

QUELQUES REFLEXIONS A L'USAGE DU MAITRE

Nous avons présenté le groupe JEOMATRI dans le livre du maître qui accompagne le manuel de 4ème paru en 1979 aux éditions OPHRYS de Gap. Nous y avons expliqué comment un groupe I.R.E.M. a pu être conduit à rédiger des manuels scolaires. Le lecteur intéressé peut s'y reporter.

Nous n'avons évidemment pas voulu écrire un livre fournissant au professeur la ligne directrice d'un «cours» à distribuer à ses élèves et des exercices d'application pour faire fonctionner ce cours. Il existe déjà de très nombreux livres de ce type dans le commerce.

Il nous a semblé que de très nombreux enseignants de mathématiques dans le premier cycle souhaitaient et pratiquaient une toute autre pédagogie, une pédagogie qui laisse une bien plus grande place à l'initiative des élèves, une pédagogie où les concepts mathématiques se dégagent peu à peu d'observations, de manipulations, d'activités, une pédagogie où l'acquisition des «connaissances» et celle des «savoir-faire» se combinent de façon dialectique.

Dans cette optique, le marché du livre scolaire nous a paru assez désert. C'est donc ce vide que nous avons voulu combler en fournissant aux élèves et à leurs maîtres, un outil qui permette réellement cette autre façon d'enseigner.

Nous reviendrons plus en détail, un peu plus loin, sur les objectifs que nous proposons pour cette formation mathématique des élèves.

Bien entendu, ce livre, comme les précédents, est conforme au programme actuel car nous avons toujours refusé l'alibi qui consiste à dire qu'il n'est possible de faire un bon enseignement des mathématiques qu'avec un autre programme ou même sans programme du tout (nous ne prenons pas parti, ici, sur le contenu de ces programmes).

I – ORGANISATION DU LIVRE.

1.1 Les chapitres.

Le livre contient 53 «chapitres» très courts ou assez courts : de 1 à 6 pages. Cela va sembler beaucoup, mais nous avons voulu :

- donner une grande variété d'activités ;
- permettre de ne pas faire exactement la même chose deux années de suite ;
- fournir des thèmes pour le soutien et l'approfondissement ;
- donner aux professeurs les moyens d'organiser le temps entre ceux qui vont doucement et ceux qui vont plus vite.

En fait, une lecture attentive montre qu'une quarantaine de «chapitres» convenablement choisis permettent de «couvrir le programme». Certains paragraphes de ces chapitres sont d'ailleurs facultatifs.

1.2 Le plan.

Nous avons réparti ces 53 chapitres en 7 RUBRIQUES et chacune de ces rubriques est indiquée par un symbole.



Les applications, les bijections, les partitions, les relations d'équivalence.



L'arithmétique : nombres premiers, diviseurs, multiples.



Une révision sur les décimaux relatifs, l'addition dans \mathbb{D} , et une étude plus approfondie de la soustraction, la valeur absolue.



L'introduction de la multiplication dans \mathbb{D} , la distributivité, les puissances, les propriétés de l'ordre et des opérations.



La géométrie plane.



La géométrie de l'espace.



Les questions relatives aux mesures.

Naturellement comme tout classement, celui-ci est arbitraire.

Nous n'avons pas voulu traiter tous les chapitres d'une même rubrique à la queue leu leu dans un super chapitre. Cela permettra de ne pas rester trop longtemps sur un même sujet et de relancer l'intérêt pour telle ou telle étude. Bien entendu, les chapitres peuvent être utilisés dans un ordre très différent.

Néanmoins, à l'intérieur d'une même rubrique, nous avons suivi une progression pédagogique (progression des difficultés) et mathématique (introduction des concepts). Il peut donc être préférable de conserver approximativement, à l'intérieur d'une même rubrique, l'ordre proposé par le livre.

Ceci admet cependant de très nombreuses exceptions :

- Certaines activités, ne s'intègrent pas à proprement parler dans une progression et peuvent être placées un peu n'importe où après l'introduction des concepts de départ ; par exemple :

- Jouons avec des restes.
- Représentation des objets.
- Vitesse et graphiques.
- Des machines à lettres.
- Symétrie dans l'espace.
- D'autres exemples de partition.

