

QUELQUES REFLEXIONS A L'USAGE DU MAITRE

Nous avons présenté le groupe JEOMATRI dans le livre du maître qui accompagne le manuel de 4ème paru en 1979 aux éditions OPHRIS de Gap. Nous y avons expliqué comment un groupe I.R.E.M. a pu être conduit à rédiger des manuels scolaires. Le lecteur intéressé peut s'y reporter.

Nous n'avons évidemment pas voulu écrire un livre fournissant au professeur la ligne directive d'un «cours» à distribuer à ses élèves et des exercices d'application pour faire fonctionner ce cours. Il existe déjà de très nombreux livres de ce type dans le commerce.

Il nous a semblé que de très nombreux enseignants de mathématiques dans le premier cycle souhaitaient et pratiquaient une toute autre pédagogie, une pédagogie qui laisse une bien plus grande place à l'initiative des élèves, une pédagogie où les concepts mathématiques se dégagent peu à peu d'observations, de manipulations, d'activités, une pédagogie où l'acquisition des «connaissances» et celle des «savoir-faire» se combinent de façon dialectique.

Dans cette optique, le marché du livre scolaire nous a apparu assez désert. C'est donc ce vide que nous avons voulu combler en fournissant aux élèves et à leurs maîtres, un outil qui permette réellement cette autre façon d'enseigner.

Nous reviendrons plus en détail, un peu plus loin, sur les objectifs que nous proposons pour cette formation mathématique des élèves.

Bien entendu, ce livre, comme les précédents, est conforme au programme actuel car nous avons toujours refusé l'alibi qui consiste à dire qu'il n'est possible de faire un bon enseignement des mathématiques qu'avec un autre programme ou même sans programme du tout (nous ne prenons pas parti, ici, sur le contenu de ces programmes).

I – ORGANISATION DU LIVRE.

1.1 Les chapitres.

Le livre contient 62 «chapitres» très courts ou assez courts : de 1 à 5 pages. Cela va sembler beaucoup, mais nous avons voulu :

- donner une grande variété d'activités ;
- permettre de ne pas faire exactement la même chose deux années de suite ;
- fournir des thèmes pour le soutien et l'approfondissement ;
- donner aux professeurs les moyens d'organiser le temps entre ceux qui vont doucement et ceux qui vont plus vite.

En fait, une lecture attentive montre qu'une quarantaine de «chapitres» convenablement choisis permettent de «couvrir le programme». Certains paragraphes de ces chapitres sont d'ailleurs facultatifs.

1.2 Le plan.

Nous avons réparti ces 62 chapitres en 6 RUBRIQUES et chacune de ces rubriques est indiquée par un symbole.



Questions relatives à la pratique et au sens des opérations notamment lorsqu'il s'agit de nombres entiers. Nombreuses activités de dénombrement, d'observations sur des entiers et même de raisonnement. Calcul mental.



Les ensembles \mathbb{Z} et \mathbb{D} : introduction des décimaux relatifs, addition et soustraction, maniement de la virgule, propriétés des opérations.



Géométrie.



Proportionalité.



Repérage.



Questions relatives aux mesures.

Naturellement comme tout classement, celui-ci est arbitraire et certains chapitres auraient pu être rangés autrement, notamment dans les deux premières rubriques.

Nous n'avons pas voulu traiter tous les chapitres d'une même rubrique à la queue leu leu dans un super chapitre. Cela permettra de ne pas rester trop longtemps sur un même sujet et de relancer l'intérêt pour telle ou telle étude. Bien entendu, les chapitres peuvent être utilisés dans un ordre très différent.

Néanmoins, à l'intérieur d'une même rubrique, nous avons suivi une progression pédagogique (progression des difficultés) et mathématique (introduction des concepts). Il peut donc être préférable de conserver approximativement, à l'intérieur d'une même rubrique, l'ordre proposé par le livre. Cette remarque ne s'applique pas aux nombreux chapitres qui proposent exclusivement une activité et qui peuvent être faits quand on en a envie ou besoin. C'est le cas par exemple, des chapitres suivants :

- des jeux de hasard ;
- nombres de Fibonacci ;
- nombres triangulaires et nombres carrés ;
- un tracé avec des droites ;
- des dessins avec des demi-cercles ;
- d'un point à un autre ;
- des pavages ;
- parallélogrammes articulés
- tableaux, diagrammes et graphiques ;
- des carrés qui roulent.

