irem
de
Grenoble

MATHEMATIQUES
en 5ème

Jéomatri

LEGENDE

Addition et soustraction des nombres relatifs

Arithmétique

Géométrie de l'espace

Relations. Applications

Mesures

Géométrie plane

Multiplication des nombres relatifs

ISBN 2-903815-00-3

entiers et décimaux relatifs

I – EXERCICES

1. *Prends la feuille de manipulation numéro 1 dessin numéro 1.*

Nous avons dessiné deux droites. Sur ces droites, nous avons placé des points et nous avons obtenu des ECHELLES REGULIERES. Tu sais que ces points s'appellent les BARREAUX des échelles.

Complète le codage de ces échelles.

Tu te rappelles que nous avons appelé ABSCISSE le nombre associé à un barreau.

2. *Recopie et complète les phrases suivantes avec le signe $>$ ou le signe $<$*
Pour certains tu pourras t'aider de l'échelle 1 que tu viens de coder.

2 ... 3 ; -5 ... -3 ; 8 ... 6 ; -27 ... -28 ; -15 ... 13 ; 0 ... 12 ;
-11 ... 0 ; -100 ... -10 ; 100 ... -10 ; -100 ... 10.

3. Parmi les phrases suivantes, certaines sont vraies, d'autres sont fausses.

$-7 < -5$; $-12 < 6$; $15 < -17$; $18 > -19$; $-7 > 0$; $18 > 19$;
$7 < 7$; $-13 < -2$; $15 > 0$; $-13 > -12$.

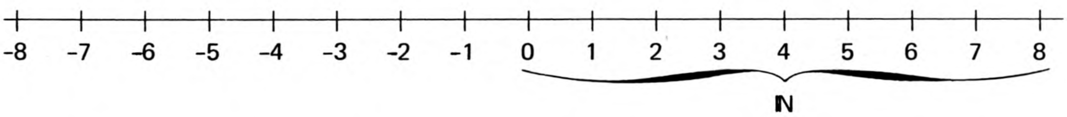
Recopie sur ton cahier, les phrases vraies.

II – ENTIERS RELATIFS

Les éléments de l'ensemble $\mathbb{Z}$ sont :

- les entiers positifs ; par exemple : 2 ; 325 ; 17 ; 100 000 ; ...
- le nombre zéro ;
- les entiers négatifs ; par exemple : -3 ; -208 ; -38 ; -153 017 ; ...

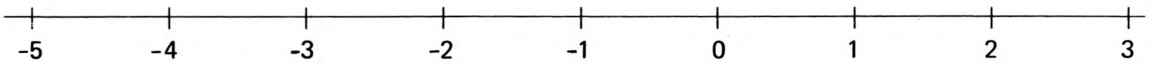
Ces nombres sont appelés ENTIERS RELATIFS.



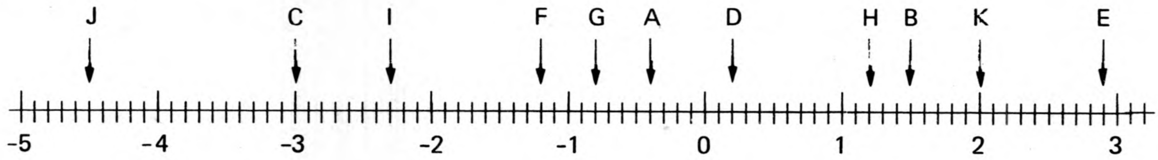
Tu te souviens bien que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

III – EXERCICES

1. Voici une échelle régulière graduée à l'aide d'entiers relatifs.



Nous divisons chaque échelon en dix nouveaux échelons de même longueur. Nous obtenons une nouvelle échelle régulière.



Nous voulons conserver les abscisses des anciens barreaux.

Comment proposes-tu de coder les nouveaux barreaux ?
Quelles sont alors les abscisses des points A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K ?

Imagine qu'on divise chaque échelon de la deuxième échelle en dix parties de même longueur.

Quels nombres proposes-tu pour coder ces nouveaux barreaux ?

Imagine qu'on continue.

Prends la feuille de manipulation numéro 1 dessin numéro 2.

Nous avons dessiné des agrandissements de certains échelons.

Code les nouveaux barreaux.

Tu te souviens que 1,30 est une autre écriture du nombre décimal 1,3.

2. *Prends la feuille de manipulation numéro 1 dessin numéro 3.*
Sur l'échelle dessinée, place les points d'abscisses 1,3 ; -2,8 ; -3 ; -0,7 ; 3,4 ; -4,6 ; 2 ; 0,5 ; -3,5.
Range du plus petit au plus grand les nombres ci-dessus.

3. *Range les décimaux suivants du plus petit au plus grand.*

a) 5,25 ; 1,3 ; 0,75 ; 3 ; 5,5 ; 0 ; 55 ; 5,6.
b) -2,1 ; -3,3 ; -0,8 ; -1,5 ; -1,7 ; -3,5 ; 0.
c) -1,52 ; 12,9 ; 0,956 ; -1,51 ; -12 ; 5 ; 2,1 ; -0,958.

4. *Ecris, si cela est possible, 4 entiers relatifs qui vérifient la condition suivante :*

«être positif».

Même question pour chacune des conditions suivantes :

«être inférieur à 3»,
«être compris entre -5 et 3»,
«être compris entre -7 et -4»,
«être supérieur à -1 **et** inférieur à 5»,
«être inférieur à -5 **et** supérieur à 1».

5. *Peux-tu écrire quatre nombres* **décimaux** *compris entre* 7,1 *et* 7,5 *?*
Peux-tu écrire quatre nombres **décimaux** *compris entre* -5,2 *et* -5,1 *?*

IV – DECIMAUX RELATIFS

Les éléments de l'ensemble $\mathbb{D}$ sont :

- les décimaux positifs ; par exemple : 201,89 ; 0,1 ; 56 ;
- le nombre zéro ;
- les décimaux négatifs ; par exemple : -68,662 ; -23 ; -7,9.

Ces nombres sont appelés DECIMAUX RELATIFS.

V – EXERCICES

1 *Recopie et complète avec le signe $\in$ ou le signe $\notin$.*

-1,88 ... ID ; -27 ... ID ; -250,5 ... Z ; 11 ... ID ; -27 ... IN ;
-250,5 ... ID ; 0,01 ... IN ; -27 ... Z ; 101 ... IN.

2. *Prends la feuille de manipulation numéro 1 dessin numéro 4.*

Nous avons mis une croix dans la case correspondant à la colonne -2 et à la ligne Z car $-2 \in \mathbb{Z}$ est une phrase vraie.

Place toutes les croix qui correspondent à des phrases vraies.

3. *Prends la feuille de manipulation numéro 1 dessin numéro 5.*
Place sur ce dessin les nombres suivants :

-17 ; 398 ; 9,683 ; -0,07 ; -318 ; 1 005 ; -10,05.

exercices

1. *Recopie et complète avec le signe $\in$ ou le signe $\notin$.*

10,07 ... IN ; 10,07 ... Z ; 10,07 ... ID ; -9 976 ... IN ; -9 876 ... Z ;
-9 876 ... ID ; 43 ... Z ; 43 ... ID.

2. *Recopie et complète le tableau suivant.*

$\in$	-0,01	99 999	-123	-4,5	0	67,8
IN						
Z						
ID	X					

3. *Range du plus petit au plus grand*

a) 38 ; -22 ; -125 ; 0 ; -37 ; 28 ; -130.
b) 3,8 ; -22,2 ; -0,125 ; 0 ; -37 ; 3,88 ; -0,13.
c) -17,6 ; -18,35 ; -17,77 ; -18,4 ; -17,7 ; -18,3.

4. *Recopie et complète avec le signe $<$, le signe $>$ ou le signe $=$.*

-136 ... -142 ; -4 ... -14 ; 23 ... -32 ; 0 ... -25 ; 37 ... 12 ; -37 ... -12 ;
145 ... -512 ; 0 ... 25 ; -4,20 ... -4,2 ; 0,012 ... 0,02 ; -1,85 ... 1,86 .

5. Appelons x un entier relatif. Nous savons que $-5 < x$ et $x < y$.

a) *Ecris tous les entiers que l'on peut mettre à la place de* x *et qui donnent des phrases vraies.*

b) *Ecris tous les entiers relatifs* y *qui vérifient :* $-7 > y$ *et* $-10 < y$.

6. Appelons a, b, c et d quatre décimaux.
Nous savons que : $c < d$; $a > b$ et $d < b$.

Range du plus petit au plus grand les nombres a, b, c *et* d.

exercices

7. Appelons x, y, z et t quatre décimaux.
Nous savons que :

– x et z sont négatifs ; y et t sont positifs ;
– $x > z$ et $y < t$.

Range du plus petit au plus grand les nombres x, y, z *et* t.

(Tu peux t'aider d'un dessin).

8. Appelons x et y deux nombres décimaux.

a) Nous savons que $x < 3$ et $y < -4$.

Peux-tu dire lequel, des deux nombres x *et* y *est le plus grand ?* (Tu peux t'aider d'un dessin).

b) Nous savons maintenant que $x < -8$ et $-6 < y < -4$.

Peux-tu dire lequel des deux nombres x *et* y *est le plus grand ?* (Tu peux t'aider d'un dessin).

9. Appelons a et b deux nombres décimaux.

a) Nous savons que $a < -10$ et $b > -5$.

Peux-tu dire lequel des deux nombres a *et* b est le plus grand ? (Tu peux t'aider d'un dessin).

b) Nous savons maintenant que $a < -5$ et $b > -10$.

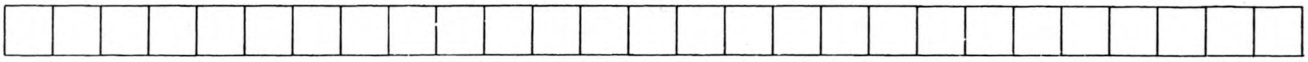
Peux-tu dire lequel des deux nombres a *et* b *est le plus grand ?* (Tu peux t'aider d'un dessin).

Autres exercices page 22.

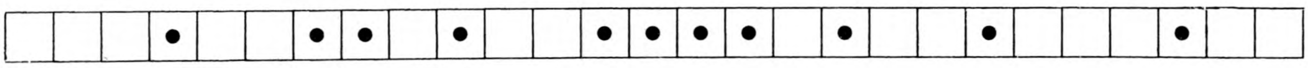
UN JEU

LES PIONS ALIGNES.

Ce jeu se joue à deux.
Dessiner une bande horizontale de cases carrées. (Le nombre de cases n'a pas d'importance mais il doit être assez grand si on veut que le jeu soit intéressant).



Poser un certain nombre de pions sur ces cases. Voici par exemple une position de départ.



A tour de rôle, chaque joueur déplace un pion vers la gauche, d'autant de cases qu'il veut, sans occuper une case déjà prise ni sauter par dessus un autre pion.
Le perdant est celui qui ne peut plus jouer.

addition des nombres relatifs

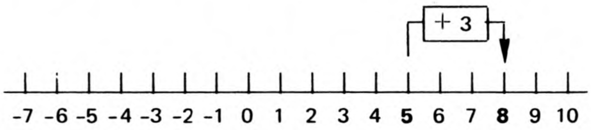
I – DES ADDITIONS ET DES DESSINS

Tu sais qu'on peut illustrer une addition de deux nombres relatifs par un dessin.

1. Addition d'un entier relatif et d'un entier positif.

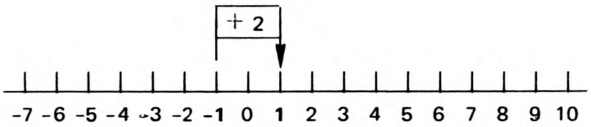
Recopie et complète

5 + 3



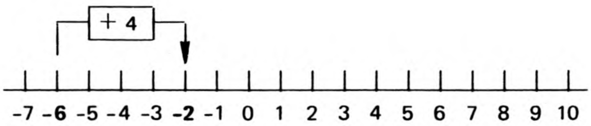
5 + 3 = ...

-1 + 2



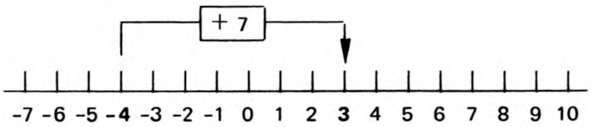
-1 + 2 = ...

-6 + 4



-6 + 4 = ...

-4 + 7



-4 + 7 = ...

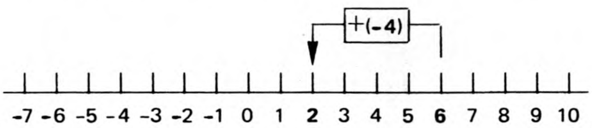
Calcule.

-2 + 3 ; -4 + 1 ; -6 + 5 ; -15 + 9 ; -7 + 2 ; -3 + 4 ; 10 + 8 ; -6 + 6.

2. Addition d'un entier relatif et d'un entier négatif.

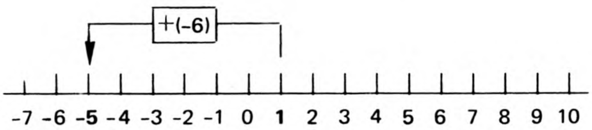
Recopie et complète.

6 + (-4)



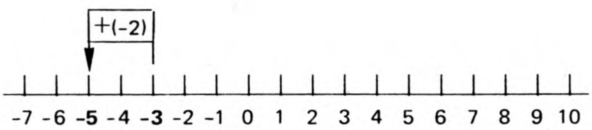
6 + (-4) = ...

1 + (-6)



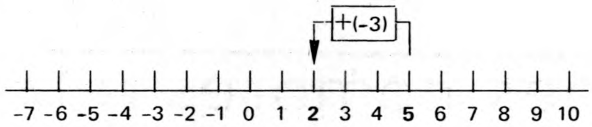
1 + (-6) = ...

-3 + (-2)



-3 + (-2) = ...

5 + (-3)



Recopie et complète.

5 + (-3) = ...

Calcule.

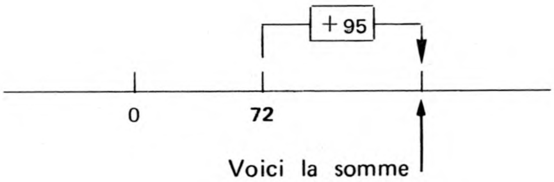
0 + (-4) ; 8 + (-10) ; -4 + (-4) ; -8 + (-5) ; 13 + (-7) ;
2 + (-6) ; -1 + (-6) ; (-1) + (-2).

Tu sais que dans l'écriture 6 + (-4), on a mis des parenthèses pour éviter la suite du signe + et du signe - .

II – RAPPELONS DE VIEUX SOUVENIRS

1. Addition de deux nombres de même signe

■ On veut faire la somme des nombres positifs : 72 et 95.



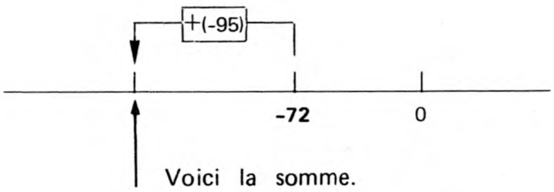
$$\begin{array}{r} 72 \\ +\ 95 \\ \hline 167 \end{array}$$

Tu sais que dans ce cas, on fait une ADDITION dans IN

Quel est son signe ?

72 + 95 = 167.

■ On veut faire la somme des nombres négatifs : -72 et -95



$$\begin{array}{r} 72 \\ +\ 95 \\ \hline 167 \end{array}$$

Tu sais que dans ce cas, on fait une ADDITION dans IN

Quel est son signe ?

-72 + (-95) = -167.

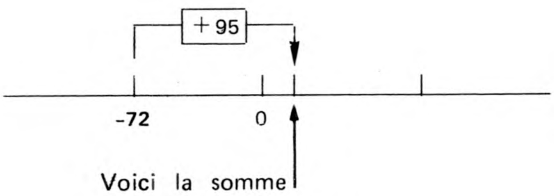
Exercice.

Calcule.

115 + 75 ; -81 + (-19) ; 38 + 17 ; -18 + (-37).

2. Addition de deux nombres de signes différents.

■ On veut faire la somme des nombres -72 et 95.



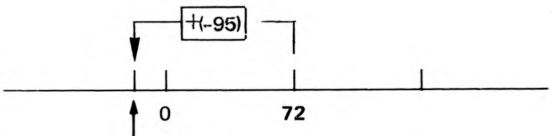
$$\begin{array}{r} 95 \\ -\ 72 \\ \hline 23 \end{array}$$

Tu sais que dans ce cas, on fait une SOUSTRACTION dans IN

Quel est son signe ?

-72 + 95 = 23

■ On veut faire la somme des nombres 72 et -95.



$$\begin{array}{r} 95 \\ -\ 72 \\ \hline 23 \end{array}$$

Tu sais que dans ce cas, on fait une SOUSTRACTION dans IN

Voici la somme.

Quel est son signe ?

72 + (-95) = -23.

Exercice.

Calcule.

-32 + 29 ; 125 + (-126) ; -97 + 64 ; 66 + (-83).

3. Exercice.

Calcule.

-103 + 0 ; 237 + (-237) ; -72 + (-37) ; -32 + (-29) ; -12 + 27 ;
10 + (-8) + (-16) ; 17 + (-38) ; -8 + (-18) ; 118 + (-99) ;
0 + 101 ; (-86) + 86 ; -75 + (-75).

III – ET LES DECIMAUX

Pour calculer une somme de décimaux, nous procédons comme pour les entiers.

Calcule.

-3,2 + 2,9 ; 0,25 + (-0,26) ; -1,2 + (-0,27) ; -1,5 + 2 ;
52,827 + (-52,827) ; -5,01 + (-1,2) ; -3,8 + 0,7 ; 3 + (-1,8) ;
-8 + (-1,7) ; -8 + 1,7 ; -3 + 1,8.

exercices

10. *Calcule.*

39 + 51 ; -39 + (-51) ; 39 + (-51) ; -39 + 51 ; 583 + (-83) ; -583 + 83 ;
583 + 83 ; 583 + 17 ; -583 + 17 ; -583 + (-17).

11. *Calcule.*

6 + 5 + 1 ; -6 + (-5) + (-1) ; -6 + 5 + (-1) ; -6 + (-5) + 1 ; -6 + 5 + 1 ;
6 + (-5) + 1 ; 6 + 5 + (-1) ; 6 + (-5) + (-1).

12. *Calcule.*

1,23 + (-1,22) ; -1,23 + (-1,22) ; -1,23 + 1,22 ; 0,37 + (-1,87) ;
-13,7 + (-6,3) ; -52 + 3,99.

exercice

13. TANGRAM.

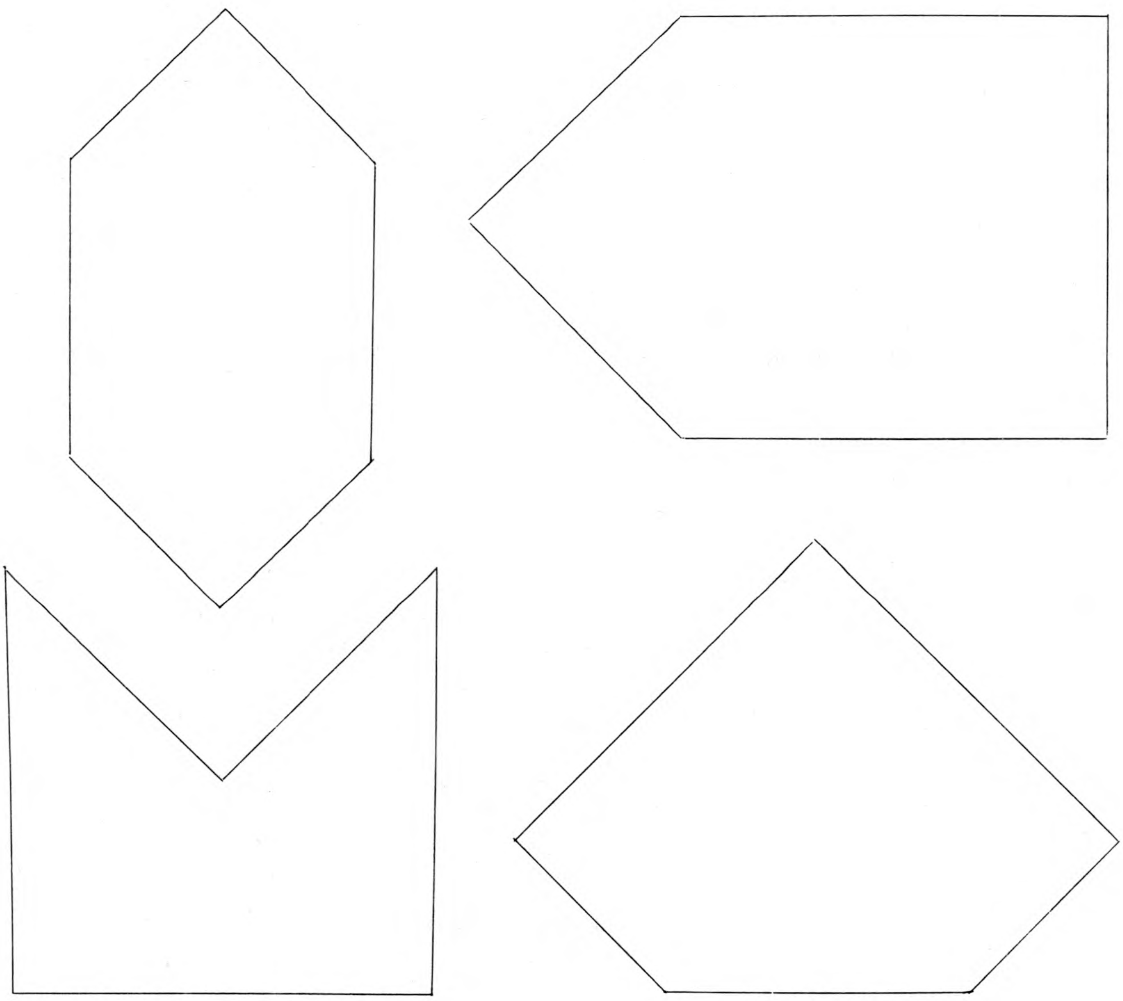
1. *Prends la feuille de manipulation numéro 9 dessin numéro 1.*
Découpe la figure suivant tous les traits.
Donne le nom géométrique de chacune des 7 pièces obtenues.

Avec les pièces 4, 5 et 6, tu peux faire un parallélogramme, un triangle rectangle, un trapèze isocèle.
Réalise chacune de ces figures.

Avec les pièces 3 et 4 tu peux faire un trapèze rectangle, un trapèze isocèle.
Réalise chacune de ces figures.

Avec les pièces 7, 4 et 6, tu peux faire un carré, un parallélogramme, un rectangle, un trapèze isocèle.
Réalise chacune de ces figures.

2. Voici des formes, essaie de les reconstituer avec certaines des sept pièces.

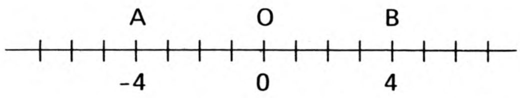


3. *Choisis quelques pièces, assemble-les. Dessine la forme obtenue. Propose le dessin à ton voisin. A lui de retrouver ton choix.*

propriétés de l'addition dans $\mathbb{D}$

I – OPPOSE D'UN NOMBRE DECIMAL

1. *Regarde le dessin ci-dessous*



Les barreaux A et B d'abscisses -4 et 4 sont symétriques par rapport à O.

Calcule -4 + 4.

Tu te souviens que -4 et 4 sont deux nombres OPPOSES.

Le nombre 4 est L'OPPOSE du nombre -4.
Le nombre -4 est L'OPPOSE du nombre 4.

2. *Choisis 2 nombres opposés. Quelle est leur somme ?*

3. Exercice.

Quel est l'opposé de l'opposé de 4 *?* *De* -8 *?* *De* -2,7 *?* *De* 3,89 *?*

Désignons par c un nombre décimal et par -c l'opposé de ce nombre.

Recopie et complète le tableau.

c	-5	-7,358		8		-99,9			1,5
-c			-2		0,34		0	6	
opposé de -c									

Tu remarques bien que l'opposé du nombre -c est le nombre c. On peut donc écrire que -(-c) = c.

Recopie et complète le tableau.

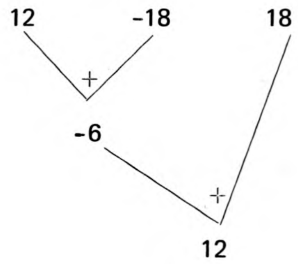
a	4	-5,2		
-(-a)			-7	1,5

II – ASSOCIATIVITE ET COMMUTATIVITE

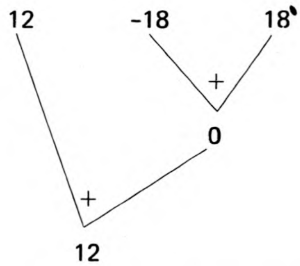
1. *Calcule de la manière qui te paraît la plus simple :*

$$12 + (-18) + 18.$$

Si on avait demandé à une machine d'effectuer ce calcul, elle aurait fait les opérations de gauche à droite. Ce qui peut s'illustrer par l'arbre suivant.



Mais tu as peut-être commencé à faire la somme de −18 et 18. Ce qui peut s'illustrer par l'arbre suivant.

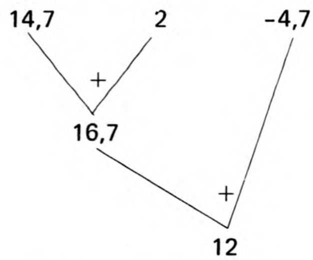


La machine et toi trouvez le même nombre puisque l'addition est ASSOCIATIVE. Mais tu as calculé d'une manière plus intelligente.

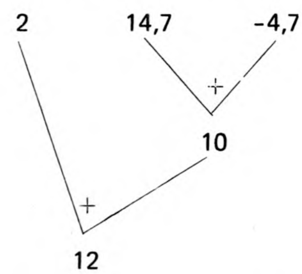
2. *Calcule de la manière qui te paraît la plus simple :*

$$14{,}7 + 2 + (-4{,}7)$$

La machine aurait fait le calcul illustré par l'arbre suivant.

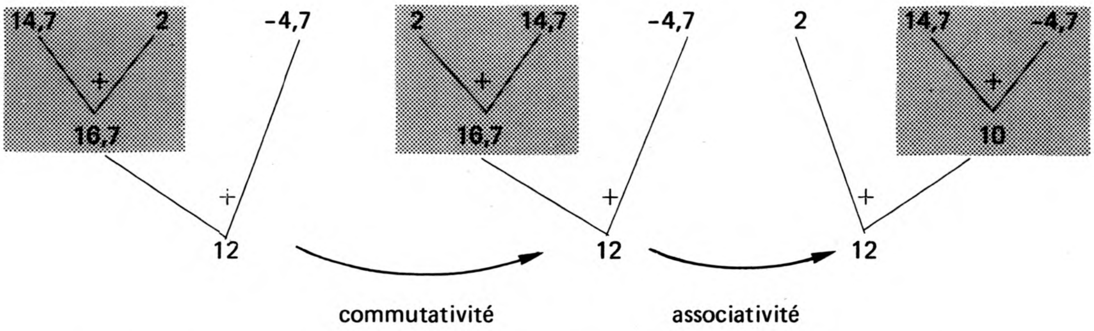


Mais toi, tu as peut-être fait le calcul illustré par l'arbre suivant.

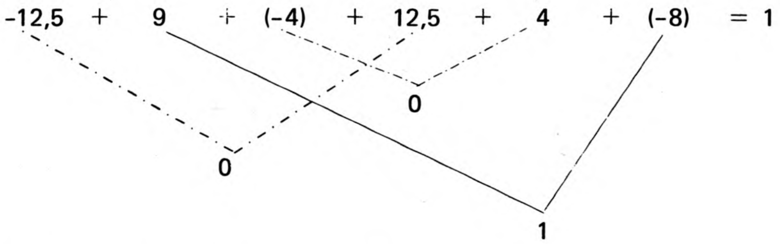


La machine et toi trouvez le même résultat puisque l'addition est ASSOCIATIVE et COMMUTATIVE.

Les trois dessins ci-dessous te montrent comment tu as utilisé ces deux propriétés.



3. Calculons le plus simplement possible : -12,5 + 9 + (-4) + 12,5 + 4 + (-8).



Calcule le plus simplement possible.

18 + (-14) + (-9) + 24 + (-18) ;
89 + 8 + (-89) + (-2) + (-8) + 3 + 2 + (-3) ;
-6 + (-8) + (-5) + (-6) + 5 + 8 ;
1,4 + (-2,5) + 1,6 + 3 + (-2,5) ;
-15 + (-24) + 56 + 39 + (-46).

III – OPPOSES ET ADDITION

1. *Calcule* 3 + (-12).
Quel est l'opposé de 3 *? L'opposé de* -12 *?*
Additionne ces deux opposés. Qu'observes-tu ?

Illustrons ce que tu viens de faire.

3 + (-12) = -9

on prend l'opposé ↓ ↓

-3 12

$\underbrace{-3 + 12}_{\text{somme des opposés}} = \underbrace{9}_{\text{opposé de la somme}}$

Concluons -(3 + (-12)) = -3 + 12.

2. *Recopie et complète.*

$$\begin{array}{lcccccccclcccccc}
 & -14 & + & (-6) & = & \dots & & & & & 1{,}7 & + & 5 & = & \dots \\
\text{on prend l'opposé} & \downarrow & & \downarrow & & & & & & \text{on prend l'opposé} & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\dots \quad \dots \quad \dots}_{\text{somme des opposés}}} & = & \underbrace{\dots}_{\text{opposé de la somme}} & & & & & \multicolumn{3}{c}{\underbrace{\dots \quad \dots \quad \dots}_{\text{somme des opposés}}} & = & \underbrace{\dots}_{\dots}
\end{array}$$

$-(-14 + (-6)) = \dots + \dots$. $-(1{,}7 + 5) = \dots + \dots$.

3. Exercices.

a) *Recopie et complète.*

$-(7 + (-3)) = \dots + \dots$; $-(-10 + 5) = \dots + \dots$.

Ecris de même les nombres suivants.

$-(-11 + (-7))$; $-(12 + 18)$; $-(-4{,}1 + 2{,}1)$; $-(-0{,}4 + (-0{,}6))$; $-(3{,}8 + (-1))$.

b) x et y désignent des nombres décimaux.

Recopie et complète.

prends l'opposé

$x + y$	$-x + y$	$x + (-y)$	$-x + (-y)$

c) Ce que nous venons de faire pour 2 nombres, s'applique à 3, à 4, à 5,... nombres. Par exemple l'opposé de $-3 + 5 + (-7)$ est le nombre $3 + (-5) + 7$. Nous pouvons donc écrire que : $-(-3 + 5 + (-7)) = 3 + (-5) + 7$.

Ecris de même les nombres suivants.

$-(0{,}1 + (-2{,}81) + (-0{,}77))$; $-(-2 + (-7{,}3) + 10 + (-13{,}5) + 6)$.

exercices

14. *Calcule le plus simplement possible :*

a) $1 + (-2) + 3 + 4 + (-5) + 6$.
b) $5 + (-3) + 16 + (-8) + (-8) + (-12)$.
c) $-47 + 13 + (-22) + 0 + (-13) + 8 + 47$.
d) $-9 + (-33) + 14 + (-2) + (-4) + 33 + (-9)$.

15. *Calcule le plus simplement possible :*

a) $-112 + (-17) + (-3) + 112 + (-25)$.
b) $87 + (-46) + (-54) + 13 + (-2)$.
c) $-2 + (-99) + 107 + (-1) + (-7) + 22$.
d) $-37 + 125 + (-1) + 37 + (-123)$.

16. Appelons a, b, c et d quatre décimaux.

Ecris d'une autre façon, les nombres suivants :

$-(a + b + (-c))$; $-(-a + b + (-d) + (-c))$; $-(a + (-5) + (-c))$; $-(-3 + (-a) + (-b) + c)$.

Autres exercices page 60.

médiatrice d'un segment

I – MEDIATRICE D'UN SEGMENT

1. *Dessine un segment qui mesure 6 cm. Appelle-le* AB.
Trace le cercle de centre A *et de rayon 5 cm.*
Trace le cercle de centre B *et de rayon 5 cm.*
Marque en rouge les points d'intersection de ces deux cercles. Appelle-les M *et* N.

Les segments AM et BM ont la même longueur.

Pourquoi ?

On dit que le point M est à égale distance des points A et B.

Change l'ouverture de ton compas puis trace deux autres cercles de centres A *et* B.
Si ces cercles se coupent, marque en rouge leurs points d'intersection.
Recommence plusieurs fois de suite le même travail.

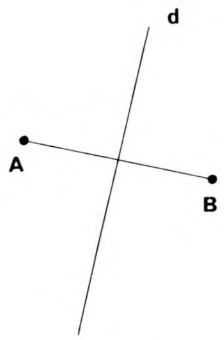
Sur ton dessin, tu as maintenant plusieurs points rouges. Chacun de ces points est à égale distance des points A et B.

Mais nous savons que le milieu I du segment AB est aussi à égale distance des points A et B.

Marque ce point en rouge.
Qu'observes-tu pour les points rouges ?

Tu as certainement observé que les points rouges étaient alignés. Appelons d la droite qui passe par tous les points rouges.

Trace la droite d.
Vérifie que la droite d *est perpendiculaire à la droite* AB.



La droite d est appelée MEDIATRICE du segment AB.

La médiatrice d'un segment AB est donc la droite
– qui passe par le milieu du segment AB ;
– et qui est perpendiculaire à la droite AB.

Tu as observé que :

Tous les points que tu as dessinés à égale distance des points A et B sont sur la médiatrice du segment AB.

Nous admettrons que cette propriété est vraie pour tous les points qui sont à égale distance des points A et B, même ceux que tu n'as pas dessinés.

2. *Dessine un segment. Appelle-le* AB.
A l'aide de ta règle et de ton équerre, dessine la médiatrice du segment AB.
Appelle-la d
Choisis un point sur la droite d. *Est-il à égale distance des points* A *et* B *?*
Recommence avec d'autres points de la droite d.
Compare avec tes camarades.

Tu as observé que :

Tous les points que tu as dessinés sur la médiatrice du segment AB sont à égale distance des points A et B.

Nous admettrons que cette propriété est vraie pour tous les points de la médiatrice du segment AB même ceux que tu n'as pas dessinés.

3. *Dessine un segment* AB *puis la médiatrice* d *de ce segment.*
Marque un point M *qui ne soit pas sur la droite* d.
Vérifie que les distances de M *aux points* A *et* B *ne sont pas égales.*

Il est facile de comprendre le pourquoi de ce que tu as observé. En effet :

Si le point M *était à égale distance de* A *et de* B, *où se trouverait-il ?*

II – DES DESSINS

1. Dessiner une médiatrice sans utiliser une équerre.

Dessine un segment. Appelle-le AB.

Puisque la médiatrice du segment AB est une droite, pour la dessiner, il suffit d'en trouver deux points.
Mais un point de la médiatrice doit-être à égale distance des points A et B.

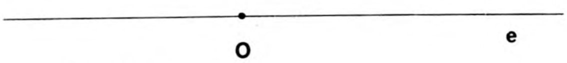
Tu dois pouvoir trouver un tel point à l'aide de ton compas. Fais-le.
Dessines-en un autre.
Tu as trouvé la médiatrice du segment AB.

2. Dessiner une perpendiculaire sans utiliser une équerre.

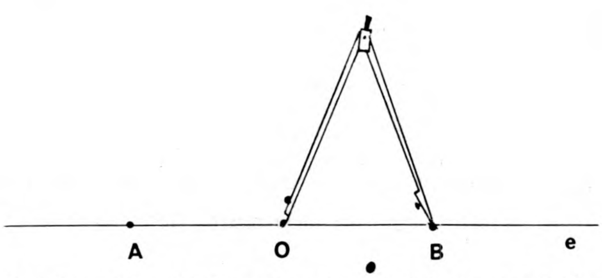
Dessine une droite. Appelle-la e. *Marque un point sur cette droite. Appelle-le* O.
Il s'agit de tracer la droite qui passe par O *et qui est perpendiculaire à la droite* e.

Ce problème ressemble au précédent.

En effet, regarde les deux dessins ci-dessous.



1ère étape.