- Les chapitres de géométrie plane peuvent se traiter dans un ordre presque libre. Ils ne sont d'ailleurs pas tous obligatoires.

- Certains chapitres, bien que correspondant à un alinéa du programme, peuvent se traiter indépendamment du reste ; par exemple :

- Agrandissement d'un dessin.

- Dans la rubrique consacrée aux mesures, l'ordre dans lequel on traite les mesures de temps, les mesures de masse et les mesures de volume n'a guère d'importance.

- Certains chapitres sont totalement indépendants de tout le reste. Par exemple :
 - Des pavages.
 - Pavages avec des pentagones.

1.3 Les exercices.

Nous ne parlons pas ici des très nombreux exercices et activités qui permettent l'introduction d'un concept ou qui aident à comprendre l'articulation entre telle ou telle notion.

Nous avons fourni de très nombreux exercices d'apprentissage, d'applications pour faire fonctionner ce qu'on vient d'apprendre, des exercices de révision et aussi un certain nombre d'exercices de réflexion.

Certains de ces exercices sont tout à fait «classiques», quelques-uns nous l'espérons un peu moins ordinaires.

Quelques exercices proposent de véritables activités : tangram, où on dessine avec des plis.

Pour tous, nous avons essayé de donner une rédaction adoptée à la compréhension des élèves.

Nous en avons donnés beaucoup, à l'intérieur même des chapitres, toutes les fois que cela nous a semblé nécessaire.

Nous avons rangé les autres suivant nos sept rubriques et nous les avons dispersés dans le livre de façon qu'on puisse en disposer tout le long de l'année pour des «devoirs», des retours en arrière,... On peut donc trouver à un moment du livre un ou plusieurs exercices portant sur un sujet abordé beaucoup plus tôt.

Bien entendu, nous avons rappelé à chaque fois le symbole de la rubrique concernée et nous avons donné le titre du chapitre auquel ces exercices se rapportent principalement.

Lorsque les exercices ne sont pas donnés à la suite d'un chapitre, nous indiquons, en fin de chapitre, à quelles pages se trouvent ces exercices.

Ces exercices non intégrés aux différents chapitres sont présentés dans des cadres.

1.4 Présentation.

- Le texte du livre est écrit pour les élèves et devrait donc, le plus souvent, être lu par eux sans excessives difficultés. C'est pourquoi nous avons essayé d'écrire des phrases les plus courtes possibles et d'aller souvent à la ligne.

- Les consignes données aux élèves sont écrites en retrait et en italique.

- Lorsque nous voulons insister sur une phrase ou sur un résultat, nous attirons l'attention de l'élève par deux procédés, parfois utilisés simultanément :

- la phrase est détachée du texte et écrite en caractères plus grands ;
- la phrase ou le résultat sont indiqués par  dans la marge.

- Les mots nouveaux sont écrits en majuscules et repris ainsi que les symboles dans un index à la fin du livre.

Nous pensons qu'à ce niveau, l'acquisition de connaissances se fait essentiellement par l'ACTIVITE : activités d'introduction des concepts et activités d'apprentissage et de réflexion sur le fonctionnement de ces concepts. C'est pourquoi nous n'avons pas éprouvé le besoin de donner des résumés ou des résultats à retenir par cœur.

1.5 Les jeux.

Pour égayer le livre, nous avons donné quelques jeux. Nous n'avons pas d'autre objectif que de distraire.

Cependant ces jeux peuvent être l'occasion d'activités intéressantes : certains utilisent des figures géométriques — on peut se servir de ces jeux pour une activité de mathématisation d'une situation — on peut analyser un jeu pour la recherche d'une stratégie gagnante, mais ce ne sont évidemment pas des exercices auxquels on peut apporter une réponse type. Le plus souvent, les élèves se contenteront de jouer. Si vous êtes plus particulièrement intéressés par cette activité, vous pouvez vous rapporter utilement à la revue PENTAMINO.

II — NOS OBJECTIFS RUBRIQUE PAR RUBRIQUE.

2.1 Relations.

- «Au commencement, était l'application». (*Genèse. Livre IV. Verset 7 !*).

La notion d'application est évidemment fondamentale pour l'activité mathématique et l'idée d'associer les éléments d'un ensemble aux éléments d'un autre ensemble apparaît très tôt : graduation d'une échelle — transformations géométriques — ...