1.3 Les exercices.

Nous ne parlons pas ici des très nombreux exercices et activités qui permettent l'introduction d'un concept ou qui aident à comprendre l'articulation entre telle ou telle notion.

Nous avons fourni de très nombreux exercices d'apprentissage, d'applications pour faire fonctionner ce qu'on vient d'apprendre, des exercices de révision y compris sur des questions étudiées à l'école primaire et aussi un certain nombre d'exercices de réflexion.

Certains de ces exercices sont tout à fait «classiques», d'autres, nous l'espérons un peu moins ordinaires. Pour tous, nous avons essayé d'en donner une rédaction mieux adaptée à la compréhension des élèves.

Nous en avons donné beaucoup, à l'intérieur même des chapitres, toutes les fois que cela nous a semblé nécessaire.

Nous avons rangé les autres suivant nos six rubriques et nous les avons dispersés dans le livre de façon qu'on puisse en disposer tout le long de l'année pour des «devoirs», des retours en arrière,... On peut donc trouver à un moment du livre un ou plusieurs exercices portant sur un sujet abordé beaucoup plus tôt.

Bien entendu, nous avons rappelé à chaque fois le symbole de la rubrique concernée.

Bien entendu également, lorsqu'un exercice est proposé, les moyens nécessaires à la résolution de cet exercice ont été étudiés préalablement.

Ces exercices non intégrés aux différents chapitres sont présentés dans des cadres.

1.4 Présentation.

- Le texte du livre est écrit pour les élèves et devrait donc, le plus souvent, être lu par eux sans excessives difficultés. C'est pourquoi nous avons essayé d'écrire des phrases les plus courtes possibles et d'aller souvent à la ligne.

- Les consignes données aux élèves sont écrites en retrait et en italique.

- Lorsque nous voulons insister sur une phrase ou sur un résultat, nous attirons l'attention de l'élève par deux procédés, parfois utilisés simultanément :

- la phrase est détachée du texte et écrite en caractères plus grands ;
- la phrase ou le résultat sont indiqués par  dans la marge.

- Les mots nouveaux sont écrits en majuscules et repris ainsi que les symboles dans un lexique à la fin du livre.

Certains mots ont été «introduits» plusieurs fois puisque certains chapitres sont facultatifs.

Nous pensons qu'à ce niveau, l'acquisition de connaissances se fait essentiellement par l'ACTIVITE : activités d'introduction des concepts et activités d'apprentissage et de réflexion sur le fonctionnement de ces concepts. C'est pourquoi nous n'avons pas éprouvé le besoin de donner des résumés ou des résultats à retenir par cœur.

II – NOS OBJECTIFS RUBRIQUE PAR RUBRIQUE.

2.1 Calcul.

- Nous avons voulu donner des occasions d'une révision «réfléchie» sur ce qui a été fait à l'école primaire : table de multiplication - division - calcul mental - sens des opérations dans un problème.

- Nous avons fourni de nombreuses activités de calcul qui devraient intéresser les élèves. En particulier nous avons proposé plusieurs activités de dénombrement ou d'organisation de données (des jeux de hasard - nombres de Fibonacci - tableaux, diagrammes et graphiques, etc...).

- Nous avons donné l'occasion d'observer des propriétés des nombres entiers. (Utilisation des multiples pour la division - nombres de Fibonacci - nombres triangulaires et nombres carrés, etc...).

- Nous avons utilisé aussi cette rubrique comme prétexte à une utilisation - pruden-
dente - des lettres et à un premier essai de raisonnement sur des lettres.

2.2 Les décimaux relatifs.

- Une idée qui nous tient à cœur, c'est de donner un support géométrique aux concepts algébriques. Aussi avons-nous largement utilisé des échelles graduées pour :
 - conduire une réflexion sur les nombres décimaux et ordonner \mathbb{D} ;
 - introduire les nombres relatifs ;
 - construire l'addition comme une translation ;
 - introduire la soustraction dans \mathbb{D} .

