et* C *tel que :*
longueur de AC = 7 cm,
longueur de AB = 4 cm.
Explique ce que tu fais.

137 *Dessine un triangle* ABC, *isocèle en* A *puis le point* D *symétrique de* A *par rapport au milieu du segment* BC.
Explique pourquoi le quadrilatère ABDC *est un losange.*
On appelle E le symétrique de D par rapport à C et F le symétrique de A par rapport à C.
Explique pourquoi le quadrilatère AEFD *est un rectangle. Démontre que les droites* AE *et* BC *sont parallèles.*

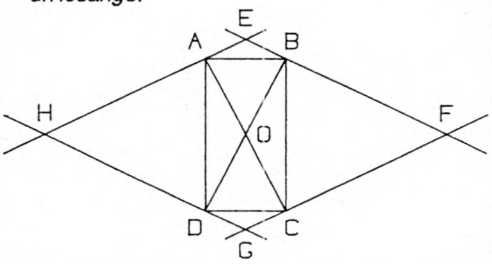
138 *Dessine un rectangle* ABCD *de sommets opposés* A *et* C. *Appelle* I, J, K *et* L *les milieux des segments* AB, BC, CD *et* DA.
Montre que le quadrilatère IJKL *est un losange.*

139 *Dessine un cercle* c *de centre* O *et de rayon 5 cm et marque un point* A *sur ce cercle.*
La médiatrice du segment OA coupe C en E et D et la droite OA en H.
1. *Montre que le quadrilatère* AEOD *est un losange.*
2. Soit F le symétrique de O par rapport à D.
Montre que le triangle AOF *est rectangle et que le quadrilatère* AEDF *est un parallélogramme.*

140 *Dessine un triangle* ABC *et place un point* M *sur le côté* BC.
Trace la hauteur BH.
La droite qui passe par M et qui est perpendiculaire à la droite AC la coupe en un point K.
La droite qui passe par M et qui est parallèle à la droite AC coupe la droite BH en un point P.
Explique pourquoi le quadrilatère MPHK *est un rectangle.*

141 *Dessine un rectangle dont les diagonales mesurent 8 cm et se coupent en formant un angle de* 70°.

142 Sur cette figure, le quadrilatère ABCD est un rectangle, les droites AE et CG sont perpendiculaires à la droite AC.
Les droites BE et DC sont perpendiculaires à la droite BD.
Montre que le triangle ABE *est isocèle.*
Montre que la droite EO *est la médiatrice du segment* AB.
C'est donc aussi la médiatrice du segment DC.
Explique pourquoi elle passe par G.
Montre que le quadrilatère EFGH *est un losange.*

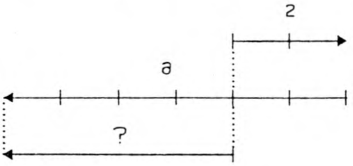


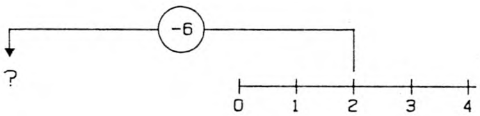
où les nombres ont des signes 16

I LES DECIMAUX, AVEC DES SIGNES

1. Rappel.

En classe de sixième, nous avons examiné le problème 2 - 6.

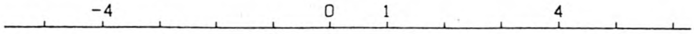




Nous avons d'abord eu envie d'écrire : 2 - 6 = 4.

Nous ne l'avons pas fait parce que c'était très bizarre. Et cela nous a conduit à inventer de nouveaux nombres entiers. Nous les avons appelés les entiers négatifs.

Ainsi, par exemple, le nombre - 4 est l'abscisse d'un point d'une échelle régu-



lière graduée. Les points d'abscisses - 4 et 4 sont symétriques par rapport à l'origine du repère.

Notre problème avait trouvé sa solution et nous avons écrit : 2 - 6 = - 4.

Tu te rappelles que nous avons noté $\mathbb{Z}$ l'ensemble de tous les entiers et que les entiers positifs sont les entiers dont on se sert à l'école primaire.

Exercices.

Prends la feuille de manipulation numéo 6, *dessin numéro* 5.

- Complète la graduation de l'échelle.

- Combien y a-t-il d'échelons *entre les barreaux d'abscisses* 4 *et* -5 *?*
entre les barreaux d'abscisses -4 *et* 5 *?*
entre les barreaux d'abscisses -7 *et* 7 *?*
entre les barreaux d'abscisses -13 *et* 0 *?*

- Les barreaux d'abscisses -93 et -117 n'existent pas sur le dessin qui est trop petit. Tu peux tout de même les imaginer.

Lequel des deux est à gauche de l'autre ? Combien y a-t-il d'échelons entre eux ?

- Illustre sur ton dessin la solution du problème 7 - 12.

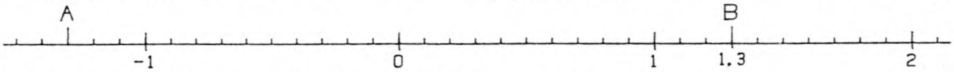
2. Avec des décimaux.

Il est raisonnable de penser qu'on peut faire la même chose avec des décimaux pas entiers.

Mais tu sais que pour graduer une échelle avec des décimaux, il faut d'abord décider combien on prend de décimales.

* Commençons avec une décimale.

Ainsi par exemple, sur cette échelle régulière, les point A et B sont symétri-



ques par rapport à 0 ; l'abscisse du point B est 1,3. C'est un décimal positif.

Nous dirons que l'abscisse du point A est -1,3. C'est un décimal négatif.

Exercices.

Prends la feuille de manipulation numéro 6 *dessin numéro 6.*

- *Combien y a-t-il d'échelons* *entre les barreaux d'abscisses* -1,4 *et* 0,7 *?*
  entre les barreaux d'abscisses 1,4 *et* -0,7 *?*
  entre les barreaux d'abscisses -1,1 *et* 1,1 *?*
  entre les barreaux d'abscisses -3,7 *et* 0 *?*

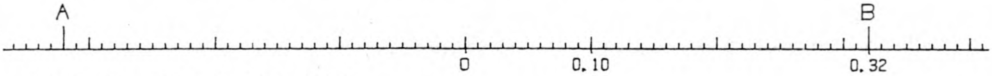
Les barreaux d'abscisses -9,3 et -11,7 ne sont pas sur le dessin qui est trop petit. Tu peux tout de même les imaginer.

Lequel des deux est à gauche de l'autre ? Combien y a-t-il d'échelons entre eux ? Illustre sur ton dessin la solution du problème 1,2 - 3,7.

* Avec deux décimales.

Tu te doutes bien que cela fonctionne de la même façon.

Ainsi sur ce dessin, les points A et B sont symétriques par rapport à 0.



L'abscisse du point B est 0,32.

Que proposes-tu pour l'abscisse du point A *?*

Exercices.

Prends la feuille de manipulation numéro 6, *dessin numéro* 7.

Complète la graduation de l'échelle (tu n'écriras que les nombres à un chiffre).

Place les points A, B, C, D *et* E *d'abscisses :*

-0,97 ; 0,53 ; -1,41 ; -0,31 *et* -1,03.

Combien y a-t-il d'échelons entre le point A *et le point* D *?*

- Les barreaux d'abscisses -2,57 et -2,79 ne sont pas sur le dessin qui est trop petit mais là aussi tu peux les imaginer.

Lequel est à droite de l'autre ?

Combien y a-t-il d'échelons entre eux ?

Illustre sur ton dessin la solution du problème 0,47 - 1,51.

* Et après.

Après, les choses se compliquent au niveau du dessin.

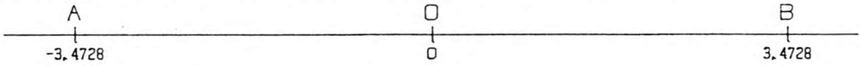
D'abord, si on veut graduer une échelle régulière avec des décimaux qui ont trois décimales, il faudra tout de même 1 000 échelons pour aller de 0 à 1.

Et puis, on ne peut pas graduer une échelle régulière avec TOUS les décimaux. Cela provient du fait qu'entre deux décimaux, on peut en mettre d'autres, sans arrêt.

Par exemple entre 5,0 et 5,2, il y a 5,17 ; 5,137 et encore 5,194 372 18. Et bien d'autres.

Donnes-en une bonne douzaine.

Cela n'empêche tout de même pas d'imaginer des situations comme celle-ci,



où les points A et B sont symétriques par rapport à 0.

On dit que les nombres -3,472 8 et 3,472 8 sont opposés. Cela signifie que

-3,4728 est l'opposé de 3,4728 et 3,4728 est l'opposé de -3,4728.

3. L'ensemble des décimaux.

Nous allons noter $\mathbb{D}$ l'ensemble de tous les nombres décimaux.

Cet ensemble contient :

- les décimaux positifs ; par exemple 201,89 ; 0,1 ; 56. Ce sont ceux que nous avons utilisés jusqu'à présent ;
- le nombre 0 qui n'est ni positif, ni négatif ;
- les décimaux négatifs : par exemple : -68,662 ; -25 ; -7,9.

Mais un nombre entier est aussi un nombre décimal.

En sixième nous avions désigné par $\mathbb{Z}$ l'ensemble de tous les entiers.

On peut donc dire que tous les nombres qui appartiennent à $\mathbb{Z}$, appartiennent aussi à $\mathbb{D}$. Par exemple :

$7 \in \mathbb{Z}$ et $7 \in \mathbb{D}$; $-5 \in \mathbb{Z}$ et $-5 \in \mathbb{D}$.

Mais tous les nombres décimaux ne sont pas des entiers. Par exemple :

$3{,}1 \in \mathbb{D}$ et $3{,}1 \notin \mathbb{Z}$; $-1{,}13 \in \mathbb{D}$ et $-1{,}13 \notin \mathbb{Z}$.

Enfin, nous te rappelons que l'ensemble des entiers positifs est désigné par $\mathbb{N}$. Ainsi :

$7 \in \mathbb{N}$ et $7 \in \mathbb{Z}$; $-5 \notin \mathbb{N}$ et $-5 \in \mathbb{Z}$.

Exercices.

1. *Recopie et complète avec le signe $\in$ ou le signe $\notin$:*

-1,88 ... $\mathbb{D}$; -27 ... $\mathbb{D}$; -250,5 ... $\mathbb{Z}$; 11 ... $\mathbb{D}$; -27 ... $\mathbb{N}$;
-250,5 ... $\mathbb{D}$; 0,01 ... $\mathbb{N}$; -27 ... $\mathbb{Z}$; 101 ... $\mathbb{N}$.

2. *Prends la feuille de manipulation numéro* 6, *dessin numéro* 8.

Nous avons mis une croix dans la case correspondant à la colonne -2 et et à la ligne $\mathbb{Z}$ car $-2 \in \mathbb{Z}$ est une phrase vraie.

Place toutes les croix qui correspondent à des phrases vraies.

3. *Prends la feuille de manipulation numéro* 6 *dessin numéro* 2.

Place sur ce dessin les nombres suivants :

-17 ; 398 ; 9,683 ; -0,07 ; -318 ; 1 005 ; -10, 05.

II ORDONNONS L'ENSEMBLE $\mathbb{D}$

1. Rangeons des décimaux.

En sixième tu as appris à ranger des entiers.

Par exemple, range du plus petit au plus grand, les entiers :

7 ; -13 ; -5 ; 2 ; 11 ; -8 ; 0 ; -3.

Tu peux t'aider du dessin numéro 5 de la feuille de manipulation numéro 6 que tu as déjà utilisé au paragraphe II - 1.

Tu vois que -13 est plus petit que -8, et tu sais que cela s'écrit : $-13 < -8$.

Et tu sais que les nombres positifs sont tous plus grands que 0 et que les nombres négatifs sont tous plus petits que 0.

Tu as déjà deviné qu'on peut ranger aussi les nombres décimaux.

Prends la feuille de manipulation numéro 5 *dessin numéro* 2.

Sur l'échelle dessinée, place les points d'abscisse

1,3 ; -2,8 ; -3 ; -0,7 ; 3,4 ; -4,6 ; 2 ; 0,5 ; -3,5.

Range du plus petit au plus grand les nombres ci-dessus.

Bien entendu, pour ranger des nombres décimaux, il n'est pas nécessaire de faire à chaque fois une échelle graduée. Ce ne serait d'ailleurs pas toujours très commode.

Mais tu sais déjà depuis longtemps ranger les décimaux positifs, et tu viens de deviner comment on fait pour les négatifs.

Par exemple, recopie et complète avec des signes < ou > :

1,3 ... 4,5 *et* -1,3 ... -4,5 ; 17,41... 12,037 *et* -17,41 ... -12,037.

Exercices.

1. *Recopie et complète avec un des signes < ; > ou =.*

   4,57 ... 4,570 1 ; -3,9 ... -3,900 ; -0,57 ... -1,13 ;
   0,57 ... 1,12 ; -4,95 ... -5 ; -13,21 ... 11,72.

2. *Range les décimaux suivants du plus petit au plus grand.*

   a) 5,25 ; 1,3 ; 0,75 ; 3 ; 5,5 ; 0 ; 55 ; 5,6.

   b) -2,1 ; -3,3 ; -0,8 ; -1,5 ; -1,7 ; -3,5 ; 0.

   c) -1,52 ; 12,9 ; 0,956 ; -1,51 ; -12 ; 5 ; 2,1 ; -0,958.

3. *Ecris si cela est possible* 4 *entiers qui vérifient les conditions suivantes :*

   "être positif",
   "être inférieur à 3",
   "être compris entre -5 et 3",
   "être compris entre -7 et -4",
   "être supérieur à -1 et inférieur à 5",
   "être inférieur à -5 et supérieur à 1".

4. *Peux-tu écrire quatre nombres décimaux compris entre* 7,1 *et* 7,6 *?*

   Peux-tu écrire quatre nombres décimaux compris entre -5,2 *et* -5,1 *?*

2. Ordre et opposés.

Voici une liste de décimaux :

2,3 ; -12,4 ; -7,2 ; -17,1 ; -0,9 ; -1 ; 0,7.

Recopie-la puis au-dessous de chaque nombre, écris son opposé.

Range les nombres de la première ligne du plus petit au plus grand.

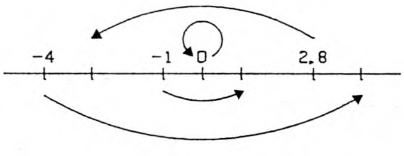
Fais la même chose avec leurs opposés que tu as écrits à la seconde ligne.

Qu'observes-tu ?

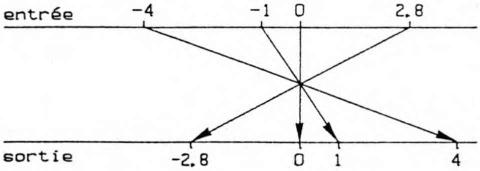
Ce que tu viens d'observer est facile à comprendre si tu n'as pas oublié que deux nombres opposés sont les abscisses de deux points symétriques par rapport à l'origine d'un repère sur une droite.

Les dessins ci-dessous t'aideront sans doute à comprendre encore mieux.

Quatre nombres rangés.



Les opposés de ces nombres rangés en sens contraire.



Machine à fabriquer les opposés.

exercices pages 80 et 120

143 *Donne quatre nombres entiers supérieurs à -5 et inférieurs à 1.*
Donne toutes les solutions possibles à ce problème. Tu peux t'aider d'un dessin.

144 *Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.*
4,7 ; 2,5 ; 4,8 ; 2,05 ;
2,2 ; 2,01 ; 4,72.
Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.
-4,7 ; -2,5 ; -4,8 ; -2,05 ;
-2,2 ; -2,01 ; -4,72.

145 *Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.*
-2,4 ; 2,4 ; 3 ; 2 ; -3 ; -2.

146 *Parmi les inégalités suivantes, lesquelles sont vraies ?*
$-17 < -12$; $-1{,}2 < -1{,}7$; $3 < 8$;
$0{,}3 < 0{,}08$; $-0{,}08 < 0{,}3$; $-8 < -3$;
$4{,}5 < 4{,}12$; $-13{,}8 < -13{,}25$.

147 *Recopie et complète avec le signe* $\in$ *ou le signe* $\notin$.
10,07 ... $\mathbb{N}$; 10,07 ... $\mathbb{Z}$; 10,07 ... $\mathbb{D}$;
-9 876 ... $\mathbb{N}$; 43 ... $\mathbb{Z}$; 43 ... $\mathbb{D}$;
-9 876 ... $\mathbb{Z}$; -9 876 ... $\mathbb{D}$.

148 *Recopie et complète le tableau suivant.*

...	-0,01	99999	-123	-4,5	0	67,8
N						
Z						
D	x					

149 *Range du plus petit au plus grand.*
a) 38 ; -22 ; -125 ; 0 ; -37 ; 28 ; -130.
b) 3,8 ; -22,2 ; -0,125 ; 0 ; -37 ; 3,88 ; -0,13 ; -22,02 ; 3,808.
c) -17,6 ; -18,35 ; -17;77 ; -18,4 ; -17,7 ; -18,3 ; 18,234.

150 Appelons a, b, c et d quatre décimaux.
Nous savons que $c < d$; $a > b$ et $d < b$.
Range du plus petit au plus grand les nombres a, b, c *et* d.

151 Appelons a, b, c et d des nombres décimaux.
1) Nous savons que $a < -10$ et $b > -5$.
Peux-tu dire lequel des deux nombres a *et* b *est le plus grand ? Aide-toi d'un dessin.*
2) Nous savons que $c < -5$ et $d > -12$.
Peux-tu dire lequel des deux nombres c *et* d *est le plus grand ? Aide-toi d'un dessin.*

152 Appelons x, y, z et t quatre décimaux.
Nous savons que
x et z sont positifs,
y et t sont négatifs.
x > et y < t.
Range du plus petit au plus grand les nombres x, y, z *et* t.
Aide-toi d'un dessin.

153 Appelons x, y, u et v des nombres décimaux.
1) Nous savons que $x < 2$ et $y < -5$.
Peux-tu dire lequel, des deux nombres x *et* y *est le plus grand ? Aide-toi d'un dessin.*
2) Nous savons que $u < -6$ et $-3 < v < 2$.
Peux-tu dire lequel des deux nombres u *et* v *est le plus grand ? Aide-toi d'un dessin.*

154 Appelons n, p, q et r des nombres décimaux.
1) Nous savons que
$-1 < n < 1$ et $-7 < p < 3$.
Peux-tu dire lequel des deux nombres n *et* p *est le plus grand ? Aide-toi d'un dessin.*
2) Nous savons que
$-6 < q < -3$ et $-1 < r < 2$.
Peux-tu dire lequel des deux nombres q *et* r *est le plus grand ? Aide-toi d'un dessin.*

155 Appelons x un entier. Nous savons que $-5 < x$ et $x < 3$.
a) *Ecris tous les entiers que l'on peut mettre à la place de* x *et qui donnent des phrases vraies.*
b) *Ecris tous les entiers* y *qui vérifient :*
$-7 > y$ *et* $-10 < y$.

autres exercices page 120

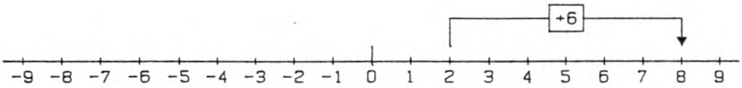
addition à droite
addition à gauche 17

I REGLES DE CALCUL

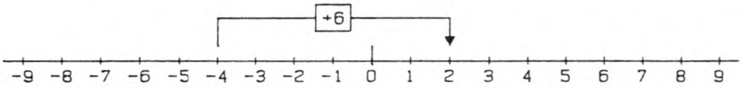
1.Additionner

Tu as appris en sixième qu'additionner un nombre entier positif revient à se déplacer vers la droite sur une échelle régulière graduée.

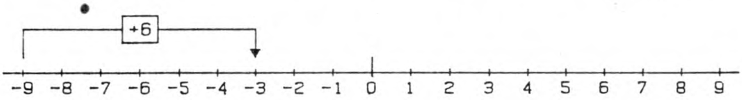
Par exemple, observe les dessins ci-dessous, puis recopie et complète les égalités.



$2 + 6 = \dots$



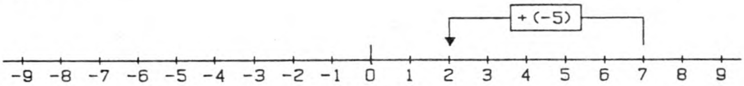
$-4 + 6 = \dots$



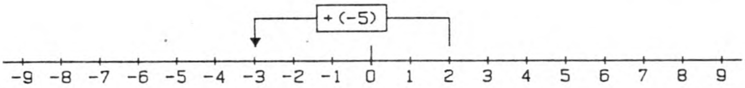
$-9 + 6 = \dots$

Tu sais aussi qu'additionner un nombre entier négatif revient à se déplacer vers la gauche sur une échelle régulière graduée.

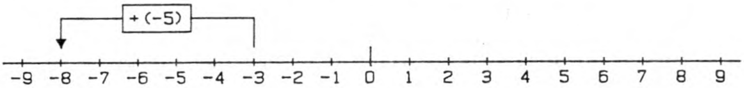
Par exemple, observe les dessins ci-dessous puis recopie et complète les égalités.



$7 + (-5) = \dots$



$2 + (-5) = \dots$



$-3 + (-5) = \dots$

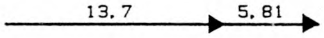
Tu as déjà deviné qu'additionner des décimaux, c'est la même chose.

Il ne nous reste qu'à nous entraîner.

Pour cela nous allons examiner les mêmes situations qu'en classe de sixième.

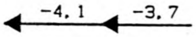
2. Deux fois dans le même sens.

Calcule 13,7 + 5,81.



Dans cet exemple, tu as additionné deux nombres positifs. C'est quelque chose que tu sais faire depuis bien longtemps déjà. Et tu trouves un nombre positif.

En t'aidant du dessin ci-contre, calcule -3,7 + (-4,1).



La somme est-elle un nombre positif ou un nombre négatif ?

Remarque.

Dans ces deux exemples tu as

☐ posé une addition parce que les deux flèches allaient dans le même sens,

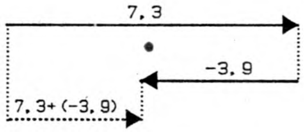
☐ choisi le signe de la somme en regardant le sens des flèches.

Exercice.

Calcule :	-2,13 + (-5,7)	; 2,83 + 1,417	;	-12,5 + (-3,8).
	-3,51 + (-0,93)	; -12,5 + (-12,5)	;	132 + 47,59.

3. Une fois dans chaque sens.

Il s'agit maintenant de calculer : 7,3 + (-3,9).



Regarde le dessin ci-contre.

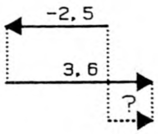
Quel est le signe de la somme ?

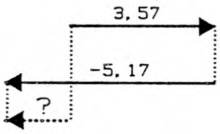
Quelle opération dois-tu faire ?

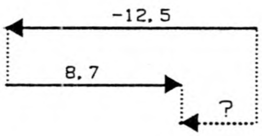
Recopie et complète : 7,3 + (-3,9) = ...

Fais le même travail

pour -2,5 + 3,6, *puis pour* 3,57 + (-5,17), *et encore pour* -12,5 +8,7.







Remarque.

Dans tous ces exemples tu as

☐ posé une soustraction parce que les deux flèches allaient en sens contraire,

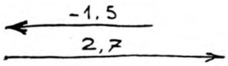
☐ choisi le signe de la somme en regardant le dessin.

Exercice.

Calcule -1,5 +2,7 ; -23,2 + 7,8 ; 169 + (-21) ; 43 + (-61) ;

-1,31 + 4,6; -0,5 + 4,9 ; 3,26 + (-4,57) ; 13,1 + (-13,1).

Aide-toi de dessins faits à main levée comme celui-ci.



On peut aussi se servir d'une calculette.

Prenons par exemple -1,5 + 2,7.

Si la calculette a une touche de changement de signe $\boxed{+/-}$

1,5	1,5
$\boxed{+/-}$	-1,5
$\boxed{+}$	-1,5
2,7	2,7
$\boxed{=}$	1,2

Sinon, il faut utiliser les touches $\boxed{M+}$ pour entrer un nombre positif en mémoire ou $\boxed{M-}$ pour entrer un nombre négatif

1,5 $\boxed{M-}$	M 1,5
2,7 $\boxed{M+}$	M 2,7
$\boxed{MR}$	M 1,2

II PROPRIETE DE L'ADDITION

1. La commutativité.

La façon dont tu as effectué les calculs ci-dessus montre que l'ordre des deux nombres qu'on additionne n'a pas d'importance.

Ainsi par exemple,

$$3,26 + (-4,57) = -4,57 + 3,26.$$

Et il en est de même pour n'importe quelle somme de décimaux.

Tu sais qu'on dit que l'addition est COMMUTATIVE.

Si a et b sont deux nombres décimaux,

$$a + b = b + a.$$

Ou encore : dans $\mathbb{D}$,

$$\square + \Diamond = \Diamond + \square.$$

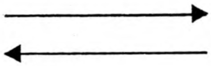
Peux-tu mettre le même nombre dans les boîtes $\square$ *et dans les boîtes* $\Diamond$ *?*

2. L'élément neutre.

Si a *est un nombre décimal, quel est le nombre* $a + 0$ *? Et le nombre* $0 + a$ *?*

Tu te doutais bien que le nombre 0 est l'élément neutre de l'addition des décimaux.

3. Les opposés.



Quel est le nombre 13,1 + (- 13,1) *?*

Penses-tu que la phrase ci-dessous soit vraie ?

La somme de deux nombres opposés est 0.

4. Ordre et addition.

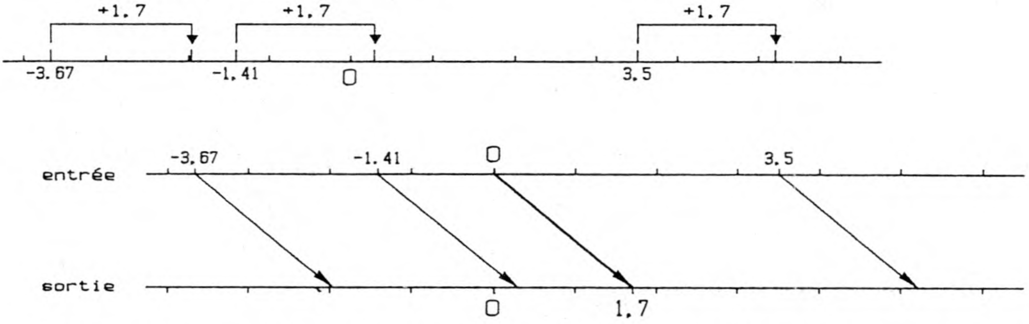
Voici trois nombres décimaux : - 1,41 ; 3,5 ; - 3,67.

Range-les du plus petit au plus grand. Additionne 1,7 *à chacun de ces nombres.*

Les nombres que tu viens de trouver sont-ils rangés dans le même ordre que les trois premiers ?

Le dessin ci-dessous explique ce que tu as trouvé.

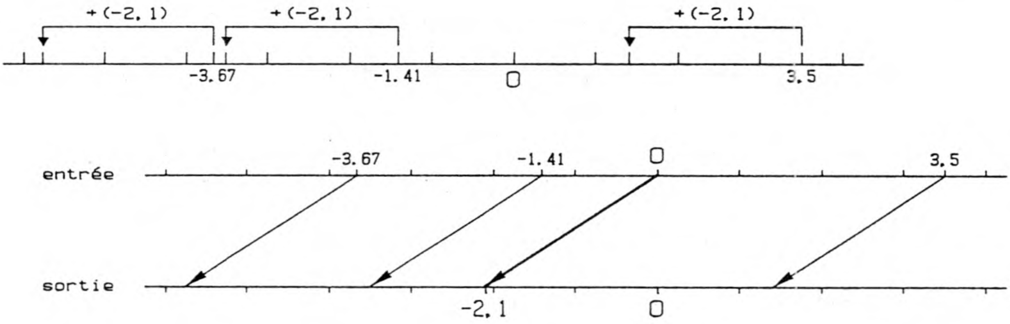
Et aussi pourquoi il en est toujours ainsi.



On peut dire que les trois nombres ont "glissé" de 1,7 vers la droite. Il ne peut donc pas y avoir de changement d'ordre.

Recommence le même travail en remplaçant 1,7 *par* - 2,1.

Fais-tu la même observation ?



Les trois nombres ont glissé de 2,1 vers la gauche : pas de changement d'ordre non plus.

Dans $\mathbb{D}$, si $\square < \Delta$ alors $\square + \lozenge < \Delta + \lozenge$.

Quel nombre peux-tu mettre dans les boîtes $\square$ *? Dans les boîtes* Δ *? Dans les boîtes* $\lozenge$ *?*

Exercice.

Deux nombres décimaux inconnus sont désignés par a et b.

On sait que $a < b$.

Range les nombres $a + 1{,}91$ *et* $b + 1{,}91$,
puis les nombres $a + (-13{,}7)$ *et* $b + (-13{,}7)$.

5. Opposé d'une somme.

Calcule $3 + (-12)$.

Quel est l'opposé de 3 *? L'opposé de* -12 *?*

Additionne ces deux opposés. Qu'observes-tu ?

Illustrons ce que tu viens de faire.

On prend l'opposé.

$$\begin{array}{ccccc} 3 & + & (-12) & = & -9 \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ -3 & & 12 & & \\ \underbrace{-3 \quad + \quad 12}_{\text{somme des opposés}} & & & = & \underbrace{9}_{\text{opposé de la somme}} \end{array}$$

Concluons : $-(3 + (-12)) = -3 + 12$.

Recopie et complète.

On prend l'opposé

$$\begin{array}{ccccc} -14 & + & (-6) & = & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \underbrace{\dots \quad \dots \quad \dots}_{\text{somme des opposés}} & & & = & \underbrace{\dots}_{\text{opposé de la somme}} \end{array}$$

$-(-14 + (-6)) = \dots + \dots$

On prend l'opposé

$$\begin{array}{ccccc} 1{,}7 & + & 5 & = & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \underbrace{\dots \quad \dots \quad \dots}_{\text{somme des opposés}} & & & = & \underbrace{\dots}_{\dots} \end{array}$$

$-(1{,}7 + 5) = \dots + \dots$.

Exercices.

1. *Recopie et complète.*

$-(7 + (-3)) = \dots + \dots$; $-(-10 + 5) = \dots + \dots$; $-(-0{,}4 + (-0{,}6)) = \dots + \dots$.

Ecris de même les nombres suivants.

$-(-11 + (-7))$; $-(12 + 18)$; $-(-4{,}1 + 2{,}1)$; $-(3{,}8 + (-1))$.

2. Les lettres x et y désignent des nombres décimaux.

Recopie et complète.

prends l'opposé

$x + y$	$-x + y$	$x + (-y)$	$-x + (-y)$

exercices page 86

exercices

156 *Dessine trois échelles régulières graduées par $\mathbb{Z}$, sur trois droites parallèles.*
On appelle A, B, C, D et E les points de l'échelle I d'abscisses -5 ; -1 ; 0 ; 2 et 3. *Place* A, B, C, D *et* E *sur l'échelle* I.
On appelle A', B', C', D' et E' les points de l'échelle II d'abscisses
-5 + 3 ; -1 + 3 ; 0 + 3 ; 2 + 3 et 3 + 3.
Place A', B', C', D' *et* E' *sur l'échelle* II.
On appelle A", B", C", D" et E" les points de l'échelle III d'abscisses -5 + (-1) ; -1 + (-1) ; 0 + (-1) ; 2 + (-1) ; 3 + (-1). *Place* A", B", C", D" *et* E" *sur l'échelle* III.
Trace les droites AA', BB', CC', DD' *et* EE'. *Qu'observes-tu ?*
Trace les droites AA", BB", C", DD" *et* EE". *Qu'observes-tu ?*
Trace les droites A'A", B'B", C'C", D'D" *et* E'E". *Qu'observes-tu ?*

157 *Calcule.*

1,23 + (-1,22)	;	-1,23 + (-1,22)	;
-1,23 + 1,22	;	0,37 + (-1,87)	;
-13,7 + (-6,3)	;	-52 + 3,99.	

158 *Calcule.*

0 + (-8,15)	;	1,25 + 1,203	;
-3,815 + 56,2	;	4,51 + (-3,7)	;
31,2 + (-42,3)	;	-1,5 + 10	;
-5,21 + (-14,69)	;	-12,345 + 87,655.	

159 On désigne par a, b et c quatre décimaux tels que a < b et c < d.
Range les nombres a + c *et* b + c.
Range les nombres c + b *et* d + b.
Qu'en déduis-tu pour les nombres a + c *et* b + d *?*

160 *Calcule* -47,51 + 31,49 *puis donne sans calcul le nombre* 47,51 + (-31,49).
Même question pour les nombres
31,7 + 15,6 *et* -31,7 + (-15,6) ;
même question pour les nombres
1,57 + 1,43 *et* -1,57 + (-1,43) ;
même question pour les nombres
127,8 + (-127,5) *et* -127,8 + 127,5.

161 *Calcule.*

-12 + (-27)	;	56 + (-19)	;	2 + (-9)	;
-8 + 45	;	-290 + 13	;	-16 + 16.	

162 *Donne les opposés des nombres suivants sous forme de somme.*

4,7 + 2,5	;	-4,7 + (-2,5)	;
1,51 + (-7,21)	;	-3,4 + 1,8	;
5,8 + (-13,2)	;	7 + (-15)	;
-85,2 + (-14,8)	;	327 + (-527).	

163 Quatre nombres décimaux a, b, c et d sont rangés dans l'ordre suivant :
b < d < a < c.
Range du plus petit au plus grand les nombres
a + 4,51 ; b + 4,51 ; c + 4,51 et d + 4,51.
Range du plus petit au plus grand les nombres a + (-1,2) ; b + (-1,2) ; c + (-1,2) *et* d + (-1,2).

164 *Ecris les nombres suivants sous la forme de la somme de deux décimaux. (Par exemple,* -(9 + 11) = -9 + (-11)*).*

-(47 + 51)	;	-(5,21 + (-2,13))	;
-(-10,1 + (-13,7)	;	-(-4 + (-5))	;
-(0,13 + 0,15)	;	-(-2,7 + (-1,4))	;
-(-3,5 + 2,5)	;	-(-15,71 + 13,7).	

165 On sait que a est un nombre décimal et que a < 2,8.
1) *Que peux-tu dire de* a + (-3,2) *?*
2) *Que peux-tu dire de* -a *(aide-toi d'un dessin) ?*
3) *Que peux-tu dire de* -a + (-3,2) *?*

166 Un nombre décimal x est compris entre -1,3 et 0,7 : - 1,3 < x < 0,7.
Tu sais qu'on dit qu'on a donné un encadrement de x.
1. *Donne un encadrement de*
x + 1,3 *et de* x + (-0,7).
2. *Donne un encadrement de* -x *(aide-toi d'un dessin).*
Puis donne un encadrement de
-x + 1,3 *et* -x + (-0,7).

où l'on découpe des surfaces 18

En classe de sixième tu as appris à mesurer des surfaces à l'aide de différents pavages. Cette année, nous utiliserons uniquement des pavages-carrés.

I MESURONS DES SURFACES AVEC UN PAVAGE

1. Fabriquons un pavage.

Prends la feuillle de manipulation numéro 11, *dessin numéro* 1*:*

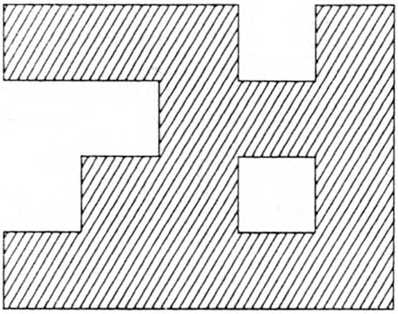
il faut reproduire le pavage-carré sur une feuille de papier calque. Ce n'est peut-être pas très facile. Pour le faire,

utilise un crayon finement taillé,

fixe ta feuille de calque sur la feuille de manipulation avec des trombones,

et n'oublie pas de prendre une règle...!

Et puis à la fin du chapitre, range soigneusement ta feuille de calque, tu en auras encore besoin.



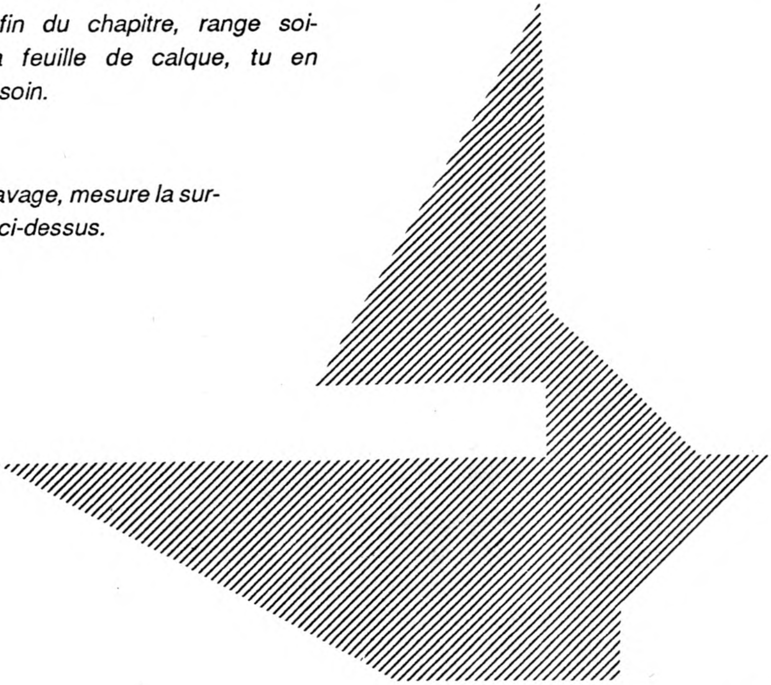
2. Exercice.

A l'aide de ton pavage, mesure la surface de la figure ci-dessus.

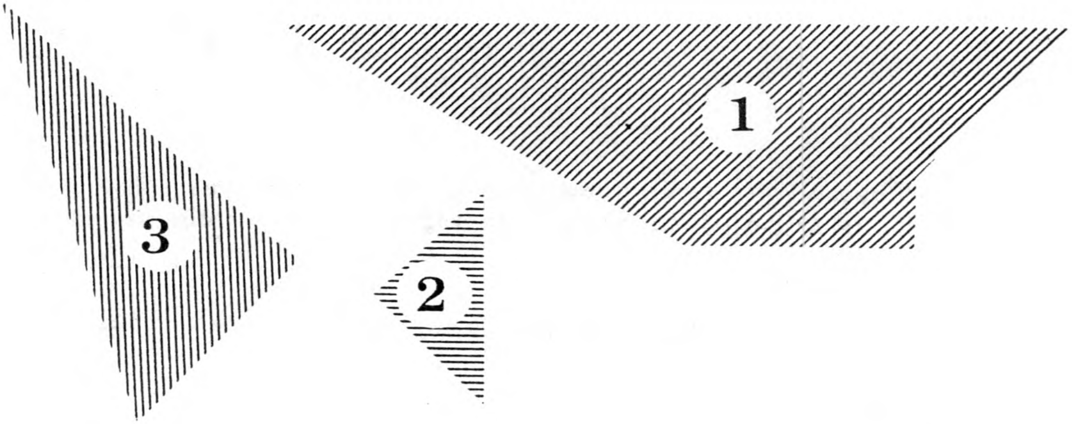
3. Le voilier

On ne peut pas le recouvrir exactement par un nombre entier de pavés.

Vérifie-le.

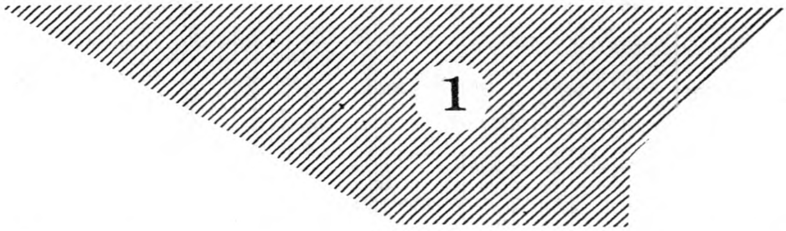


Aussi, nous l'avons découpé en trois morceaux comme l'indique la figure ci-dessous.



Nous avons ensuite rassemblé ces trois morceaux ; nous avons obtenu une surface qu'on peut mesurer à l'aide du pavage-carré.

Quelle est la mesure de cette nouvelle surface ?



Nous dirons que le nombre que tu viens de trouver est aussi la mesure de la première surface.

4. La maison

Fais comme nous avec la surface qui représente une maison et qui se trouve sur la feuille de manipulation numéro 7, *dessin numéro* 2.

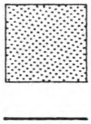
Nous avons reproduit deux fois cette surface, au cas où tu ne trouverais pas du premier coup.

II MESURE DE QUELQUES SURFACES QUE TU CONNAIS

Dans le reste du chapitre nous choisissons :

pour mesurer les surfaces, le cm^2

pour mesurer les longueurs, le cm.



1. Rectangle.

Tu as appris à l'école primaire et tu as révisé en classe de sixième que

l'on peut trouver la mesure de la surface d'un rectangle en multipliant les mesures des deux côtés de ce rectangle.

Tu te rappelles que nous avons noté L la mesure du grand côté, l celle du petit côté du rectangle et S la mesure de sa surface. Cela nous conduit à écrire l'égalité :

$$S = L \times l.$$

Dans cette formule on peut remplacer deux des trois lettres par des NOMBRES DECIMAUX quelconques. La formule permet alors de calculer le troisième nombre ou tout au moins une valeur approchée de ce nombre, si on doit faire une division.

Exercice.

Recopie et complète le tableau suivant.

L	3,2	23		8,3
l	1,7		5,2	
S		368	58,76	41,7

Quel nombre as-tu inscrit dans la dernière colonne du tableau ?

Compare avec tes camarades.

2. Parallélogramme.

Sur la feuille de manipulation numéro 7, nous avons dessiné un parallélogramme ABCD (dessin numéro 3).

Les droites AB et CD sont paralléles.

Les droites AD et BC sont paralléles.

Vérifie que les segments AB *et* DC *ont la même mesure. Quel est ce nombre ?*

Nous avons tracé des segments perpendiculaires aux droites AB et DC, comme le segment AH par exemple.

Vérifie que tous ces segments ont la même mesure. Quel est ce nombre ?

Nous dirons que la longueur de ces segments est une HAUTEUR du parallélogramme.

Tu vas maintenant découper cette surface en deux morceaux mais, écoute bien

. l'un des morceaux doit être un triangle,

. en rassemblant les deux morceaux, tu dois trouver un rectangle.

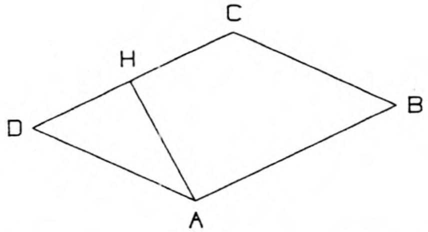
Fais-le.

Quelles sont les mesures des deux côtés de ce rectangle ?

Quelles est la mesure de la surface de ce rectangle ?

Nous dirons que le nombre que tu viens de trouver est aussi la mesure de la surface du parallélogramme.

Résumons ce que tu as fait.



Pour trouver la mesure de la surface du parallélogramme ABCD, tu as multiplié les mesures du côté AB et de la hauteur AH.

Penses-tu qu'on pourrait faire la même chose pour n'importe quel parallélogramme ?

Exercice.

Dans un parallélogramme ABCD, la mesure du côté AB est 73 et celle de la hauteur AH est 13.

Calcule la mesure de la surface de ce parallélogramme.

3. Triangle.

Regarde la figure numéro 4 de la feuille de manipulation numéro 7.

Mesure les segments BC et AH.

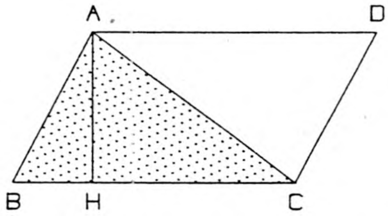
Quelle est la mesure de la surface du parallélogramme ABCD ?

Découpe le parallélogramme et coupe-le en deux suivant la droite AC.

Vérifie que les deux morceaux sont superposables.

Quelle est la mesure de leur surface ?

Concluons.



Pour trouver la mesure de la surface du triangle ABC, tu as multiplié les mesures du côté BC et de la hauteur AH, puis tu as divisé par 2.

Nous admettrons qu'on pourrait faire la même chose pour n'importe quel triangle.

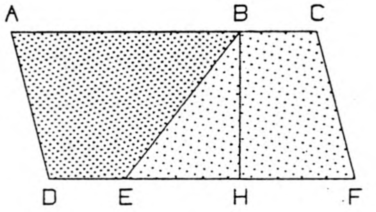
Exercice :

La mesure de la surface d'un triangle ABC est 2, 96 et la mesure de la hauteur AH est 1, 6.

Calcule la mesure du côté BC.

4. Trapèze.

Regarde le dessin ci-contre.



La figure ACFD est un parallélogramme.

Les figures gris foncé et gris clair sont des TRAPEZES.

Elles sont superposables : on pourrait le vérifier par un découpage.

Vérifie que les segments BC *et* DE *ont la même mesure.*

La mesure du segment DF est donc la somme des mesures des segments BC et EF.

Quelle est la mesure de la surface du parallélogramme ACFD *?*

Quelle est la mesure de la surface du trapèze BCFE *?*

Concluons.

Pour trouver la mesure de la surface du trapèze BCFE, tu as
additionné les mesures des segments BC et EF,
multiplié la somme trouvée par la mesure de la hauteur BH,
puis divisé par 2.

Nous admettrons qu'on peut faire de même pour n'importe quel trapèze.

Exercice.

Dans un trapèze ABCD les côtés parallèles AB et CD ont pour mesures 4, 7 et 5, 1 et la hauteur AH a pour mesure 3, 5.

Calcule la mesure de la surface de ce trapèze.

III AIRES, TABLEAUX et GRAPHIQUES

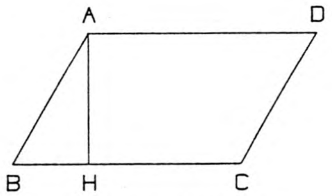
1. Avec des parallélogrammes.

Dans un parallélogramme ABCD, appelons l la mesure du côté AB, h la mesure de la hauteur AH et S la mesure de la surface de ce parallélogramme.

Nous avons maintenant toute une série de parallélogrammes pour lesquels h = 1,5.

Recopie et complète le tableau suivant.

l	0,8	1	1,3	2,2	4
S					



Prends la feuille de manipulation numéro 11 *et regarde le dessin numéro* 2.

Sur du papier millimétré, nous avons dessiné le point M dont les coordonnées sont les nombres de la première colonne du tableau.

Dessine les points correspondant aux autres colonnes du tableau.

Qu'observes-tu ?

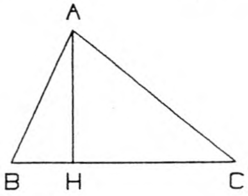
Ton tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Utilise ton graphique pour trouver S *lorsque* l = 6,2. *Vérifie par le calcul.*

Utilise ton graphique pour trouver l *lorsque* S = 8, 4. *Vérifie par le calcul.*

2. Avec des triangles.

Dans un triangle ABC, appelons a la mesure du côté BC, h la mesure de la hauteur AH et S la mesure de la surface de ce triangle.



Nous avons maintenant toute une série de triangles pour lesquels a = 1.

Recopie et complète le tableau suivant.

h	1		3,6	8,4	
S		4,5			6,3

Sur du papier millimétré, fais le même travail qu'à l'exercice précédent.

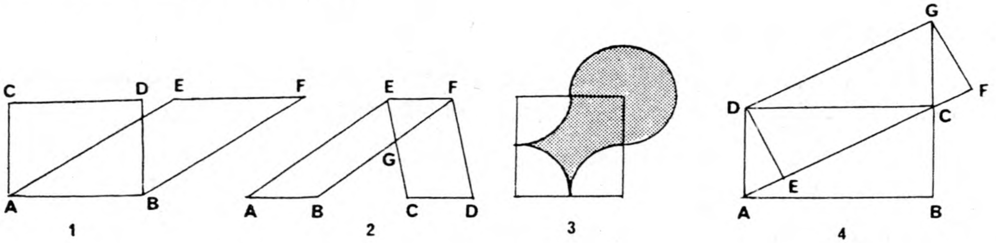
Ton tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Utilise ton graphique pour trouver S *lorsque* h = 5, 7.

Utilise ton graphique pour trouver h *lorsque* S = 2, 5.

exercice

167 *Regarde les quatre figures ci-dessous.*

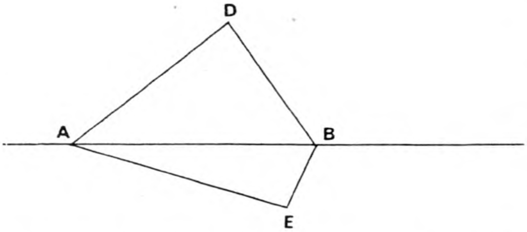


Pour la figure 1, *compare l'aire du rectangle* ABDC *et l'aire du parallélogramme* ABFE.
Pour la figure 2, *compare les aires des trapèzes* ABGE *et* CDFG.
Pour la figure 3, *compare l'aire du carré et l'aire de la figure hachurée.*
Pour la figure 4, *compare les aires des rectangles* ABCD *et* DEFG.
Dans chaque cas, tu expliqueras ta réponse.