Aussi nous semble-t-il fâcheux de faire apparaître une application comme un cas particulier de quelque chose de plus «gros» qui serait une relation. Nous l'avons donc évité.

D'ailleurs, les exemples de relations d'un ensemble vers un ensemble distinct sont le plus souvent très exotiques. Ce qui est intéressant, ce sont les relations binaires à l'intérieur d'un même ensemble : relation d'équivalence, relation d'ordre, et une application ne peut apparaître comme une situation particulière de ces relations là.

Nous avons donc présenté les applications pour elles-mêmes et nous nous sommes efforcés de faire comprendre aux élèves qu'ils en connaissaient déjà : en calcul, en géométrie, dans la vie courante.

Nous avons abusé le moins possible de représentations sagittales qui donnent d'une application une vision assez STATIQUE et qui ont l'inconvénient de ne faire intervenir que des ensembles finis de cardinal petit. Nous avons préféré faire étudier des situations plus DYNAMIQUES : machines à transformer des nombres, transformations géométriques, où les ensembles qui interviennent ne sont plus nécessairement finis.

Nous n'avons évidemment pas introduit la notion de fonction avec ce pseudo-problème du «domaine de définition».

- L'idée de chercher les antécédents d'un élément du but d'une application est assez naturelle. Apparaît alors l'éventualité d'une application réciproque.

C'est de cette façon que nous avons introduit les bijections.

- Mettre ensemble les éléments qui ont la même image par une application conduit à faire une PARTITION de la source de cette application.

C'est de cette façon naturelle que nous avons introduit la notion de partition d'un ensemble et non pas comme ensemble quotient d'un ensemble par une relation d'équivalence, idée moins naturelle, très abstraite et compliquée.

L'introduction des partitions est donc antérieure à celle des relations d'équivalence et la relation d'équivalence apparaît donc comme la relation «... a la même image que...».

Nous avons ensuite :

- rapproché la notion de partition de celle de classement,
- montré aux élèves que cette démarche leur était déjà connue. En particulier nous avons rappelé ce qu'on avait fait en 6ème pour les longueurs, les aires, les angles.

Enfin, nous avons complété cette étude en montrant aux élèves des exemples connus de partition comme les directions du plan, où l'application associée à la partition n'apparaît pas comme préalable.



2.2 L'arithmétique.

Nous avons abordé toutes les questions d'arithmétique en multipliant les expériences pratiques. Conformément à l'esprit et à la lettre du programme.

Nous avons cherché ainsi à donner des habitudes : habitudes de manipuler des entiers, de regarder des situations. En particulier :

- nous avons plusieurs fois placé des multiples d'un entier sur une échelle,
- nous avons cherché des diviseurs communs ou des multiples communs en étudiant des intersections d'ensembles,
- nous avons donné plusieurs méthodes PRATIQUES pour décomposer un nombre en facteurs premiers, pour chercher des diviseurs communs, des multiples communs, en entraînant les élèves à reconnaître la situation avant de choisir la méthode qui semble la plus commode.

Notons que pour la recherche de diviseurs communs ou de multiples communs, nous n'avons pas proposé la méthode de décomposition en produit de facteurs premiers. Cette méthode est lourde, malcommode et ne s'utilise jamais dans les situations pratiques du type : simplification d'un rationnel, recherche d'un dénominateur commun.

D'ailleurs, nous avons placé ces chapitres avant les puissances, et même avant d'avoir appris à décomposer un nombre en facteurs premiers.

Nous n'avons guère braqué le projecteur sur le plus grand diviseur commun ou le plus petit multiple commun. Nous nous sommes essentiellement intéressés à l'ensemble des diviseurs communs qui est nécessairement fini et a donc un majorant, et à l'ensemble des multiples communs qui a nécessairement un minorant.

Enfin, l'activité «Jouons avec des restes» permettra de faire des divisions, d'utiliser les restes et de comprendre le mécanisme des preuves des opérations. Bien entendu, nous avons voulu faire comprendre qu'on pouvait, par ce procédé, faire la preuve de n'importe quelle opération, et pas seulement par 9.



2.3 Addition et soustraction dans \mathbb{Z} et dans \mathbb{ID} .

Nous avons pensé qu'il était bon de faire réviser ce qu'on a appris en 6ème sur les nombres relatifs et sur l'addition. Nous avons de nouveau largement utilisé des échelles régulières graduées. Une addition est donc une translation sur une droite.