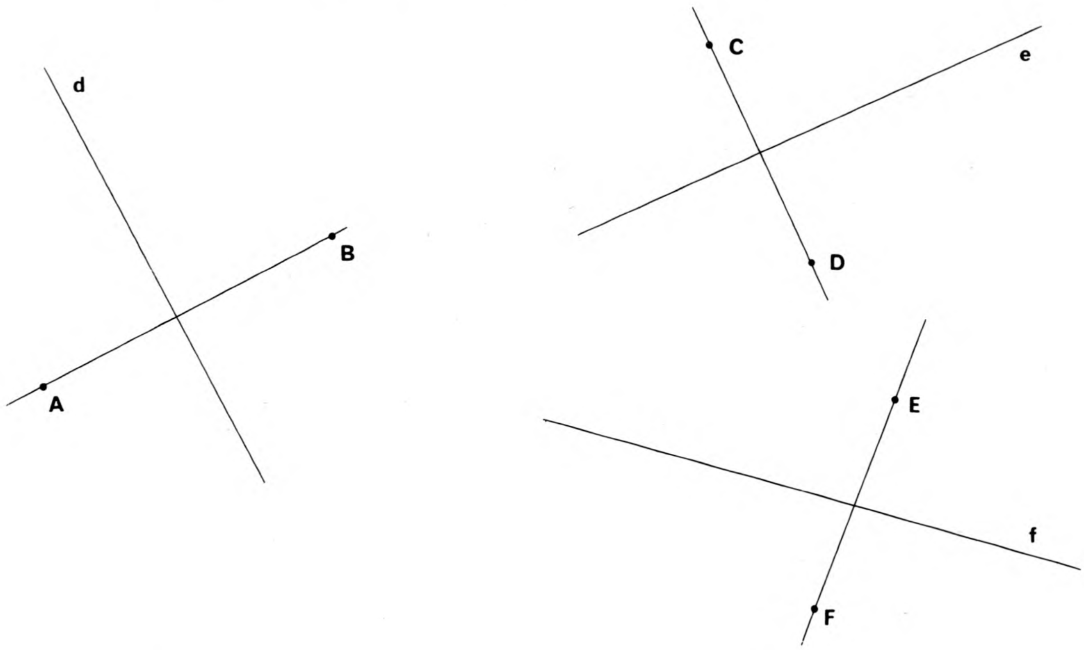
2ème étape. On a choisi les points A et B à égale distance de O.

La perpendiculaire à la droite e qui passe par O n'est autre que la médiatrice du segment AB.

Continue.
Recommence le même problème mais cette fois tu choisiras le point O *en dehors de la droite* e.

3. Exercice.

Regarde les dessins ci-dessous.



La droite d *est-elle la médiatrice du segment* AB *?*
La droite e *est-elle la médiatrice du segment* CD *?*
La droite f *est-elle la médiatrice du segment* EF *?*
Explique tes réponses.

exercices

17. *Dessine une droite* d *et deux points* A *et* B *qui ne soient pas sur* d.
Essaie maintenant de dessiner un point qui soit sur la droite d *et qui soit à égale distance de* A *et de* B.
Essaie de trouver un dessin où ce problème n'ait pas de solution.
Essaie de trouver un dessin où ce problème ait plusieurs solutions.

18. *Dessine trois points* A, B *et* C *alignés.*
Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance des points A *et* B *?*
Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance des points B *et* C *?*
Penses-tu qu'on puisse trouver un point qui soit à égale distance des points A, B *et* C *? Justifie ta réponse.*

19. *Dessine trois points* A, B *et* C *non alignés.*
Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance des points A *et* B *?*
Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance des points B *et* C *?*
Penses-tu qu'on puisse trouver un point qui soit à égale distance des points A, B *et* C *? Justifie ta réponse.*

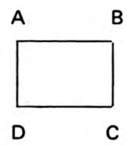
Appelle O *le point commun aux médiatrices des segments* AB *et* BC.
Que peux-tu dire du cercle de centre O, *qui passe par* A. *Dessine ce cercle.*
Est-ce que la médiatrice du segment AC *passe par* O *?*

20. *Dessine trois points* A, B *et* C *non alignés.*
Dessine un nouveau point D *de façon qu'il ne soit pas sur la droite* AB, *ni sur la droite* AC *ni sur la droite* BC.

Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance des points A *et* B *?*
Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance des points B *et* C *?*
Penses-tu qu'on puisse trouver un point qui soit à égale distance des points A, B *et* C *? Justifie ta réponse.*

Où se trouvent tous les points qui sont à égale distance de B *et* D *?*
Penses-tu qu'on puisse trouver un point qui soit à égale distance des points A, B *et* D *? Justifie ta réponse.*
Penses-tu qu'on puisse trouver un point qui soit à égale distance des points A, B, C *et* D *?*

21. *Dessine un rectangle. Appelle-le* ABCD.
Trace la médiatrice du segment AB. *Appelle-la* d.
Vérifie que la droite d *est aussi la médiatrice du segment* DC.
Trace la médiatrice du segment AD. *Appelle-la* e.
Appelle O *le point d'intersection des droites* d *et* e.
Trace le cercle de centre O *qui passe par* A. *Qu'observes-tu ?*



Autres exercices pages 133, 175 et 176.

UN JEU

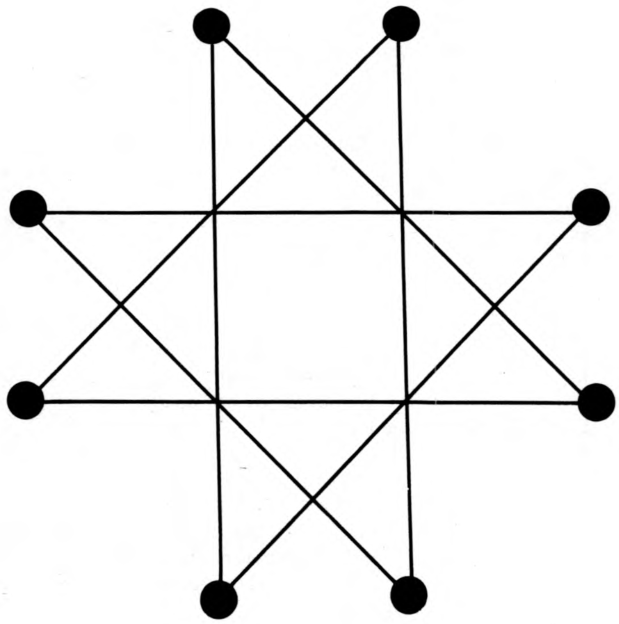
L'OCTOGONE.

C'est un jeu qui se joue tout seul.

Le jeu se joue sur un octogone étoilé à l'aide de sept pions. Il s'agit de placer les 7 pions sur 7 sommets de l'octogone en respectant la règle suivante :

> Il faut placer un pion sur un sommet de l'octogone et le pousser le long d'un côté dont l'autre extrémité est encore libre.

Tous les pions doivent être ainsi placés en deux temps.



des pliages

I – SYMETRIQUE D'UNE FIGURE

1. Pliage.

Prends la feuille de manipulation numéro 5 dessin numéro 1.

Tu y vois deux cocottes qui se regardent.

Prends une feuille de calque et reproduis la figure sans oublier la droite d.
Plie le calque autour de la droite d.
Qu'observes-tu ?

On dit que les deux cocottes sont SYMETRIQUES par rapport à la droite d.

Reprends le dessin des cocottes.
Vérifie que la droite d *est la médiatrice du segment* AA'.
En est-il de même pour les segments BB', CC', ... *?*

Place un point sur le dessin ; appelle-le M, *dessine son symétrique.*

2. Symétrique d'un point de d.

Prends la feuille de manipulation numéro 5 dessin numéro 2.
Trace le symétrique du bateau par rapport à la droite d.
Appelle A', B', C', D', E' *et* F' *les symétriques des points* A, B, C, D, E *et* F.
Que remarques-tu pour le point B' *?*
Choisis un autre point sur la droite d *; quel est son symétrique ?*

3. Symétriques de points alignés.

Les points E, B et F du bateau sont alignés.

En est-il de même pour leurs symétriques ?
Place un autre point M *sur la droite* EB *(tu peux le placer en dehors du segment* EB).
Dessine le symétrique de M *par rapport à la droite* d.
Est-il sur la droite $E'B'$ *?*

Tu remarques que les symétriques de points alignés sont des points alignés.

4. Symétrique d'un secteur angulaire.

Mesure avec ton rapporteur les secteurs BAF *et* $B'A'F'$ *sur le dessin numéro 2.*
Qu'observes-tu ?
Recommence pour deux autres secteurs symétriques.

Penses-tu que tu puisses faire la même observation pour tous les secteurs de la figure ?

5. Droites parallèles.

Vérifie que les droites EB *et* CD *sont parallèles.*
En est-il de même pour les droites $E'B'$ *et* $C'D'$ *?*

II – FIGURES QUI ONT UNE DROITE DE SYMETRIE

1. Un dessin particulier.

Prends la feuille de manipulation numéro 5 dessin numéro 3.

Nous avons dessiné une partie d'une figure.

Complète cette figure par symétrie autour de la droite d.

On dit que d est une DROITE DE SYMETRIE de cette figure.

2. Recherche d'une droite de symétrie.

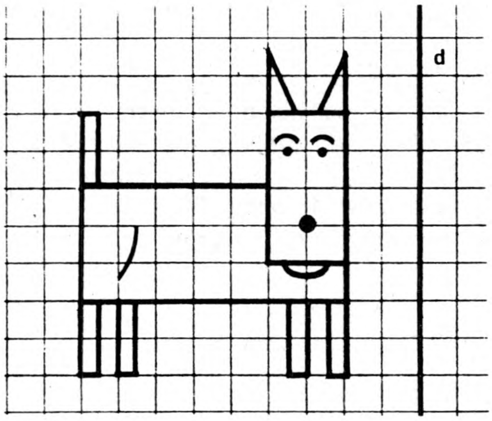
Prends la feuille de manipulation numéro 5 dessin numéro 4.
La figure a-t-elle une droite de symétrie ?
Si oui, dessine-la.

La figure du dessin numéro 5 a-t-elle une droite de symétrie ?
Explique ta réponse.

La figure du dessin numéro 6 a-t-elle une droite de symétrie ?

exercices

22. *Reproduis ce portrait de Milou sur une feuille à petits carreaux.*
Dessine son symétrique par rapport à la droite d.



23. *Trace un cercle de diamètre* AB.

Trace une droite d *qui n'a aucun point commun avec le cercle.*

Les points A' *et* B' *sont les symétriques des points* A *et* B *par rapport à la droite* d.
Dessine-les.

Trace le cercle de diamètre A'B' *; que peut-on dire des deux cercles ?*

Place un point M *sur le cercle de diamètre* AB.
Où se trouve son symétrique M' *? Vérifie-le.*

24. *Place quatre points* A, B, C *et* D *sur ta feuille.*

Trace les symétriques A', B', C' *et* D' *de* A, B, C *et* D *par rapport à la droite* AB.

Trace les symétriques A_1, B_1, C_1 *et* D_1 *de* A, B, C *et* D *par rapport à la droite* AC.

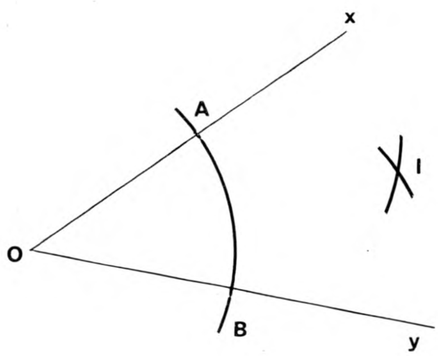
Autres exercices page 84.

la bissectrice

I – POINTS ALIGNES

Trace un secteur angulaire xOy.
Marque en rouge le point O.
A l'aide de ton compas, place à égale distance du point O
– *un point* A *sur le côté* Ox,
– *un point* B *sur le côté* Oy.

Place également à l'aide de ton compas, un point I *à égale distance des points* A *et* B. *Marque le point* I *en rouge.*



Le point I appartient à la médiatrice du segment AB.

Pourquoi ?

Le point O *appartient-il à la médiatrice du segment* AB *?*

Efface les arcs de cercle et les points A *et* B.

Recommence plusieurs fois ce travail pour obtenir des points comme le point I *; marque-les en rouge.*
Qu'observes-tu pour les points rouges ?

II – PLIAGE

Tu as certainement observé que tous les points rouges étaient alignés.

Appelle d *la droite qui passe par tous les points rouges.*
Reproduis ton dessin sur une feuille de papier calque.
Plie le calque suivant la droite d. *Qu'observes-tu ?*

III – A EGALE DISTANCE

Reprends ton dessin.
Marque un point J *sur la droite* d.
Trace la perpendiculaire à la droite Ox, *qui passe par* J. *Appelle* H *son point d'intersection avec la droite* Ox.

Trace la perpendiculaire à la droite Oy, *qui passe par* J. *Appelle* K *son point d'intersection avec la droite* Oy.

Compare les longueurs des segments JH *et* JK.

Nous dirons que le point J est à égale distance des droites Ox et Oy.

Recommence avec d'autres points de la droite d.

Nous admettrons que ce que tu viens d'observer est vrai pour tous les points de la droite d.

Dessine un point qui n'est pas sur d.
Ce point est-il à égale distance des droites Ox *et* Oy *?*

IV – PARTAGE DU SECTEUR

Mesure le secteur xOy *avec ton rapporteur.*
Appelle Oz *la demi-droite portée par* d, *d'origine* O, *qui est à l'intérieur du secteur* xOy.
Mesure les secteurs xOz *et* zOy. *Qu'observes-tu ?*

On dit que la demi-droite Oz est la BISSECTRICE du secteur xOy.

Nous venons d'apprendre que la droite d qui porte la bissectrice est une droite de symétrie pour le secteur xOy.

V – DESSINONS LA BISSECTRICE

Dessine un secteur xOy.

La bissectrice de ce secteur est une demi-droite Oz d'origine O.
Pour dessiner cette bissectrice, il suffit d'en trouver un autre point.

Ce que tu as fait au paragraphe I te permet de comprendre comment on peut s'y prendre avec le compas.

Fais-le.

Exercice.

Dessine un secteur plat xOy.
Dessine sa bissectrice Oz.
Que peux-tu dire des secteurs xOz *et* zOy *?*

La droite Oz est donc perpendiculaire à la droite xy.
Tu as retrouvé une construction que tu as déjà faite dans le chapitre sur la médiatrice page 16, paragraphe II.2.

VI – LES BISSECTRICES D'UN TRIANGLE

Dessine un triangle ABC.
Dessine les bissectrices des secteurs ABC, BCA *et* CAB.
Qu'observes-tu ?

Exercices page 164.

exercices — entiers et décimaux

25. Appelons n et p deux nombres décimaux.

a) Nous savons que $-1 < n < 1$ et $-7 < p < 3$.

Peux-tu dire lequel des deux nombres n *et* p *est le plus grand ? (Tu peux t'aider d'un dessin).*

b) Nous savons que $-6 < n < -3$ et $-1 < p < 2$.

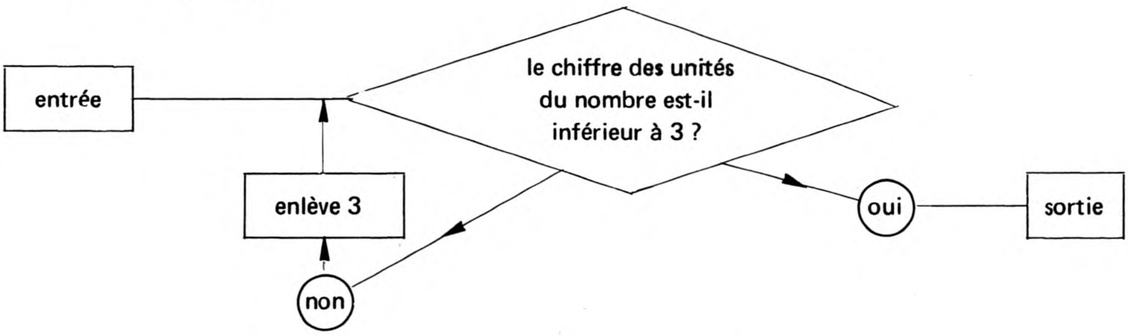
Peux-tu dire lequel des deux nombres n *et* p *est le plus grand ? (Tu peux t'aider d'un dessin).*

les applications

I – EXEMPLES

1. Une machine.

Voici une machine.



Vérifie que si le nombre d'entrée est 127, le nombre de sortie est 121.

Recopie et complète le tableau.

entrée	17	23	26	39	41	52	54	55	68	79
sortie										

Cette machine permet de faire correspondre un nombre entier à un autre nombre entier.

On dit que la machine définit une APPLICATION.
Sa SOURCE est l'ensemble des entiers naturels.
Son BUT est l'ensemble des entiers naturels.

Au nombre 127 de la source correspond le nombre 121 du but. On dit que L'IMAGE de 127 est 121.

Quelle est l'image de 26 ? *de* 39 ? *de* 52 ? *de* 55 ?

2. Avec des points.

Prends la feuille de manipulation numéro 2 dessin numéro 4.

Nous avons dessiné un triangle AGI et une droite d sur un réseau de droites parallèles.
Nous avons marqué le point A', intersection de la droite d et de la droite du réseau qui passe par A.
De la même façon tu peux faire correspondre à chacun des points B, C, D, E, F, G, H, I, J, K et L un point de la droite d.

Fais-le.

Nous venons de définir une application de source l'ensemble {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L} et de but la droite d.

3. Une application connue.

Voici un tableau.

Recopie-le et complète-le.

1	2	3	4	5

$\boxed{+2{,}5}$

On appelle A l'ensemble des nombres de la première ligne et B celui des nombres de la deuxième ligne.

Ce tableau définit une application de source A et de but B.

Prends la feuille de manipulation numéro 8 dessin numéro 3.

Nous avons placé dans le repérage le point de coordonnées (1 ; 2,5) qui correspond à la première colonne du tableau.

Place les points qui correspondent aux autres colonnes du tableau.

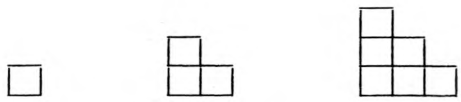
Tu as ainsi fait un graphique de cette application.

Tu as certainement reconnu une relation de proportionnalité.

II – D'AUTRES APPLICATIONS

1. Avec des formes.

Voici des formes.



Dessine les deux suivantes.

Recopie et complète le tableau.

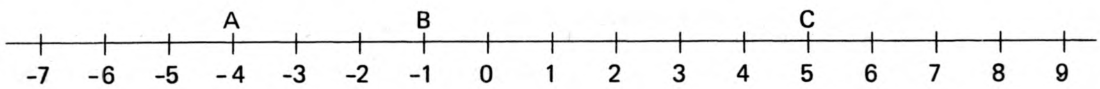
nombre d'étages	1	2	3	4	5
nombre de carrés					

Ce tableau définit une application. Les éléments de la source sont les nombres d'étages, ceux du but sont les nombres de carrés.

Fais un graphique.
Est-ce une relation de proportionnalité ?

2. Tu as déjà rencontré des applications.

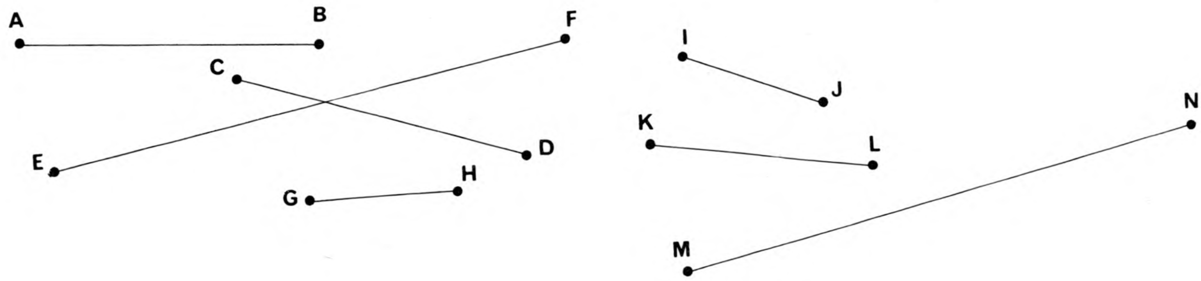
■ En 6ème, lorsque tu as gradué une échelle régulière, tu as fait correspondre à chaque barreau de l'échelle, un élément de $\mathbb{Z}$.



Cela définit une application de source l'ensemble des barreaux, de but l'ensemble $\mathbb{Z}$.

Donne les images des barreaux A, B *et* C.

■ En 6ème, tu as mesuré des segments ou des surfaces.
Voici, par exemple, des segments.



Recopie et complète le tableau.

segment	AB	CD	EF	GH	IJ	KL	MN
mesure en centimètres du segment							

Cela définit une application d'un ensemble de segments dans l'ensemble des décimaux.

■ Tu en as aussi rencontré dans la vie de tous les jours.
Voici un morceau d'un tableau que tu connais sans doute.

Hérault	34
Ile et Vilaine	35
Indre	36
Indre et Loire	37
Isère	38
Jura	39
Landes	40

Si on complétait ce tableau, on obtiendrait une application de source l'ensemble des départements français, de but les nombres de 01 à 95.

III – UN MOT SUR LES RELATIONS

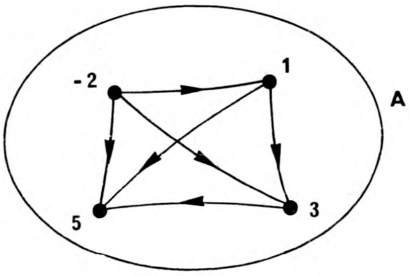
Les applications sont des procédés qui «mettent en relation» des éléments d'un ensemble appelé source et des éléments d'un ensemble appelé but.
C'est pourquoi on dit que les applications sont des RELATIONS.
Mais il existe des relations qui ne sont pas des applications.
En voici deux exemples.

1. La relation «est inférieur à».

Appelons A l'ensemble $\{-2 ; 1 ; 3 ; 5\}$.
Tu sais que : $-2 < 1$; $-2 < 3$; $-2 < 5$.

Ecris toutes les phrases que tu peux avec les éléments de A *et le symbole* $<$.

Nous pouvons représenter cette relation par le schéma ci-contre.



Remarque bien qu'à chacune des phrases écrites ci-dessus correspond une flèche dans ce schéma.

ainsi : $-2 \longrightarrow 1$ remplace $-2 < 1$.

Exercice.

Fais le même travail pour la relation «est inférieur à» dans l'ensemble $\{-3 ; -1 ; 0 ; 2 ; 4\}$

2. Une autre relation.

Appelons B l'ensemble $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.
Décidons qu'un élément de B est en relation avec un autre élément de B si leur somme est 6.

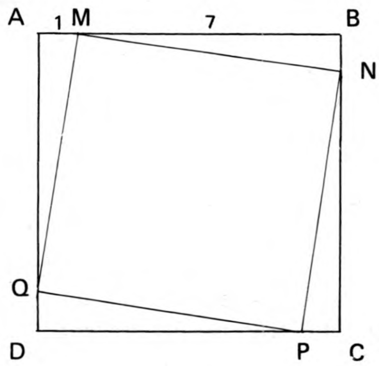
Par exemple : 2 est en relation avec 4, puisque $2 + 4 = 6$. De même 4 est en relation avec 2.

Ecris toutes les phrases que tu peux faire ainsi.
Fais un dessin comme ci-dessus.

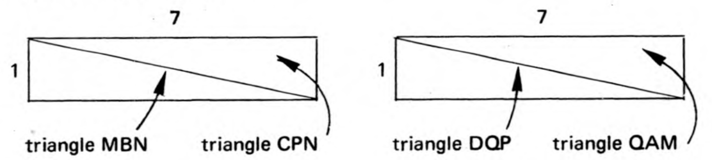
exercice

26. *Dessine un carré* ABCD *de* 8 *centimètres de côté. Place le point* M *à* 1 *centimètre de* A, *le point* N *à* 1 *centimètre de* B, *le point* P *à* 1 *centimètre de* C, *le point* Q *à* 1 *centimètre de* D.

Vérifie que MNPQ *est un carré.*



Si on découpait les 4 triangles MBN, CPN, DQP, QAM on pourrait les placer comme ceci :



Utilise cette idée pour trouver l'aire du carré MNPQ.
Fais un autre dessin sur lequel tu placeras M, N, P *et* Q *à* 2 *centimètres de* A, B, C *et* D. *Tu calculeras l'aire du carré obtenu.*
Recommence en plaçant M, N, P *et* Q, *à* 3, 4, 5, 6 *puis* 7 *centimètres de* A, B, C *et* D.

Recopie et complète le tableau.

distance AM	1	2	3	4	5	6	7
aire du carré MNPQ							

Ce tableau définit une application de source l'ensemble des nombres de la première ligne, de but l'ensemble des nombres de la deuxième.

Fais un graphique.
Sur la droite de la source, tu pourras choisir l'unité comme bon te semble.
Sur la droite du but, tu peux prendre 1 centimètre pour représenter 10 cm^2.

multiples d'un entier naturel

1. Multiples d'un nombre.

Calcule 3 × 0 ; 3 × 1 ; 3 × 2 ; 3 × 3 ; 3 × 4.

Chacun des nombres 0 ; 3 ; 6 ; 9 ; 12 est un MULTIPLE de trois.
Sur l'échelle régulière ci-dessous nous avons encadré les multiples de trois jusqu'à 18.

$\boxed{0}$ 1 2 $\boxed{3}$ 4 5 $\boxed{6}$ 7 8 $\boxed{9}$ 10 11 $\boxed{12}$ 13 14 $\boxed{15}$ 16 17 $\boxed{18}$

Dessine une échelle régulière graduée et encadre les multiples de 2.
Fais la même chose pour les multiples de 6.
Quels sont les multiples de 1 *?*
Peux-tu faire la liste de tous les multiples de 3 *? Et de* 0 *?*

2. Reconnaître un multiple.

Tu sais que 12 par exemple, est un multiple de $\boxed{3}$ car :

$$12 = \boxed{3} \times 4.$$

Recopie et complète les phrases suivantes avec des entiers.

6 est un multiple de $\boxed{3}$ car 6 = $\boxed{3}$ × ... .
14 est un multiple de $\boxed{7}$ car 14 = $\boxed{7}$ × ... .
0 est un multiple de $\boxed{7}$ car 0 = $\boxed{7}$ × ... .
15 est un multiple de $\boxed{5}$ car .... = $\boxed{...}$ × ... .
18 est un multiple de $\boxed{9}$ car .... = $\boxed{...}$ × ... .
0 est un multiple de $\boxed{...}$ car 0 = $\boxed{...}$ × 0 .

3. Vrai ou faux.

Pour chacune des phrases suivantes, examine si elle est vraie ou fausse, et dis pourquoi.

25 est un multiple de 5 ; 5 est un multiple de 25.
2 est un multiple de 6 ; 6 est un multiple de 2.
10 est un multiple de 0 ; 0 est un multiple de 10.
37 est un multiple de 5 ; 5 est un multiple de 37.

Désignons par a et b deux entiers naturels. On dit que a est un multiple de b si a est égal au produit de b par un entier naturel.

4. Relation «est multiple de».

Dans le tableau ci-contre chaque croix signifie : «est multiple de» et la flèche indique comment on doit lire le tableau.

Par exemple, la croix en trait fort signifie : «6 est multiple de 2».

Fais une phrase analogue pour chaque croix de la ligne 6, *et pour chaque croix de la ligne* 10.

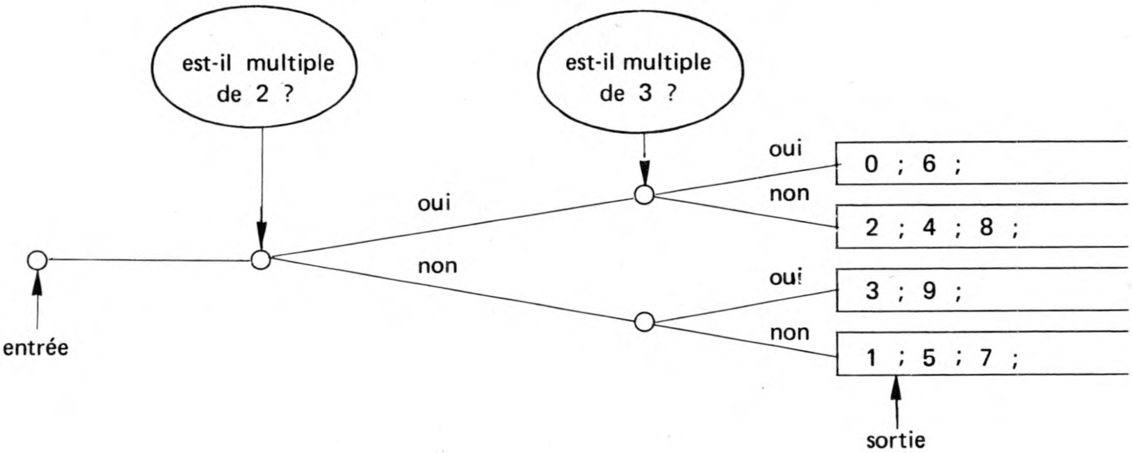
Prends la feuille de manipulation numéro 22. On a recopié et prolongé ce tableau en bas et à droite jusqu'à 35. Complète le tableau.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1		X									
2		X	X								
3		X		X							
4		X	X		X						
5		X				X					
6		X	**X**	X			X				
7		X						X			
8		X	X		X				X		
9		X		X						X	
10		X	X			X					X

Quelles remarques fais-tu sur la disposition des croix ?

5. Une machine à trier.

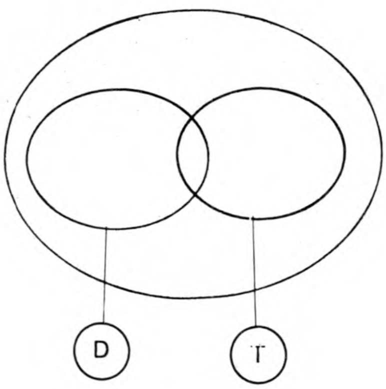
On a fait entrer les nombres de 0 à 9 dans cette machine à trier.



Recopie ce dessin et fais la même chose avec les nombres de 10 *à* 20.

Appelons D l'ensemble des nombres de 0 à 20 qui sont multiples de 2 et T l'ensemble des nombres de 0 à 20 qui sont multiples de 3.

Fais un dessin comme ci-dessous et place dedans les nombres de 0 *à* 20.

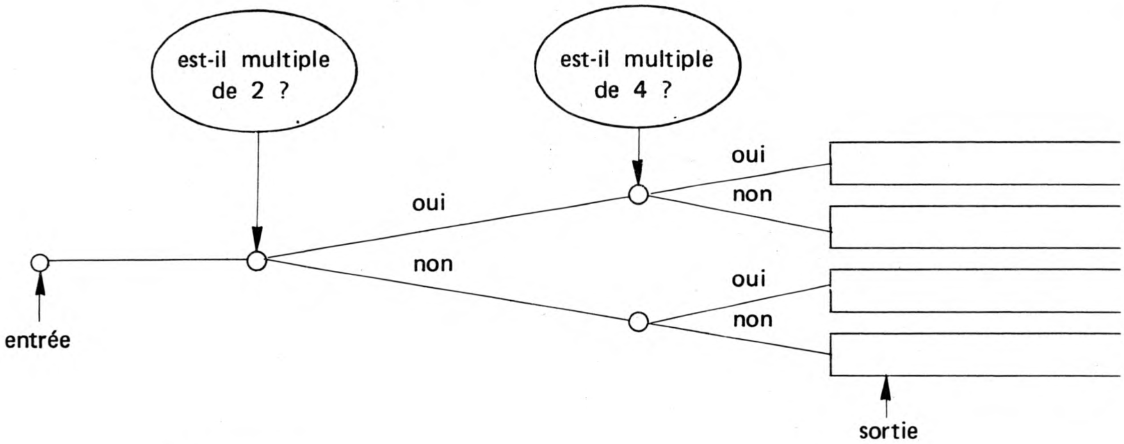


Colorie en	*la partie où se trouvent les nombres*
rouge	qui sont multiples de 2 et de 3,
vert	qui sont multiples de 2 mais pas de 3,
jaune	qui sont multiples de 3 mais pas de 2,
bleu	qui ne sont ni multiples de 3 ni multiples de 2.

Recopie et complète : $D \cap T = \{..........\}$; $D \cup T = \{..........\}$.

6. Une autre machine à trier.

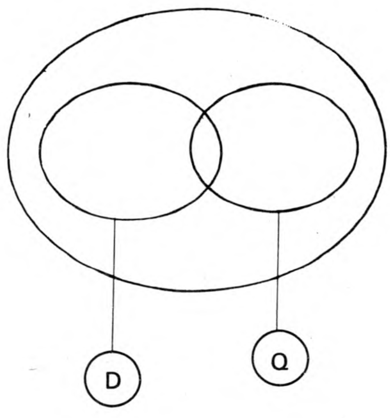
Recopie et complète le dessin suivant en faisant entrer les nombres de 0 *à* 20.



Qu'observes-tu ?

On appelle Q l'ensemble des nombres de 0 à 20 qui sont multiples de 4 et D l'ensemble des nombres de 0 à 20 qui sont multiples de 2.

Place les nombres de 0 *à* 20 *dans un dessin comme celui-ci.*



• *Qu'observes-tu ?*

Tu vois que ce dessin n'illustre pas bien que Q est inclus dans D.

Proposes-en un autre.
Recopie et complète : $D \cap Q = ...$; $D \cup Q = ...$.

7. Vrai ou faux.

Pour chacune des phrases suivantes, dis si elle est vraie ou fausse et pourquoi.

a) Il existe au moins un multiple de 3 plus grand que 100.

b) Il existe au moins un nombre qui n'est pas multiple de 1.
c) Il existe un et un seul multiple de 5 plus petit que 5.
d) Il existe au plus deux multiples de 15 compris entre 50 et 100.
e) Tous les multiples de 5 sont plus grands que 5.
f) Tous les multiples de 3 sont multiples de 6.
g) Tous les multiples de 6 sont multiples de 3.

8. Des écritures d'un nombre.

Tu sais que : $100 = 30 + 70$; $100 = 127 - 27$; $100 = 2 \times 50$; $100 = 4 \times 25$.
Les écritures $30 + 70$; $127 - 27$; 2×50 ; 4×25 sont des écritures de 100.

Quelle est celle qui montre le mieux que 100 *est un multiple de* 50 *?*
Donne une écriture de 100 *qui montre que* 100 *est multiple de* 5.
Donne une écriture de 100 *qui montre que* 100 *est un carré.*
Donne une écriture de 100 *qui montre que* 100 *est la somme d'un multiple de* 3 *et d'un multiple de* 7.
Donne une écriture de 100 *qui montre que* 100 *est la somme de deux carrés.*
Donne une écriture de 100 *qui montre que* 100 *est le produit de deux carrés.*

exercices

27. *Prends la feuille de manipulation numéro 3 dessin numéro 3.*
Tu vas inscrire dans ce tableau les multiples de 7 inférieurs à 200.

Nous avons commencé en inscrivant 35 et 84. Remarque que 35 est à l'intersection de la ligne de 3 et de la colonne de 5.

Continue le travail. Qu'observes-tu ?
Dessine sur ton cahier un tableau identique.
Inscris dedans les multiples de 13 inférieurs à 200.
Qu'observes-tu ?
Même chose pour les multiples de 17.

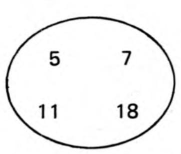
28. *Pour chacune des phrases suivantes ; examine si elle est vraie ou fausse. Dis pourquoi.*

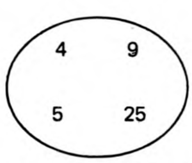
- 56 est un multiple de 2 et de 3.
- 1 331 est un multiple de 11.
- Si un nombre est un multiple de 4 alors c'est un multiple de 2.
- Si un nombre est un multiple de 2 alors c'est un multiple de 4.
- Tous les nombres premiers sont impairs.
- Il y a au moins un nombre premier qui est pair.

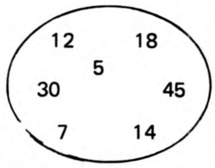
29. Voici un ensemble de nombres : $\{7 ; 11 ; 2 ; 12 ; 36 ; 15 ; 5\}$.

Fais un schéma avec des flèches pour représenter la relation «est multiple de» dans cet ensemble.
Même question pour l'ensemble $\{2 ; 13 ; 7 ; 49 ; 5 ; 25 ; 75\}$.
Compare les deux schémas.
Trouve un autre ensemble de nombres qui donne le même schéma.

Dans chacun des cas suivants fais un dessin de la relation «est multiple de».







Pour chacun des cas trouve un autre ensemble de nombres qui donne le même schéma.

Autres exercices page 88.

division euclidienne
reconnaitre des multiples

I – UNE DEFINITION

1. Une division.

Les nombres de la division ci-contre sont tous des **ENTIERS NATURELS.**

Une telle division s'appelle une DIVISION EUCLIDIENNE.

A cette division sont associées :

- une égalité : $37 = 5 \times 7 + 2$
- et une inégalité : $\underset{\text{reste}}{2} < \underset{\text{diviseur.}}{5}$

37	5 (diviseur)
2 (reste)	7 (quotient)

Exercice.

Trouve le quotient et le reste des divisions euclidiennes de 73 par 3 ; 87 par 12 ; 132 par 3 ; 154 par 15.

Ecris l'égalité et l'inégalité associées à chaque division.

2. Reconnaître des multiples.

Recopie l'échelle graduée ci-dessous.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

Divise chacun des nombres par 3.
Entoure en rouge ceux qui donnent pour reste 0 ;
en bleu ceux qui donnent pour reste 1 ;
en vert ceux qui donnent pour reste 2.
Que peux-tu dire des nombres entourés en rouge ?

Effectue la division euclidienne de 108 par 12. Quel est le reste ?

On peut donc dire que 108 est un multiple de 12.

Effectue la division euclidienne de 132 par 14. Quel est le reste ?

On peut donc dire que 132 n'est pas un multiple de 14.

Désignons par a et b deux entiers. Si a est un multiple de b alors la division euclidienne de a par b donne 0 pour reste.

3. Vrai ou faux.

Pour chacune des phrases suivantes dis si elle est vraie ou fausse et pourquoi.