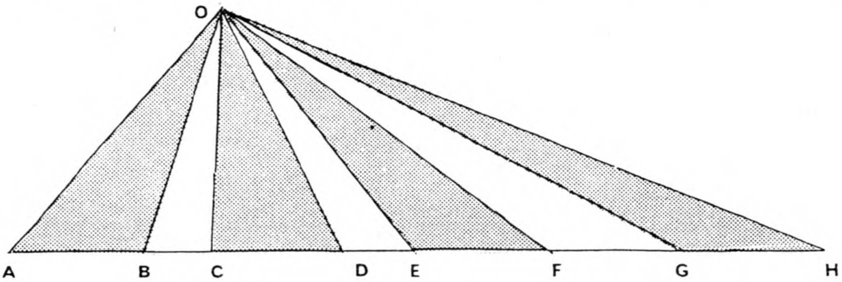
autres exercices pages 93 et 94

exercices

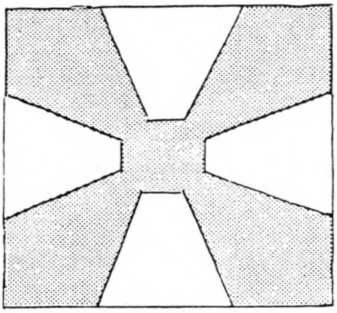
168 *Regarde la figure ci-contre.*
On veut placer un point C sur la droite AB de façon que l'aire de la surface ADCE soit le double de l'aire de la surface ADBE.
Où peut-on placer le point C *?*



169 *Regarde la figure ci-dessous penses-tu que les surfaces des triangles* OAB, OCD, OEF *et* OGH *aient même mesure ? Explique ta réponse.*



170 Regarde la figure ci-dessous.
Le côté du carré est 4 cm.

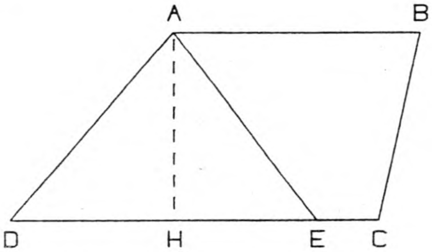


Les quatre trapèzes sont superposables. Leurs côtés parallèles ont pour longueurs 0,4 cm et 1,6 cm.
Leur hauteur est 1,5 cm.
Calcule l'aire en cm^2 *de la surface grisée.*

171 Dans un rectangle ABCD,
- le point E est au tiers du segment AB à partir de A,
- le point F est au tiers du segment DC à partir de C.

Explique pourquoi le rectangle est partagé en trois parties de même aire.

172 Cette figure représente un trapèze ABCD.



Voici des informations sur ce trapèze :
- le côté AB mesure 12 m,
- le côté DC mesure 18 m,
- la hauteur AH mesure 10 m.
- le trapèze ABCE et le triangle ADE ont la même aire.

Calcule la mesure du segment DE.

173 Dans un parallélogramme ABCD,
- le côté AB mesure 3 cm,
- la hauteur AH mesure 2 cm,
- le point E est le milieu du segment DC,
- le point F est le milieu du segment BC.

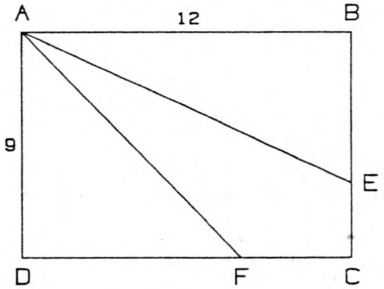
Calcule l'aire du quadrilatère AECF.

autres exercices page 94

174 *Dessine un parallélogramme* ABCD *et sa diagonale* AC.
Explique pourquoi les triangles ABC *et* CDA *ont la même aire.*

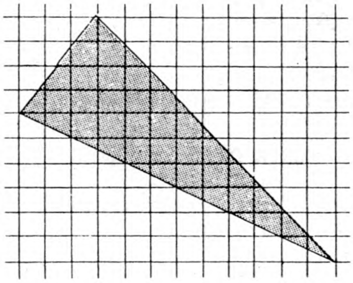
175 Dans un parallélogramme ABCD, la longueur du côté AB est 5,2 dm et celle de la hauteur AH est 2,7 dm.
Calcule la mesure en cm^2 *de la surface de ce parallélogramme.*

176 Les dimensions d'un rectangle ABCD sont 12 m et 9 m.
On le divise en trois parties de même aire comme l'indique le dessin ci-dessous.

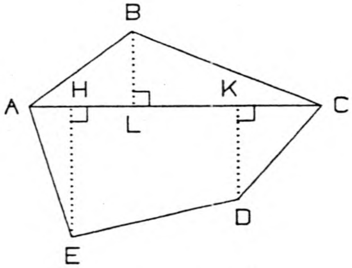


Calcule l'aire de ces parties. Calcule la longueur des segments BE *et* DF.

177 *Donne la mesure de la surface du triangle ci-dessous lorsqu'on prend le carré pour unité.*
Explique comment tu as fait.

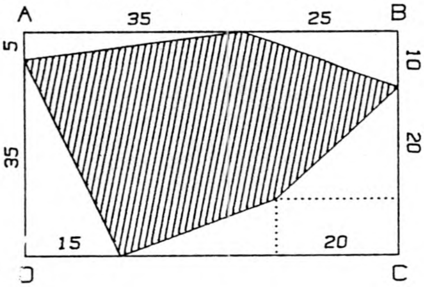


178 Ce dessin représente un champ et nous te donnons les informations suivantes.
- longueur du segment AC : 35 m.
- longueur du segment BL : 10 m.
- longueur du segment HE : 17,5 m.
- longueur du segment DK : 12,6 m.



Calcule l'aire de ce champ.

179 Dans l'exercice précédent, nous pouvions entrer dans le champ pour faire des mesures.
Mais ce n'est pas possible pour l'étang représenté par la figure ci-dessous.

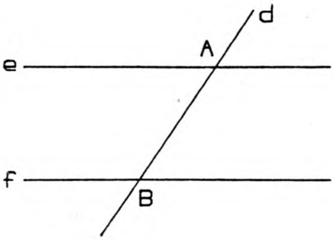


Aussi, à l'aide de piquets, nous avons inscrit cet étang à l'intérieur d'un rectangle ABCD. Toutes les mesures en mètres sont inscrites sur la figure.
Calcule l'aire de l'étang.

parallèles et angles 19

1. Observation.

Dessine deux droites parallèles e *et* f *et une droite* d *qui coupe* e *en un point* A *et* f *en un point* B.



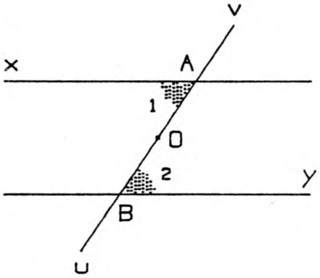
Tu obtiens évidemment quatre secteurs saillants de sommet A et autant de sommet B.

Mesure-les avec ton rapporteur.

Colorie avec la même couleur ceux qui ont la même mesure.

Combien de couleurs as-tu utilisées ?

2. Deux angles égaux.



Nous avons appelé O le milieu du segment AB.

Dans la symétrie de centre O,

Quelle est l'image du point A *?*

Quelle est l'image de la demi-droite Ax *?*
De la demi-droite Au *?*

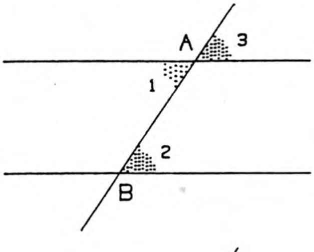
Tu vois que l'image du secteur xAu est le secteur yBv.

Tu as démontré que $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_2$.

On dit que les secteurs A_1 et B_2 sont des secteurs ALTERNES-INTERNES.

3. Encore deux angles égaux.

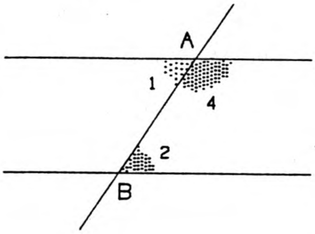
Explique pourquoi $\widehat{B}_2 = \widehat{A}_3$.



On dit que les secteurs B_2 et A_3 sont des secteurs CORRESPONDANTS.

4. Deux angles supplémentaires.

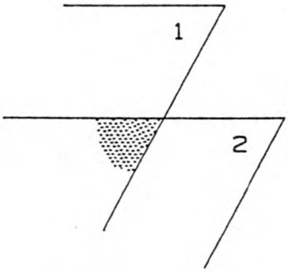
Explique pourquoi $\widehat{A}_4$ *et* $\widehat{B}_2$ *sont supplémentaires.*



5. Application : secteurs dont les côtés sont parallèles.

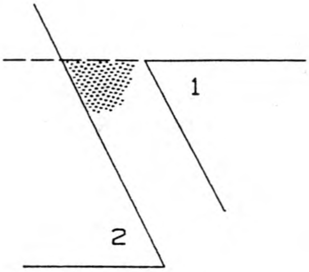
Les propriétés ci-dessus permettent de démontrer facilement les propriétés illustrées par les figures suivantes.

Sur chacune des figures, nous avons fait apparaître en grisé un secteur qui permettrait de conduire cette démonstration.



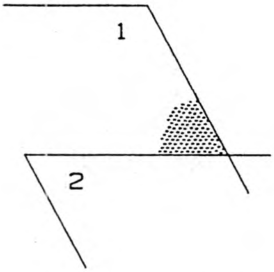
Les secteurs 1 et 2 ont la même mesure.

On dit qu'ils ont leurs côtés parallèles et de même sens.



Les secteurs 1 et 2 ont la même mesure.

Nous avons déjà dit qu'ils ont leurs côtés parallèles et de sens contraire.



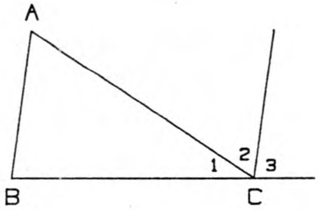
Les secteurs 1 et 2 sont supplémentaires.

Ils ont leurs côtés parallèles, l'un de même sens, l'autre de sens contraire.

Remarque :

Regarde la figure ci-contre.

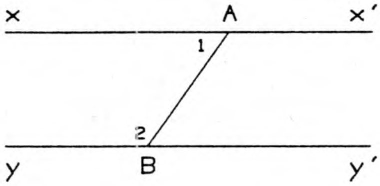
Explique pourquoi $\widehat{A} = \widehat{C}_2$ *et* $\widehat{B} = \widehat{C}_3$.



Tu vois que la somme des mesures des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ du triangle ABC est égale à la somme des mesures des angles $\widehat{C}_1$, $\widehat{C}_2$ et $\widehat{C}_3$.

C'est une autre façon de comprendre pourquoi cette somme est 180.

6. Une propriété réciproque.



Sur ce dessin, les secteurs A_1 et B_2 sont supplémentaires.

Remarque bien que les demi-droites Ax et By sont du même côté de la droite AB.

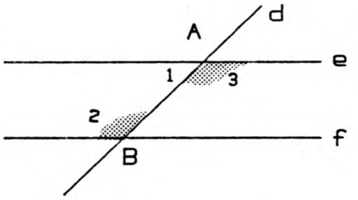
Imaginons par exemple que $\widehat{A}_1 = 60°$ et $\widehat{B}_2 = 120°$: 60 + 120 = 180.

La provision de degrés est épuisée : il n'est pas possible que les demi-droites Ax et By se coupent, sinon on obtiendrait un triangle vraiment bizarre !

Est-ce que tu penses que les demi-droites Ax' *et* By' *peuvent se couper ?*

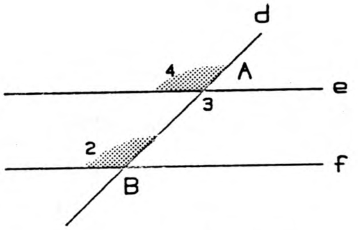
Tu as raison puisque $\widehat{BAx'} = 120°$ et $\widehat{ABy'} = 60°$.

Tu vois donc que les deux droites Ax et By sont parallèles.



Sur cette figure, $\widehat{A}_3 = \widehat{B}_2$.

Explique pourquoi les droites e *et* f *sont parallèles.*



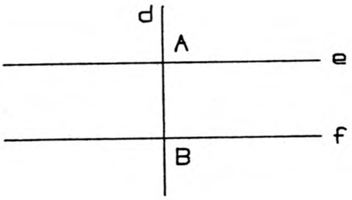
Sur cette figure $\widehat{A}_4 = \widehat{B}_2$.

Explique pourquoi les droites e *et* f *sont parallèles.*

7. Cas particulier très important.

Tu as rencontré un cas particulier de ces propriétés en classe de sixième. C'est le cas où la droite d est perpendiculaire aux droites e et f.

Dans ce cas les huit secteurs ont évidemment la même mesure : ils sont droits.

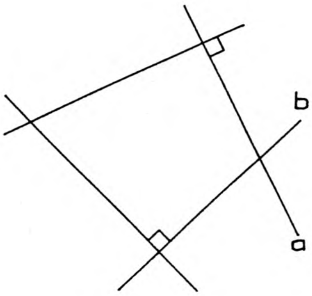


Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

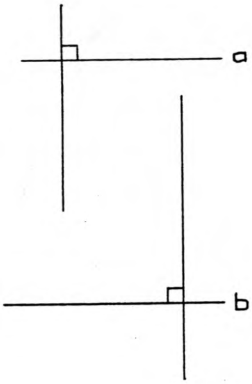
Et tu sais que

deux droites perpendiculaires a une même droite sont parallèles.

Tu vois facilement que si deux droites a et b sont sécantes, une perpendiculaire à a et une perpendiculaire à b sont sécantes.



Si deux droites a et b sont parallèles, une perpendiculaire à a et une perpendiculaire à b sont parallèles.

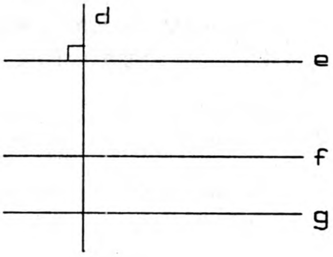


8. Une propriété du parallélisme.

Considérons trois droites e, f et g telles que

les droites e et f sont parallèles,
les droites e et g sont parallèles.

Tu penses sans doute que les droites f et g sont parallèles et tu as évidemment raison.



Mais, si tu veux, regardons comment cette propriété dépend de celles du paragraphe 8.

Pour cela, appelons d une droite perpendiculaire à e.

Puisque les droites e et f sont parallèles, la droite d est perpendiculaire à la droite f.

Puisque les droites e et g sont parallèles, la droite d est perpendiculaire à la droite g.

Les deux droites f et g sont donc perpendiculaires à la droite d : elles sont parallèles.

Enonçons cette propriété :

Deux droites parallèles à une même droite sont parallèles.

Exercice.

Dessine deux droites a *et* c *perpendiculaires.*

Dessine une droite b *parallèle à la droite* a *et une droite* d *parallèle à la droite* c.

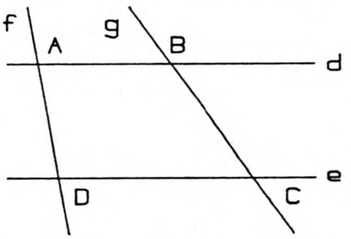
Penses-tu que les droites b *et* d *soient perpendiculaires ?*

Essaie d'expliquer pourquoi.

exercices pages 99 et 146

exercices

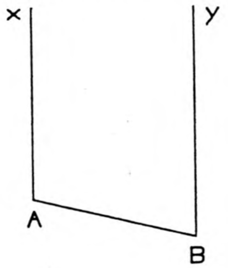
180 Deux droites d et e sont coupées par deux droites f et g comme l'indique la figure.
Fais un dessin, à peu près comme celui-ci.



Colorie avec la même couleur les secteurs qui sont superposables.
Combien trouves-tu d'angles ?
Reprends le même problème *en supposant que* ABCD *est un trapèze isocèle. (N'oublie pas de faire une figure).*
Recommence encore une fois en supposant que ABCD *est un parallélogramme. (Et là aussi, fais une figure).*

181 Dans un trapèze ABCD, les côtés AB et CD sont parallèles,
$\widehat{A} = 75°$ et $\widehat{B} = 142°$.
Fais une figure à main levée.
Calcule la mesure des angles $\widehat{C}$ *et* $\widehat{D}$.

182 *Dessine deux demi-droites* Ax *et* By *parallèles et de même sens. Les deux droites* Ax *et* By *ne sont pas confondues.*
Dessine les bissectrices des secteurs angulaires xAB *et* yBA.
Ces deux bissectrices se coupent en un point O.
Qu'observes-tu pour l'angle $\widehat{AOB}$ *?*
Essaie d'expliquer ce résultat.



183 *Dessine un triangle* ABC *puis la bissectrice du secteur angulaire* BAC.
Cette droite coupe le segment BC en un point I.
Par le point C *trace la droite parallèle à cette bissectrice.*
Cette droite coupe la droite AB en un point E.
Qu'observes-tu pour le triangle ACE *?*
Nous allons t'aider à démontrer cette propriété :
- explique pourquoi $\widehat{IAC} = \widehat{ACE}$,
- explique pourquoi $\widehat{IAB} = \widehat{AEC}$,
- explique pourquoi $\widehat{ACE} = \widehat{AEC}$.
Tu as démontré que le triangle ACE est isocèle en A.

184 *Dessine un triangle équilatéral* ADE.
Trace la droite qui passe par A *et qui est parallèle à la droite* DE.
Marque un point C *sur la droite* DE *de façon que* E *soit entre* D *et* C.
Trace la droite qui passe par C *et qui est parallèle à la droite* AE.
Tu obtiens un parallélogramme.
Appelle B *son quatrième sommet.*
Qu'observes-tu pour le trapèze ABCD *?*
Essaie d'expliquer pourquoi il en est ainsi.
Donne la mesure des angles de ce trapèze.

185 *Dessine un triangle* ABC *rectangle en* A.
Dessine la droite d *qui passe par* C *et qui est perpendiculaire à la droite* AC.
Que peux-tu dire des droites d *et* AB *? Pourquoi ?*
Sur la droite d *place le point* E *tel que les demi-droites* AB *et* CE *soient de sens contraire et que les segments* BC *et* CE *aient la même longueur.*
Vérifie avec ton rapporteur que la demi-droite BE *est la bissectrice du secteur* ABC.
Explique pourquoi.
(Si tu n'as pas trouvé, dis d'abord pourquoi $\widehat{ABE} = \widehat{BEC}$ *et pourquoi* $\widehat{BEC} = \widehat{EBC}$*).*

autres exercices page 146

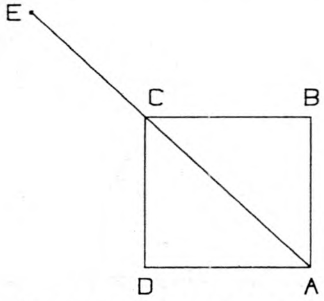
exercices

186 *Dessine un losange* ABCD *et appelle* O *son centre.*
La perpendiculaire à la droite AD, qui passe par A et la perpendiculaie à la droite CD qui passe par C se coupent en E. La perpendiculaire à la droite AB, qui passe par A et la perpendiculaire à la droite CB qui passe par C se coupent en F.
Qu'observes-tu pour le quadrilatère AECF *?*
Nous allons essayer de justifier cette propriété.
Explique d'abord pourquoi les droites AE *et* AF *sont symétriques par rapport à la droite* AC.
En est-il de même pour les droites CF *et* CE *?*
Tu vois que le quadrilatère AECF a une droite de symétrie.
Refais le même travail pour la symétrie par rapport à la droite BD *ou la symétrie par rapport au point* O. *(Mais pas les deux !).*
Conclus.

187 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *puis le point* D *symétrique de* A *par rapport à la droite* BC.
Explique pourquoi les segments AB *et* BD *ont la même longueur.*
Et les segments AC *et* CD *?*
Qu'en déduis-tu pour les quatre côtés du quadrilatère ABDC *?*
Qu'en déduis-tu pour ce quadrilatère ?

188 On appelle ABC un triangle isocèle en A.
La perpendiculaire en B à la droite AB et la perpendiculaire en C à la droite AC se coupent en un point D.
Montre que le triangle BDC *est isocèle.*
Montre que la droite AD *est perpendiculaire à la droite* BC *et qu'elle passe par le milieu du segment* BC.

189 Sur cette figure, le quadrilatère ABCD est un carré, les segments AB et CE ont la même longueur et les points A, C et E sont alignés.



Calcule la mesure des angles du triangle BCE.

190 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *tel que :*
le côté BC a pour longueur 8 cm, la hauteur AH a pour longueur 5 cm.
Explique ce que tu fais.
Quelle est l'aire de ce triangle en cm^2 *?*

191. Dans un triangle ABC isocèle en A, la longueur du côté BC est la moitié de la longueur du côté AB.
Dessine un tel triangle ; explique comment tu fais.
Trace les médianes BD *et* CE *et appelle* G *leur point commun.*
Montre que les triangles BDC *et* BEC *sont isocèles.*
Montre que le triangle BGC *est isocèle.*

192 On veut dessiner un losange ABCD de sommets opposés A et C tel que
- la longueur de la diagonale AC soit 6 cm,
- la longueur du côté AB soit 7 cm.

Essaie... (Tu peux commencer par un dessin à main levée). *Explique ce que tu fais.*

193 *Dessine un losange* ABCD, *de sommets opposés* A *et* C *tel que*
$\widehat{BAD} = 40°$ et longueur de AC = 8 cm.

les soustractions sont des additions 20

1. Ce que nous avons appris en sixième.

En classe de sixième, nous avons étudié des problèmes comme :

$$5 + \square = 8 \quad \text{ou} \quad -4 + \square = 2.$$

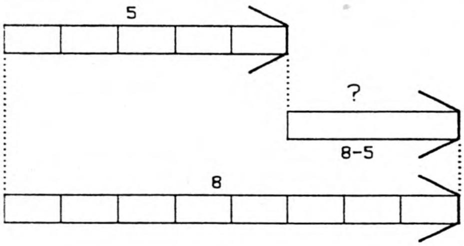
Le nombre que tu dois mettre dans la boîte s'appelle :

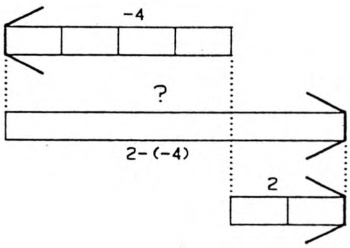
la DIFFERENCE de 8 et de 5 pour la première égalité, et peut s'écrire 8 - 5 ;

la différence de 2 et de -4 pour la seconde et peut s'écrire 2 - (-4).

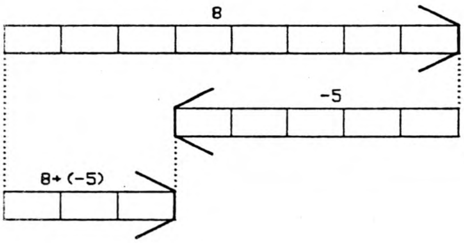
Et l'opération qui permet de calculer cette différence est la SOUSTRACTION.

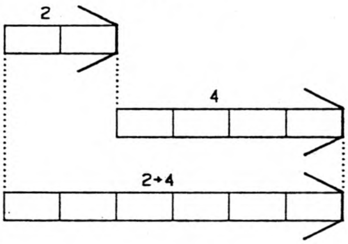
Ces dessins illustrent ces deux problèmes.





Pour les résoudre, nous avons simplement retourné la flèche 5 ou la flèche -4.





$8 - 5 = 8 + (-5)$ $\qquad$ $2 - (-4) = 2 + 4$

Et nous avions retenu le résultat suivant :

SOUSTRAIRE un entier, c'est ADDITIONNER son opposé.

Exercices.

Recopie et complète :

5	+ □	= -2	-2 -5	= -2 + ... = ...
-8	+ □	= 3	3 - (-8)	= 3 + ... = ...
-12	+ □	= -1	-1 - (-12)	= ... = ...

Calcule les différences.

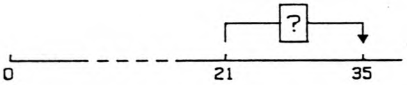
13 - 7 ; 16 - 25 ; -3 - (-9) ; -4 -7 ; -6 - (-6) ; 13 - (-10).

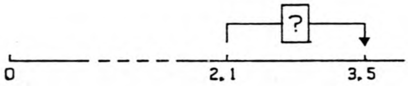
2. Avec les décimaux.

Tu sais déjà que pour les décimaux positifs, les soustractions se font de la même façon qu'avec les entiers.

Par exemple, il n'y a pas de raison de distinguer les deux problèmes

21 + □ = 35 et 2,1 + □ = 3,5.



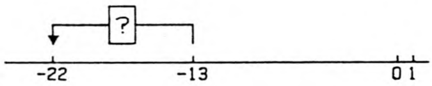


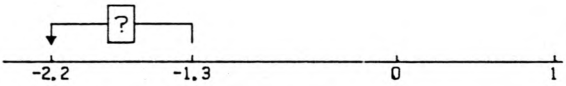
Et le nombre 3,5 - 2,1 se calcule comme le nombre 35 - 21 en plaçant la virgule au bon endroit.

Il en est évidemment de même lorsqu'interviennent des nombres négatifs.

Par exemple, il n'y a pas de raison de distinguer les deux problèmes :

-13 + □ = -21 et -1,3 + □ = -2,2.





Et le nombre -2,2 - (-1,3) se calcule comme le nombre -22 - (-13) en mettant la virgule au bon endroit.

Tu vois donc que

SOUSTRAIRE un décimal, c'est ADDITIONNER son opposé.

Et par exemple,

3,5 - 2,1 = 3,5 + (-2,1) = 1,4 et -2,2 - (-1,3) = -2,2 + 1,3 = -0,9

Exercices.

1. *Recopie et complète :*

1,6 + □ = 1,8	;	1,8 - 1,6 = 1,8 + ... = ... ;
-1,9 + □ = -2,9	;	-2,9 - (1,9) = -2,9 + ... = ... ;
-2,37 + □ = -1,27	;	-1,27 - (-2,37) = -1,27 + ... = ...

2. *Calcule les différences.*

-1,5 - 0,5 ;	1,3 - 1,5 ;	0,9 - (-0,9) ;	-1,4 - (-1,4) ;
-0,7 - (-0,3) ;	0 - 12 ;	0,29 - 0,41 ;	4 - (-3,97) ;
-0,73 - (-1,3) ;	0 - (-2,5) ;	1,627 - 1,241 ;	1,241 - 1,627.

Penses-tu que la soustraction soit commutative ?

exercices pages 108 et 120

mesure approchée des surfaces 21

I UNE SURFACE BIZARRE

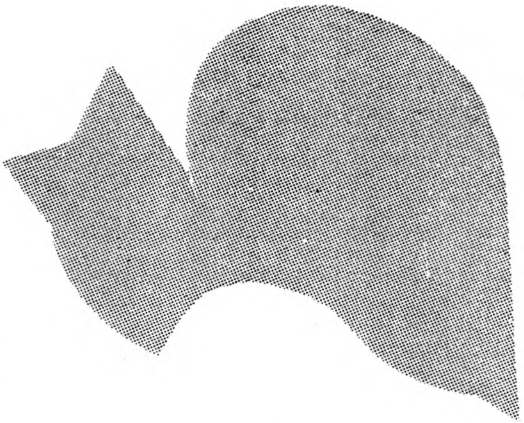
1. Posons le problème.

Voici une surface bien curieuse, elle a une drôle de forme.

Nous avons essayé de la mesurer avec le pavage carré, mais nous n'avons pas réussi.

Nous n'avons pas réussi, non plus, à la mesurer après découpage.

Nous allons essayer de nous y prendre autrement.



2. Encadrement d'une mesure.

Reprends la feuille de papier calque sur laquelle tu as dessiné un pavage-carré à l'aide de la feuille de manipulation numéro 11.

Nous prenons le pavé-carré comme unité.

Pose le pavage carré sur la surface bizarre. Tu peux la poser en biais.

Tu vois que certains pavés sont devenus totalement gris.

Ces pavés constituent une surface.

Quelle est la mesure de cette surface ? Va écrire ce nombre au tableau.

Vous disposez maintenant d'une liste de nombres au tableau.

Pose de nouveau le pavage-carré sur la surface bizarre.

Marque d'un trait tous les pavés du calque à travers lesquels tu vois du gris, même si c'est un tout petit peu.

Ces pavés constituent une surface.

Quelle est la mesure de cette surface ? Va écrire ce nombre au tableau.

Vous disposez maintenant d'une nouvelle liste de nombres au tableau.

Si vous ne vous êtes pas trompés, tous les nombres de la première liste doivent être inférieurs à tous les nombres de la seconde.

Nous admettrons qu'il existe un nombre qui est la mesure de la surface bizarre :

- tous les nombres de la première liste sont inférieurs à ce nombre,
- tous les nombres de la seconde liste sont inférieurs à ce nombre.

1. Une première approche.

Dans la pratique, il est rare que l'on connaisse avec exactitude les mesures des côtés d'un rectangle : il y a l'épaisseur des traits, les appareils de mesure sont imparfaits, et ceux qui s'en servent aussi !

Prends la feuille de manipulation numéro 9. *Découpe le rectangle du dessin numéro* 1. *Prends la feuille de manipulation numéro* 11, *dessin numéro* 3.

Nous choisissons pour unités :

- pour mesurer les secteurs, les pavés du pavage 1.
- pour mesurer les longueurs, le côté de ces pavés.

Vérifie que le rectangle ne se superpose pas avec un nombre entier de ces pavés.

Appelons S la mesure (inconnue) de la surface de ce rectangle.

Pose le rectangle sur le pavage en faisant coïncider deux de ses côtés avec les traits du pavage.

Cherche un encadrement de S comme tu l'as fait pour la surface bizarre.

Appelons l et L les mesures des côtés du rectangle.

En posant le rectangle sur le pavage, tu vois que

$$1 < l < 2 \quad \text{et} \quad 1 < L < 2.$$

Et on a envie de dire que $1 \times 1 < l < 2 \times 2$.

Et comme $S = l \times L$, on peut donner l'encadrement $1 < S < 4$.

Est-ce celui que tu avais trouvé ?

2. Une deuxième approche.

Dire que S est compris entre 1 et 4 n'est pas très satisfaisant. Nous allons essayer de faire mieux. Et pour cela, nous utilisons le pavage 2.

Avec ce pavage, appelons S' la mesure de la surface l' et L' les mesures du côté du rectangle.

Recommence le même travail qu'au paragraphe précédent et donne :

un premier encadrement de S'*, en utilisant le pavage,*

un encadrement de l' *et un encadrement de* L',

un second encadrement de S' *en utilisant ces encadrements.*

Est-ce le même que le premier ?

Te semble-t-il plus satisfaisant que celui trouvé au paragraphe 1 ?

3. Regardons encore les choses de plus près.

A la fin du paragraphe précédent, tu as probablement trouvé l'encadrement

$$221 < S' < 252.$$

Mais l'unité de mesure des surfaces était le petit pavé qui est 100 fois plus petit que le grand. (Son côté est 10 fois plus petit que celui du grand).

Si on reprend le grand pavé pour mesurer les surfaces, on peut écrire que

$$2{,}21 < S < 2{,}52$$

ce qui est effectivement plus satisfaisant que $1 < S < 4$.

4. Exercices.

Dans ces exercices, nous prenons le cm comme unité pour mesurer les longueurs.

- Dans un parallélogramme ABCD, appelons l la mesure du côté AB, h la mesure de la hauteur AH et S la mesure de la surface.

On sait que $3{,}1 < l < 3{,}2$ et $1{,}7 < h < 1{,}8$.

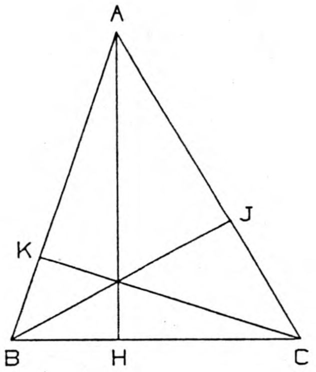
Donne un encadrement de S.

- Dans un triangle ABC, appelons a la mesure du côté BC, h la mesure de la hauteur AH et S la mesure de la surface.

On sait que $1{,}5 < a < 1{,}6$ et $4{,}2 < h < 4{,}3$.

Donne un encadrement de S.

5. Revenons en arrière.



Voici un triangle ABC.

Pour calculer la mesure de sa surface, on peut multiplier les mesures des segments BC et AH puis diviser par 2.

Mais on doit pouvoir tout aussi bien utiliser

le côté AC et la hauteur BJ,

ou encore le côté AB et la hauteur CK.

Regardons ce que cela donne.

Voici la mesure des six segments :

BC : 3,7 ; AH : 4,1 ; AC : 4,8 ; BJ : 32 ; AB : 4,4 ; CK : 35.

Fais les trois calculs.

Tu as dû trouver des nombres très voisins.

Si ces résultats ne sont pas égaux, c'est que les mesures que nous t'avons données ont été faites avec un double décimètre : ce sont des mesures approchées.

Les nombres que tu as trouvés sont des mesures approchées de la surface du triangle et ils sont tous les trois également convenables.

Bien entendu, si on pouvait connaître les mesures exactes des différentes longueurs on aurait trouvé le même résultat trois fois de suite. Ce résultat serait la mesure exacte de la surface du triangle.

Il serait surprenant qu'il y en ait plusieurs...!

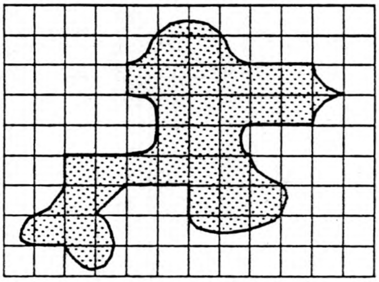
Tu peux retenir que

lorsqu'on veut calculer la mesure de la surface d'un triangle, on peut choisir n'importe lequel des trois côtés, et la hauteur correspondante.

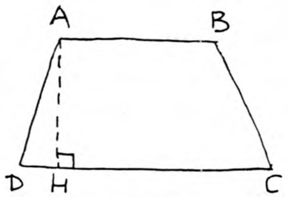
exercices

194 *Prends la feuille de manipulation numéro* 9, *dessin numéro* 2.
Découpe les surfaces A, B *et* C.
Prends la feuille de manipulation numéro 11, *dessin numéro* 3.
Donne un encadrement des mesures des surfaces A, B *et* C *en utilisant le pavage numéro* 1, *puis en utilisant le pavage numéro* 2.
Qu'observes-tu ?

195 On prend comme unité de mesure des surfaces un pavé-carré.
Donne un encadrement de la mesure de la surface grisée.
Propose une valeur approchée raisonnable pour cette mesure.
Comment as-tu fait ? Et tes camarades ?



196 Dans un trapèze ABCD, les côtés AB et DC sont parallèles.



La mesure du côté AB est comprise entre 5,2 cm et 5,3 cm.
La mesure du côté CD est comprise entre 8,6 cm et 8,7 cm.
La mesure de la hauteur AH est comprise entre 4,4 cm et 4,5 cm.
Donne un encadrement de la mesure de la surface de ce trapèze.
Donnes-en une valeur approchée entière.
Si tu as besoin d'un dessin, tu peux le faire rapidemment à main levée, comme nous.

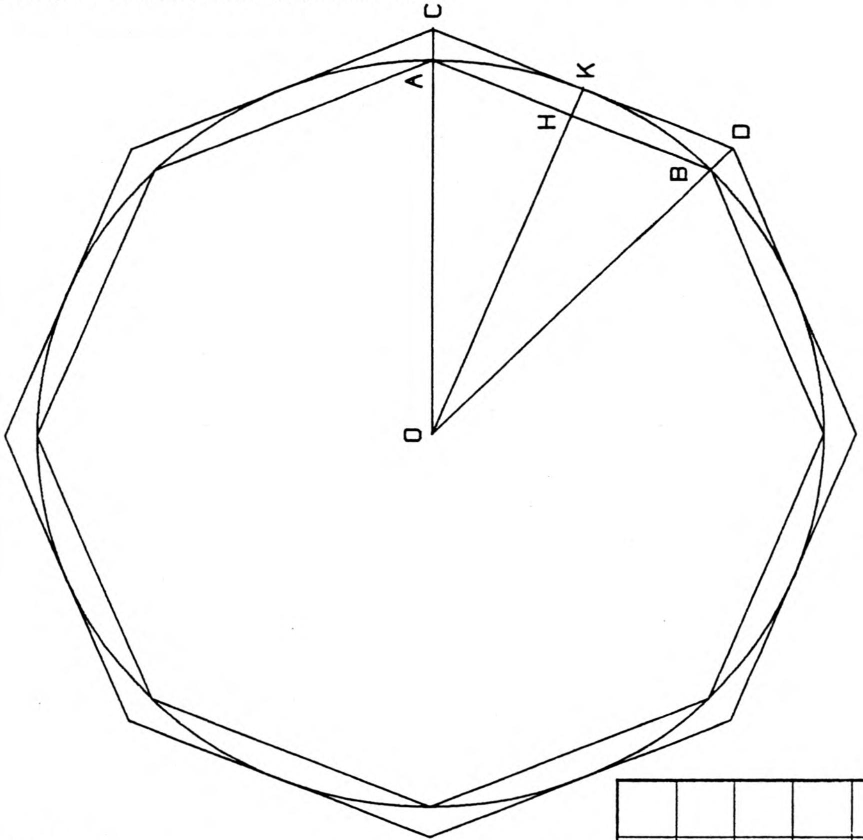
197 Dans un triangle ABC la mesure du côté BC est comprise entre 12,3 cm et 12,4 cm.
La mesure de la hauteur AH est comprise entre 6,8 cm et 6,9 cm.
Donne un encadrement de la mesure de la surface de ce triangle.
Est-il raisonnable de dire qu'une mesure approchée de la surface de ce rectangle est 42 cm^2 ?

autres exercices page 107

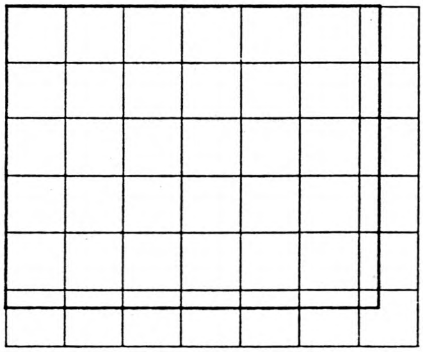
exercices

198 Nous cherchons un encadrement de la mesure de la surface du disque ci-dessous.
Voici les informations nécessaires :
- chacun des octogones est constitué de 8 triangles superposables.
- les segments AB et OH mesurent approximativement, 3,8 cm et 4,6 cm.
- les segments CD et OK mesurent approximativement, 4,2 cm et 5 cm.

Donne une valeur approchée raisonnable de la mesure de la surface du disque.
Peut-être sais-tu comment on calcule une mesure approchée de la surface d'un disque en utilisant une valeur approchée du nombre Π. *Si oui fais-le : le rayon du cercle est* 5 cm.
Compare avec ce que tu as proposé ci-dessus.



199 Sur le dessin ci-contre nous prenons le pavé comme unité de mesure des surfaces et le côté de ce pavé comme unité de mesure des longueurs.
La longueur du rectangle est $6 + \frac{1}{3}$ et sa largeur est $5 + \frac{1}{3}$.
En utilisant le pavage, donne une valeur approchée de l'aire du rectangle avec cette unité.



exercices

200 Dans le tableau ci-dessous, on a relevé des températures pendant une semaine à 8 h, 12 h, et 18 h. Tu observes que lundi de 8 h à 12 h la température s'est élevée de 6 à 7 degrés, c'est pourquoi dans la colonne 8 h à 12 h on a écrit 1. Dans la colonne 12 h à 18 h on a mis -3 car la température a baissé de 3 degrés.
Recopie et complète ce tableau.

				variations		
	8 h	12 h	18 h	de 8 h à 12 h	de 12 h à 18 h	de 8 h à 18 h
lundi	6	7	4	1	-3	
mardi	0	-3	-10			
mercredi	-6	0	2			
jeudi	2	9	2			
vendredi	5	5	-1			
samedi	-3	5	3			
dimanche	7	15	12			

201 *Recopie et complète.*

1,2 +...= 1,3 ; -2,4 +...= -3,4 ;
1,2 +...= 0,8 ; -2,4 +...= -1,4 ;
-1,5 +...= 1,5 ; 1,8 +...= -0,5 ;
-1,5 +...= 0,4 ; -142 +...= -200.

202 Voici une suite de nombres :

1 ; -2 ; -1 ; -5 ; 2 ; 0.

Lesquels peut-on mettre dans la boîte □ *pour que l'inégalité* □ + 3 < 2 *soit vraie ?*

203 Voici une suite de nombres

-3 ; 0 ; -5 : 7 ; -4 ; 1.

Lesquels peut-on mettre dans la boîte pour que l'inégalité -4 ≤ -1 + □ *soit vraie ?*

204 Parmi les nombres suivants certains sont égaux.
Range ensemble ceux qui sont égaux.

-(57 - 43) ; -57 - (-43) ; -57 - 43 ;
57 - (-43) ; 57 - 43 ; 57 + 43.

205 *Recopie et complète.*

-4,3 +...= 2,5 donc 2,5 - (-4,3) =... ;
-4,3 +...= -3,4 donc -3,4 - (-4,3) =... ;
-4,3 +...= -7,5 donc -7,5 - (-4,3) =... ;
5,6 +...= -8,5 donc -8,5 - (4,3) =... ;
5,6 +...= 2,3 donc 2,3 - 5,6 =... ;
5,6 +...= -2,7 donc -2,7 - 5,6 =... .

206 *Recopie et complète.*

5,6 - 7,9 = ... car 7,9 + ... = 5,6 ;
-3,6 - 2,5 = ... car 2,5 + ... = -3,6 ;
4,3 - (-1,5) = ... car -1,5 + ... = 4,3 ;
-4,5 - (-2,7) =... car -2,7 + ... = -4,5.

207 Dans un grand immeuble il y a 18 étages et 5 sous-sols (et également un rez-de-chaussée). Tous les niveaux sont indiqués dans l'ascenseur par un nombre positif ou négatif ou par zéro.

1. *Quels sont tous les nombres indiqués dans l'ascenseur ?*
2. *Une personne sort de son appartement du 11ème étage ; elle prend l'ascenseur qui descend 14 étages ; sur quel numéro a-t-elle appuyé ?*
3. *Elle s'était trompée et veut remonter de deux étages ; sur quel numéro va-t-elle alors appuyer ?*
4. *Elle a oublié son parapluie au 11ème ; de combien d'étages va-t-elle remonter ?*

208 *Trouve le nombre décimal qu'il faut mettre dans chacune des boîtes suivantes*

1 754,362 = 1 754,36 + □ ;
1 754,362 = 1 754,4 + □ ;
1 754,362 = 1 754 + □ ;
1 754,362 = 1 750 + □ ;
1 754,362 = 1 800 + □ ;
1 754,362 = 2 000 + □ .

autres exercices page 120

mesure de la surface d'un disque 22

I POSONS LE PROBLEME

Prends la feuille de manipulation numéro 12.

Nous choisissons pour unité

pour mesurer les surfaces, les petits pavés carrés, □
pour mesurer les longueurs, le côté de ces pavés.

Nous avons dessiné quatre disques.
Ces disques ont pour rayon 40, 20, 10 et 5.

Les deux grands disques ont le même centre mais c'est uniquement pour que le dessin tienne moins de place.

Comme pour la surface bizarre, il est impossible de mesurer la surface de ces disques avec le pavage.

Nous allons faire un travail analogue à celui que nous avions fait pour la surface bizarre.

II ENCADREMENT DE LA MESURE DE LA SURFACE D'UN DISQUE

Ton professeur va partager la classe en quatre groupes et attribuer un disque à chaque groupe. A partir de maintenant, tu ne t'intéresses plus qu'au disque de ton groupe.

Comme pour la surface bizarre, nous allons admettre que la surface du disque a une mesure. Cette mesure est un nombre inconnu : nous allons l'appeler s.

Tu vas essayer d'encadrer s. Pour cela, il faut compter :

- d'une part, les pavés qui sont totalement à l'intérieur du disque,
- d'autre part, les pavés qui sont en totalité ou en partie à l'intérieur du disque.

Il y en a sans doute beaucoup, surtout si tu travailles sur un des grands disques. Aussi, il est bon de t'organiser astucieusement. Par exemple :

- tu peux compter les pavés sur seulement un quart du disque ; tu multiplieras ensuite par 4 les deux nombres que tu auras trouvés,
- tu peux remarquer qu'on peut compter certains pavés par paquets de 100, ou de 25, ou de 5.

Fais ce travail et encadre s.

Recopie et complète : ... $<$ s $<$ ...

Compare avec les camarades de ton groupe.

III OU ON RETROUVE LE NOMBRE π

Comme nous ne savons pas quel est le rayon du disque que tu étudies, nous l'appelons r.

Calcule r x r.

Tu sais que ce nombre se note r^2.

Divise les deux nombres qui encadrent s *par* r^2.

Nous allons enregistrer ce résultat sous la forme

$$\cdots < \frac{s}{r^2} < \cdots$$

Recopie et complète cette double inégalité.

Va écrire ce résultat au tableau.

Regarde les résultats de tes camarades.

Ces résultats nous conduisent à penser que :

si on divise la mesure de la surface d'un disque par le carré du rayon de ce disque, on trouve toujours le même nombre ;

puisque nous ne savons pas mesurer la surface du disque, ce nombre nous est inconnu, mais il doit être voisin de 3,1.

Il en est bien ainsi. Les mathématiciens ont travaillé sur ce problème depuis très longtemps. Ils ont démontré que ce nombre est le nombre π. Les encadrements qui sont écrits au tableau sont des encadrements du nombre π.

Concluons.

Quel que soit le disque,
- si on appelle S la mesure de sa surface,
- si on appelle R son rayon,

lorsqu'on divise S par R^2, on trouve toujours le nombre π.

On peut donc écrire que

$$\frac{S}{R^2} = \pi.$$

Dire que π est le quotient de S par R^2 revient à dire que S est le produit de π par R^2 et on peut écrire que

$$R^2 \xrightarrow{\boxed{\times \pi}} S$$

$$S = \pi \times R^2.$$

Tu vois que lorsqu'on connait le rayon d'un disque, on peut trouver la mesure de la surface de ce disque en multipliant le carré du rayon par le nombre π.

Enfin on peut aussi écrire que $R^2 = \frac{S}{\pi}$. $R^2 \xleftarrow{\boxed{:\pi}} S$

Exercice.

Un disque a pour rayon 8.

Nous ne savons pas mesurer la surface de ce disque, mais nous sommes capables maintenant de calculer une valeur approchée de cette mesure.

Tu vas le faire.

Calcule le carré du nombre 8.

Multiplie ce carré par une valeur approchée du nombre π, par exemple 3,1.

Tu as trouvé une valeur approchée de la mesure de la surface de ce disque.

IV DISQUE, TABLEAUX ET GRAPHIQUES

Dans ce paragraphe tu utiliseras 3,1 comme valeur approchée de π.

1. *Recopie et complète le tableau suivant.*

R	0,5	1	1,5	2	2,5
S					

Prends une feuille de papier millimétré.

Arrondis les nombres de la seconde ligne de ton tableau de façon à ce qu'ils n'aient plus qu'une décimale.

Sur la feuille de papier millimétré, dessine les points dont les coordonnées sont les colonnes du tableau.

Trouves-tu des points alignés ? Et tes camarades ?

Ton tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Ton graphique te permet-il de trouver le rayon d'un cercle dont la mesure de la surface est 15 *?*

2. *Recopie et complète le tableau suivant.*

R^2	1	2,25	3,24	4	6,25
S					

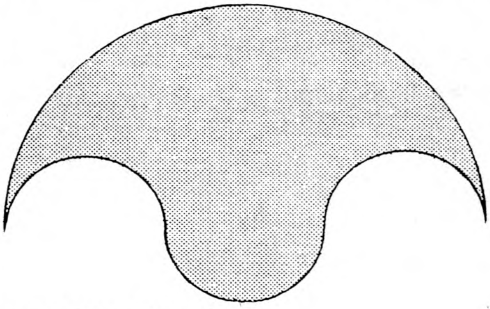
Fais le même travail qu'au paragraphe précédent.

Et réponds aux mêmes questions.

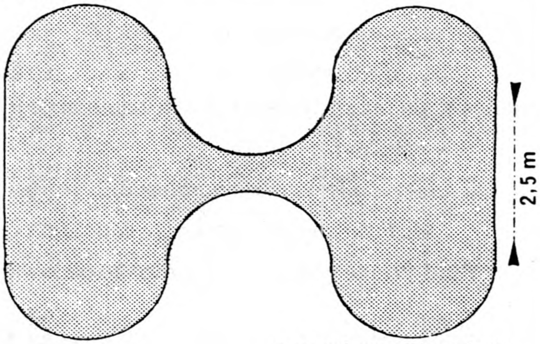
exercices pages 112 et 126

exercices

209 *Donne une valeur approchée de la mesure en cm2 des surfaces ci-dessous. Tu pourras prendre 3,14 comme valeur approchée du nombre π.*

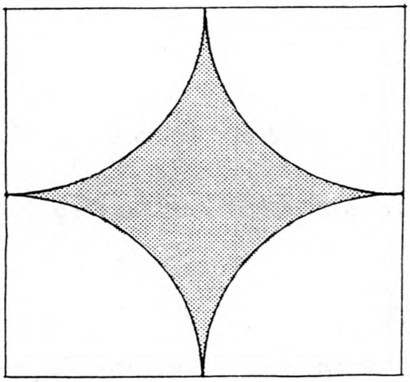


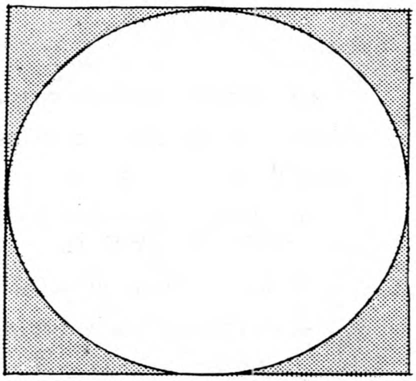
rayon du grand cercle : 3 cm.



rayon des cercles : 1 cm.