Nous avons totalement repris la question de la soustraction que nous n'avions pas étudiée complètement dans le livre de 6ème.

La différence de deux nombres a et b est le nombre qu'il faut ajouter à b pour trouver a .

En utilisant une échelle graduée et en examinant différents cas, nous avons «résolu» l'équation de la soustraction et établi que soustraire un entier c'est ajouter son opposé.

Nous n'avons évidemment pas fait une étude théorique du groupe $(\mathbb{ID}, +)$. Avec les élèves, nous avons conduit des calculs, des suites d'additions et de soustractions, en introduisant les difficultés de façon progressive. Les règles de «suppression» de parenthèses apparaissent donc comme des moyens pratiques de conduire des calculs, en liaison avec ce qu'on sait de l'addition et de la soustraction et non pas comme une règle magique qu'on sait par cœur.

A ce niveau, nous n'avons introduit que très modérément du calcul littéral (conformément aux instructions officielles).

Notons enfin, que nous avons été très brefs en ce qui concerne la valeur absolue. Cette question devant être reprise longuement en 4ème et en 3ème.

Disons cependant que nous avons présenté la valeur absolue comme une distance et non pas comme «ce qui reste d'un nombre lorsqu'on enlève son signe» !

2.4 Multiplication dans \mathbb{Z} et dans \mathbb{ID} .

Fidèles à nos principes, nous avons donné un support géométrique à la multiplication. La multiplication va donc apparaître comme une homothétie.

Après de nombreuses activités préparatoires (Dessin et multiplication), nous avons construit pas à pas l'algorithme de la multiplication à l'aide de la machine à multiplier. La «règle des signes» se VOIT donc sur la machine.

Les propriétés de cette nouvelle opération s'établissent alors aisément à l'aide de l'algorithme.

La multiplication est distributive sur l'addition dans \mathbb{Z} parce que la multiplication est distributive sur l'addition et la soustraction dans \mathbb{N} . Nous avons illustré cela par des dessins.

C'est seulement après cette construction détaillée de la multiplication que nous avons introduit les règles de priorité (de la multiplication sur l'addition) et les conventions d'écriture (suppression du signe \times dans l'écriture $a \times b$). De nouveau, nous avons essayé d'être progressifs dans l'introduction des difficultés, et nous avons proposé de façon prudente un peu de calcul littéral.

L'utilisation des applications (Des machines à lettres) nous a permis d'essayer de faire comprendre la nécessité de ce calcul littéral, la lettre prenant alors son rôle essentiel de place, de boîte (de lettre muette).

Si nous avons proposé quelques écritures avec plusieurs lettres, nous avons évité au maximum de calculer sur ces écritures.

Les puissances n'ont été utilisées que dans des multiplications. Si nous avons essayé de justifier l'écriture a^1 nous n'avons pas voulu introduire l'exposant 0 qui est une convention d'écriture beaucoup plus sophistiquée et incompréhensible en l'absence des exposants négatifs.

2.5 Géométrie plane.

Le programme de 5ème n'apporte guère d'éléments nouveaux dans ce domaine et se contente essentiellement d'une consolidation des acquisitions de la classe de 6ème.

Nous avons donc voulu faire dessiner et observer encore, dans le même esprit que ce que nous avons proposé dans le livre de 6ème.

Nous nous sommes placés dans une situation DYNAMIQUE, celle des pliages c'est-à-dire des symétries orthogonales. L'étude de la médiatrice, de la bissectrice, d'une classification des triangles et des quadrilatères entrait bien dans ce cadre.

Les activités proposées sur les pavages n'utilisent pas du tout, elles, la notion de symétrie orthogonale. Mais par la place donnée aux translations et aux symétries centrales, elles s'intègrent bien dans cette dynamique de la géométrie. Et puis, elles permettent d'observer, de dessiner, de comprendre, d'inventer, dans des situations qui ne sont pas triviales et qui conduisent à des réalisations valorisantes.

Conformément au texte du programme, nous avons proposé des activités d'agrandissement d'un dessin. Elles sont en liaison directe avec ce que nous avons fait pour la multiplication.