132 est un multiple de 11	;	146 est un multiple de 4 ;
159 est un multiple de 7	;	146 est un multiple de 8 ;
3 237 est un multiple de 13	;	25 629 est un multiple de 7.

II – DES MULTIPLES PARTICULIERS

1. Multiples de 2.

Parmi ces nombres quels sont les multiples de 2 ?

38 ; 51 ; 1 372 ; 283 617.

Comment reconnais-tu rapidement qu'un nombre est un multiple de 2 ?

2. Multiples de 5.

Parmi ces nombres quels sont les multiples de 5 ?

353 ; 270 ; 135 ; 129.

Comment reconnais-tu rapidement qu'un nombre est un multiple de 5 ?

3. Multiples de 3.

Penses-tu qu'on reconnaît un multiple de 3 comme on reconnaît un multiple de 2 ?

Si c'était vrai on pourrait dire que 258 n'est pas un multiple de 3 et que 376 est un multiple de 3. Pourtant...

Recopie et complète.

$$\begin{array}{r|l} 258 & 3 \\ \hline .. & .. \\ . & \end{array} \qquad 2+5+8 = (..) \longrightarrow \begin{array}{r|l} .. & 3 \\ \hline . & . \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 376 & 3 \\ \hline .. & ... \\ .. & \\ . & \end{array} \qquad 3+7+6 = (..) \longrightarrow \begin{array}{r|l} .. & 3 \\ \hline . & . \end{array}$$

Tu as sans doute observé que le reste de la division de 258 par 3 est le même que le reste de la division de $2+5+8$ par 3.
Il en est de même pour 376.

Ces exemples conduisent à penser que :

Un nombre est multiple de 3 si la somme de ses chiffres est multiple de 3.

Nous admettrons que cette propriété est vraie.

4. Exercices.

1. *Trouve le reste de la division euclidienne de :* 542 ; 132 ; 3 659 ; 11 111 *par* 3 *sans faire la division.*

2. *Range les nombres suivants en mettant ensemble ceux qui ont le même reste dans la division par* 3 : 152 ; 369 ; 116 ; 202 ; 1 349 ; 2 328 ; 1 026 ; 1 030.

5. Multiples de 9.

Recopie et complète.

342 | 9 $3 + 4 + 2 =$ (.) → . | 9
.. | ..   . | .
.

751 | 9 $7 + 5 + 1 =$ (..) → . | 9
.. | ..   . | .
.

Tu as observé que le reste de la division de 342 par 9 est le même que le reste de la division de $3 + 4 + 2$ par 9.

Il en est de même pour 751.

Ces exemples conduisent à penser que :

Un nombre est multiple de 9 si la somme de ses chiffres est multiple de 9.

Nous admettrons que cette propriété est vraie.

6. Exercices.

1. *Trouve le reste de la division euclidienne de :* 341 ; 126 ; 2 548 ; 111 111 111 *par* 9 *sans faire la division.*
2. *Range les nombres suivants en mettant ensemble ceux qui ont le même reste dans la division par* 9 : 152 ; 369 ; 116 ; 202 ; 1 349 ; 2 328 ; 1 026 ; 1 030.

exercices

30. *Trouve le quotient et le reste de la division euclidienne de* 131 *par* 11 ; 225 *par* 7 ; 135 *par* 10 ; 135 *par* 100 ; 1 000 *par* 9 ; 2 000 *par* 9 ; 3 000 *par* 9.

31 *Trouve le quotient et le reste de la division euclidienne de* 1 000 000 *par* 7 ; 2 000 000 *par* 7 ; 3 000 000 *par* 7 ; 4 000 000 *par* 7.

32. Je suis plus petit que 100.
Si on me divise par 5, mon reste est 1.
La somme de mes chiffres est 11.

Qui suis-je ?

33. Je suis plus petit que 100.
Si on m'enlève 1, je suis multiple de 7.
La somme de mes chiffres est 8.

Qui suis-je ?

34. *Parmi les nombres suivants, trouve les multiples de* 2, *les multiples de* 3, *les multiples de* 4, *les multiples de* 5, *les multiples de* 9.

152 ; 178 ; 231 ; 540 ; 378 ; 390 ; 3 264 ; 5 319.

2 2 3 2 2 2 2
3 3 3 3 3
4 4 4
5 5
6 6 6 6
9 9 9

3

35. Dans les divisions suivantes chaque point marque la place d'un chiffre.

Recopie et complète ces divisions.

. .	3
2	22

46	.
16 1	15

6 .	8
1	.

83	3 .
17	.

36. *Essaie de compléter la division suivante. Il y a plusieurs solutions.*

63	. .
.	4

37. Reconnaître un multiple de 7.

Voici un tableau qui sert à reconnaître si un nombre est multiple de 7.

5	4	6	2	3	1

Nous allons l'utiliser pour 110 320.

on écrit le nombre →

5	4	6	2	3	1
1	1	0	3	2	0

on calcule les produits colonne par colonne →

5	4	6	2	3	1
1	1	0	3	2	0
5	4	0	6	6	0

On ajoute les nombres de la troisième ligne : on trouve 21. Le nombre 21 est un multiple de 7. On conclut que 110 320 est un multiple de 7.

Vérifie que 110 320 *est multiple de* 7 *en effectuant la division.*

Utilise le tableau ci-dessus pour savoir si les nombres suivants sont des multiples de 7.

121 422 ; 111 111 ; 1 001 ; 231 ; 546 ; 546 231.

UN JEU

LE NIM CROSS

C'est un jeu qui se joue à deux.
Le jeu se joue sur un damier de 3 lignes et 3 colonnes.
A tour de rôle, chaque joueur remplit une, deux ou trois cases libres avec des croix en respectant les règles suivantes :

- Si un joueur remplit deux cases, elles doivent se trouver sur une même colonne, mais elles ne se touchent pas nécessairement.
- Si un joueur remplit trois cases, elles doivent se trouver sur une même ligne ou une même colonne.

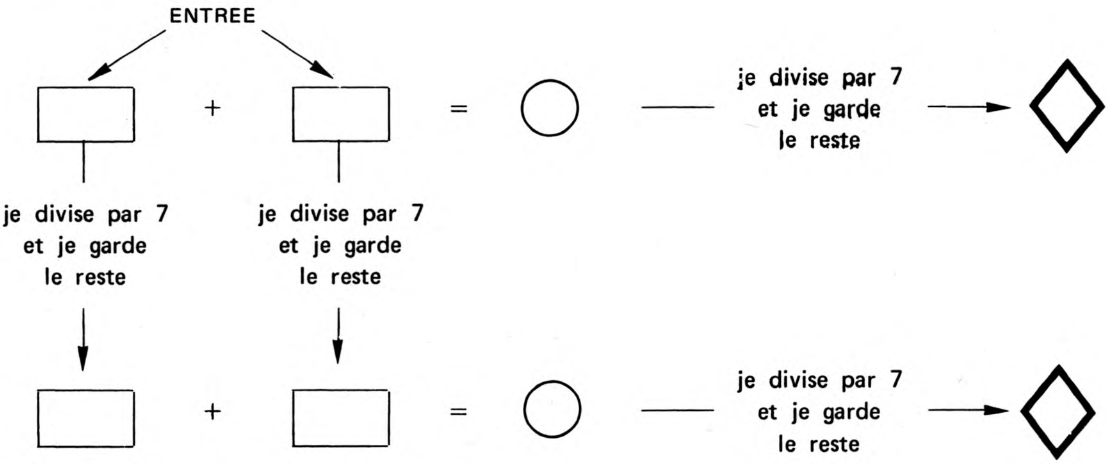
Le gagnant est celui qui remplit la dernière case libre.

jouons avec des restes

I – AVEC UNE ADDITION

1. Une machine à calculer.

Voici une machine.



Tu vas la faire fonctionner. Pour cela :
Recopie la machine.
Choisis deux nombres entiers et mets-en un dans chaque case ENTREE.
Suis les instructions de la machine.

Si tu ne vois pas bien comment il faut faire, nous te proposons de conduire tes calculs en même temps que nous.

■ Nous avons choisi les nombres 545 et 381. Attention, ce ne sont pas les mêmes que les tiens.

Nous avons mis ces deux nombres dans les cases ENTREE et effectué l'addition.

$$\boxed{545} + \boxed{381} = 926$$

Fais de même avec les nombres que tu as choisis.

■ Nous avons divisé 545 et 381 par 7.

$$\begin{array}{r|l} 545 & 7 \\ \hline 55 & 77 \\ \boxed{6} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 381 & 7 \\ \hline 31 & 54 \\ \boxed{3} & \end{array}$$

Nous avons obtenu deux restes : 6 et 3 dont la somme est 9 et nous avons inscrit ces nombres à la deuxième ligne de la machine.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{545} & + & \boxed{381} & = & 926 \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \boxed{6} & + & \boxed{3} & = & 9 \end{array}$$

Tu n'as pas oublié de faire la même chose avec les nombres que tu as choisis.

- Nous avons divisé 926 et 9 par 7.

$$\begin{array}{l|l} 926 & 7 \\ \hline 22 & 132 \\ 16 & \\ \boxed{2} & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 9 & 7 \\ \hline \boxed{2} & 1 \end{array}$$

Nous avons trouvé deux restes que nous avons inscrits dans les cases ◇

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{545} & + & \boxed{381} & = & 926 & \longrightarrow & ◇2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & & \\ \boxed{6} & + & \boxed{3} & = & 9 & \longrightarrow & ◇2 \end{array}$$

Nous avons trouvé le même nombre dans les deux cases ◇

Et toi ?
Et tes camarades ?

Nous admettrons qu'il en est toujours ainsi, c'est-à-dire que :

Si l'addition de la première ligne est juste, on doit trouver le même nombre dans les deux cases ◇. (A moins que les divisions par 7 soient fausses !).

Lorsqu'on fait fonctionner la machine comme ci-dessus, on dit qu'on a fait la preuve par 7 de l'addition.

2. Avec d'autres nombres que 7.

Ce qui marche avec 7, marche avec n'importe quel autre nombre.
On peut même dire que choisir 7 n'est pas très astucieux. En effet, pour trouver le reste d'une division par 7, il faut le plus souvent poser la division.
Par contre, tu sais qu'il existe des divisions dont on peut trouver le reste sans poser la division. C'est le cas, par exemple, des divisions par 2, par 5, par 3, par 9.

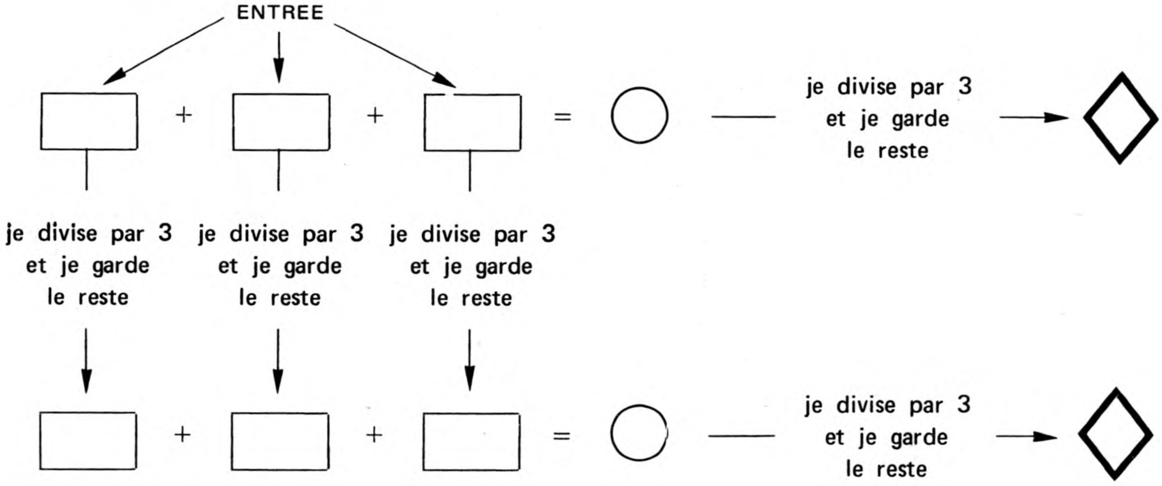
Tu peux revoir cela pages 32 et 33.

Reprends l'addition que tu as étudiée au paragraphe 1.
Tu vas en faire la preuve par 9. Pour cela, recopie la machine du paragraphe 1 en remplaçant 7 par 9.
Et fais fonctionner la machine.

3. Avec plus de deux nombres.

Ce qui marche avec une addition de deux nombres, marche avec une addition de 3, 4, 5, ... nombres.

Par exemple, voici une nouvelle machine.



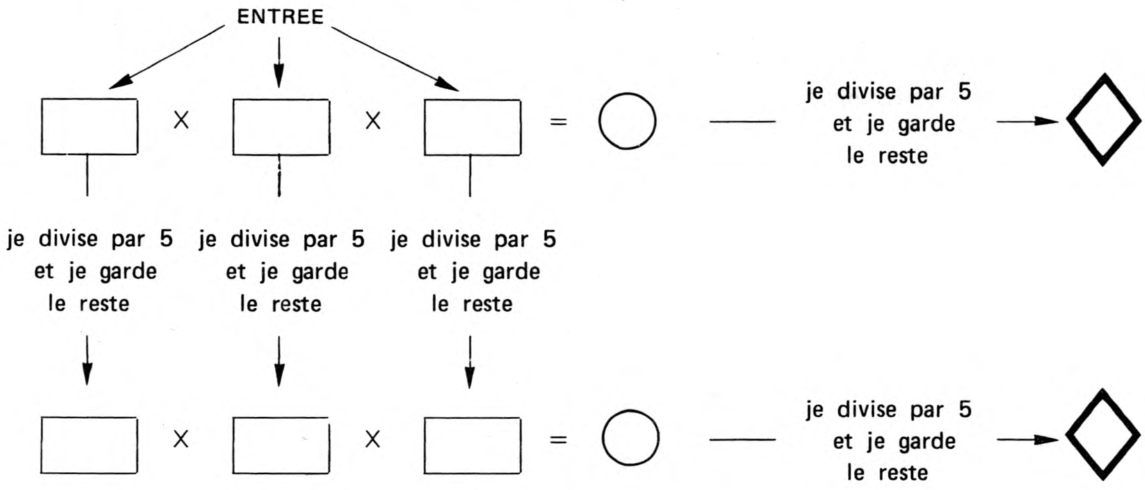
Recopie-la.
Choisis trois nombres entiers et place-les dans les cases ENTREE.
Fais fonctionner la machine.

Tu as fait la preuve par 3 de ton addition.

II – AVEC UNE MULTIPLICATION

Ce qui marche avec une addition, marche aussi avec une multiplication.

Par exemple, voici une nouvelle machine.



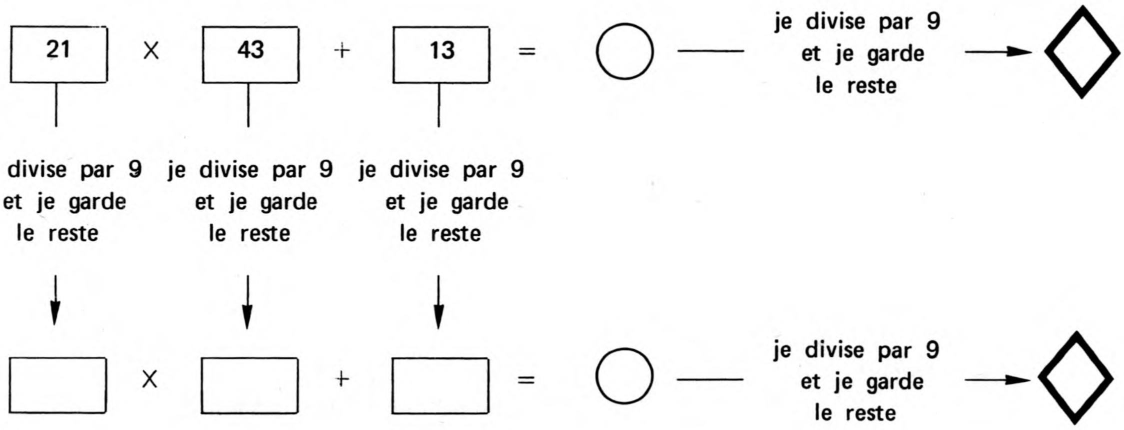
Recopie-la.
Choisis trois nombres entiers. Multiplie-les et fais la preuve par 5 *de ta multiplication.*

III – SUITE D'ADDITIONS ET DE MULTIPLICATIONS

1. Avec une addition et une multiplication.

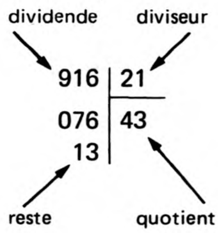
Ce que nous avons fait ci-dessus marche aussi avec une suite d'additions et de multiplications. Par exemple :

Recopie et complète.



2. Preuve d'une division.

Regarde la division euclidienne de 916 *par* 21.



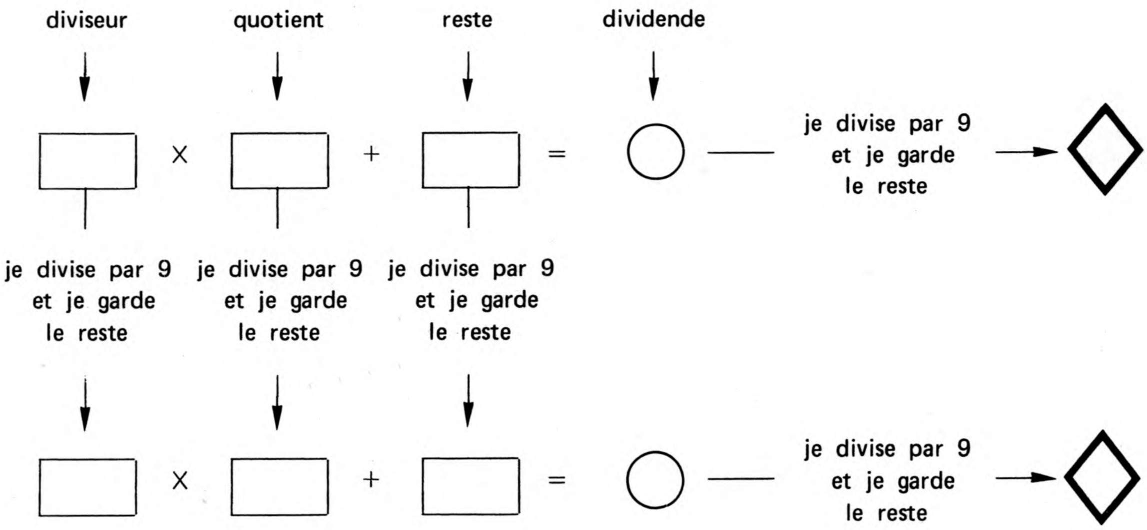
Tu sais qu'elle permet d'écrire l'égalité :

21 X 43 + 13 = 916

diviseur quotient reste dividende

Mais cette égalité n'est pas autre chose que ce que tu as écrit dans la première ligne de la machine au paragraphe précédent.

Tu vois donc qu'il est facile de fabriquer une machine pour faire les preuves des divisions. Par exemple pour la preuve par 9 :



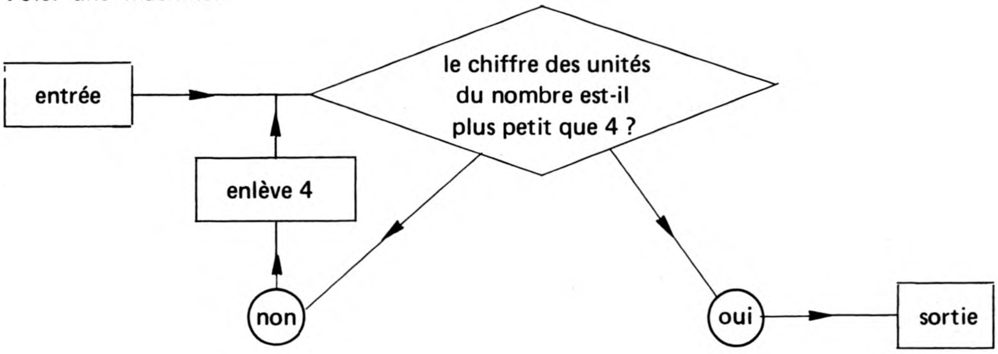
Utilise cette machine pour faire la preuve par 9 *de la division euclidienne de* 1 493 *par* 73.

les bijections

I – EXEMPLES

1. Une machine.

Voici une machine.



Recopie et complète le tableau.

entrée	16	23	27	35	44	50	54	58	31	72	79
sortie											

Cette machine définit une application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.
Le nombre 54 a pour image 50.

On dit que : 50 a pour ANTECEDENT 54.

Le nombre 50 *a-t-il d'autres antécédents que* 54 *?*
Quels sont les antécédents de 23 *? De* 31 *?*
Penses-tu que 28 *a un antécédent ? Pourquoi ?*

2. Un tableau.

L'opérateur $\xrightarrow{\boxed{+7}}$ définit une application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Recopie et complète.

0	1	2	3	4	5

$\boxed{+7}$

Penses-tu que chaque élément de $\mathbb{N}$ *a un antécédent par l'application* $\xrightarrow{\boxed{+7}}$.

Prolongeons ce tableau du côté gauche.

-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

$\boxed{+7}$

Recopie-le et complète-le.

L'application $\xrightarrow{\boxed{+7}}$ définit maintenant une application de source $\mathbb{Z}$ et de but $\mathbb{Z}$.

Choisis un nombre, calcule son image, donne le résultat trouvé à ton voisin. Demande lui de retrouver le nombre que tu as choisi.
Penses-tu que tout élément de $\mathbb{Z}$ a un antécédent et un seul ?
Quelle opération permet de trouver l'antécédent d'un élément de $\mathbb{Z}$?

Concluons.

Chaque élément de $\mathbb{Z}$ a un antécédent et un seul par l'application $\xrightarrow{\boxed{+7}}$. Pour trouver cet antécédent tu as utilisé l'opérateur $\xrightarrow{\boxed{-7}}$.
Cet opérateur définit une application de source $\mathbb{Z}$ et de but $\mathbb{Z}$.

Nous dirons que l'application $\xrightarrow{\boxed{-7}}$ est la RECIPROQUE de l'application $\xrightarrow{\boxed{+7}}$.

Observe bien les schémas.

$-4 \xrightarrow{+7} 3$ $\qquad$ $3 \xrightarrow{-7} -4$

$2 \xrightarrow{+7} 9$ $\qquad$ $9 \xrightarrow{-7} 2$

Nous pourrions faire les mêmes schémas pour chaque élément de $\mathbb{Z}$.

Exercice.

L'application $\xrightarrow{\boxed{+7}}$ de source $\mathbb{N}$, et de but $\mathbb{N}$ n'a pas d'application réciproque.

Explique pourquoi.

3. Exercice.

Reprends la machine du paragraphe I.1. Choisis un nombre, fais-le passer dans la machine, calcule l'image de ce nombre.
Penses-tu que si tu donnes le résultat trouvé à ton voisin il pourra retrouver le nombre que tu avais choisi. Pourquoi ?
L'application du paragraphe I.1 a-t-elle une application réciproque ?

4. Une autre machine.

L'opérateur $\xrightarrow{\boxed{\times 2}}$ définit une application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Choisis quelques entiers ; calcule leurs images.

Choisis un nombre, multiplie-le par 2, donne le résultat à ton voisin et demande lui de retrouver le nombre que tu as choisi.

Peut-il répondre ? Quelle opération fait-il ?
Penses-tu que tout nombre pair a un antécédent ?
Choisis un nombre impair, a-t-il un antécédent ?
Cette application a-t-elle une réciproque ?

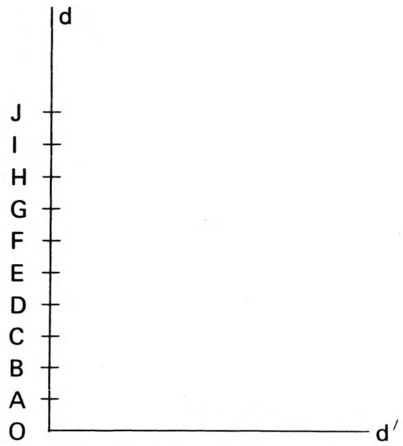
5. D'un segment à un autre.

Reproduis le dessin ci-contre en plaçant un point tous les centimètres à partir de O *sur la demi-droite* d.

Prends une ouverture de compas de 12 cm. Place la pointe sur le point A, *marque un point* A′ *sur la demi-droite* d′.

Recommence en plaçant la pointe en B, *puis en* C, ..., *puis en* J.
Appelle B′, C′, ..., J′ *les points obtenus sur la demi-droite* d′.

Choisis un point du segment AJ, *peux-tu lui faire correspondre un point du segment* A′J′ *par ce procédé ?*
Penses-tu que tout point du segment AJ *a une image dans le segment* A′J′ *?*



Tu vois que ce procédé définit une application de source le segment AJ et de but le segment A′J′.

Choisis un point du segment A′J′. *Ce point a-t-il un antécédent ? Un seul ? Comment fais-tu pour le trouver ?*

Tu viens de définir une application de source le segment A′J′ et de but le segment AJ. C'est la réciproque de celle que nous avons définie ci-dessus.

II – BIJECTIONS

1. Un mot nouveau.

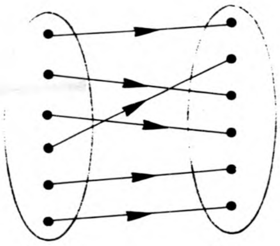
Dans le paragraphe I nous avons étudié des applications.

Pour chacune d'elles nous avons cherché si chaque élément du but avait un antécédent et un seul.

pour certaines la réponse était oui. Par exemple :

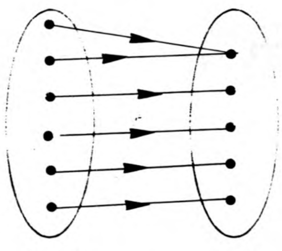
- l'application de $\mathbb{Z}$ dans $\mathbb{Z}$ définie par $\xrightarrow{\boxed{+7}}$;
- l'application du segment AJ dans le segment A′J′ étudiée au paragraphe 5.

Ces applications s'appellent des BIJECTIONS.

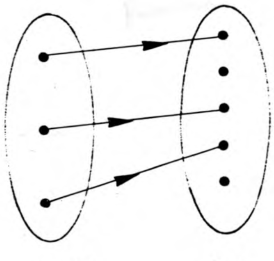


source but

Ce dessin illustre une bijection.



source but



source but

Les applications illustrées par ces dessins ne sont pas des bijections.

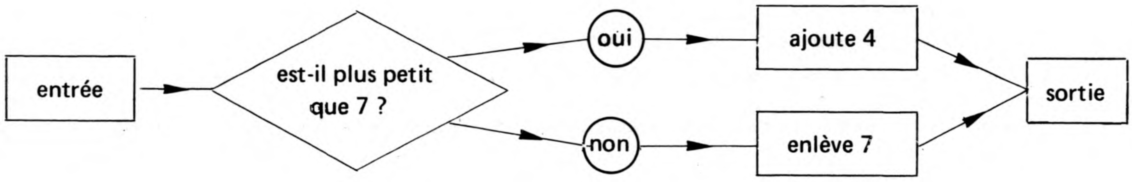
Pourquoi ?

Reprends les applications du paragraphe I. Pour chacune d'elles dis si c'est une bijection et pourquoi.

Tu as vu que les bijections ont une application réciproque.
Et il n'y a que les bijections qui en ont une.

2. Exercice.

Voici une machine.



Recopie et complète le tableau suivant.

entrée	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sortie											

Cette machine définit une application de source et de but l'ensemble

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

Cette application est-elle une bijection ?
Cette application a-t-elle une réciproque ?

Exercices pages 56, 112, 120 et 124.

UN JEU

JEU DE GRUNDY.

Ce jeu se joue à deux.
On dispose d'un ou de plusieurs tas de pions.
Le nombre de pions par tas est sans importance.
A tour de rôle, chaque joueur partage un tas de pions en deux tas inégaux.
Le perdant est celui qui ne peut plus jouer.

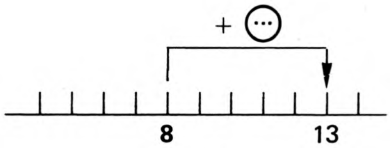
soustraction dans $\mathbb{D}$

I – SOUSTRACTION DANS $\mathbb{N}$

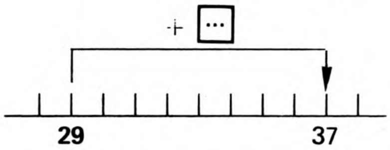
Tu sais que calculer 13 - 8 c'est chercher le nombre qu'il faut ajouter à 8 pour trouver 13.

Recopie et complète.

8 + (...) = 13 ; **13 - 8 = (...)** ;



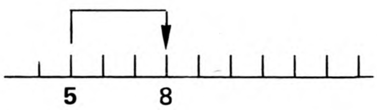
29 + $\boxed{\dots}$ = 37 ; **37 - 29 = $\boxed{\dots}$** ;



II – SOUSTRACTION DANS $\mathbb{Z}$

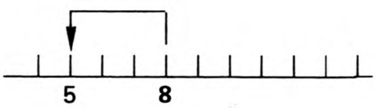
1. Soustraire un nombre positif.

Calculons **8 - 5** ; c'est-à-dire cherchons le nombre entier qu'il faut ajouter à **5** pour trouver 8.



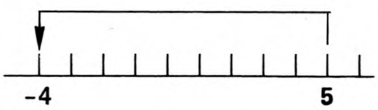
pour aller de **5** à 8,
on **avance** de 3 pas 8 - 5 = 3.

Calculons **5 - 8** ; c'est-à-dire cherchons le nombre entier qu'il faut ajouter à **8** pour trouver 5.



pour aller de **8** à 5,
on **recule** de 3 pas 5 - 8 = -3.

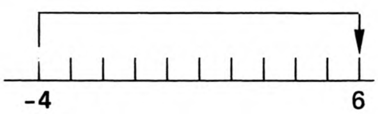
Calculons **-4 - 5** ; c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à **5** pour trouver -4.



pour aller de **5** à -4,
on **recule** de 9 pas -4 - 5 = -9.

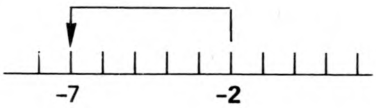
2. Soustraire un nombre négatif.

Calculons **6 - (-4)** ; c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à **-4** pour trouver 6.



pour aller de **-4** à 6,
on **avance** de 10 pas 6 - (-4) = 10.

Calculons -7 - (**-2**) ; c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à **-2** pour trouver -7.



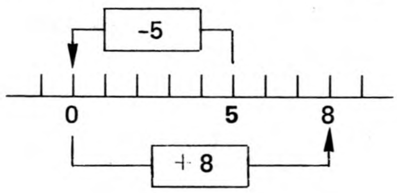
pour aller de **-2** à -7,
on **recule** de 5 pas

-7 - (-2) = -5

3. Soustraction et addition.

■ Calculons 8 - **5** ; c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à **5** pour obtenir 8.
Pour aller de **5** à 8,

on peut «y aller directement» ou on peut «passer par zéro»

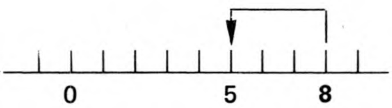


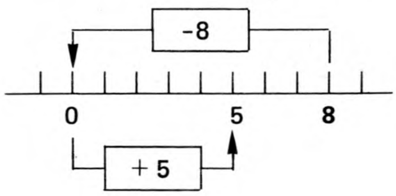
Ces deux dessins illustrent que : 8 - 5 = -5 + 8.
Et comme -5 + 8 = 8 + (-5), on peut écrire que :

8 - 5 = 8 + (-5).

■ Calculons 5 - **8** ; c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à **8** pour trouver 5.
Pour aller de **8** à 5,

on peut «y aller directement» ou on peut «passer par zéro»



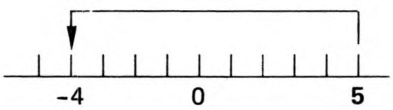


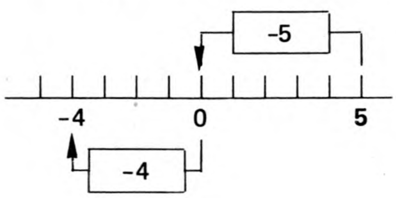
Ces deux dessins illustrent que : 5 - 8 = -8 + 5.
Et comme -8 + 5 = 5 + (-8), on peut écrire que :

5 - 8 = 5 + (-8).

■ Calculons -4 - **5** c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à **5** pour trouver -4.
Pour aller de **5** à -4,

on peut «y aller directement» ou on peut «passer par zéro»



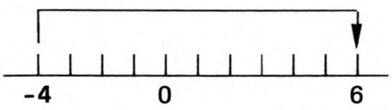


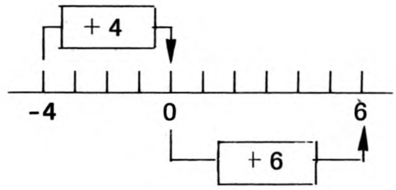
Ces deux dessins illustrent que : -4 - 5 = -5 + (-4).
Et comme -5 + (-4) = -4 + (-5), on peut écrire que :

-4 - 5 = -4 + (-5).

■ Calculons 6 - (-4) ; c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à -4 pour trouver 6.
Pour aller de -4 à 6,

on peut «y aller directement» ou on peut «passer par zéro»



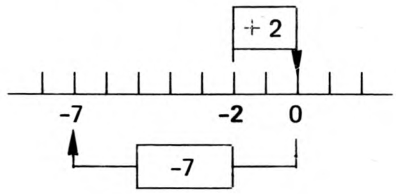


Ces deux dessins illustrent que : $6 - (-4) = 4 + 6$.
Et comme $4 + 6 = 6 + 4$, on peut écrire que :

$$6 - (-4) = 6 + 4.$$

■ Calculons -7 - (-2) c'est-à-dire cherchons le nombre qu'il faut ajouter à -2 pour trouver 7.
Pour aller de -2 à 7,

on peut «y aller directement» ou on peut «passer par zéro»



Ces deux dessins illustrent que : $-7 - (-2) = 2 + (-7)$.
Et comme $2 + (-7) = -7 + 2$, on peut écrire que :

$$-7 - (-2) = -7 + 2.$$

Nous admettrons la propriété suivante :

SOUSTRAIRE un entier, c'est AJOUTER son opposé.

Désignons par a et b deux entiers relatifs.

$$a - b = a + (-b).$$

4. Exercice.

Calcule.

17 - 19 ; 17 - 15 ; 17 - (-17) ; 17 - (-11) ; 17 - 27 ;
-8 - 3 ; -8 - 11 ; -8 - (-8) ; -8 - (-9) ; -8 - (-3).

III – SOUSTRACTION DANS $\mathbb{D}$

Pour soustraire dans $\mathbb{D}$ nous procédons comme dans $\mathbb{Z}$.

SOUSTRAIRE un nombre décimal, c'est AJOUTER son opposé.

Exercice.

Calcule : 1,6 - 1,8 ; -2,9 - (-1,9) ; -1,27 - (-2,37) ; 4,8 - 7,5 ;
0 - (-2,5) ; -0,18 - 0,5 ; 1,7 - 2,9 ; 0,11 - 12 ; 1,1 - 0 ; 0 - 12.

IV – EXERCICES

1. *Calcule* 7 - 2 *et* 2 - 7.
Penses-tu que la soustraction dans ID *soit commutative ?*

2. *Calcule* 24 - 6 *puis* (24 - 6) - 13.
Calcule 6 - 13 *puis* 24 - (6 - 13).
Penses-tu que la soustraction dans ID *soit associative ?*

Tu vois qu'il faut faire très attention à l'ordre des opérations. On décide que lorsqu'on écrit 7 - 12 - 14, cela signifie (7 - 12) - 14.

3. *Calcule :* 7 - 12 - 14 ; 7 - (-4) - 3 ; 5 - 3 - 9 ; -28 - 13 - 5 ; -14 - (-9) - 4.

4. *Calcule :* 7 - (12 - 14) ; 7 - (-4 - 3) ; 5 - (3 - 9) ; -28 - (13 -5) ; -4 - (-9 - 4).

exercices

38. *Calcule.*

12 - 13 ; -12 - 13 ; -12 - (-13) ; 12 - (-13) ; -157 - 118 ; 389 - 722 ; -58 - 0 ; 0 - 58.

39. *Calcule.*

-39 - (-27) ; 58 - (-32) ; -109 - 9 ; 99 - (-1) ; 543 - 743 ; 89 - (-21) ; 98 - 89 ; -47 - (-17).

40. *Calcule.*

0,32 - (-0,08) ; -7,95 -0,1 ; -18 - (-8,2) ; -1,07 - 0,03 ; 432,8 - 32 ; 76,4 - (-23,62).

41. *Recopie et complète le tableau suivant.*

x	y	z	x - y	(x - y) - z	y - z	x - (y - z)	(y - z) - x	z - (x - y)
-4	-3	5						
58	-17	31						

42. *Calcule.*

a) (3 - 4) + (18 - 17) ; (13 - 9) + (8 - 13) ; (-42 - 23) + (-56 - (-71)).

b) (36 - (-25)) - 52 ; (-17 - (-23)) - (-35) ; (-1 - 2) - 3.