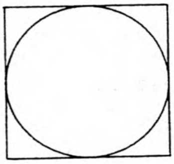
210 *Regarde les deux figures ci-dessous.*
La longueur du côté du carré est 5 cm.
Pour chaque figure, calcule en cm² la mesure de la surface hachurée.
Tu pourras prendre 3 comme valeur approchée de π.
Qu'observes-tu ? Peux-tu expliquer ce résultat ?





211 Dans cet exercice, on s'intéresse à des carrés et à des disques.

A chaque fois, la longueur du côté d'un carré est égal au diamètre d'un disque.
Tu prendras 3,1 comme valeur approchée de π.



Recopie et complète le tableau suivant :

côté du carré diamètre du disque	1	2	2,4	4	5
aire du carré					
aire approchée du disque					

Vérifie que les deux dernières lignes forment un tableau de proportionnalité.
Essaie d'expliquer pourquoi. Pour cela, essaie de comprendre comment on peut passer d'un nombre de la seconde ligne au nombre correspondant de la troisième.

autres exercices page 126

suites d'additions et de soustractions 23

I ASSOCIATIVITE DE L'ADDITION

1. *Calcule de la manière qui te paraît la plus simple* 12 + (-18) + 18.

Si on avait demandé à une machine d'effectuer ce calcul, elle aurait fait les opérations de gauche à droite :

(12 + (-18)) + 18

Mais tu as peut-être commencé à faire la somme de -18 et 18 :

12 + ((-18) + 18)

La machine et toi trouvez le même nombre parce que l'addition est ASSOCIATIVE. Mais tu as calculé d'une manière plus intelligente.

2. *Calcule de la manière qui te paraît la plus simple :* 14,7 + 2 + (-4,7).

La machine aurait fait le calcul de gauche à droite :

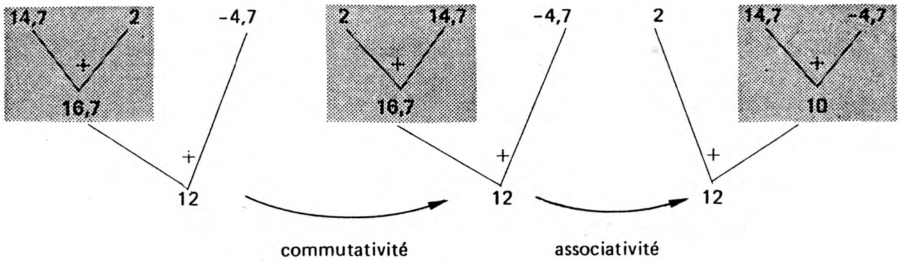
(14,7 + 2) + (-4,7)

Mais toi tu as certainement commencé par 14,7 - 4,7 :

(14,7 + (-4,7)) + 2

La machine et toi trouvez le même résultat puisque l'addition est ASSOCIATIVE et COMMUTATIVE.

Les trois dessins ci-dessous te montrent comment tu as utilisé ces deux propriétés.



3. Et la soustraction ?

Calcule 2,7 - 8,9 *et* 8,9 - 2,7 ;

1,3 - (2,7 - 8,9) *et* (1,3 - 2,7) - 8,9.

Penses-tu que la soustraction soit commutative ? Associative ?

II PRIORITE AUX PARENTHESES

1. *Calcule* $(13{,}2 + 3{,}5) - 2{,}7$ *puis* $13{,}2 + (3{,}5 - 2{,}7)$.

Obtiens-tu le même résultat ?

Calcule $(13{,}2 - 3{,}5) + 2{,}7$ *puis* $13{,}2 - (3{,}5 + 2{,}7)$.

Obtiens-tu le même résultat ?

2. Comparons $(9 - 4) + 3$ et $9 - (4 + 3)$.

$(9 - 4) + 3 = 5 + 3 = 8$; on soustrait 4 et on ajoute 3.

$9 - (4 + 3) = 9 - 7 = 1$; on soustrait la somme $4 + 3$.

3. Comparons $(9 + 4) - 3$ et $9 + (4 - 3)$.

$$(9 + 4) - 3 = 13 - 3 = 10 \quad ; \quad 9 + (4 - 3) = 9 + 1 = 10$$

Calcule : $24 - (13 + 8)$; $(24 - 13) + 8$; $(24 + 13) - 8$; $24 + (13 - 8)$.

De même : $119 - (18 - 7) - 58 = 119 - 11 + 58$.

Recopie et termine ce calcul.

4. Exercices.

Calcule $(25 - 7) + 2$; $38 + ((15 - 23) - 30)$;

$((22 - 18) - 6) + (25 - 10)$; $17 - ((9 + 5) - (11 + 8))$;

$12 - 5 - (18 - 16) + 55 - 3 - 8 - 4$; $24 - 7 + 1 - (17 - (12 - 8) + 5)$.

III LORSQU'ON N'A QUE DES ADDITIONS

Ce que nous avons fait au paragraphe I avec trois nombres peut se faire avec 4, 5,..., 1 000 000 de nombres.

Par exemple

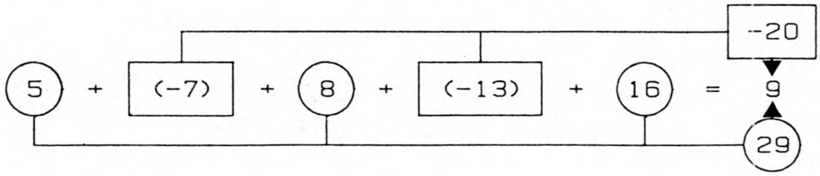
$$-12 + 7 + 2 + 13$$

est une écriture plus simple de $((- 12 + 7) + 2) + 13$

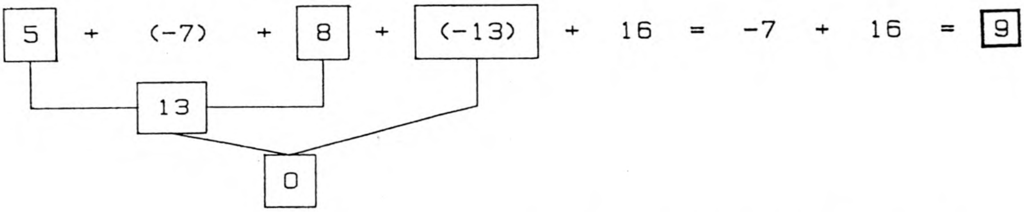
aussi bien que de $(- 12 + 7) + (2 + 13)$.

Voici plusieurs façons de calculer $5 + (-7) + 8 + (-13 +) + 16$.

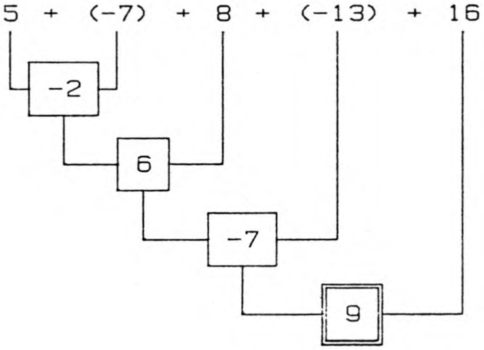
1ère méthode : regroupement des nombres positifs et des nombres négatifs.



2ème méthode : utilisation de particularités.



3ème méthode : pas à pas.



Exercice.

Calcule de la manière qui te semble la plus commode.

(-6) + (-10) + 4 + 16 + (-12) ; (-0,3) + 2,6 + (-0,7) + 0,4 ;
13,697 + 21 + (- 5,6) + (- 2,697) + (- 5,4).

IV ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS

1. Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé.

Tu sais, par exemple, que 5 + (- 13) et 5 - 13 sont deux écritures du même nombre. De même 7 - 4 + 1 - 2 + 5 et 7 + (- 4) + 1 + (- 2) + 5 sont deux écritures du même nombre.

On peut donner d'autres écritures de ce nombre en changeant l'ordre des termes. Par exemple : 7 + 1 - 4 + 5 - 2.

De même - 4 - 2 + 1 + 7 + 5 est encore une écriture de ce nombre mais **attention :** il ne faut pas oublier le signe - devant le 4.

Donne encore une écriture de ce nombre en commençant par - 2.

Exercices.

Parmi les nombres suivants dis, sans les calculer, lesquels sont égaux.

-7 + 5 ; 5 - 7 ; 7 - 5.

Même question pour les nombres

12 - 7 + 5 ; 12 + 5 - 7 ; 7 - 5 + 12 ; 7 + 5 - 12 ; - 7 + 5 + 12 ;
12 - 7 - 5 ; 7 - 5 - 12 ; - 7 + 12 - 5 ; 7 - 12 + 5 ; 12 + 7 - 5.

2. Plusieurs façons de calculer.

Nous allons calculer 7 - 4 + 1 - 2 + 5 de plusieurs façons.

de gauche à droite :

$$\begin{aligned}
&\underbrace{7 \;\; -4} \;\; +1 \;\; -2 \;\; +5 =\\
&\underbrace{3 \;\; +1} \;\; -2 \;\; +5 =\\
&\underbrace{4-2} \;\; +5 =\\
&2 \;\; +5 = 7.
\end{aligned}$$

positifs puis négatifs :

$$\begin{aligned}
&7\underbrace{-4} \;\; +1\underbrace{-2}+5 \;\; =\\
&7 \;\; +1+5\underbrace{-4-2} \;\; =\\
&13\underbrace{-6} \;\; = 7.
\end{aligned}$$

- en faisant apparaître des opposés :

$$\begin{aligned}
&7 -4 \;\; \underbrace{+1} \;\; -2 \;\; \underbrace{+5} \;\; =\\
&7 -4 \;\; -2 \;\; \underbrace{+1 \;\; +5} \;\; =\\
&7 \;\; -6 \;\; \underbrace{+6} \;\; = 7.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&7 -4 \;\; +1 \;\; \underbrace{-2 \;\; +5} \;\; =\\
&7 \;\; -3 \;\; \underbrace{+3} \;\; = 7.
\end{aligned}$$

Exercice.

Faire de même pour

5 + 18 - 8 - 8 - 15 *et* - 16 + 11 - 4 + 9 - 13.

3. Exercice.

Calcule.

-15 - 24 + 4 - 16 ; 1,8 - 1,4 - 0,8 - 1.
-7 + 10 - 3 ; - 0,1 - 0,3 + 0,2 - 0,7 + 1 - 0,4.
-12 + 1 + 2 + 9 ; - 0,08 + 1 - 2 + 0,08 + 1,5.

4. Exercice.

Calcule

1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 ; 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 ;
1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9 ; 1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 + 9.

V ENLEVER DES PARENTHESES

1. Prendre l'opposé.

Dans le chapitre *addition à droite, addition à gauche,* tu as appris que

l'opposé de la somme de deux nombres est la somme des opposés de ces nombres.

Par exemple, l'opposé de $-11+(-7)$ est $11+7$ c'est-à-dire que

$$-(-11+(-7)) = 11+7.$$

De même $-(12+18) = -12+(-18)$ et $-(-4{,}1+2{,}1) = 4{,}1+(-2{,}1)$.

Ce que nous avons fait pour 2 nombres, s'applique à 3, à 4, à 5..., nombres. Par exemple l'opposé de $-3+5+(-7)$ est le nombre $3+(-5)+7$:

$$-(-3+5+(-7)) = 3+(-5)+7.$$

Ecris de même les nombres suivants.

$-(0{,}1+(-2{,}81)+(-0{,}77))$; $-(-2+(-7{,}3)+10+(-13{,}5)+6)$.

Et maintenant :

tu sais que $15+7-13 = 15+7+(-13)$;

tu sais aussi que l'opposé de $15+7+(-13)$ est $-15+(-7)+13$.

L'opposé de $15+7-13$ est donc $-15-7+13$.

Recopie et complète le tableau.

x	$15+7-13$	$-7+3-5$	$-14+3+2$	$8-1+2-3$	$5+3-6-5-7+1$
opposé de x					

Désignons par a et b des décimaux.

Quel est l'opposé de $a+b$ *? De* $a-b$ *?*

2. Où il suffit d'enlever les parenthèses.

Regarde cette suite d'égalités.

définition de la soustraction — associativité de l'addition — définition de la soustraction

$$25+(17-25 = 25+(17+(-25)) = 25+17+(-25) = 25+17-25.$$

On trouve ainsi que $25+(17-25) = 25+17-25 = 17$.

Il suffit d'enlever les parenthèses quand il y a un signe d'addition devant.

Exercice.

Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.

$-12+(-11+15)$; $-12+(-7-3)$; $19+(4-9)+(-5+2)$.

3. Où il ne suffit pas d'enlever les parenthèses.

Maintenant, regarde ces nouvelles égalités.

soustraire c'est ajouter l'opposé — c'est ce que tu as vu dans le paragraphe précédent — définition de la soustraction

$$15 - (3 + 15) = (15 + (-3 - 15) = 15 + (-3) - 15 = 15 - 3 - 15.$$

Tu vois que $15 - (3 + 15) = 15 - 3 - 15 = -3$.

Un autre exemple.

$12 - (5 - 7) = 12 + (-5 + 7)$; soustraire $5 - 7$ c'est ajouter $-5 + 7$.
$= 12 - 5 + 7$.

Un autre exemple.

$-13 + 21 - 9 - (-12 - 8 + 5) = -13 + 21 - 9 + (12 + 8 + 5)$.

Pourquoi ? Termine de calculer ce nombre.

Tu vois qu'il ne suffit pas d'enlever les parenthèses quand il y a un signe de soustraction devant.

Exercice.

Parmi les nombres suivants trouve ceux qui sont égaux.

$17 - (-9 + 4)$; $17 + 9 - 4$; $17 - 9 + 4$; $17 - (9 - 4)$; $17 + (9 - 4)$.

4. Exercice.

Calcule en "enlevant" les parenthèses.

$-17 + 13 - 15 - (-7 + 3 - 5)$; $-3 - 5 - (7 - 8 - 1) - (-10 + 6 + 9)$;
$2 - 3 - 4 - (-7 - 2) + (-5 + 10)$; $15 - 7 - 9 - (12 - 15) - (-7 - 9)$;
$-14 + 3 + 2 - (-10 + 12 - 5) - (-1 - 2)$.

5. Avec des lettres.

Désignons par a, b et c des décimaux.

$a - (b + c) = a + (-b + (-c))$; $a - (b - c) = a + (-b + c)$;
$= a + (-b) + (-c)$; $= a + (-b) + c$;
$= a - b - c$. $= a - b + c$.

Exercice.

Désignons par x, y et z des nombres décimaux.

Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.

$x - (y + z)$; $x - (y - z)$; $x - (-y + z)$; $x - (-y - z)$;
$x - ((5 + y)$; $15 - (7 - x)$; $-12 - (-9 + z)$; $-3 - (-y - 7)$.

exercices pages 119 et 120

exercices

212 *Calcule*
12 + 3 + 7 ; -12 + (-3) + (-7) ;
15 + (-2) + 9 ; -15 + 2 + (-9).

213 *Calcule*
5 + (-2) + 17 + (-8) ;
(-17) + 5 + (-13) + 12 ;
27 + (-18) + 0 + (-19) ;
22 + (-18) + (-6) + 24 + (-10) ;
17 + (-9) + 5 + (-13) + (-8) ;
59 + 25 + (-49) + (-35).

214 *Calcule*
- 9 + 15,7 + (-6,4) + (-15,7) ;
(-10,5) + (-4,4) + 12,8 + 2,1 ;
(-7) + (-11) + 6 + (5 - 4).

215 *Calcule*
7 - (11 - 6) ; (14 - 3) - 9 ;
(-2) + (5 - 3) ; 14 - (8 + 6) ;
(17 - 5) + (25 - 13) .

216 Soustraire 9, 19, 29, ..., 99, etc.
Observe les égalités suivantes.
51 - 9 = 51 - (10 - 1)
= 51 - 10 + 1 = 41 + 1 = 42.
67 - 39 = 67 - (40 - 1)
= 67 - 40 + 1 = 27 + 1 = 28.
A ton tour, calcule.
63 - 19 ; 112 - 49 ; 99 - 59 ;
45 - 29 ; 147 - 129 ; 411 - 309.

217 *Calcule le plus simplement possible.*
1 + (-2) + 3 + 4 + (-5) + 6 ;
5 + (-3) + 16 + (-8) + (-8) + (- 12) ;
-47 + 13 + (-22) + 0 + (-13) + 8 + 47 ;
-9 + (-33) + 14 + (-2) + (-4) + 33 + (-9).

218 *Calcule le plus simplement possible.*
-112 + (-17) + (-3) + 112 + (-25) ;
87 + (-46) + (-54) + 13 + (-2) ;
-2 + (-99) + 107 + (-1) + (-7) + 22 ;
-37 + 125 + (-1) + 37 + (-123).

219 Appelons a, b et c des décimaux.
Recopie et complète le tableau suivant.

a	b	c	a + b	- (a + b)	- (a + b) + (- c)	- (a + b) + a	a + b + c	- a + (b + c)
-4	3	-5						
58	-3	17						

220 *Parmi les nombres suivants trouve sans les calculer lesquels sont égaux.*
11 + 3 - 5 - 7 ; -5 + 3 + 11 - 7 ;
5 - 7 - 11 + 3 ; 5 + 3 + 7 - 11 ;
-7 + 5 - 11 + 3 ; 3 - 5 - 7 + 11 ;
7 - 11 + 3 + 5 ; 3 - 7 + 11 - 5.

221 *Calcule.*
-42 + 32 + 7 + 2 + 1 ; -7 + 17 - 2 - 8 ;
257 - 4,7 + 6,7 ;
15,4 + 3,6 - 2,4 - 6,6 ;
-1,257 + 0,257 - 4,7 + 6,7.

222 *Calcule après avoir "enlevé" les parenthèses.*
- 7 + 3 - 5 - (- 17 + 13 - 17) ;
- 4 - 6 - (8 - 9 - 2) - (- 11 + 7 + 10) ;
- 13 + 2 - 7 - (- 6 - 1) + (- 4 + 11) ;
- 9 + 6 + 2 - (5 + 3) - (3 - 10 - 2).

223 Les lettres x et y désignent des nombres décimaux.
Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.
-y - (- 2 - y) ; - 5 - (-4 + x) - (2 - y) ;
7 - (y + 7) ; 12 - (- x + 4) ;
7 - (x - 3) - (- y + 10).

224 *Calcule*
(37 -(15 - 9))- 7 ; ((37 - 15) - 9) - 7
(37 + 15) - (9 + 7) ; 37 - ((15 - 9) - 7
(37 - 15) - (9 - 7) ; 37 + ((15 - 9) + 7).

225 *Calcule de **la** manière qui te semble la plus simple.*
15,5 + 33,12 + 4,5 ; 27,5 + 170 + 2,5 ;
5, 64 + 12,36 + 2,13 + 0,87.

226 *Calcule.*
11 - 12 + 13 - 14 + 15 - 16 + 17 - 18 + 19
-11 + 12 - 13 + 14 - 15 + 16 - 17 + 18 - 19
11 + 12 - 13 - 14 + 15 + 16 - 17 - 18 + 19
-11 - 12 + 13 + 14 - 15 - 16 + 17 + 18 - 19.

autres exercices page 120

227 *Recopie et complète avec le signe <, le signe > ou le signe =.*

-4,57 ... -3,81 ; -5,700 ... -5,7 ;
3,21 ... 3,2179 ; -3,21 ... -3,2179.

228 *Range du plus petit au plus grand les nombres suivants*

-2,5 ; -4 ; 0,01 ; -0,08 ; 0,08 ;
1,25 ; -0,1 ; 1,22 ; 0,25.

Range du plus petit au plus grand les opposés de ces nombres.

229 *Donne cinq nombres décimaux supérieurs à* 4,72 *et inférieurs à* 4,7245.
Donne cinq nombres décimaux supérieurs à -3,2 *et inférieurs à* -3,1.

230 On appelle A l'ensemble des entiers a tels que $1 \leq a \leq 5$ et B l'ensemble des entiers b tels que $-2 \leq b \leq 3$.
Donne la liste des entiers qui appartiennent à la fois à A *et à* B.

231 On appelle A l'ensemble des décimaux a qui peuvent s'écrire avec une décimale et tels que $-2,1 < a < -0,7$, et B l'ensemble des décimaux b qui peuvent s'écrire avec une décimale et tels que - $-1,3 < b < 2$.
Donne la liste de tous les nombres qui appartiennent à la fois à A *et* B.

232 *Calcule.*

98 - 89 ; 58 - (-32) ; -109 - 9 ;
99 - (-1) ; 543 - 743 ; 89 - (-21) ;
39 - (- 27) ; - 47 - (-17).

233 *Calcule.*

-18 - (-8,2) ; -7,95 - 0,1 ;
0,32 - (-0,08) ; -1,07 - 0,03 ;
452,8 - 32 ; 76,4 - (-23,62).

234 *Calcule de la manière qui te semble la plus simple.*

15,5 + 33,12 + 4,5 ; 27,5 + 170 + 2,5 ;
5, 64 + 12,36 + 2,13 + 0,87.

235 *Calcule*

(-9) + 15,7 + (-6,4) + (-15,7) ;
(-10,5) + (-4,4) + 12,8 + 2,1 ;
(-7) + (-11) + 6 + (5 - 4).

236 Soustraire 9; 19, 29, ..., 99, etc.
Observe les égalités suivantes.

51 - 9 = 51 - (10 - 1) =
51 - 10 + 1 = 41 + 1 = 42.
67 - 39 = 67 - (40 - 1) =
67 - 40 + 1 = 27 + 1 = 28.

A ton tour, calcule.

63 - 19 ; 112 - 49 ; 99 - 59 ;
45 - 29 ; 147 - 129 ; 411 - 309.

237 Appelons a, b, c et d quatre décimaux.
Ecris d'une autre façon les nombres suivants.

-(a + b + (-c)) ; -(-a + b + (-d) + (-c)) ;
(a + (-5) + (-c)) ; -(-3 + (-a) + (-b) + c).

238 *Calcule*

12 - 13 ; - 12 - 13 ; -12 - (- 13)
12 - (- 13) ; - 157 - 118 ; - 58 - 0 ;
389 - 722 ; 0 - 58.

239 *Recopie et complète le tableau suivant.*

x	y	z	x - y	(x - y) - z	y - z	x - (y - z)	(y - z) - x	z - (x - y)
-13	-4	12						
3,7	-1,7	4,1						

240 *Recopie et complète le tableau suivant.*

a	b	c	a + b	-a - b	- a - (b - c)	- (a + b - c)	(a + b) - (a + c)
- 4,1	37,04	2,96					
0,02	- 0,13	- 0,08					
2	- 13	- 8					

le temps qui passe 24

Voici trois chapitres où les mathématiques vont organiser le temps.

I HEURES - MINUTES - SECONDES

1. L'horloge.

Chaque jour on voit le soleil tourner autour de la terre.

C'est pourquoi nous avons imaginé une bien curieuse machine.

Tu la trouveras sur la feuille de manipulation numéro 13, dessin numéro 1.

Nous avons fixé à la terre un énorme pignon. Il a 24 dents.

Lorsque le soleil tourne autour de la terre, il entraîne le pignon dans le sens de la flèche, sans entrainer la terre.

Le pignon est relié par une chaine à un petit pignon fixé au centre d'une horloge.

Notre machine fonctionne comme une bicyclette ; c'est ce qu'indique le petit dessin.

Le pignon de l'horloge a 12 dents. Sur notre dessin, il est minuit, ou si tu préfères 0 heure.

Lorsque le soleil se trouve en position 1, *où se trouve l'aiguille ?*

Quelle heure est-il ? Marque cette heure à sa place sur l'horloge.

Continue.

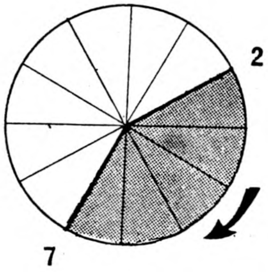
Lorsque le soleil se trouve en position 12, *où se trouve l'aiguille ?*

Il est 12 heures. Tu sais qu'on dit aussi qu'il est midi.

Lorsque le soleil se trouve en position 13, il est 13 heures. Notre machine te fait comprendre pourquoi on dit aussi qu'il est 1 heure de l'après-midi.

Enfin, tu sais qu'on peut dire 0 heure ou minuit, ou aussi 24 heures.

2. Calcul d'une durée.



Si on veut savoir le temps qui s'est écoulé de 2 h à 7 h, c'est très facile :

on peut regarder le secteur angulaire parcouru par l'aiguille de l'horloge ;

on peut aussi faire la soustraction 7 - 2.

On a ainsi mesuré une DUREE.

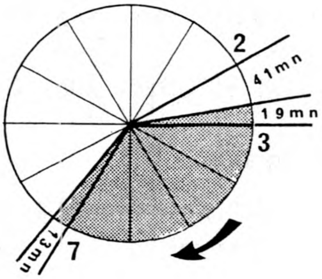
Tu vois que mesurer une durée revient à mesurer un angle.

Exercices.

Quel temps s'est-il écoulé de 4h du matin à 8 h du soir ?

Quel temps s'est-il écoulé du mardi à 3 h de l'après-midi au mercredi à 9 h de l'après-midi ?

On veut maintenant savoir le temps qui s'est écoulé de 2 h 41 mn à 7 h 13 mn.



C'est à peine plus difficile.

Le dessin ci-contre te montre comment on peut s'y prendre.

Fais-le.

On peut aussi poser la soustraction
7 h 13 mn - 2 h 41 mn.

	h	mn
	7	13
-	2	41

Il est très commode de remplacer cette soustraction par celle-ci :

h	mn
6	73
2	41

On a remplacé 7 h 13 mn par 6 h 73 mn parce que 1 h = 60 mn.

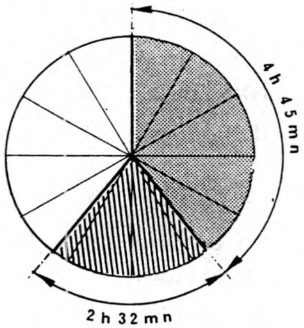
Recopie et termine le calcul.

Exercices.

Quel temps s'est-il écoulé de 10 h 53 mn le matin à 4 h 27 mn l'après-midi ?
Tu utiliseras les deux méthodes.

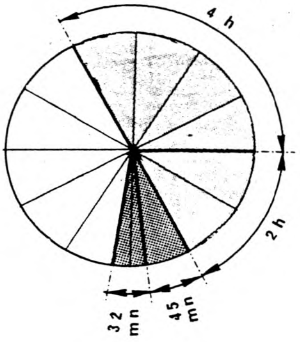
Quel temps s'est-il écoulé de 13 h 25 mn 21 s à 13 h 48 mn 19 s ?

3. Additionnons des durées.



Nous voulons additionner 4 h 45 mn et 2 h 32 mn.

Cela revient à réunir deux secteurs comme te le montre la figure.



On a envie de conduire le calcul de la manière suivante.

On additionne 4 h et 2 h :

4 h + 2 h = 6 h.

On additionne 45 mn et 32 mn :

45 mn + 32 mn = 77 mn.

Mais 77 mn = 1 h 17 mn.

Et finalement :

4 h 45 mn + 2 h 32 mn = 7 h 17 mn.

	h	mn
	4	45
+	2	32
	6	77
	7	17

Exercice.

Effectue les additions suivantes.

8 h 32 mn + 1 h 53 mn ; 33 mn 15 s + 33 mn 57 s.

II CONVERSIONS

1. Dans une unité plus petite.

Le cours de mathématiques dure 50 mn. *Calcule sa durée en secondes.*

Un match de football dure 1 h 30 mn. *Calcule sa durée en minutes puis en secondes.*

Calcule la durée des 24 heures du Mans en minutes puis en secondes.

2. Dans une unité plus grande.

Un lundi matin, Ernest a trouvé qu'il avait écouté ses professeurs pendant 13 002 secondes.

Transforme cette durée en heures, minutes et secondes.

Si tu n'y es pas arrivé, voici comment tu aurais pu procéder :

13002	60	
100	216	60
402	36	3
42		
s	mn	h

On a d'abord divisé 13 002 secondes par 60 pour trouver 216 minutes. Il restait 42 secondes. Puis on a divisé 216 minutes par 60 pour trouver 3 heures et il est resté 36 minutes.

Ernest a écouté ses professeurs pendant

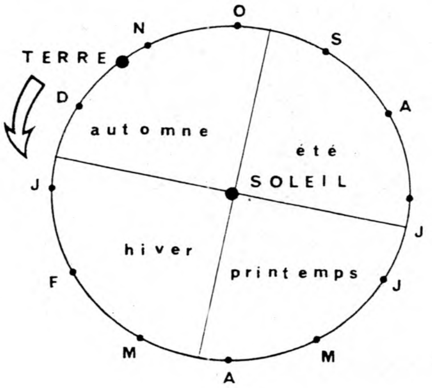
3 h 36 mn 42 s.

Exercice.

Arthur a trouvé que son dernier week-end a duré 3 353 mn.

Transforme cette durée en jours, heures et minutes.

1. Les mois et les années.



Sur le dessin ci-contre, nous t'avons montré comment la terre tourne autour du soleil en une année.

Cette année est divisée en 12 mois dont nous avons indiqué les initiales.

Ainsi, sur notre dessin, nous sommes aux environs du 10 novembre.

Nous avons aussi indiqué les saisons.

Remarque.

Tu es peut-être surpris parce qu'ici, nous te disons que la terre tourne autour du soleil alors qu'au paragraphe 1 nous avons fait tourner le soleil autour de la terre.

En réalité, on peut dire que :

la terre tourne autour du soleil en une année et elle décrit une courbe qui est presqu'un cercle dont le soleil est presque le centre ;

en même temps, la terre tourne sur elle même en une journée. Quelqu'un qui se trouve sur la terre a donc l'impression que c'est le soleil qui tourne autour de la terre et il voit le soleil "se lever" le matin et "se coucher" le soir.

2. Comment fonctionnent ces unités.

Les heures, les minutes et les secondes "vont de 60 en 60". Ce n'est déjà pas très agréable.

Un jour c'est 24 heures. Une semaine c'est 7 jours.

Cela va encore. Mais après ça se complique :

un mois c'est 28 jours, ou 29 jours, ou 30 jours, ou 31 jours. Il n'y a donc que le mois de février des années ordinaires qui ait exactement 4 semaines.

Une année c'est 365 jours, parfois 366 et c'est environ 52 semaines.

Calcule combien il y a de jours dans 52 semaines.

Quant aux saisons, c'est encore pire : par exemple, en 1979-1980, le printemps a duré 92 jours 18 h 34 mn 14 s, l'été a duré 93 jours 15 h 20 mn 58 s, l'automne a duré 89 jours 19 h 53 mn 23 s et l'hiver a duré 89 jours et 9 s. (il y a des écarts de quelques minutes d'une année à l'autre).

Combien de temps s'est-il écoulé du début du printemps en 1979 à la fin de l'hiver en 1980 ?

Heureusement, après, cela s'arrange.

Une année, c'est 12 mois, un siècle, c'est 100 ans et un millénaire, c'est 1 000 ans.

Exercice.

Combien y-a-t-il de jours entre le 5 mars à minuit et le 17 mai à minuit ?

Combien y a-t-il de jours entre le 17 octobre 1987 à minuit et le 25 janvier 1988 à minuit ?

exercices

241 Lundi soir Arthur a regardé un film à la télévision ; le film a commencé à 20 h 38 mn ; il a fini à 22 h 6 mn.
Combien de temps a duré le film ?
Son frère a regardé sur une autre chaine des variétés qui ont duré 2 fois moins de temps ; elles ont commencé également à 20 h 38 mn.
A quelle heure se sont-elles terminées ?

242 *Recopie et complète.*
4 h 26 mn = ... mn ; 1 h 35 mn 7 s = ... s ; 5 j 3 h = ... h ; 372 mn = ... h ... mn ; 36 704 s = ... h ... mn ... s; 38 h = ... j ... h.

243 Je dois être de retour à 11h 40 ; je vais mettre 35 mn pour la route, 45 mn pour les courses, 15 mn pour manger un sandwich, 12 mn pour discuter avec un camarade.
A quelle heure dois-je partir ?
J'aime bien avoir 1/4 d'heure d'avance ; à quelle heure dois-je partir ?

244 *A quelle heure commence ton premier cours le lundi matin ? A quelle heure finit-il ? Combien de temps dure-t-il ?*
Tes autres cours du lundi ont-ils tous la même durée ? Calcule la durée totale de tes cours du lundi.

245 Un match de rugby est télévisé : il débute à 15 h 5 mn ; chacune des deux mi-temps dure 40 mn et le repos entre les mi-temps dure 5 mn.
A quelle heure le match se termine- t-il ?

246 *Effectue.*
15 h 12 mn + 13 h 55 mn ;
5 h 12 mn 42 s + 3 h 27 mn 29 s ;
14 mn 27 s + 35 mn 42 s ;
5 h 45 mn 29 s + 4 h 14 mn 31 s ;
2jours 13 h + 4 jours 21 h.

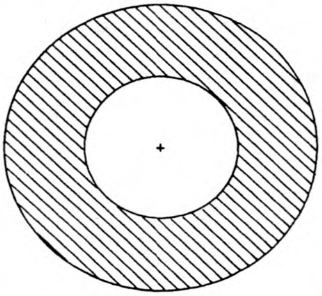
247 Le 1er février 1981 le soleil s'est levé à 7 h 23 mn et couché à 16 h 47 mn tandis que la lune s'est levée à 4 h 31 mn et couchée à 13 h 29 mn.
Combien de temps s'est-il écoulé entre le lever et le coucher du soleil ?
Même question pour la lune.
Qui est resté le plus longtemps au-dessus de nous ?
Pendant combien de temps aurait-on pu voir à la fois le soleil et la lune ?

248 Un avion part de Paris à 16h42 mn pour Dakar. Sa durée de vol est de 6h 40.
Le décalage horaire est de 2 h. Quand il est 8 h à Paris, il est 6 h à Dakar.
A quelle heure l'avion arrive-t-il à Dakar ?
Il repart de Dakar à 22h 35 et met 25 mn de plus pour le retour (à cause du vent du nord).
A quelle heure arrive-t-il à Paris ?

249 *Si tu t'endors à 22 h 46 mn et que tu te réveilles à 7 h 12 mn, combien de temps as-tu dormi ? Sachant que tu as besoin de 9 h 30 mn de sommeil, combien te manque-t-il de sommeil ?*

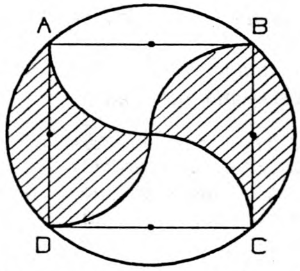
exercices

250 Le dessin ci-dessous représente une couronne circulaire. Les disques ont pour rayons 7,70 m et 3,80 m.



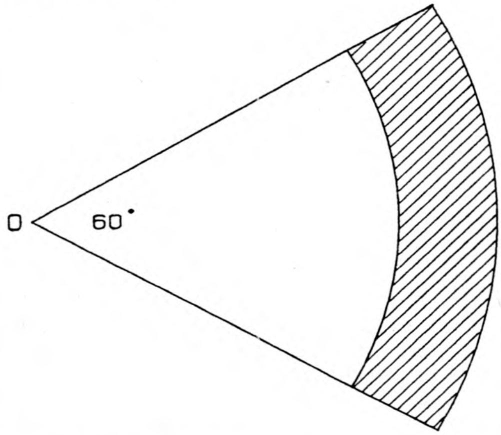
Calcule une valeur approchée de l'aire de la couronne. (Tu peux prendre 3,1 *comme valeur approchée de π).*
Il y a deux façons de le faire. *Essaie.*
Quelle propriété de la soustraction et de la multiplication as-tu ainsi illustrée ?

251 Pour obtenir ce dessin, c'est très simple ; voici les ingrédients : un carré ABCD, le cercle circonscrit à ce carré. Et 4 quarts de cercle dont les centres sont les milieux des côtés du carré.



Cette figure a-t-elle un centre de symétrie ?
Pour calculer l'aire de la surface hachurée, tu as besoin d'un seul renseignement : la diagonale du carré mesure à peu près 3,5 cm. *Fais ce calcul.*
Pour calculer le périmètre de la surface hachurée tu as besoin d'un autre renseignement : le côté du carré mesure 2,5 cm. *Fais le.*
(Tu pourras utiliser 3 comme valeur approchée du nombre π).

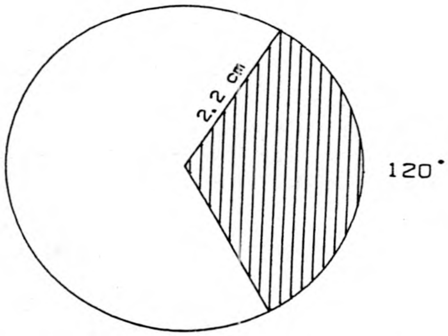
252 *Calcule une mesure approchée de la surface hachurée.*



Voici les informations dont tu as besoin :
- les deux arcs de cercle ont le même centre O et pour rayons 5,7 cm et 4,5 cm.
- l'angle O est 60°.

(Tu peux prendre 3,1 comme valeur approchée du nombre π).

253 La figure hachurée est un secteur circulaire.



Le cercle à pour rayon 2,2 cm. Le secteur est déterminé par un angle de 120°.
Calcule une valeur approchée de l'aire de ce secteur circulaire. (Tu peux utiliser 3,1 *comme valeur approchée du nombre π).*

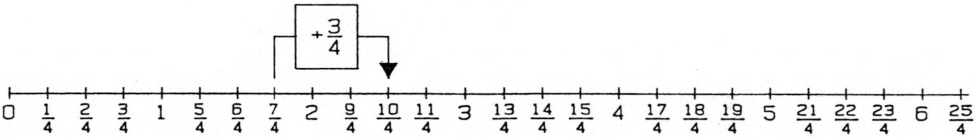
autres exercices page 146

addition des fractions 25

I ADDITIONS ILLUSTREES

1. Voici un dessin obtenu à partir d'une échelle graduée en quarts. Il explique pourquoi nous écrivons que

$$\frac{7}{4} + \frac{3}{4} = \frac{10}{4}.$$

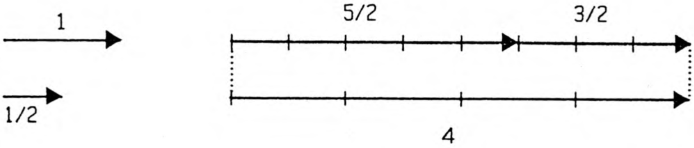


Tu remarques bien sûr que $7 + 3 = 10$.

Calcule

$$\frac{5}{4} + \frac{3}{4} \;;\; 2 + \frac{3}{4} \;;\; \frac{14}{4} + \frac{3}{4} \;;\; \frac{11}{4} + \frac{9}{4} \;;\; \frac{13}{4} + \frac{9}{4} \;;\; 3 + \frac{1}{4} \;;\; \frac{17}{4} + \frac{7}{4}.$$

2. Voici un autre dessin pour expliquer que $\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$.



Là encore, tu remarques que $5 + 3 = 8$, $\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{8}{2}$ et $\frac{8}{2} = 4$.

Calcule

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \;;\; \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \;;\; \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \;;\; \frac{6}{2} + \frac{7}{2} \;;\; \frac{7}{2} + \frac{6}{2}.$$

3. Tu as certainement compris du premier coup comment on additionne des fractions de même dénominateur. C'est très simple, on additionne les numérateurs.

Si a, b et c désignent des entiers, et si c n'est pas nul,

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

Remarque.

Additionner deux fractions $\frac{a}{c}$ et $\frac{b}{c}$ revient à additionner les deux entiers a et b

Il est donc facile de comprendre que l'addition des fractions est associative et commutative.

Exercices.

1. *Calcule.*

$$2 + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \quad ; \quad 3 + \frac{7}{4} + \frac{5}{4} \quad ; \quad \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} + \frac{7}{4} + \frac{9}{4}.$$

2. *Calcule (si le résultat est un entier, tu ne l'écriras pas sous forme de fraction).*

$$\frac{59}{2} + \frac{7}{2} \quad ; \quad \frac{206}{2} + \frac{31}{2} \quad ; \quad \frac{433}{2} + \frac{525}{2} \quad ; \quad \frac{1176}{2} + \frac{1280}{2}.$$

A ton avis, quand on additionne deux fractions dont le dénominateur est 2, comment faut-il choisir les numérateurs pour que la somme soit entière (c'est-à-dire soit un nombre entier) ?

Comment faut-il les choisir pour que la somme ne soit pas entière ?

4. Mais les fractions représentent des nombres. Et ces nombres ont plusieurs écritures fractionnaires. Il serait très facheux que, suivant les écritures que l'on choisit, on ne trouve pas le même nombre, à la sortie !

Par exemple on a écrit plus haut que $\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$.

Mais $\frac{5}{2}$ et $\frac{3}{2}$ peuvent s'écrire 2,5 et 1,5.

Calcule 2,5 + 1,5.

Mais $\frac{5}{2}$ et $\frac{3}{2}$ peuvent s'écrire encore $\frac{10}{4}$ et $\frac{6}{4}$.

Calcule $\frac{10}{4}$ et $\frac{6}{4}$.

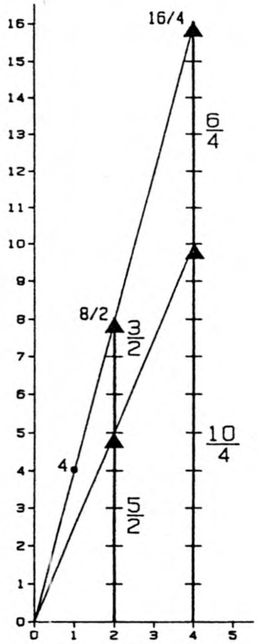
Tu as certainement trouvé le même nombre.

Cela peut se comprendre en regardant un dessin.

Cela peut aussi s'expliquer en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition dans $\mathbb{N}$:

$$\frac{10}{4} + \frac{6}{4} = \frac{10 + 6}{4} = \frac{(2 \times 5) + (2 \times 3)}{4}$$

$$= \frac{2 \times (5 + 3)}{2 \times 2} = \frac{5 + 3}{2} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$$

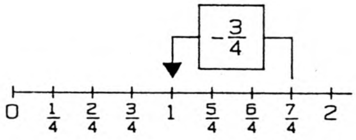


Calcule, et s'il y a une simplification évidente du résultat ne la manque pas!

$\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$; $\frac{7}{5} + \frac{8}{5}$; $\frac{4}{3} + \frac{2}{3}$; $\frac{8}{6} + \frac{4}{6}$; $\frac{80}{7} + \frac{11}{7}$; $\frac{172}{9} + \frac{38}{9}$; $\frac{129}{12} + \frac{1821}{12} + \frac{43}{12}$.

5. Et la soustraction ?

Regarde le dessin ci-contre.



Il permet d'expliquer pourquoi nous écrivons que

$$\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = 1.$$

Tu remarques que $7 - 3 = 4$ et $\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4}{4}$.

Mais $\frac{4}{4} = 1$.

Calcule (tu peux utiliser l'échelle graduée en quarts du paragraphe 1).

$\frac{14}{4} - \frac{3}{4}$; $\frac{5}{4} - \frac{3}{4}$; $2 - \frac{3}{4}$; $\frac{11}{4} - \frac{9}{4}$; $3 - \frac{1}{4}$; $\frac{19}{4} - \frac{2}{4}$; $\frac{13}{4} - \frac{9}{4}$.

Si l'on demandait à quelqu'un de calculer $\frac{14}{9} - \frac{8}{9}$ et qu'il hésite, n'ayant pas d'échelle graduée en neuvièmes sous la main, on pourrait lui dire : c'est le nombre qu'il faut mettre dans la boîte $\square$.

$$\frac{8}{9} + \square = \frac{14}{9}.$$

Calcule $\frac{14}{9} - \frac{8}{9}$.

Recopie et complète.

$\frac{9}{12} + \ldots = \frac{13}{12}$; $\ldots + \frac{16}{11} = \frac{24}{11}$; $\ldots + \frac{1}{18} = \frac{19}{18}$; $\frac{4}{3} + \ldots = \frac{8}{3}$; $\frac{12}{9} + \ldots = \frac{24}{9}$.

Calcule.

$\frac{29}{13} - \frac{16}{13}$; $\frac{18}{7} - \frac{11}{7}$; $\frac{412}{32} - \frac{348}{32}$; $\frac{220}{64} - \frac{156}{64}$.

II ET SI ELLES N'ONT PAS LE MEME DENOMINATEUR ?

1. Un entier et une fraction.

Avec ou sans échelle, il est facile d'additionner un entier et une fraction.

En effet les entiers sont d'un heureux naturel, ils acceptent n'importe quel habit sans rechigner.

Regarde par exemple 1 et 2 :

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \dots \; ; \; 2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = \frac{10}{5} = \dots .$$

Pour calculer $1 + \frac{3}{4}$, on va remplacer 1 par $\frac{4}{4}$, et le tour est joué !

$$1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

De même pour calculer $2 - \frac{1}{3}$, on va remplacer 2 par $\frac{6}{3}$:

$$2 - \frac{1}{3} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}.$$

Le nombre 0 a aussi des écritures fractionnaires : il peut s'écrire

$$\frac{0}{1} \text{ ou } \frac{0}{2} \text{ ou } \frac{0}{3}, \text{ etc } \dots$$

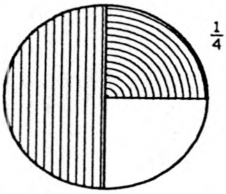
Calcule.

$$1 + \frac{1}{3} \; ; \; 1 + \frac{33}{44} \; ; \; 3 + \frac{5}{4} \; ; \; 2 - \frac{5}{4} \; ; \; \frac{3}{6} + 4 \; ; \; \frac{6}{5} + 2 \; ;$$

$$7 + \frac{1}{7} \; ; \; 10 - \frac{1}{10} \; ; \; 4 + \frac{7}{100} \; ; \; 1 - \frac{11}{12} \; ; \; 5 - \frac{49}{10} \; ;$$

$$\frac{25}{3} - 8 \; ; \; 1 - \frac{1}{2} \; ; \; 3 - \frac{3}{2} \; ; \; 5 - \frac{5}{2} \; ; \; 7 - \frac{7}{2} \; ; \; 9 - \frac{9}{2}.$$

2. Deux fractions.



Quelle est la somme $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?

Si tu n'as pas su répondre, le dessin ci-contre t'aidera peut-être.

Mais comment additionner $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$?

On peut écrire une suite de fractions égales à chacune d'elles.

On l'a déjà fait pour les comparer.

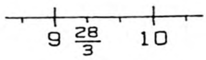
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{8}{12}} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} \quad | \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \boxed{\frac{9}{12}} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$$

Tu vois qu'on a trouvé des fractions de même dénominateur qui représentent les nombres $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}.$$

Mais n'en disons pas plus. Sinon, que ferions-nous en quatrième ?

1. Tu te souviens peut-être que l'on avait encadré $\frac{28}{3}$ entre deux entiers consécutifs.



Calcule $\frac{28}{3} - 9$.

On peut donc écrire maintenant :

$$\frac{28}{3} = 9 + \frac{1}{3}.$$

Et ainsi cela ressemble tout à fait aux décimaux :

$5{,}8 = 5 + 0{,}8$	$\frac{28}{3} = 9 + \frac{1}{3}$
5 est la partie entière de 5,8	9 est la partie entière de $\frac{28}{3}$
$0 \leq 0{,}8 < 1$	$0 \leq \frac{1}{3} < 1$

On peut trouver 9 et 1 grâce à la division de 28 par 3.

$$\begin{array}{r|l} 28 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & 9 \end{array}$$

Fait le même travail pour les nombres suivants.

$$\frac{23}{6}\ ;\ \frac{9}{5}\ ;\ \frac{7}{10}\ ;\ \frac{5}{4}\ ;\ \frac{10}{8}\ ;\ \frac{20}{16}\ ;\ \frac{84}{8}\ ;\ \frac{96}{8}\ ;\ \frac{733}{48}.$$

2. Ecritures condensées.

Ce serait ennuyeux d'avoir à écrire toujours 5 + 0,8 au lieu de 5,8.

Eh bien de même, au lieu d'écrire $4 + \frac{1}{3}$, on adopte parfois la notation $4\frac{1}{3}$.

Cette notation est très pratique pour présenter un résultat, elle l'est moins quand il s'agit de calculer. Il est prudent, par exemple, d'écrire $4\frac{1}{3} + 5\frac{2}{3}$ sous la forme $4 + \frac{1}{3} + 5 + \frac{2}{3}$.

Termine le calcul.