2.6 Géométrie de l'espace.

C'est un domaine qui était très neuf pour nous et il semble bien que ce chapitre soit un peu le parent pauvre dans l'actuelle pratique des classes de 5ème.

Il nous a semblé :

- qu'on ne pouvait pas se contenter de regarder des figures planes représentant des objets de l'espace d'autant que le plus souvent les conventions ne sont pas données ;
- qu'il était déraisonnable de faire apprendre par cœur des théorèmes sur les plans et droites parallèles ou perpendiculaires, d'abord parce que ces théorèmes n'ont jamais un énoncé très simple, surtout parce qu'ils ne correspondent pas à une situation appréhendée par les élèves. Quant à une quelconque démonstration... !

Nous avons préféré donner aux élèves l'occasion de :

- fabriquer des objets et les observer,
- faire bouger ces objets, les organiser les uns par rapport aux autres.

C'est pourquoi vous trouverez de nombreux patrons dans le livret de feuilles de manipulation. Certaines activités doivent être faites en groupe puisqu'il faut y manipuler jusqu'à une trentaine de cubes.

Les notions relatives aux plans et aux droites se VERRONT donc sur des objets fabriqués par les élèves.

Les prismes, les cylindres, les cônes, les pyramides ne se définiront qu'après fabrication. Comme il était impossible de fabriquer une sphère, nous avons proposé une balle de ping-pong.

Pour éviter que cette étude ne soit trop statique, nous avons fait bouger ces objets pour introduire des symétries par rapport à un plan, des droites de répétition ou de révolution.

Dans tout cela, il s'agit bien évidemment pour nous, d'une première appréhension, essentiellement sensorielle de l'espace et PAS DU TOUT DE CONNAISSANCES (au sens habituel du terme) A RETENIR.

Nous n'avons pas non plus voulu passer sous silence la délicate question de la représentation plane des figures de l'espace et nous avons proposé quelques observations sur différents modes de représentation.

En ce qui concerne les volumes des solides, des manipulations permettent de comprendre ce qui se passe pour les parallélépipèdes rectangles, peut-être pour les prismes et les cylindres droits et pour une pyramide particulière. Une manipulation permet de trouver une mesure approchée du volume d'une boule.

2.7 Les mesures.

■ En ce qui concerne les mesures de volume, nous avons procédé exactement de la même façon qu'en 6ème pour les mesures de longueur, d'aire ou d'angle. L'ennui, c'est qu'ici nous n'avons plus qu'un seul mot :

une classe de segments est une longueur, une classe de surfaces est une aire, une classe de secteurs angulaires est un angle mais une classe de VOLUMES est un VOLUME !

Il était évidemment difficile aussi de faire effectivement une partition d'un ensemble de volumes.

Nous avons insisté aussi sur l'arbitraire du choix de l'unité de volume en proposant des unités non usuelles et nous avons regardé comment se transforme la mesure lorsqu'on change d'unité.

Les unités habituelles du système métrique ont été présentées a posteriori comme une situation particulière obéissant aux mêmes règles.

Pour éviter l'usage de phrases du type «la mesure en centimètres cubes du volume est 5», nous avons décidé de dire que «le volume est 5 cm^3 ». L'écriture « 5 cm^3 » désigne donc une classe. Il est d'ailleurs raisonnable de définir le centimètre cube comme une classe : celle du solide choisie pour unité.

Nous avons également voulu faire comprendre que la mesure est un nombre qu'on peut imaginer, mais qu'on n'a pas toujours les moyens de connaître autrement que par des valeurs approchées.

Enfin, nous avons choisi de ne pas trop insister sur les «formules» donnant la mesure des différents volumes figurant au programme. Après tout, il est toujours possible de disposer d'un formulaire.

- Nous avons fait apparaître les mesures de temps comme des mesures d'angles en les liant aux mouvements relatifs de la terre et du soleil et l'horloge apparaît alors comme un rapporteur.

Nous avons évité de proposer des opérations trop compliquées sur ces mesures.

- Le programme de 5ème est très ambitieux lorsqu'il parle de MASSE et POIDS. Nous avons essayé de faire comprendre par des jeux, par des observations, par des appels aux connaissances intuitives des élèves en matière de voyages spatiaux que :

- la masse d'un objet est une constante de cet objet,
- le poids d'un objet est une force qui dépend de la situation de cet objet par rapport aux planètes (ici la terre et la lune) et que, en un endroit donné, ce poids est proportionnel à la masse.