43. Parmi les nombres suivants certains sont égaux.

Range ensemble ceux qui sont égaux.

-(32 - 21) ; -32 - 21 ; 32 - 21 ; -32 - (-21) ; 32 - (-21).

suites d'additions et de soustractions

I – ORGANISONS DES CALCULS

1. Soustraire un nombre c'est ajouter son opposé.

Tu sais que, par exemple, $5 - 13$ et $5 + (-13)$ sont deux écritures du même nombre. Il en est de même pour $7 - 4 + 1 - 2 + 5$ et $7 + (-4) + 1 + (-2) + 5$. Dans $\mathbb{Z}$, tout finit par des additions.

On peut donner d'autres écritures de $7 - 4 + 1 - 2 + 5$ en changeant l'ordre des termes.

Mais attention, il ne faudra jamais oublier le moins de -4 et de -2.

Ainsi $7 + 1 - 4 + 5 - 2$ et $-4 - 2 + 1 + 7 + 5$ sont deux autres écritures de $7 - 4 + 1 - 2 + 5$.

Exercice.

Parmi les nombres suivants, dis sans les calculer, lesquels sont égaux.

$-7 + 5$; $5 - 7$; $7 - 5$.

$12 - 7 + 5$; $12 + 5 - 7$; $7 - 5 + 12$; $7 + 5 - 12$; $-7 + 5 + 12$;

$12 - 7 - 5$; $7 - 5 - 12$; $-7 + 12 - 5$; $7 - 12 + 5$; $12 + 7 - 5$.

2. Plusieurs façons de calculer.

Nous allons calculer $7 - 4 + 1 - 2 + 5$ de plusieurs façons.

- **de gauche à droite :**

$7 - 4 + 1 - 2 + 5 =$

$3 + 1 - 2 + 5 =$

$4 - 2 + 5 =$

$2 + 5 = 7.$

- **positifs puis négatifs :**

$7 - 4 + 1 - 2 + 5 =$

$7 + 1 + 5 - 4 - 2 =$

$13 \quad -6 \quad = 7.$

- **en faisant apparaître des opposés :**

$7 - 4 + 1 - 2 + 5 =$

$7 - 4 - 2 + 1 + 5 =$

$7 \quad -6 \quad +6 \quad = 7.$

$7 - 4 + 1 - 2 + 5 =$

$7 \quad -3 \quad +3 \quad = 7.$

Exercice.

Recopie et complète.

$5 + 18 - 8 - 8 - 15 = \dots$; $5 + 18 - 8 - 8 - 15 = \dots$

$5 + \dots\dots - 8 - 15 = \dots$; $\dots \quad + \quad\quad -8 = \dots$

$15 \quad - 8 - 15 = \dots$;

$-16 + 11 - 4 + 9 - 13 = \dots$; $-16 + 11 - 4 + 9 - 13 = \dots$

$\dots\dots + \dots - 13 = \dots$; $\dots\dots + \dots\dots = \dots$

3. Exercice.

Calcule.

$-15 - 24 + 4 - 16$;	$1{,}8 - 1{,}4 - 0{,}8 - 1.$
$-7 + 10 - 3$;	$-0{,}1 - 0{,}3 + 0{,}2 - 0{,}7 + 1 - 0{,}4.$
$-12 + 1 + 2 + 9$;	$-0{,}08 + 1 - 2 + 0{,}08 + 1{,}5.$

4. Exercice.

Calcule.

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9$; $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9$;
$1 + 2 + 3 - 4 - 5 - 6 + 7 + 8 + 9.$

II – AVEC DES PARENTHESES

1. Prendre l'opposé.

Tu sais que $15 + 7 - 13 = 15 + 7 + (-13)$.
Tu sais aussi que l'opposé de $15 + 7 + (-13)$ est $-15 + (-7) + 13$.
L'opposé de $15 + 7 - 13$ est donc $-15 - 7 + 13$.

Recopie et complète le tableau.

x	$15 + 7 - 13$	$-7 + 3 - 5$	$-14 + 3 + 2$	$8 - 1 + 2 - 3$	$5 + 3 - 6 - 5 - 7 + 1$
opposé de x					

Désignons par a et b des décimaux.

Quel est l'opposé de $a + b$ *? De* $a - b$ *?*

2. Où il suffit d'enlever les parenthèses.

Calculons $25 + (17 - 25)$. On peut bien sûr calculer $17 - 25$. puis $25 - 8$. On trouve ainsi que $25 + (17 - 25) = 17$.

Mais :

$$25 + (17 - 25) \overset{\text{définition de la soustraction}}{=} 25 + (17 + (-25)) \overset{\text{associativité de l'addition}}{=} 25 + 17 + (-25) \overset{\text{définition de la soustraction}}{=} 25 + 17 - 25.$$

Tu vois que : $25 + (17 - 25) = 25 + 17 - 25$.
On trouve aussi que : $25 + (17 - 25) = 17$.

Il suffit d'enlever les parenthèses car il y a un signe d'addition devant.

Exercice.

Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.

$-12 + (-11 + 15)$; $-12 + (-7 - 3)$; $19 + (4 - 9) + (-5 + 2)$.

3. Où il ne suffit pas d'enlever les parenthèses.

Pour calculer 15 - (3 + 15), on peut bien sûr calculer 3 + 15, puis 15 - 18. On trouve ainsi que : 15 - (3 + 15) = -3.

Mais :

soustraire c'est ajouter l'opposé

c'est ce que tu as vu dans le paragraphe précédent

15 - (3 + 15) = 15 + (-3 - 15) = 15 - 3 - 15.

Tu vois que : 15 - (3 + 15) = 15 - 3 - 15.
On trouve aussi que : 15 - (3 + 15) = -3.

Un autre exemple.

12 - (5 - 7) = 12 + (-5 + 7) Soustraire 5 - 7 c'est ajouter -5 + 7.
= 12 - 5 + 7
12 - (5 - 7) = 12 - 5 + 7.

Un autre exemple.

-13 + 21 - 9 - (12 - 8 - 5) = -13 + 21 - 9 + (-12 + 8 + 5) *Pourquoi ?*
= -13 + 21 - 9 - 12 + 8 + 5.

Termine de calculer ce nombre.

Tu vois qu'il ne suffit pas d'enlever les parenthèses quand il y a un signe de soustraction devant.

Exercice.

Parmi les nombres suivants trouve ceux qui sont égaux.

5 - (3 - 1) ; 5 - 3 - 1 ; 5 - (3 + 1) ; 5 - 3 + 1.
17 - (-9 + 4) ; 17 + 9 - 4 ; 17 - 9 + 4 ; 17 - (9 - 4) ; 17 + (9 - 4).

4. Exercice.

Calcule en «enlevant» les parenthèses.

-17 + 13 - 15 - (-7 + 3 - 5).
-3 - 5 - (7 - 8 - 1) - (-10 + 6 + 9).
2 - 3 - 4 - (-7 - 2) + (-5 + 10).
-14 + 3 + 2 - (-10 + 12 - 5) - (-1 - 2).
15 - 7 - 9 - (12 - 15) - (-7 - 9).

5. Avec des lettres.

Désignons par a, b et c des décimaux.

a - (b + c) = a + (-b + (-c)) soustraire b + c c'est ajouter -b + (-c).
= a + (-b) + (-c)
= a - b - c.

a - (b - c) = a + (-b + c) soustraire b - c c'est ajouter -b + c.
= a + (-b) + c
= a - b + c.

Exercice.

Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.

$x - (y + z)$; $x - (y - z)$; $x - (-y + z)$; $x - (-y - z)$.
$x - (5 + y)$; $15 - (7 - x)$; $-12 - (-9 + z)$; $-3 - (-y - 7)$.

exercices

44. *Parmi les nombres suivants trouve sans les calculer lesquels sont égaux.*

$11 + 3 - 5 - 7$; $-5 + 3 + 11 - 7$; $5 - 7 - 11 + 3$; $5 + 3 + 7 - 11$;
$-7 + 5 - 11 + 3$; $3 - 5 - 7 + 11$; $7 - 11 + 3 + 5$; $3 - 7 + 11 - 5$.

45. *Calcule.*

$11 - 12 + 13 - 14 + 15 - 16 + 17 - 18 + 19$.
$-11 + 12 - 13 + 14 - 15 + 16 - 17 + 18 - 19$.
$11 + 12 - 13 - 14 + 15 + 16 - 17 - 18 + 19$.
$-11 - 12 + 13 + 14 - 15 - 16 + 17 + 18 - 19$.

46. *Recopie et complète le tableau.*

x	4 - 7	-11 + 12	-2 + 3 - 5	4 + 9 - 5 - 22
opposé de x				

47. *Calcule.*

$-7 + 17 - 2 - 8$; $-11 - 9 + 15 - 2 - 3 + 22$; $-42 + 32 + 7 + 2 + 1$;
$-53 + 14 - 19 + 15$; $15{,}4 + 3{,}6 - 2{,}4 - 6{,}6$; $-1{,}257 + 0{,}257 - 4{,}7 + 6{,}7$.

48. *Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.*

$-7 + (-2 + 3)$; $-9 + (-5 - 2)$; $42 + (12 - 15) + (-7 + 10)$;
$12 - (-4 + 7)$; $-11 - (-7 - 3)$; $5 - (7 - 9) - (-3 + 2)$.

49. *Parmi les nombres suivants trouve ceux qui sont égaux.*

$12 - (-4 + 7)$; $12 + 4 + 7$; $12 - (4 + 7)$; $12 + 4 - 7$;
$12 - (4 - 7)$; $12 - 4 - 7$; $12 - (-4 - 7)$; $12 - 4 + 7$.

50. *Calcule après avoir «enlevé» les parenthèses.*

$-7 + 3 - 5 - (-17 + 13 - 15)$. ; $-4 - 6 - (8 - 9 - 2) - (-11 + 7 + 10)$;
$-13 + 2 - 7 - (-6 - 1) + (-4 + 11)$; $-9 + 6 + 2 - (5 + 3) - (3 - 10 - 2)$.

51. Les lettres x et y désignent des nombres décimaux.

Donne une écriture sans parenthèses des nombres suivants.

$7 - (y + 7)$; $12 - (-x + 4)$; $-y - (-2 - y)$;
$-5 - (-4 + x) - (2 - y)$; $7 - (x - 3) - (-y + 10)$.

52. Appelons E l'ensemble : $\{15 ; -23 ; 0 ; -15 ; 22\}$.

a) *Range du plus petit au plus grand les éléments de* E.

b) *Dessine le schéma de la relation «est supérieur à» dans* E.

diviseurs
nombres premiers

1. Diviseurs.

Regarde le paragraphe 4 page 28.

Sur la ligne de 6 il y a quatre croix qui signifient :

6 est un multiple de 1 ; on dit aussi que : 1 est un DIVISEUR de 6 ;
6 est un multiple de 2 ; on dit aussi que : 2 est un diviseur de 6 ;
6 est un multiple de 3 ; on dit aussi que : 3 est un diviseur de 6 ;
6 est un multiple de 6 ; on dit aussi que : 6 est un diviseur de 6.

Les diviseurs de 6 sont ; 1, 2, 3 et 6. Il n'y en a pas d'autre car il n'y a pas d'autre croix sur la ligne de 6.
Autrement dit l'ensemble des diviseurs de 6 est : $\{1, 2, 3, 6\}$.

Trouve dans ce tableau l'ensemble des diviseurs de 10, *et l'ensemble des diviseurs de* 1.

2. Quelques propriétés des diviseurs.

Tu sais que «6 est un diviseur de 6».

Choisis un autre nombre, mets-le à la place de 6 *dans la phrase ci-dessus.*
La phrase que tu obtiens est-elle vraie ?

Tu vois qu'on obtient une phrase vraie en remplaçant 6 par n'importe quel nombre.

On exprime cela de la façon suivante :

Pour tout entier n, n est un diviseur de n.

Tu sais que «1 est un diviseur de 6».

Obtiens-tu une phrase vraie si tu remplaces 6 *par n'importe quel entier naturel ?*

On exprime cela de la façon suivante :

Pour tout entier n, 1 est un diviseur de n.

Parmi les phrases suivantes : «2 est un diviseur de 6», «6 est un diviseur de 2» une seule est vraie.

Laquelle ?

Remplace 6 *et* 2 *par* 4 *et* 7 *et écris les deux phrases obtenues. Qu'observes-tu ?*

Refais le même travail avec 12 *et* 36. *Qu'observes-tu ?*
avec 8 *et* 8.
avec deux nombres de ton choix.

Tu as sans doute remarqué que les diviseurs d'un nombre ne peuvent pas être plus grands que ce nombre.

3. Des ensembles de diviseurs.

Reprends le tableau de la feuille de manipulation numéro 22.
Utilise ce tableau pour écrire l'ensemble des diviseurs de 1, de 2, de 3, de 4, ..., de 35 (tu pourras noter D_1, D_2, D_3, D_4, ..., D_{35} *ces ensembles).*

4. Nombres premiers.

Tu observes que 5, par exemple, a exactement deux diviseurs : 1 et 5.
On dit que 5 est un NOMBRE PREMIER.

On appelle NOMBRE PREMIER un nombre qui a exactement 2 diviseurs.

Utilise ce que tu as fait au paragraphe 3 pour écrire tous les nombres premiers plus petits que 36.

5. Un classement.

A l'exercice 3, tu as vu que 15 a exactement 4 diviseurs. Les nombres 6 et 10 ont aussi 4 diviseurs.

Tu vas ranger les nombres de 1 à 35 en mettant ensemble ceux qui ont le même nombre de diviseurs.
Tu peux disposer ton travail comme ci-dessous.

Nombres qui ont :
1 diviseur : ....
2 diviseurs : ....
3 diviseurs : ....
.
.
.

6. Nombres carrés.

Observe que 4, 9 et 25 ont trois diviseurs.
Vérifie que : $4 = 2 \times 2$, $9 = 3 \times 3$, $25 = 5 \times 5$.

Les nombres 4, 9 et 25 sont des carrés.

Est-ce que tous les nombres plus petits que 36 qui ont trois diviseurs sont des carrés ?

Est-ce que tous les nombres carrés plus petits que 36 ont trois diviseurs ?
Dis pourquoi.

7. Exercice.

Les nombres 6, 10, 14, 15 par exemple ont quatre diviseurs.

Observe que $6 = 2 \times 3$; $10 = 2 \times 5$; $14 = 2 \times 7$; $15 = 3 \times 5$.

Les nombres 6, 10, 14 et 15 peuvent s'écrire comme produit de deux nombres premiers.

Est-ce que tous les nombres plus petits que 36 qui ont quatre diviseurs sont produits de deux nombres premiers ?

Trouve un nombre plus grand que 35 et qui a quatre diviseurs.

trouver l'ensemble des diviseurs d'un nombre

1. Une méthode.

On veut trouver l'ensemble des diviseurs de 54.
Il y a bien sûr 1 et 54. On les écrit l'un à côté de l'autre : 1 54

Le nombre 54 est-il multiple de 2 ? Oui : $54 = 2 \times 27$.		
Cela donne deux diviseurs :	2	27
Le nombre 54 est-il multiple de 3 ? Oui : $54 = 3 \times 18$	3	18
Le nombre 54 est-il multiple de 4 ? Non.		
Le nombre 54 est-il multiple de 5 ? Non.		
Le nombre 54 est-il multiple de 6 ? Oui : $54 = 6 \times 9$	6	9
Le nombre 54 est-il multiple de 7 ? Non.		
Le nombre 54 est-il multiple de 8 ? Non.		
Le nombre 54 est-il multiple de 9 ? Oui : $54 = 9 \times 6$	9	6

Tu vois qu'on avait déjà trouvé 6 et 9. On a donc trouvé tous les diviseurs de 54.

$$D_{54} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}.$$

Trouve de même D_{72} ; D_{80} ; D_{84} ; D_{98}.

2. Pour économiser quelques divisions.

Pour trouver D_{98} tu as sans doute trouvé 1 et 98, puis 2 et 49 puis 7 et 14. Puis tu as fait les divisions ci-dessous.

Observons-les.

$\begin{array}{r|l} 98 & 8 \\ \cline{2-2} 18 & 12 \\ 2 & \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 98 & 9 \\ \cline{2-2} 08 & 10 \\ 8 & \end{array}$

quotient supérieur au diviseur.

$\begin{array}{r|l} 98 & 10 \\ \cline{2-2} 8 & 9 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 98 & 11 \\ \cline{2-2} 10 & 8 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 98 & 12 \\ \cline{2-2} 2 & 8 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 98 & 13 \\ \cline{2-2} 7 & 7 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 98 & 14 \\ \cline{2-2} 0 & 7 \end{array}$

quotient inférieur au diviseur.

On peut s'arrêter là.

En effet, si les divisions qui suivent se terminent, les quotients de ces divisions sont des diviseurs de 98 et on les a déjà trouvés.

Pour D_{84} tu as sans doute trouvé 1 et 84, puis 2 et 42 ; 3 et 28 ; 4 et 21 ; 6 et 14 ; 7 et 12 puis tu as fait les divisions :

$\begin{array}{r|l} 98 & 8 \\ \cline{2-2} 04 & 10 \\ 4 & \end{array}$

quotient supérieur au diviseur.

$\begin{array}{r|l} 84 & 9 \\ \cline{2-2} 3 & 9 \end{array}$

quotient égal au diviseur.

$\begin{array}{r|l} 84 & 10 \\ \cline{2-2} 4 & 8 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 84 & 11 \\ \cline{2-2} 7 & 7 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 84 & 12 \\ \cline{2-2} 0 & 7 \end{array}$

quotient inférieur au diviseur.

On peut s'arrêter là.

On peut donc s'arrêter dès que le quotient devient inférieur ou égal au diviseur.

Trouve D_{119} *et* D_{100} *de cette façon.*

3. Quelques propriétés des ensembles de diviseurs.

Tu sais que 12 est un diviseur de 36.
Voici les diviseurs de 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12.
Voici les diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36.
Tous les diviseurs de 12 sont diviseurs de 36. Autrement dit :

$$D_{12} \subset D_{36}.$$

Penses-tu que $D_{18} \subset D_{36}$ *? Pourquoi ?*

Parmi les phrases suivantes lesquelles sont vraies ? Dis pourquoi.

$D_5 \subset D_{15}$; $D_{12} \subset D_2$; $D_9 \subset D_{15}$;

$D_{25} \subset D_{75}$; $D_{25} \subset D_5$; $D_7 \subset D_{91}$.

exercice — les bijections

53. Appelons A l'ensemble des 26 lettres de l'alphabet et B l'ensemble des 26 premiers entiers naturels à partir de 1. $B = \{1 ; 2 ; ...... ; 25 ; 26\}$.

A chaque élément de A nous associons un élément de B en respectant l'ordre de ces deux ensembles. Ainsi $a \mapsto 1$; $b \mapsto 2$; ...... ; $z \mapsto 26$.

On définit ainsi une bijection de A vers B et on peut donc aussi bien utiliser l'ensemble B que l'ensemble A. Ainsi voici un message, c'est avec l'ensemble B :

18 - 19 - 5 - 14 / 14 - 5 / 19 - 5 - 18 - 20 / 4 - 5 / 3 - 15 - 21 - 18 - 9 - 18.

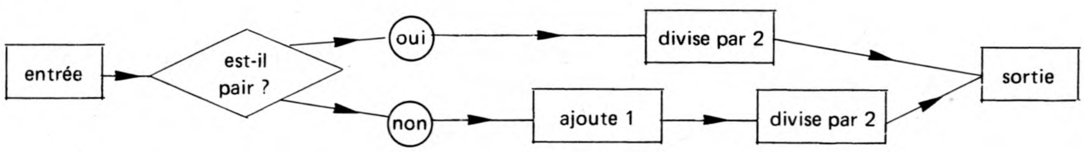
Ecris ce message en utilisant l'ensemble A.
Ecris un autre message en utilisant l'ensemble B *et fais-le déchiffrer par un camarade.*

Remarque.

On fait une démarche analogue à la démarche proposée dans cet exercice toutes les fois qu'on «code» les éléments d'un ensemble. C'est ainsi, par exemple, qu'on a codé :

– les barreaux d'une échelle régulière ;
– les départements.

Voici une machine.



Recopie et complète le tableau.

entrée	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sortie											

Cette machine définit une application de source et de but l'ensemble

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

Cette application est-elle une bijection ?
Cette application a-t-elle une réciproque ?

reconnaitre un nombre premier

1. Recherche des nombres premiers inférieurs à 200.

Prends le dessin numéro 2 de la feuille de manipulation numéro 3.

On a mis dans ce tableau les nombres entiers de 0 à 199.
On a barré 0 et 1 car ce ne sont pas des nombres premiers.
On a entouré 2 car c'est un nombre premier.

Les multiples de 2 plus grands que 2 ne sont pas des nombres premiers.

Pourquoi ? Barre-les.

Entoure 3. *Barre les multiples de* 3 *plus grands que* 3 *et qui ne sont pas déjà barrés.*

Entoure 5. *Barre les multiples de* 5 *plus grands que* 5 *et qui ne sont pas déjà barrés.*

Le premier nombre non barré suivant est 7.

Entoure-le et barre les multiples de 7 *plus grands que* 7 *et qui ne sont pas déjà barrés.*
Recommence pour les deux nombres non barrés suivants.

Le premier nombre non barré est alors 17. Tous ses multiples sont barrés.

Pourquoi ?

Tu es sûr que tous les nombres non barrés sont premiers.

2. Exercice.

Utilise ta table pour savoir si les nombres suivants sont premiers.

51 ; 141 ; 73 ; 157 ; 167 ; 177 ; 199.

3. Et si le nombre n'est pas dans la table.

On veut savoir si 211 est premier.

Est-il multiple de 2 *?*

Est-il utile de faire des divisions pour savoir si 211 *est multiple de* 4, *de* 6, *de* 8, *de* 10, ... *? Pourquoi ?*

Tu vois qu'il suffit de voir s'il est divisible par des nombres premiers.

Est-il multiple de 3 *?*
Est-il multiple de 5 *?*
Est-il multiple de 7 *?*

$$\begin{array}{r|l} 211 & 7 \\ \hline 01 & 30 \\ 1 & \end{array}$$

Est-il multiple de 11 ?

211 | 11
101 | 19
2 |

Est-il multiple de 13 ?

211 | 13
081 | 16
3 |

Est-il multiple de 17 ?

211 | 17
041 | 12
7 |

Est-ce utile de continuer à faire des divisions ? Pourquoi ?

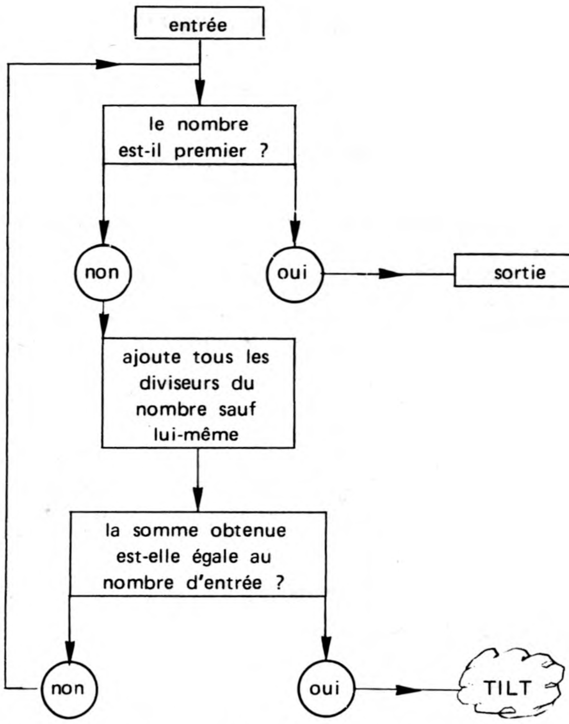
On peut donc conclure que 211 est un nombre premier.

Cherche de même si 317 est un nombre premier.

exercice

54. Pour cet exercice tu auras besoin de te reporter au paragraphe 3, page 52.

Voici une machine.



Fais entrer les nombres de 2 à 29 dans cette machine.

Il y a trois nombres qui font «TILT».

Lesquels ?

Range ensemble ceux qui donnent le même nombre de sortie.

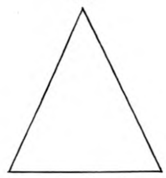
Autres exercices pages 70 et 194.

des triangles

I – DES TRIANGLES QUI SE PLIENT

1. Une propriété du triangle isocèle.

Tu sais qu'un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.



Sur une feuille de papier calque, dessine un triangle ABC *isocèle en* A.
Dessine la médiatrice du segment BC *; appelle-la* d. *Plie cette feuille suivant cette droite.*
Qu'observes-tu ?

Tu vois que la droite d est une droite de symétrie pour le triangle ABC.

2. Triangle qui a une droite de symétrie.

Nous voulons maintenant dessiner un triangle MNP qui ait une droite de symétrie.

Deux des sommets de ce triangle doivent être symétriques par rapport à cette droite. Supposons que ce soient M et N ; la droite de symétrie est donc la médiatrice du segment MN.

Dessine deux points M *et* N *et la médiatrice du segment* MN.
Où dois-tu placer le point P *pour que la droite* d *soit la droite de symétrie du triangle* MNP *?*

Tu as trouvé un triangle isocèle en P.

Pourquoi ?

Un triangle qui a une droite de symétrie est donc un triangle isocèle.

3. Triangle équilatéral.

Dessine un triangle ABC *isocèle en* B *dont les côtés n'ont pas tous les trois la même longueur.*

Tu sais que la médiatrice du segment AC est une droite de symétrie pour ce triangle.

Dessine-la.
Dessine la médiatrice du segment BA.

Tu vois que ce n'est pas une droite de symétrie pour le triangle.

Explique pourquoi.
Et la médiatrice du segment BC *?*

Tu vois que le triangle isocèle que tu as dessiné n'a qu'une droite de symétrie.

Dessine un triangle dont les trois côtés ont la même longueur ; c'est un triangle équilatéral.

Ce que nous avons fait te permet de dire que ce triangle a plusieurs droites de symétrie.

Dessine-les toutes.

4. Triangle rectangle.

Trace un triangle qui a un secteur droit ; appelle A *le sommet du secteur droit* B *et* C *les autres sommets.*

Cherchons s'il existe une droite de symétrie.

■ A et C sont symétriques par rapport à une droite.

Trace cette droite.
Cette droite peut-elle passer par B *? Justifie ta réponse.*

■ De même :

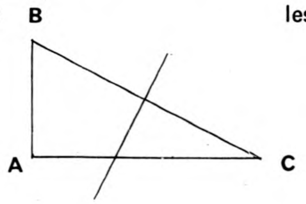
La médiatrice du segment AB *peut-elle être une droite de symétrie de la figure ?*

■ Enfin :

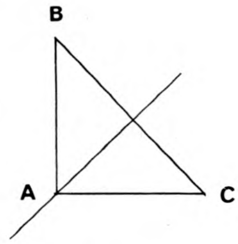
Trace la médiatrice du segment BC.
Passe-t-elle par A *?*
Regarde les dessins de tes camarades.

Certains d'entre vous ont trouvé des triangles

comme ceci :



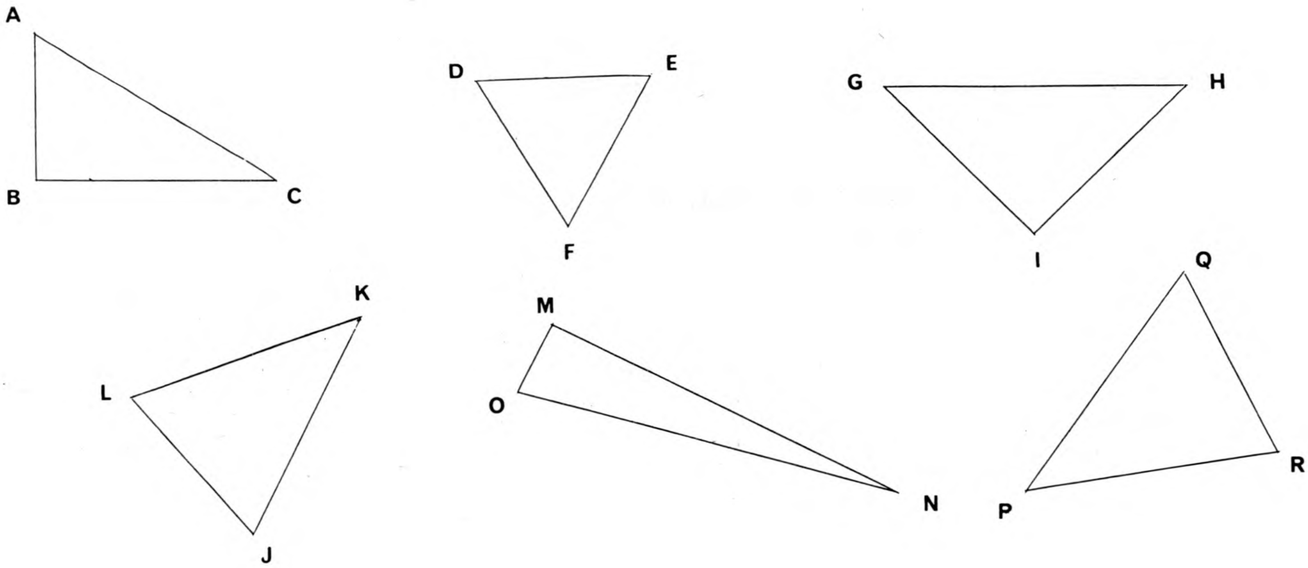
les autres, comme ceci :



Tu vois qu'il y a des triangles rectangles qui ont une droite de symétrie : ils sont isocèles.

II – EXERCICE

Voici plusieurs triangles.



1. Premier classement.

Décalque les triangles ou reproduis-les sur ta feuille à l'aide de ton compas.
Trace en rouge toutes les droites de symétrie pour chacun des triangles.

Recopie et complète le tableau.

	triangle ABC	triangle DEF	triangle GHI	triangle JKL	triangle MNO	triangle PQR
n'a pas de droite de symétrie	X					
a une droite de symétrie						
a deux droites de symétrie						
a trois droites de symétrie						

2. Deuxième classement.

Recopie et complète le tableau.

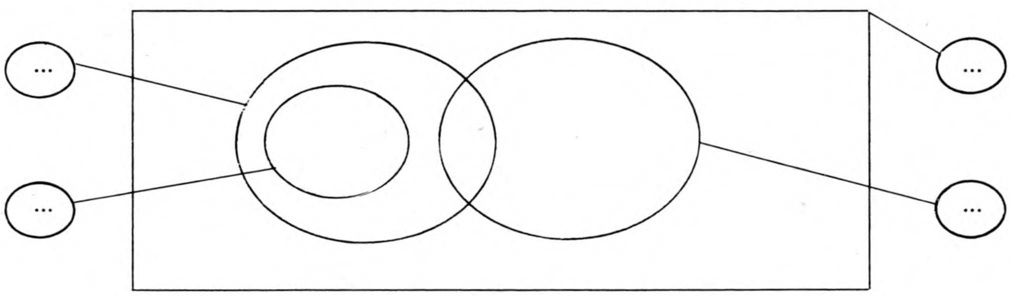
	triangle ABC	triangle DEF	triangle GHI	triangle JKL	triangle MNO	triangle PQR
est un triangle rectangle						
est un triangle isocèle		X				
est un triangle équilatéral						

Un triangle peut-il être à la fois isocèle et rectangle ?
Un triangle peut-il être à la fois équilatéral et rectangle ?
Existe-t-il des triangles isocèles qui ne sont pas équilatéraux ?
Existe-t-il des triangles équilatéraux qui ne sont pas isocèles ?

3. Exercice.

On appelle : T l'ensemble de tous les triangles ;
R l'ensemble des triangles rectangles ;
I l'ensemble des triangles isocèles ;
E l'ensemble des triangles équilatéraux.

Recopie en agrandissant le dessin ci-dessous, et complète les étiquettes avec T, R, I *ou* E.
Dessine un triangle convenable à l'intérieur des cinq régions différentes.



Ecris toutes les phrases vraies que tu peux trouver avec les ensembles T, R, I *ou* E *et le signe* $\subset$.

exercices

55. *Trace un triangle* ABC *rectangle en* A.

1. *Trace le symétrique du triangle* ABC *par rapport à la droite* AC. *Appelle* B' *le symétrique de* B. *Que peux-tu dire du triangle* BCB' ?

2. *Trace le symétrique du triangle* BCB' *par rapport à la droite* BB'. *Appelle* C' *le symétrique de* C. *Que peux-tu dire du quadrilatère* $BCB'C'$?

56. *Construis un triangle* ABC *dont les côtés* AB, BC *et* AC *ont pour longueur 12,5 cm, 10 cm et 7,5 cm ; pour cela utilise ton compas.*
Que peux-tu dire du triangle ABC ?

57. *Dessine un secteur* xGy *de* 40°.
Sur la demi-droite Gx, *place le point* E *à 6 cm de* G.
Sur la demi-droite Gy *place le point* F *qui est à 9,2 cm de* G.
Que peux-tu dire du triangle EFG ?

58. *Construis un triangle* PRT *dont le côté* PR *a pour longueur 8 cm et les secteurs* PRT *et* RPT *mesurent* 45°.
Que peux-tu dire du triangle PRT ?

59. *Trace un cercle de diamètre* AB.

1. *Place un point* C *sur le cercle ; que peux-tu dire du triangle* ABC ?

2. *Trace la médiatrice du segment* AB *; elle coupe le cercle.* *Appelle* E *l'un des points obtenus.* *Que peux-tu dire du triangle* ABE ?

exercices — propriétés de l'addition dans ID

60. *Recopie et complète le tableau suivant.*

a	b	c	a + b	- (a + b)	- (a + b) + (-c)	- (a + b) + a	a + b + c	- (a + b + c)
-4	3	-5						
58	-31	17						

61. Parmi les nombres suivants, certains sont égaux.

Range ensemble ceux qui sont égaux.

$-(16+9)$; $-16+9$; $16+(-9)$; $-16+(-9)$; $-(16+(-9))$.

des quadrilatères

I – DES QUADRILATERES QUI SE PLIENT SUIVANT LA MEDIATRICE D'UN COTE

1. Les trapèzes isocèles.

Trace une droite que tu appelleras d.
Place un point A *en dehors de la droite et trace son symétrique* A' *par rapport à la droite* d.

Place un autre point B *en dehors de la droite* d *du même côté que* A.
Trace son symétrique par rapport à la droite d.

Le quadrilatère $AA'B'B$ que tu as obtenu a une droite de symétrie ; on dit que c'est un TRAPEZE ISOCELE.

Que peux-tu dire des droites AA' *et* BB' *? Pourquoi ?*
Où se coupent les droites AB *et* $A'B'$ *?*
Où se coupent les droites AB' *et* $A'B$ *?*
Que peux-tu dire des longueurs des segments AB *et* $A'B'$ *?*

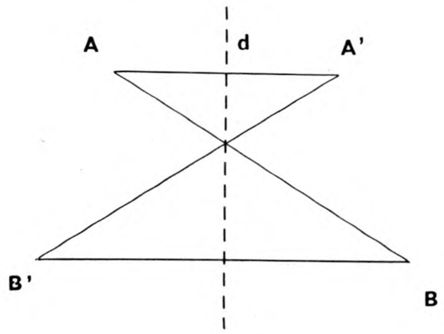
2. Remarque.

Tu as placé les deux points A et B du même côté de la droite d.

Si on les avait placés de chaque côté de la droite, on aurait obtenu un quadrilatère croisé comme ci-contre.

Il a aussi une droite de symétrie.

Dans ce qui suit nous ne nous intéressons pas à ces quadrilatères.



3. Exercice.

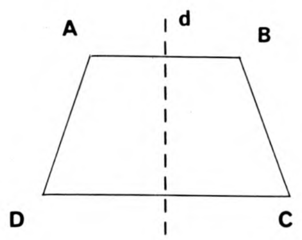
Dessine un parallélogramme.
A-t-il deux côtés parallèles ? Est-ce un trapèze ?
A-t-il ses deux autres côtés de même longueur ?
A-t-il une droite de symétrie ?

Ce n'est pas un trapèze isocèle.

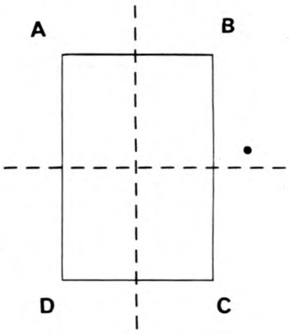
4. Des rectangles.

Dessine un trapèze isocèle comme celui-ci.
Trace la médiatrice du segment AD.
Est-elle une droite de symétrie pour le trapèze ?

Tu vois qu'un trapèze comme celui-ci ne peut avoir qu'une droite de symétrie.



Par contre si les côtés AD et BC sont parallèles, la médiatrice du segment AD est aussi la médiatrice du segment BC.



Ce trapèze a donc deux droites de symétrie.

Tu vois que c'est un rectangle.

Un rectangle a deux droites de symétrie ; ce sont les médiatrices des côtés.

5. Exercice.

Trace deux droites d *et* d' *perpendiculaires.*
Place un point P *ni sur* d *ni sur* d'.
Trace : *le symétrique* Q *de* P *par rapport à* d,
le symétrique R *de* Q *par rapport à* d',
le symétrique S *de* R *par rapport à* d.