Ecris sous la forme $a\frac{b}{c}$ *les nombres suivants.*

$$\frac{22}{7}\ ;\ \frac{25}{6}\ ;\ \frac{5}{4}\ ;\ \frac{4}{5}\ ;\ \frac{10}{3}\ ;\ \frac{12}{3}.$$

Donne une écriture fractionnaire des nombres suivants.

$$1\frac{1}{2}\ ;\ 3\frac{3}{4}\ ;\ 5\frac{1}{5}\ ;\ 12\frac{3}{5}\ ;\ 7\frac{1}{2}\ ;\ 2\frac{1}{5}.$$

exercices pages 132 et 145

exercices

254 *Calcule les nombres suivants.*

$\frac{11}{9}+\frac{23}{9}$; $\frac{13}{12}-\frac{10}{12}$; $\frac{19}{17}+\frac{15}{17}$; $\frac{18}{15}-\frac{7}{15}$;

$\frac{2}{7}+\frac{5}{7}-\frac{4}{7}$; $\frac{77}{4}+\frac{79}{4}$; $\frac{79}{4}-\frac{77}{4}$.

255 *Calcule (si tu remarques que $8 = 4 \times 2$, tu ne devrais pas avoir trop de peine).*

$\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}+\frac{1}{4}$; $\frac{5}{8}+\frac{1}{2}$;

$\frac{5}{8}+1$; $\frac{5}{8}+2$; $\frac{5}{8}+4$; $\frac{5}{8}+8$.

256 *Remarque que les numérateurs des fractions ci-dessous sont tous premiers. Calcule les sommes. Qu'observes-tu ?*

$\frac{43}{12}+\frac{5}{12}$; $\frac{79}{43}+\frac{7}{43}$; $\frac{61}{24}+\frac{11}{24}$; $\frac{97}{36}+\frac{47}{36}$;

$\frac{71}{37}+\frac{3}{37}$; $\frac{19}{8}+\frac{13}{8}$; $\frac{67}{32}+\frac{29}{32}$; $\frac{53}{14}+\frac{31}{14}$;

$\frac{59}{10}+\frac{41}{10}$; $\frac{113}{75}+\frac{37}{75}$; $\frac{101}{13}+\frac{103}{13}$.

257 Deux boîtes.
Tu dois mettre un entier dans la boîte ..., mais pas n'importe lequel, car tu dois mettre un nombre plus petit que 1 dans la boîte ›.

$\frac{36}{7} = \cdots + \square$; $\frac{75}{45} = \cdots + \square$; $\frac{45}{75} = \cdots + \square$;

$\frac{8}{7} = \cdots + \square$; $\frac{24}{21} = \cdots + \square$; $\frac{48}{42} = \cdots + \square$;

$\frac{240}{210} = \cdots + \square$; $\frac{240}{21} = \cdots + \square$.

258 Trois boîtes.
Dans la boîte ..., tu dois mettre la partie entière du nombre qui est à gauche du signe = ; dans les boîtes › et Δ, deux entiers étrangers.

$\frac{65}{8} = \cdots + \frac{\square}{\triangle}$; $\frac{37}{7} = \cdots + \frac{\square}{\triangle}$; $\frac{49}{21} = \cdots + \frac{\square}{\triangle}$;

$\frac{98}{14} = \cdots + \frac{\square}{\triangle}$; $\frac{84}{9} = \cdots + \frac{\square}{\triangle}$; $\frac{123}{10} = \cdots + \frac{\square}{\triangle}$.

259 *Calcule les nombres suivants.*

$\frac{3}{17}+\frac{13}{17}$; $\frac{23}{19}-\frac{15}{19}$; $\frac{11}{16}+\frac{5}{16}$; $\frac{11}{21}+\frac{10}{21}$;

$\frac{3}{11}+\frac{5}{11}-\frac{3}{11}-\frac{5}{11}$; $\frac{25}{4}+\frac{221}{4}+\frac{10}{4}$.

260 *Recopie et complète.*

$\frac{13}{4} = 3 + \ldots$; $\frac{13}{4} + \ldots = 4$; $\frac{58}{7} = 8 + \ldots$;

$\frac{58}{7} + \ldots = 9$; $\frac{73}{8} = 9 + \ldots$; $\frac{73}{8} + \ldots = 10$;

$\frac{19}{10} = 1 + \ldots$; $\frac{19}{10} + \ldots = 2$; $\frac{40}{6} = 6 + \ldots$;

$\frac{40}{6} + \ldots = 7$; $\frac{63}{9} = 7 + \ldots$; $\frac{63}{9} + \ldots = 8$.

261 Une boîte.
Tu dois y mettre un nombre.

$\frac{15}{9} = 1 + \square$; $\frac{7}{3} = 2 + \square$; $\frac{18}{9} = 2 + \square$;

$\frac{42}{8} = 5 + \square$; $\frac{133}{20} = 6 + \square$; $\frac{133}{10} = 13 + \square$.

262 Sur une calculette, si tu tapes 2 x = = = ... (ou 2 x x = = = ...) tu vois défiler les nombres 2, 4, 8, etc, qui sont des puissances de 2.
Tout nombre entier peut s'écrire comme somme de puissances de 2. Par exemple $15 = 8 + 4 + 2 + 1$.
Ecris de même les nombres 7, 9, 12, 13 et 19 comme somme de puissances de 2

On en déduit que $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$.

C'est-à-dire $\frac{15}{8} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.

A ton tour.
Voici des nombres.

$\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{13}{16}$; $\frac{19}{16}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{13}{8}$.

Tu dois écrire chacun d'eux comme somme de nombres choisis dans cette liste :

1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.

(tu n'as pas le droit de prendre deux fois le même).

autres exercices page 145

des droites et des plans 26

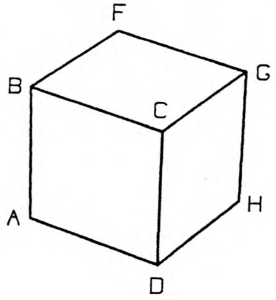
Dans l'espace, tu vas retrouver des objets que tu connais bien (droites, plans, parallélépipèdes) et en découvrir de nouveaux : cylindres et prismes.

I LES DROITES ENTRE ELLES

Prends la feuille de manipulation numéro 9.

Découpe le patron de cube numéro 3 *et construis le cube.*

Place ton cube comme sur le dessin, avec les sommets A, D, H et E posés sur la table.



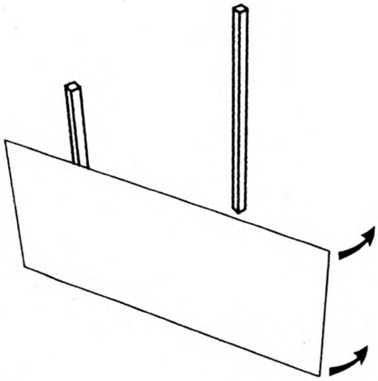
1. Paralléles.

Tu sais déjà que les droites AB et HG sont parallèles. On dit aussi que les arêtes AB et HG sont parallèles.

Pour l'activité suivante, il est plus commode de se mettre à deux.

Tiens deux crayons verticalement : ils sont placés comme les droites AB et HG.

Place une feuille de papier le long du premier crayon. Fais tourner cette feuille jusqu'à ce qu'elle vienne rencontrer le deuxième crayon.



Nous disons que les deux crayons sont parallèles parce que

nous avons pu trouver un plan qui les contienne tous les deux,
dans ce plan, ils sont parallèles.

Nomme d'autres droites parallèles à la droite AB et une droite parallèle à la droite AH.

Les droites BD et GE sont-elles parallèles ?

2. Les perpendiculaires.

Les droites AB et BF sont perpendiculaires, de même que les droites AB et BG.

Nomme d'autres droites perpendiculaires à la droite AB.

On se demande si les droites EC et DF sont perpendiculaires. Malheureusement, on ne peut pas rentrer dans le cube. Pour répondre, nous allons dessiner des points E', D', C' et F' placés comme E, C, D, F.

Tu vois que les droites CD et FE sont parallèles, de même que les droites CF et DE.

Que peux-tu dire des droites CD *et* CF *? Des droites* CF *et* FE *?*

Des droites FE *et* ED *? Et des droites* ED *et* DC *?*

Tu vas donc dessiner un rectangle C'D'E'F' *de façon que les côtés* C'D' *et* E'F' *aient la même longueur que l'arête* CD, *et que les côtés* C'F' *et* D'E' *aient la même longueur que le segment* CF.

Les droites C'E' *et* D'F' *sont-elles perpendiculaires ? Et les droites* CE *et* DF *?*

Quand deux droites sont perpendiculaires, comme les droites AB et BC, on dit aussi qu'elles sont ORTHOGONALES ("ortho" est un préfixe d'origine grecque qui veut dire "droit" ; "gone", racine d'origine grecque, signifie "angle") : "perpendiculaire" et "orthogonal" sont deux mots synonymes.

La droite GF ne coupe pas la droite AB ; mais elle est parallèle à la droite BC, et la droite BC est orthogonale à la droite AB : on dit encore que les droites GF et AB sont orthogonales.

Cite une droite qui est orthogonale à la droite EH et qui ne la coupe pas ; même question pour la droite AH.

3. Sécantes ou non sécantes

Dans un plan, deux droites sont soit sécantes soit parallèles. Dans l'espace deux droites peuvent aussi être parallèles ou sécantes. Dans ces deux cas, elles sont dans un même plan.

Cite deux droites sécantes. Cite deux droites parallèles.

Mais deux droites de l'espace peuvent aussi n'être ni parallèles, ni concourrantes. Il n'existe aucun plan qui contienne ces deux droites.

C'est le cas par exemple des droites AB et GE ou encore des droites GE et BD : dans ce dernier cas, il s'agit de droites orthogonales.

Trouve dans ta classe des droites qui ne soient ni parallèles, ni sécantes. Essaie de dire chaque fois si ces droites sont orthogonales.

II LES PLANS ENTRE EUX

1. Les plans.

Pose une feuille de papier sur la table.

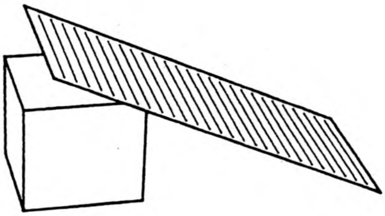
Cette feuille de papier te donne l'idée d'un PLAN. Mais il faut imaginer que cette feuille se prolonge, dans tous les sens.

Le plafond, le tableau donnent aussi l'idée de plans.

2. Plans horizontaux, plans verticaux.

Le plafond donne l'idée de plan HORIZONTAL. Le tableau donne l'idée d'un plan VERTICAL.

Pose un carton sur ton cube comme ceci.



Tu as ainsi l'idée d'un plan qui n'est ni horizontal, ni vertical.

Quand ton cube est posé sur la table, combien a-t-il de faces horizontales ? De faces verticales ?

3. Plans parallèles.

Le plancher et le plafond donnent l'idée de plans PARALLELES.

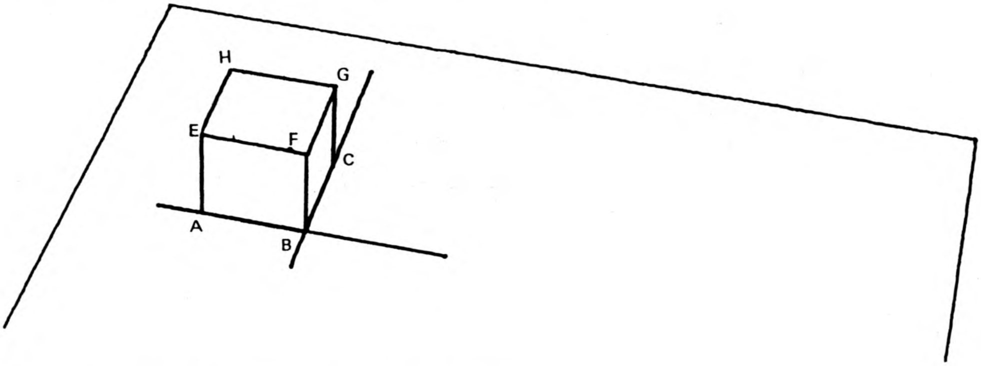
Trouve d'autres plans parallèles.

Classe ensemble les faces de ton cube qui sont parallèles.

Pose un carton sur ton cube comme ci-dessus. Essaie de placer une feuille de papier pour qu'elle soit parallèle au carton.

Tu vois que dans ce dernier cas les deux plans parallèles ne sont ni horizontaux ni verticaux.

4. Plans perpendiculaires.



Sur une feuille, trace deux droites perpendiculaires.

Pose ton cube sur cette feuille, comme sur la figure.

La feuille est horizontale, les plans EFBA et FGCB sont verticaux. Ils rencontrent la feuille suivant les deux droites perpendiculaires que tu as tracées.

On dit que ces deux plans sont PERPENDICULAIRES.

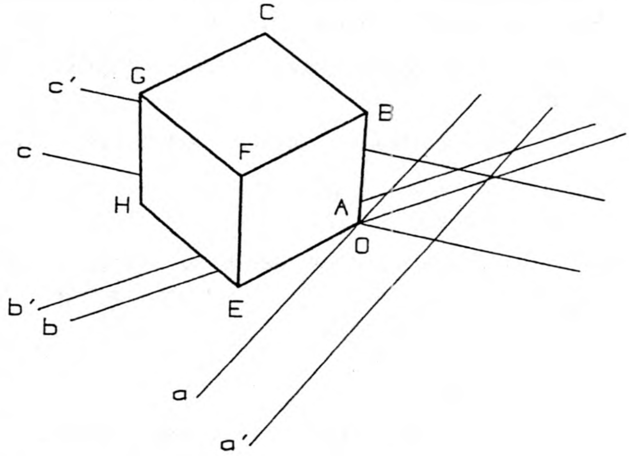
Quelles sont les faces de ton cube qui sont perpendiculaires à la face EFGH ?

Dessine sur une feuille de papier un point O et des droites a, b et c qui passent par O.

Dessine des droites a', b' et c' parallèles aux droites a, b et c.

Pose le cube sur la feuille comme l'indique le dessin, en mettant le sommet A du cube sur le point O.

Que peux-tu dire des droites AB et a ? Des droites AB et a' ?



Tu vois que les droites b, b', c et c' sont aussi orthogonales à la droite AB.

Existe-t-il dans le plan de la feuille d'autres droites perpendiculaires à la droite AB ?

On dira que la droite AB est PERPENDICULAIRE au plan de la feuille.

Imagine qu'on colle le cube sur la feuille, puis qu'on déplace le tout.

Pourrait-on encore dire que la droite AB est perpendiculaire au plan de la feuille ?

Place le sommet du secteur droit de ton équerre sur le point O, un côté de l'équerre le long de la droite AB et un autre côté le long de la droite a.

Fais tourner ton équerre autour de la droite AB.

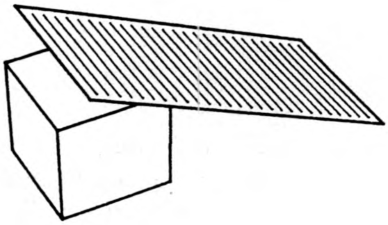
Tu vois que le deuxième côté de l'équerre reste dans le plan de la feuille (tu peux aussi regarder ce qui se passe quand on ouvre une porte).

Pourrait-on faire la même chose avec la droite AC ? La droite AC est-elle perpendiculaire au plan de la feuille ?

Trouve dans la salle un plan et une droite perpendiculaires.

Place un carton sur ton cube comme sur le dessin.

Place une règle perpendiculairement au plan du carton.



exercices page 141

cylindres et prismes 27

I DES CYLINDRES

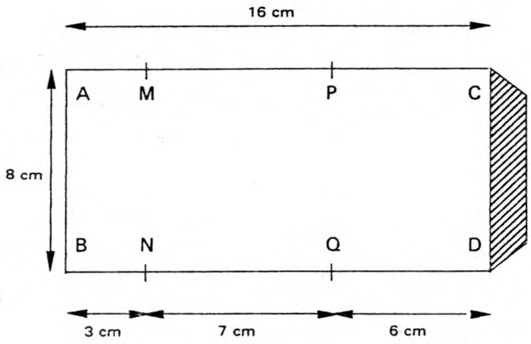
1. Construction d'un cylindre.

Sur une feuille de papier, dessine le rectangle ABDC *en vraie grandeur.*

N'oublie pas la patte de collage, ni les lettres.

Trace les segments MN *et* PQ *: ils sont perpendiculaires aux segments* AC *et* BD

Que peux-tu dire des segments AB, MN *et* PQ *?*



Découpe ton rectangle ABDC *et sa patte de collage.*

Surtout ne plie pas la patte de collage !

Colle suivant la patte de collage en superposant les segments AB *et* CD.

Tu as obtenu un CYLINDRE.

Pose verticalement ton cylindre sur la table (les points B, N *et* Q *sur la table).*

Pose un morceau de carton sur ton cylindre.

Comment sont les plans représentés par la table et le carton ?

Comment sont les segments AB, MN *et* PQ *par rapport à ces plans ?*

Tu vois que ton cylindre est délimité par deux plans parallèles et que les segments AB, MN et PQ sont perpendiculaires à ces plans.

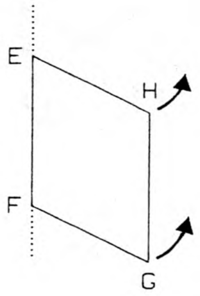
La longueur de ces segments est la HAUTEUR du cylindre.

Les côtés AC et BD du rectangle ABDC sont devenus des courbes.

On les appelle COURBES DIRECTRICES du cylindre. Si tu as fait ton collage soigneusement, ces courbes sont des cercles.

Pour construire un cylindre, on pourrait aussi imaginer que l'on fasse ainsi : on prend un morceau de carton rectangulaire EFGH, que l'on fait tourner autour de son côté EF ; quand on a fait un tour complet, le côté GH du rectangle a "dessiné" le cylindre.

On dit aussi que le segment GH a engendré le cylindre.



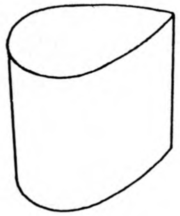
C'est pour cela qu'on dit que ce cylindre est un CYLINDRE DE REVOLUTION (l'un des sens du mot "révolution" est "mouvement circulaire").

Et tu comprends pourquoi on appelle GENERATRICES du cylindre les segments comme AB, MN et PQ.

Suppose qu'on remplisse ton cylindre de plâtre.

Quand le plâtre aura séché, on obtiendra un objet "plein" qu'on appellera aussi cylindre.

2. D'autres cylindres.



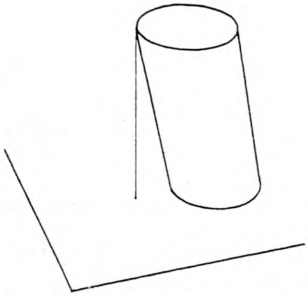
Tu vas pincer ton cylindre le long du segment MN. Pour cela, tu vas appuyer fortement le long du segment MN, sans aplatir complètement le cylindre.

Pose-le maintenant sur la table.

Tu as obtenu un objet semblable au dessin. On dit encore que c'est un cylindre.

Les segments AB, MN et PQ sont toujours perpendiculaires au plan de la table, mais les courbes directrices ne sont plus des cercles ; elles ont cette forme.

Penses-tu que l'on dise que ce cylindre est un cylindre de révolution ?



Le cylindre de révolution et celui que tu viens de construire sont appelés CYLINDRES DROITS : leurs génératrices sont perpendiculaires aux plans qui les limitent.

Le dessin ci-contre représente un cylindre qui n'est pas droit.

II REPRESENTATION

1. *Fabrique rapidement un cylindre droit avec une feuille de papier. Pose-le verticalement sur la table et dessine-le sur ton cahier.*

2. *Prends la feuille de manipulation numéro* 13.

Sur le dessin numéro 2, nous avons dessiné un cylindre en perspective cavalière. Nous avons aussi dessiné les arêtes d'une boîte dans laquelle le cylindre est rangé. Nous avons dessiné en traits ponctués ce qu'on verrait si le cylindre était transparent.

Nous avons représenté les deux cercles directeurs par deux ovales superposables. Ces ovales ne sont pas des cercles ; de même, le fond et le couvercle de la boîte, qui sont carrés, ne sont pas représentés par des carrés. Les côtés de la boîte sont des rectangles.

Sont-ils représentés par des rectangles ?

Sur le dessin les segments AB et CD n'ont pas la même longueur. Ils représentent deux segments qui ont la même longueur mais ne sont pas parallèles.

3. Il y a bien d'autres représentations d'un cylindre que la perspective cavalière.

Sur le dessin numéro 3 de la feuille de manipulation numéro 13 nous avons fait une représentation d'un cylindre comme avec un appareil photographique.

Calque soigneusement l'ovale du haut ; essaie de superposer ton dessin calqué à l'ovale du bas. Que constates-tu ?

Si tu observes attentivement des dessins ou des peintures, tu découvriras d'autres conventions de dessin que celles que nous t'avons présentées ici. Par exemple, un peu après 1900, des peintres (qu'on a appelés cubistes) ont voulu que leurs oeuvres montrent plusieurs aspects des objets. Le dessin ci-contre est une reproduction d'une peinture (de 1910) du peintre Derain, qui était un cubiste.

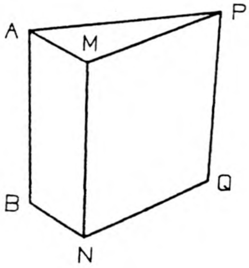
Observe les pichets : on voit à la fois le dessus des pichets comme si on était presque audessus, et les pichets eux-mêmes comme si on était à leur hauteur.

Le dessin que tu as fait au début du paragraphe ressemble peut-être à celui-la.

III LES PRISMES

Reprends le cylindre du paragraphe I. *Pince-le le long des segments* AB *et* PQ *(il a déjà été pincé le long du segment* MN*).*

Tu as obtenu un objet de la forme ci-contre.



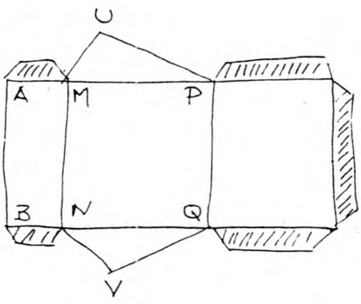
Cet objet est un PRISME.

Il est délimité par deux plans parallèles ; ses arêtes AB, MN et PQ sont perpendiculaires à ces plans. Ses trois faces verticales sont des rectangles. On dit que ce prisme est un PRISME DROIT.

Ses autres arêtes sont AM, MP, PA, BN, NQ et QB.

Ses deux faces horizontales sont des triangles. On dit que la BASE de ce prisme est triangulaire.

En général on aime bien qu'un prisme soit fermé. Nous avons dessiné à main levée un patron qui permet de construire un prisme fermé qui a les mêmes dimensions que celui que tu as fabriqué.



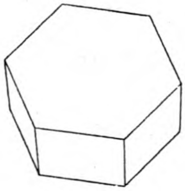
Dessine soigneusement en vraie grandeur ce patron (il faudra que tu réfléchisses à la mesure des segments que nous avons appelés MU, UP, NV *et* VQ).

Découpe et colle pour fabriquer le prisme fermé.

Il existe des prismes dont la base est un quadrilatère, un pentagone, etc.

Comment s'appelle encore un prisme droit dont la base est un rectangle ?

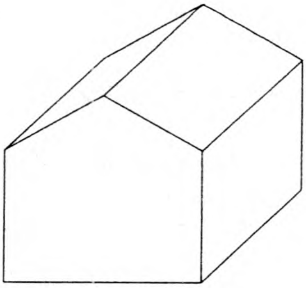
Si on pose un parallélépipède rectangle sur n'importe laquelle de ses faces, les faces verticales sont des rectangles : pour un parallélépipède rectangle, il y a plus d'une manière d'être un prisme droit !



Voici le dessin de la tête d'un boulon.

On peut reconnaître un prisme à base hexagonale.

Exercice.



Regarde le dessin : il représente, en perspective cavalière, une maison simplifiée.

On peut dire que cette maison est un prisme.

Combien la base de ce prisme a-t-elle de côtés ?

IV AIRE LATERALE D'UN CYLINDRE DE REVOLUTION, D'UN PRISME

Pour construire un cylindre de révolution, nous sommes partis d'un rectangle. Tu sais calculer l'aire de ce rectangle. On dit que cette aire est L'AIRE LATERALE DU CYLINDRE.

Quand on construit le cylindre, un des côtés du rectangle devient une génératrice du cylindre, un autre côté devient une courbe directrice, qui est un cercle. Tu vois que

pour trouver l'aire latérale d'un cylindre droit, on multiplie la longueur d'un cercle directeur par la hauteur du cylindre.

Concluons :

Pour un cylindre de révolution, si on appelle

r le rayon du cercle directeur, h la hauteur, A l'aire latérale du cylindre,

on peut écrire que

$$A = 2\pi rh.$$

Comment fait-on pour calculer l'aire latérale d'un prisme ?

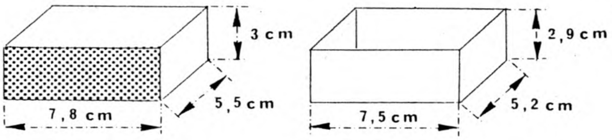
Exercices.

1. Un prisme a une base carrée de 15 cm de côté et une hauteur de 8 cm.
Quelle est son aire latérale ?

2. Un cylindre de révolution a une base circulaire de 5 cm de rayon et une hauteur de 12 cm.
Calcule une valeur approchée de son aire latérale.

exercices

263 Une boîte d'allumettes est constituée de 2 parties.
Dans les calculs, on ne tiendra pas compte des pattes de collage.
Quelle est l'aire du couvercle ? (Attention il manque 2 faces).
Quelle est l'aire du récipient ? (Ici il manque 1 face).
Quelle est l'aire de la surface de carton nécessaire à la confection d'une boîte d'allumettes ?



264 *Reprends le cube que tu as utilisé dans le chapitre "DES DROITES ET DES PLANS".*
Prends la feuille de manipulation numéro 14 et regarde le tableau du dessin numéro 1.
Nous avons mis le signe II dans la case 1 pour indiquer que l'arête AB est parallèle à elle-même, le signe x dans la case 2 pour indiquer que les arêtes CD et AD sont sécantes, et le chiffre 0 dans la case 3 pour indiquer que les arêtes FG et AE ne sont ni sécantes ni parallèles.
Achève de remplir les cases du tableau qui ne sont pas hachurées.
Que penses-tu de la phrase suivante ?
"Deux arêtes du cube sont soit parallèles, soit orthogonales".

autres exercices page 142

exercices

265 Pour mardi-gras, Arthur veut se déguiser en chef cuisinier.
Il veut construire sa toque en carton. Une fois finie, sa toque doit être un cylindre droit fermé en haut. Sa base est un cercle de 8 cm de rayon et sa hauteur est 30 cm.
Calcule une mesure approchée de l'aire latérale de ce cylindre.
Calcule une mesure approchée de la surface de carton qu'il doit découper.

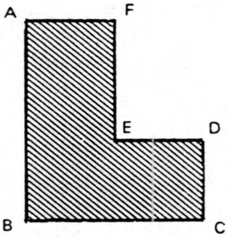
266 Un prisme droit a pour base un losange de côté 7,5 cm.
La hauteur de ce prisme est 4 cm.
Quelle est son aire latérale ?

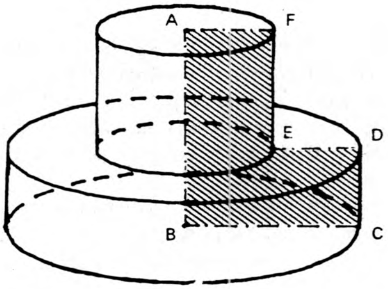
267 Voici des consignes qui vont te permettre de construire le patron d'un prisme droit.
Dessine un cercle de rayon 3 cm *et partage-le à l'aide de ton compas en* 6 *parties égales.*
Tu obtiens un hexagone ; c'est la base du prisme.
La hauteur du prisme est 4 cm.
Termine le patron du prisme.
Quelle est l'aire latérale du prisme ?
Si tu veux, construis ce prisme.

268 On veut construire, avec du carton, un cylindre droit. Sa base est un cercle de 0,15 m de rayon, sa hauteur est 0,50 m.
Calcule une mesure approchée de l'aire latérale de ce cylindre. (On ne tient pas compte de la patte de collage; tu prendras 3,2 *comme approximation de* π*).*
La masse de 1 m^2 de carton est 600 g.
Quelle est approximativement la masse du carton employé, pour la confection de ce cylindre ?
On veut fermer ce cylindre pour faire une boîte. Il faut donc découper deux disques.
Calcule une mesure approchée de la surface d'un disque.
Quelle est approximativement la masse du carton employé pour toute la boîte ?

269 Un bac à fleurs est construit en bois. Il a la forme d'un parallélépipède rectangle. Les côtés de la base sont 45 cm et 55 cm. Sa hauteur est 30 cm.
Calcule l'aire latérale de ce parallélépipède rectangle.
Calcule l'aire de la surface en bois de ce bac.

270 *Découpe un morceau de carton qui a la forme du dessin ci-contre. Attention :*
les segments AF *et* ED *ont la même longueur;*
le segment EF *est plus long que le segment* DC.
Lorsqu'on fait tourner ce carton autour de la droite AB,
le segment DC engendre un cylindre droit ;
le segment EF engendre un autre cylindre droit.
On obtient donc un solide qui a la forme de deux cylindres empilés.
Essaie d'imaginer ce qui se passe et de le dessiner :
lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite DC,
lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite EF,
lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite ED,
lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite BC.





centre de symétrie d'une figure 28

I CENTRE DE SYMETRIE

1. *Prends la feuille de manipulation numéro* 14 *dessin numéro* 2.

Reproduis la figure sur une feuille de calque.

Fais tourner ton calque d'un demi-tour autour du point O *comme tu as appris à le faire dans le chapitre* symétrie centrale.

Qu'observes-tu ?

On traduis cette propriété en disant que le point O est un CENTRE DE SYMETRIE pour la figure.

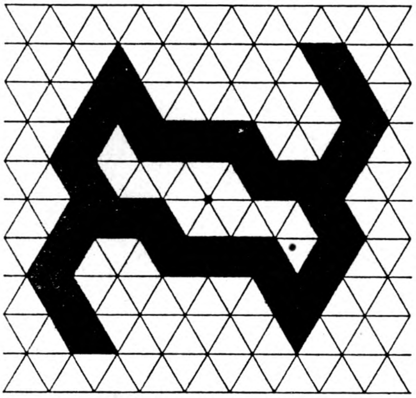
Cela signifie que le symétrique de n'importe quel point de la figure est un point de la figure.

Vérifie-le pour quelques points.

2. *Refais le même travail avec le dessin numéro* 3 *sur lequel nous ne t'avons pas donné le centre de symétrie.*

3. Remarque.

Le centre de symétrie d'une figure n'est pas nécessairement un point de cette figure, comme te le montre le dessin ci-contre.



4. Exercice.

La figure du dessin numéro 4 a un centre de symétrie.

Cherche-le.

Cette figure est formée d'arcs de cercle.

Nous t'en avons marqué les centres.

Vérifie qu'ils sont bien symétriques deux par deux.

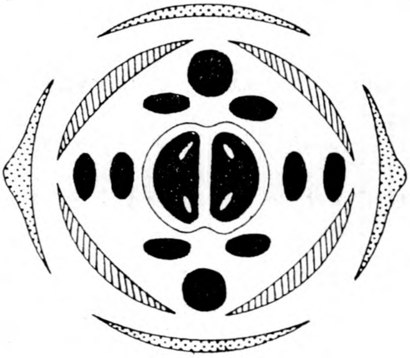
5. Des exemples.

Voici des figures qui représentent des objets divers. Elles ont toutes un centre de symétrie sauf une.

Indique laquelle.

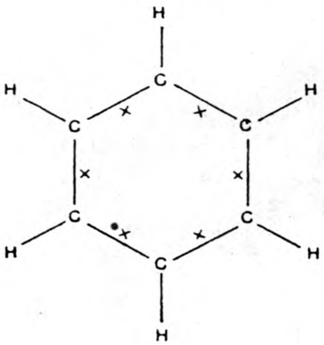
Cherche aussi leurs droites de symétrie ... si elles en ont.

Un dessin fait par des botanistes pour représenter une fleur.

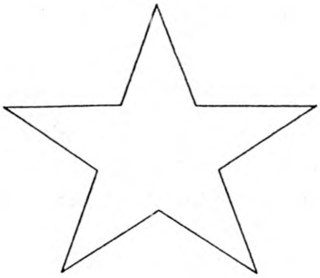


Une carte à jouer.

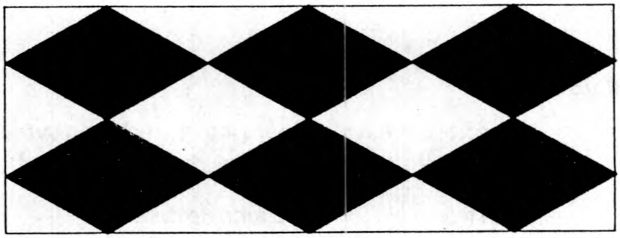
Un dessin comme en font les chimistes pour représenter une molécule.



Une étoile de Noël.



Un morceau de vitrail rudimentaire.



II CENTRE DE SYMETRIE ET DROITES DE SYMETRIE

1. *Prends la feuille de manipulation numéro* 15, *dessin numéro* 1.

La figure a un centre de symétrie et deux droites de symétrie.

Dessine-les. Qu'observes-tu ? Es-tu surpris ?

2. *Regarde maintenant le dessin numéro* 2.

Pour chaque lettre, dessine le centre de symétrie, et les droites de symétrie, s'il y en a.

(Pour la lettre O, tu n'es peut-être pas obligé de dessiner toutes les droites de symétrie !)

3. Bien entendu, une figure peut avoir plus de deux droites de symétrie.

Prends le dessin numéro 3 *de la feuille de manipulation numéro* 15.

Dessine les droites de symétrie. Combien en trouves-tu ?

La figure a-t-elle un centre de symétrie ? Quelles observations fais-tu ?

exercices

271 *Calcule les nombres suivants.*

$1 - \frac{7}{12}$; $0 + \frac{1}{11}$; $1 - \frac{11}{13}$; $\frac{12}{3} - 3$; $7 + \frac{13}{8}$;

$\frac{3}{2} + \frac{3}{4}$; $\frac{9}{4} + 1$; $2 - \frac{11}{6}$; $3 - \frac{11}{4}$; $4 - \frac{11}{3}$.

272 *Calcule.*

$\frac{5}{4} - 1$; $\frac{10}{8} - 1$; $\frac{20}{16} - 1$; $\frac{505}{404} - 1$;

$2 - \frac{5}{4}$; $2 - \frac{10}{8}$; $2 - \frac{20}{16}$; $2 - \frac{505}{404}$.

273 *Dessine une échelle, assez longue pour que tu puisses y marquer le point d'abscisse 3, et avec des échelons qui soient faciles à partager en 6.*
Marque-y les points d'abscisse.

1 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{11}{6}$.

Range ces quatre nombres du plus petit au plus grand.
Recopie et complète.

$1 + \frac{1}{2} = \dots$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \dots$; $\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \dots$; $\frac{11}{6} + \frac{1}{2} = \dots$.

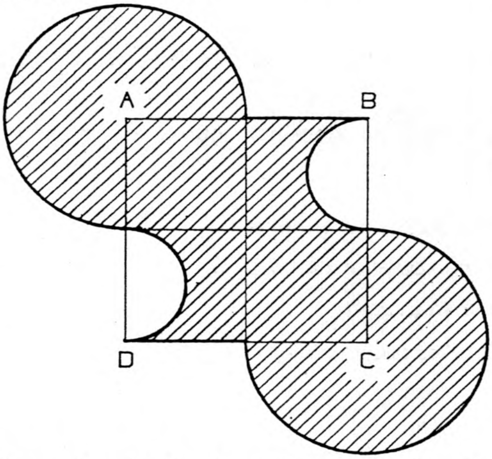
Place ces quatre nouveaux nombres sur ton échelle, avec une couleur différente, et range-les du plus petit au plus grand.
Recopie et complète.

$1 - \frac{1}{3} = \dots$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \dots$; $\frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \dots$; $\frac{11}{6} - \frac{1}{3} = \dots$.

Place ces quatre derniers nombres sur ton échelle, avec encore une autre couleur, et range-les du plus petit au plus grand.
Qu'en penses-tu ? Est-ce que l'ordre a été changé ?

exercices

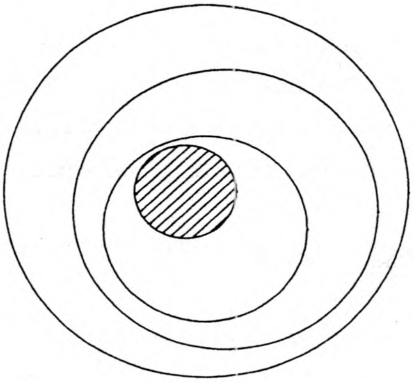
274 Sur la figure ci-dessous nous avons dessiné un carré ABCD de 4 cm de côté.
Les arcs de cercles tracés sont simples à identifier : il y a 2 demi-cercles et 2 trois-quarts de cercle.



La surface hachurée a-t-elle un centre de symétrie ?
Saurais-tu la partager, d'un seul trait, en deux surfaces supperposables ?

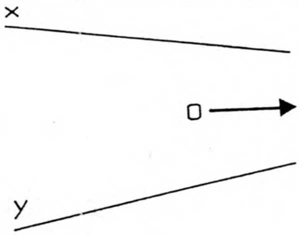
Calcule une valeur approchée de son aire, puis une valeur approchée de son périmètre. (Tu pourras prendre 3,1 *comme valeur approchée du nombre π).*

275 On a obtenu le rayon des trois plus grands disques en multipliant par 2, 3 et 4 le rayon du disque hachuré.
On prend pour unité de mesure des surfaces le petit disque hachuré.
Quelle est la mesure de chacun des disques ?



exercices

276 *Dessine deux demi-droites* Ox *et* Oy *dont l'origine* O *est en dehors de ta feuille de papier.*
Imagine un dessin qui te permette de mesurer avec ton rapporteur le secteur xOy.



277 *Dessine un repère.*
Dessine les points A : (0 ; 10) ; B : (8 ; 6) ; C : (4 ; 6) *et* D : (4 ; 2).
Dessine le quadrilatère ABCD *puis, en rouge sa droite de symétrie.*
Tu vas faire passer les huit nombres ci-dessus dans la machine suivante.

entrée → diviser par 2 → prendre l'opposé → sortie

Tu obtiens ainsi quatre nouveaux couples de nombres qui sont les couples de coordonnées de quatre points que tu appelleras, dans l'ordre, A', B', C' et D'.
Dessine le quadrilatère A'B'C'D' *puis, en rouge la droite de symétrie : c'est un modèle réduit du quadrilatère* ABCD.
Mesure les angles du quadrilatère ABCD. *Peux-tu trouver les mesures des angles du quadrilatère* A'B'C'D' *sans utiliser ton rapporteur ?*

le parallélogramme 29

I CENTRE DE SYMETRIE D'UN ENSEMBLE DE POINTS

1. Deux points.

Dessine deux points A *et* B, *puis le milieu* O *du segment* AB.

Quel est le symétrique de A *par rapport à* O *? De* O *?*

Tu vois que l'ensemble formé par les deux points A et B admet le point O comme centre de symétrie.

L'ensemble formé par les trois point A, O *et* B *admet-il un centre de symétrie ?*

Exercice.

Dessine trois points alignés A, B *et* C *tel qu'aucun des trois ne soit le milieu du segment formé par les deux autres.*

Explique pourquoi l'ensemble des trois points A, B *et* C *ne peut pas avoir de centre de symétrie.*

2. Trois points non alignés.

Dessine trois points A, B *et* C *non alignés.*

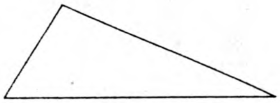
Explique pourquoi, si cette figure a un centre de symétrie, il ne peut pas être le point C.

Il ne peut pas être non plus le point A ou le point B.

Alors cela ne peut être que le milieu du segment formé par deux des points.

Mais alors, le troisième point est bien malheureux !

Tu vois qu'un triangle ne peut pas avoir de centre de symétrie.



3. Quatre points.

Nous voulons savoir si un ensemble de quatre points A, B, C et D peut avoir un centre de symétrie.

En tous les cas, un des quatre points ne peut pas être un centre de symétrie car il y aurait encore un fils unique comme le montre la figure ci-dessus.

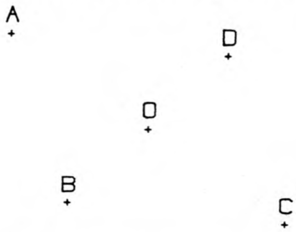
Alors, on peut ranger les quatre points 2 par 2 :

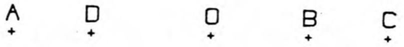
par exemple A et C seront symétriques, et B et D seront symétriques.

C'est maintenant facile de dire où doit être le centre de symétrie.

Fais-le.

Dessine maintenant quatre points A, B, C *et* D *de façon que les segments* AC *et* BD *aient le même milieu* O.





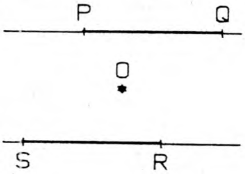
Dans chacun des dessins ci-dessus, dans la symétrie de centre O, *quelle est l'image de* A ? *De* B ? *De* C ? *De* D ?

Tu vois que l'ensemble des quatre points A, B, C et D a un centre de symétrie.

Dans tout ce qui suit, on ne s'intéresse plus au cas où les points A, B, C et D sont alignés.

4. Parallélogramme.

Sur ce dessin, nous avons marqué cinq points. L'ensemble des points P, Q, R et S a le point O comme centre de symétrie.



Que peux-tu dire des droites PQ *et* RS ?

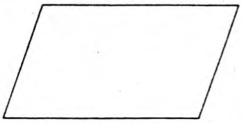
Que peux-tu dire des segments PQ *et* RS ?

De même les droites PS et QR sont symétriques par rapport à O : elles sont donc parallèles.

Les segments PS et QR sont symétriques par rapport à O : ils ont donc la même longueur.

Tu as certainement le mot PARALLELOGRAMME sur le bout de la langue.

Quand on parle de parallélogramme, il s'agit d'une plaque, comme ici à gauche.



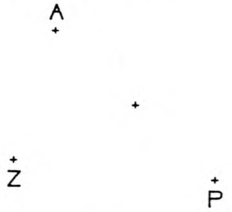
Quand on parle du contour de cette plaque, on dit encore que c'est un parallélogramme.

Tu ne seras pas surpris que nous appelions aussi PARALLELOGRAMME un ensemble de quatre points qui a un centre de symétrie.

Mais si on dit simplement que l'ensemble des points A, P, U et Z est un parallélogramme, on sait que cet ensemble a un centre de symétrie, mais on n'en sait pas tout à fait assez.

Il faut dire par exemple quel est le point qui est le symétrique de A.

Si c'est P qui est le symétrique de A, alors Z et U sont symétriques et nous avons un dessin comme celui-ci.



Les segments AP et ZU sont appelés DIAGONALES du parallélogramme.

On dit aussi que les droites AP et ZU sont les diagonales du parallélogramme.

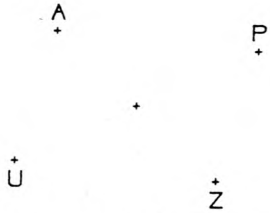
On dit souvent que l'ensemble des quatre points A, P, Z et U est un parallélogramme de sommets opposés A et P.

Naturellement, Z et U sont aussi des sommets opposés.

On écrit souvent : "le parallélogramme AUPZ" ou encore "le parallélogramme PUAZ".

Remarque bien que lorsqu'on choisit cette convention, deux lettres qui désignent deux sommets opposés ne peuvent pas être écrites l'une à côté de l'autre.

Si c'est Z qui est le symétrique de A, alors P et U sont symétriques et nous avons un dessin comme celui-ci.



Les diagonales du parallélogramme sont :

- les segments AZ et UP,
- ou les droites AZ et UP.

l'ensemble des quatre points A, P, Z et U est un parallélogramme de sommets opposés A et Z.

Désigne le parallélogramme ci-dessus en utilisant la convention ci-contre.

Essaie de plusieurs façons.

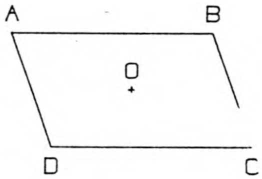
II PROPRIETES D'UN PARALLELOGRAMME

1. Les côtés.

Nous avons démontré ci-dessus que

les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles,
les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Nous avons déjà utilisé cette propriété lorsque nous avons calculé l'aire d'un parallélogramme.



2. Les angles.

Dans la symétrie de centre O, quelle est l'image du secteur BAD *? Du secteur* BCD *?*

Que peux-tu dire des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$? Et des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{D}$?

Dans un parallélogramme, les secteurs opposés sont superposables.

Explique pourquoi les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont supplémentaires.

Donne d'autres paires d'angles supplémentaires.

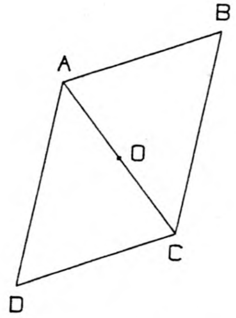
Dans un parallélogramme, deux secteurs consécutifs sont suplémentaires.

III PROPRIETES RECIPROQUES

1. Côtés parallèles.

Dessinons un quadrilatère ABCD, de sommets opposés A et C tel que

- les droites AB et CD sont parallèles,
- les droites AD et BC sont parallèles.



Appelons O le milieu du segment AC.

Dans la symétrie de centre O, l'image de la droite BC

- passe par A puisque A est l'image de C
- est parallèle à la droite BC.

C'est donc la droite AD.

Explique pourquoi l'image de la droite AB *est la droite* DC.

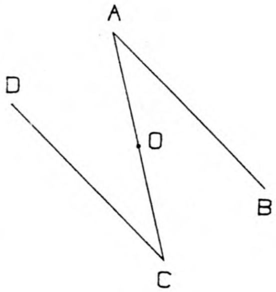
Les deux droites AB et BC se coupent en B.

Elles ont pour image les droites CD et AD qui se coupent en D. Donc B et D son symétriques.

Et notre quadrilatère ABCD a un centre de symétrie.

Un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme.

2. Deux côtés opposés parallèles et de même longueur.



Dessinons deux segments de même longueur sur deux droites parallèles.

Appelons-les AB et CD de façon que les demi-droites AB et CD soient de sens contraire.

Appelons O le milieu du segment AC.

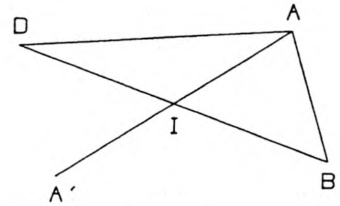
Dans la symétrie de centre O, *qu'elle est l'image du point* A *? De la demi-droite* AB *? Du segment* AB *? Du point* B *?*

Tu vois donc que B et D sont symétriques par rapport à O.

Les points A, B, C et D sont donc les sommets d'un parallélogramme.

Un quadrilatère non croisé qui a deux côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

3. Côtés opposés de même longueur.



Nous voulons dessiner un quadrilatère ABCD de sommets opposés A et C tel que :

- les côtés AD et BC aient la même longueur,
- les côtés AB et DC aient la même longueur.

Dessinons d'abord la diagonale BD.

Les points A et C doivent être de part et d'autre de la droite BD. Sinon le quadrilatère serait croisé.

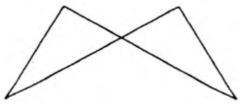
Appelons I le milieu du segment BD et A' le symétrique de A par rapport à I.

Donc les segments BA' et AD ont la même longueur, ainsi que les segments DA' et AB. Tu en déduis que les segments BC et BA' ont la même longueur ainsi que les segments DC et DA'.

D'après ce que nous avons fait au chapitre 02, on peut dire que C = A'.

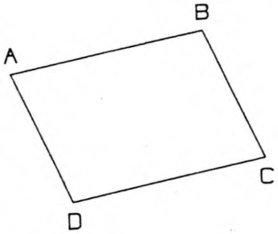
Le point I est centre de symétrie de l'ensemble des points A, B, C et D qui est donc un parallélogramme.

Un quadrilatère non croisé dont les côtés opposés sont de même longueur est un parallélogramme.



Cette figure te montre pourquoi il a fallu supposer que le quadrilatère n'est pas croisé.

4. Angles opposés égaux.



Le quadrilatère ci-contre n'est pas croisé et $\widehat{A} = \widehat{C}$ et $\widehat{B} = \widehat{D}$. Mais tu sais que la somme des mesures des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$ est 360.

La somme des mesures des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ est 180.
Ces angles sont supplémentaires.

Qu'en déduis-tu pour les droites AD *et* BC *?*

Explique de même pourquoi les droites AB *et* DC *sont parallèles.*

Un quadrilatère non croisé dont les secteurs opposés sont superposables est un parallélogramme.

Un quadrilatère non croisé qui a deux paires de secteurs consécutifs supplémentaires est un parallélogramme.