Nous avons évidemment ignoré les unités de poids, nous contentant des unités de masse.

- En ce qui concerne les vitesses, débits, masses volumiques, nous avons fait appel aux connaissances des élèves en matière de tableaux de proportionnalité et utilisé des représentations graphiques.

Les nombreuses conversations que nous avons eues avec des collègues enseignant dans le premier cycle, notre pratique personnelle nous conduisent à penser que, par ces choix, nous répondons aux préoccupations essentielles des enseignants de 5ème.

III – OBJECTIFS PEDAGOGIQUES.

3.1 L'enseignement des mathématiques.

Traditionnellement, on enseigne en France les mathématiques en deux étapes :

- d'abord on présente une théorie aux élèves : c'est le «cours» plus ou moins magistral,
- ensuite on fait fonctionner cette théorie par des exercices d'applications, d'apprentissage, de répétition et éventuellement des exercices de «recherche».

Il nous apparaît que dans cette façon de faire, il manque une étape essentielle et préalable qu'on pourrait appeler étape de DECOUVERTE, d'APPROFONDISSEMENT et d'ELABORATION. Pendant cette étape, l'élève se trouve confronté à des situations (pas nécessairement concrètes d'ailleurs) qu'il va explorer, manipuler (au sens étymologique) qu'il va s'approprier et qui devraient éveiller sa curiosité. Cette démarche animée par l'enseignant, devrait conduire à dégager des concepts, à construire des objets mathématiques, à élaborer les propriétés qui organisent ces objets.

On peut remarquer que, tout au moins au niveau d'une 6ème, si cette première étape se fait convenablement, la deuxième, celle du «cours» devient beaucoup moins nécessaire et peut être très brève. C'est d'ailleurs une bonne chose si on tient compte de la capacité d'attention d'un groupe d'élèves de cet âge.

L'idée de valoriser l'activité des élèves, et de ne plus leur faire subir un cours au tableau est une idée qui est devenue à la mode et qui est dans une certaine mesure encouragée par certains des programmes actuels ou par les instructions qui les accompagnent. De très

nombreux manuels du premier cycle «décrivent» en début de chapitre des observations, des manipulations que l'on «pourrait» faire. Ou bien ils proposent de véritables manipulations en en donnant un schéma ou un patron qu'il faut d'abord prendre le temps de reproduire par exemple à une échelle plus grande. Notons enfin que nombre des manipulations proposées sont plus des activités d'applications que des activités préalables de motivation.

Nous avons donc voulu aller plus loin et donner de véritables outils d'observations et de manipulations permettant de VOIR, de FAIRE, d'EXPERIMENTER et évidemment d'utiliser les instruments de dessin, les couleurs, le calque... Nous proposons de très nombreux exercices de ce type. Quelques-uns peuvent se mettre en œuvre directement sur une feuille de papier. Pour d'autres, il faut un outil supplémentaire : c'est LE LIVRET DE FEUILLES DE MANIPULATION qui accompagne le livre.

Evidemment, il faut que les élèves achètent ce livret et c'est un inconvénient. Mais outre que le prix en est modique, ils achètent bien aussi leur équerre, leur règle, leur crayon, etc... Les feuilles de manipulation sont un outil de même nature.

A ce propos, on peut remarquer qu'il est assez étonnant qu'on dispose de crédits (crédits d'enseignement ou autres) pour se doter de matériel dans presque toutes les disciplines : matériel de laboratoire pour les sciences, magnétophones pour les langues, documents divers, etc..., etc... crédits sans doute insuffisants mais souvent non négligeables, alors que pour les mathématiques, l'idée d'ordonner des dépenses paraît souvent incongrue (sauf peut-être pour acheter des calculatrices).

Il y a là un sujet de réflexion et sans doute de revendication pour les enseignants de mathématiques. Peut-être pensera-t-on un jour que, par exemple, des feuilles de manipulation sont un outil indispensable payé sur des fonds publics.

3.2 Utilisation d'un livre.

Nous avons entendu parfois professer qu'il est préférable d'enseigner sans livre. Nous ne pouvons pas accepter cette idée. En effet, il nous semble que l'école est le lieu premier pour apprendre à utiliser un livre et en ce qui nous concerne un livre à caractère scientifique.