Quel est le symétrique de S *par rapport à* d' *?*
Que peux-tu dire du quadrilatère PQRS *?*
Combien a-t-il de droites de symétrie ?

II – DES QUADRILATERES QUI SE PLIENT SUIVANT UNE DIAGONALE

1. Des cerfs-volants.

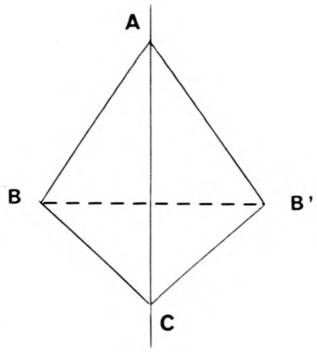
Trace une droite que tu appelleras d.
Place : *un point* A *sur cette droite,*
un point B *en dehors de la droite* d,
le symétrique B' *de* B *par rapport à la droite* d.

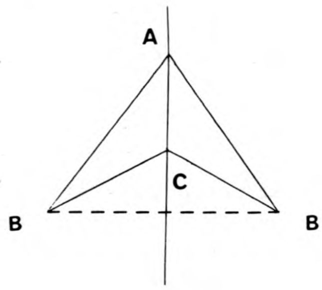
Où doit se trouver un quatrième point C *pour que le quadrilatère* ABCB' *ait la droite* d *pour droite de symétrie ?*

A quoi ressemble le quadrilatère ABCB' *?*

Que peux-tu dire des longueurs des segments AB *et* AB' *?*

Tu as dû obtenir un des deux dessins ci-dessous.





2. Des losanges.

Sur ton dessin, que peux-tu dire de la droite AC *pour le segment* BB' *?*

Nous allons maintenant essayer de dessiner un cerf-volant qui a deux droites de symétrie.

Dessine une droite d.
Place : *un point* A *sur* d,
un point B *en dehors de* d,
B' *symétrique de* B *par rapport à* d.

Où faut-il placer le point C *pour que la droite* BB' *soit aussi une droite de symétrie du quadrilatère* $ABCB'$ *? Fais-le.*

Tu as certainement trouvé un losange.

Un losange a deux droites de symétrie ; ce sont ses diagonales.

Trace un rectangle qui soit en même temps losange.
Comment s'appelle le quadrilatère que tu as tracé ?
Combien a-t-il de droites de symétrie ?

III – EXERCICES

Prends la feuille de manipulation numéro 6.
Sur le dessin numéro 2 nous avons tracé plusieurs quadrilatères.

1. Un classement.

Trace en rouge toutes les droites de symétrie que tu peux trouver.

Recopie et complète le tableau.

	ABCD	EFGH	IJKL	MNOP	QRST	UVWX	$A'B'C'D'$	$E'F'G'H'$
n'a pas de droite de symétrie								
a une droite de symétrie		X						
a deux droites de symétrie								
a trois droites de symétrie								
a quatre droites de symétrie								

2. Autre classement.

Recopie et complète le tableau.

	ABCD	EFGH	IJKL	MNOP	QRST	UVWX	$A'B'C'D'$	$E'F'G'H'$
a deux côtés parallèles								
a ses côtés parallèles deux à deux								
a ses côtés de même longueur								
a ses côtés parallèles deux à deux et perpendiculaires								

Réponds aux questions suivantes.

Un quadrilatère peut-il être à la fois ***losange et rectangle*** *?*
Tout losange est-il un parallélogramme ?
Existe-t-il des parallélogrammes qui ne sont pas des rectangles ?

exercices

62. 1. *Tu vas dessiner un trapèze isocèle* ABCD *en suivant les consignes ci-dessous.*

- Le segment AB a pour longueur 6 cm ; c'est un des côtés parallèles.
- Le secteur ABC mesure 60°.
- Le côté BC a pour longueur 4 cm.

2. *Mesure sur ton dessin le côté* CD *et la hauteur du trapèze. Calcule l'aire.*

3. *Mesure tous les secteurs du trapèze.*
Trouve la somme de ces mesures.

63. 1. *Tu vas dessiner un parallélogramme* EFGH *en suivant les consignes ci-dessous.*

- Le secteur EFG mesure 40°.
- Les segments EF et FG ont pour longueur 6 cm et 4 cm.

2. *Mesure tous les secteurs du parallélogramme.*
Trouve la somme de ces mesures.

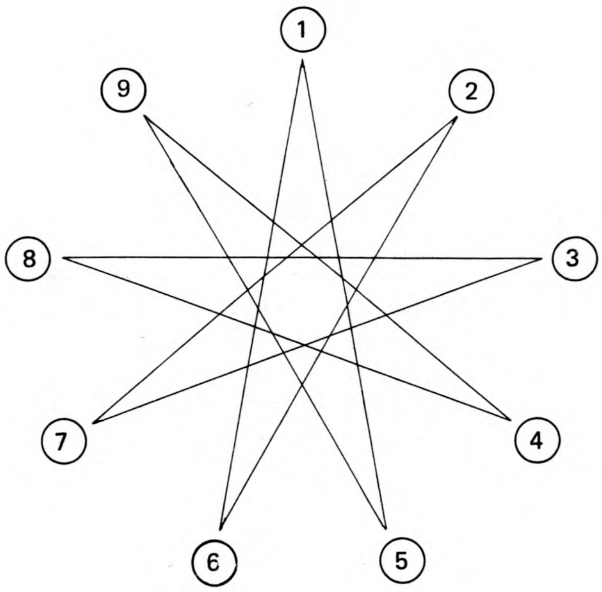
64. 1. *Dessine un losange dont les diagonales ont pour longueur 6 cm et 4 cm.*

2. *Mesure tous les secteurs du losange.*
Trouve la somme de ces mesures.

65. *Dessine un losange dont les diagonales ont même longueur.*
Qu'observes-tu ?

Autres exercices page 188.

UN JEU



L'ETOILE A NEUF BRANCHES.

Ce jeu se joue à deux.
Neuf points sont liés par des segments pour former une étoile à neuf branches.
Des pions sont disposés aux 9 sommets.
A tour de rôle, chaque joueur ôte :
- soit un pion,
- soit deux pions à condition qu'ils soient reliés par un segment.
Le perdant est celui qui ne peut plus jouer.

dessins et multiplication

I – OU ON MULTIPLIE SUR UN QUADRILLAGE

1. *Prends la feuille de manipulation numéro 7 dessin numéro 1.*

Nous y avons dessiné un quadrillage sur lequel nous avons placé un repère d'origine O.

Place sur ce quadrillage les 7 points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (0 ; 20) ; B : (4 ; 16) ; C : (10 ; 10) ; D : (12 ; 8) ; E : (14 ; 6) ; F : (18 ; 2) *et* G : (20 ; 0).

Qu'observes-tu pour les points que tu viens de dessiner ?

2. *Multiplie tous les nombres ci-dessus par 3.*

Tu obtiens ainsi 7 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 7 nouveaux points que tu appelleras, dans l'ordre A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3 et G_3.

Place ces points sur le quadrillage.
Qu'observes-tu ?
Trace la droite OB. *Qu'observes-tu ?*
Trace de même les droites OA, OC, OD, OE, OF *et* OG.
Fais-tu la même observation ?

3. *Divise tous les nombres donnés au premier paragraphe par 2.*

Tu obtiens ainsi 7 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 7 nouveaux points que tu appelleras, dans l'ordre A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2 et G_2.

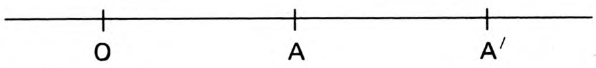
Place ces points sur le quadrillage.
Fais-tu des observations analogues à celles du paragraphe 2 ?

II – OU ON AGRANDIT UN DESSIN

1. Premier exercice.

Dessine trois points A, B *et* C *non alignés.*
Place un point O *sur ton dessin.*
Trace la demi-droite OA.
Sur cette demi-droite, place le point A' *tel que :*

la mesure du segment OA' est le double de la mesure du segment OA, comme ci-dessous.



(Le point A est le milieu du segment OA').

Recommence le même travail pour les points B *et* C. *Tu obtiens deux points* B' *et* C'.
Trace les segments AB, BC, CA, $A'B'$, $B'C'$ *et* $C'A'$.

■ *Qu'observes-tu pour les droites* AB *et* $A'B'$, *les droites* BC *et* $B'C'$, *les droites* CA *et* $C'A'$ *?*

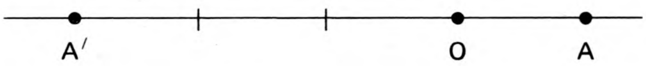
■ *Compare les longueurs des segments* AB *et* $A'B'$, *des segments* BC *et* $B'C'$, *des segments* AC *et* $A'C'$.

■ *Compare les secteurs angulaires* CAB *et* $C'A'B'$, *les secteurs* ABC *et* $A'B'C'$, *les secteurs* BCA *et* $B'C'A'$.

2. Deuxième exercice.

Dessine quatre points A, B, C *et* D *non alignés.*
Place un point O *sur ton dessin.*
Trace la droite OA. *Sur cette droite, tu vas placer le point* A' *en respectant les deux consignes suivantes :*

– le point O doit être entre les points A et A',
– la mesure du segment OA' est le triple de la mesure du segment OA, comme ci-dessous.



Recommence le même travail pour les points B, C *et* D. *Tu obtiens trois points* B', C' *et* D'.
Trace les segments AB, BC, CD, DA, $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ *et* $D'A'$.
Peux-tu faire des observations analogues à celles de l'exercice précédent ?

3. Troisième exercice.

Dessine quatre points A, B, C *et* D *non alignés.*
Place un point O *sur ton dessin.*
Dessine le point A' *tel que* O *soit le milieu du segment* AA'.
Recommence le même travail pour les points B, C *et* D. *Tu obtiens trois points* B', C' *et* D'.
Trace les segments AB, BC, CD, DA, $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ *et* $D'A'$.
Peux-tu faire des observations analogues à celles des exercices précédents ?

Prends une feuille de papier calque et reproduis la figure ABCD. *Tu obtiens une figure sur ton calque.*
Essaie de superposer cette figure et la figure $A'B'C'D'$.

4. Quatrième exercice.

Prends la feuille de manipulation numéro 6 et regarde le dessin numéro 1.
Vérifie que les droites AB *et* $A'B'$ *sont parallèles, ainsi que les droites* BC *et* $B'C'$, *les droites* CD *et* $C'D'$, *les droites* DE *et* $D'E'$ *et les droites* EA *et* $E'A'$.
Trace les droites AA', BB', CC', DD' EE'. *Qu'observes-tu ?*

Fais le même travail sur le dessin numéro 3 de la feuille de manipulation numéro 6.

exercice

66. *Prends la feuille de manipulation numéro 18 dessin numéro 2.*

Au point A, nous avons fait correspondre le point A' de la manière suivante :

– les points O, A et A' sont alignés,
– le point A' est le milieu du segment OA.

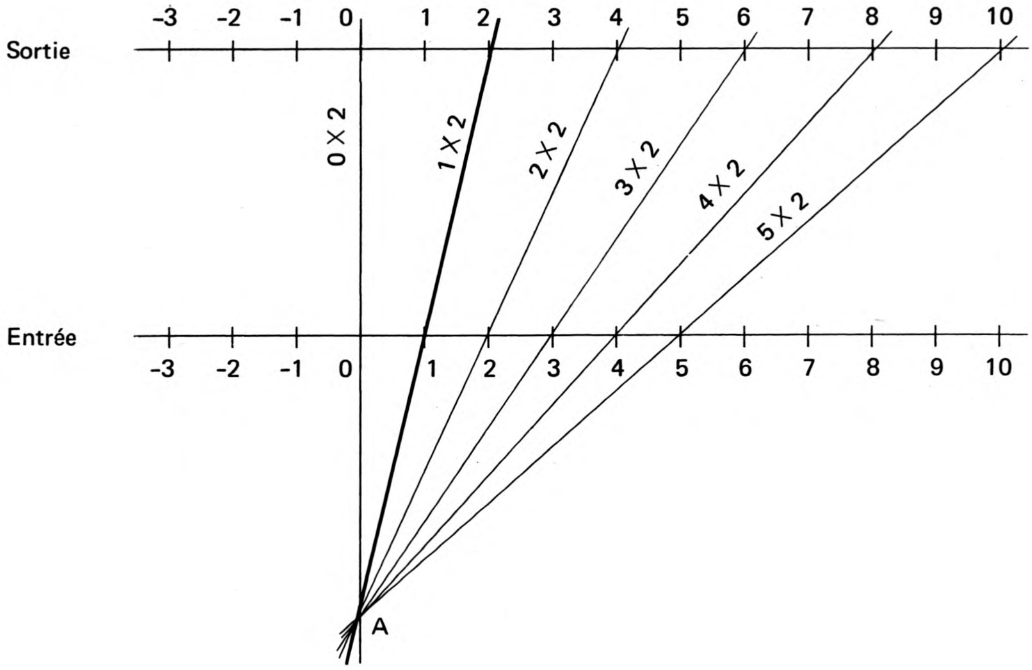
Fais de même pour d'autres points marqués sur la maison et reproduis la maison.

Autres exercices page 212.

la machine à multiplier

I – LES ENTIERS NATURELS

1. *Regarde la machine ci-dessous.*



On a fait entrer dans la machine les nombres 0, 1, 2, 3, 4 et 5. Ils sont ressortis de la machine, multipliés par 2.

Pour cela, un point joue un rôle important, le point A. C'est le point qui sert à multiplier par 2.

Bien entendu, si la machine était plus grande, elle permettrait de multiplier par 2 des nombres plus grands que 5.

2. *Prends la feuille de manipulation numéro 8 dessin numéro 1.*

Nous y avons dessiné une machine à multiplier.

Sur cette machine, nous avons placé un point B : c'est le point qui sert à multiplier par 3.

Pour obtenir ce point nous avons **joint** le point d'abscisse 1 de l'échelle I au point d'abscisse 3 de l'échelle II.

Trace cette droite au crayon.

Elle te permet de lire sur l'échelle II le résultat de la multiplication de 1 par 3.

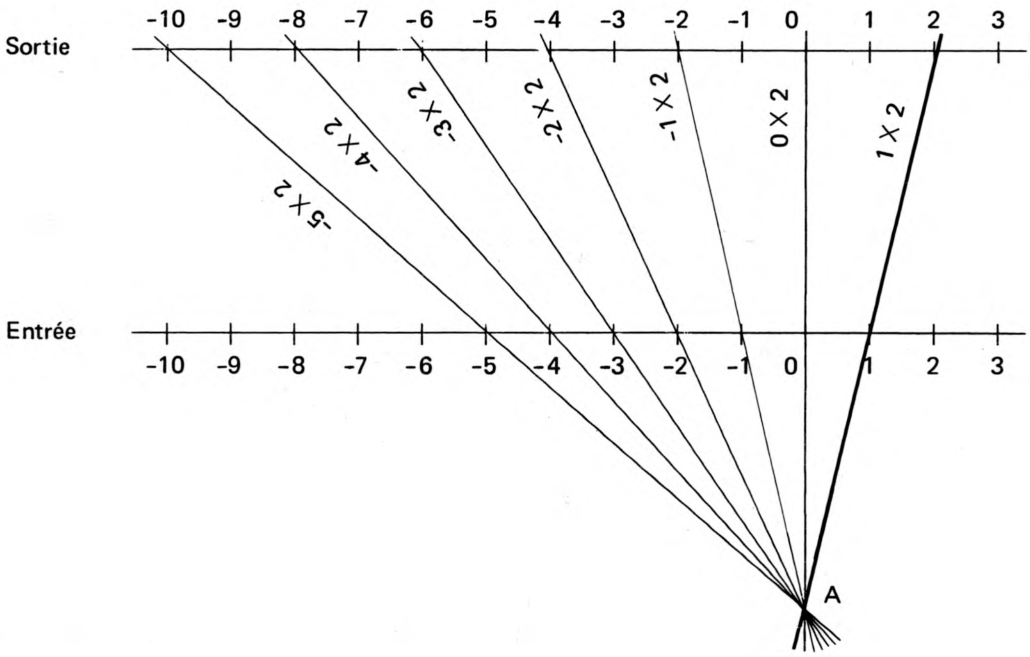
Trace au crayon les droites qui te permettent de lire, sur l'échelle II, les résultats des multiplications par 3 des nombres 0, 2, 3 *et* 4.

3. *Efface les traits que tu as tracés au crayon au paragraphe 2.*
Marque au crayon le point C *qui sert à multiplier par* 4*. Explique ce que tu fais.*
Trace au crayon les droites qui te permettent de lire, sur l'échelle II, les résultats des multiplications par 4 *des nombres* 0, 2 *et* 3.

II – OU ON MULTIPLIE UN NEGATIF PAR UN POSITIF

1. Où on fait entrer des nombres négatifs dans la machine.

Le dessin ci-dessous reproduit la partie gauche de la machine du paragraphe I.



Ce dessin nous donne l'idée d'une **NOUVELLE** multiplication : on a envie de multiplier des entiers négatifs par 2.

Que proposes-tu ?

Remarque.

Tu sais que -3 + (-3) = -6.
Tu viens de décider que -3 X 2 = -6.

Tu vois donc que : -3 + (-3) = -3 X 2.
C'est comme dans ℕ où : 3 + 3 = 3 X 2.

2. Généralisons.

Si notre machine était plus grande, elle nous permettrait de lire sur l'échelle II les nombres : -6 X 2 ; -7 X 2 ; -8 X 2 ; etc..., et la même règle s'appliquerait.

Par exemple : -6 X 2 = -12.

Calcule :

-7 X 2 ; -8 X 2 ; -9 X 2 ; -15 X 2 ; -73 X 2 ; -129 X 2.

Notre nouvelle règle de calcul n'est pas bien difficile. Par exemple :
pour multiplier -13 par 2,
on décide que :
— on multiplie 13 par 2 (on trouve 26),
— le résultat de la multiplication est négatif (c'est donc -26).

On dit que le nombre -26 est le PRODUIT de -13 par 2.

On imagine facilement que cette règle s'applique à d'autres nombres naturels que 2 et même à tous les entiers naturels.

On peut donc multiplier n'importe quel entier relatif par n'importe quel entier naturel.

3. Par exemple.

Prends de nouveau la feuille de manipulation numéro 8 dessin numéro 1.

Trace au crayon les droites qui te permettent de lire sur l'échelle II les produits des nombres -1 ; -2 ; -3 *et* -4 *par* 3.

Recopie et complète :

-1 X 3 = ... ; -2 X 3 = ... ; -3 X 3 = ... ; -4 X 3 = ...

Efface les traits que tu viens de tracer.

Trace les droites qui te permettent de lire sur l'échelle II les produits des nombres -1 ; -2 *et* -3 *par* 4.

Recopie et complète :

-1 X 4 = ... ; -2 X 4 = ... ; -3 X 4 = ...

4. Pour s'entraîner.

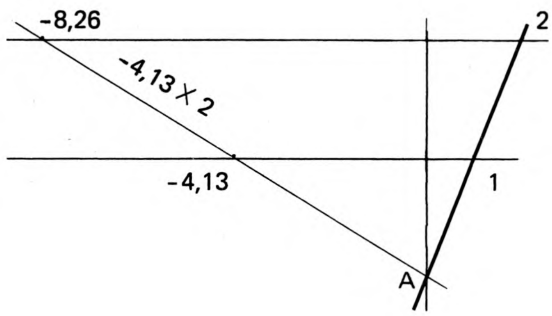
Calcule :

-3 X 5 ; -5 X 3 ; -7 X 9 ; -10 X 13 ; -8 X 8 ; -12 X 11 ;
-31 X 12 ; -17 X 23 ; -87 X 15 ; -57 X 73 ; -146 X 67 ; -327 X 539.

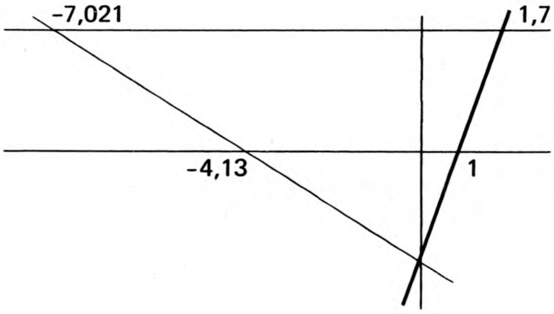
III — LES NOMBRES DECIMAUX

Nous décidons que notre nouvelle règle de calcul s'applique aux nombres décimaux. On peut donc multiplier n'importe quel nombre décimal par n'importe quel décimal positif.

Par exemple :



pour multiplier -4,13 par 2,
— on multiplie 4,13 par 2 et on trouve 8,26,
— le résultat de la multiplication est négatif. C'est donc le nombre -8,26.



De même :
$-4,13 \times 1,7 = -7,021$
puisque $4,13 \times 1,7 = 7,021$.

Calcule :

$-1,3 \times 2$; $-3,48 \times 7$; $-5 \times 0,2$; $-7 \times 3,48$; $-0,1 \times 0,4$.

exercices

67. *Calcule :*

10×1 ; 13×12 ; -6×3 ; -3×4 ; -7×6 ; -5×8 ;
-10×1 ; -13×12.

68. *Calcule :*

$-1,75 \times 2$; $-0,47 \times 5$; $2,73 \times 12$; $-2,73 \times 12$; $4,51 \times 15$; $-4,51 \times 15$.

69. *Calcule :*

$-3,2 \times 1,7$; $-5,4 \times 0,2$; $-3,75 \times 2,4$; $-0,1 \times 0,1$; $-3,21 \times 0,02$; $-9,7 \times 1,4$.

70. *Calcule à l'aide d'une multiplication.*

$-13 + (-13) + (-13) + (-13)$; $-499 + (-499) + (-499)$; $-1\,175 + (-1\,175)$;
$-3,57 + (-3,57) + (-3,57) + (-3,57) + (-3,57)$; $-0,24 + (-0,24) + (-0,24) + (-0,24) + (-0,24)$.

exercices — reconnaître un nombre premier

71. *Trouve les ensembles.*

D_{30} ; D_{42} ; D_{54} ; D_{66} ; D_{78} ; D_{90} ; D_{259} ; D_{45}.

Trouve les ensembles.

$D_{30} \cap D_{42}$; $D_{30} \cap D_{54}$; $D_{30} \cap D_{78}$; $D_{30} \cap D_{45}$.

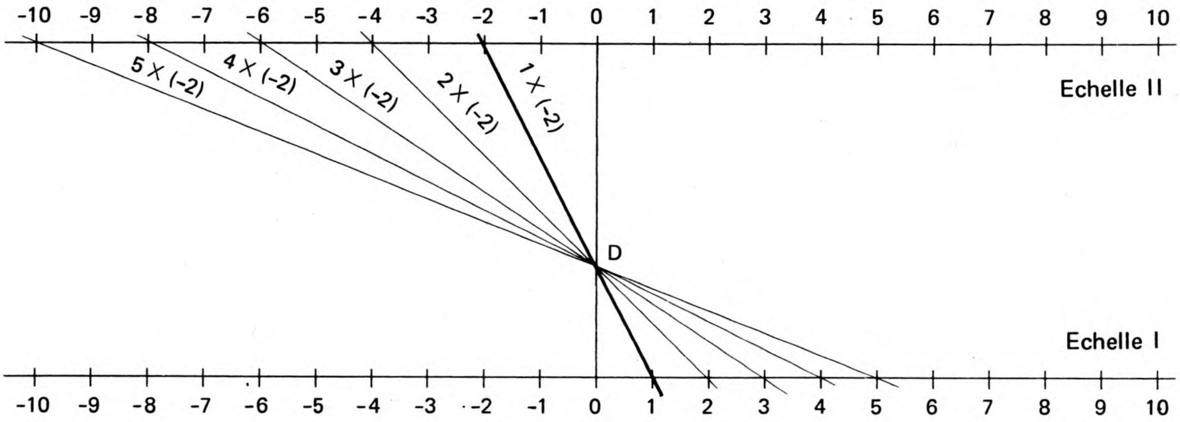
Trouve les ensembles.

$D_{66} \cap D_{90}$; $D_{90} \cap D_{45}$; $D_{42} \cap D_{259}$; $D_{45} \cap D_{259}$.

où on termine d'inventer la multiplication dans $\mathbb{Z}$

I – UN POSITIF PAR UN NEGATIF

1. Reprenons la machine à multiplier utilisée dans la leçon précédente.



Pour multiplier par 2, nous avions joint le point d'abscisse 1 de l'échelle I au point d'abscisse 2 de l'échelle II.

Maintenant, nous voulons multiplier par –2.

Pour cela nous allons utiliser le point D.
Le point D a été obtenu, en joignant le point d'abscisse 1 de l'échelle I au point d'abscisse –2 de l'échelle II.

Recopie et complète :

1 × (–2) = ... ; 2 × (–2) = ... ; 3 × (–2) = ... ;
4 × (–2) = ... ; 5 × (–2) = ...

On pourrait bien entendu lire les résultats d'autres multiplications par –2 si notre machine était assez grande.
Mais ces résultats ne sont pas bien difficiles à trouver. Ainsi, par exemple : 6 × (–2) = –12.

Recopie et complète :

7 × (–2) = ... ; 8 × (–2) = ... ; 15 × (–2) = ... ;
49 × (–2) = ... ; 743 × (–2) = ...

2. *Reprends la feuille de manipulation numéro 8 dessin numéro 1.*
Sur la machine à multiplier place le point E *qui sert à multiplier par* –3.
Explique ce que tu fais.

Trace au crayon les droites qui te permettent de lire sur l'échelle II les résultats des multiplications par –3 *des nombres* 2, 3 *et* 4.

Recopie et complète :

1 × (–3) = ... ; 2 × (–3) = ... ; 3 × (–3) = ... ; 4 × (–3) = ...
Efface les traits que tu as dessinés au crayon.

Marque le point F *qui sert à multiplier par* -1. *Explique ce que tu fais.*
Trace au crayon les droites qui te permettent de lire sur l'échelle II *les résultats des multiplications par* -1 *des nombres* 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 *et* 10.

Recopie et complète :

1 X (-1) = ... ; 2 X (-1) = ... ; 3 X (-1) = ... ; 4 X (-1) = ... ;
5 X (-1) = ... ; 6 X (-1) = ... ; 7 X (-1) = ... ; 8 X (-1) = ... ;
9 X (-1) = ... ; 10 X (-1) = ...

3. Et pour s'entraîner.

Nous décidons que ce que nous venons d'apprendre s'applique à tous les décimaux ; c'est-à-dire que :

- on peut multiplier n'importe quel entier naturel par n'importe quel entier négatif
- on peut multiplier n'importe quel décimal positif par n'importe quel décimal négatif.

Ainsi par exemple :

pour multiplier 1,8 par -0,13,

- on multiplie 1,8 par 0,13 : on trouve 0,234 ;
- le résultat de la multiplication est négatif. C'est donc -0,234.

Recopie et complète :

13,2 X (-5) = ... ; 0,025 X (-40) = ... ; 5 X (-13,2) = ... ;
17 X (-0,43) = ... ; 4,6 X (-1,5) = ... ; 0,15 X (-4,6) = ...

4. Une remarque sur les notations.

Nous avons écrit 4 X (-5) alors que nous avions écrit -5 X 4 sans parenthèses.

Il n'y a pas de raison mathématique à cela. Dans l'écriture 4 X (-5), la parenthèse a juste pour objet d'éviter la succession des deux signes X et -.

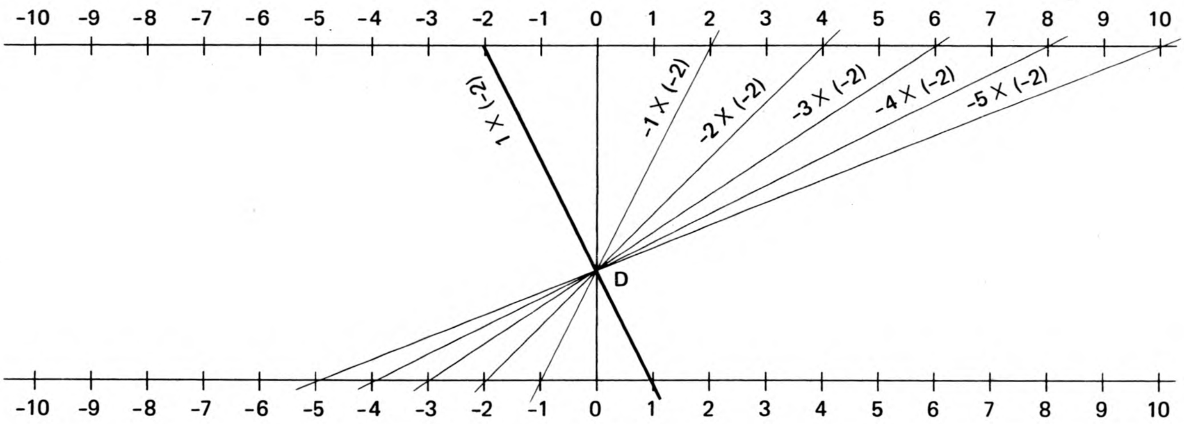
Nous avions déjà fait la même chose pour l'addition et écrit par exemple :

-5 + 4 et 4 + (-5).

II – UN NEGATIF PAR UN NEGATIF

1. Dans le paragraphe I nous n'avons de nouveau utilisé que la moitié de la machine à multiplier : la moitié droite pour l'échelle I et la moitié gauche pour l'échelle II.

Bien entendu, nous avons envie d'utiliser le reste de la machine. Faisons-le.



Ce dessin nous permet d'inventer la multiplication des nombres -1, -2, -3, -4 et -5 par -2.

Recopie et complète :

-1 X (-2) = ... ; -2 X (-2) = ... ; -3 X (-2) = ... ;
-4 X (-2) = ... ; -5 X (-2) = ...

Tu vois que tous ces produits sont **POSITIFS.**

2. Généralisons.

■ Si notre machine était plus grande, elle pourrait nous permettre de lire, sur l'échelle II les résultats de multiplications par -2 de nombres plus petits que -5.

Tu vois que la même règle s'appliquerait et que par exemple : -6 X (-2) = 12.

Calcule :

-7 X (-2) ; -8 X (-2) ; -9 X (-2) ; -23 X (-2) ;
-95 X (-2) ; -1 326 X (-2).

■ Notre nouvelle règle de calcul n'est pas bien difficile. Par exemple :

pour multiplier -23 par -2,
on décide que :
- on multiplie 23 par 2 : on trouve 46,
- le résultat de la multiplication est positif. C'est donc 46.

■ On imagine facilement que cette règle s'applique à d'autres nombres que -2 et même à tous les entiers négatifs.

On peut donc multiplier n'importe quel entier négatif par n'importe quel entier négatif.
On décide aussi que :
on peut multiplier n'importe quel décimal négatif par n'importe quel décimal négatif. Par exemple :
le produit de -3,7 par -0,21 est 0,777,
parce que 3,7 × 0,21 = 0,777
et qu'on a décidé que le produit de deux négatifs est un positif.

3. Par exemple.

Reprends la feuille de manipulation numéro 8 dessin numéro 1.
Trace au crayon les droites qui te permettent de lire sur l'échelle II *les produits des nombres* -1, -2, -3 *et* -4 *par* -3.

Recopie et complète :

-1 X (-3) = ... ; -2 X (-3) = ... ; -3 X (-3) = ... ; -4 X (-3) = ...
Efface les traits que tu as dessinés au crayon.

Trace au crayon les droites qui te permettent de lire sur l'échelle II *les résultats des multiplications par* -1 *des nombres* -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9 *et* -10.

Recopie et complète :

-1 X (-1) = ... ; -2 X (-1) = ... ; -3 X (-1) = ... ; -4 X (-1) = ... ;
-5 X (-1) = ... ; -6 X (-1) = ... ; -7 X (-1) = ... ; -8 X (-1) = ... ;
-9 X (-1) = ... ; -10 X (-1) = ...

4. Pour s'entraîner.

Calcule :

-1,25 X (-8) ; -0,03 X (-33) ; -5 X (-0,2) ; -8 X (-1,25) ;
-16 X (-0,625) ; -45 X (-1,4) -0,5 X (-0,2) ; -0,31 X (-4,3).

III – MULTIPLICATION PAR 1

Tu sais que dans IN :

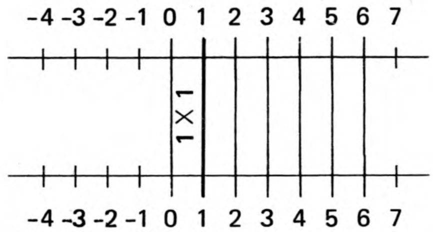
□ X 1 = □.

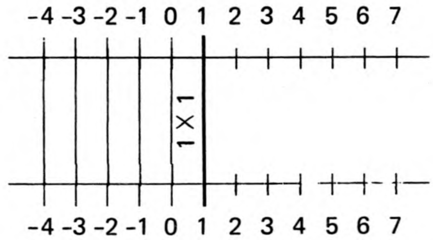
Ceci est illustré par le dessin ci-contre.

On a envie, une nouvelle fois, de continuer notre dessin à gauche et de dire que dans ℤ,

□ X 1 = □.

Il en est de même dans ID.





Tu sais qu'on traduit cette propriété en disant que le nombre 1 est L'ELEMENT NEUTRE pour la multiplication des décimaux relatifs.

IV – FAISONS LE POINT

1. Résumé.

Nous avons inventé une opération sur l'ensemble des nombres décimaux relatifs.
Nous avons appelé MULTIPLICATION cette opération.
Nous avons regardé comment fonctionne cette multiplication dans quatre cas :

- On multiplie un nombre positif par un nombre positif.
  Il s'agit alors de la multiplication que nous connaissons depuis l'école primaire.
- On multiplie un nombre négatif par un nombre positif.
- On multiplie un nombre positif par un nombre négatif.

Dans ces deux cas le produit est NEGATIF.
Ce que nous avons fait nous permet de penser que ces deux cas ne sont pas différents.

- On multiplie un nombre négatif par un nombre négatif.
  Dans ce cas le produit est POSITIF.

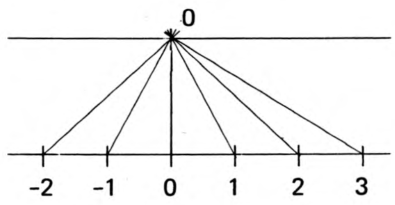
2. La multiplication par 0.

Nous n'avons pas encore regardé ce qui se passait lorsqu'on multipliait par 0.

Tu sais que le nombre 0 n'est ni positif, ni négatif.

Pourtant, il existe un point qui sert à multiplier par 0.

Regarde le dessin ci-contre et conclus.



3. Pour s'entraîner.

Calcule :

-1,1 X (-4,5) ; -6,9 X 0,8 ; -0,7 X (-7) ; 0,3 X 0,06 ;
-5,7 X (-0,19) ; 5,7 X (-0,19) ; 5,7 X 0,19 ; -5,7 X 0,19 ;
9,9 X (-15) ; 138 X 15,1 ; 5,35 X (-2,9) : -49,5 X 71,2.

V – OU ON MULTIPLIE DE NOUVEAU SUR UN QUADRILLAGE

A la page 65 nous avons multiplié sur un quadrillage et nous avons fait un certain nombre d'observations.

Nous ne pouvions alors que multiplier par des **NOMBRES POSITIFS**.

Nous allons recommencer mais cette fois nous utiliserons des **NOMBRES NEGATIFS** et nous regarderons s'il est possible de faire les mêmes observations.

1. *Prends la feuille de manipulation 19 dessin numéro 1.*

Nous y avons dessiné un quadrillage sur lequel nous avons placé un repère. d'origine O.

Place sur ce quadrillage les 6 points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (-10 ; -10) ; B : (-6 ; -8) ; C : (-2 ; -6) ; D : (2 ; -4) ;
E : (10 ; 0) *et* F : (14 ; 2).

Qu'observes-tu pour les points que tu viens de dessiner ?

2. *Multiplie tous les nombres ci-dessus par* -3.

Tu obtiens ainsi 6 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 6 nouveaux points que tu appelleras dans l'ordre A_3, B_3, C_3, D_3, E_3 et F_3.

Place ces points sur le quadrillage.
Qu'observes-tu ?

Trace la droite OB. *Qu'observes-tu ?*

Trace de même les droites OA, OC, OD, OE *et* OF.
Fais-tu la même observation ?

3. *Multiplie tous les nombres donnés au premier paragraphe par* -0,5.

Tu obtiens ainsi 6 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 6 nouveaux points que tu appelleras A_2, B_2, C_2, D_2, E_2 et F_2.

Place ces points sur le quadrillage.
Fais-tu des observations analogues à celles du paragraphe 2 ?

exercices

72. *Calcule :*

3 × (-6) ; 4 × (-3) ; 6 × (-5) ; 8 × (-7) ; 13 × (-15) ; 123 × (-4) ; 17 × (-9) ; -3 × (-7) ; 1 × (-4) ; -1 × (-1) ; 0 × (-9) ; -6 × (-6) ; -17 × (-9) ; -41 × (-12).

73. *Calcule :*

-0,2 × (-0,03) ; 13,7 × (-5,2) ; 4,1 × (-12) ; -5,75 × (-2) ; 2,87 × (-0,4) ; -10,3 × (-1,1) ; 14 × (-3,7) ; -14 × (-3,7) ; 20,04 × (-1,02) ; 3,59 × (-7).