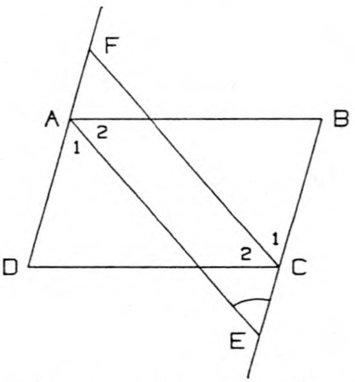
exercices pages 152 et 180

exercices

278 Dessine un parallélogramme ABCD de sommets opposés A et C.
Marque un point E sur le côté AB et un point F sur le côté CD de façon que les segments AE et CF aient la même longueur.
Montre que le quadrilatère AECF est un parallélogramme.
Montre que les segments AC, BD et EF ont le même milieu.

279 Dessine trois segments AB, CD et EF qui aient le même milieu.
Combien peux-tu tracer de parallélogrammes ?
Donne un nom à chacun d'eux.

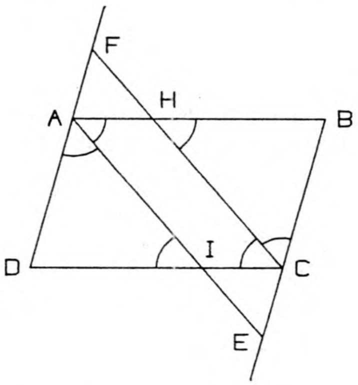
280 Sur cette figure, ABCD est un parallélogramme, la droite AE est la bissectrice du secteur DAB, la droite CF est la bissectrice du secteur BCD.



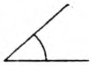
Explique pourquoi $\widehat{A_1} = \widehat{C_1}$; $\widehat{A_1} = \widehat{E}$; $\widehat{C_1} = \widehat{E}$.
Qu'en déduis-tu pour les droites AE et CF ? Pour le quadrilatère AFCE ?
Montre que les segments AC, DB et EF ont le même milieu.
Qu'en déduis-tu pour le quadrilatère BFDE ?

281 Dessine deux parallélogrammes ABCD et ABEF de sommets opposés A et C pour le premier, A et E pour le second.
Ils ont le côté AB en commun.
Démontre que les quatre points D, C, E et F sont les sommets d'un parallélogramme..

282 Sur cette figure, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme, la droite AE est la bissectrice du secteur DAB, la droite CF est la bissectrice du secteur BCD.



Explique pourquoi les secteurs marqués comme ci-contre ont tous la même mesure.



Montre que le quadrilatère AHCI est un parallélogramme.
Montre que les segments AC, BD et EF ont le même milieu.
Qu'en déduis-tu pour le quadrilatère BFDE ?

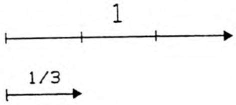
283 Dessine un parallélogramme ABCD de sommets opposés A et C avec les informations suivantes :
$\widehat{A} = 40°$; longueur de BC = 3 cm ; longueur de CD = 5,2 cm

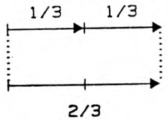
284 Dessine un triangle ABC. Trace les hauteurs qui passent par B et C et appelle H leur point commun.
Trace la droite qui passe par B et qui est perpendiculaire à la droite AB, la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite AC.
Ces deux droites se coupent en un point D.
Montre que le quadrilatère BHCD est un parallélogramme.

autres exercices page 180

multiplication d'une fraction par un entier 30

1. Si l'on veut donner un sens à l'écriture $2 \times \frac{1}{3}$, on dira que c'est $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$.

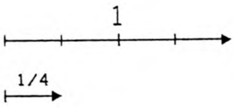


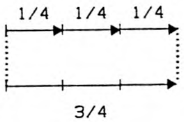


Ainsi $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

De même, $3 \times \frac{1}{4}$, c'est $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$:

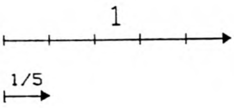
$$3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

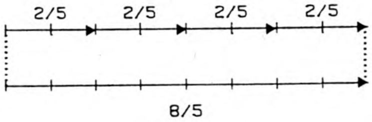




Recopie et complète. Tu pourras t'aider des dessins ci-dessous.

$$4 \times \frac{2}{5} = \frac{\dots}{\dots}.$$





Calcule $5 \times \frac{3}{6}$ *et* $6 \times \frac{4}{7}$.

2. Tu vois que c'est très simple. Pour multiplier une fraction par un nombre, on multiplie le numérateur de la fraction par ce nombre.

Si a, c et d désignent des entiers ($d \neq 0$),

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$$

3. Hier et aujourd'hui.

Tu te souviens qu'hier, pour appliquer à un nombre l'opérateur $\boxed{\times \frac{2}{3}}$, on multipliait ce nombre par 2, puis on divisait par 3 :

$$6 \times \frac{2}{3} = (2 \times 6) : 3.$$

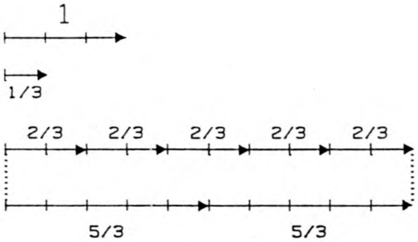
Aujourd'hui, pour multiplier une fraction par 6, on multiplie le numérateur de la fraction par 6 :

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{6 \times 2}{3}.$$

Que tu utilises l'un ou l'autre de ces deux procédés, le résultat est le même.

Tu te souviens aussi que pour appliquer l'opérateur $\boxed{\times \frac{2}{3}}$, on pouvait commencer indifféremment

- par la multiplication par 2,
- par la division par 3.



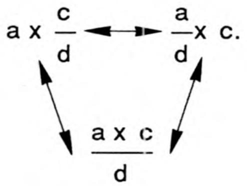
Aujourd'hui encore on peut faire la même remarque.

Regarde par exemple les illustrations ci-contre de

$$5 \times \frac{2}{3} \textit{ et } \frac{5}{3} \times 2.$$

C'est la même chose : $5 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \times 2.$

On désigne par a, c et d des entiers ($d \neq 0$).



Exercice.

Donne une écriture irréductible des nombres suivants.

$7 \times \frac{9}{63}$; $7 \times \frac{1}{7}$; $8 \times \frac{9}{36}$; $8 \times \frac{3}{12}$; $8 \times \frac{1}{4}$; $5 \times \frac{32}{4}$;

$7 \times \frac{11}{26}$; $39 \times \frac{1}{3}$; $39 \times \frac{13}{39}$; $104 \times \frac{5}{40}$; $104 \times \frac{1}{8}$.

4. Remarque.

Que peux-tu dire des fractions $\frac{9}{36}$, $\frac{3}{12}$ *et* $\frac{1}{4}$ *?*

Multiplie ces fractions par 8. *Trouves-tu le même nombre ?*

Il faut l'espérer ! Ceci est général et s'explique très bien : cette multiplication n'est rien d'autre qu'une addition déguisée. Alors, comme pour l'addition, le résultat ne dépend pas de la fraction choisie, mais seulement du nombre qu'elle représente.

De même les entiers peuvent s'écrire comme des fractions. Par exemple $3 = \frac{6}{2}$.

Il y a longtemps que tu as appris à multiplier les entiers, et que tu sais que

$$5 \times 3 = 15.$$

Il serait bien gênant que $5 \times \frac{6}{2}$ ne soit pas égal à 15.

Calcule $5 \times \frac{6}{2}$.

Compare $5 \times \frac{32}{4}$ *et* 5×8.

Exercice.

Calcule 7×3 *et* $7 \times \frac{15}{5}$; $91 \times \frac{9}{21}$ *et* $91 \times \frac{3}{7}$;

$126 \times \frac{7}{14}$ *et* $126 \times \frac{1}{2}$; $5 \times \frac{4}{11}$ *et* $5 \times \frac{28}{77}$; $10 \times \frac{51}{9}$ *et* $10 \times \frac{17}{3}$.

5. Et la distributivité ?

Voici deux programmes de calcul :

$$6 \times (\frac{5}{3} + \frac{4}{3}) \quad \text{et} \quad (6 \times \frac{5}{3}) + (6 \times \frac{4}{3}) .$$

Nous aimerions qu'avant tout calcul tu prennes parti pour l'une ou l'autre de ces deux opinions.

Ça m'étonnerait qu'on trouve pareil.
Je suis sûr(e) que c'est pareil.

Ensuite, tu effectues les deux calculs. T'étais-tu trompé(e) dans ta prévision ?

On peut facilement prouver que c'est le même nombre, en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition dans $\mathbb{N}$. Regarde

$$6 \times (\frac{5}{3} + \frac{4}{3}) = 6 \times (\frac{5+4}{3}) = \frac{6 \times (5+4)}{3} = \frac{(6 \times 5) + (6 \times 4)}{3}$$

$$= \frac{6 \times 5}{3} + \frac{6 \times 4}{3} = (6 \times \frac{5}{3}) + (6 \times \frac{4}{3}).$$

A toi de justifier chacune des cinq égalités en lui attribuant la bonne raison, qui est à choisir parmi ces trois :

c'est ainsi qu'on ajoute des fractions,
c'est ainsi qu'on multiplie une fraction par un nombre,
c'est parce que la multiplication est distributive sur l'addition dans $\mathbb{N}$.

Au lieu de 6, 5, 4 et 3, on aurait pu utiliser des entiers positifs quelconques k, a, b et c ($c \neq 0$) :

$$k \times (\frac{a}{c} + \frac{b}{c}) = (k \times \frac{a}{c}) + (k \times \frac{b}{c}).$$

Voici encore deux programmes de calcul $(12 \times \frac{5}{7}) + (9 \times \frac{5}{7})$ et $(12 + 9) \times \frac{5}{7}$.

Penses-tu qu'ils te conduiront au même résulat ? Vérifie-le.

On pourrait facilement vérifier que quels que soient les entiers positifs k, l, a et b ($b \neq 0$) :

$$(k + l) \times \frac{a}{b} = (k \times \frac{a}{b}) + (l \times \frac{a}{b}).$$

Exercices.

1. *Calcule* $(15 - 5) \times \frac{4}{6}$ *et* $(15 \times \frac{4}{6}) - (5 \times \frac{4}{6})$.

Calcule $10 \times (\frac{16}{11} - \frac{5}{11})$ *et* $(10 \times \frac{16}{11}) - (10 \times \frac{5}{11})$.

2. *Calcule de la façon qui te paraît la plus simple.*

$(333 - 66) \times \frac{1}{3}$; $(89 \times \frac{37}{15}) + (61 \times \frac{37}{15})$; $(88 + 66) \times \frac{5}{11}$;

$(127 \times \frac{8}{21}) - (43 \times \frac{8}{21})$; $6 \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$; $7 \times (2 + \frac{1}{7})$;

$(67 \times \frac{13}{18}) + (67 \times \frac{5}{18})$; $(103 \times \frac{211}{4}) - (103 \times \frac{199}{4})$.

exercices

285 *Calcule. (Si le résultat n'est pas entier, tu en donnes l'écriture fractionnaire irréductible).*

$3 \times \frac{4}{6}$; $6 \times \frac{3}{4}$; $4 \times \frac{6}{3}$;

$14 \times \frac{154}{84}$; $84 \times \frac{14}{154}$; $154 \times \frac{84}{14}$.

286 *Calcule de la façon qui te semble la plus simple.*

$6 \times (\frac{15}{6} - 2)$; $(19 \times \frac{100}{7}) - (19 \times \frac{9}{7})$; $5 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{15})$;

$11 \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{66})$; $76 \times (\frac{1}{4} - \frac{1}{19})$; $100 \times (9 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100})$;

$10\,000 \times (1 + \frac{1}{100} + \frac{1}{10\,000})$; $(\frac{700}{101} \times 143) + (\frac{7}{101} \times 143)$.

287 *Trouve l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$8 \times \frac{9}{64}$; $7 \times \frac{11}{63}$; $6 \times \frac{15}{36}$; $11 \times \frac{20}{88}$;

$9 \times \frac{12}{72}$; $5 \times \frac{18}{75}$; $13 \times \frac{16}{59}$; $7 \times \frac{39}{91}$.

288 *Calcule.* $3 \times \frac{37}{11}$.

Déduis-en sans trop de peine.

$3 \times \frac{74}{222}$; $3 \times \frac{148}{444}$; $3 \times \frac{259}{777}$; $3 \times \frac{370}{1110}$;

$3 \times \frac{407}{1221}$; $3 \times \frac{999}{2997}$; $3 \times \frac{1221}{3663}$.

289 *Calcule sans peine.*

$(60 \times \frac{2}{9}) + (3 \times \frac{2}{9})$; $(38 \times \frac{1}{7}) - (10 \times \frac{1}{7})$;

$(50 \times \frac{79}{77}) + (49 \times \frac{79}{77}) - (88 \times \frac{79}{77})$;

$(1968 \times \frac{5}{17}) - (1\,000 \times \frac{5}{17}) - (900 \times \frac{5}{17})$.

Quand tu as deux soustractions à la suite, tu les effectues de gauche à droite.

290 *Calcule.*

$(4 \times \frac{3}{7}) - (4 \times \frac{3}{7})$; $(4 - 4) \times \frac{3}{7}$; $0 \times \frac{3}{7}$;

$0 \times \frac{1\,036}{782}$; $4 \times (\frac{3}{7} - \frac{3}{7})$; $4 \times \frac{0}{7}$; $365 \times \frac{0}{1\,111}$.

multiplication des fractions 31

I MULTIPLICATION

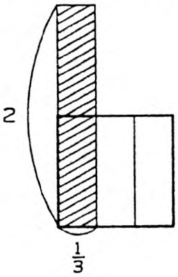
Nous utiliserons à plusieurs reprises un carré unité : son côté sera l'unité de mesure des longueurs, et lui-même sera l'unité de mesure des surfaces.

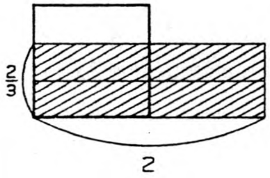
1. Tu sais déjà calculer $2 \times \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{3} \times 2$.

Regarde comment on peut illustrer ceci avec des surfaces.

On a hachuré $\frac{2}{3}$ du carré :

$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

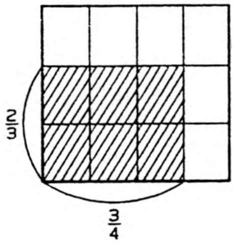




On a hachuré $\frac{4}{3}$ du carré :

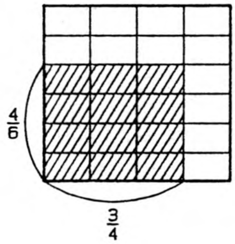
$\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$.

2. Pour donner un sens à $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ ou à $\frac{4}{6} \times \frac{3}{4}$, on fera des dessins analogues.



Quelle fraction du carré avons-nous hachurée?

Nous écrirons que $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$.

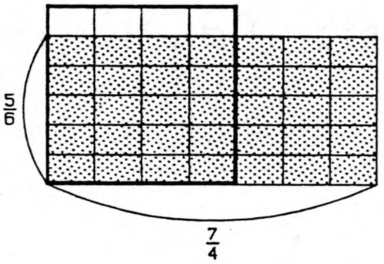


Quelle fraction du carré avons-nous hachurée ?

Recopie et complète $\frac{4}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots}$.

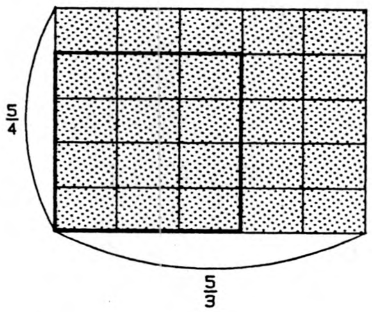
Voici deux autres situations analogues.

En t'aidant des dessins, recopie et complète.



$$\frac{5}{6} \times \frac{7}{4} = \dots \; ;$$

$$\frac{5}{4} \times \frac{5}{3} = \dots \; .$$



3. Exercice.

Fais un dessin qui explique pourquoi $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{18}{15}$.

4. Nous avons décidé d'écrire que

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \; ; \; \frac{4}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{24} \; ; \; \frac{5}{6} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{24} \; ; \; \frac{5}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{12}.$$

Tu as certainement remarqué que $2 \times 4 = 8$ et $3 \times 5 = 15$.

Peux-tu faire une remarque analogue pour chacune des autres égalités ?

Et bien voilà, ce n'est pas plus compliqué que cela, de multiplier deux fractions : on multiplie les numérateurs entre eux, et on multiplie les dénominateurs entre eux.

Si a, b, c et d sont des entiers ($b \neq 0, d \neq 0$), $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.

Exercices.

Calcule les nombres suivants.

$$\frac{2}{5} \times \frac{7}{3} \; ; \; \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} \; ; \; \frac{13}{5} \times \frac{2}{3} \; ; \; 3 \times \frac{2}{5} \; ; \; \frac{1}{10} \times 5 \; ; \; 1 \times \frac{2}{3} \; ; \; \frac{43}{17} \times 1.$$

Montre que les nombres suivants sont des entiers.

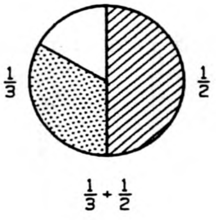
$$4 \times \frac{5}{4} \; ; \; 5 \times \frac{2}{5} \; ; \; 3 \times \frac{1}{3} \; ; \; \frac{1}{6} \times 6 \; ; \; 57 \times \frac{1}{57} \; ; \; \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \; ; \; \frac{37}{5} \times \frac{5}{37} \; ; \; \frac{14}{3} \times \frac{9}{7}.$$

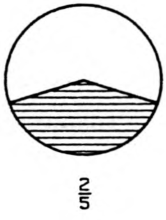
5. Remarques.

La multiplication des fractions est excessivement simple. A tel point que les autres opérations en sont jalouses !

Regarde l'addition, par exemple.

Penses-tu que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$?





Soit a, c et d des entiers tels que $d \neq 0$.

Tu sais que $a = \frac{a}{1}$. Donc $a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{1 \times d} = \frac{a \times c}{d}$.

On retrouve le résultat déjà connu :

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}.$$

6. Multiplication des fractions ou multiplication des nombres.

On peut se demander si le résultat de la multiplication dépend des fractions ou bien ne dépend que des nombres.

Tu peux déjà jeter un coup d'œil aux deux dessins illustrant $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ et $\frac{4}{6} \times \frac{3}{4}$.

Les deux surfaces hachurées ne sont-elles pas superposables ?

Les deux fractions obtenues ne représentent-elles pas le même nombre ?

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{24}$$

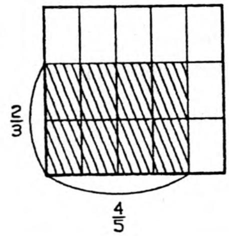
Examinons les produits

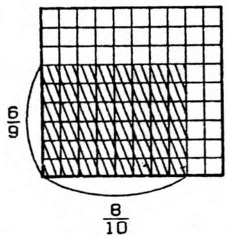
$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \text{ et } \frac{6}{9} \times \frac{8}{10}.$$

Il n'y aurait rien d'étonnant à ce qu'ils désignent le même nombre, car

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \text{ et } \frac{4}{5} = \frac{8}{10}.$$

Est-ce le même nombre ou non ?





II PROPRIETES

Quand on multiplie deux fractions, on multiplie quatre entiers deux par deux. Il n'y aurait donc rien d'étonnant à ce que les propriétés de la multiplication dans $\mathbb{N}$ s'étendent à la multiplication des fractions.

1. Commutativité.

Vérifie que $\frac{9}{2} \times \frac{3}{16} = \frac{3}{16} \times \frac{9}{2}$.

Ce n'est pas très surprenant puisque $9 \times 3 = 3 \times 9$ et $2 \times 16 = 16 \times 2$.

Tu comprends que la multiplication des fractions est commutative.

2. Associativité.

De même l'addition des fractions est associative.

Par exemple, $(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}) \times \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times (\frac{1}{2} \times \frac{3}{4})$.

En effet tu comprends que la multiplication des fractions est associative :

$$(2 \times 1) \times 3 = 2 \times (1 \times 3) \quad \text{et} \quad (3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4).$$

Puisque la multiplication est associative on écrit, le plus souvent, les produits de plusieurs fractions sans parenthèses. Par exemple, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$.

Calcule $\frac{3}{11} \times \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$; $\frac{4}{3} \times \frac{3}{8} \times 2$; $\frac{7}{6} \times \frac{5}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{6}{5}$.

3. Elément neutre.

Soit b et c des entiers ($c \neq 0$).

Calcule $1 \times \frac{b}{c}$;

Ainsi 1 est l'élément neutre pour la multiplication des fractions.

4. Passons à la pratique.

Calculons $\frac{21}{32} \times \frac{8}{7}$.

Nous pourrions calculer les produits 21 x 8 et 32 x 7. Mais ce n'est pas nécessaire. Voici en effet comment on peut procéder.

$$\frac{21}{32} \times \frac{8}{7} = \frac{\overset{3}{21} \times \overset{1}{8}}{\underset{4}{32} \times \underset{1}{7}},$$

$$= \frac{3 \times 1}{4 \times 1},$$

$$= \frac{3}{4}.$$

On a remarqué que 21 et 7 sont divisibles par 7. On a divisé numérateur et dénominateur par 7. Une remarque analogue sur 8 et 32 nous a permis de diviser numérateur et dénominateur par 8. Nous avons obtenu une écriture irréductible du produit.

Voici deux autres exemples.

$$\frac{13}{28} \times \frac{14}{9} = \frac{13 \times \overset{1}{14}}{\underset{2}{28} \times 9},$$

$$= \frac{13 \times 1}{2 \times 9},$$

$$= \frac{13}{18}.$$

$$\frac{25}{6} \times \frac{9}{35} = \frac{\overset{5}{\cancel{25}} \times \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{6}} \times \underset{7}{\cancel{35}}},$$

$$= \frac{5 \times 3}{2 \times 7},$$

$$= \frac{15}{14}.$$

Calcule $\dfrac{3}{5} \times \dfrac{13}{3}$; $\dfrac{7}{5} \times \dfrac{1}{7}$; $\dfrac{12}{5} \times \dfrac{25}{9}$; $\dfrac{14}{15} \times \dfrac{10}{21}$; $\dfrac{37}{5} \times \dfrac{5}{37}$.

Nous allons calculer un produit de quatre nombres.

$$\frac{9}{4} \times \frac{7}{10} \times \frac{16}{21} \times 15 = \frac{9 \times \overset{1}{7} \times \overset{4}{16} \times \overset{3}{15}}{\underset{1}{4} \times \underset{2}{10} \times \underset{3}{21}},$$

$$= \frac{9 \times 4 \times 3}{2 \times 3}.$$

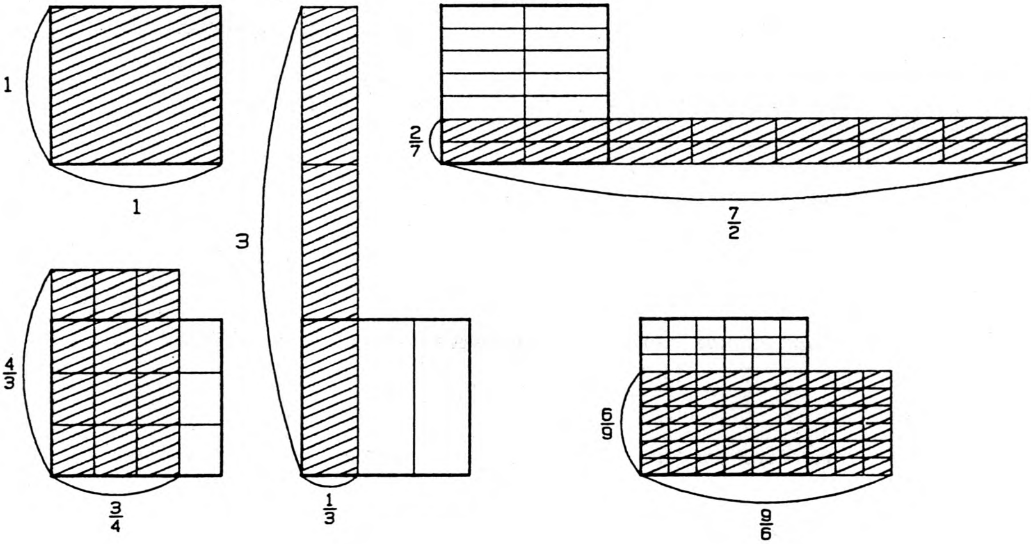
Termine maintenant ce calcul en remarquant que des simplifications sont encore possibles.

Calcule de même $\dfrac{4}{11} \times \dfrac{22}{3} \times \dfrac{18}{5} \times \dfrac{1}{8}$ et $\dfrac{10}{3} \times \dfrac{7}{15} \times \dfrac{9}{2} \times \dfrac{1}{7}$.

5. Inverse.

5.1 mur, murette.

Voyons voir si tu as le coup d'œil. Il s'agit de classer les surfaces hachurées ci-dessous de la plus petite aire à la plus grande aire.



Calcule $\dfrac{4}{3} \times \dfrac{3}{4}$; $3 \times \dfrac{1}{3}$; $\dfrac{2}{7} \times \dfrac{7}{2}$; $\dfrac{6}{9} \times \dfrac{9}{6}$.

5.2 Il y a longtemps que tu connais le nombre qu'il faut mettre dans la boîte suivante pour rendre l'égalité suivante vraie :

$$2 \times \square = 1.$$

C'est le décimal 0,5. On dit que c'est l'inverse de 2 et c'est sans doute pourquoi on le note $\frac{1}{2}$.

Ce que tu as fait ci-dessus te montre que l'inverse de $\frac{4}{3}$ est $\frac{3}{4}$ et que l'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$.

Tu sais que $3 \times \frac{1}{3} = 1$ et aussi que $\frac{1}{3} \times 3 = 1$.

Donc 3 est l'inverse de $\frac{1}{3}$.

Autrement dit, ils forment une paire où chacun est l'inverse de l'autre.

$3 \xrightarrow{\text{est l'inverse de}} \frac{1}{3}$

$3 \xleftarrow{\text{est l'inverse de}} \frac{1}{3}$

C'est comme les opposés.

$12 \xrightarrow{\text{est l'opposé de}} -12$

$12 \xleftarrow{\text{est l'opposé de}} -12$

Quel est l'inverse de $\frac{2}{7}$ *? De* $\frac{6}{9}$ *? De* $\frac{37}{5}$ *? De* 0,4 *?*

Recopie et complète. $\frac{1}{(\frac{2}{7})} = \dots$; $\frac{1}{(\frac{6}{9})} = \dots$; $\frac{1}{(\frac{37}{5})} = \dots$; $\frac{1}{(\frac{1}{12})} = \dots$.

5.3 Exercices.

Donne une écriture fractionnaire des inverses des nombres suivants.

$\frac{7}{9}$; $\frac{1231}{745}$; 7 ; 1986 ; 7,2 ; 1 ; $\frac{1}{12}$.

Recopie et complète le tableau suivant avec des fractions ou des entiers.

Nombre x	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{5}$	0,2	$\frac{99}{100}$	11	$\frac{1}{1000}$
Inverse du nombre x $(\frac{1}{x})$						
Inverse du nombre $\frac{1}{x}$						

Soit a et b deux entiers non nuls.

Quel est l'inverse de $\frac{a}{b}$ *?*

5.4 Quel est le seul nombre qui n'a pas d'inverse et qui n'en aura jamais ?

Ou si tu préfères : peut-on trouver un nombre qui rendra vraie l'égalité

$$0 \times \square = 1 \ ?$$

On peut prouver, à peu de frais, qu'il n'y a pas de solution : en effet si un nombre a pouvait être mis dans cette boîte, il serait tel que $0 \times a = 1$.

Mais d'autre part $0 \times a = 0$.

Alors comme le produit $0 \times a$ ne peut pas être égal à la fois à 0 et à 1, on peut abandonner la recherche.

6. Et la distributivité ?

Calcule $\frac{4}{3} \times (\frac{3}{4} + \frac{5}{4})$ *et* $(\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}) + (\frac{4}{3} \times \frac{5}{4})$.

Tu as certainement trouvé le même résultat :

$$\frac{4}{3} \times (\frac{3}{4} + \frac{5}{4}) = (\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}) + (\frac{4}{3} \times \frac{5}{4}).$$

On obtiendrait une égalité en remplaçant $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{4}$ par n'importe quelles fractions.

Exercices.

1. *Recopie et complète.*

$\frac{4}{16} \times (\frac{11}{9} + \frac{15}{9}) = (\ldots \times \frac{11}{9}) + (\ldots \times \frac{15}{9})$; $\frac{3}{4} + (\frac{3}{4} \times \frac{2}{7}) = \frac{3}{4} \times (\ldots + \frac{2}{7})$;

$(\frac{974}{1000} \times \frac{1000}{1164}) + (\frac{974}{1000} \times \frac{164}{1164}) = \ldots \times (\frac{1000}{1164} + \frac{164}{1164})$.

2. *Calcule.*

$\frac{20}{3} \times (\frac{3}{4} + \frac{6}{5})$; $(\frac{15}{17} \times \frac{5}{18}) + (\frac{15}{17} \times \frac{13}{18})$;

$(\frac{13}{11} \times \frac{7}{15}) + (\frac{13}{11} \times \frac{8}{15}) + \frac{13}{11}$; $(\frac{12}{7} \times \frac{6}{19}) + (\frac{12}{7} \times \frac{44}{19}) + (\frac{12}{7} \times \frac{7}{19})$;

$\frac{36}{99} \times (\frac{100}{48} - \frac{1}{48})$; $(\frac{36}{99} \times \frac{100}{48}) - (\frac{36}{99} \times \frac{1}{48})$.

exercices pages 164 et 184

291 *Calcule*

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$; $\frac{4}{9} \times \frac{7}{8}$; $\frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$; $\frac{1}{11} \times 11$; $\frac{3}{8} \times 2$.

Montre que les nombres suivants sont des entiers :

$\frac{2}{3} \times 3$; $\frac{4}{9} \times 18$; $\frac{4}{5} \times \frac{15}{2}$; $14 \times \frac{3}{7}$; $\frac{11}{15} \times \frac{30}{11}$.

292 *Calcule*

$\frac{2}{3} \times \frac{6}{4} \times \frac{1}{5}$; $\frac{3}{2} \times \frac{7}{3} \times \frac{5}{9}$; $\frac{6}{11} \times \frac{5}{8} \times 1 \times 22$.

293 *Calcule*

$\frac{7}{9} \times \frac{3}{4}$; $\frac{2}{3} \times \frac{7}{11}$; $\frac{6}{5} \times \frac{1}{7}$; $\frac{4}{3} \times \frac{8}{9}$; $\frac{5}{3} \times \frac{8}{11}$.

294 *Pourquoi* $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ *et* $\frac{6}{9} = \frac{8}{12}$?

Compare $\frac{2}{7} \times \frac{6}{9}$ *et* $\frac{6}{21} \times \frac{8}{12}$.

295 Voici un premier ensemble de fraction. $\frac{4}{6}$; $\frac{10}{15}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{20}{30}$; $\frac{24}{36}$

Vérifie que toutes ces fractions représentent le même nombre. Quelle est l'écriture fractionnaire irréductible de ce nombre ?

Voici un deuxième ensemble de fractions.

$\frac{9}{6}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{24}{16}$; $\frac{33}{22}$; $\frac{36}{24}$

Fais le même travail que ci-dessus.

Que peux-tu dire des deux nombres représentés par ces fractions ?

Calcule les produits suivants :

$\frac{4}{6} \times \frac{9}{6}$; $\frac{10}{15} \times \frac{24}{16}$; $\frac{12}{18} \times \frac{12}{8}$; $\frac{20}{30} \times \frac{33}{22}$;

$\frac{24}{36} \times \frac{36}{24}$; $\frac{4}{6} \times \frac{24}{16}$; $\frac{10}{15} \times \frac{9}{6}$.

296 *Dessine un repère de 15 sur 15 sur une feuille de papier quadrillé.*

Marque en bleu le point qui représente la fraction $\frac{3}{7}$ *(abscisse 7, ordonnée 3), en rouge le point qui représente son inverse* $\frac{7}{3}$.

Les deux points sont symétriques par rapport à une droite.

Laquelle ?

Trace en bleu la droite $OM_{3/7}$ *et en rouge la droite* $OM_{7/3}$.

De même, marque

- en bleu les points représentant

$\frac{10}{10}$, 12, $\frac{4}{2}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{13}{3}$

et les droites qui les joignent au point O,

- en rouge les points représentant leurs inverses et les droites correspondantes.

Utilise ton graphique pour

- ranger du plus petit au plus grand les nombres $\frac{3}{7}$, $\frac{10}{10}$, 12, $\frac{4}{2}$, $\frac{8}{11}$;

- ranger du plus petit au plus grand les inverses de ces nombres.

Qu'observes-tu ?

297 *Calcule de la façon qui te paraît la plus commode les produits suivants :*

$\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times 8$; $\frac{12}{2} \times \frac{3}{18} \times 6$; $18 \times \frac{1}{72} \times 4$;

$\frac{14}{42} \times \frac{63}{84} \times \frac{55}{66}$; $\frac{16}{3} \times \frac{9}{38} \times \frac{19}{2} \times \frac{1}{12}$.

298 *Donne deux écritures différentes de l'inverse de* $\frac{3}{7}$, *de* $\frac{5}{11}$, *de* $\frac{1}{13}$.

299 *Recopie et complète le tableau suivant.*

nombre a	5	3/4	5/7	3
nombre b	2	2/5	9/2	4/11
produit de a par b				
inverse du produit de a par b				
inverse de a				
inverse de b				
produits des inverses de a et b				

Que remarques-tu ?

autres exercices page 184

vitesse et débit 32

I TABLEAUX DE PROPORTIONNALITE

1. Ernest se fait emmener en automobile à Fépacho, ville qui est située à 320 km de chez lui. La voiture garde pratiquement toujours la même allure. Ernest a parcouru 120 km en une heure et demie, c'est-à-dire 1,5 h.

Recopie et complète le tableau de proportionnalité.

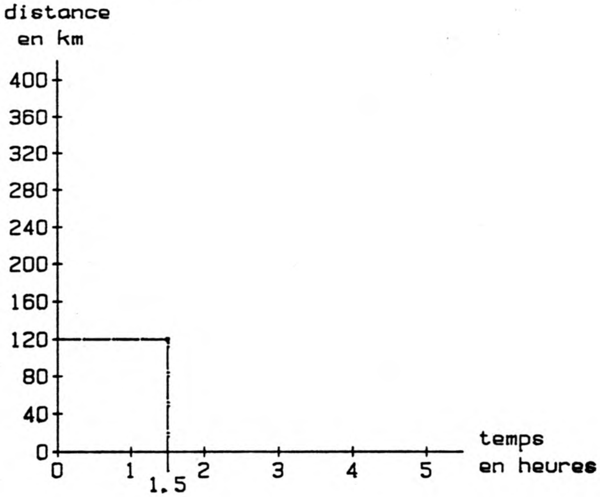
durée du trajet en h	1,5	3	1		2,5
distance parcourue en km	120			320	

x ...

Les distances sont indiquées en kilomètres.
Les durées sont indiquées en heures.
L'opérateur que tu as trouvé est 80.

Nous disons que la VITESSE est 80 kilomètres à l'heure, ce qui s'écrit 80 km/h.

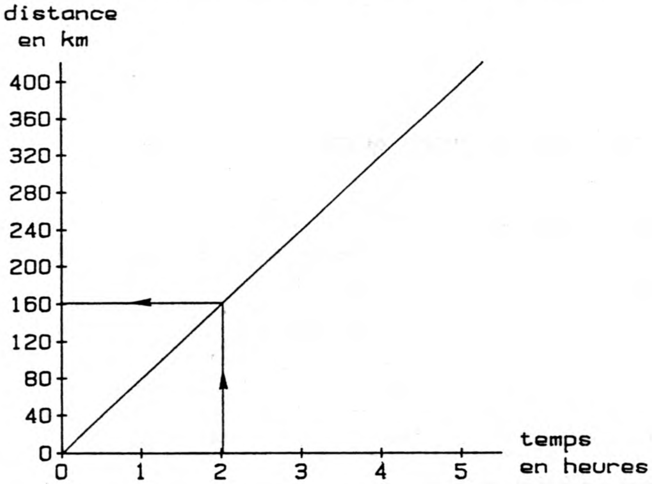
Reproduis le dessin ci-dessous : tu prendras 1 cm *ou* 1 *carreau pour* 40 km *sur la droite des distances ; tu prendras* 2 cm *ou* 2 *carreaux pour* 1 h *sur la droite des temps.*



Nous avons placé le point de coordonnées (1,5 ; 120) qui correspond à la première colonne du tableau de proportionnalité.

Fais comme nous, et place les points qui correspondent aux colonnes du tableau.

Que remarques-tu ? Regarde ce dessin ; pars de 2 *et suis les flèches.*



Ce dessin nous permet de trouver sans faire de calcul la distance parcourue en 2 h : c'est 160 km.

De la même façon utilise ton dessin pour trouver :

- la distance parcourue en 3,5 h *;*

- le temps nécessaire pour parcourir 360 km.

2. Le père d'Ernest veut remplir une cuve de 400 litres avec un tuyau branché sur le robinet ; en 2 minutes il a rempli 80 litres.

Recopie et complète le tableau de proportionnalité.

durée du remplissage en mn	2	1	5		7,5
volume rempli en l	80			340	

$\times \ldots$

Les volumes sont indiqués en litres.

Les durées sont indiquées en minutes.

L'opérateur que tu as trouvé est 40.

Nous disons que le DEBIT est 40 litres par minute, ce qui s'écrit 40 l/mn.

Fais un graphique comme au paragraphe précédent.

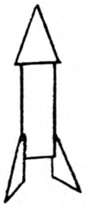
Tu pourras prendre 1 cm *ou* 1 *carreau pour* 1 *minute sur la droite des temps ;* 1 *cm ou un carreau pour* 40 *litres sur la droite des volumes.*

A l'aide du graphique, détermine le temps mis pour mettre 120 *litres dans la cuve.*

II PLUSIEURS VITESSES

1. Différentes unités.

Avant d'être mis sur orbite, un satellite doit être propulsé à la vitesse de 8 km/s. Ce qui signifie qu'en une seconde il doit parcourir 8 kilomètres.



Calcule la distance en kilomètres parcourue à cette vitesse en 1 mn.

Ecris la vitesse du satellite en km/mn.

Calcule la distance en kilomètres parcourue à cette vitesse en 1 h.

Ecris la vitesse du satellite en km/h.

Trouve maintenant la vitesse en m/s.

2. Le disque tourne.

Sur un disque il est écrit : 45 tours. Cela signifie 45 tours par minute.

Combien de tours fait-il en une seconde ?

Combien de tours fait-il en un quart d'heure ?

3. A toute vitesse.

Dans une poterie, une céramiste expérimentée colle 240 queues de tasse à l'heure.

Combien de queues de tasse colle-t-elle en une journée de 8 *heures ?*

Combien de queues de tasse colle-t-elle en une semaine de 40 *heures ?*

4. Un gros débit.

Le Rhône a un débit moyen de 2 300 m^3/s dans son cours inférieur. Il y a 1 000 litres dans 1 m^3.

Calcule le nombre de litres qui s'écoulent en une seconde. En une minute.

exercices

300 Une baignoire contient 135 litres d'eau ; elle est remplie en 9 mn.
Quel est le débit du robinet ?

301 Ernest a parcouru 35 km à bicyclette en 2,5 heures.
Quelle a été sa vitesse moyenne ?

302 Pour dépanner une machine, un spécialiste a travaillé de 13 h 45 mn à 18 h 15 mn.
Quelle sera la dépense si le tarif horaire est de 78,00 F *et si les frais de déplacement sont facturés* 65,00 F ?

autres exercices page 168

303 Une dactylo tape 30 mots à la minute.
Combien de mots tape-t-elle en une demi-heure ?
Combien de mots tape-t-elle en 10 *secondes ?*
En combien de temps tapera-t-elle un article de 405 *mots ?*

304 Pour aller de Fépacho à Féphroy en train, un voyageur a mis 2 h 27 mn.
Combien de temps met-il avec un avion qui va trois fois plus vite ?
Combien de temps met-il avec une voiture qui va deux fois moins vite ?
Et en bateau qui va 5 *fois moins vite ?*

305 Sur un catalogue, on voit dans les caractéristiques d'une perceuse : 3000 tours-minute.
Explique ce que cela signifie.
Combien de tours cette perceuse fait-elle en une seconde ?
Combien de tours fait-elle en une demi-heure ?

306 Zoé a parcouru 15,2 km à bicyclette en 1 heure 16 minutes.
Quelle est la durée de parcours en mn *?*
Quelle est la vitesse moyenne en km/mn
Quelle est la vitesse moyenne en km/h *?*

307 Zéphirin a entendu le tonnerre 12 secondes après avoir vu l'éclair. On admet que Zéphirin voit l'éclair au moment où il se produit et on sait que la vitesse du son est 340 m/s.
A quelle distance est tombée la foudre ?

308 Un automobiliste a voyagé pendant 3 heures et demi à une vitesse moyenne de 75 km/h.
Quelle distance a-t-il parcourue ?

309 Un automobiliste a voyagé pendant 2 h 55 mn à une vitesse moyenne de 75 km/h.
Quelle est le temps du parcours en mn *?*
Quelle distance parcourt-il en une minute?
Quelle distance a-t-il parcourue au total ?

310 Un avion a une autonomie de 2 h 30 mn ; il vole en moyenne à 840 km/h.
Calcule son rayon d'action.
Autonomie : temps pendant lequel l'avion peut voler sans se ravitailler, et donc sans se poser.
Rayon d'action : distance qu'il peut parcourir sans se poser.

311 Le T.G.V. part à 8 h de Lyon ; il roule à une vitesse moyenne de 180 km/h. La distance de Lyon-Paris est environ 486 km.
Quel temps met-il pour effectuer ce trajet ?
A quelle heure arrive-t-il à Paris ?

312 Sur la distance Paris-New-York (5 950 km environ) le Concorde vole à une vitesse moyenne de 1 700 km/h.
Calcule la durée du vol.

313 Un des meilleurs athlètes a couru le 100 mètres en 10 secondes.
Quelle distance parcourrait-il à la même vitesse en une minute ? Et en une heure ?
Quelle est sa vitesse en km/h ?
Bien entendu, tu sais que personne ne peut courir à cette vitesse pendant une heure !

314 Voici des durées : 50 000 h ; 150 000 h ; 500 000 h ; 1 500 000 h
Essaie de trouver laquelle est la plus proche du temps écoulé depuis ta naissance.
Combien d'heures auras-tu vécues à ton 15*ème anniversaire. (Remarque qu'en* 15 *ans, il y a trois années bissextiles de* 366 *jours au lieu de* 365*).*

315 Un employé de chai veut vider une cuve de 7500 l avec une pompe débitant 60 l/mn. La pompe est mise en route à 10 h 40. Lorsque l'employé l'arrête à midi, quelle est la quantité de vin qui reste dans la cuve ? La pompe est remise en route à 14 h. A quelle heure la cuve sera-t-elle vide ?

vitesse et graphiques 33

1. Premier exemple.

Un cycliste roule à une vitesse constante de 20 km/h.

Recopie et complète le tableau suivant.

temps en h	1	2		3,5
distance en km	20		60	

Prends la feuille de manipulation numéro 16 *dessin numéro* 1.

Place sur ton graphique les points qui correspondent aux colonnes du tableau.

Trace la demi-droite d'origine O *qui contient les points.*

Appelle-la Ox.

Sur la droite des distances, marque le point d'ordonnée 45.

Appelle-le G.

Par le point G *trace la parallèle à la droite des temps, elle coupe la demi-droite* Ox *en un point* H.

Par le point H *trace la parallèle à la droite des distances, elle coupe la droite des temps en un point* K.

Quelle est l'abscisse du point K ?

Le nombre que tu viens de trouver indique le temps mis par le cycliste pour parcourir 45 km.

De la même manière, utilise ton graphique pour trouver le temps nécessaire pour parcourir 10 km ; 55 km ; 5 km ; 70 km.

Utilise ton graphique pour trouver la distance parcourue en 45 mn :
en 1 h 15 mn ; *en* 1 h 30 mn ; *en* 3 h 15 mn.

2. Quand le vélo est là, le vélomoteur n'y est plus.

Prends la feuille de manipulation numéro 16 *dessin numéro* 2.

Sur le graphique nous n'avons pas représenté toute la droite des temps.

Nous avons mis un pointillé entre le 0 et le 9 parce qu'il ne s'est rien passé avant 9 h.

La ligne VM de ce graphique représente le déplacement d'un vélomoteur, la ligne C celui d'un cycliste. Ils ont à parcourir le même trajet.

A quelle heure chacun d'eux part-il ?

Quelle distance parcourt le vélomoteur pendant la première heure ?

Il s'arrête au 40ème km. *Comment le vois-tu sur le graphique ?*

A quelle heure repart-il ?

Quelle heure est-il lorsqu'il a parcouru 60 km *?*

A quelle vitesse roule le cycliste ?

Quelle heure est-il lorsqu'il a parcouru 60 km *?*

Quel est son retard sur le vélomoteur au 60ème km *?*

Quel est son retard sur le vélomoteur au 80ème km *?*

3. Où il arrive au lièvre de gagner...

Prends la feuille de manipulation numéro 17 *dessin numéro* 1.

Le graphique représente le déplacement d'un cycliste et celui d'un motocycliste partant tous deux d'un même lieu, sur la même route.

Indique, pour chacun d'eux, son heure de départ et sa vitesse.

Quelle distance le cycliste a-t-il parcourue au moment où le motocycliste part ?

A quelle heure le motocycliste dépassera-t-il le cycliste ?

A quelle distance du point de départ ?

4. A la croisée des voies.

Prends ta feuille de manipulation numéro 17 *dessin numéro* 2.

Le graphique représente le déplacement de deux trains :

. un rapide qui va d'Aix les Bains à Langogne ;
. un omnibus qui va de Langogne à Aix les Bains.

Les deux trains partent en même temps.

Utilise ce graphique pour trouver :

la distance Aix les Bains-Langogne ;
l'heure de départ des deux trains ;
l'heure d'arrivée du rapide à Langogne, l'heure d'arrivée de l'omnibus à Aix-les-Bains ;
la durée du trajet Aix les Bains-Langogne en omnibus et en rapide ;
à quelle heure les deux trains se croisent ;
à quelle distance d'Aix les Bains, de Langogne ils sont quand ils se croisent ;
à quelle distance d'Aix les Bains se trouve l'omnibus quand le rapide arrive à Langogne.

exercice page 200

la division à travers les âges 34

I HIER

1. Au début, la division était sans doute pour toi une multiplication à trou :

$$9 \times \ldots = 54.$$

Le nombre manquant, qui est 6, est le QUOTIENT de 54 par 9, et on l'écrit 54 : 9. L'an dernier, on t'a dit que ce quotient pouvait aussi s'écrire $\frac{54}{9}$.

Calcule $54 \times \frac{1}{9}$.

Tu vois que diviser 54 par 9 revient à multiplier 54 par $\frac{1}{9}$.

2. Mais, très vite, tu as vu que ça ne tournait pas toujours bien rond.

Par exemple on ne peut pas mettre un nombre entier ou décimal dans la boîte □ pour que l'égalité suivante soit vraie :

$$3 \times \square = 2.$$

Nous t'avons dit que le quotient de 2 par 3 existait et se notait $\frac{2}{3}$:

$$2 : 3 = \frac{2}{3}$$

Aujourd'hui, tu comprends mieux pourquoi. En effet : $3 \times \frac{2}{3} = 2$.

Compare $2 : 3$ *et* $2 \times \frac{1}{3}$.

Tu vois que diviser 2 par 3, c'est multiplier 2 par $\frac{1}{3}$.

II AUJOURD'HUI

On peut donc dire que l'ensemble des nombres qui peuvent s'écrire sous forme de fractions représente un progrès capital. Avec ces nouveaux nombres, tout problème du type

$$a \times \square = b$$

où a est un entier non nul et b un entier, a une solution : c'est le nombre $\frac{b}{a}$.

1. Etudions maintenant le problème de la multiplication à trou dans l'ensemble des nombres qui s'écrivent à l'aide de fractions.

Par exemple, étudions le problème

$$\frac{3}{4} \times \ldots = \frac{7}{5}.$$

Si ce problème a une solution, nous dirons que c'est le quotient de $\frac{7}{5}$ par $\frac{3}{4}$.

nous l'écrirons $\frac{7}{5} : \frac{3}{4}$, ou encore $\dfrac{(\frac{7}{5})}{(\frac{3}{4})}$.

On peut se demander si ce quotient n'est pas, par hasard, le produit de $\frac{7}{5}$ par l'inverse de $\frac{3}{4}$, c'est-à-dire $\frac{7}{5} \times \frac{3}{4}$.

Essayons.

Calcule sous forme irréductible $\frac{3}{4} \times (\frac{7}{5} \times \frac{4}{3})$.

Euréka ! c'est bien le quotient de $\frac{7}{5}$ par $\frac{3}{4}$.

Ce que nous avons fait avec $\frac{7}{5}$ et $\frac{3}{4}$ pourrait se faire avec n'importe quelles fractions.

Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse.

Par exemple, $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$, ou encore, $\dfrac{(\frac{1}{3})}{(\frac{2}{5})} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$.

Termine le calcul de ce quotient qui est devenu un produit.

Termine aussi le calcul de $\frac{7}{5} : \frac{3}{4}$.

2. Remarque.

Ce que nous faisions déjà avec des entiers n'est qu'un cas particulier de ce résultat général puisque par exemple

$54 : 9$ pourrait s'écrire $\frac{54}{1} : \frac{9}{1}$.