Encore faut-il, bien entendu, que ce livre soit écrit pour les élèves et dans un langage qui leur soit accessible.

Lorsque, comme c'est le cas ici, le livre a pour objet essentiel de proposer et de décrire des activités et de faire réfléchir l'enfant sur ce qu'il est en train de faire, il nous semble que cet apprentissage peut être particulièrement fécond.

C'est dans cet objectif d'apprentissage que nous avons proposé un index complet en fin de livre.

3.3 Le langage.

Il est naturel et utile de laisser les enfants s'exprimer dans leur langage et il n'est pas question de réprimer le langage qu'ils emploient. Nous ne souhaitons d'ailleurs pas qu'ils finissent par... se taire.

Il en va tout autrement du langage utilisé par le maître et par le livre. Nous pensons que la clarté, la précision et la stabilité du langage employé sont un apport pédagogique indispensable à tous et singulièrement à ceux qu'on dit «les plus défavorisés». Mais l'effort pour être clair, pour fixer solidement le vocabulaire employé n'impose pas du tout la préciosité et n'empêche aucunement de parler de façon familière.

Dans le même ordre d'idée, la rigueur indispensable n'est en aucune façon synonyme de formalisme. Aussi dans cet ouvrage, avons-nous pratiquement évité toute formalisation.

Nous avons de même introduit un minimum de symboles nouveaux (on en trouvera la liste à la fin de l'index).

Nous avons voulu éviter également d'introduire des symboles provisoires appelés à disparaître ensuite. Ainsi par exemple le nombre négatif «moins cinq» est noté -5 et non pas (-5) ou $\bar{5}$ ou 5^- ou ... le nombre positif «cinq» est noté 5 et non pas $+5$ ou $(+5)$ ou ...

3.4 Un enseignement global.

On entend dire parfois qu'il faut à ce niveau, enseigner les mathématiques par petites touches, dans des sortes d'ilôts plus ou moins séparés, sans liens communs apparents, avec des règles de jeu provisoires, adoptées pour la durée d'une étude.

Nous pensons que cette pratique est néfaste et qu'il faut au contraire pratiquer un enseignement plus unitaire, plus global.

Cela ne signifie évidemment pas qu'il faut proposer, construire une théorie globale dès la classe de 6ème. Encore moins, bien sûr, qu'il faille faire des constructions abstraites totalement incompréhensibles par des élèves de cet âge. Par exemple, nous avons introduit les entiers relatifs par symétrisation naturelle de \mathbb{N} en utilisant des échelles régulières graduées. Pas question de faire une partition de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ et de considérer un entier relatif comme un élément de l'ensemble quotient. Pas question de distinguer le nombre 3 et le nombre $+3$ ou de définir des opérations sur un ensemble quotient.

Ce que nous voulons dire simplement, c'est qu'il nous paraît utile :

- d'employer les mêmes méthodes d'approche pour des situations différentes,
- de rassembler ce qui se ressemble,
- d'attirer l'attention des élèves sur des propriétés communes d'objets différents et dans une certaine mesure donc, de plus s'intéresser aux propriétés des objets qu'aux objets eux-mêmes,
- de donner de nombreux supports géométriques aux propriétés numériques.

En un mot, ce qui nous semble utile, c'est de RASSEMBLER plutôt que de DISPERSER. Cela n'empêche évidemment pas, bien au contraire, de diversifier au maximum les activités proposées et c'est ce que nous avons essayé de faire ici.

Et puis il faut aussi penser à ce qui suit, à ce qu'on va demander aux élèves les années suivantes.

C'est dans cet esprit que nous avons :

- donné aux élèves l'occasion de réfléchir sur les écritures mathématiques : parenthèses, conventions, règle de priorité, organisation d'un calcul ;
- préparé l'introduction de l'utilisation des lettres ;
- proposé diverses occasions de raisonnement et même une première approche de démonstration utilisant des lettres.

Ainsi, l'intelligence et la curiosité des élèves faisant le reste, ils acquerront progressivement des savoir-faire, des attitudes, des comportements, leurs connaissances s'organiseront peu à peu dans ce qui est peut-être une véritable éducation mathématique.