74. *Prends une feuille de papier quadrillé.*
Place un repère sur ce quadrillage de la façon suivante :
— tu prendras l'origine au centre de ta feuille, appelle-la O *;*
— tu prendras pour unité, le côté du carré de ton quadrillage.

Place sur ton quadrillage les points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (3 ; 3) ; B : (-1 ; 1) ; C : (-4 ; 2) ; D : (-3 ; 6).

Prends les opposés des 8 nombres ci-dessus.
Tu obtiens 4 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 4 points que tu appelleras dans l'ordre A', B', C' *et* D'. *Place ces points.*

Trace les droites AA', BB', CC' *et* DD'. *Qu'observes-tu ?*

Compare les longueurs des segments OA *et* OA', *des segments* OB *et* OB', *des segments* OC *et* OC', *des segments* OD *et* OD'.

Trace les droites AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D' *et* D'A'. *Qu'observes-tu ?*

Compare les longueurs des segments AB *et* A'B', *des segments* BC *et* B'C', *des segments* CD *et* C'D', *des segments* DA *et* D'A'.

75. *Prends une feuille de papier quadrillé.*
Place un repère sur ton quadrillage de la façon suivante :
— tu prendras l'origine au centre de ta feuille, appelle-la O *;*
— tu prendras pour unité, le côté du carré de ton quadrillage.

Place sur ton quadrillage, les points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (2 ; 1) ; B : (2 ; -2) ; C : (-1 ; -1).

Trace la droite OA *et marque sur cette droite le point* A' *tel que :*
— le point O *soit entre* A *et* A' *;*
— la longueur du segment OA' *soit le triple de celle du segment* OA.

Dessine de même le point B' *de la droite* OB *et le point* C' *de la droite* OC.
Quels sont les couples de coordonnées des points A', B' *et* C' *?*
Qu'observes-tu ?

Trace les droites AB, BC, CA, A'B', B'C' *et* C'A'. *Qu'observes-tu ?*

Autres exercices page 213.

propriétés de la multiplication

I – COMMUTATIVITE

1. Révision.

Prends la feuille de manipulation numéro 8 dessin numéro 2.

Nous avons dessiné une table de multiplication et nous avons placé les nombres :

3×3 ; -5×4 ; $-2 \times (-3)$ et $4 \times (-3)$.

Complète cette table.

2. Commutativité.

Calcule :

-15×3 *et* $3 \times (-15)$; $7 \times (-6)$ *et* -6×7 ; $-9 \times (-12)$ *et* $-12 \times (-9)$.

Qu'observes-tu ?

Dans la table de multiplication que tu as remplie au paragraphe 1, tu peux faire des observations analogues. Donne des exemples.

D'autre part, nous savons depuis l'école primaire, que la multiplication dans $\mathbb{N}$ est commutative. Cette propriété peut s'énoncer de la manière suivante :

dans $\mathbb{N}$, $\square \times \bigcirc = \bigcirc \times \square$.

Cela signifie que :

— on peut mettre n'importe quel entier naturel dans les deux boîtes carrées,
— on peut mettre n'importe quel entier naturel dans les deux boîtes rondes,
— on trouve une égalité vraie.

Penses-tu que la multiplication dans $\mathbb{Z}$ a la même propriété ?

Nous allons voir si tu as raison.
Choisissons deux entiers relatifs au hasard et désignons-les par les lettres a et b.
Supposons d'abord que les nombres choisis ne soient pas nuls.

Nous allons essayer de comprendre pourquoi $a \times b = b \times a$.
Pour faire une multiplication dans $\mathbb{Z}$, on fait d'abord une multiplication dans $\mathbb{N}$.
Il reste à savoir si $a \times b$ et $b \times a$ ont le même signe.

Dans le tableau ci-contre, nous avons séparé les quatre cas possibles.

Recopie-le et complète-le.

signe de a	signe de b	signe de $a \times b$	signe de $b \times a$
+	+		
+	—		
—	+		
—	—		

On peut affirmer maintenant que a X b et b X a ont le même signe.

Dans cette démonstration nous avons supposé a et b non nuls. Il est clair que lorsqu'un de ces deux nombres est nul, a X b = b X a.

Pourquoi ?

Concluons :

dans $\mathbb{Z}$, $\square \times \bigcirc = \bigcirc \times \square$.

Autrement dit :

La multiplication dans $\mathbb{Z}$ est COMMUTATIVE.

Il en est de même dans $\mathbb{D}$.

3. Simplification de notre règle de calcul.

Lorsque nous avons inventé la multiplication des décimaux relatifs, nous avons envisagé quatre cas.

Nous pouvons maintenant nous ramener à deux cas seulement et dire que :

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs non nuls,
1. on multiplie ces deux nombres sans s'occuper de leurs signes, comme on a appris à le faire à l'école primaire ;
2. — si les deux nombres sont de même signe, le produit est positif ;
— si les deux nombres sont de signes différents, le produit est négatif.

Exercice.

Calcule.

-17,4 X (-3,4) ; 17,4 X 3,4 ; 0,29 X (-3,5) ; -0,29 X 3,5.

II — LA MULTIPLICATION PAR -1

Recopie et complète le tableau suivant.

5	-3	9	-13	0,7	3,79	97,497	-123,456 78

X (-1)

Choisissons un nombre décimal et appelons-le a.

Recopie et complète le tableau ci-contre.

signe de a	signe de a X (-1)	signe de -a
+		
—		

Recopie et complète :

$$a \xrightarrow{\boxed{\times (-1)}} \dots .$$

Tu vois que :

multiplier un nombre par -1,
c'est
prendre l'opposé de ce nombre.

III – L'ASSOCIATIVITE

1. Révision.

Regarde les deux écritures ci-dessous :

$$(12 \times 7) \times 10 \quad \textit{et} \quad 8 \times (13 \times 6).$$

Pour chacune d'elles, dis dans quel ordre tu dois effectuer les multiplications.

Mais depuis l'école primaire, tu sais aussi que la multiplication dans $\mathbb{N}$ est associative. Cette propriété peut s'énoncer de la façon suivante :

$$\text{dans } \mathbb{N}, \quad (\square \times \bigcirc) \times \diamond = \square \times (\bigcirc \times \diamond).$$

Cela signifie que :

– on peut mettre n'importe quel entier naturel dans les boîtes carrées,
– on peut mettre n'importe quel entier naturel dans les boîtes rondes,
– on peut mettre n'importe quel entier naturel dans les boîtes losanges,
– on trouve une égalité vraie.

Penses-tu que la multiplication dans $\mathbb{D}$ a la même propriété ?

On pourrait démontrer cette propriété comme nous l'avons fait pour la commutativité.

IV – CONDUITE PRATIQUE D'UNE SUITE DE MULTIPLICATIONS

1. Etude d'un exemple.

On voudrait calculer : $0{,}25 \times 12{,}5 \times 3{,}59 \times 4 \times 8$.

Si on n'utilise pas les propriétés de la multiplication, on doit normalement effectuer les multiplications dans l'ordre où elles se présentent.

Recopie et complète :

$0{,}25 \times 12{,}5 = \bigcirc\!\!\cdots$; $\bigcirc\!\!\cdots \times 3{,}59 = \boxed{\cdots}$; $\boxed{\cdots} \times 4 = \diamond\!\cdots$; $\diamond\!\cdots \times 8 = \ldots$.

Cela n'a rien de bien agréable.

Heureusement, la multiplication est commutative et associative. **On peut donc effectuer les multiplications dans l'ordre qu'on veut.**

Ici, on peut choisir, par exemple, l'ordre proposé par l'écriture ci-dessous :

$$(0{,}25 \times 4) \times (12{,}5 \times 8) \times 3{,}59.$$

Recopie et complète :

$0{,}25 \times 4 = \bigcirc\!\!\cdots$; $12{,}5 \times 8 = \boxed{\cdots}$; $\bigcirc\!\!\cdots \times \boxed{\cdots} \times 3{,}59 = \ldots$.

Tu vois la différence !

2. Comment on trouve le signe d'un produit.

Sans effectuer d'opération, trouve le signe des produits suivants :

3 X 5,
3 X 5 X 7,
3 X 5 X 7 X 13,
3 X 5 X 7 X 13 X 10.

Fais le même travail pour les produits suivants :

-7 X 12,
-7 X 12 X (-3),
-7 X 12 X (-3) X (-4),
-7 X 12 X (-3) X (-4) X (-9).

Fais le même travail pour les produits suivants :

-5 X (-6),
-5 X (-6) X (-13),
-5 X (-6) X (-13) X (-9),
-5 X (-6) X (-13) X (-9) X 21,
-5 X (-6) X (-13) X (-9) X 21 X (-107).

Essaie de trouver une règle pratique.

3. Si on résume ce qu'on vient d'apprendre, on peut énoncer la règle pratique suivante.

Pour calculer le produit de plusieurs nombres décimaux non nuls, on peut :

1. Chercher le signe du produit.
– S'il y a un nombre IMPAIR de nombres NEGATIFS, le produit est NEGATIF.
– S'il y en a un nombre PAIR, le produit est POSITIF.

2. Effectuer les multiplications dans l'ordre qu'on veut, sans s'occuper des signes.

Exercices.

Calcule le plus simplement possible.

-43 X (-2) X (-5) ; 5 X (-19) X (-2) ; 13 X (-1) X 3 ;
-157 X (-8) X 0 X (-49) ; 73,1 X (-4) X (-25) ;
(-1) X (-1) X (-3) X (-3) X (-100).

Calcule le plus simplement possible.

17,5 X 0,125 X (-2) X (-8) ; (-0,16) X (-73,497 51) X 625 ;
-5 X 0,036 X (-4) X 25 X (-2) ; 5 X (-3) X 7 X (-5) X 2 ;
-0,08 X (-0,3) X 0,3 X 125 ; 5 X (-73,9) X (-0,02).

exercice

76. *Calcule.*

-39 X 2 X (-5) ; -5 X (-18) X (-2) ; 3 X (-1) X 9 ; -3 X (-4) X (-1) X 0 ;
158 X (-4) X 25 ; 5 X (-3) X 7 X (-5) X 2 ; -125 X (-7) X (-3) X (-2) X (-8).

Autres exercices page 104.

avec des cubes

Tu vas étudier maintenant un chapitre de «géométrie dans l'espace». Pour indiquer cela, nous avons mis un nouveau symbole :

Dans chacun des chapitres de «géométrie dans l'espace» signalé par le symbole tu auras besoin de : ciseaux, colle, feuilles de papier, cartes de bristol et feuilles de manipulation, pour construire des solides.

Mais attention : tu devras conserver soigneusement les solides que tu as réalisés, pour pouvoir les utiliser dans d'autres chapitres.
Peut-être pourras-tu les mettre dans une boîte en fer (de biscuits par exemple).
Peut-être sera-t-il possible de les laisser dans un placard du collège.
Peut-être ton professeur les collectera-t-il dans un grand carton.

Tu verras, avec ton professeur, la meilleure solution.

Attention ! les petits cubes que tu vas construire maintenant serviront jusqu'à la fin de l'année.

I – CONSTRUISONS DES CUBES

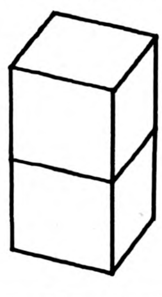
Prends la feuille de manipulation numéro 25.

Nous avons dessiné les patrons de huit cubes.

Si tu as l'intention de travailler tout seul, découpe ces patrons et construis ces huit cubes.

Mais vous pouvez travailler à deux, alors il suffit de construire quatre cubes chacun.

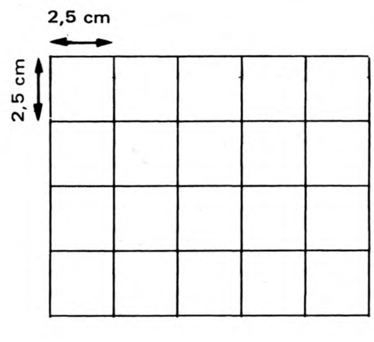
Combien un cube a-t-il d'arêtes ? De sommets ?
De faces ?
Empile deux cubes l'un sur l'autre comme ceci.
Le solide obtenu est-il un cube ?



Tu sais peut-être qu'un tel solide s'appelle un PARALLELEPIPEDE RECTANGLE.

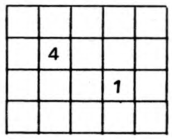
II – FAISONS DES CONSTRUCTIONS

Sur une feuille de papier, trace en vraie grandeur le quadrillage ci-contre.



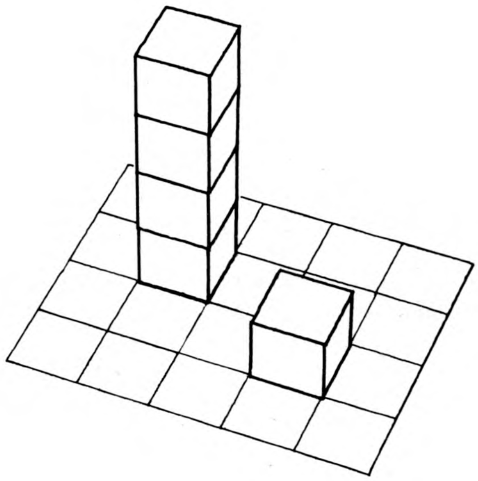
Sur ce quadrillage tu vas empiler des cubes. Voici un exemple.

Si nous te donnons ce dessin, cela signifie que :
tu dois empiler 4 cubes sur la case marquée 4
et mettre 1 cube sur la case marquée 1.

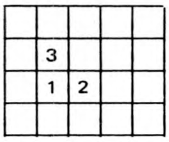


Fais-le.

Nous avons dessiné ce que tu as obtenu.



Voici un schéma.



Avec tes cubes, réalise la construction correspondante.
Trouves-tu la même construction que ton voisin ?

III – DROITES DE L'ESPACE

1. Droite horizontale. Droite verticale.

Prends un cube.

Une arête de ton cube est un segment. Tu peux imaginer la droite qui contient ce segment.

Pour représenter une droite, tu peux te servir d'un crayon et imaginer qu'il est très, très... long !

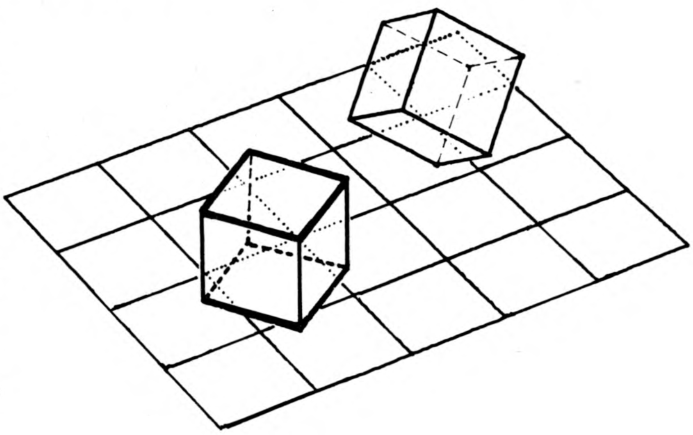
Pose ton cube sur la table. Combien y a-t-il d'arêtes horizontales ? Verticales ?

Sur le dessin, nous avons représenté le quadrillage que tu as fait, et deux cubes ; sur ce dessin, nous avons dessiné en traits ponctués ce qu'on verrait si les cubes étaient transparents.

Le quadrillage est posé horizontalement, et le cube de gauche est posé à plat dessus.

Nous avons dessiné les arêtes horizontales du cube de gauche en traits épais, les arêtes verticales en traits fins.

Le cube de droite est posé sur un sommet.



Essaie de placer un cube posé sur un sommet (il faut le tenir).

Tu vois que dans cette position, aucune des arêtes de ce cube n'est ni horizontale, ni verticale.

Regarde autour de toi ; vois-tu des droites horizontales ? Des droites verticales ?

2. Droites parallèles.

Voici un schéma.

1	1	2		
3	1			

Avec tes cubes réalise la construction correspondante.

Prends la feuille de manipulation numéro 7.

Le dessin numéro 3 représente ta construction.

Place un crayon le long de l'arête AG *et un autre crayon le long de l'arête* QU.

Tu vois que les crayons sont à peu près parallèles.

On dit que les droites AG et QU sont PARALLELES.

Vérifie à l'aide de tes crayons que :

- *les droites* GK *et* QT *sont parallèles ;*
- *les droites* GK *et* YV *sont parallèles ;*
- *les droites* ET *et* GU *sont parallèles ;*
- *les droites* UO *et* QI *sont parallèles.*

Trouves-en d'autres.

3. Droites sécantes.

Place un crayon le long de l'arête BH *et un autre crayon le long de l'arête* QT.
Que remarques-tu ?

On dit que les droites BH et QT sont SECANTES.

Vérifie à l'aide de tes crayons que :

- *les droites* OP *et* UP *sont sécantes ;*
- *les droites* BI *et* UP *sont sécantes.*

Trouve d'autres droites sécantes.

4. Droites ni parallèles, ni sécantes.

Place un crayon le long de l'arête BH *et un autre crayon le long de l'arête* UP.
Les droites BH *et* UP *sont-elles parallèles ? Sont-elles sécantes ?*

Mêmes questions pour les droites AP *et* TN.

Tu te souviens que dans un plan, deux droites sont soit sécantes, soit parallèles.
Ici, dans l'espace, nous avons pu trouver deux droites qui ne sont ni sécantes, ni parallèles.

A ton tour, trouve deux droites qui ne sont ni sécantes, ni parallèles.

5. Droites perpendiculaires.

Prends ton équerre. Place le sommet du secteur angulaire droit sur le point H.
Place un côté le long de l'arête GH.

Peux-tu placer l'autre côté le long de l'arête HQ *?*

Tu vois que les droites GH et HQ sont PERPENDICULAIRES.

Dans chacun des cas suivants, dis si les deux droites sont perpendiculaires.
GH *et* HU *?* GH *et* HT *?* GH *et* HL *?* GH *et* HB *?* GI *et* IV *?*
CJ *et* JO *?* BJ *et* JO *?*

Remarques.

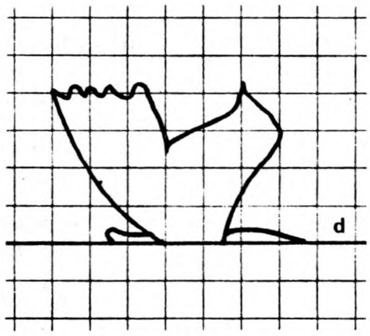
- Les droites GI et IR sont perpendiculaires. On pourrait le vérifier avec une petite équerre.

- Les droites QR et QX sont perpendiculaires. Pour le vérifier, il faudrait mettre l'équerre à l'intérieur d'un cube.

Les droites AK *et* LM *sont-elles perpendiculaires ? Et les droites* AK *et* KH *?*

exercices — des pliages

77. *Reproduis le dessin ci-contre sur une feuille à grands carreaux ; plie la feuille suivant la droite* d.
En tenant ta feuille bien pliée, découpe soigneusement le contour du dessin.
Tu peux recommencer avec d'autres dessins.



78. 1. *Trace un cercle de diamètre* AB.

2. *Trace une droite* d *sécante au cercle en deux points* C *et* D.

3. Appelons A' et B' les symétriques des points A et B par rapport à la droite d.

4. *Le cercle de diamètre* $A'B'$ *coupe la droite* d *; en quels points ?*

5. *Trace le cercle de diamètre* $A'B'$ *; que peut-on dire des deux cercles ?*

6. *Place un point* M *sur le cercle de diamètre* AB. *Où se trouve son symétrique ? Vérifie-le.*

79. *Trace deux droites* d *et* d' *perpendiculaires en un point* O.
Place deux points A *et* B *qui ne sont ni sur* d, *ni sur* d'.

1. *Trace les symétriques* A_1 *et* B_1 *de* A *et* B *par rapport à la droite* d.

2. *Trace les symétriques* A_2 *et* B_2 *de* A_1 *et* B_1 *par rapport à la droite* d'.

3. *Trace les segments* AA_2 *et* BB_2.
Que remarques-tu ?

4. *Que peux-tu dire du quadrilatère* ABA_2B_2 *?*

80. *Prends la feuille de manipulation numéro 2.*

1. *Sur le dessin numéro 2, Dupont est-il symétrique de Dupond par rapport à une droite ?*

2. *Sur le dessin numéro 3 les deux portraits sont-ils symétriques par rapport à une droite ?*

plans de l'espace

I – PLANS

1. *Pose une feuille de papier sur la table.*

Cette feuille de papier nous donne l'idée d'un PLAN. Pour cela il faut imaginer que cette feuille peut se prolonger.

Pose d'autres feuilles à côté pour en avoir une image.

Le plafond, le tableau donnent aussi l'idée de plans.

Dans la suite, tu auras besoin de deux morceaux de carton d'environ 8 cm par 5 cm. Tu peux les découper dans une feuille de bristol, dans une vieille carte, dans...

2. Plan vertical. Plan horizontal.

Un cube a six faces. Ces faces nous donnent encore l'idée de plans.

Pose un cube sur ta table.
Combien ce cube a-t-il de faces horizontales ? De faces verticales ?

II – PLANS PARALLELES

1. Plans horizontaux.

Pose un cube sur la table et pose une carte sur le cube.

La carte et la table représentent deux plans parallèles.

Refais la construction donnée par le schéma ci-contre, et reprends la feuille de manipulation numéro 7 dessin numéro 3.

1	1	2		
3	1			

Sur ta construction tu vois beaucoup de faces horizontales. Elles sont toutes parallèles.

Pour bien t'en rendre compte, place tes deux cartes sur deux de ces faces.

2. D'autres plans parallèles.

■ *Pose une carte contre la face* ABE *et une autre carte contre la face* UVXY.
Ces deux cartes représentent-elles des plans parallèles ?

■ *Place une carte qui s'appuie sur les arêtes* GI *et* QR.

Cette carte représente un plan.

Place l'autre carte qui s'appuie sur les arêtes UW *et* OP.

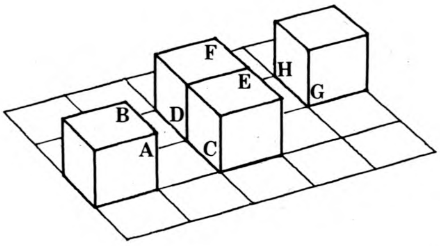
Tu vois que les deux plans sont parallèles.

■ *Trouve deux plans verticaux et parallèles.*
Regarde sur ta construction s'il est possible de trouver deux plans verticaux qui ne soient pas parallèles.

■ *Fais la construction suivante.*

		1		1
1		1		

Elle est représentée par le dessin.



Place une carte qui repose sur les arêtes AB *et* CD.
Place une autre carte qui repose contre les arêtes EF *et* GH.

Ces deux cartes représentent deux plans qui ne sont ni horizontaux ni verticaux. Ces deux plans sont aussi parallèles.

Essaie avec tes cartes de trouver deux autres plans parallèles qui ne sont ni horizontaux ni verticaux.

III – DROITE PERPENDICULAIRE A UN PLAN

Refais la construction dont le dessin est sur la feuille de manipulation numéro 7.

1. *Place le sommet du secteur droit de ton équerre sur le point* I, *un côté de l'équerre le long de la droite* GI *et l'autre côté le long de la droite* IO.
Fais tourner ton équerre autour de l'arête GI.

Tu vois que le deuxième côté de l'équerre reste dans le plan IMRO.

Penses-tu que la droite GI *est perpendiculaire à toutes les droites du plan* IMRO *passant par* I *?*

2. *Place le sommet du secteur droit de ton équerre sur le point* M, *un côté le long de la droite* GM *et l'autre côté le long de la droite* MR.

Peux-tu faire tourner ton équerre autour de la droite GM *de façon que le deuxième côté de l'équerre reste dans le plan* IMRO *?*

Penses-tu que la droite GM *est perpendiculaire à toutes les droites du plan* IMRO *passant par* M *?*

On dit que la DROITE GI est PERPENDICULAIRE AU PLAN IMRO. La droite GM n'est pas perpendiculaire au plan IMRO.

La manipulation que nous venons de faire te permet de comprendre que toute droite verticale est perpendiculaire à tout plan horizontal.

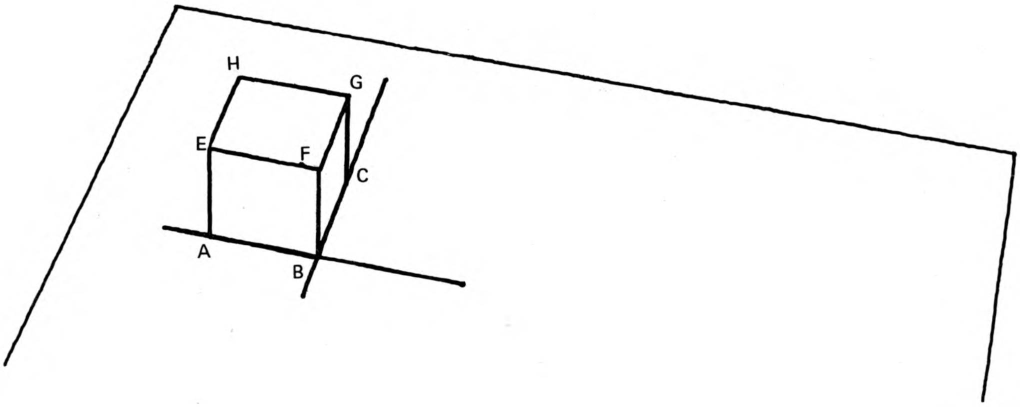
Choisis une droite horizontale.
Penses-tu que cette droite est perpendiculaire à tout plan vertical ?

3. *Mets une carte qui s'appuie sur l'arête* QT *et le point* F.
Vérifie à l'aide d'un crayon et de ton équerre que la droite KR *est perpendiculaire au plan de ta carte.*

Penses-tu que la droite BI *soit perpendiculaire au plan* IMQT *?*

IV – PLANS PERPENDICULAIRES

Trace deux droites perpendiculaires sur une feuille.
Pose un cube sur cette feuille, comme sur la figure.



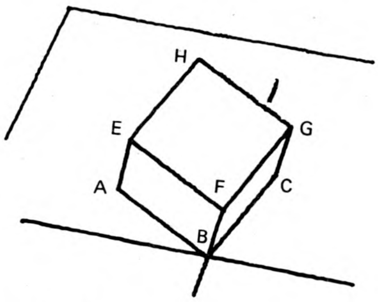
Tu vois que les plans EFBA et FGCB sont verticaux. Ils rencontrent la feuille de papier suivant les deux droites perpendiculaires que tu as tracées.

On dit que ces deux plans sont PERPENDICULAIRES.

Mets ton cube à peu près comme sur le dessin.

Les deux plans dont on a parlé ne sont plus verticaux. On dit pourtant encore que ces plans sont perpendiculaires.

Trouve des plans perpendiculaires sur ta construction.



Exercice.

Refais la construction de la feuille de manipulation numéro 7.
Dis dans chacun des cas suivants si les plans sont perpendiculaires.
GKHL *et* IMOR ; HLOR *et* QTR ; HLOR *et* UXR ; AEKG *et* VYWZ.

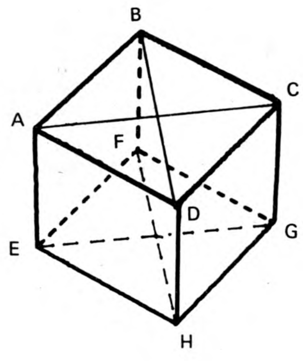
exercice

81. Le cube ci-contre est posé sur la face EFGH sur la table.

Nomme des plans verticaux autres que les faces.

Nomme une droite qui soit à la fois dans les plans ACGE *et* HDCG.

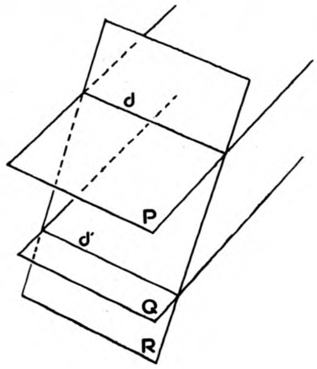
Nomme une droite qui soit à la fois dans le plan ABFE *et dans le plan* EGB *(cette droite n'est pas dessinée).*



82. La figure ci-contre représente trois plans P, Q et R.
Les plans P et Q sont parallèles.
La droite d est dans le plan P et dans le plan R.
La droite d′ est dans le plan Q et dans le plan R.

■ *Les droites* d *et* d′ *peuvent-elles avoir un point commun ? Pourquoi ?*

■ *Elles sont toutes deux dans le plan* R. *Que peux-tu dire de ces deux droites ?*



83. Le dessin ci-contre représente une construction comme celles que tu as déjà faites.

Si tu le peux, réponds aux questions sans refaire toi-même la construction avec tes cubes.

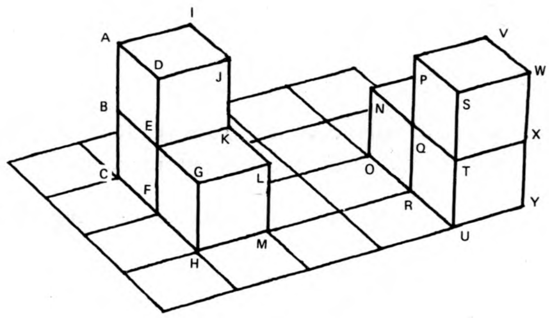
Nomme une droite parallèle à la droite SV.

Nomme une droite verticale perpendiculaire à la droite SV.

Nomme une droite horizontale perpendiculaire à la droite SV.

Les droites AJ *et* SV *se coupent-elles ? Sont-elles perpendiculaires ? Mêmes questions pour les droites* MP *et* SV.

Nomme une droite horizontale perpendiculaire à la droite EK.



84. Le dessin ci-dessus représente une construction comme celles que tu as déjà faites.

Si tu le peux, réponds aux questions sans refaire toi-même la construction avec tes cubes.

Nomme un plan horizontal.

Les plans GDJL *et* UPV *sont-ils parallèles ?*

Nomme une droite perpendiculaire au plan GDL *qui passe par* C. *Nomme une droite perpendiculaire au plan* GDJ *qui passe par* O. *Ces droites sont-elles parallèles ?*

Nomme un plan perpendiculaire au plan OQSW *qui ne soit pas vertical. Nomme un plan vertical perpendiculaire au plan* OQSW *; est-il perpendiculaire au plan* GDJL *?*

85. Voici le schéma d'une construction comme celles que tu as déjà faites.

Fais la construction correspondante avec tes cubes.

Trouve des plans horizontaux.

Trouve des plans verticaux perpendiculaires.

Trouve des droites parallèles qui ne soient pas horizontales.

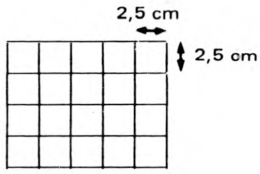
Trouve deux droites perpendiculaires qui ne soient ni horizontales, ni verticales.

	2		2	
	1		1	

des représentations des objets

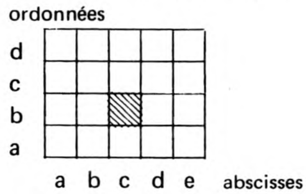
I – UN CODAGE

Reprenons le quadrillage que nous avons déjà utilisé.



Tu sais qu'on peut repérer les cases du quadrillage.

Par exemple :



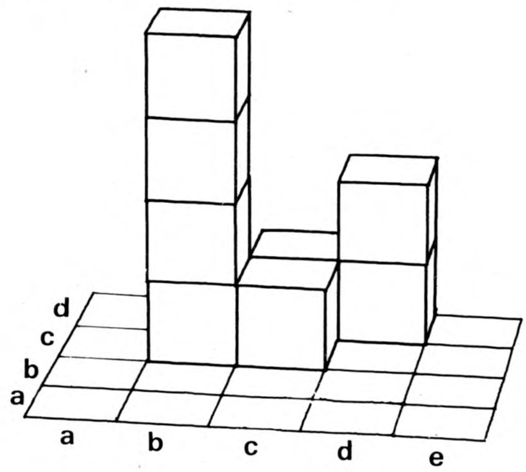
Pour désigner la case (c ; b) et dire qu'on veut y empiler 3 cubes, nous écrirons (c ; b ; 3) (on lit d'abord l'abscisse, puis l'ordonnée).

1. Voici le codage d'une construction.

(b ; c ; 4) ; (c ; c ; 1) ; (c ; d ; 1) ; (d ; d ; 2).

Réalise cette construction.

Voici un dessin de ce que tu devrais avoir construit.

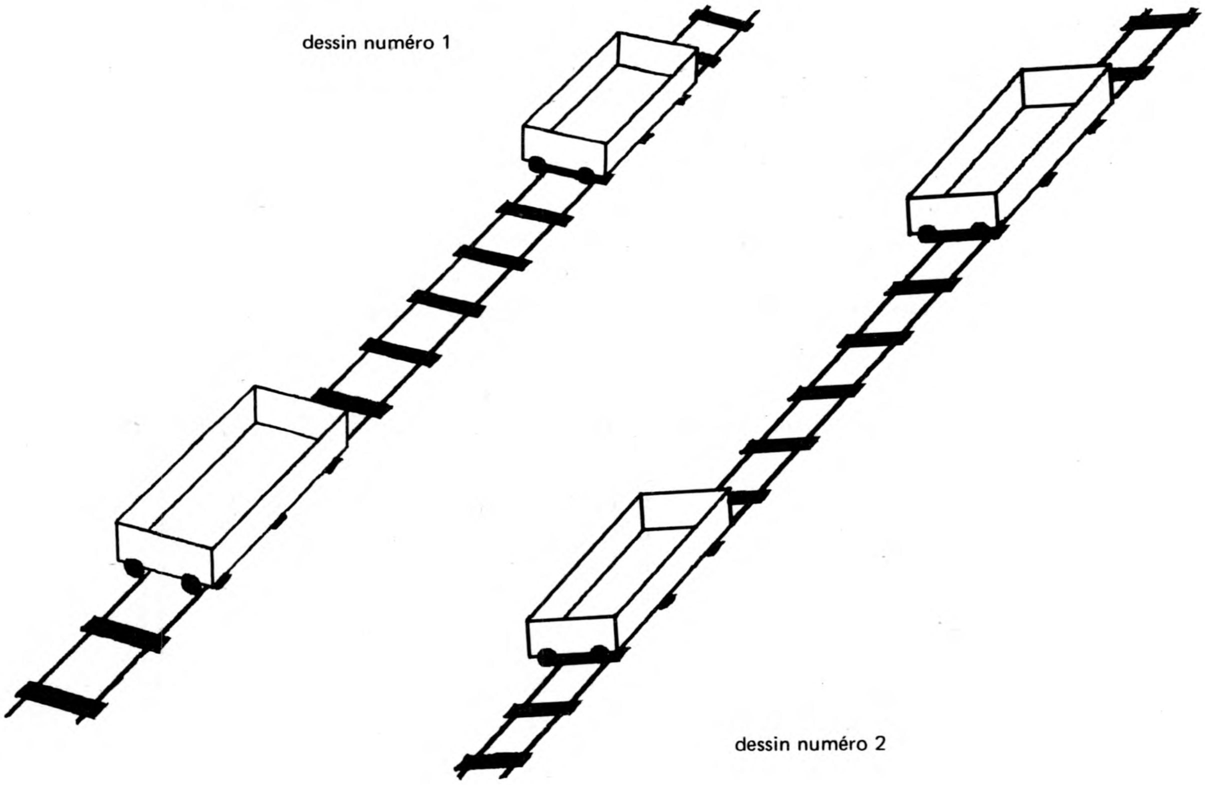


2. Exercice.

Invente une construction sur ton quadrillage.
Sur une feuille, écris le codage de ta construction.
Donne ta feuille à un camarade et demande lui de construire ton objet.
A-t-il fait la même chose que toi ?
Si la réponse est non, discute avec lui pour savoir s'il a mal compris ou si c'est toi qui a mal codé.

II – DEUX REPRESENTATIONS

Regarde le dessin numéro 1 en cachant le dessin numéro 2 (avec ta main ou une feuille de papier).
Fais la même chose pour le dessin numéro 2.



Ces deux dessins représentent la même chose. Mais nous avons pris des conventions différentes pour chaque dessin.

Prends une feuille de papier calque.
Pose-la sur un wagonnet du dessin numéro 2. Décalque-le.

Tu obtiens un dessin sur ta feuille de papier calque.

Peux-tu le faire coïncider avec l'autre wagonnet ?
Pourrais-tu faire la même chose avec le dessin numéro 1 ?

Sur le dessin numéro 2 les bords opposés d'un wagonnet sont-ils parallèles ?
Même question pour le dessin numéro 1.

Concluons.

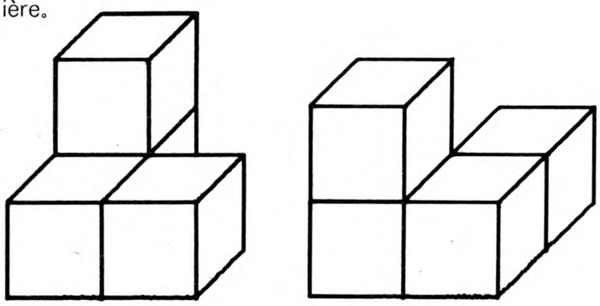
■ Pour le dessin numéro 2, la convention choisie est relativement simple :
Lorsque deux segments sont parallèles et de même longueur dans la réalité, on les dessine parallèles et de même longueur.