De même pour les nombres décimaux qui ont tous des écritures fractionnaires.

Par exemple

$$1,7 : 2,13 = \frac{17}{10} : \frac{213}{100} = \frac{17}{10} \times \frac{100}{213} = \frac{1700}{2130} = \frac{170}{213}.$$

Nous avions d'ailleurs déjà utilisé cette propriété quand nous avons posé la division. Pour faire $1{,}7 \;\underline{|\; 2{,}13}$ nous avons fait $170 \;\underline{|\; 213}$

Exercice.

Ecris sous forme de fraction.

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{5}{6}\right)} : \frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)} \; ; \; 0{,}7 : 2{,}3 \; ; \; \frac{8{,}5}{7{,}1} \; ; \; \frac{5}{1{,}2} \; ; \; \frac{7{,}2}{\left(\frac{3}{7}\right)} \; ; \; \frac{3}{11} : \frac{4}{3}.$$

3. Et zéro ?

Il y a un nombre qui n'est pas comme les autres. C'est zéro : il n'a pas d'inverse ! Donc

Pas question de diviser par zéro.

4. Des images.

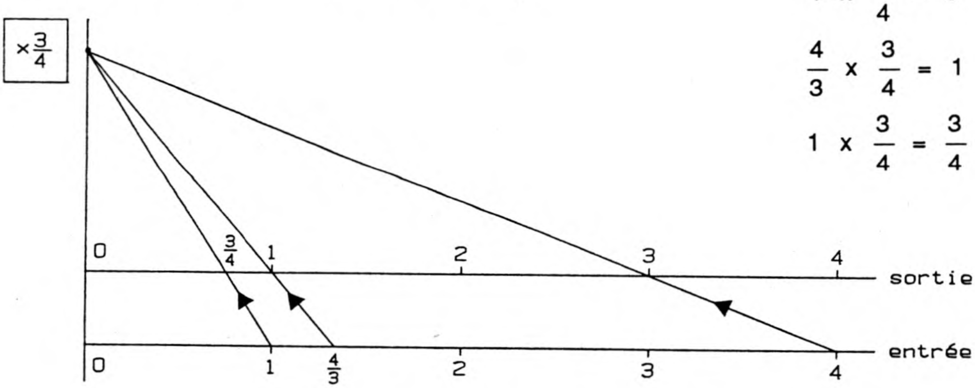
Nous avons l'habitude d'illustrer les opérations avec des dessins. Tu dois donc attendre impatiemment quelques images pour agrémenter cette division.

Voici une première machine, à multiplier par $\frac{3}{4}$.

$$4 \times \frac{3}{4} = 3$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

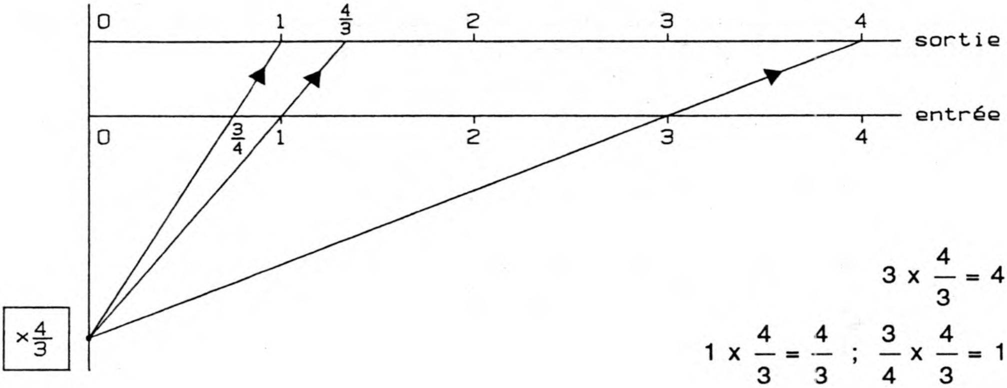
$$1 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$



Si l'on change le sens des flèches, on obtient la machine à diviser par $\frac{3}{4}$.

$$3 : \frac{3}{4} = 4 \quad ; \quad 1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \quad ; \quad \frac{3}{4} : \frac{3}{4} = 1.$$

Voici une autre machine, à multiplier par $\frac{4}{3}$.



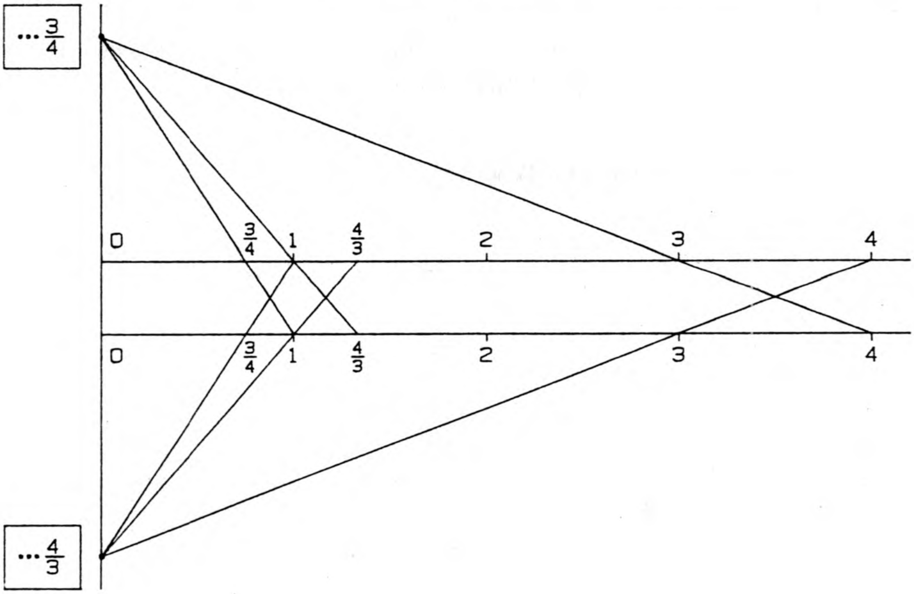
$$3 \times \frac{4}{3} = 4$$

$$1 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad ; \quad \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

Il suffit de changer le sens des flèches pour obtenir la machine à diviser par $\frac{4}{3}$.

$$4 : \frac{4}{3} = 3 \quad ; \quad \frac{4}{3} : \frac{4}{3} = 1 \quad ; \quad 1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}.$$

Et si maintenant on rassemblait les deux machines sur un même dessin ?



Tu vois que la figure a une magnifique droite de symétrie, que diviser par $\frac{4}{3}$ revient à multiplier par $\frac{3}{4}$ et vice-versa, que diviser par $\frac{3}{4}$ revient à multiplier par $\frac{4}{3}$ et vice-versa.

5. Plusieurs écritures d'un quotient.

La propriété essentielle des fractions est rappelée par ces schémas.

$$\frac{12}{15} \underset{\times \frac{2}{3}}{\overset{\times \frac{2}{3}}{=}} \frac{8}{10} \qquad\qquad \frac{1{,}7}{2{,}13} \underset{\times 100}{\overset{\times 100}{=}} \frac{170}{10}$$

Elle nous a permis de changer d'écriture et de dire qu'une fraction est l'écriture d'un nombre.

On peut se demander si on peut faire la même chose pour n'importe quel quotient.

Trouve l'écriture fractionnaire irréductible de $\dfrac{(\frac{3}{7})}{(\frac{4}{7})}$.

Est-il possible que quelqu'un n'ait pas trouvé $\frac{3}{4}$*?*

Calcule $\dfrac{(\frac{4}{5})}{(\frac{4}{7})}$ *et* $\dfrac{(\frac{1}{5})}{(\frac{1}{7})}$.

Tu as certainement trouvé le même nombre.

$$\frac{(\frac{3}{7})}{(\frac{4}{7})} \underset{\times 7}{\overset{\times 7}{=}} \frac{3}{4} \qquad\qquad \frac{(\frac{4}{5})}{(\frac{4}{7})} \underset{:4}{\overset{:4}{=}} \frac{(\frac{1}{5})}{(\frac{1}{7})}$$

Ce qui est vrai pour les opérateurs $\times 7$ et $:4$ est vrai pour l'opérateur $\times \frac{7}{4}$.

$$\frac{(\frac{12}{21})}{(\frac{24}{42})} \underset{\times \frac{7}{4}}{\overset{\times \frac{7}{4}}{=}} \frac{(\frac{12}{21} \times \frac{7}{4})}{(\frac{24}{42} \times \frac{7}{4})}.$$

Donne l'écriture irréductible de $\dfrac{(\frac{12}{21} \times \frac{7}{4})}{(\frac{24}{42} \times \frac{7}{4})}$.

Exercice.

Calcule sous forme irréductible

$$\frac{24}{11} : \frac{18}{33} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{8}{7}\right)}{\left(\frac{11}{7}\right)} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{8}{13}\right)}{\left(\frac{8}{3}\right)} \quad ; \quad \frac{\left(\frac{45}{39} \times \frac{2503}{1287}\right)}{\left(\frac{54}{91} \times \frac{2503}{1287}\right)}.$$

6. De l'utilité des parenthèses.

Calcule $\dfrac{\left(\frac{3}{4}\right)}{5}$ *et* $\dfrac{3}{\left(\frac{4}{5}\right)}$.

Tu n'as certainement pas trouvé le même résultat. Donc les parenthèses sont vraiment nécessaires. Si quelqu'un écrivait $\dfrac{\frac{3}{4}}{5}$, cela n'aurait pas de sens, car on ne saurait pas s'il veut qu'on divise $\frac{3}{4}$ par 5 ou qu'on divise 3 par $\frac{4}{5}$.

7. Propriété de la division.

Calcule $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{10}{1}\right)}$ *et* $\dfrac{\left(\frac{10}{1}\right)}{\left(\frac{2}{1}\right)}$.

Tu n'as sûrement pas trouvé la même chose.

La division des fractions n'est pas commutative.

Ce n'est pas surprenant ; la division avec les entiers ne l'est pas :

$$2 : 10 \neq 10 ; 2.$$

Calcule $\left(\frac{90}{1} : \frac{6}{1}\right) : \frac{3}{1}$ *et* $\frac{90}{1} : \left(\frac{6}{1} : \frac{3}{1}\right)$.

Là encore, tu n'as sûrement pas trouvé la même chose.

La division des fractions n'est pas associative.

Ce n'est pas non plus surprenant ; la division avec les entiers ne l'est pas :

$$(90 : 5) : 3 \neq 90 : (6 : 3).$$

Compare $(2 + \frac{1}{7}) : \frac{3}{7}$ *et* $(2 : \frac{3}{7}) + (\frac{1}{7} : \frac{3}{7})$.

Tu n'es certainement pas surpris non plus de trouver le même résultat, car diviser par $\frac{3}{7}$, c'est multiplier par $\frac{7}{3}$. Et tu sais bien que la multiplication est distributive sur l'addition.

On pourra donc écrire :

$$\frac{(2 + \frac{1}{7})}{(\frac{3}{7})} = \frac{2}{(\frac{3}{7})} + \frac{(\frac{1}{7})}{(\frac{3}{7})}.$$

Compare $42 : (3 + 7)$ *et* $(42 : 3) + (42 : 7)$.

Tu vois que

La division n'est pas distributive sur l'addition.

Exercice.

Recopie et complète le tableau ci-contre avec des fractions.

Que remarques-tu ?

a	b	a : b	b : a
$\frac{12}{10}$	$\frac{3}{4}$		
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$		
7	$\frac{9}{7}$		

III POUR DEMAIN

1. Un conseil.

Range soigneusement ces deux paquets-cadeaux dans deux cases bien différentes de ta mémoire.

addition —— soustraction   multiplication —— division

opposé   inverse

Cela t'évitera bien des confusions telles que les deux suivantes.

" $2 \times y = 3$ donc $y = 3 - 2$ ".

Comment une soustraction pourrait-elle casser, défaire une multiplication ?

Corrige. Recopie et complète.

$2 \times y = 3$ donc $y = \dots$.

" $y + 3 = \frac{17}{4}$ donc $y = \frac{17}{4} \times \frac{1}{3}$ "

Qu'est ce que l'inverse de 3 peut bien avoir à faire ici, alors qu'on avait une addition ?!

Corrige. Recopie et complète.

$$y + 3 = \frac{17}{4} \text{ donc } y = \dots .$$

2. Une équation.

Voici l'énoncé d'un problème.

Quel nombre faut-il mettre dans la boîte pour que l'égalité soit vraie ?

$$\frac{2}{3} \times \square = \frac{5}{6}$$

Tu sais que ce nombre est le quotient de $\frac{5}{6}$ par $\frac{2}{3}$ c'est-à-dire $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$.

Donne l'écriture fractionnaire irréductible de ce nombre.

On énonce souvent ce problème sous la forme suivante.

Résous l'équation en y $\frac{2}{3} \times \dots = \frac{5}{6}$.

Le nombre $\frac{5}{4}$ est la solution de ce problème.

Lancés dans l'action, certains élèves se demandent parfois s'ils doivent diviser par $\frac{2}{3}$ ou diviser par $\frac{5}{6}$.

Regarde bien :

$$\frac{2}{3} \times y = \frac{5}{6}.$$

Tu as gagné si tu peux obtenir une égalité qui commence ainsi : y = ...

Donc c'est $\frac{2}{3}$ qui te gêne.

Pour le neutraliser, rien de tel que son inverse $\frac{3}{2}$.

Donc $y = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$.

Exercices.

Trouve la solution des équations en y suivantes.

$$y \times \frac{1}{6} = \frac{21}{10} \quad ; \quad \frac{4}{5} \times y = 3 \quad ; \quad \frac{3}{2} = 5 \times y \ .$$

Voici deux équations en y :

$$y \times 500 = 0,5 \quad ; \quad 0,5 \times y = 500.$$

et voici deux nombres : $\dfrac{0,5}{500}$; $\dfrac{500}{0,5}$.

Rends à chaque équation sa solution.

3. Faut-il abattre les potences ?

Non, c'est un outil qui peut encore rendre service.

Par exemple, pour comparer les nombres $\dfrac{144}{13}$ et $\dfrac{206}{17}$, tu peux dresser deux potences.

$$\begin{array}{r|l} 144 & 13 \\ \cline{2-2} 14 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 206 & 17 \\ \cline{2-2} 36 & 12 \\ 2 & \end{array}$$

Quel est le plus grand des deux nombres $\dfrac{75}{8}$ *et* $\dfrac{86}{10}$ *? Des deux nombres* $\dfrac{63}{20}$ *et* $\dfrac{83}{30}$ *? Des deux nombres* $\dfrac{32}{17}$ *et* $1,8$ *?*

exercices

316 Rachel a écrit : $17 \times y = 0$

$$y = \frac{1}{17}.$$

Penses-tu qu'elle a raison, c'est-à-dire que $17 \times \dfrac{1}{17} = 0$?

A ton tour résous l'équation $17 \times y = 0$*, puis écris une équation dont la solution soit* $\dfrac{1}{17}$

317 *Calcule*

$\dfrac{6}{5} : 3$; $\dfrac{12}{7} : 3$; $\dfrac{15}{13} : 3$; $\dfrac{30}{17} : 3$; $1,3 : \dfrac{1}{3}$.

$\dfrac{7}{3} : \dfrac{9}{4}$; $\dfrac{17}{1} : \dfrac{1}{2}$; $\dfrac{9}{4} : \dfrac{7}{3}$; $\dfrac{7,2}{1,2}$; $\dfrac{3}{\left(\frac{8}{3}\right)}$.

318 *Calcule*

$\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)}$; $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{4}{3}\right)}$; $\dfrac{\left(\frac{5}{7}\right)}{\left(\frac{2}{5}\right)}$; $\dfrac{2}{\left(\frac{3}{4}\right)}$; $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)}{4}$; $\dfrac{\left(\frac{6}{7}\right)}{3}$; $\dfrac{3,2}{\left(\frac{16}{35}\right)}$.

319 *Résous les équations en* y *suivantes.*

$3 \times y = \dfrac{4}{5}$; $4 \times y = \dfrac{24}{7}$; $3 \times y = \dfrac{23}{2}$.

320 *Résous les équations en* y *suivantes.*

$\dfrac{11}{2} \times y = \dfrac{22}{5}$; $\dfrac{2}{3} \times y = 3$; $\dfrac{7}{8} \times y = 1$.

321 *Donne l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$\dfrac{0,41}{0,13}$; $\dfrac{0,03}{1,12}$; $\dfrac{0,63}{0,45}$; $\dfrac{2,18}{0,15}$; $\dfrac{14,1}{3,3}$.

322 *Donne l'écriture fractionnaire irréductible des nombres suivants.*

$\dfrac{15}{7} : \dfrac{6}{14}$; $\dfrac{14}{9} : 7$; $\dfrac{3}{2} : 3$; $3 : \dfrac{3}{2}$; $\dfrac{15}{7} : 30$;

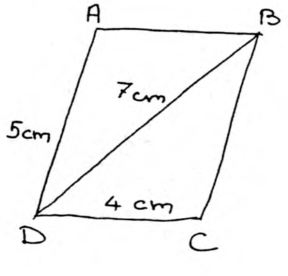
$18 : \dfrac{6}{5}$; $24 : \dfrac{8}{3}$; $\dfrac{\left(\frac{5}{12}\right)}{\left(\frac{20}{3}\right)}$; $\dfrac{14}{\left(\frac{7}{3}\right)}$; $\dfrac{36}{\left(\frac{27}{4}\right)}$; $\dfrac{\left(\frac{12}{26}\right)}{12}$.

323 *Calcule sous forme irréductible.*

$\dfrac{\left(\frac{18}{60}\right)}{\left(\frac{5}{32}\right)}$; $\dfrac{\left(\frac{33}{44} \times \frac{22}{15}\right)}{\left(\frac{15}{6} \times 7\right)}$; $\dfrac{\left(\frac{21}{44} \times \frac{17}{51}\right)}{\left(\frac{63}{11} \times \frac{17}{51}\right)}$; $\dfrac{\left(4 \times \frac{3}{7}\right)}{\left(4 \times \frac{6}{21}\right)}$.

324 *Dessine un parallélogramme* ABCD *de sommets opposés* A *et* C, *et de centre* O.
1. *Dessine une droite* d *qui passe par* O. *Elle coupe la droite* AB *en* E, *la droite* BC *en* F, *la droite* CD *en* G, *et la droite* DA *en* H.
Montre que le point O *est le milieu du segment* EG *et du segment* FH.
2. *Dessine une autre droite* e *qui passe par* O. *Elle coupe la droite* AB *en* I, *la droite* BC *en* J, *la droite* CD *en* K *et la droite* DA *en* L.
Montre que les quadrilatères EIGK *et* HJFL *sont des parallélogrammes.*
Trouve encore d'autres parallélogrammes

325 *Dessine un parallélogramme* ABCD *de sommets opposés* A *et* C *avec les informations suivantes :*
longueur de BD = 7 cm ;
longueur de AD = 5 cm ;
longueur de DC = 4 cm.
Remarque.
Comment font les gens expérimentés pour dessiner un tel parallélogramme ? Souvent ils commencent par dessiner une première ébauche, à main levée. Bien sûr, elle est fausse, ou plus exactement moins juste que le dessin définitif.
Mais elle a le mérite d'exister et elle est plus juste que rien du tout. Elle permet de réfléchir et donne des idées qui conduisent à la solution. Ici, par exemple c'est elle qui permet de voir facilement que le côté AB doit mesurer 4 cm, donc que l'on connaît la longueur des trois côtés du triangle ABD.



326 *Dessine un triangle équilatéral* ABC.
Dessine le point D *tel que* ABCD *soit un parallélogramme de sommets opposés* A *et* C.
Calcule la mesure des angles du parallélogramme.
Appelle O *sont centre. Calcule la mesure des secteurs* AOB, BOC, COD *et* DOA.
Montre que la droite BD *est la médiatrice du segment* AC.
Montre que le parallélogramme a deux droites de symétrie. Sont-elles perpendiculaires ?

327 *Dessine un parallélogramme* ABCD *de sommets opposés* A *et* C.
La droite qui passe par A et qui est perpendiculaire à la droite BC la coupe en E.
La droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite AD la coupe en F.
Que peux-tu dire du quadrilatère AECF *? Justifie ta réponse..*
Montre que les segments AC, BD *et* EF *ont le même milieu.*
Montre que les droites FB *et* DE *sont parallèles.*

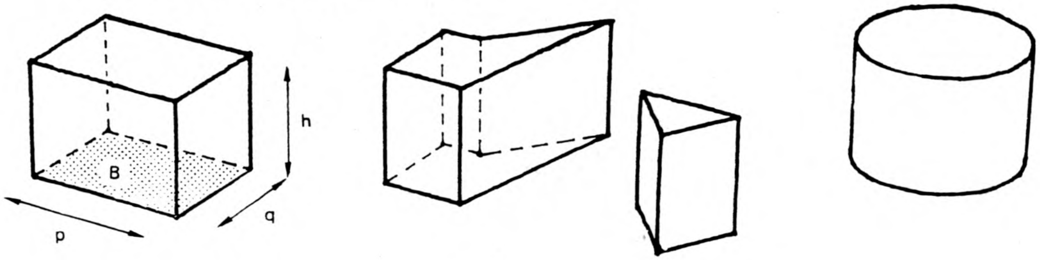
328 *Dessine un parallélogramme* ABCD *qui ne soit pas un losange.*
La bissectrice du secteur ADC coupe la droite AB en E et la droite BC en F.
Colorie les secteurs qui sont superposables au secteur ADE. *Justifie tes réponses.*
Montre que les triangles ADE, BEF *et* CDF *sont isocèles.*
Montre que les segments AB *et* CF *ont la même longueur.*

329 *Dessine un triangle* ABC *rectangle en* A *et appelle* I *le milieu du segment* AC
Dessine le point D *symétrique de* B *par rapport à* I.
Explique pourquoi A, B, C *et* D *sont les sommets d'un parallélogramme.*
Explique pourquoi la droite DC *est perpendiculaire à la droite* AC.

35 mesure des volumes

I MESURE DES VOLUMES DES PRISMES ET DES CYLINDRES DROITS

Voici des prismes et un cylindre droits.



Le premier solide est un parallélépipède rectangle. La mesure de son volume est $p \times q \times h$.

Le nombre $p \times q$ est la mesure de la base et h la mesure de la hauteur.

Si on appelle B la mesure de la base, la mesure du volume du parallélépipède rectangle est

$$B \times h.$$

Nous admettrons qu'il en est de même pour les autres prismes et le cylindre.

On peut retenir ce résultat sous la forme suivante :

$$V = B \times h.$$

Exercice.

Un cylindre droit a une base circulaire. Le rayon de la base est 2 m. La hauteur du cylindre est 11 m.

Tu prends 3,14 *comme valeur approchée de* π.

Calcule une valeur approchée de l'aire de la base en m^2.

Calcule une valeur approchée du volume du cylindre en m^3.

Remarque

Dans le cas d'un cube dont les arêtes ont pour mesure a, la mesure du volume est $a \times a \times a$. On a l'habitude de noter ce nombre a^3, ce qui se lit "a au cube", ou encore "a exposant 3".

Calcule $10^3, 11^3, 1^3, 5^3, 101^3, 47^3, 4{,}7^3$.

A ton avis, que peut signifier 3^4 *?*

II LES UNITES USUELLES DE VOLUME

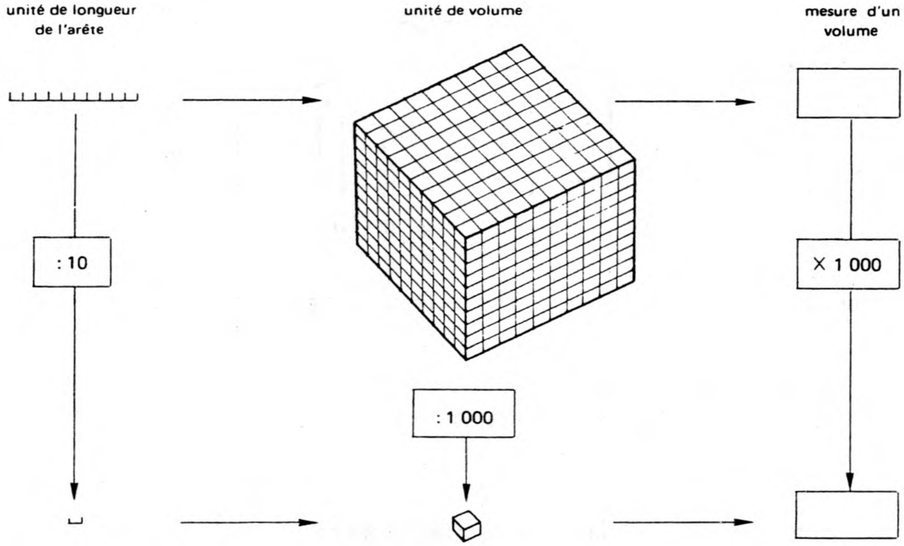
Nous te rappelons maintenant les unités du système métrique que tu connais.

Nous les avons écrites de la plus grande à la plus petite.

mètre cube	décimètre cube	centimètre cube	millimètre cube
m^3	dm^3	cm^3	mm^3

Chacune d'elle est 1 000 fois plus grande que celle qui la suit.

Regarde ce schéma.



Recopie et complète les phrases suivantes.

La mesure d'un volume en dm^3 *est ... fois plus ... que sa mesure en* m^3.

La mesure d'un volume en cm^3 *est ... fois plus ... que sa mesure en* dm^3.

La mesure d'un volume en cm^3 *est ... fois plus ... que sa mesure en* m^3.

Voici un tableau qui illustre les correspondances entre les unités de volume.

	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1 m^3 mesure	1	1 000	1 000 000	1 000 000 000
1 dm^3 mesure	0,001	1	1 000	1 000 000
1 cm^3 mesure	0,000 001	0,001	1	1 000
1 mm^3 mesure	0,000 000 001	0,000 001	0,001	1

Remarque.

Nous ne t'avons pas parlé du décamètre cube, de l'hectomètre cube et du kilomètre cube, car ces unités de volume ne sont pratiquement jamais utilisées.

Recopie et complète le tableau ci-contre.

	volume 1	volume 2	volume 3	volume 4
m^3	7,09			
dm^3			28,945	
cm^3		1 947		4,87
mm^3				

Recopie et complète avec des nombres entiers.

4 805 cm^3 = ... dm^3 ... cm^3 ; 1 275 dm^3 = ... m^3 ... dm^3 ;
459 cm^3 = ... dm^3 ... cm^3 ; 785 dm^3 = ... m^3 ... dm^3.

Recopie et complète avec des unités de volume.

175 945 cm^3 = 0 ... 175 ... 945 ... ; 8 546 279 mm^3 = 8 ... 546 ... 279 ... .

Ecris en m^3 :

2 736 dm^3 ; 65 dm^3 ; 725,65 cm^3 ; 3,976 dm^3.

III LES UNITES DE CAPACITES

Il existe d'autres unités de volume que l'on utilise pour les liquides et pour les gaz. On les appelle les unités de CAPACITE.

Nous les avons écrites de la plus grande à la plus petite.

L'hectolitre	le décalitre	le litre	le décilitre	le centilitre	le millilitre
hl	dal	l	dl	cl	ml

Chaque unité de capacité est 10 fois plus grande que celle qui la suit.

Recopie et complète le tableau ci-contre.
Tu n'oublieras pas d'ajouter les lignes qui manquent.

	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
1 hl mesure	1	10				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1 ml mesure						1

Voici un tableau de correspondance entre les unités de volume et les unités de capacité.

m^3			dm^3			cm^3
	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml

Tu vois que :
- un litre est égal à un décimètre cube ;
- un millilitre est égal à un centimètre cube.

Recopie et complète.

4 m^3 = ... dm^3 = ... l ; 7,05 m^3 = ... dm^3 = ... l ;
2,45 m^3 = ... dm^3 = ... l = ... dal ; 12,08 m^3 = dm^3 = ... l = ... hl ;
12 000 cl = ... l = ... dm^3 = ... m^3 ; 1 345 dl = l = ... dm^3 = ... m^3.

exercices page 196

exercices

330 *Soit* a *et* b *deux entiers non nuls. Donne l'inverse de chacun des nombres suivants :*

a ; $\frac{1}{a}$; $\frac{2}{a}$; $\frac{b}{a}$; $\frac{1}{\left(\frac{b}{a}\right)}$.

331 *Calcule*

$\frac{3}{2} \times \frac{5}{4}$; $\frac{4}{3} \times \frac{7}{5}$; $\frac{11}{6} \times \frac{8}{5}$; $\frac{7}{9} \times \frac{3}{2}$; $2 \times \frac{7}{3}$;

$\frac{5}{4} \times 3$; $4 \times \frac{6}{5}$; $7 \times \frac{11}{5}$; $\frac{8}{9} \times 5$; $1{,}2 \times \frac{5}{4}$.

332 *Donne l'inverse de chacun des nombres suivants.*

2 ; $\frac{1}{4}$; $0{,}5$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{7}{9}$; $0{,}01$.

333 *Calcule de la façon qui te paraît la plus commode les nombres suivants :*

$\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}$; $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$; $\frac{2}{14} \times \frac{7}{9}$; $2{,}5 \times \frac{3}{5}$;

$\frac{25}{39} \times 13$; $\frac{17}{19} \times \frac{38}{34}$; $3 \times 5 \times \frac{29}{30}$; $12 \times \frac{2}{3} \times 7$.

334 *Calcule.*

$\frac{18}{60} \times \frac{32}{5}$; $\frac{33}{44} \times \frac{22}{15} \times \frac{6}{15} \times \frac{25}{11}$;

$\frac{21}{44} \times \frac{17}{5} \times \frac{20}{51} \times \frac{11}{63}$; $4 \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} \times \frac{21}{6}$.

335 *Calcule les nombres suivants (ils sont tous entiers !) :*

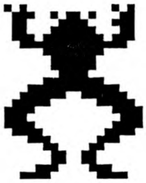
$$\frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \ ; \ \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \ ; \ \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \ ;$$

$$\frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \ ;$$

$$\frac{18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}.$$

336 *Calcule*

$\frac{5}{13} \times \frac{7}{9}$; $5 \times \frac{1}{4}$; $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$; $7 \times \frac{1}{\left(\frac{1}{12}\right)}$; $\frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)} \times 11$.



proportionnalité
pourcentages 36

Dans ce chapitre tu vas voir beaucoup de situations où intervient la proportionnalité. Les deux suivants te montreront que la proportionnalité est bien utile pour faire certains dessins.

I LES BONNES RELATIONS

1. Voici une question piège.

Sur un bateau, il y a 18 moutons et 15 chèvres. Quel est l'âge du capitane ?

La seule réponse sensée que tu puises faire est la suivante : c'est une question idiote, il n'y a aucune relation entre les nombres donnés et celui qu'on me demande de trouver.

2. Voici d'autres problèmes, où il y a une relation, que nous allons étudier.

- J'ai 10 ans, ma mère en a 40. Quand j'aurai 20 ans, quel âge aura ma mère ? Quel âge avait-elle quand je suis né ? Quel âge aurai-je quand ma mère aura 60 ans.

Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Δ	âge du fils	10	20	0	
$\square$	âge de la mère	40			60

Fais un graphique. Tu pourras prendre 2 carreaux pour 10 ans.

Voici un programme de calcul : $\square - \Delta$.

Que vas-tu trouver si tu mets l'âge de la mère dans la boîte $\square$ et l'âge du fils dans la boîte Δ ?

On peut dire que l'âge de la mère et l'âge du fils vérifient la relation $\square - \Delta = 30$.

- Bernard va de Tain l'Hermitage à Valence, deux villes distantes de 20 kilomètres :

- avec une moto à 120 km/h ;
- avec une auto à 80 km/h ;
- avec un vélo à 30 km/h ;
- en courant à 10 km/h ;
- en marchant à 5 km/h.

Calcule, dans chaque cas, le temps qu'il lui faut, en heures ou en fraction d'heure.

Recopie et complète le tableau ci-dessous.

◊	vitesse en km/h	120	80	30	10	5
Δ	durée en h	1/6				

Fais un graphique. Sur la droite des abscisses, tu pourras prendre 3 cm *pour* 1 h. *Sur la droite des ordonnées, tu pourras prendre* 1 cm *pour* 10 km/h. *Les points sont-ils alignés ?*

Regarde ce programme de calcul : ◊ x Δ.

Que vas-tu trouver si tu le fais fonctionner avec les colonnes de ton tableau ?

Tu vois qu'on peut dire que la vitesse et la durée du trajet sont liées par les relations

$$\lozenge \times \Delta = 20, \quad \text{ou} \quad \lozenge = \frac{20}{\Delta}.$$

On a l'habitude d'écrire ceci avec des lettres. Si v désigne la vitesse en km/h et t la durée du parcours en h,

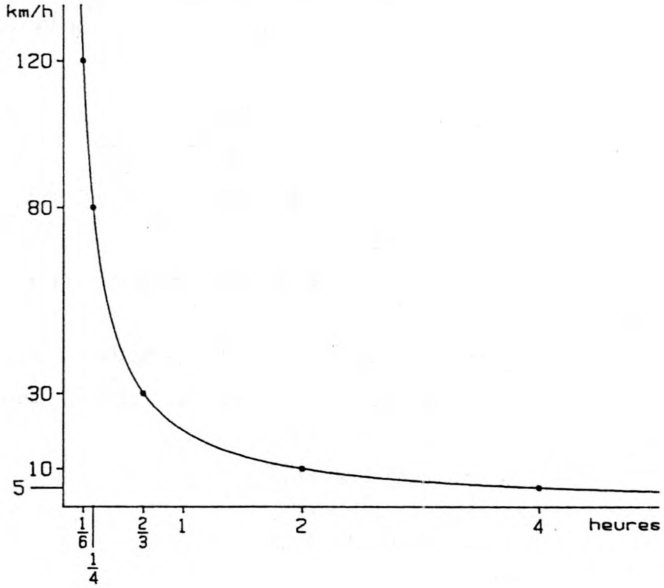
$$v \times t = 20 \;;\; v = \frac{20}{t} \;;\; t = \frac{20}{v}.$$

Remarque.

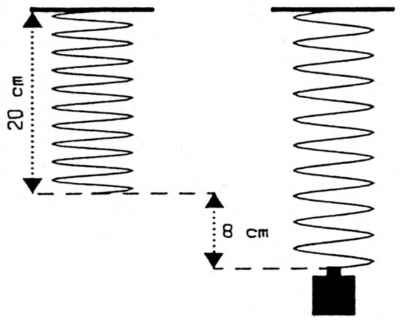
Si l'on veut obtenir un graphique plus complet, on se sert d'un ordinateur : il nous calculera, à foison, les coordonnées de points convenables en remplissant les boîtes

$(\Delta \;;\; \frac{20}{\Delta})$.

On peut relier les points par une courbe comme nous l'avons fait.



Voici un ressort.
Sa longueur au repos est 20 cm.



Voici le même ressort auquel on a accroché une masse marquée 200 g. La longueur est maintenant 28 cm. Autrement dit il s'est allongé de 8 cm.

On a mesuré les allongements correspondant à plusieurs essais et on a pu remplir le tableau suivant.

Δ	masse marquée en g	200	100	500	300
$\Diamond$	allongement du ressort en cm	8	4	20	12

Voici un programme de calcul : $\dfrac{\Diamond}{\Delta}$.

Fais-le fonctionner à l'aide des colonnes du tableau.

Qu'observes-tu ?

Tu vois que, dans notre tableau, la masse et l'allongement sont liés par les relations $\dfrac{\Diamond}{\Delta} = 0{,}04$ ou $\Diamond = 0{,}04 \times \Delta$.

Intéressons-nous maintenant à la longueur du ressort en fonction de la masse.

Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Δ	masse marquée en g	200	100	500	300
$\square$	longueur du ressort en cm	28			

Si l'on met
- la longueur du ressort dans une boîte $\square$,
- l'allongement dans une boîte $\Diamond$
- la masse dans une boîte Δ,

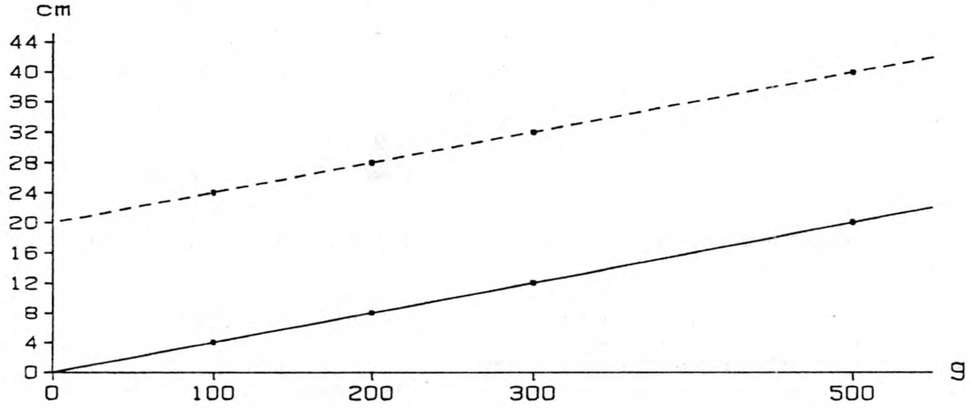
tu seras sûrement bien d'accord que

$$\square = 20 + \Diamond \quad ; \quad \Diamond = 0{,}04 \times \Delta.$$

Ainsi, $\square = 20 + (0{,}04 \times \Delta)$.

Voici enfin le graphique que nous avons obtenu.

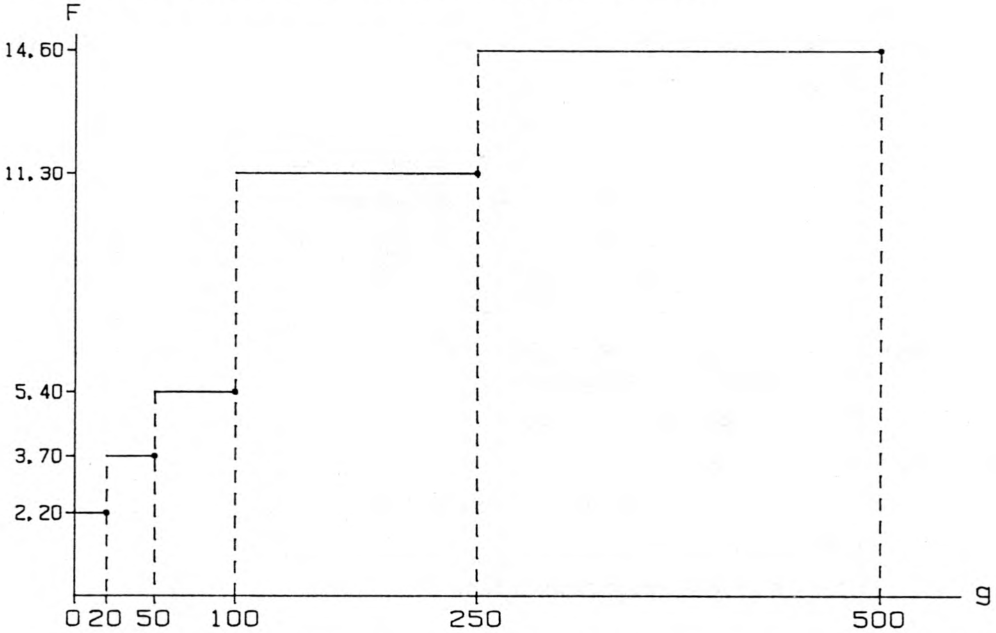
En trait plein, l'allongement en fonction de la masse : les points sont sur une droite qui passe par l'origine, et c'est une relation de proportionnalité. En pointillés, la longueur du ressort en fonction de la masse : les points sont sur une droite, mais elle ne passe pas par l'origine : ce n'est pas une relation de proportionnalité.



3. Exercice.

A la poste, le prix à payer pour affranchir une lettre dépend de son poids.

Voici un graphique qui te donne tous les renseignements utiles.



Tu vois par exemple que jusqu'à 20 g, tu paieras 2,20 F. Mais si ta lettre pèse 21 g, tu devra payer 3,70 F.

Prends la feuille de manipulation numéro 18, *dessin numéro* 1.

Sur chaque lettre ou paquet, marque le prix qu'il faudrait payer pour l'affranchir.

II PROPORTION

1. Parmi tous les exemples du paragraphe précédent, un seul a conduit à un tableau de proportionnalité.

Lequel ?

On peut écrire : $\frac{8}{200} = \frac{20}{500}$.

On dit que les quatre nombres 8, 200, 20 et 500, pris dans cet ordre, forment une PROPORTION.

Les nombres 8 et 500 sont les TERMES EXTREMES, et les nombres 200 et 20 sont les TERMES MOYENS de cette proportion.

8 200 20 500

moyens

extrêmes

Moyens : ils sont écrits au milieu.

Extrêmes ; ils sont écrits aux deux bouts.

Voici quatre nombres :

2 ; 50 ; 6 ; 150.

Vérifie que $\frac{2}{50} = \frac{6}{150}$

Calcule 2 x 150 *et* 50 x 6.

Tu as certainement trouvé le même nombre :

2 x 150 = 50 x 6.

Ce que tu as constaté est toujours vrai, et peut se démontrer facilement.

Regarde :

$\frac{2}{50} = \frac{6}{150}$ Multiplions les deux nombres par 50 x 150

$$\frac{2}{50} \times 50 \times 150 = \frac{6}{150}\ 50 \times 150$$

Après simplification :

2 x 150 = 6 x 50.

Voici quatre nombres

4 ; 12 ; 100 ; 300.

Vérifie que 4 x 300 = 12 x 100.

Calcule sous forme irréductible

$\frac{4}{12}$ et $\frac{100}{300}$.

Tu as certainement trouvé le même nombre : $\frac{4}{12} = \frac{100}{300}$.

On peut le démontrer aussi facilement.

Regarde :

4 x 300 = 12 x 100 Divisons les deux nombres par 12 x 300.

$$\frac{4 \times 300}{12 \times 300} = \frac{12 \times 100}{12 \times 300}$$

Après simplification :

$$\frac{4}{12} = \frac{100}{300}.$$

Il revient au même de dire que quatre nombres forment une proportion ou que le produit des termes extrêmes est égal au produit des moyens.

Quand, à partir de l'égalité $\frac{2}{50} = \frac{6}{150}$ on écrit l'égalité $2 \times 150 = 50 \times 6$, on dit souvent qu'on a fait les produits en croix

$$\frac{2}{50} \; \frac{6}{150}.$$

Exercice.

Les nombres 2, 4, 6 *et* 8 *forment-ils une proportion ?*

Même question pour les nombres 2, 4, 8 *et* 16.

Même question pour les nombres 4,2 ; 2 ; 3 *et* 1,4.

Même question pour les nombres 4,2 ; 2 ; 3 *et* $\frac{1}{0{,}7}$

2. Calcul d'une quatrième proportionnelle.

D'après ce qui précède, il revient au même de résoudre l'une ou l'autre de ces équations en y :

$$\frac{5}{y} = \frac{2}{3} \quad ; \quad 5 \times 3 = y \times 2.$$

Choisis celle qui te paraît la plus simple, et résous-la.

Exercice.

Résous les équations en x *suivantes :*

$$\frac{38{,}5}{28} = \frac{x}{20} \; ; \; \frac{14}{36} = \frac{0{,}7}{x} \; ; \; \frac{\left(\frac{6}{5}\right)}{\left(\frac{3}{10}\right)} = \frac{x}{\left(\frac{5}{4}\right)}.$$

3. Quand dans un problème tu utilises une proportion, il faut faire attention à ne pas placer les nombres de travers. Deux nombres qui vont ensemble doivent être.

- soit tous les deux en haut,
- soit tous les deux en bas,
- soit tous les deux à gauche,
- soit tous les deux à droite.

Par contre, si tu les installes tous les deux en extrêmes, ou tous les deux en moyens, ce sera faux, à coup sûr.

Donnons deux exemples.

- Un cercle a 5 cm de rayon. Quelle est, approximativement, la longueur d'un arc de 72° si on prend 3 pour valeur approchée de π ?

La longueur approchée du cercle est donc $2 \times 3 \times 5$, c'est-à-dire 30.

Désignons par x la longueur de l'arc.

Voici la proportion : $\frac{x}{72} = \frac{30}{360}$.

Tu remarques qu'aux numérateurs on a mis les longueurs, aux dénominateurs les mesures en degrés ; dans le quotient de droite ce qui concerne le cercle tout entier, dans celui de gauche ce qui concerne l'arc de 72°.

Termine la résolution.

- Sachant que 12 g de carbone brûlent en consommant 22,4 l d'oxygène, trouve le volume d'oxygène nécessaire à la combustion de 100 g de carbone.

Désignons par x le volume cherché. Voici la proportion :

$$\frac{12}{100} = \frac{22,4}{x}.$$

Tu remarques qu'aux numérateurs il y a ce qui concerne la combustion de 12 g de carbonne. Dans le quotient de gauche il s'agit de carbone, dans celui de droite, d'oxygène.

Que trouve-t-on aux dénominateurs ?

Termine la résolution.

III POURCENTAGES

1. Si l'on te posait le problème suivant.

Chez Rabaplus, ils affichent "soldes 25 %".

Quelle est la réduction sur un article de 70 F ?

Tu répondrais peut-être : "élémentaire mon cher Jéomatri".

$$70 \times \frac{25}{100} = \frac{70 \times 25}{100} = 17,5.$$

Pour rafraîchir la mémoire de ceux qui ne s'en souviendraient pas, écrivons une proportion. Appelons x le montant de la réduction :

$$\frac{x}{70} = \frac{25}{100}.$$

Donc $x = 70 \times \frac{25}{100}$.

2. Et si maintenant on pose cet autre problème : chez Rabageois, sur un article de 70 F, on a fait une réduction de 10,50 F ; quel est le pourcentage de cette réduction ?

On peut aussi écrire une proportion.

Désignons par x la réduction sur un article de 100 F :

$$\frac{10,5}{70} = \frac{x}{100}.$$

Résous cette équation, et trouve le pourcentage de réduction.

Exercices.

- Un magasin annonce : baisse de 10 % à la caisse.

  Quel sera le prix payé pour un anorak affiché 580 F ?

- Le prix d'un repas au restaurant est de 45 F. Il faut ajouter 10 % pour le service.

  Quel est le prix de revient du repas ?

Remarque

Certaines calculettes sont très pratiques pour ce genre d'exercices, il suffit de taper

$$580 \boxed{-} 10 \boxed{\%} \qquad \text{ou} \qquad 45 \boxed{+} 10 \boxed{\%}$$

Sur d'autres calculettes, c'est un peu plus long. Pour l'anorak, par exemple, il faut taper

$$580 \boxed{\times} 10 \boxed{\%} \boxed{-} \boxed{=}$$

Mais sur toutes celles que nous avons pu tester, il a suffit de taper

$$10{,}5 \boxed{\div} 70 \boxed{\%}$$

pour qu'elles affichent 15.

3. Voici une question à poser autour de toi.

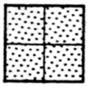
Si les prix augmentent de 10 % par an, de combien auront-ils augmenté au bout de deux ans : 20 % ou 21 % ?

Il est probable que tu auras beaucoup de réponses 20 %.

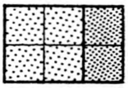
Et pourtant la réponse exacte est 21 %. Expliquons en regardant d'abord un autre exemple .

- Imagine un nénuphar dont la croissance obéit à la loi suivante : chaque mois sa surface augmente de 50 % c'est-à-dire de $\frac{1}{2}$

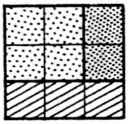
Au bout de deux mois, la surface aurait-elle augmenté de $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, c'est-à-dire de $\frac{2}{2}$? Cela voudrait dire qu'elle a doublé. Et bien non, regarde.



Au début le nénuphar occupe 4 carreaux.



Au bout d'un mois, il en occupe 6, car il a augmenté de 2 carreaux.



Au bout de deux mois, il en occupe 9, car il a encore augmenté de 3 carreaux.

Le nénuphar occupe 9 carreaux alors qu'au début il en occupait 4 : il est clair qu'il n'a pas doublé, car 9 n'est pas le double de 4 !

L'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la surface de départ à la surface un mois plus tard est $\boxed{\times \frac{3}{2}}$.

En effet :

$$\underbrace{1}_{\text{surface de départ}} + \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{augmentation}} = \underbrace{\frac{3}{2}}_{\text{surface après un mois.}}$$

Ainsi l'opérateur qui permet de trouver la surface au bout de 2 mois est :

$\boxed{\times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}}$ c'est-à-dire $\boxed{\times \frac{9}{4}}$. Et le nénuphar fait <u>plus que doubler</u> sa surface en deux mois.

- Revenons maintenant à ces prix qui augmentent de 10 % par an.

L'opérateur qui fait passer du prix initial au prix au bout d'un an est $\boxed{\times \frac{110}{100}}$.

En effet :

$$\underbrace{1}_{\text{prix au départ}} + \underbrace{\frac{10}{100}}_{\text{augmentation}} = \underbrace{\frac{110}{100}}_{\text{nouveau prix.}}$$

L'opérateur qui permet de trouver le prix au bout de 2 ans est

$\boxed{\times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}}$ c'est-à-dire $\boxed{\times \frac{121}{100}}$

Les prix au bout de 2 ans représentent 121 % du prix initial.