Notons qu'en ce qui concerne la soustraction, nous avons préféré être très prudents, nous proposant d'y revenir largement en cinquième. Nous avons introduit la soustraction sous la forme $a + \dots = b$ mais nous n'avons pas dit aux élèves que soustraire, c'est additionner l'opposé pour que provisoirement, ils ne confondent pas addition et soustraction.

- Cette rubrique nous a aussi donné l'occasion d'une première réflexion qui sera poursuivie dans les classes suivantes, sur les écritures et la conduite d'un calcul : utilisation de parenthèses, propriétés des opérateurs.

- Enfin, nous avons voulu faire réfléchir sur le maniement de la virgule dans l'addition, la multiplication et la division des nombres décimaux.

Dans cette partie, nous avons illustré le plus de choses possible avec des schémas.

2.3 Géométrie.

- Un objectif premier est évidemment d'introduire des objets nouveaux ou tout au moins de réintroduire des objets déjà rencontrés à l'école primaire, d'en préciser la définition par l'ACTION et de fixer le vocabulaire.

▪ Mais en même temps, nous avons voulu faire beaucoup fonctionner ces objets dans des situations qui ne soient pas triviales. Aussi avons-nous donné de nombreuses occasions aussi variées que possible d'observations, de dessins, d'utilisation des instruments, de calque, de couleurs. Nous espérons que certaines des situations proposées, qui ne sont pas toutes élémentaires, surprendront les élèves et éveilleront leur curiosité leur donnant l'idée d'aller plus loin.

C'est dans cet esprit que nous avons traité les deux chapitres relatifs à la géométrie de l'espace.

- Là encore, nous avons prudemment, proposé une première réflexion
 - sur le fait qu'un objet géométrique n'est pas totalement réductible au dessin qu'on en fait, (la droite par exemple) ;
 - sur l'intuition de résultats qu'un dessin ne peut «prouver» de manière très convaincante.

2.4 Proportionnalité.

Nous avons surtout insisté sur la linéarité de la relation de proportionnalité :

- en utilisant les opérateurs ;
- en faisant faire des représentations graphiques

Un des exercices proposé sur un dessin illustrant une homothétie va dans le même sens.

2.5 Repérage.

Ce qui nous a paru intéressant c'est d'introduire peu à peu, en utilisant des jeux, la convention classique de repérage. Cette convention apparaît donc comme simplificatrice et permet d'utiliser les connaissances toutes fraîches en matière d'entiers relatifs.

Bien entendu, nous nous sommes contentés de repérer les nœuds d'un quadrillage et évidemment pas les points d'un plan.

2.6 Mesures.

Nous avons trois occasions pour essayer de faire comprendre ce qu'est une mesure : les segments, les surfaces et les secteurs angulaires.

Nous avons fait ranger effectivement des segments, des surfaces et des secteurs.

Deux segments ou deux secteurs sont dans la même classe lorsqu'ils sont superposables.

Pour des surfaces, c'est un peu plus compliqué puisque la superposition peut nécessiter un découpage préalable.

Une classe de segments est une LONGUEUR, une classe de surfaces est une AIRE et une classe de secteurs est un ANGLE.

Deux segments (ou deux surfaces, ou deux secteurs) qui appartiennent à la même classe ont la même mesure. On peut donc parler de la mesure d'une longueur, d'une aire ou d'un angle.

Nous avons insisté sur l'arbitraire du choix de l'unité de mesure en proposant des unités diverses notamment pour les mesures des surfaces et nous avons dans le cas des segments et des surfaces regardé comment se transforme la mesure lorsqu'on change d'unité.

Les unités habituelles : système métrique - degrés - grades - ont été présentées a posteriori comme une situation particulière obéissant aux mêmes règles.

Pour éviter l'usage systématique de phrases du type «la mesure en centimètres du segment est 5», nous avons décidé de dire que «la longueur du segment est 5 cm». L'écriture «5 cm» désigne donc une longueur. Il est d'ailleurs raisonnable de définir le centimètre comme la longueur (la classe) du segment choisi pour unité. De la même façon nous parlons d'un angle de 45° .

Nous avons également voulu faire comprendre que la mesure est un nombre qu'on peut imaginer mais qu'on n'a pas toujours le moyen de connaître autrement que par des valeurs approchées. Les mesures des surfaces et notamment de la surface d'un disque, étaient un terrain particulièrement propice à cette étude.