On dit que l'on a dessiné en PERSPECTIVE CAVALIERE.

■ Pour le dessin numéro 1, la convention est beaucoup plus compliquée. Le dessin ressemble à ce que l'on obtient avec un appareil photographique.

III – PERSPECTIVE CAVALIERE

1. Voici deux dessins en perspective cavalière.



Ils représentent des constructions faites avec des cubes.
Ils sont différents.

Que penses-tu de ces constructions ?

2. *Fais la construction correspondante.*
Les droites parallèles de ta construction sont-elles parallèles sur le dessin ?

Les arêtes d'un cube ont la même longueur.

En est-il de même sur le dessin ?

Toutes les faces d'un cube sont des carrés.

En est-il de même sur le dessin ?
Mesure les arêtes verticales sur le dessin. Que remarques-tu ?
Mesure les arêtes horizontales sur le dessin. Que remarques-tu ?

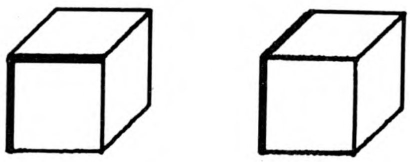
Comme nous l'avons déjà dit :

■ Deux segments qui sont parallèles et de même longueur dans la réalité, sont dessinés parallèles et de même longueur.

■ Par contre, deux segments qui ont la même longueur et qui ne sont pas parallèles dans la réalité sont

– dans certains cas dessinés de même longueur ;

– dans d'autres cas dessinés de longueurs différentes.



3. Exercice.

Voici un codage : (a ; b ; 2) ; (b ; b ; 1) ; (b ; c ; 3) ; (c ; d ; 2) ; (d ; c ; 1) et (e ; c ; 1).

Fais la construction correspondante.

Prends la feuille de manipulation numéro 7 dessin numéro 2.

Nous avons commencé le dessin en perspective cavalière de ta construction en dessinant les cubes qui sont sur les cases (c, d), (d, c) et (e, c).

Termine ce dessin.

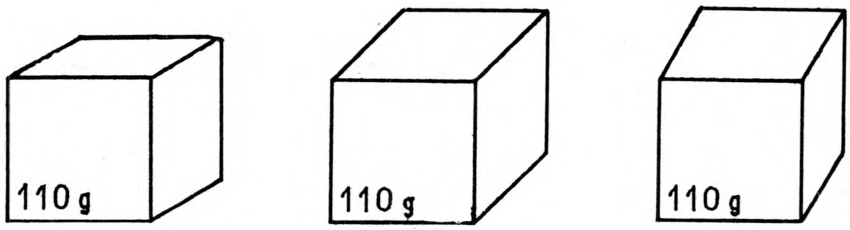
Tu vois qu'on peut utiliser du papier quadrillé pour faire du dessin en perspective cavalière.

IV – REMARQUES

1. Plusieurs dessins en perspective cavalière.

Voici trois dessins en perspective cavalière d'un même paquet, qui est un cube.

Quelles différences remarques-tu entre ces dessins ?



Pour ces dessins, comme pour tous les dessins en perspective cavalière, deux segments qui sont parallèles et de même longueur sont dessinés parallèles et de même longueur.

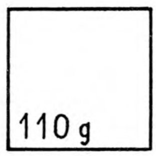
Le dessin du milieu est fait comme le dessin que tu as fait au paragraphe III.3 ; le dessin de droite est fait à peu près comme les dessins du chapitre *quelques exercices de classement.*

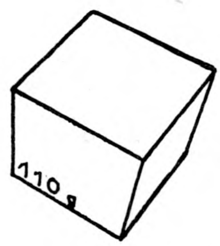
2. Pourquoi dessiner en perspective cavalière ?

En regardant le dessin des wagons en perspective cavalière, tu as peut-être trouvé qu'il est un peu bizarre : le wagon du fond semble un peu plus grand que celui de l'avant, les rails semblent s'écarter vers le fond.

Mais il est souvent beaucoup plus facile de dessiner en perspective cavalière qu'avec l'autre convention : tu n'as pas eu trop de mal à faire l'exercice du paragraphe III.3.

Et si on veut dessiner des inscriptions, il est plus commode de les dessiner droites. Pour photographier des inscriptions bien droites, il faut se mettre juste en face ; le dessin de gauche montre ce qu'on obtient : on ne voit pas que c'est un cube. Si on veut voir que c'est un cube, il faut se metre en biais ; mais alors les inscriptions sont aussi en biais : regarde le dessin de droite.





exercice

86. Le dessin du paragraphe I n'est pas un dessin en perspective cavalière.

Dessine la construction représentée en perspective cavalière ; tu utiliseras du papier quadrillé, comme tu l'as fait au paragraphe III.3 (page 91).

diviseurs communs

I – DIVISEURS COMMUNS A DEUX NOMBRES

1. Diviseurs communs aux nombres 48 et 72.

Tu sais qu'on trouve 48 et 72 dans la table de multiplication de 8.

$48 = 8 \times 6$	$72 = 8 \times 9$
8 est un diviseur de 48.	**8 est un diviseur de 72.**

On peut dire que 8 est un DIVISEUR COMMUN **à 48 et à 72.**

Trouve d'autres diviseurs communs à 48 et à 72.

Tu as écrit plusieurs diviseurs communs à 48 et à 72.
Pour le moment, nous ne savons pas si tu les as trouvés tous.

2. Recherche de tous les diviseurs communs à 48 et à 72.

Ecris l'ensemble D_{48} *des diviseurs de 48.*
Ecris l'ensemble D_{72} *des diviseurs de 72.*
Ecris l'ensemble $D_{48} \cap D_{72}$.

Tu as trouvé tous les diviseurs communs à 48 et à 72.
Tu vois qu'il y en a un plus grand que tous les autres : c'est 24.

On dit que 24 est le PLUS GRAND DIVISEUR COMMUN **à 48 et à 72.**

3. Propriété du plus grand diviseur commun à 48 et à 72.

Ecris l'ensemble D_{24} *des diviseurs de 24.*
Compare cet ensemble avec l'ensemble $D_{48} \cap D_{72}$.

Tu constates que les diviseurs communs à 48 et à 72 sont les diviseurs de 24.

Tu vois qu'il est facile de trouver TOUS les diviseurs communs à deux nombres lorsqu'on connait leur plus grand diviseur commun.

Par exemple, 14 est le plus grand diviseur commun à 84 et à 154.

Trouve tous les diviseurs communs à 84 et à 154.

II – RECHERCHE DES DIVISEURS COMMUNS A DEUX NOMBRES

Nous venons d'apprendre que pour trouver les diviseurs communs à deux nombres, il suffit d'écrire :

- **l'ensemble des diviseurs du premier,**
- **l'ensemble des diviseurs du second,**
- **l'intersection de ces deux ensembles.**

Nous allons voir, dans ce paragraphe, quelques méthodes qui permettent souvent d'aller plus vite.

1. L'un des deux nombres est un multiple de l'autre.

Nous voulons, par exemple, trouver les diviseurs communs à 16 et à 48.

Vérifie que 48 *est un multiple de* 16.

Le nombre 16 est un diviseur de 48. Mais c'est aussi un diviseur de 16. C'est donc un diviseur commun à 16 et à 48, et c'est le plus grand.

Pourquoi ?

Tu vois que le plus grand diviseur commun à 16 et à 48 est 16. C'est le plus petit des deux nombres.
Tu sais maintenant trouver tous les diviseurs communs à 16 et à 48.

Fais-le.

Exercice.

Vérifie que cette méthode s'applique à chacun des cas suivants :

12 *et* 36 ; 3 *et* 15 ; 14 *et* 56.

Pour chaque cas, cherche les diviseurs communs aux deux nombres.

2. En utilisant la liste des diviseurs du plus petit des deux nombres.

Nous voulons, par exemple, trouver les diviseurs communs à 36 et à 54.

Ecris l'ensemble D_{36} *des diviseurs de* 36.

Les diviseurs communs à 36 et à 54 sont des diviseurs de 36. Ils sont donc dans la liste que tu viens d'écrire.
Il nous reste à savoir si ces nombres sont des diviseurs de 54.

Essaie-les un par un en commençant par le plus grand mais arrête-toi dès que tu crois avoir trouvé le plus grand diviseur commun à 36 *et à* 54.

Nous pensons que 18 est le plus grand diviseur commun à 36 et à 54.

Es-tu d'accord avec nous ?
Ecris tous les diviseurs communs à 36 *et à* 54.

Exercice.

En utilisant cette méthode, cherche les diviseurs communs à 75 *et à* 125, *à* 140 *et à* 245.

3. Nombres étrangers.

Nous voulons trouver les diviseurs communs à 15 et à 28.

Ecris l'ensemble D_{15} *des diviseurs de* 15.
Regarde si ces nombres sont des diviseurs de 28.

Tu as certainement trouvé que 15 et 28 n'ont pas d'autres diviseurs communs que 1.
On dit que ces nombres sont ETRANGERS.

Exercices.

■ *Les nombres* 14 *et* 25 *sont-ils étrangers ? Et les nombres* 24 *et* 36 *? Et les nombres* 12 *et* 14 *? Et les nombres* 18 *et* 37 *?*

■ *Choisis un nombre premier et un autre nombre.*
Penses-tu que ces deux nombres soient étrangers ?

4. Une autre méthode.

Nous voulons, par exemple, trouver les diviseurs communs à 240 et 540.
Pour cela nous écrivons 240 et 540 sous forme de produits de facteurs.

Les nombres 240 et 540 ont des diviseurs communs : 10 par exemple ---→	$240 = 24 \times 10$	$540 = 54 \times 10$
Les nombres 24 et 54 ont encore des diviseurs communs : 2 par exemple. **On continue** ---→	$240 = 12 \times 2 \times 10$	$540 = 27 \times 2 \times 10$
	$240 = 12 \times 20$	$540 = 27 \times 20$
Les nombres 12 et 27 ont encore des diviseurs communs : 3 par exemple. **On continue** ---→	$240 = 4 \times 3 \times 20$	$540 = 9 \times 3 \times 20$
	$240 = 4 \times 60$	$540 = 9 \times 60$

Les nombres 4 et 9 sont étrangers. **On s'arrête.**

Nous sommes assurés que les nombres 240 et 540 n'ont pas de plus grand diviseur commun que 60.

Ecris tous les diviseurs communs à 240 *et à* 540.

Exercice.

En utilisant cette méthode, trouve tous les diviseurs communs à 105 *et à* 80, *à* 175 *et à* 140.

5. Exercice.

En utilisant la méthode qui te semble la plus commode, trouve les diviseurs communs aux nombres : 28 *et* 35 ; 15 *et* 56 ; 18 *et* 54 ; 234 *et* 286.

6. Diviseurs communs à trois nombres.

- Voici trois nombres : 28, 70 et 84.

  Ecris D_{28} ; D_{70} *et* D_{84}.
  Trouve tous les diviseurs communs à 28, *à* 70 *et à* 84.

- *Cherche tous les diviseurs communs aux nombres* 30, 60 *et* 45.

exercices

87. *Ecris l'ensemble* D_{18} *des diviseurs de* 18 *et l'ensemble* D_{42} *des diviseurs de* 42.
Ecris $D_{18} \cap D_{42}$.
Quel est le plus grand diviseur commun à 18 *et à* 42 *?*
Trouve l'ensemble des diviseurs de ce plus grand diviseur commun.

88. *Trouve le plus grand diviseur commun à* 45 *et à* 75.
Trouve l'ensemble des diviseurs communs à 45 *et à* 75.

89. *Utilise la méthode qui te paraît la plus rapide pour trouver l'ensemble des diviseurs communs à* 132 *et à* 156.

90. *Trouve l'ensemble des diviseurs communs à* 1 530 *et à* 10 890.

91. *Les nombres 32 et 45 sont-ils étrangers ? Et 25 et 90 ? Et 72 et 84 ? Et 48 et 75 ?*

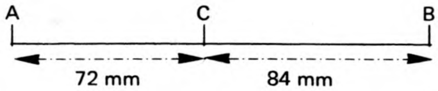
92. *Ecris l'ensemble* D_{120} *des diviseurs de 120. L'ensemble* D_{180} *des diviseurs de 180. L'ensemble* D_{270} *des diviseurs de 270.*

Ecris l'ensemble des diviseurs communs à 180, à 120 et à 270.
Quel est le plus grand diviseur commun à 180, à 120 et à 270.

93. *Calcule le plus grand diviseur commun à 96 et à 108.*
Calcule le plus grand diviseur commun à ce nombre et à 72.
Calcule le plus grand diviseur commun à 108 et à 72.
Calcule le plus grand diviseur commun à ce nombre et à 96.
Que remarques-tu ?

Tu as trouvé le plus grand diviseur commun à 96, à 108 et à 72.

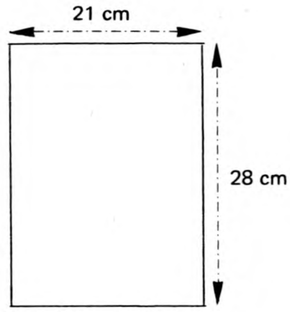
94. *Reproduis le dessin ci-contre en vraie grandeur.*



Il s'agit de placer sur le segment AB une échelle régulière en respectant les consignes suivantes :

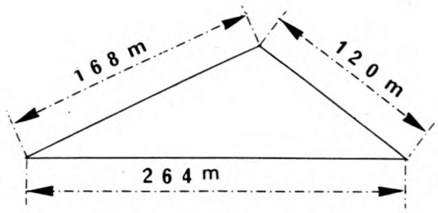
- les points A, B, C sont des barreaux ;
- la longueur d'un échelon est un nombre entier de millimètres ;
- la longueur d'un échelon est la plus grande possible.

Quelle longueur doit-on donner aux échelons ?
Si tu ne tiens plus compte de la troisième consigne peux-tu trouver d'autres solutions à ce problème ?



95. Le dessin ci-contre représente une feuille de papier.
Il s'agit de quadriller cette feuille de papier par des carrés dont le côté est un nombre entier de centimètres.

Que proposes-tu ?



96. Le dessin ci-contre représente un terrain triangulaire.
On veut planter des arbres autour de ce terrain.
Les arbres doivent être équidistants.

Quelle est la solution qui conduit à planter le moins d'arbres possibles ?

multiples communs

Tu sais que zéro est un multiple de tous les nombres. Dans ce chapitre, nous ne nous intéressons pas à ce multiple.

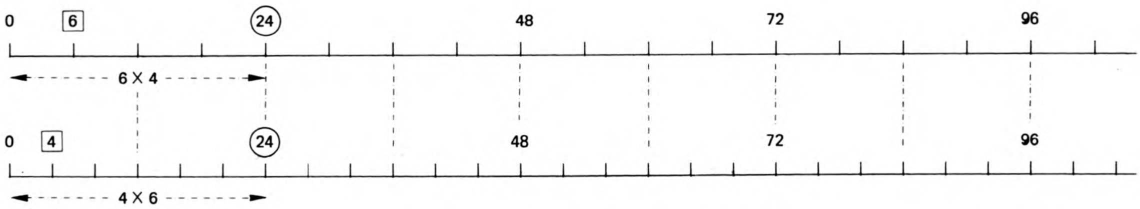
I – MULTIPLES COMMUNS A DEUX NOMBRES

1. Un exemple.

Tu sais que $4 \times 6 = 24$.
Le nombre 24 est un multiple de 4. C'est aussi un multiple de 6.

On dit que 24 est un MULTIPLE COMMUN à 4 et à 6.

Ecris des multiples de 24.
Penses-tu que ces nombres sont des multiples communs à 4 et à 6 ?



Tu vois que les nombres 4 et 6 ont beaucoup de multiples communs.

Penses-tu qu'on puisse les écrire tous ?

2. Recherche du plus petit multiple commun à 4 et à 6.

Regarde de nouveau le dessin du paragraphe précédent.

Sur la première échelle, les barreaux ont pour abscisses les multiples de 6 jusqu'à 102.
Sur la seconde échelle, les barreaux ont pour abscisses les multiples de 4 jusqu'à 104.

Quels sont les multiples communs à 4 et à 6 qu'on peut lire sur le dessin ?
Le nombre 24 est-il le plus petit de ces multiples communs ?

On dit que 12 est le PLUS PETIT MULTIPLE COMMUN à 4 et à 6.

3. Propriété du plus petit multiple commun.

Fais la liste des multiples de 12 jusqu'à 96.
Compare cette liste à celle des multiples communs à 4 et à 6 que tu as trouvée au paragraphe précédent.
Choisis un multiple de 12 supérieur à 120.
Est-ce que c'est un multiple commun à 4 et à 6 ?

Il est facile de comprendre qu'il en est ainsi pour tous les multiples de 12.

Les multiples communs aux deux nombres 4 et 6 sont les multiples de leur plus petit multiple commun 12.

Exercice.

Donne la liste de tous les multiples communs à 4 et à 6 inférieurs à 200.
Donne la liste de tous les multiples communs à 4 et à 6 compris entre 150 et 250.

II – RECHERCHE DE MULTIPLES COMMUNS

1. L'un des nombres est un multiple de l'autre.

Nous voulons, par exemple, trouver le plus petit multiple commun à 12 et à 36.
Tu sais que 36 est un multiple de 12 puisque $36 = 12 \times 3$.
Le nombre 36 est aussi un multiple de 36 et c'est le plus petit multiple de 36.
Nous avons trouvé le plus petit multiple commun à 12 et à 36. C'est 36, le plus grand des deux nombres.

Exercices.

- *Trouve tous les multiples communs à 12 et à 36 compris entre 350 et 450.*
- *Trouve le plus petit multiple commun à 15 et à 45 ; à 26 et à 78.*
- *Choisis un nombre.*
  Trouve le plus petit multiple commun à ce nombre et à 1.

2. Les deux nombres sont étrangers.

Donne la liste des dix premiers multiples de 7.
Donne la liste des dix premiers multiples de 9.
Quel est le plus petit multiple commun à 7 et à 9.

Les deux nombres 7 et 9 sont étrangers et tu vois que leur plus petit multiple commun est 63, c'est-à-dire 7×9.

Lorsque deux nombres sont étrangers, leur plus petit multiple commun est leur produit.

Exercice.

Donne le plus petit multiple commun à 15 et à 28.
Donne tous les multiples communs à 15 et à 28 inférieurs à 1 000.

3. En utilisant la liste des multiples du plus grand des deux nombres.

Nous voulons, par exemple, trouver le plus petit multiple commun à 32 et à 72.

Est-ce que 72 est un multiple de 32 ?
Calcule 72×2. Est-ce que ce nombre est un multiple de 32 ?
Calcule 72×3. Est-ce que ce nombre est un multiple de 32 ?
Continue jusqu'à ce que tu trouves un multiple de 32.
Penses-tu avoir trouvé le plus petit multiple commun à 32 et à 72 ?

Remarque.

On aurait pu tout aussi bien essayer les multiples de 32 jusqu'à ce qu'on trouve un multiple de 72. Comme 32 est plus petit que 72, cela nous aurait conduit à un plus grand nombre d'essais.

Exercices.

- *Calcule par cette méthode le plus petit multiple commun à 12 et à 90.*
  Donne tous les multiples communs à 12 et à 90 compris entre 500 et 1 000.

- *Mêmes questions pour les nombres 30 et 18.*

4. Autre méthode.

Nous voulons, par exemple, trouver le plus petit multiple commun à 378 et à 504. Pour cela, nous écrivons 378 et 504 sous forme de produits de facteurs. Pour commencer, on peut remarquer que 378 et 504 sont divisibles par 9.

$378 = 42 \times 9$ $\qquad$ $504 = 56 \times 9$

$$9 \xrightarrow{\times 42} 378 \xrightarrow{\times 56} 21\,168$$

$$9 \xrightarrow{\times 56} 504 \xrightarrow{\times 42} 21\,168$$

21 168 est un multiple commun à 378 et à 504. Ce n'est pas le plus petit parce que 56 et 42 ont encore des diviseurs communs : 2 par exemple. **On continue.**

$378 = 21 \times 2 \times 9$ $\qquad$ $504 = 28 \times 2 \times 9$

$378 = 21 \times 18$ $\qquad$ $504 = 28 \times 18$

$$18 \xrightarrow{\times 21} 378 \xrightarrow{\times 28} 10\,584$$

$$18 \xrightarrow{\times 28} 504 \xrightarrow{\times 21} 10\,584$$

10 584 est un multiple commun à 378 et à 504. Ce n'est pas le plus petit parce que 21 et 28 ont encore des diviseurs communs : 7 par exemple. **On continue.**

$378 = 3 \times 7 \times 18$ $\qquad$ $504 = 4 \times 7 \times 18$

$378 = 3 \times 126$ $\qquad$ $504 = 4 \times 126$

$$126 \xrightarrow{\times 3} 378 \xrightarrow{\times 4} 1\,512$$

$$126 \xrightarrow{\times 4} 504 \xrightarrow{\times 3} 1\,512$$

1 512 est un multiple commun à 378 et à 504. **C'est le plus petit parce que 3 et 4 sont étrangers. On s'arrête.**

Le plus petit multiple commun à 378 et à 504 est donc le nombre

$$126 \times 3 \times 4 \quad \text{c'est-à-dire} \quad 1\,512.$$

Bien entendu, lorsqu'on utilise cette méthode, on n'écrit pas la colonne de droite.

Exercices.

- *Trouve un multiple commun à* 378 *et à* 504 *supérieur à* 3 000.
- *Utilise cette méthode pour trouver le plus petit multiple commun à* 144 *et à* 96 *;* *à* 189 *et à* 162.

5. Exercice.

En utilisant la méthode qui te semble la plus commode, trouve le plus petit commun multiple aux nombres : 20 *et* 60 *;* 24 *et* 54 *;* 12 *et* 35 *;* 168 *et* 588.

6. Multiples communs à trois nombres.

Calcule $4 \times 5 \times 6$.

Le nombre que tu as trouvé est un multiple commun à 4, à 5 et à 6.

Donne d'autres multiples communs à 4, *à* 5 *et à* 6.

Il existe un multiple commun à 4, à 5 et à 6 plus petit que 120.

Trouve-le.

Exercice.

Trouve le plus petit multiple commun aux nombres 18, 24 *et* 54.

97. *Ecris l'ensemble des multiples de 18 inférieurs à 200.*
Ecris l'ensemble des multiples de 15 inférieurs à 200.
Ecris l'ensemble des multiples de 6 inférieurs à 200.
Ecris l'ensemble des multiples communs à 18 à 15 et à 6 inférieurs à 200.
Quel est le plus petit multiple commun à 18 à 15 et à 6 ?

98. *Calcule le plus petit multiple commun à 21 et à 24.*
Calcule le plus petit multiple commun à ce nombre et à 30.
Calcule le plus petit multiple commun à 24 et à 30.
Calcule le plus petit multiple commun à ce nombre et à 21.
Que remarques-tu ?

Tu as trouvé le plus petit multiple commun à 21 à 24 et à 30.

99. *Quel est le plus petit multiple commun à 17 et à 51 ?*
Trouve tous les multiples communs à 17 et à 51 supérieurs à 100 et inférieurs à 300.

100. *Trouve tous les multiples communs à 175 et à 525 supérieurs à 2 000 et inférieurs à 4 000.*

101. *Trouve tous les multiples communs à 1 et à 9 supérieurs à 20 et inférieurs à 60.*

102. *Ecris tous les multiples communs à 12 et à 42 supérieurs à 100 et inférieurs à 300.*

103. *Trouve le plus petit multiple commun à 21 et à 25.*
Trouve tous les multiples communs à 21 et à 25 supérieurs à 1 000 et inférieurs à 3 200.

104. *Anatole dit à Barnabé : «Voilà un paquet de moins de 100 cartes. Si j'en fais des paquets de 15 cartes, puis des paquets de 12, il me reste toujours 2 cartes. Combien y a-t-il de cartes dans le paquet ?*
Aide Barnabé à trouver la réponse.

105. *Dessine un cercle. Partage-le en seize parties égales. Appelle A un des points obtenus.*

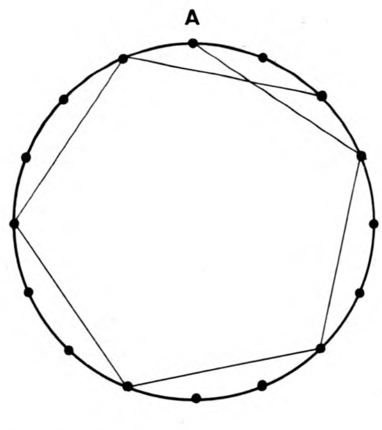
Tu vas joindre les points «3 par 3» comme sur la figure.

Tu vois que nous avons fait un tour et que l'on n'est pas retombé sur le point A.

Au bout de combien de «tours» retombes-tu sur le point A ?

Même question en joignant les points «6 par 6».

Et en les joignant 4 par 4 ?

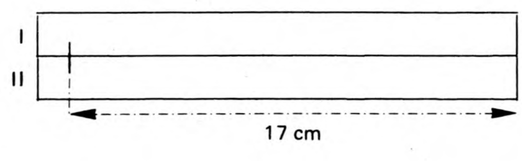


106. Deux règles graduées par **N**, sont placées comme l'indique la figure.

Sur le dessin, les barreaux ont été effacés, mais on sait que :

1. Sur la règle I, les échelons mesurent 8 mm.
2. Sur la règle II, les échelons mesurent 10 mm.

Quels sont les barreaux des deux règles qui sont face à face ?.

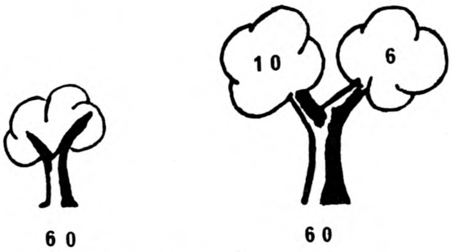


Autres exercices page 199.

des arbres et des nombres

1. Etude d'un exemple.

Tu sais que $60 = 10 \times 6$.
Illustrons cela par un dessin.

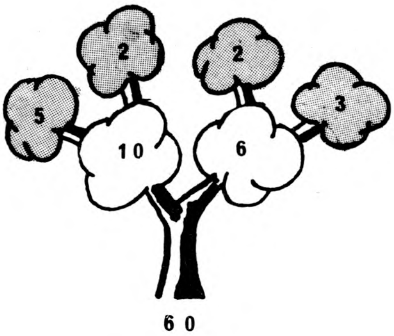


$60 = 10 \times 6$.

Les nombres 6 et 10 ne sont pas des nombres premiers et tu sais que :

$10 = 2 \times 5$ et $6 = 2 \times 3$.

Continuons notre dessin.



$60 = 5 \times 2 \times 2 \times 3$.

$60 = 10 \times 6$.

Tu vois maintenant, que les nombres inscrits au bout des branches de notre arbre sont des nombres premiers.

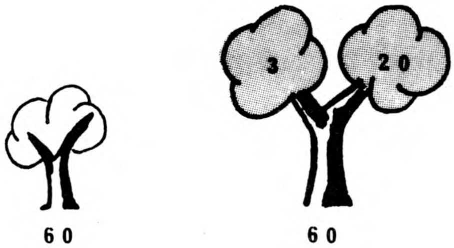
Nous avons hachuré les feuilles où sont inscrits les nombres premiers. On peut donc écrire que :

$$60 = 5 \times 2 \times 2 \times 3.$$

On dit qu'on a décomposé 60 en un produit de facteurs premiers.

Puisque 60 a d'autres diviseurs que 10 et 6, on aurait pu commencer autrement.

Par exemple, si on remarque d'abord que $60 = 3 \times 20$, on illustrera ceci par le dessin :



Nous avons hachuré la feuille du 3 puisque 3 est un nombre premier.

Recopie l'arbre et continue.
N'oublie pas de colorier les feuilles où sont les facteurs premiers.
As-tu trouvé les mêmes facteurs premiers que la première fois ?

Tu sais aussi que $60 = 4 \times 15$.
Fais le même travail.
As-tu encore trouvé les mêmes facteurs premiers que la première fois ?

Tous les nombres qui ne sont pas premiers se décomposent ainsi en un produit de facteurs premiers.

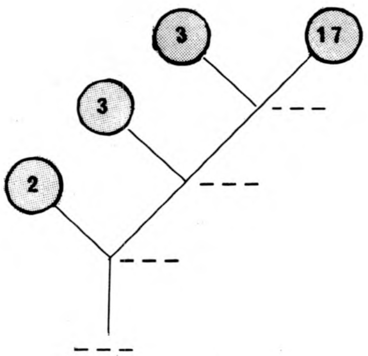
Nous admettrons qu'on trouve toujours au bout des branches les mêmes facteurs premiers.

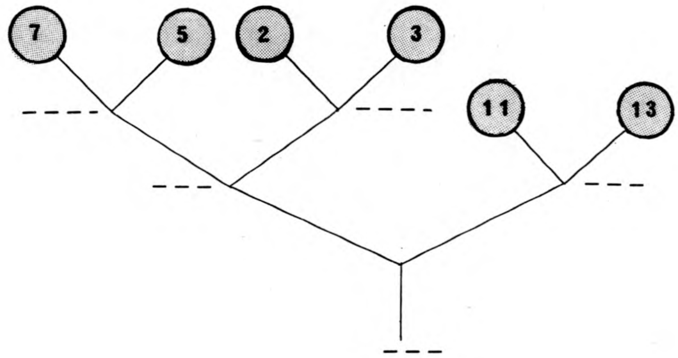
2. Exercice.

Décompose en produit de facteurs premiers : 72, 128, 98 *et* 102.

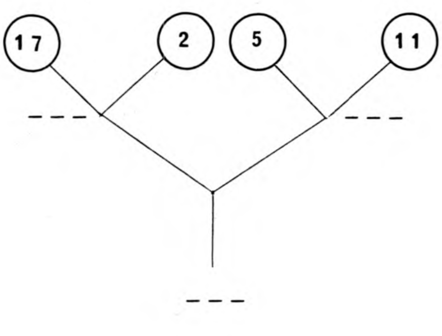
3. Exercices.

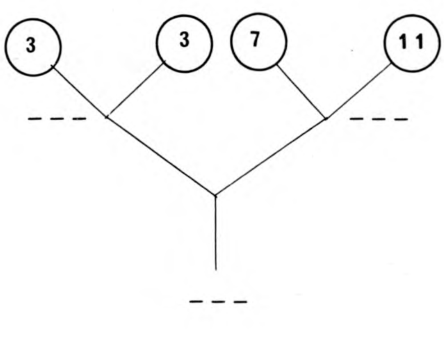
Ecris la décomposition, en produit de facteurs premiers, des nombres illustrés par ces arbres et retrouve ces nombres. Pour cela, recopie et complète.





Même exercice pour les arbres ci-dessous.





décomposer en produit de facteurs premiers

Nous avons déjà appris à décomposer un nombre en produit de facteurs premiers. Pour cela, nous avons dessiné des arbres.

Voici d'autres méthodes.

I – UNE PREMIERE METHODE

1. Exercice

Nous voulons décomposer le nombre 306 en produit de facteurs premiers.

Tu sais que 306 est divisible par 3 qui est un nombre premier.

Nous avons divisé 306 par 3

et trouvé 102 comme quotient.
Le nombre 102 est divisible par 2.
Le quotient est 51.
Le nombre 51 est divisible par 3.
Le quotient est 17 qui est un nombre premier.
Nous avons encore divisé 17 par 17.

Le quotient est 1.

306	3			
0	102	2		
	0	51	3	
		0	17	17
			0	1

Nous sommes donc assurés que 306 n'a plus de diviseurs premiers et nous pouvons écrire que :

$$306 = 3 \times 2 \times 3 \times 17.$$

2. Disposition pratique.

Ce qui nous intéresse ici, ce sont les nombres qui sont sur le fond gris.

On peut disposer directement comme ci-contre.

quotients successifs	diviseurs premiers
—	—
306	3
102	2
51	3
17	17
1	

C'est très pratique surtout lorsqu'on fait les divisions de tête.

3. A toi.

Utilise la même méthode pour décomposer en produit de facteurs premiers les nombres :

825 ; 428 ; 972.

II – UNE AUTRE METHODE

Voici une méthode, très simple, bien commode dans certains cas.

Décompose 10 *en produit de facteurs premiers.*

Tu sais que $100 = 10 \times 10$.
On peut donc écrire que :

$$100 = 2 \times 5 \times 2 \times 5$$

et on a trouvé la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 100.

De la même manière, donne la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres 1 000 *et* 100 000.

Recopie et complète :

$$\begin{aligned} 1\,400 &= 14 \times 100 \\ &= \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \end{aligned}$$

(Tu dois écrire des nombres premiers à la place des pointillés).

Fais le même travail pour les nombres :

15 000 ; 4 300 ; 51 000 ; 720.

exercices

107. *Décompose en un produit de nombres premiers les nombres suivants.*

8 et 9 ; 39 et 12 ; 54 et 35.

Peux-tu maintenant décomposer en produit de facteurs premiers,

8×9 ; 39×12 ; 54×35 ?

108. *Décompose en un produit de facteurs premiers.*

$9 \times 18 \times 26$; 45×100 ; 48×52 ; 47×125 ; 146 ; 16 335 ;
2 184 ; 12×12.

109. *Décompose en un produit de facteurs premiers les naturels suivants.*

1 029 ; 1 780 ; $9 \times 13 \times 17$; $7 \times 48 \times 3 \times 24$; 276 ; 3 150 ;
5 145 ; 2 835 ; 632 ; 180 ; 1 728.

110. Voici quatre nombres premiers. 2 ; 3 ; 5 ; 7.

Ecris tous les nombres que l'on peut former en multipliant deux de ces nombres.
Combien de nombres peut-on former en multipliant trois de ces nombres ?

exercice — propriétés de la multiplication

111. *Calcule.*

$0{,}2 \times 0{,}03 \times 3{,}4$; $11{,}2 \times (-0{,}07) \times (-6)$; $4 \times (-192{,}78) \times (-0{,}25)$;
$5 \times 18{,}4 \times 0{,}02$; $0{,}8 \times 23{,}852 \times (-1{,}25)$; $0{,}08 \times (-0{,}125) \times 23\,852$.

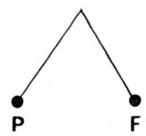
des jeux de hasard

I – JEU DE PILE OU FACE

1. On joue une fois.

Lorsqu'on lance une pièce de monnaie, on peut obtenir deux résultats : pile ou face. Nous désignerons ces résultats par P et F.

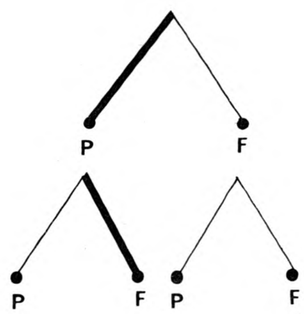
Nous avons représenté cela par un arbre.



L'ensemble des résultats possibles est {P ; F}.

2. On joue deux fois.

Si on lance la pièce de monnaie deux fois de suite, il y a quatre résultats possibles : l'arbre ci-contre te le montre.



Par exemple, le chemin marqué en trait fort illustre le résultat :

«on a obtenu pile au premier tirage et face au second».

Nous désignerons ce résultat par PF.

L'ensemble des résultats possibles est :

{PP ; PF ; FP ; FF}.

3. On joue trois fois.

Si on lance la pièce de monnaie trois fois de suite, il y a huit résultats possibles. Nous avons appelé A l'ensemble de ces résultats et commencé à écrire que :

A = {PPP ; ....}.

Termine ce travail. Tu peux t'aider d'un arbre.

4. On intéresse le jeu.

On joue à pile ou face trois fois de suite et on décide que :

– toutes les fois que pile figure dans le résultat on perd 1 franc et on dit que le gain est -1 ;

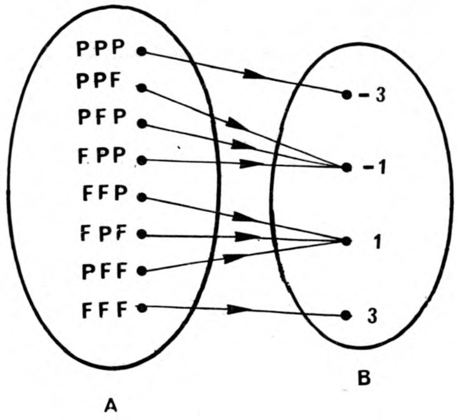
– toutes les fois que face figure dans le résultat on gagne 1 franc et on dit que le gain est 1.

Ainsi, par exemple au résultat PPF est associé le gain $(-1) + (-1) + 1$, c'est-à-dire -1.

Calcule le gain associé à chacun des huit résultats.

Appelons B l'ensemble $\{-3\,;-1\,;1\,;3\}$.

Nous avons défini une application de l'ensemble A vers l'ensemble B.

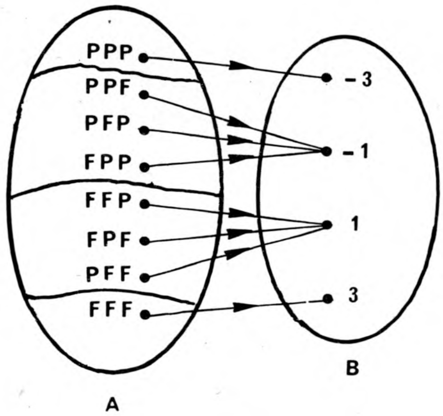


Cette application est illustrée par le dessin ci-contre.