4. Qu'est-ce qu'on peut bien nous demander ?

Il ne faut pas confondre allongement et longueur du ressort, accroissement et nouvelle surface du nénuphar, réduction de prix et prix à payer, ou encore taxe et prix à payer.

On dispose de 400 F.

Pour calculer 6 % de cette somme, on fait :

$$400 \times \frac{6}{100} = 400 \times 0,06 = 24.$$

Si c'est en PLUS,
la somme est devenue :

$$400 + 24 = 424.$$

On aurait pu la calculer directement en faisant :

$$400 \times \frac{106}{100} = 400 \times 1,06.$$

Si c'est en MOINS,
la somme est devenue :

$$400 - 24 = 376.$$

On aurait pu la calculer directement en faisant:

$$400 \times \frac{94}{100} = 400 \times 0,94.$$

Exercices.

1. Un appartement était loué 840 F par mois. Lorsque le locataire s'en va, le propriétaire décide d'augmenter le loyer de 25 %.

Quel prix va payer le nouveau locataire ?

2. Le prix d'une bicyclette est 1 460 F. Si l'on paye comptant, le marchand fait une remise de 5 %.

Quel est alors le prix à payer ?

exercices

337 Un marchand de jouets décide de faire 25 % de remise sur certains articles après Noël ; ces articles valent :
100 F, 236 F, 444 F, 500 F et 211 F.
1. *Fais un tableau dans lequel tu indiqueras le prix des articles, puis les remises, puis les nouveaux prix.*
2. *Quel est l'opérateur qui permet de passer de la première ligne à la seconde ? De la première à la troisième ?*
3. *Quel pourcentage du prix de départ représente le prix après la remise ?*

338 Aux éléctions pour les délégués de la classe, Arthur a obtenu 5 % des voix ; Barnabé 25 % ; Zoé 70 %. La classe était composée de 20 élèves.
Combien de voix ont-ils obtenues ?

339 Les lettres x, y, z et t représentent des nombres.
Trouve le terme qui manque dans les proportions suivantes :
6, 9, 12 *et* x ; 6, 9, y *et* 12 ;
6, z, 9 *et* 12 ; t, 6, 9 *et* 12.

340 Dans un collège, on décide de faire payer les détériorations des livres :
20 % pour un livre légèrement abimé.
50 % pour un livre bien abimé.
80 % pour un livre très abimé.
1. *Pour un livre qui a coûté* 20 F, *calcule la somme que payera un élève dans chacun des cas.*
2. *Même question pour un livre qui a coûté* 25 F.
3. *Même question pour un livre qui a coûté* 45 F.
4. Zoé a payé 6 F pour un livre légèrement abimé.
Combien coûtait le livre ?

341 Un manteau de 600 F est soldé avec 10 % de remise.
Quelle sera la remise ? Quel sera le prix à payer ?

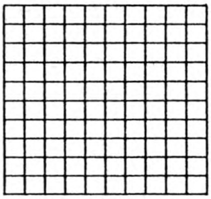
342 *Calcule en marks* (DM) *le prix d'un article vendu* 420 F *sachant que le cours du mark est le suivant :*
100 DM = 335 F.

autres exercices page 195

exercices

343 Un alliage contient de l'or fin (75 % de la masse), de l'argent (13 % de la masse) et du cuivre.

1. *Indique le pourcentage de cuivre.*
2. *Représente la composition dans une grille telle que ci-contre. Tu pourras colorier ainsi:*
   jaune : l'or ;
   noir : l'argent ;
   rouge : le cuivre.



3. *Quelle est la masse d'or dans* 160 g *de cet alliage ?*

344 Un morceau de laiton de 1200 g, alliage de cuivre et de zinc, contient 864 g de cuivre.
Quel est le pourcentage de cuivre dans ce laiton ?

345 *Résous les équations en* x *suivantes.*

$$\frac{3}{7}=\frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{x}\ ;\ \frac{\left(\frac{3}{7}\right)}{5}=\frac{x}{\left(\frac{7}{5}\right)}\ ;\ \frac{10}{x}=\frac{15}{9}\ ;\ \frac{x}{7,5}=\frac{0,2}{0,6}\ ;\ \frac{\left(\frac{7}{3}\right)}{x}=\frac{\left(\frac{8}{3}\right)}{\left(\frac{10}{7}\right)}.$$

346 *Résous les équations en* x *suivantes :*

$$\frac{4}{6}=\frac{8}{x}\ ;\ \frac{2}{3}=\frac{4}{x}\ ;\ \frac{\left(\frac{2}{6}\right)}{\left(\frac{3}{6}\right)}=\frac{\left(\frac{4}{6}\right)}{x}\ ;\ \frac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}=\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{x}.$$

347 Si tu places 100 F à la caisse d'épargne à un taux de 6 % et que tu les laisses pendant un an, ils produiront un intérêt de 6 F.
Une personne a 24 500 F *sur son livret d'épargne au 1er janvier 1986, quel est son avoir le 1er janvier 1987 sachant que le taux d'intérêt est* 6 %.

348 En 1962, la France comptait 46,5 millions d'habitants. A cette époque, le taux de natalité était de 18 ‰ (18 pour 1 000 : 18 naissances pour 1 000 habitants).
Quel a été le nombre de naissances en France en 1962 ?

349 Un réfrigérateur est affiché 2350 F. Deux solutions s'offrent pour le payer.
1. Au comptant avec une remise de 12 %.
2. A crédit : on paye la moitié du prix à la livraison, et le reste, majoré de 8 %, en 10 mensualités égales.

Calcule
le prix au comptant,
le prix de l'appareil à crédit, le montant de chaque mensualité,
la différence entre les deux solutions

350 Pour brûler 100 g de carbone, il faut à peu près 180 l d'oxygène. L'air contient à peu près 20 % d'oxygène, en volume.
Calcule le volume d'air nécessaire à la combustion de 100 g *de carbone. Quelle masse d'air cela représente-t-il, si* 1 l *d'air pèse* 1,3 g *?*

351 Dans cet exercice, les lettres a, b, c et d représentent des nombres.
Trouve a *pour que* 18, 24, 36 *et* a *forment une proportion.*
Trouve de même b, c *et* d *pour que*
24, 36, b *et* 18,
36, c, 18 *et* 24,
d, 18, 24 *et* 36,
forment des proportions.

352 *Recopie et complète les tableaux de proportionnalité suivants.*

2		
1/120	1/30	1/12

10	18		1/3
15		21/20	

353 *Recopie et complète les tableaux de proportionnalité suivants.*

7/5	14/15	
3/2		15/14

12,5		100	
0,3	4,5		0,2

354 *Les nombres* $1,\ \frac{8}{3},\ \frac{6}{16}$ *et* 1 *forment-ils une proportion ?*
Et les nombres 28, 15, 24 *et* 15 *?*
Et les nombres 2, 12, 12 *et* 72 *?*
Et les nombres $\frac{5}{7},\ 10,\ \frac{1}{6}$ *et* $\frac{7}{3}$ *?*

exercices

355 1. *Dessine un cercle de* 3 cm *de rayon.*
Dessine un triangle équilatéral de côté 5,1 cm.
Découpe-les ; vérifie que la hauteur du triangle a pour mesure approchée 4,4 cm
2. *Calcule une mesure approchée de la surface et du périmètre du triangle.*
Fais la même chose pour le cercle.
3. *Puisque tu connais les périmètres, construis :*
- un cylindre dont la base est le cercle de la question 1 *et la hauteur est* 4 cm *(le patron est seulement un rectangle ; n'oublie pas la patte de collage) ;*
- un prisme dont la base est le triangle de la question 1 *et la hauteur est* 8 cm.
4. *Calcule une valeur approchée du volume de chacun.*
Mets le prisme dans le cylindre ; compare les volumes. Qu'en penses-tu ?

356 Voici un tableau.

r		2,1	1
h	6	4	
v	465		3,1

La lettre h représente la mesure de la hauteur d'un cylindre de révolution.
La lettre r représente le rayon du cercle directeur.
La lettre v représente une mesure approchée du volume de ce cylindre dans l'unité correspondante. Tous les calculs sont faits en prenant 3,1 comme valeur approchée de π.
Recopie et complète ce tableau.

357 *Ecris en* dm^3.
7 845 cm^3 ; 0,8 cm^3 ; 12,457 m^3.

358 *Calcule en* dm^3.
3,4 m^3 + 740 dm^3 + 9 500 cm^3 ;
1 m^3 600 cm^3 - 50 dm^3 12 cm^3.

359 *Que devient la mesure du volume d'un parallélépipède rectangle :*
- Si on multiplie la mesure d'une arête par 3 *?*
- Si on multiplie la mesure de deux arêtes par 3 *?*
- Si on multiplie la mesure des trois arêtes par 3 *?*
- Si on multiplie la mesure d'une arête par 2, *la mesure d'une autre arête par* 3 *et la mesure de la troisième arête par* 4.

360 *Recopie et complète avec des entiers.*
7 349 cm^3 = … dm^3 … cm^3.
95 042 dm^3 = … m^3 … dm^3.
245 cm^3 = … dm^3 … cm^3.

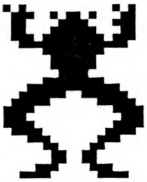
361 *Recopie et complète.*
3 m^3 6 dm^3 = … dm^3 = … m^3.
25 dm^3 4 cm^3 = … cm^3 = … dm^3.
17 m^3 145 dm^3 = … dm^3 = … m^3.
26 dm^3 436 mm^3 = … mm^3 = … dm^3.

362 *Ecris en* m^3.
9 462 dm^3 ; 65 dm^3 ; 59 247 dm^3 ; 8 dm^3 139,54 cm^3 ; 9,436 dm^3 ; 149,36 cm^3.

363 *Ecris ces volumes en litres.*
345 dm^3 ; 3 600 cm^3 ; 0,47 m^3 ;
435 cm^3 ; 0,5 m^3.

364 *Ecris ces volumes en* cm^3.
5 l ; 3,12 l ; 0,75 l ; 9,2 dl ; 0,7 l.

365 Pour Noël, Arthur et Eusèbe fabriquent des bougies.
- Arthur veut faire une bougie cubique de 6 cm d'arête.
Calcule le volume de cire nécessaire.
- Eusèbe veut faire une bougie cylindrique de 14 cm de haut. La base de ce cylindre est un cercle de 6 cm de diamètre.
Calcule une mesure approchée du volume de cire nécessaire.



agrandissement d'un dessin 37

I AGRANDISSEMENT D'UN RECTANGLE

Prends la feuille de manipulation numéro 19, *dessin numéro* 1.

Nous avons dessiné un rectangle ABCD et un point O.

Trace la demi-droite OA.

Sur cette demi-droite place le point A' *tel que la mesure du segment* OA' *soit le triple de la mesure du segment* OA, *comme ci-dessous.*

Fais le même travail pour les points B, C *et* D. *Tu obtiens trois nouveaux points* B', C' *et* D'.

Trace les segments A'B', B'C', C'D' *et* D'A'. *Tu obtiens un rectangle qui est un angrandissement du rectangle* ABCD.

Par ce procédé :

on peut obtenir des agrandissements d'autres figures que des rectangles ;
on peut multiplier les mesures par d'autres nombres que 3, par exemple 5,2 ou 0,4

Si on multiplie par un nombre plus grand que 1, on obtient une figure plus grande ; si on multiplie par un nombre plus petit que 1, on obtient une figure plus petite.

II UN DESSIN DANS LE RECTANGLE

1. *Prends la feuille de manipulation numéro* 19, *dessin numéro* 2.

Nous avons reproduit le rectangle ABCD et le point O du paragraphe I. En plus, nous avons placé un dessin à l'intérieur du rectangle.

Agrandis le rectangle de la même façon qu'au paragraphe I.

En employant le même procédé, essaie d'agrandir le dessin.

Tu as obtenu quatre points E', F', G' *et* H'.

- *Qu'observes-tu pour les droites* EF *et* E'F', *pour les droites* FG *et* F'G', *pour les droites* GH *et* G'H', *pour les droites* HE *et* H'E' *?*

- *Compare les longueurs des segments* EF*et* E'F', *des segments* FG *et* F'G' *des segments* GH *et* G'H', *des segments* HE *et* H'E'.

- *Compare les mesures des secteurs* HEF *et* H'E'F', *des secteurs* EFG *et* E'F'G', *des secteurs* FGH *et* F'G'H', *des secteurs* GHE *et* G'H'E'.

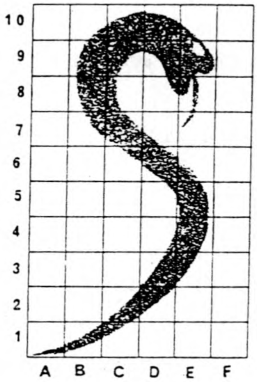
2. Ce que nous te demandions de faire au paragraphe précédent n'était pas trop difficile. En effet :

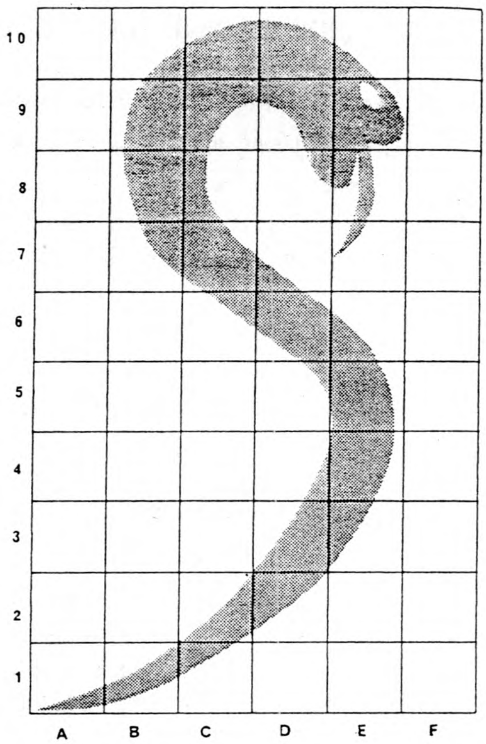
- le dessin à agrandir était formé de segments de droite ;
- il n'y avait pas beaucoup de points à transformer.

Mais si le dessin à agrandir est plus compliqué, il devient vite difficile, ou même impossible d'employer cette méthode. Aussi, nous t'en proposons une autre.

Regarde le dessin.

Nous y avons reproduit un rectangle et son agrandissement. Mais, cette fois, nous avons agrandi un dessin plus compliqué.



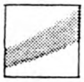


Nous avons partagé chaque rectangle en carrés de même dimension.

Puis nous avons agrandi notre dessin case par case.

Par exemple :

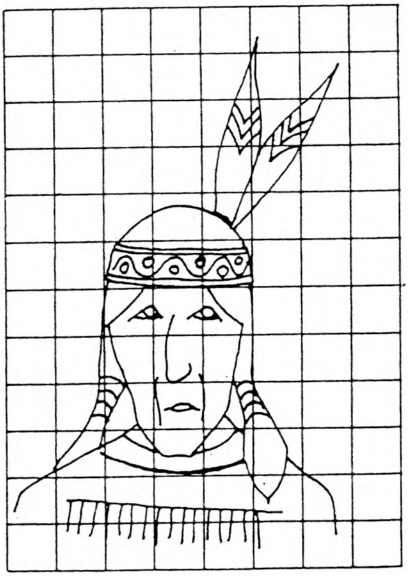
la case B1 du petit dessin a donné la case B1 du grand dessin.



3. A toi.

Dessine un rectangle de 12 cm *sur* 18 cm, *quadrillé avec des carreaux de* 1,5 cm *de côté.*

En utilisant la méthode ci-dessus, reproduis en l'agrandissant le splendide portrait ci-contre (il représente le grand sachem de la célèbre tribu des Pieds Eveillés).



III UN PROBLEME

Prends la feuille de manipulation numéro 17 *et regarde le dessin numéro* 3.

Tu y vois deux figures que nous avons appelées 1 *et* 2. *Elles se ressemblent.*

Nous voudrions savoir si la figure 2 est un agrandissement de la figure 1.

- Compare la mesure du secteur ABC *et du secteur* A'B'C'. *Que constates-tu ?*

Recommence pour d'autres secteurs choisis de la même façon.

- Compare la longueur des segments AB *et* A'B'. *Que constates-tu ?*

Recommence avec d'autres segments choisis de la même façon.

- Les droites AB *et* A'B' *sont-elles parallèles ?*

Prends la feuille de manipulation numéro 18 *et regarde le dessin numéro* 2

Nous y avons reproduit les figures 1 *et* 2 *et sur la figure* 1 *nous avons placé un quadrillage.*

Regarde bien ce quadrillage.

Place maintenant un quadrillage sur la figure 2, *mais ATTENTION : ce quadrillage doit te permettre de voir si la figure* 2 *est un agrandissement de la figure* 1.

exercices

366 *Prends la feuille de manipulation numéro* 15, *dessin numéro* 4.
Trace un quadrillage sur ce dessin puis reproduis-le, avec une unité de longueur trois fois plus grande

367 *Prends la feuille de manipulation numéro* 20, *dessin numéro* 1.
Reproduis le dessin du poisson dans le pavage de droite.

autres exercices page 200

exercices

368 *Prends la feuille de manipulation numéro 20, dessin numéro 2.*
Au point A, nous avons fait correspondre le point A' de la manière suivante :
- les points O, A et A' sont alignés,
- le point A' est le milieu du segment OA.

Fais de même pour d'autres points marqués sur la maison et reproduis la maison.

369 *Prends une feuille de papier quadrillé.*
Place un repère sur ce quadrillage de la façon suivante :
- *tu prendras l'origine en bas et à gauche de ta feuille ; appelle-la O ;*
- *tu prendras pour unité, le côté du carré de ton quadrillage.*

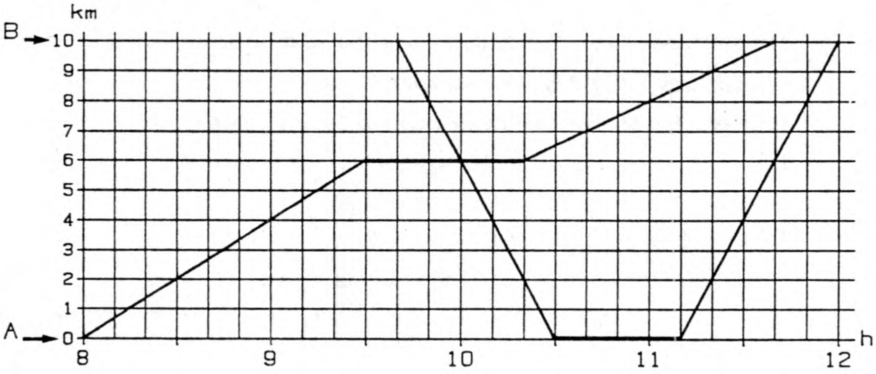
Place sur ton quadrillage les points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (4 ; 1) ; B : (6 ; 5) ; C : (1 ; 7).

Multiplie les 6 nombres ci-dessus par 2.
Tu obtiens 3 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 3 points que tu appelleras dans l'ordre A', B' *et* C'. *Place ces points.*
Trace la droite OA'. *Qu'observes-tu ?*
Observes-tu la même propriété pour les droites OB' *et* OC' ?
Compare les longueurs des segments OA *et* OA', *des segments* OB *et* OB', *des segments* OC *et* OC'.
Trace les droites AB, BC, CA *et* A'B', B'C' *et* C'A'. *Qu'observes-tu ?*
Compare la longueur des segments AB *et* A'B', *des segments* BC *et* B'C', *des segments* CA *et* C'A'.
A l'aide de ton rapporteur, compare la mesure des secteurs BAC *et* B'A'C', *des secteurs* ACB *et* A'C'B', *des secteurs* CBA *et* C'B'A'.

exercice

370



La figure ci-dessus représente les mouvements de Paul et de Pierre.
Paul va à pied de la ville A à la ville B, Pierre se rend à bicyclette de B à A, puis il revient de A à B.
En utilisant ce graphique, recopie et complète les phrases suivantes.
Paul est parti de A à ... heures. La vitesse était de ... km/h ; A ... h ... mn, il s'est arrêté pour se reposer. Pendant cette halte, il a vu passer Pierre qui, parti de B à ... h ... mn, se dirigeait vers A avec une vitesse de ... km/h. A ce moment il était ... heures.
Lorsque Paul est reparti, il était ... h ... mn, et il lui restait encore ... km à parcourir. Il a effectué cette dernière étape avec une vitesse de ... km/h et il est arrivé à B à ... h ... mn. Quant à Pierre, il s'est arrêté à A pendant ... mn. Il est reparti vers B à ... h ... mn. Il est arrivé à B ... mn après Paul.

échelles 38

I ECHELLES

1. Agrandissement d'un dessin et proportionnalité.

Dans le chapitre précédent, tu as utilisé un procédé pour agrandir un dessin.

Par exemple, dans le premier paragraphe, tu as agrandi le dessin en multipliant par 3 la longueur de certains segments tels que le segment OA.

Et tu as observé que si MN désigne un segment sur le premier dessin et M'N' son agrandissement :

longueur du segment M'N' = longueur du segment MN x 3.

Recopie et complète le tableau suivant :

longueur sur le dessin	4,5	3,7			
longueur sur l'agrandissement			15	13,8	8,5

Dans la dernière colonne du tableau, tu as dû faire une division qui ne se termine pas.

Quel quotient approché crois-tu qu'il est raisonnable d'adopter ?

Ton tableau est évidemment un tableau de proportionnalité dont le coefficient est 3.

On dit qu'on a reproduit le dessin à l'ECHELLE 3.

Remarque.

Quand on connaît un dessin et son agrandissement, il est facile de trouver l'échelle.

Par exemple ; sur la figure ci-dessous, mesure les segments MN *et* M'N'.

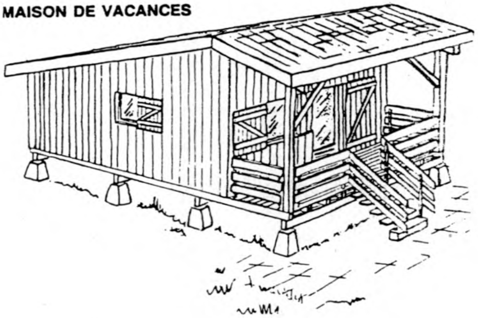
Calcule l'échelle utilisée pour agrandir le dessin.

2. Echelles.

Dans la pratique, il est rare qu'on puisse dessiner un objet en vraie grandeur.

Par exemple, imagine que l'architecte ait voulu dessiner cette maison de vacances en vraie grandeur, il lui aurait fallu un morceau de papier de belle taille, et sans doute pas très commode à manier.

MAISON DE VACANCES



S. A. GAAM

Annecy

Lorsqu'on veut dessiner un objet de l'espace, comme cette maison, il faut d'abord adopter des conventions de dessin comme les perspectives dont nous t'avons déjà parlé dans le livre de 6ème et que nous avons encore regardées au chapitre 27.

Nous ne nous occupons pas de cette question dans ce chapitre.

Nous ne nous intéressons ici qu'à la reproduction d'objets théoriquement plats.

- Si ces objets sont trop petits pour qu'on puisse en faire un dessin intéressant, on les agrandit.

Par exemple le dessin ci-dessous représente un parasite de l'abeille.

C'est un insecte minuscule qui vit sur l'abeille un peu comme un pou sur une tête.

Il a été agrandi 120 fois, c'est-à-dire reproduit à l'échelle 120.

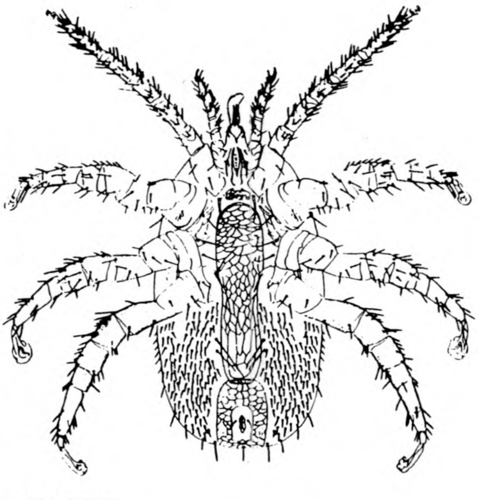
Entre les extrémités de la patte avant et de la patte arrière gauche, il y a environ 65 mm sur le dessin.

Quelle longueur cela représente-t-il en réalité ?

Tu vois que cet insecte est vraiment très petit.

Bien entendu, pour faire cet agrandissement, on a utilisé des méthodes plus sophistiquées que dans le chapitre précédent. Sans doute un dessin à partir d'une photographie de l'insecte faite au microscope.

Mais évidemment, l'échelle fonctionne comme il a été expliqué au paragraphe 1.

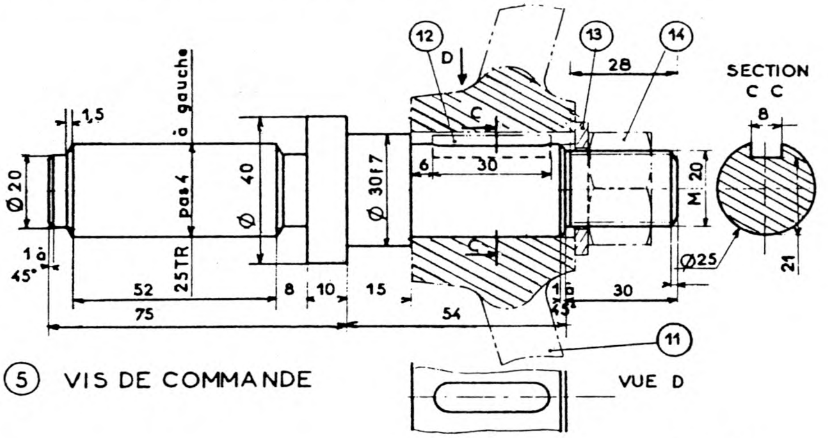


APIMONDIA
la varroase, maladie de l'abeille mellifère.

Bucarest

- Si les objets sont trop grands pour qu'on puisse en faire un dessin sur une feuille de papier de taille raisonnable, on les réduit.

Par exemple, le dessin ci-dessous représente une vis d'un robinet spécial.



concours ENSI - 1970

Il a été réduit 2 fois. Cela signifie que toutes les longueurs de l'objet ont été divisées par 2.

Mais tu sais que diviser par 2 c'est multiplier par $\frac{1}{2}$.

On dit que l'objet a été représenté à l'échelle $\frac{1}{2}$.

Et évidemment, cette échelle fonctionne comme il a été dit au paragraphe 1.

Exercices.

Recopie et complète les tableaux ci-dessous. (l'unité utilisée est le mm).

échelle : 120					
mesures réelles		0,4	0,1		
mesures sur le dessin	90			36	

échelle : $\frac{1}{2}$					
mesures réelles	28		54	75	
mesures sur le dessin		15			20

3. Echelle et aire.

Les côtés d'un rectangle ont pour longueur 20 cm et 35 cm.

Quelle est son aire ?

Reproduis ce rectangle à l'échelle $\frac{1}{5}$.

Calcule l'aire de ce nouveau rectangle. Quel est le quotient des deux aires ?

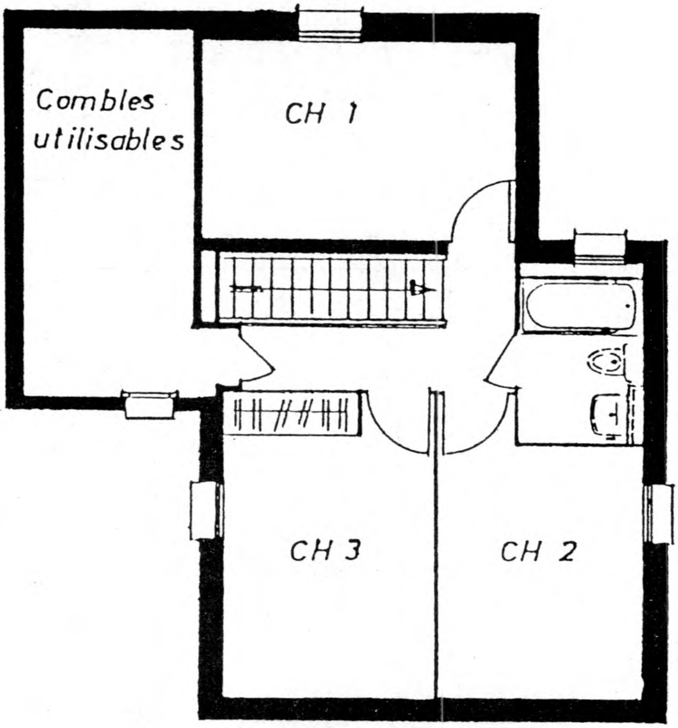
Ce résultat ne te surprendra pas :

- les mesures de longueur ont été multipliées par $\frac{1}{5}$,

- les mesures d'aire ont été multipliées par $\frac{1}{25}$, c'est-à-dire $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$.

Nous avions déjà trouvé des résultats de ce genre en sixième quand nous avions changé d'unités.

4. Plan.



Voici le plan du premier étage d'une maison.

L'architecte l'a dessiné à l'échelle $\frac{1}{100}$.

C'est bien agréable parce que :

1 m dans la maison est représenté par $\frac{1}{100}$ m, c'est-à-dire 1 cm sur le dessin.

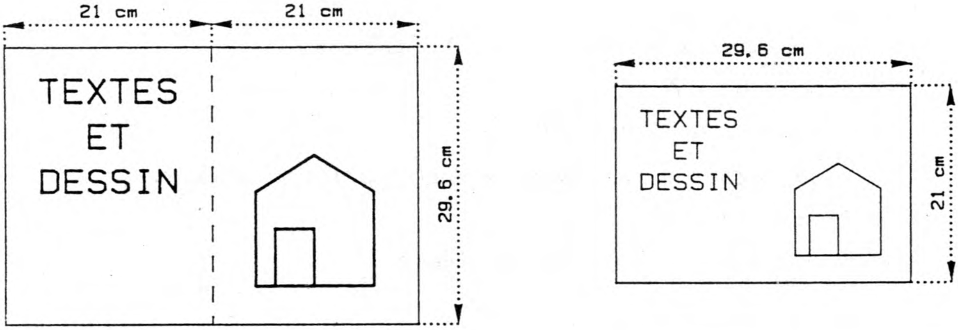
Il n'y a donc pas beaucoup d'opérations à faire !

Donne les dimensions en mètres de la chambre 1.
Donne l'aire en m^2 *des combles.*

5. La photocopieuse.

Certaines photocopieuses ont une touche qui permet de "réduire de moitié".

Quand on entre une feuille double dans une telle photocopieuse, il en sort une feuille simple.



Tu vois que ce ne sont pas les longueurs qui ont été divisées par 2 mais les aires.

L'échelle de cette réduction n'est donc pas 1/2.

Le dessin ci-dessus te permet de trouver une valeur approchée de cette échelle.

Fais-le.

Elève le nombre que tu viens de trouver au carré pour voir si tu trouves à peu près 0,5.

Remarque.

Ces dessins ont été faits à l'échelle $\frac{1}{8}$.

Vérifie-le.

II CARTES

1. Dessiner une carte.

Dessiner une carte n'est pas une petite affaire et demande beaucoup d'opérations et de conventions de dessin.

- D'abord, le morceau de la terre qu'on veut représenter n'est pas plan : c'est à peu près un morceau de sphère.

- Et puis il est tout bosselé, avec des montagnes, des vallées, etc...

- Et puis, il y a plein de choses dessus, des maisons, des lignes éléctriques, des routes, etc...

Nous ne nous intéressons pas à toutes ces questions ici, mais seulement à l'échelle de la carte.

Car il faut bien réduire le morceau de terrain qu'on veut représenter : il n'est évidemment pas possible de le dessiner en vraie grandeur.

2. Plan cadastral.

Dans toutes les mairies, on trouve le cadastre : c'est un registre où sont regroupés les plans de tous les terrains de la commune.

Prends la feuille de manipulation numéro 21.

Tu y vois un extrait du cadastre de la commune de Mens dans l'Isère : c'est le plan de la propriété d'une colonie de vacances.

L'échelle est $\frac{7}{1000}$.

Calcule

- la longueur approximative du chemin qui conduit au Menglas entre les points A *et* B *;*

- *l'aire approximative du bâtiment principal ;*
- *l'aire approximative de la parcelle* 95.

3. Carte d'Etat Major.

Ce sont des cartes dessinées en quatre couleurs à l'échelle $\frac{1}{25000}$.

Sur la feuille de manipulation numéro 22 nous t'avons donné une photographie d'un extrait d'une telle carte. Malheureusement, nous n'avons pas pu y mettre les couleurs.

Ces cartes sont très commodes pour se promener parce que tous les chemins et de nombreux détails y figurent.

Elles indiquent aussi le relief, mais nous ne nous intéressons pas à cette question ici.

Quelle est la distance en km sur le terrain représentée par 1 cm *sur la carte ?*

Combien faut-il de cm *sur la carte pour représenter* 1 km *de terrain ?*

Trouve sur la carte l'église de Saint Baudille et Pipet et l'église de Tréminis.

Quelle est approximativement la distance en km *de ces deux églises, "à vol d'oiseau" ?*

Pourtant à la sortie de Saint Baudille et Pipet, on trouve une pancarte qui indique : "Tréminis 8 km".

Comment expliques-tu cela ?

4. Plan d'une ville.

La figure ci-contre est un extrait d'un plan de Grenoble dessiné à l'échelle $\frac{1}{12200}$.

Donne une mesure approximative de la surface occupée par le lycée Champollion.
(Tu pourras faire comme si cette surface était un trapèze rectangle).

plan Rové de Grenoble

exercices pages 210 et 222

centres et droites de symétrie 39

Dans le chapitre 28, nous avons regardé des figures avec un centre de symétrie. Certaines avaient aussi des droites de symétrie.

Et toutes les fois que nous avons trouvé une droite de symétrie passant par le centre de symétrie, nous avons aussi trouvé une autre droite de symétrie perpendiculaire à la première.

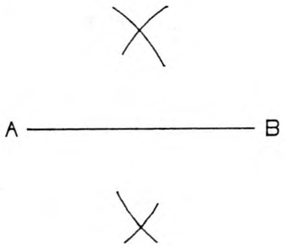
Nous allons examiner ces questions pour les figures dont tu te sers le plus souvent en géométrie.

1. Segment de droite.

Dessine un segment de droite AB.

La médiatrice est une droite de symétrie : tu l'as appris en sixième.

Dessine-la en utilisant ton compas. Le dessin ci-contre te rappelle comment on fait.



Le segment AB a aussi un centre de symétrie.

Lequel ?

Il a une autre droite de symétrie.

Laquelle ?

2. Demi-droite.

Dessine une demi-droite Ax.

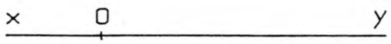
Elle a une droite de symétrie.

Laquelle ?

Penses-tu qu'elle ait un centre de symétrie ?

3. Droite.

Dessine une droite xy.



Marque un point O *sur cette droite.*

Dans la symétrie de centre O, *quelle est l'image de la demi-droite* Ox *? de la demi-droite* Oy *?*

Tu vois que le point O est un centre de symétrie pour la droite xy.

Bien entendu, cela ne correspond pas à ce qu'on voit sur le dessin ci-dessus.

C'est qu'en réalité, il est impossible de dessiner TOUTE la droite et nous n'en avons dessiné qu'une partie.

Tous les points de la droite sont donc des centres de symétrie de la droite.

C'est la première fois que nous rencontrons une figure qui a plus d'un centre de symétrie.

Sur ton dessin, dessine la droite d *qui passe par* O *et qui est perpendiculaire à la droite* xy.

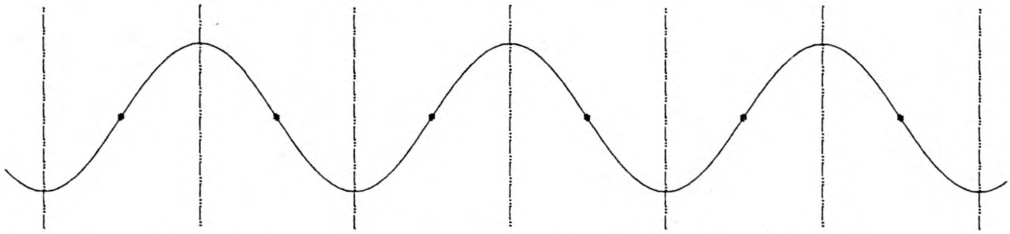
Dans la symétrie autour de la droite d, *quelle est l'image de la demi-droite* Ox *? De la demi-droite* Oy ?

Tu vois que la droite d est une droite de symétrie pour la droite xy.

Bien entendu, il en est de même pour toutes les perpendiculaires à la droite xy

Il y a une autre droite de symétrie. Laquelle ?

Regarde cette figure et imagine qu'elle soit illimitée à droite et à gauche.

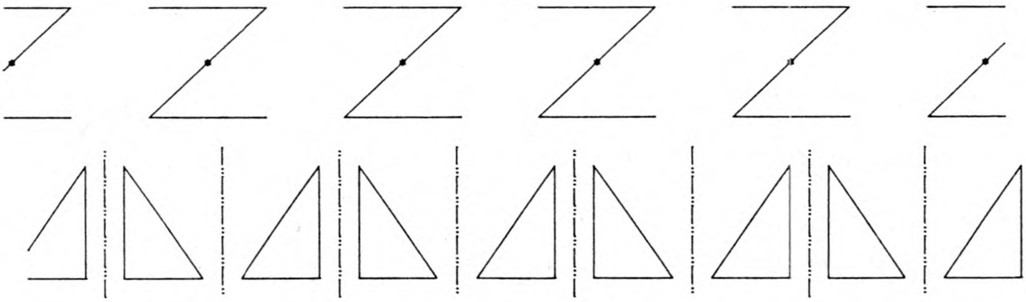


Alors la figure que tu as imaginée a beaucoup de centres de symétrie. Nous avons marqué ceux qu'on voit sur le dessin.

Elle a aussi beaucoup de droites de symétrie. Nous avons tracé celles qu'on voit sur le dessin.

Mais ce qui est extraordinaire, cette fois, c'est que les droites de symétrie ne passent pas par les centres de symétrie.

Regarde encore ces deux figures et imagine qu'elles soient aussi illimitées.

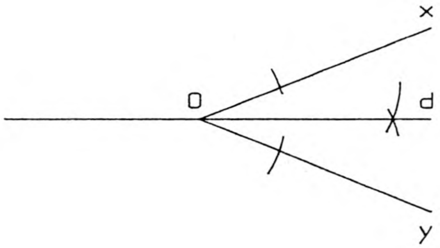


La première a beaucoup de centres de symétrie ; nous avons marqué ceux qu'on voit sur le dessin. Mais elle n'a pas de droite de symétrie.

La seconde a beaucoup de droites de symétrie ; nous avons tracé celles qu'on voit sur le dessin. Mais elle n'a pas de centre de symétrie.

4. Secteur angulaire.

Dessine un secteur angulaire xOy *puis, à l'aide de ton compas, dessine sa bissectrice* d.

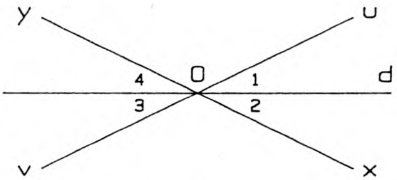


Tu sais déjà que la droite d est une droite de symétrie pour le secteur xOy.

A ton avis, ce secteur a-t-il un centre de symétrie ?

5. Réunion de deux droites concourantes.

Nous nous intéressons à la figure formée par les deux droites xy et uv, concourantes en O.



Le point O est un centre de symétrie pour la figure.

Nous avons tracé la bissectrice d du secteur xOu, c'est-à-dire que $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$.

Explique pourquoi $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$ *et* $\widehat{O_2} = \widehat{O_4}$.

Tu vois donc que $\widehat{O_3} = \widehat{O_4}$ et que la droite d est la bissectrice du secteur yOv.

C'est donc une droite de symétrie pour la figure que nous étudions.

Bien entendu, la droite qui porte les bissectrices du secteur uOy et vOx est aussi une droite de symétrie.

Ces deux droites de symétrie sont perpendiculaires en O.

Cas particulier.

Si les deux droites xy et uv sont perpendiculaires, la figure qu'elles forment a deux droites de symétrie de plus.

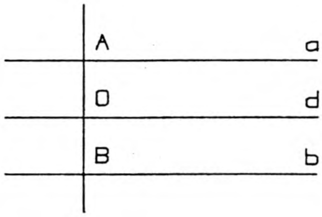
Fais un dessin pour les trouver.

6. Réunion de deux droites parallèles.

Nous nous intéressons maintenant à la figure formée par deux droites parallèles a et b.

Tu comprendras aisément que cette figure a :

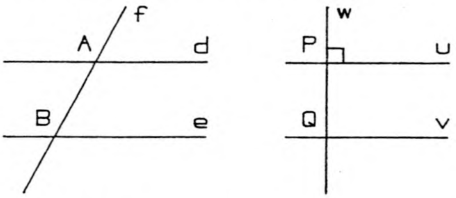
- pour droites de symétrie, toutes les perpendiculaires communes à a et à b,
- pour centres de symétrie, tous les milieux des segments tels que le segment AB,
- pour droite de symétrie, la droite a, ensemble de ces points.



exercices page 210

exercices

371 *Etudie si les figures ci-dessous ont des centres ou des droites de symétrie.*

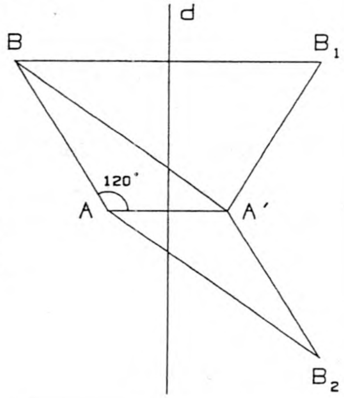


Essaie de justifier les réponses.
(Chacune de ces figures est formée de trois droites dont deux sont parallèles).

372 *Comment faut-il choisir deux demi-droites* Ax *et* By *pour que la figure qu'elles forment ait un centre de symétrie ?*
Et pour que cette figure ait une droite de symétrie ?

373 Sur ce dessin, la droite d est une droite de symétrie du quadrilatère $AA'B_1B$ et le point O est un centre de symétrie du quadrilatère $ABA'B_2$.
De plus $\widehat{BAA'} = 120°$.

Explique pourquoi le triangle $A'B_1B_2$ *est isocèle.*
Calcule la mesure des angles de ce triangle.



exercices

374 *Prends ton livre de géographie et choisis une carte où figurent des villes.*
Relève l'échelle de la carte.
Calcule la distance de deux villes que tu choisiras toi-même.

375 *Recopie et complète le tableau suivant.*

distance sur le terrain en km		7	7	7
échelle	1/25000		1/100000	
distance sur la carte en cm	14	14		3,5

376 Une carte est à l'échelle de 1/200000.
Combien 1 cm *de la carte représente-t-il de* km *?*
Par combien de cm *sur la carte est représentée une distance de* 1 km *?*
Et une distance de 37,5 km *?*

377 Une distance de 1 km est représentée par 2 cm sur une carte.
Sans calculer l'échelle de la carte, indique quelle est la distance représentée par 10 cm *sur la carte.*
Et par 0,5 cm *?*

378 Sur le plan d'une ville, 1 cm représente une distance de 25 m.
Quelle est l'échelle de ce plan ?

379 Un pré rectangulaire a pour longueur 200 m et pour largeur 105 m.
Représente-le à l'échelle 1/2 500.
Par quel nombre faut-il multiplier le périmètre de ton dessin pour obtenir le périmètre du pré ?
Par quel nombre faut-il multiplier l'aire de ton dessin pour obtenir l'aire du pré ?

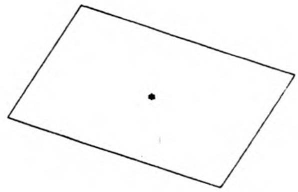
autres exercices page 222

centres et droites de symétrie polygones et cercles 40

Dans ce chapitre, nous allons continuer l'étude des centres de symétrie et des droites de symétrie des figures que tu as l'habitude d'utiliser.

I LES QUADRILATERES.

1. Les parallélogrammes.



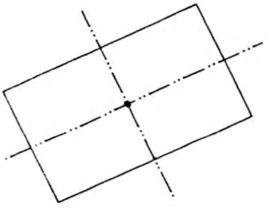
Tu sais déjà qu'un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui a un centre de symétrie.

2. Les parallélogrammes particuliers.

Si un parallélogramme a une droite de symétrie, elle passe par son centre.

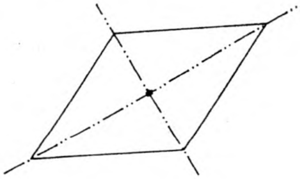
On peut alors imaginer que cette droite de symétrie soit la médiatrice de l'un des côtés.

On obtient alors un rectangle.



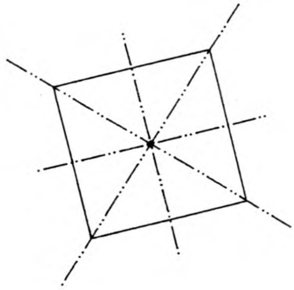
On peut aussi imaginer que cette droite de symétrie soit une des diagonales du parallélogramme.

On obtient alors un losange.



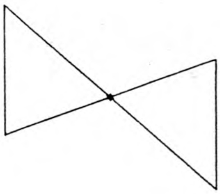
Le parallélogramme a alors une deuxième droite de symétrie

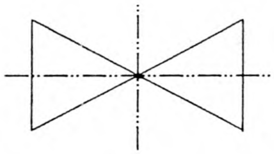
Et si on veut réaliser les deux conditions ci-dessus en même temps, on obtient un carré qui a quatre droites de symétrie.



3. Et pour s'amuser, d'autres quadrilatères.

Nous avons aussi imaginé des quadrilatères croisés qui ont un centre de symétrie,



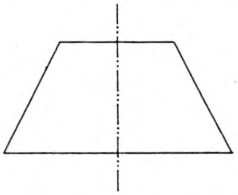


deux droites de symétrie (et 1 centre de symétrie).

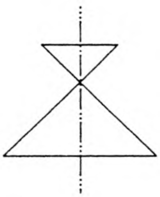
Tu as aussi rencontré en sixième des quadrilatères qui ont une seule droite de symétrie et pas de centre de symétrie.

Cette droite de symétrie peut être la médiatrice d'un côté.

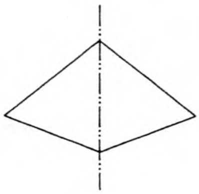
Elle peut être aussi une diagonale.

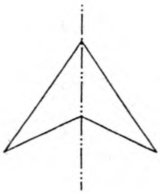


c'est un trapèze isocèle.



avec une jolie queue, c'est un cerf-volant.





au bout d'un bâton, c'est un fer de lance.

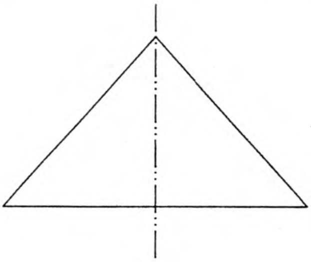
II LES TRIANGLES.

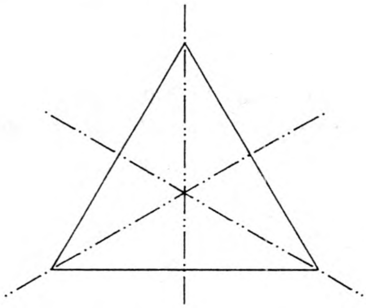
1. Symétrie.

Nous avons appris dans le chapitre 29 qu'un triangle ne peut pas avoir de centre de symétrie.

Par contre, certains peuvent avoir une droite de symétrie : ce sont les triangles isocèles.

Certains en ont même trois : ce sont les triangles équilatéraux.





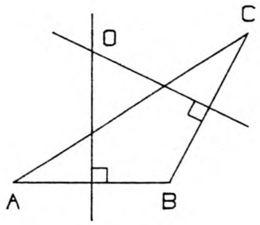
2. Cercle circonscrit à un triangle.

Dessine un triangle. ABC.

Trace les médiatrices des segments AB, BC, CA. *Qu'observes-tu ?*

Nous allons essayer de démontrer cela.

Sur la figure ci-contre nous avons dessiné un triangle ABC et les médiatrices des segments AB et BC.



Puisque les droites AB et BC sont concourantes, les deux médiatrices le sont aussi. Appellons O leur point commun.

Les segments OA et OB ont la même longueur.

Pourquoi ?

Les segments OB et OC ont la même longueur.

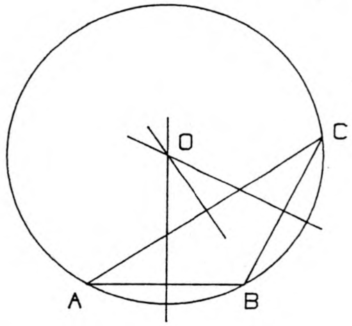
Pourquoi ? Que peux-tu dire des segments OA *et* OC *?*

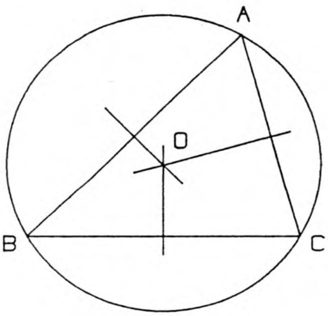
Tu vois donc que le point O appartient à la médiatrice du segment AC.

Les trois médiatrices du triangle ABC passent par le point O.

Puisque les segments OA, OB et OC ont la même longueur, le point O est le centre d'un cercle qui passe par A, B et C.