Enfin, nous avons choisi de ne pas insister sur les «formules» donnant la mesure de la surface d'un rectangle, d'un triangle, etc... les faisant apparaître comme des situations particulières de recherche de mesures exactes ou approchées. Après tout, il est toujours possible de disposer d'un formulaire.

Les nombreuses conversations que nous avons eu avec des collègues enseignant dans le premier cycle, notre pratique personnelle nous conduisent à penser que, par ces choix, nous répondons aux préoccupations essentielles des enseignants de 6ème.

III – OBJECTIFS PEDAGOGIQUES.

3.1 L'enseignement des mathématiques.

Traditionnellement, on enseigne en France les mathématiques en deux étapes :

- d'abord on présente une théorie aux élèves : c'est le «cours» plus ou moins magistral,
- ensuite on fait fonctionner cette théorie par des exercices d'applications, d'apprentissage, de répétition et éventuellement des exercices de «recherche».

Il nous apparaît que dans cette façon de faire, il manque une étape essentielle et préalable qu'on pourrait appeler étape de DECOUVERTE, d'APPROPRIATION et d'ELABORATION.

Pendant cette étape, l'élève se trouve confronté à des situations (pas nécessairement concrètes d'ailleurs) qu'il va explorer, manipuler (au sens étymologique) qu'il va s'approprier et qui devraient éveiller sa curiosité. Cette démarche animée par l'enseignant, devrait conduire à dégager des concepts, à construire des objets mathématiques, à élaborer les propriétés qui organisent ces objets.

On peut remarquer que, tout au moins au niveau d'une 6ème, si cette première étape se fait convenablement, la deuxième, celle du «cours» devient beaucoup moins nécessaire et peut être très brève. C'est d'ailleurs une bonne chose si on tient compte de la capacité d'attention d'un groupe d'élèves de cet âge.

L'idée de valoriser l'activité des élèves, et de ne plus leur faire subir un cours au tableau est une idée qui est devenue à la mode, et qui est dans une certaine mesure encouragée par certains des programmes actuels ou par les instructions qui les accompagnent. De très nombreux manuels du premier cycle «décrivent» en début de chapitre des observations, des manipulations que l'on «pourrait» faire. Ou bien ils proposent de véritables manipulations en en donnant un schéma ou un patron qu'il faut d'abord prendre le temps de reproduire par exemple à une échelle plus grande.

Notons enfin que nombre des manipulations proposées sont plus des activités d'applications que des activités préalables de motivation.

Nous avons donc voulu aller plus loin et donner de véritables outils d'observations et de manipulations permettant de VOIR, de FAIRE, d'EXPERIMENTER et évidemment d'utiliser les instruments de dessin, les couleurs, le calque... Nous proposons de très nombreux exercices de ce type. Quelques uns peuvent se mettre en œuvre directement sur une feuille de papier. Pour d'autres, il faut un outil supplémentaire : c'est LE LIVRET DE FEUILLES DE MANIPULATION qui accompagnent le livre.

Evidemment, il faut que les élèves achètent ce livret et c'est un inconvénient. Mais outre que le prix en est modique, ils achètent bien aussi leur équerre, leur règle, leur crayon, etc... Les feuilles de manipulation sont un outil de même nature.

A ce propos, on peut remarquer qu'il est assez étonnant qu'on dispose de crédits (crédits d'enseignement ou autres) pour se doter de matériel dans presque toutes les disciplines : matériel de laboratoire pour les sciences, magnétophones pour les langues, documents divers, etc..., etc... crédits sans doute insuffisants mais souvent non négligeables, alors que pour les mathématiques, l'idée d'ordonner des dépenses paraît souvent incongrue (sauf peut-être pour acheter des calculatrices).

Il y a là un sujet de réflexion et sans doute de revendication pour les enseignants de mathématiques. Peut-être pensera-t-on un jour que, par exemple, des feuilles de manipulation sont un outil indispensable payé sur des fonds publics.

3.2 Utilisation d'un livre.

Nous avons entendu parfois professer qu'il est préférable d'enseigner sans livre. Nous ne pouvons pas accepter cette idée. En effet, il nous semble que l'école est le lieu premier pour apprendre à utiliser un livre et en ce qui nous concerne un livre à caractère scientifique.