On l'appelle CERCLE CIRCONSCRIT au triangle ABC.





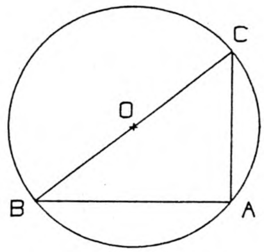
Remarque.

Dans un triangle ABC rectangle en A, la longueur de la médiane AO est la moitié de la longueur de l'hypoténuse BC.

Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est donc le milieu de l'hypoténuse.

Les médiatrices des trois côtés passent par ce point.

Fais un dessin.



3. Et pour s'amuser encore : centre de répétition.

Dessine un triangle ABC *équilatéral. Nous l'appellerons triangle numéro 1.*

Dessine soigneusement les trois droites de symétrie de ce triangle.

Appelle O *leur point commun. Colorie en rouge le secteur* A.

Reproduis le triangle 1 *sur une feuille de calque. Tu obtiens le triangle numéro* 2. *Colorie en bleu son secteur* A.

Appelle U *le point de concours de ses médiatrices.*

Maintiens bien le point U *sur le point* O *à l'aide d'une épingle ou de la pointe de ton compas.*

Fais tourner le calque jusqu'à ce que le triangle 2 soit de nouveau exactement sur le triangle 1. *De quel angle as-tu tourné ?*

Recommence. Encore une fois.

Tu vois que le point O n'est pas un centre de symétrie puisqu'il a fallu tourner d'un tiers de tour et non pas d'un demi tour pour que le triangle 2 vienne sur le triangle 1.

Et il a fallu tourner 3 fois et non pas 2 pour revenir au point de départ.

C'est pourquoi on dit que le point O est un CENTRE DE REPETITION d'ordre 3.

Remarque bien qu'avec ce vocabulaire, un centre de symétrie est un centre de répétition d'ordre 2.

Exercice.

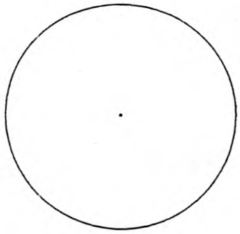
Refais le même travail avec un carré.

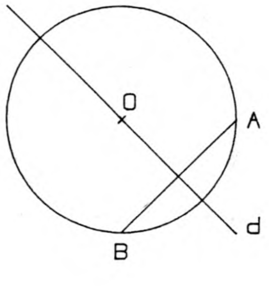
Le carré a un centre de répétition.

De quel ordre ?

III LE CERCLE.

Tu n'auras sans doute pas de mal à découvrir le centre de symétrie et les droites de symétrie d'un cercle.





Ni sans doute à comprendre pourquoi, dans la figure ci-contre, la droite d, médiatrice du segment AB, est une droite de symétrie.

Mais au fait, la figure a-t-elle encore un centre de symétrie ?

exercices pages 215 et 216

380 *Dessine un carré* ABCD.

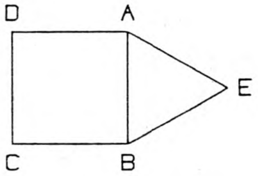
- *A l'extérieur du carré, dessine le triangle équilatéral* ABE. *La figure obtenue a-t-elle :*
  - *une droite de symétrie ?*
  - *Un centre de symétrie ?*
- *Refais un dessin du carré, du triangle* ABE *et ajoute de la même façon le triangle équilatéral* BCF.

Réponds aux mêmes questions.

- *Refais un dessin du carré, du triangle* ABE *et ajoute de la même façon le triangle équilatéral* DCG.

Réponds aux mêmes questions.

- *Refais un dessin avec cette fois le carré et les trois triangles et réponds encore aux mêmes questions.*
- Et tu as sans doute envie de regarder ce qui se passe avec un quatrième triangle équilatéral. *Fais-le.*



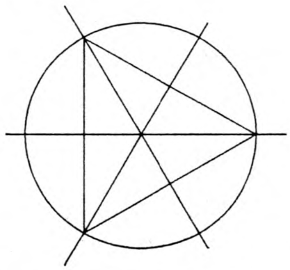
381 Sur la figure ci-dessous, nous avons partagé un cercle en trois parties superposables.

Nous avons obtenu un triangle équilatéral et nous avons dessiné ses médiatrices.

Le centre du cercle est-il encore un centre de symétrie ?

Est-ce un centre de répétition ?

Combien de diamètres sont encore des droites de symétrie ?



382 Sur le dessin ci-contre, nous avons partagé un cercle en huit parties superposables et nous avons joint les sommets 3 par 3.

Nous avons obtenu un octogone étoilé.

Reproduis cette figure en plus grand.

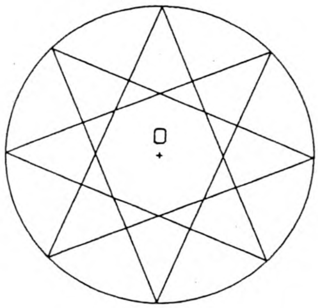
Puis reproduis ton dessin sur un calque et appelle U *le centre du cercle sur ton calque.*

Maintiens bien le point U *sur le point* O *à l'aide d'une épingle ou de la pointe de ton compas.*

Fais tourner le calque jusqu'à ce que l'octogone du calque recouvre de nouveau celui de ton premier dessin.

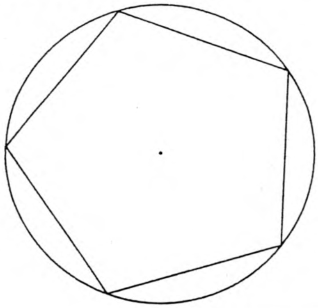
Quelle fraction de tour as-tu fait ?

Trace les droites de symétrie de cette figure. Cette figure a-t-elle un centre de symétrie ? Un centre de répétition ?



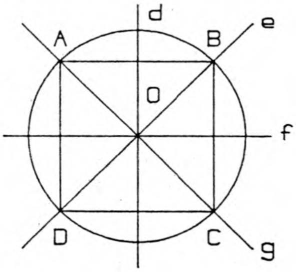
383 *Sur la figure ci-dessous, combien de diamètres du cercle sont des droites de symétrie ?*

Le centre du cercle est-il un centre de répétition ? Un centre de symétrie ?



autres exercices page 216

384 *Dessine comme nous un carré* ABCD. *Appelle* d, e, f *et* g *ses quatre droites de symétrie et* O *son centre.*



Il y a donc quatre symétries par rapport à une droite et la symétrie de centre O.

Parmi toutes ces symétries, quelles sont celles qui transforment :

A *en* B *?* A *en* C *?* A *en* D *?*

A *en* C *et* B *en* D *?* A *en* C *et* B *en* B *?*

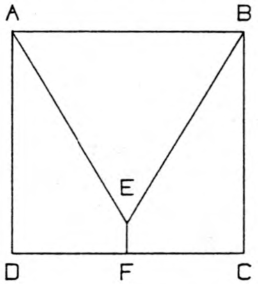
A *en* C *et* B *en* A *?* A *en* B *et* C *en* D *?*

Attention ! Il se peut que certaines de ces questions aient plusieurs réponses ! Ou aucune !

385 *Regarde la figure ci-dessous.*

- le quadrilatère ABCD est un carré,
- le triangle ABE est équilatéral,
- le point F est le milieu du segment DC.

Montre que la figure a une droite de symétrie.



386 *Dessine un segment* AB *et appelle* O *son milieu.*

Dessine plusieurs triangles rectangles dont AB *est l'hypoténuse.*

Trace le cercle de diamètre AB.

Qu'observes-tu ?

Quelle est la propriété de la leçon qui te permet d'expliquer cela ?

387 *Prends la feuille de manipulation numéro* 20, *dessin numéro* 3 *et regarde les figures* F_1 *à* F_6.

Pour chacune d'elle, dis si elle a des centres de symétrie, des droites de symétrie.

388 *Dessine un cercle et partage-le en quatre parties superposables. Tu obtiens un carré.*

Combien de diamètres sont encore des droites de symétrie ?

Le centre du cercle est-il un centre de répétition ? Un centre de symétrie ?

389 *Dessine un parallélogramme et appelle* I *et* J *les milieux de deux côtés consécutifs.*

Trace la droite d *qui passe par* I *et* J.

Dessine la symétrique du parallélogramme par rapport à la droite d.

Pourquoi est-ce un parallélogramme ?

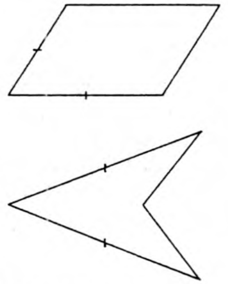
La figure formée par les deux parallélogrammes semble-t-elle avoir un centre de symétrie ?

Dessine un fer de lance : il a une droite de symétrie et un secteur rentrant.

Appelle I *et* J *les milieux des deux côtés les plus longs et* d *la droite* IJ.

Dessine la symétrique du fer de lance par rapport à la droite d.

La figure formée par les deux fers de lance semble-t-elle avoir un centre de symétrie ?



Remarque.

Ce que tu viens d'observer est assez curieux :

- un parallélogramme a un centre de symétrie et pourtant la figure formée par les deux parallélogrammes ne semble pas en avoir,
- un fer de lance n'a pas de centre de symétrie et pourtant la figure formée par les deux fers de lance semble en avoir un.

rectangles losanges carrés 41

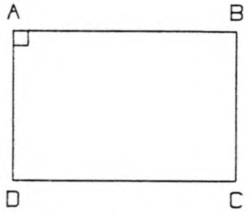
I RECTANGLE

1. Un rectangle est un parallélogramme.

. Tu sais qu'un rectangle est un parallélogramme.

Il a donc TOUTES les propriétés des parallélogrammes.

Donnes-en quelques unes.



La figure représente un parallélogramme où $\widehat{A} = 90°$.

Explique pourquoi $\widehat{B} = 90°$ *et pourquoi* $\widehat{C} = 90°$.

Tu vois que

Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.

. Tu sais déjà que si un parallélogramme a pour droite de symétrie la médiatrice d'un de ses côtés, c'est un rectangle et il a une deuxième droite de symétrie.

. Enfin tu as appris dans le chapitre 15 que si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu et la même longueur, alors c'est un rectangle.

Mais dire que les diagonales ont le même milieu revient à dire que c'est un parallélogramme.

Donc :

Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

2. Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle.

Il y a beaucoup de façons de le faire.

■ DIRECTEMENT.

Tu démontres une des deux propriétés suivantes, MAIS IL EST INUTILE DE DEMONTRER L'AUTRE :

- Soit qu'il a 3 secteurs droits,
- Soit qu'il a deux droites de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.

■ EN PASSANT PAR LE PARALLELOGRAMME.

Tu démontres d'abord que c'est un parallélogramme.

Pour cela, tu utilises UNE des méthodes étudiées au chapitre 29.

rectangles losanges carrés 41

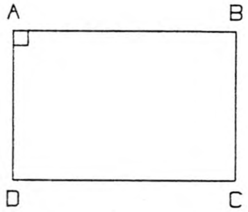
I RECTANGLE

1. Un rectangle est un parallélogramme.

. Tu sais qu'un rectangle est un parallélogramme.

Il a donc TOUTES les propriétés des parallélogrammes.

Donnes-en quelques unes.



La figure représente un parallélogramme où $\widehat{A} = 90°$.

Explique pourquoi $\widehat{B} = 90°$ *et pourquoi* $\widehat{C} = 90°$.

Tu vois que

Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.

. Tu sais déjà que si un parallélogramme a pour droite de symétrie la médiatrice d'un de ses côtés, c'est un rectangle et il a une deuxième droite de symétrie.

. Enfin tu as appris dans le chapitre 15 que si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu et la même longueur, alors c'est un rectangle.

Mais dire que les diagonales ont le même milieu revient à dire que c'est un parallélogramme.

Donc :

Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un rectangle.

2. Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle.

Il y a beaucoup de façons de le faire.

■ DIRECTEMENT.

Tu démontres une des deux propriétés suivantes, MAIS IL EST INUTILE DE DEMONTRER L'AUTRE :

- Soit qu'il a 3 secteurs droits,
- Soit qu'il a deux droites de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.

■ EN PASSANT PAR LE PARALLELOGRAMME.

Tu démontres d'abord que c'est un parallélogramme.

Pour cela, tu utilises UNE des méthodes étudiées au chapitre 29.

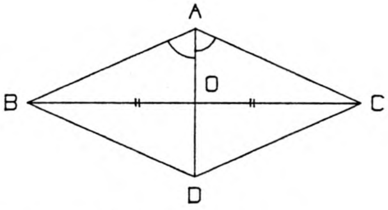
Si dans un parallélogramme, une des diagonales est bissectrice de l'un des secteurs, ce parallélogramme est un losange.

2. Retour sur le triangle isocèle.

Dans le triangle ABC ci-contre, la médiane AO est la bissectrice du secteur BAC.

Nous voulons montrer que le triangle ABC est isocèle en A.

Pour cela nous avons marqué le point D symétrique du point A par rapport à O.



Explique pourquoi ABDC *est un parallélogramme de sommets opposés* A *et* D.

Et maintenant explique pourquoi c'est un losange.

Pouvons-nous maintenant affirmer que le triangle ABC *est isocèle en* A *?*

Si dans un triangle, une médiane est confondue avec une bissectrice, ce triangle est isocèle.

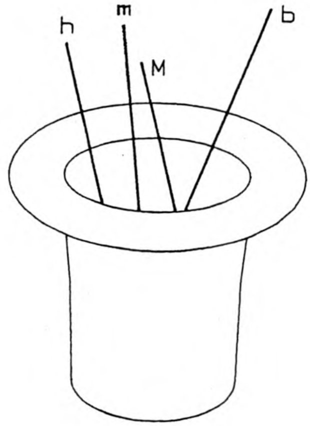
On sait tout maintenant sur le triangle isocèle.

Par exemple :

mets dans un chapeau la médiane (m), la hauteur (h), la bissectrice (b) qui passent par A et la médiatrice (M) du côté BC d'un triangle ABC.

Tires en deux :

- si elles sont confondues, le triangle est isocèle en A,
- si elles ne sont pas confondues, le triangle n'est pas isocèle en A.



3. Démontrer qu'un quadrilatère est un losange.

Il y a beaucoup de façons de le faire.

■ DIRECTEMENT

Tu démontres une des deux propriétés suivantes, MAIS IL EST INUTILE DE DEMONTRER L'AUTRE.

- Soit il a ses 4 côtés de même longueur,
- Soit ses diagonales sont des droites de symétrie.

■ EN PASSANT PAR LE PARALLELOGRAMME.

Tu démontres d'abord que c'est un parallélogramme.

Pour cela tu utilises une des méthodes étudiées au chapitre 29.

Tu démontres ensuite une des propriétés suivantes, MAIS IL EST INUTILE DE DEMONTRER LES TROIS AUTRES

- Soit il a deux côtés consécutifs de même longueur,
- Soit ses diagonales sont perpendiculaires,
- Soit une diagonale est une droite de symétrie,
- Soit une diagonale est la bissectrice de l'un des secteurs.

III CARRE.

1. Propriétés.

Un carré est un quadrilatère qui a :
- Quatre secteurs droits : c'est donc un rectangle,
- Quatre côtés de même longueur, c'est donc un losange.

C'est évidemment un parallèlogramme.
Et il a toutes les propriétés du rectangle et toutes les propriétés du losange.
On peut te demander de démontrer qu'un quadrilatère est un carré.
Il y a trois groupes de façons de le faire. Nous te les expliquons ci-dessous :

2. Un rectangle losange.

- Tu démontres d'abord que c'est un rectangle :
  ou trois secteurs sont droits,
  ou les médiatrices des côtés sont des droites de symétrie.
- Puis que c'est un losange :
  ou deux côtés consécutifs ont la même longueur,
  ou une diagonale est droite de symétrie,
  ou les diagonales sont perpendiculaires,
  ou une diagonale est bissectrice d'un secteur.

3. Un losange rectangle.

- Tu démontres d'abord que c'est un losange :
  ou quatre côtés ont la même longueur,
  ou ses diagonales sont des droites de symétrie.
- Puis que c'est un rectangle :
  ou un angle est droit,
  ou une médiatrice d'un côté est droite de symétrie,
  ou les diagonales ont la même longueur.

4. Un parallélogramme rectangle et losange.

- Tu démontres d'abord que c'est un parallélogramme,
- Puis que c'est un rectangle : un des trois moyens énumérés au paragraphe I.
- Puis que c'est un losange : un des quatre moyens énumérés au paragraphe II.

exercices page 221

390 *Dessine un carré* ABCD *et appelle* O *son centre,* d *et* e *les médiatrices de ses côtés.*
Trace un cercle de centre O *: il coupe la droite* d *en deux points* E *et* G *et la droite* e *en deux points* F *et* H.
Montre que le quadrilatère EFGH *est un carré.*

391 *Dessine un losange* ABCD *et appelle* O *son centre*
La perpendiculaire à la droite AD qui passe par A et la perpendiculaire à la droite CD qui passe par C se coupent en E.
La perpendiculaire à la droite AB qui passe par A et la perpendiculaire à la droite CB qui passe par C se coupent en F.
Explique pourquoi les droites AE *et* CF *sont parallèles.*
Montre que le quadrilatère AECF *est un parallélogramme de sommets opposés* A *et* C.
Explique pourquoi les angles $\widehat{CAF}$ *et* $\widehat{CAE}$ *sont égaux.*
Qu'en déduis-tu pour le parallélogramme AECF *?*

392 *Dessine un triangle* ABI. *Marque le point* C *symétrique de* A *par rapport à* I *et le point* D *symétrique de* B *par rapport à* I.
Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. *Pourquoi ?*
Comment faut-il choisir le triangle ABI *pour que* ABCD *soit un rectangle ? Un losange ? Un carré ?*

393 *Dessine un triangle* ABC, *rectangle en* B *tel que la longueur du segment* AB *soit* 6 cm *et que celle du segment* BC *soit* 4 cm.
Appelle I le milieu du segment BC et M celui du segment AC.
Démontre que la droite IM *est la médiatrice du segment* BC.
Démontre que les droites IM *et* AB *sont parallèles.*
Appelle D le symétrique de I par rapport à M.
Démontre que le quadrilatère AICD *est un parallélogramme et que le quadrilatère* ABID *est un rectangle.*

394 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *puis le point* D *symétrique de* A *par rapport à la droite* BC.
Explique pourquoi la droite AD *passe par le milieu du segment* BC.
Qu'en déduis-tu pour les diagonales du quadrilatère ABDC*? Pour ce quadrilatère ?*
Donne une preuve que c'est un losange.

395 *Dessine un triangle équilatéral* ABC *dont les côtés mesurent* 8 cm. *et trace la médiane* AI.
La droite AI *est-elle perpendiculaire à la droite* BC *? Pourquoi ?*
Appelle H *le symétrique de* I *par rapport au milieu* O *du segment* AB.
Montre que le quadrilatère AHBI *est un rectangle.*
Montre que le quadrilatère AHIC *est un parallélogramme.*

396 *Dessine un triangle* ABC *isocèle en* A *et appelle* O *le milieu du segment* BC.
La droite qui passe par O *et qui est parallèle à la droite* AB *coupe la droite* AC *en un point* J.
La droite qui passe par O *et qui est parallèle à la droite* AC *coupe la droite* AB *en un point* I.
Montre que le quadrilatère AIOJ *est un losange.*

397 *Dessine un losange dont les deux diagonales mesurent* 10 cm.
Qu'observes-tu ? Explique.

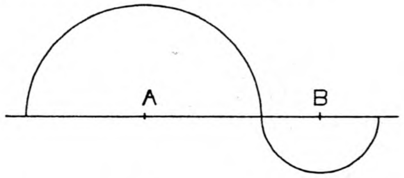
398 *Dessine un triangle* ABC. *Trace la bissectrice du secteur* ABC *et la bissectrice du secteur* BCA.
Les deux droites se coupent au point I.
Trace la droite qui passe par I *et qui est parallèle à la droite* BC. *Cette droite coupe la droite* AB *en un point* D *et la droite* AC *en un point* E. *Montre que le triangle* BDI *est isocèle en* D.
Trace la droite qui passe par I *et qui est parallèle à la droite* AC.
Cette droite coupe la droite BC en un point F.
Montre que le quadrilatère CEIF *est un losange.*

399 Sur une carte à l'échelle 1/25 000, on a mesuré la distance entre les sommets de deux montagnes et on a trouvé que cette distance était comprise entre 13,3 cm et 13,4 cm.
Donne un encadrement de la distance en km *entre les deux sommets.*

400 Sur une feuille de papier on a dessiné un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 3 cm. Il représente un rectangle dont l'aire est de 48 m^2.
A quelle échelle a été fait le dessin ?
Quelles sont les dimensions du rectangle sur le terrain ?

401 Les côtés d'un triangle mesurent 37,50 m, 50 m et 62,50 m.
Dessine ce triangle à l'échelle 1/1 250.
Qu'observes-tu ?
Penses-tu que le triangle, sur le terrain, a la même propriété ?

402 Deux demi-cercles sont placés comme l'indique la figure ci-dessous.



Ils ont pour rayon 50 cm et 25 cm.
Fais un dessin à l'échelle 1/25.
Un cercle est tangent à la droite AB au point A, il a pour rayon 25 cm et son centre est à l'intérieur du demi-cercle de centre A.
Complète ton dessin.

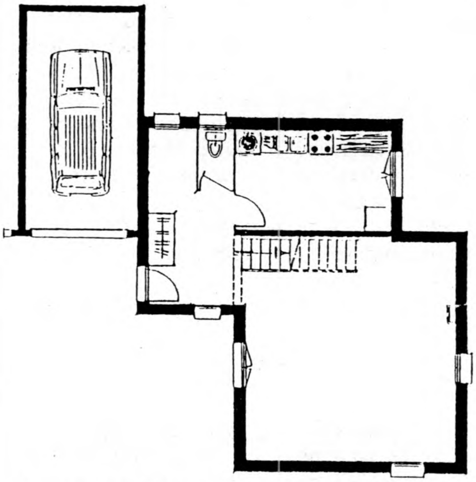
403 Sur une carte au 1/50 000 la distance entre deux villes est 20 cm.
Quelle est la distance sur une carte au 1/20 000 *?*

404 Ce cercle a pour rayon 0,5 mm.
Imagine que nous voulions en dessiner un diamètre, ou même en marquer le centre...
Reproduis ce cercle à l'échelle 60.

405 Voici quelques informations sur cet astérisque :
- les rayons mesurent 0,7 mm,
- les secteurs formés par deux rayons mesurent 60°.

Reproduis cet astérisque à l'échelle 50.

406 Voici le plan du rez-de-chaussée de la maison dont nous avons déjà étudié le premier étage. Mais cette fois, l'échelle est 1/200.



Donne les dimensions de la cuisine de la maison.
Calcule la mesure de la surface réelle de la salle de séjour.
Et puis, quelles sont donc la longueur et la largeur de la voiture ?

407 Dans un trapèze isocèle, les côtés AB et CD sont parallèles, l'angle A mesure 73° et les côtés AB et AD mesurent 148 m et 64 m.
Fais un dessin à l'échelle 1/2 000.

408 La figure ci-contre est vraiment toute petite et il serait bien difficile de travailler dessus. Par exemple, imagine que nous voulions tracer les diagonales !
C'est un trapèze rectangle dont les côtés parallèles ont pour longueur 2,5 mm et 3,5 mm et dont la hauteur est 1 mm.
Reproduis cette figure à l'échelle 20.

l'étrange lucarne 42

Le collège des "Lauriers Roses" est le plus grand collège de la capitale de la Transvalachie. Mais tu le savais peut-être parce qu'il est très célèbre.

Dans ce collège, il y a exactement 240 élèves en classe de cinquième.

Récemment, on a fait une enquête concernant la télévision auprès de ces 240 élèves.

Ce sont les résultats de cette enquête que nous allons étudier dans ce chapitre.

I BATONS ET FROMAGE.

1. Votre émission préférée.

La question posée était :

"Quel est votre type d'émission préférée dans la liste ci-contre ? Ne donnez qu'une seule réponse".

Sur le tableau ci-contre, nous te donnons cette liste de types d'émissions et le résultat de l'enquête. C'est-à-dire :

pour chaque type d'émission, le nombre d'élèves qui l'ont choisi.

C'est un TABLEAU STATISTIQUE.

	Emissions	Nombre de réponses
A	Films	48
B	Reportages sportifs	27
C	Actualités	11
D	Feuilletons	16
E	Publicité	21
F	Dessins animés	31
G	Variétés	51
H	autres	35
	Total	240

Nous avons voulu l'illustrer par un graphique.

Prends la feuille de manipulation numéro 23, *dessin numéro* 1.

Nous avons dessiné un repère.

Sur la droite des abscisses nous avons placé huit points, à égale distance les uns des autres qui représentent les huit lignes de notre tableau, c'est-à-dire les huit types d'émissions proposés.

Nous avons choisi de les mettre dans l'ordre du tableau, mais ce n'est pas une obligation.

Sur la droite des ordonnées, nous avons voulu porter le nombre de réponses. Il fallait donc choisir une échelle. Le plus petit nombre à représenter est 11 et le plus grand est 51.

En choisissant de représenter une réponse par 2 mm, nous obtenons des traits qui ont de 22 à 102 mm de long ce qui est raisonnable.

Ainsi 48 élèves préfèrent les films. C'est donc un segment de 96 mm que nous avons tracé au-dessus du point A pour illustrer ce résultat.

Termine le travail.

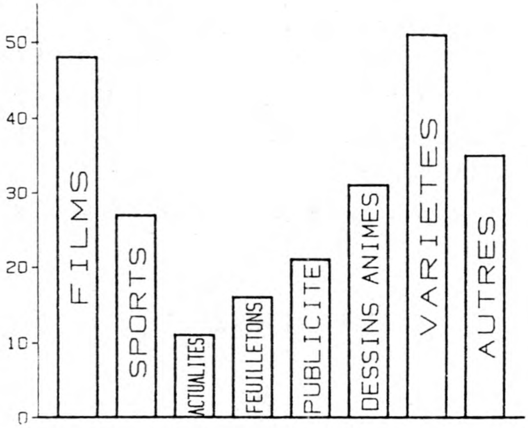
Tu obtiens un dessin qu'on appelle un diagramme en bâtons.

Au lieu de dessiner des bâtons, on aurait pu faire des bandes qui sont des rectangles assez minces.

C'est la même chose.

Tu as déja deviné que ce dessin s'appelle un diagramme à bandes.

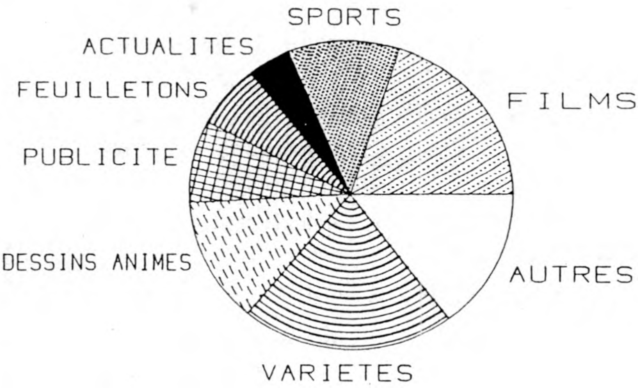
C'est plus facile à colorier.



2. Le fromage.

On pouvait aussi représenter notre tableau sous forme d'un graphique circulaire.

Ici, puisque pour faire le tour d'un cercle, il faut 360° et que nous avons 240 réponses, nous avons considéré qu'une réponse permettait de tourner de 1,5° sur le cercle (car 240 x 1,5° = 360°) et nous avons établi le tableau de correspondance ci-dessous.



Nombre de réponses	48	27	11	16	21	31	51	35
Mesure de l'arc	72	40,5	16,5	24	31,5	46,5	76,5	52,5

Exercice.

Refais le même travail que nous, en utilisant un demi-cercle.

Et on peut colorier les secteurs circulaires.

3. On en parle.

La seconde question de l'enquête était :

"Vous arrive-t-il, à l'école, de discuter avec vos camarades de ce que vous avez vu à la télévision la veille ? Répondez par oui ou par non ".

Le tableau ci-contre nous donne le nombre des réponses. "oui" et des réponses "non" et tu remarqueras que certains élèves ont oublié de répondre.

	nombre de réponses	%
oui	159	66,3
non	54	22,5
sans réponse	27	11,3

Nous avons traduit cela en pourcentages.

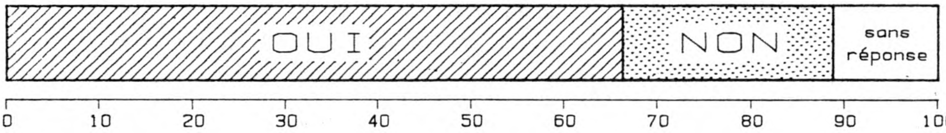
Explique comment nous avons fait.

Comment se fait-il que le total des pourcentages ne soit pas 100 ?

Représente ce tableau par un diagramme à bandes mais avant, réponds à la question suivante :

"Faut-il utiliser la colonne "nombre de réponses", la colonne "pourcentage" ou cela n'a pas d'importance ?".

Voici un autre diagramme à bandes, des bandes que cette fois nous avons mises bout à bout et horizontales et graduées en pourcentages.



II LA PUBLICITE, CELA PASSE

Voici la troisième question de l'enquête :

"A votre avis, combien y a-t-il de spots publicitaires, en moyenne, dans une séquence de 5 mn ?

Répondez par un nombre entier".

Et voilà le tableau des résultats obtenus.

Dessine un diagramme en bâtons pour illustrer ce tableau.

Nb de spots	Nb de réponses
10	16
11	26
12	30
13	35
14	25
15	30
16	22
17	16
18	18
19	13
20	9
Total	240

III N'AS-TU PAS MAL AUX YEUX ?

Et voici la quatrième question de l'enquête :

"Combien de temps passez-vous chaque jour, en moyenne, devant votre télévision ? Répondez par une des plages d'heure ci-contre".

Sur le tableau ci-contre nous te donnons la liste de ces plages d'heures et les résultats de l'enquête.

	Nb de réponses
moins de 30mn	15
de 30mn à moins de 1h	28
de 1h à moins de 1h30	55
de 1h30 à moins de 2h	64
de 2h à moins de 2h30	49
de 2h30 à moins de 3h	21
plus de 3h	8
Total	240

Sur le dessin numéro 2 de la feuille de manipulation numéro 23 nous avons commencé un diagramme à bandes pour illustrer ce tableau.

Découvre toi-même l'échelle choisie.

Mais cette fois il n'était pas raisonnable de séparer les bandes puisque le temps ne s'arrête pas. C'est pourquoi dans ce genre de situation, on ne fait habituellement pas un diagramme en bâtons.

Termine le travail que nous avons commencé.

Remarque que nous n'avons pas fermé le dernier rectangle pour exprimer que nous ne savons pas bien où se termine "plus de 3 heures".

IV AVEC LE TEMPS TOUT S'ARRANGE

Voici enfin la derniere question de l'enquête.

"Combien de films avez-vous regardés à la télévision pendant chacun des mois de 1986".

Nous te donnons ci-contre les réponses de Bruno et de Sylvie.

	Bruno	Sylvie
Janvier	20	14
Février	15	16
Mars	15	12
Avril	8	10
Mai	4	4
Juin	2	6
Juillet	0	0
Août	0	2
Septembre	6	8
Octobre	10	10
Novembre	16	10
Décembre	24	20

Souvent, on fait un graphique polaire comme celui que nous avons fait pour Bruno sur le dessin numéro 3 de la feuille de manipulation numéro 23.

Chacune des douze demi-droites représente un des mois de l'année. Sur chacune d'elles, nous avons choisi 0,25 cm pour représenter 1 film. Tu vois que ce graphique illustre bien le fait que Bruno regarde beaucoup de films à la télévision l'hiver et très peu l'été.

Sur la même figure, avec la même échelle fais le même travail pour Sylvie ; tu utiliseras un stylo de couleur pour faire ton dessin.

exercices pages 229, 230 et 234

deux symétries de suite 43

I QUI SE RESSEMBLE, S'ASSEMBLE

1. Deux symétries autour de deux droites parallèles.

Prends la feuille de manipulation numéro 24, *dessin numéro* 1.

Dessine la symétrique de la figure numéro 1 *par rapport à la droite* d. *Tu obtiens une figure numéro* 2.

Dessine la symétrique de la figure numéro 2 *par rapport à la droite* e. *Tu obtiens une figure numéro* 3.

Appelle A', B' *et* C' *les points que tu as obtenus sur la figure numéro* 3 *à partir des points* A, B *et* C.

Que peux-tu dire des quadrilatères AA'B'B, BB'C'C *et* CC'A'A *?*

Place un point M *où tu voudras sur la feuille.*

Dessine le symétrique de ce point par rapport à la droite d *puis le symétrique* M' *du point obtenu par rapport à la droite* e.

Que peux-tu dire du quadrilatère AA'M'M *?*

Compare les segments AA', BB', CC', MM' *et le segment* HK.

Place une feuille de calque sur le dessin et reproduis la figure numéro 1 *et la droite* f.

Tu obtiens une figure 4, *une droite* f*, *et des points* A*, B*, C* *et* M*.

Maintenant, fais glisser le calque sur la feuille de manipulation de façon que la droite f* *glisse sur la droite* f.

Arrête-toi lorsque le point A* *est sur le point* A'. *Qu'observes-tu ?*

2. Deux symétries centrales.

Prends la feuille de manipulation numéro 24, *dessin numéro* 2.

Dessine la symétrique de la figure numéro 1 *par rapport au point* H *: tu obtiens une figure numéro* 2.

Dessine la symétrique de la figure numéro 2 *par rapport au point* K. *Tu obtiens une figure numéro* 3.

Appelle A', B' *et* C' *les points de la figure* 3 *que tu as obtenus à partir des points* A, B *et* C.

Que peux-tu dire des quadrilatères AA'B'B, BB'C'C *et* CC'A'A *?*

Place un point M *où tu voudras sur la feuille.*

Dessine le symétrique de ce point par rapport à H, *puis le symétrique* M' *du point obtenu par rapport à* K.

Que peux-tu dire du quadrilatère AA'M'M *?*

Compare les segments AA', BB', CC', MM' *et le segment* HK.

Place une feuille de calque sur le dessin et reproduis la figure 1 *et la droite* f.

Tu obtiens une figure 4, *une droite* f* *et des points* A*, B* *et* C*.

Maintenant, fais glisser le calque sur la feuille de manipulation de façon que la droite f* *glisse sur la droite* f.

Arrête-toi lorsque le point A* *est sur le point* A'. *Qu'observes-tu ?*

3. Conclusion.

Tu vois que :

- faire deux symétries de suite autour de deux droites parallèles,
- faire deux symétries de suite autour de deux points,

cela se ressemble beaucoup.

Nous étudierons ces questions en détail plus tard.

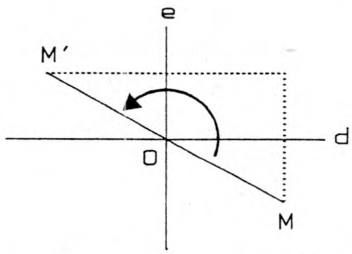
II SILENCE, ON TOURNE

1. Tu sais déjà que :

- faire deux symétries de suite autour de deux droites d et e perpendiculaires en O ,

revient à

- faire une symétrie autour du point O, c'est-à-dire un demi-tour autour du point O.



Nous allons regarder ce qui se passe si les deux droites d et e ne sont pas perpendiculaires.

2. Deux symétries autour de deux droites concourantes.

Prends la feuille de manipulation numéro 24, *dessin numéro* 3.

Dessine la symétrique de la figure 1 *autour de la droite* d. *Tu obtiens une figure* 2.

Dessine la symétrique de la figure 2 *autour de la droite* e. *Tu obtiens une figure* 3.

Appelle A', B' *et* C' *les points de la figure* 3 *que tu as obtenus à partir des points* A, B *et* C.

Explique pourquoi les segments OA *et* OA' *ont la même longueur.*

Place un point M *où tu voudras sur la feuille.*

Dessine le symétrique de ce point par rapport à la droite d, *puis le symétrique* M' *du point obtenu par rapport à la droite* e.

Mesure les secteurs xOy, AOA', BOB', COC' *et* MOM'. *Qu'observes-tu ?*

Place une feuille de calque sur le dessin et reproduis la figure numéro 1 *et le point* O.

Tu obtiens une figure 4, un point O* et des points A*, B* et C*.

Maintiens le point O* *sur le point* O *à l'aide d'une épingle ou de la pointe de ton compas.*

Fais tourner la feuille de calque jusqu'à ce que le point A* *soit sur le point* A'.

Qu'observes-tu ? De quel angle as-tu tourné ?

3. Conclusion.

Tu vois que ce que nous t'avons rappelé au paragraphe 1 n'est qu'un cas particulier de ce que nous suggère le paragraphe 2.

Dans le cas où les droites d et e sont perpendiculaires, quand on fait à la suite les deux symétries autour des droites d et e, on tourne d'un angle plat.

exercices

409 Voici, en milliers, le nombre de visiteurs payants en 1981, des musées nationaux les plus fréquentés.

Musées	Nb Entrées
Louvre	1612
Art moderne	11902
Jeu de paume	639
Rodin	239
Cluny	107
Versailles	1891
Grand Trianon	191
Fontainebleau	330
Malmaison	109
Les Eyries	118
Pau	106

Source : musées de France.

Illustre ce tableau par un diagramme en bâtons.

La première question à résoudre est de choisir l'échelle.

Tu vois que le plus grand nombre est 1891 : ce n'est pas très loin de 2000.

Dans la hauteur d'une feuille de papier, tu peux disposer de 20 cm. Il peut donc être commode de décider que 2000 entrées sont représentées par 20 cm, ou 10 cm.

Et si tu as une calculette, utilise-la. Et pense à son facteur constant.

410 Voici comment en 1982 était réparti le territoire de la France métropolitaine.

Surfaces boisées	26,6
Surfaces en herbe	23,2
Territoire non agricole	10,6
Terre arable	32,1
Autres superficies agricoles	2,5
Territoire agricole non cultivé	5,0
	100

Source : ministère de l'agriculture

Les nombres de la seconde colonne sont des pourcentages de la surface totale de ce territoire (54 919 000 ha).

Illustre ce tableau par un diagramme à bandes.

autres exercices pages 230 et 234

exercices

411 On a demandé à chacun des 25 élèves d'une classe : "combien as-tu de frères et sœurs ?".
Voici leurs réponses, à la file, 3 - 3 - 1 - 10 - 4 - 4 -1 - 2 - 2 - 4 - 1 - 2 - 2 - 8 - 0 - 3 - 2 - 0 - 0 - 1 - 2 - 6 - 4 - 2 - 2.

Nombre de foyers	Nombre d'enfants par foyers
...	1
...	2
...	3
...	4
...	5
3	6 et plus

Recopie et complète le tableau ci-dessus qui donne le nombre de foyers qui ont 1 enfant, 2 enfants, etc.
Illustre ce tableau par un diagramme en bâtons.

412 Dans une usine, à la sortie d'une chaîne de fabrication de pièces mécaniques, on contrôle la qualité de la fabrication en comptant le nombre de pièces défectueuses sur un lot de 1 000 pièces.

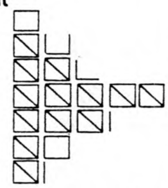
On a obtenu le tableau ci-contre pour 1 178 lots contrôlés.
Illustre ce tableau par un diagramme en bâtons.

Nb de pièces défectueuses par lot	Nb de lots
0	458
1	321
2	127
3	79
4	61
5	50
6	45
7	0
8	37
plus de 8	0
Total	1178

413 Dans le tableau ci-contre, on a classé 9 000 appartements suivant leur nombre de pièces.
Illustre ce tableau par un diagramme en bâtons.

Nb pièces	Nbd'appt
1	593
2	1957
3	2315
4	1857
5	1587
6	434
plus de 6	257
	9000

414 En vue d'une étude statistique, un sylviculteur décompte les pins maritimes d'une parcelle en fonction de la circonférence de leur tronc exprimée en mètres.
Un arbre est représenté par un trait
moins de 1 m.
de 1 m à moins de 1,10 m.
de 1,10 m à moins de 1,20 m.
de 1,20 m à moins de 1,30 m.
de 1,30 m à moins de 1,40 m.
de 1,40 m à moins de 1,50 m.
1,50 m et plus.



Dresse le tableau de cette série statistique.
Illustre-le par un diagramme à bandes.

415 Le tableau ci-dessous range 4 000 voitures suivant le kilométrage parcouru en une année.

Milliers de km parcourus en une année	Nombre de voitures
moins de 5	342
de 5 à moins de 10	1078
de 10 à moins de 15	1150
de 15 à moins de 20	784
de 20 à moins de 25	423
plus de 25	223
Total	4000

Illustre-le par un diagramme à bandes.

416 Le tableau ci-contre donne le débit moyen en m³/sec., mois par mois, de la Rivière Sans Retour. Ces débits ont été mesurés sous le pont de l'autoroute qui traverse la ville de Silvercity.
Illustre ce tableau par un graphique polaire.
Tu expliqueras comment tu as gradué les 12 demi-droites.

Mois	débit	Mois	débit
Janvier	4132	Juillet	1240
Février	3485	Août	1325
Mars	3876	Septembre	1998
Avril	2510	Octobre	1070
Mai	3149	Novembre	1700
Juin	1870	Décembre	1654

autres exercices page 234

des pavages 44

I AVEC DES QUADRILATERES

1. Faisons un essai.

Découpe les pavés qui sont sur la couverture de ton cahier de manipulation (3ème page).

Tu remarques que ces pavés ont quatre côtés : ce sont des quadrilatères.

Prends une feuille de papier blanc.

Pose les pavés sur cette feuille en respectant les consignes :

- tu ne dois pas retourner les pavés (on ne doit voir que des hachures) ;
- il ne doit pas y avoir de blanc entre deux pavés ;
- les pavés ne doivent pas se chevaucher ;
- deux pavés voisins doivent se toucher tout le long de leurs côtés communs.

Maintenant prends la 2ème page de la couverture de ton cahier de manipulation.

Sur le dessin numéro 1, nous avons réalisé un pavage de la même façon. Pour cela, nous avons choisi le pavé A et nous l'avons reproduit un certain nombre de fois.

Vérifie que nous avons bien respecté les règles du jeu énoncées ci-dessus.

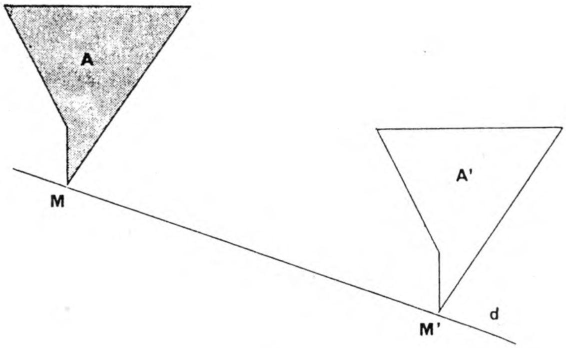
Ces pavages ont de très nombreuses propriétés. En voici quelques unes.

2. Translations.

Choisis un pavé qui soit placé comme le pavé **A**.
Colorie-le en rouge et appelle-le **A'**.

Trace la droite d *qui passe par deux sommets qui se correspondent comme sur cette figure.*

Prends une feuille de calque et reproduis la droite d, *le pavé* **A** *et quelques pavés autour du pavé* **A**.



Fais glisser le calque le long de la droite d *jusqu'à ce que le sommet* M *du calque du pavé* **A** *vienne sur le sommet* M' *du pavé* **A'**.

Qu'observes-tu ?

On dit qu'on passe du pavé **A** au pavé **A'** par une translation et que le pavage se conserve par cette translation.

Il y a bien d'autres translations qui conservent le pavage.

Donne des exemples.

3. Symétrie.

Marque par un point rouge les milieux de tous les côtés des pavés.

Qu'observes-tu ?

Vérifie qu'un point rouge est un centre de symétrie pour le pavage (on suppose qu'on a prolongé le pavage dans toutes les directions).

4. Hexagones.

Le pavé **A** a quatre côtés. Il y a quatre pavés qui ont un côté commun avec le pavé **A**.

Appelle ces pavés **B**, **C**, **D** *et* **E**.

Reproduis sur ton calque la figure formée par les pavés **A** *et* **B**.

Tu obtiens une figure à six côtés : c'est un hexagone.

Quelle propriété observes-tu pour les côtés de cet hexagone ?

Cet hexagone a un centre de symétrie.

Quel est ce point ?

Recommence avec les pavés **A** *et* **C**, *puis les pavés* **A** *et* **D**, *puis les pavés* **A** *et* **E**.

Combien d'hexagones différents peux-tu obtenir ?

5. Exercice.

Découpe une dizaine de pavés sur le bord droit de la feuille de manipulation.
Regarde s'il est possible de réaliser un autre pavage à l'aide de ces pavés.

II DES PARALLELOGRAMMES QUI SE DEFORMENT

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que les milieux des côtés des pavés

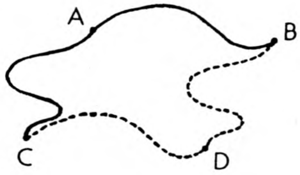
- sont des centres de symétrie pour le pavage ;
- forment un réseau de parallèles.

Prends la deuxième page de couverture de ton cahier de manipulation.

Sur le dessin numéro 2, nous y avons dessiné un réseau de points.

Avec ce réseau, il est possible d'obtenir de très jolis pavages de deux façons différentes.

1. On joint par un trait, comme on veut, trois sommets d'un parallélogramme.



Ensuite on complète le pavage par translations.

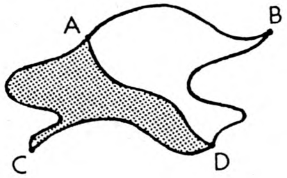
Ainsi sur la figure ci-contre :

- le trait DC se déduit du trait AB par une translation ;

- le trait BD se déduit du trait AC par une autre translation.

Essaie ; bien entendu tu inventes ton dessin sans copier le nôtre.
Tu peux utiliser la partie supérieure de la feuille de manipulation.

Sur le pavage précédent, on peut obtenir deux motifs en coupant le premier en deux.



Essaie sur une partie de ton pavage.
Maintenant tu peux colorier.

2. On peut aussi joindre par deux traits les sommets opposés d'un parallélogramme.

Complète ensuite par translations.

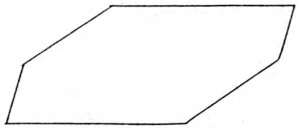
Tu verras qu'on obtient un pavage à deux motifs.

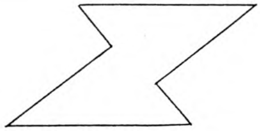
Tu peux colorier.

III AVEC DES HEXAGONES

Dans le paragraphe I, on a vu que deux pavés qui se touchent le long de l'un de leurs côtés forment un hexagone qui a un centre de symétrie et dont les côtés sont parallèles deux à deux.

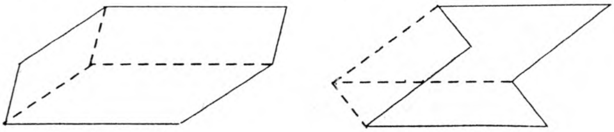
Voici deux exemples.





1. *Dessine un hexagone de ce type. (Si possible, différent des nôtres).*
Dessine un pavage avec cet hexagone. Tu peux si tu veux, commencer par reproduire ton pavé en plusieurs exemplaires.

Construis trois parallélogrammes avec ton hexagone comme nous l'avons fait pour les nôtres.

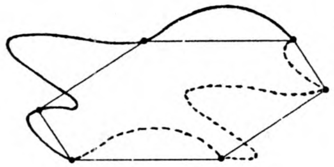


Fais ainsi pour ton pavage. Utilise des couleurs.

2. Pour créer une forme, à partir d'un tel hexagone, afin d'obtenir un joli pavage, on peut s'y prendre comme l'indique le dessin.

On joint par un trait quatre sommets de l'hexagone et on complète par translations.

Ainsi sur notre figure, les traits pointillés se déduisent des traits pleins par translations.



Essaie.

exercices

417 On a examiné dans quel état étaient 12 000 automobiles.
Le tableau ci-dessous donne les résultats de cet examen.

	Nombre	%
Très bon état. Bon entretien	1 320	
Bon état. Besoin de quelques réparations	1 920	
Etat médiocre. Entretien négligé. Besoin d'une remise en état	5 160	
Très mauvais état. Sans entretien	2 400	
Dangereux. A mettre au rebut	1 200	
	12 000	

Recopie ce tableau et complète-le en donnant le pourcentage de chaque catégorie de véhicules.
Illustre ce tableau par un diagramme circulaire.

418 Lors d'une enquête sur la consommation alimentaire des ménages, on a imaginé un panier standard. Dans ce panier figurent des produits qui peuvent se ranger dans la première colonne du tableau.
La première ligne du tableau indique que les produits à base de céréales représentent 9,8 % de la valeur du panier. De même pour les autres lignes.

Produits à base de céréales	9,8
Légumes	11,4
Fruits	7,2
Produits laitiers	10,2
Produits d'épicerie	9,2
Viande et charcuterie	26,7
Volailles, lapins, oeufs	7,5
Poissons	4,2
Boissons	13,7

Source : enquête sur la consommation alimentaire 1977.

Illustre ce tableau par un diagramme circulaire.
Remarque bien que la mesure du secteur circulaire qui représente les céréales est

$$360 \times \frac{9,8}{100}.$$

INDEX