Encore faut-il, bien entendu, que ce livre soit écrit pour les élèves et dans un langage qui leur soit accessible.

Lorsque, comme c'est le cas ici, le livre a pour objet essentiel de proposer et de décrire des activités et de faire réfléchir l'enfant sur ce qu'il est en train de faire, il nous semble que cet apprentissage peut être particulièrement fécond.

C'est dans cet objectif d'apprentissage que nous avons proposé un lexique complet en fin de livre.

3.3 Le langage.

Il est naturel et utile de laisser les enfants s'exprimer dans leur langage et il n'est pas question de réprimer le langage qu'ils emploient. Nous ne souhaitons d'ailleurs pas qu'ils finissent par... se taire.

Il en va tout autrement du langage utilisé par le maître et par le livre. Nous pensons que la clarté, la précision et la stabilité du langage employé sont un apport pédagogique indispensable à tous et singulièrement à ceux qu'on dit «les plus défavorisés». Mais l'effort pour être clair, pour fixer solidement le vocabulaire employé n'impose pas du tout la préciosité et n'empêche aucunement de parler de façon familière.

Dans le même ordre d'idée, la rigueur indispensable n'est en aucune façon synonyme de formalisme. Aussi dans cet ouvrage, avons-nous pratiquement évité toute formalisation.

Nous avons de même introduit un minimum de symboles nouveaux (on en trouvera la liste à la fin du lexique).

Nous avons voulu éviter également d'introduire des symboles provisoires appelés à disparaître ensuite. Ainsi par exemple le nombre négatif «moins cinq» est noté -5 et non pas (-5) ou $\bar{5}$ ou 5^- ou ... le nombre positif «cinq» est noté 5 et non pas $+5$ ou $(+5)$ ou ...

3.4 Un enseignement global.

On entend dire parfois qu'il faut à ce niveau, enseigner les mathématiques par petites touches, dans des sortes d'îlots plus ou moins séparés, sans liens communs apparents, avec des règles du jeu provisoires, adoptées pour la durée d'une étude.

Nous pensons que cette pratique est néfaste et qu'il faut au contraire pratiquer un enseignement plus unitaire, plus global.

Cela ne signifie évidemment pas qu'il faut proposer, construire une théorie globale dès la classe de 6ème. Encore moins, bien sûr, qu'il faille faire des constructions abstraites totalement incompréhensible par des élèves de cet âge. Par exemple, nous avons introduit les entiers relatifs par symétrisation naturelle de \mathbb{N} en utilisant des échelles régulières graduées. Pas question de faire une partition de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ et de considérer un entier relatif comme un élément de l'ensemble quotient. Pas question de distinguer le nombre 3 et le nombre +3 ou de définir des opérations sur un ensemble quotient.

Ce que nous voulons dire simplement, c'est qu'il nous paraît utile :

- d'employer les mêmes méthodes d'approche pour des situations différentes,
- de rassembler ce qui se ressemble,
- d'attirer l'attention des élèves sur des propriétés communes d'objets différents et dans une certaine mesure donc, de plus s'intéresser aux propriétés des objets qu'aux objets eux-mêmes,

- de donner de nombreux supports géométriques aux propriétés numériques.

En un mot, ce qui nous semble utile, c'est de RASSEMBLER plutôt que de DISPERSER. Cela n'empêche évidemment pas, bien au contraire, de diversifier au maximum les activités proposées et c'est ce que nous avons essayé de faire ici.

Et puis il faut aussi penser à ce qui suit, à ce qu'on va demander aux élèves les années suivantes.

C'est dans cet esprit que nous avons

- donné aux élèves l'occasion d'une première réflexion sur les écritures mathématiques : parenthèses, conventions, règle de priorité, organisation d'un calcul,
- préparé l'introduction de l'utilisation des lettres,
- proposé diverses occasions de raisonnement et même une première approche de démonstration utilisant des lettres.

Ainsi, l'intelligence et la curiosité des élèves faisant le reste, ils acquieront progressivement des savoir-faire, des attitudes, des comportements, leurs connaissances s'organiseront peu à peu dans ce qui est peut-être une véritable éducation mathématique.