Ecris l'ensemble de tous les résultats pour lesquels le gain est 1.

Même question pour -1.
Même question pour -3.
Même question pour 3.

Tu as partagé l'ensemble A en quatre sous-ensembles.

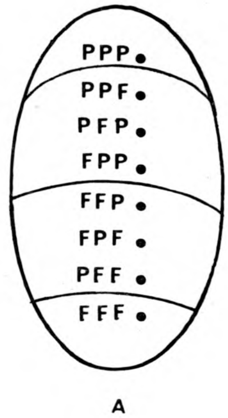


Quelle est l'intersection de deux de ces sous-ensembles ?

On dit que tu as fait une PARTITION de l'ensemble A.

Tu remarques que tout élément de l'ensemble A appartient **à une des quatre parties et à une seule.**

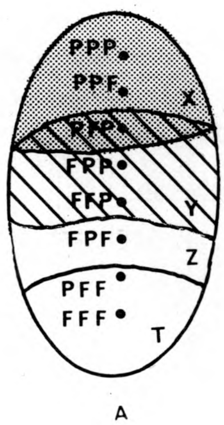
Regardons bien notre ensemble A.



Pour traduire que deux éléments appartiennent à une même partie, on dit que ces deux éléments sont en RELATION. Par exemple PPF est en relation avec FPP.

Donne d'autres exemples.

Cette relation, liée à la partition est appelée RELATION D'EQUIVALENCE dans l'ensemble A.



Dans notre jeu, tu vois que deux éléments sont en relation lorsqu'ils donnent le même gain.

Remarque.

Regarde le dessin ci-contre.

Tu vois que X, Y, Z et T sont quatre sous-ensembles de l'ensemble A.

L'élément PFP appartient à X et à Y, donc ce partage de l'ensemble A n'est pas une partition.

II – UN JEU DE MOTS

Dans une boîte, il y a douze plaquettes sur lesquelles sont inscrits des mots.

Appelons A l'ensemble de ces douze plaquettes.

A chaque plaquette, on associe le nombre de lettres du mot inscrit sur la plaquette.

QUAND	ON	DEPASSE
LES	BORNES	IL
N'	Y	A
PLUS	DE	LIMITES

On définit ainsi une application dont la source est l'ensemble A.

Cherche l'image de chacun des éléments de l'ensemble A.

Appelons B l'ensemble $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7\}$.

Comme au paragraphe précédent, illustre cette application par un dessin.
Fais apparaître sur ton dessin la partition de l'ensemble A *associée à cette application.*

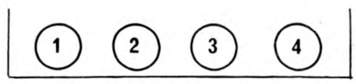
Cette partition définit une relation d'équivalence dans l'ensemble A.

Recopie et complète :

«deux mots sont liés par cette relation si..........».

III – UN JEU DE BOULES

Dans une boîte, il y a 4 boules numérotées 1, 2, 3 et 4.

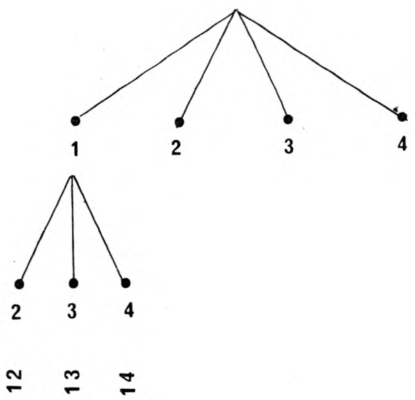


On tire une boule au hasard, et on note son numéro.

Puis, sans remettre la première boule dans l'urne, on en tire une seconde.

On note 4 1 le résultat où on obtient 4 au premier tirage et 1 au second tirage et on lit ce résultat «quatre, un» et non pas «quarante et un».

Nous avons commencé de dessiner ci-contre, l'arbre des résultats possibles.



Ecris l'ensemble A *de tous les résultats possibles.*

A chacun de ces résultats, on associe la différence entre le premier numéro tiré et le second. Cette différence peut être négative.

Ainsi par exemple, au résultat 2 4 on associe le nombre -2 puisque $2 - 4 = -2$.

On définit ainsi une application dont la source est l'ensemble A.

Cherche l'image de chacun des éléments de l'ensemble A.

Appelons B l'ensemble $\{-3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; 3\}$.

Illustre l'application par un dessin.
Fais apparaître sur ton dessin la partition de l'ensemble A *associée à cette application.*

Cette partition définit une relation d'équivalence dans l'ensemble A.

Recopie et complète :

«deux résultats sont liés par cette relation si.........».

IV – UN JEU DE DES

Lorsqu'on jette un dé, il y a évidemment six résultats possibles et l'ensemble des résultats est $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

On décide de jeter le dé deux fois de suite.
On note 56 le résultat où on obtient 5 au premier jet et 6 au second et on lit ce résultat «cinq, six».

Ecris l'ensemble A *de tous les résultats possibles.*

A chacun de ces résultats, on associe la somme des deux nombres tirés. Par exemple, au résultat 56, on associe 11.

On définit ainsi une application dont la source est l'ensemble A.

Cherche l'image de chacun des éléments de l'ensemble A.

Appelons B l'ensemble $\{2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$.

Illustre l'application par un dessin.
Fais apparaître sur ton dessin la partition de l'ensemble A *associée à cette application.*

Cette partition définit une relation d'équivalence dans l'ensemble A.

Recopie et complète :

«deux résultats sont liés par cette relation si.........».

V – LES NATIONALITES

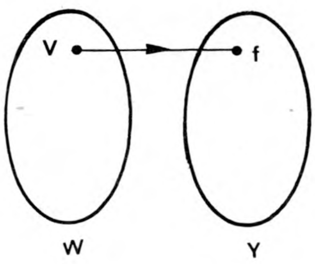
Voici un tableau qui te donne une liste d'enfants avec pour chacun d'eux sa nationalité.

Valérie	Yves	France	Abdel	Habiba	Carmen	Juan	Gino	Patricia	Sophia	Marie
Française	Française	Française	Algérienne Française	Algérienne	Espagnole	Espagnole	Italienne	Italienne	Italienne	Portugaise

Appelons W l'ensemble des enfants et Y l'ensemble de leurs nationalités.

Pour chaque enfant nous retenons l'initiale de son nom en majuscule.
Pour chaque nationalité, nous retenons l'initiale en minuscule.

Recopie et complète le dessin ci-contre.



Le dessin que tu viens de faire te permet de faire un partage de l'ensemble A.

Fais-le.
Ce partage est-il une partition ?
Essaie d'expliquer ta réponse.
Explique pourquoi le tableau ne définit pas une application de W *vers* Y.

Exercices pages 126 et 130.

quelques exercices de classement

I – LA POSTE

Voici un extrait d'une feuille de tarifs postaux fournie par les P.T.T. au 1er septembre 81.

LETTRES					
jusqu'à	20 g	50 g	100 g	250 g	500 g
ordinaires	1,60 F	2,90 F	4,00 F	8,50 F	10,60 F

PAQUETS POSTE TARIF GENERAL				
jusqu'à	100 g	250 g	500 g	1 000 g
ordinaires	2,60 F	5,10 F	7,50 F	10,70 F

PAQUETS POSTE URGENTS			
jusqu'à	100 g	250 g	500 g
ordinaires	4,00 F	8,50 F	10,60 F

Prends la feuille de manipulation numéro 9.

Nous y avons dessiné des lettres et des paquets poste.

Découpe-les.
Range ensemble, en tas, ceux qu'il faut affranchir de la même façon.

Appelons A l'ensemble des lettres et paquets que nous t'avons proposés.

Tu viens de faire une partition de l'ensemble A.

Chaque tas est un sous-ensemble de A. On dit que c'est une CLASSE pour la partition.

Le mot classe te rappelle certainement le mot classement.

Un paquet ou une lettre peut-il appartenir à deux classes différentes ?
Pourquoi ?

Tu sais que faire une partition d'un ensemble, c'est définir une relation d'équivalence sur cet ensemble.

Essaie d'énoncer par une phrase cette relation d'équivalence.

II – LA VIGNETTE

Voici un tableau qui te donne les tarifs des vignettes automobiles au 1.11.1980.

	1 à 4 CV	5 à 7 CV	8 à 9 CV	10 à 11 CV	12 à 16 CV	17 CV et plus
moins de 5 ans	140	240	560	640	1 100	5 000
de 5 à 20 ans	70	120	280	320	550	2 500

Et voici une liste d'automobiles. Pour chacune d'elles nous t'avons donné sa puissance fiscale et sa date de mise en circulation.

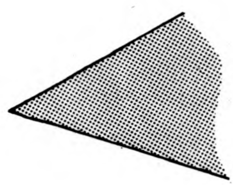
	date de mise en circulation	puissance		date de mise en circulation	puissance
Renault 16	1968	8 CV	Opel Manta	1977	7 CV
Renault 16 TX	1978	9 CV	Fiat 500	1971	3 CV
Fiat 126	1978	5 CV	Peugeot 305	1979	8 CV
Peugeot 504	1970	10 CV	Honda N 360	1970	2 CV
Ami 8	1974	3 CV	Citroën GS	1972	6 CV
Simca 1100	1969	6 CV	Volkswagen Polo	1979	6 CV
Renault 4	1962	4 CV	Peugeot 604	1978	13 CV
Mercédès 350	1978	17 CV	Rolls Royce	1960	21 CV
BMW 2200	1971	11 CV	Alfa roméo alfasud	1978	7 CV
Austin Morris club	1979	6 CV	Citroën SM injection	1973	11 CV
Opel berlina 2800	1979	16 CV	Ford Granada	1979	10 CV
Renault 30 TS	1974	15 CV	Mazda 1000	1980	6 CV

Classe ces automobiles d'après le prix de la vignette que leur propriétaire a payé au mois de novembre 1980.
A quelle relation d'équivalence correspond la partition que tu viens de faire sur l'ensemble des automobiles du tableau ?

III – DES PARTITIONS EN CLASSE DE SIXIEME

1. Les angles.

En classe de sixième, tu as travaillé sur un ensemble de secteurs angulaires dessinés sur une feuille de papier. Tu as découpé ces secteurs et rangé ensemble ceux qui étaient superposables.



Tu as ainsi fait une partition de ton ensemble de secteurs.

Comment s'appelle une classe de secteurs ?

2. Les longueurs.

Nous avons de même étudié un ensemble de segments et rangé ensemble ceux qui étaient superposables. C'est encore un exemple de partition.

Nous avons dit que deux segments qui appartenaient à la même classe, avaient la même longueur.

«Avoir la même longueur» est donc la relation d'équivalence définie par notre partition.

Il revient au même de dire que :

- deux segments ont la même longueur,
- deux segments sont superposables.

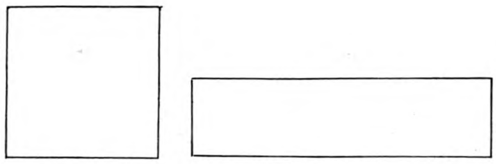
3. Les aires.

Nous avons aussi étudié un ensemble de surfaces. Nous avons mesuré ces surfaces avec une unité et rangé ensemble celles pour lesquelles nous avions trouvé le même nombre.
Nous avons dit que deux surfaces qui appartenaient à la même classe, avaient la même aire. C'est la relation d'équivalence définie par notre partition.

Mais, ici, il ne revient pas au même de dire que :

- deux surfaces ont la même aire,
- deux surfaces sont superposables.

Explique pourquoi. Tu peux t'aider du dessin ci-contre.



exercices

112. Voici un ensemble de villes d'Europe occidentale.

A = {Barcelone ; Bergame ; Bonn ; Brest ; Cologne ; Cordoue ; Douvres ; Gênes ; Grenoble ; Hanovre ; Lisbonne ; Liverpool ; Madrid ; Manchester ; Milan ; Metz ; Munich ; Naples ; Oxford ; Pise ; Saragosse ; Séville ; Turin}.

Range ces villes suivant le pays auquel elles appartiennent. Tu peux t'aider d'un dictionnaire.
Tu obtiens ainsi une partition de l'ensemble A.
Définis par une phrase la relation d'équivalence associée à cette partition.

113. Voici une liste d'instruments de musique.

Alto ; Banjo ; Basson ; Clarinette ; Contrebasse ; Cor ; Cymbales ; Flageollet ; Flûte ; Guitare ; Harpe ; Hautbois ; Mandoline ; Piccolo ; Saxophone ; Triangle ; Trombonne ; Trompette ; Tuba ; Violon ; Violoncelle ; Xylophone.

Certains sont des instruments «à vent», d'autres des instruments «à cordes» et d'autres enfin des instruments «à percussion».

Range les instruments proposés dans ces trois classes. Tu peux t'aider d'un dictionnaire.

114. Voici une liste d'animaux.

Anguille ; Ara ; Autruche ; Chauve-souris ; Crocodile ; Dauphin ; Frelon ; Grenouille ; Hermine ; Hibou ; Iguane ; Kangourou ; Lamproie ; Lucane cerf volant ; Manchot ; Moustique ; Otarie ; Phoque ; Pie ; Puceron ; Squale ; Tatou ; Tortue.

Certains sont des insectes, d'autres des mammifères, d'autres des oiseaux, d'autres des poissons ; d'autres des reptiles.

Range les animaux proposés dans ces cinq classes. Tu peux t'aider d'un dictionnaire.

115. Dans un jeu avec des lettres, chaque lettre de l'alphabet a une valeur. Voici un tableau qui donne la valeur de chaque lettre.

lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
valeur	9	6	4	5	9	2	4	2	8	2	1	7	3	7	9	6	1	8	7	5	8	3	1	1	2	2

Ce tableau est celui d'une application de source l'ensemble des lettres de l'alphabet et de but l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Quelle est l'image de A, *de* M, *de* R, *de* X *?*
Quel est l'ensemble des antécédents de 1 *? De* 4 *? De* 9 *?*

On définit maintenant une autre application :
– sa source est l'ensemble des mots ;
– son but est l'ensemble $\mathbb{N}$.

L'image d'un mot est la somme des valeurs des lettres de ce mot.

Calcule l'image de BRAVO, de JOUER.
Trouve un antécédent de 3 lettres pour le nombre 26.

116. *Fais la liste des élèves de ta classe. A chacun d'eux fais correspondre le numéro de son mois de naissance. Tu fais ainsi une application de source l'ensemble des élèves de la classe, et de but l'ensemble* $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.
Cette application est-elle une bijection ?

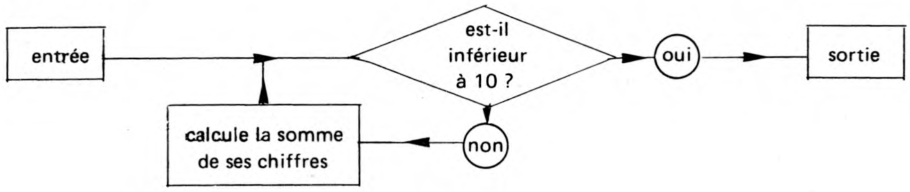
117. Voici un ensemble : $\{4, 16, 20, 37, 42, 58, 89, 145\}$. Appelons-le A.
A chaque nombre de cet ensemble on fait correspondre :
– son carré si ce nombre a un seul chiffre ;
– la somme des carrés de ses chiffres s'il en a plusieurs.

Recopie et complète.
Calcule l'image de chaque élément de A.
Présente tes résultats dans un tableau.
L'application de source A *et de but* A *ainsi définie est-elle une bijection ?*
Ecris le tableau de son application réciproque.

On pourrait calculer de la même façon l'image de n'importe quel entier. On définirait une application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Penses-tu que cette application est une bijection ?
A-t-elle une réciproque ?

118. Voici une machine.



Recopie et complète le tableau.

entrée	4	15	73	17	42	128	2 262	1 111	22 222
sortie									

Cette machine définit une application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Penses-tu que cette application est une bijection ?
A-t-elle une application réciproque ?

d'autres exemples de partitions

I – LES RESTES DES DIVISIONS PAR CINQ

On appelle A l'ensemble de tous les entiers naturels de 1 à 20.

$$A = \{1 ; 2 ; 3 ; ... ; 20\}.$$

Lorsqu'on divise un de ces nombres par 5, on trouve un quotient et un reste. Par exemple :

- $13 = 2 \times 5 + 3$ et $3 < 5$; lorsqu'on divise 13 par 5, on trouve 2 pour quotient et 3 pour reste,
- $4 = 0 \times 5 + 4$ et $4 < 5$; lorsqu'on divise 4 par 5, on trouve 0 pour quotient et 4 pour reste.

A chaque nombre de l'ensemble A, on décide d'associer le reste de la division de ce nombre par 5. Ainsi par exemple :

au nombre 13 on associe 3 ; au nombre 4 on associe 4.

$$13 \longmapsto 3 \qquad\qquad 4 \longmapsto 4.$$

Fais le même travail pour tous les nombres de l'ensemble A.
Appelle B *l'ensemble de tous les restes que tu as trouvés.*
Recopie et complète :

$$B = \{.........\}.$$

Ce qu'on a fait ci-dessus définit une application de l'ensemble A vers l'ensemble B.

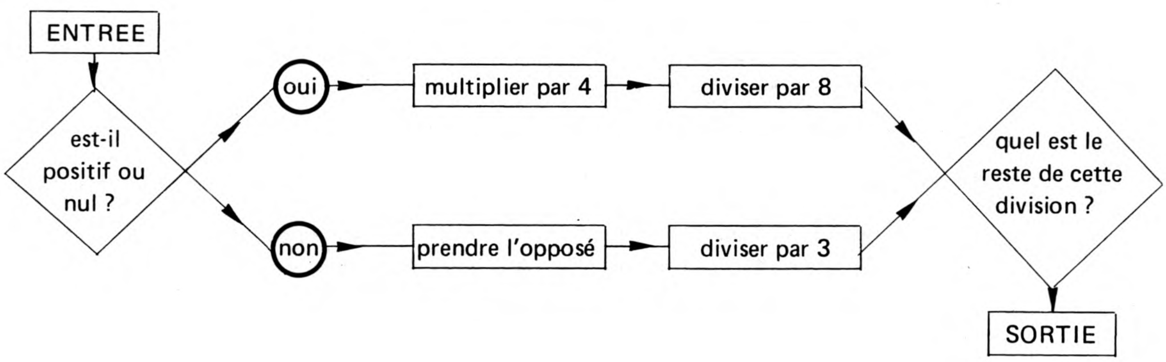
Fais un dessin pour illustrer cette application et la partition de l'ensemble A *associée à cette application.*
Enonce la relation d'équivalence qui correspond à cette partition.
Penses-tu qu'on pourrait, de la même façon, faire une partition de l'ensemble $\mathbb{N}$.

II – UNE MACHINE A TRANSFORMER LES NOMBRES

Voici un ensemble A de nombres entiers :

$A = \{-21 ; -19 ; -14 ; 2 ; 5 ; -4 ; -10 ; 10 ; -28 ; -12 ; 21 ; 11 ; -17 ; -6 ; 6 ; 24\}$

et voici une machine à transformer les nombres :



Fais fonctionner cette machine pour tous les nombres de l'ensemble A, *recopie et complète le tableau ci-dessous :*

entrée	-21	-19	-14	2	5	-4	-10	10	-28	-12	21	11	-17	-6	6	24
sortie																

Appelle B *l'ensemble de tous les nombres obtenus à la seconde ligne.*
Ecris l'ensemble B.

Tu vois que notre machine n'est pas autre chose qu'une application de l'ensemble A vers l'ensemble B.

Cette application détermine donc une partition de l'ensemble A.

En combien de parties ?
Ecris chacune de ces parties.
Penses-tu qu'on pourrait, à l'aide de cette machine, faire une partition de l'ensemble $\mathbb{Z}$ *?*
Trouverait-on le même ensemble B *?*

III – UNE PARTITION D'UN ENSEMBLE DE POINTS

Prends la feuille de manipulation numéro 17 et regarde le dessin numéro 1.

Nous y avons tracé deux droites y et z non parallèles et placé 26 points que nous avons désignés par les 26 lettres majuscules de l'alphabet. Appelons $\mathcal{E}$ l'ensemble de ces points.

Trace la droite qui passe par le point A *et qui est parallèle à la droite* z.

Cette droite coupe la droite y.

Fais le même travail pour chacun des 26 points.
Qu'observes-tu ?

Tu as obtenu un certain nombre de points de la droite y.

Désigne-les par les lettres majuscules A', B', C', *etc... et appelle* $\mathcal{H}$ *leur ensemble.*
Ecris l'ensemble $\mathcal{H}$.

On vient de définir une application de l'ensemble $\mathcal{E}$ vers l'ensemble $\mathcal{H}$.

Quelle est l'image du point F *par cette application ?*
Même question pour les points Q, G, W, R *et* T.

Tu viens de faire une partition de l'ensemble $\mathcal{E}$.

Combien trouves-tu de classes ?
Ecris chacune de ces classes.
Penses-tu que par le même procédé, on pourrait faire une partition de l'ensemble de tous les points du plan ?
Quelles seraient les classes de cette nouvelle partition ?

IV – LES DROITES PARALLELES

Prends la feuille de manipulation numéro 17 et regarde le dessin numéro 2.
Tu y vois 20 droites. Appelle A *l'ensemble de ces droites.*
Choisis une de ces droites et colorie-la en rouge.
Colorie en rouge toutes les droites du dessin qui lui sont parallèles.

Colorie en bleu une droite non coloriée et toutes les droites qui lui sont parallèles.
Continue en changeant de couleur jusqu'à ce que toutes les droites soient coloriées.

Tu viens de faire une partition de l'ensemble A.

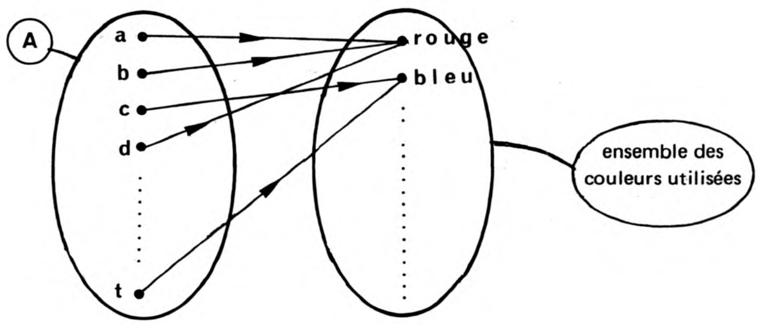
Combien trouves-tu de classes ?
Ecris chacune de ces classes.
Comment s'appelle la relation d'équivalence qui lie les droites d'une même classe ?
Penses-tu qu'on pourrait classer de la même façon toutes les droites du plan ?

Remarque.

Dans cette exercice nous n'avons pas suivi la même démarche que dans les exercices précédents. Nous n'avons pas fait la partition de l'ensemble A des droites en utilisant une application de A vers un autre ensemble.

Lorsque deux droites étaient dans la même classe, tu les as coloriées de la même couleur.

Dire que deux droites ont la même couleur revient à dire qu'elles ont la même image par l'application illustrée par le dessin ci-dessous :



C'est exactement cette démarche que nous avons suivie lorsque nous avons fait des exercices de classement. Par exemple.

Appelons A un ensemble de segments.
«Etre superposable» est une relation d'équivalence qui permet de faire une partition de l'ensemble A.

Appelons B l'ensemble des longueurs de ces segments

Si à chaque segment de A, on associe sa longueur, on définit une application de A vers B.

Dire que deux segments ont la même longueur, c'est dire qu'ils ont la même image par cette application.

V – RESUME DES CHAPITRES PRECEDENTS

Désignons par E un ensemble.
Faire une partition de l'ensemble E, c'est partager cet ensemble en un certain nombre de parties mais pas n'importe comment.

- Tout élément de E doit être rangé dans une des parties. Cela signifie que la réunion de toutes les parties est l'ensemble E.

- Un élément de E ne peut être rangé que dans une seule partie. Cela signifie que l'intersection de deux parties est vide.

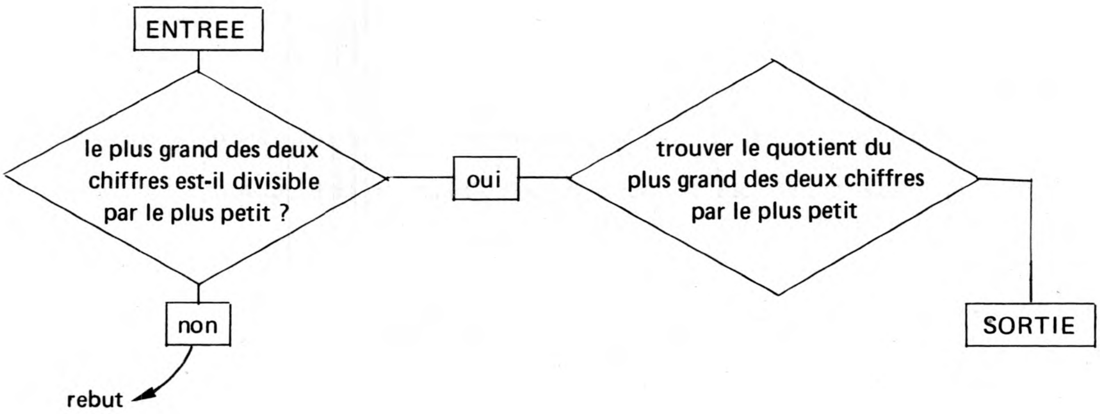
Chacune des parties de l'ensemble E dans ce partage, s'appelle une classe.
Une partition définit une relation d'équivalence dans l'ensemble E.

Exercice.

Voici un ensemble de nombres de deux chiffres. Nous l'avons appelé A.

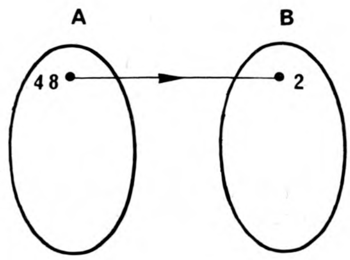
A = {48 ; 39 ; 71 ; 37 ; 93 ; 15 ; 83 ; 31 ; 36 ; 24 ; 29 ; 51 ; 62 ; 76 ; 84}.

Et voici une machine à transformer les nombres de deux chiffres :



Fais passer les nombres de l'ensemble A, un par un, dans la machine.

On appelle B l'ensemble de tous les nombres qui sortent de la machine.



Ecris l'ensemble B.
Recopie et complète le dessin ci-contre.
Le dessin que tu as fait te permet-il de faire une partition de l'ensemble A ?
Essaie d'expliquer ta réponse.
La machine est-elle une application de A *vers* B ?
Essaie d'expliquer ta réponse.

exercice

119. *Marque un point* O *sur une feuille de papier.*

On appelle p l'ensemble de tous les points du plan autres que le point O.

Marque d'autres points sur ta feuille. Appelle-les A, B, C, D,...
Dessine l'ensemble des points de p *qui sont alignés avec* A *et* O. *Quel est cet ensemble ?*
Recommence avec les points B, C, D,...

On peut ainsi imaginer une partition de l'ensemble p.

Quelles sont les classes pour cette partition ?
Essaie d'expliquer pourquoi nous n'avons pas mis le point O *dans l'ensemble* p.

Autres exercices page 134.

le temps qui passe

I – HEURES - MINUTES - SECONDES

1. L'horloge.

Chaque jour on voit le soleil tourner autour de la terre.
C'est pourquoi nous avons imaginé une bien curieuse machine.

Tu la trouveras sur la feuille de manipulation numéro 2 dessin numéro 1.

Nous avons fixé à la terre un énorme pignon. Il a 24 dents.

Lorsque le soleil tourne autour de la terre, il entraîne le pignon dans le sens de la flèche, sans entrainer la terre.

Le pignon est relié par une chaine à un petit pignon fixé au centre d'une horloge.

Nous n'avons pas dessiné toute la chaîne pour ne pas trop surcharger la figure. Notre machine fonctionne comme une bicyclette. C'est ce que t'indique le petit dessin.

L'horloge et son pignon sont tout petits mais nous les avons dessinés gros pour qu'on puisse les voir.

Le pignon de l'horloge a 12 dents.

Sur notre dessin, il est minuit ou si tu préfères 0 heure.

Lorsque le soleil se trouve en position 1, où se trouve l'aiguille de l'horloge ?
Quelle heure est-il ?
Marque cette heure à sa place sur l'horloge.
Continue.
Lorsque le soleil se trouve en position 12, où se trouve l'aiguille de l'horloge ?

Il est 12 heures. Tu sais qu'on dit aussi qu'il est midi. Mais on ne dit jamais qu'il est 0 heure.

Lorsque le soleil se trouve en position 13, il est 13 heures. Notre machine te fait comprendre pourquoi on dit aussi qu'il est 1 heure de l'après-midi.

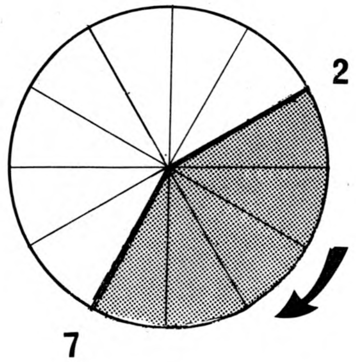
Enfin, tu sais qu'au lieu de dire 0 heure ou minuit, on dit aussi 24 heures.

2. Calcul d'une durée.

■ Si on veut savoir le temps qui s'est écoulé de 2h à 7h, c'est très facile
– on peut regarder l'angle parcouru par l'aiguille de l'horloge ;
– on peut aussi faire la soustraction 7 - 2.

On a ainsi mesuré une DUREE.

Tu vois que mesurer une durée revient à mesurer un angle.



Exercices.

1. *Quel temps s'est-il écoulé de 4 h du matin à 8 h du soir ?*

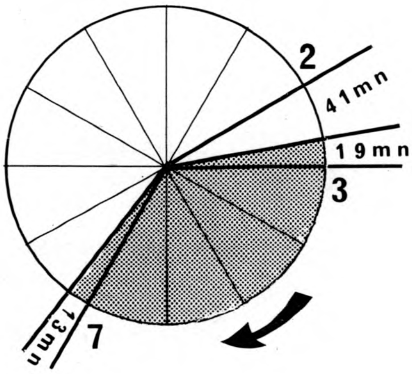
2. *Quel temps s'est-il écoulé du mardi à 3h de l'après-midi au mercredi à 9 h de l'après-midi ?*

■ On veut maintenant savoir le temps qui s'est écoulé de 2 h 41 mn à 7 h 13 mn.
C'est à peine plus difficile.

— Le dessin ci-contre te montre comment on peut s'y prendre.

Fais-le.

— On peut aussi poser la soustraction
7 h 13 mn - 2 h 41 mn.



	h	mn
	7	13
–	2	41

Il est très commode de remplacer cette soustraction par celle-ci

	h	mn
	6	73
–	2	41

on a remplacé 7 h 13 mn par 6 h 73 mn parce que :
1 h = 60 mn.

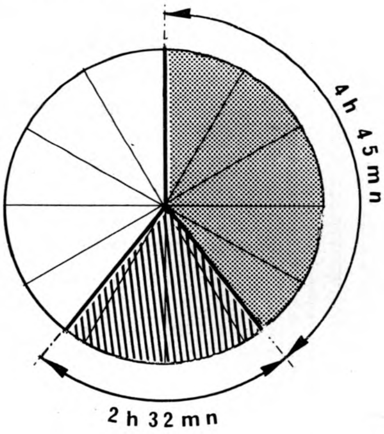
Recopie et termine le calcul.

Exercices.

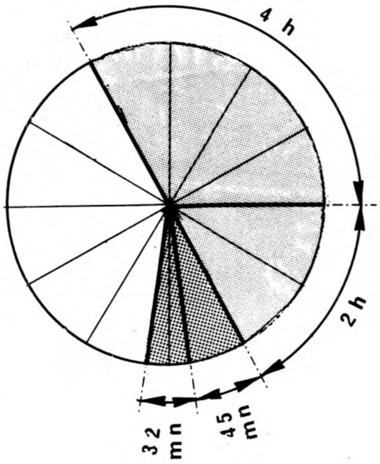
1. *Quel temps s'est-il écoulé de 10 h 53 mn le matin à 4 h 27 mn l'après-midi ? Tu utiliseras les deux méthodes.*

2. *Quel temps s'est-il écoulé de 13 h 25 mn 21 s à 13 h 48 mn 19 s ?*

3. Additionnons des durées.



Nous voulons additionner 4 h 45 mn et 2 h 32 mn.
Cela revient à additionner deux angles comme te le montre la figure.



On a envie de conduire le calcul de la manière suivante :

— On additionne 4 h et 2 h
4 h + 2 h = 6 h.

— On additionne 45 mn et 32 mn
45 mn + 32 mn = 77 mn.

Mais 77 mn = 1 h 17 mn.

Et finalement :

4 h 45 mn + 2 h 32 mn = 7 h 17 mn.

On peut disposer pratiquement le calcul de la manière ci-contre :

	h	mn
	5	45
+	2	32
	7	77
	8	17

Exercice.

Effectue les additions suivantes :

8 h 32 mn + 1 h 53 mn.
33 mn 15 s + 33 mn 57 s.

II – CONVERSIONS

1. Dans une unité plus petite.

Le cours de mathématiques dure 50 mn. Calcule sa durée en secondes.
Un match de football dure 1 h 30 mn. Calcule sa durée en minutes puis en secondes.
Calcule la durée des 24 heures du Mans en minutes puis en secondes.

2. Dans une unité plus grande.

Un lundi matin, Ernest a trouvé qu'il avait écouté ses professeurs pendant 13 002 secondes.

Transforme cette durée en heures, minutes et secondes.

Si tu n'y es pas arrivé, voici comment tu aurais pu procéder :

```
13 002 | 60
  1 00 | 216 | 60
   402 |  36 | 3
    42 |
     |     |    |
     s    mn    h
```

On a d'abord divisé 13 002 secondes par 60 pour trouver 216 minutes. Il restait 42 secondes. Puis on a divisé 216 minutes par 60 pour trouver 3 heures et il reste 36 minutes.

Exercice.

Arthur a trouvé que son dernier week-end a duré 3 353 mn.

Transforme cette durée en jours, heures et minutes.

III – D'AUTRES UNITES DE MESURE DES DUREES

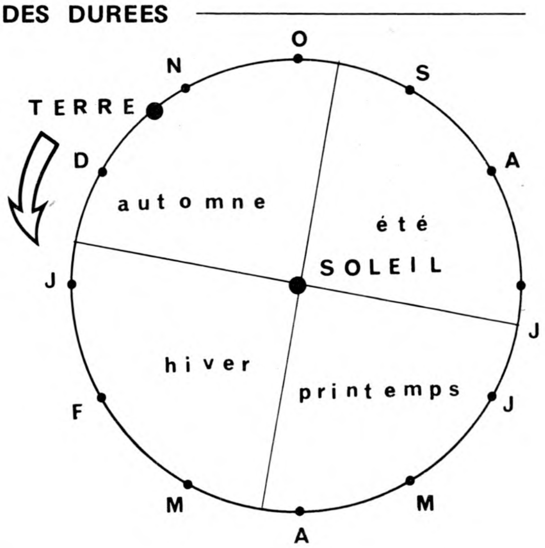
1. Les mois et les années.

Sur le dessin ci-contre, nous t'avons montré comment la terre tourne autour du soleil en une année.

Cette année est divisée en 12 mois dont nous avons indiqué les initiales.

Aussi sur notre dessin, nous sommes aux environs du 10 novembre.

Nous avons aussi indiqué les saisons.



Remarque.

Tu es peut-être surpris parce qu'ici, nous te disons que la terre tourne autour du soleil alors qu'au paragraphe 1 nous avons fait tourner le soleil autour de la terre.

En réalité, on peut dire que :
— la terre tourne autour du soleil en une année et elle décrit une courbe qui est presqu'un cercle dont le soleil est presque le centre. Sur un dessin, on ne peut pas voir que cette courbe n'est pas un cercle : c'est trop petit. Aussi, sur le dessin de la page précédente, nous avons dessiné un cercle et nous avons mis le soleil au centre ;
— en même temps, la terre tourne sur elle même en une journée. Quelqu'un qui se trouve en un point de la terre a donc l'impression que c'est le soleil qui tourne autour de la terre et il voit le soleil «se lever» le matin et «se coucher» le soir.

2. Comment fonctionnent ces unités.

Les heures, les minutes et les secondes «vont de 60 en 60». Ce n'est déjà pas très agréable.
Un jour c'est 24 heures.
Une semaine c'est 7 jours.
Cela va encore. Mais après ça se complique :
un mois c'est 28 jours, ou 29 jours, ou 30 jours, ou 31 jours. Il n'y a donc que le mois de février des années ordinaires qui est exactement 4 semaines.

Une année c'est 365 jours et c'est environ 52 semaines.

Calcule combien il y a de jours dans 52 semaines.

Quant aux saisons, c'est encore pire.
Le printemps dure 92 j 20 h, l'été 93 j 15 h, l'automne 83 j 19 h et l'hiver 89 j.

Heureusement, après, cela s'arrange.
Une année, c'est 12 mois.
Un siècle, c'est 100 ans.
Et un millénaire, c'est 1 000 ans.

Exercice.

- *Combien y-a-t-il de jours entre le 5 mars à minuit et le 17 mai à minuit ?*
- *Combien y-a-t-il de jours entre le 17 octobre 1981 à minuit et le 25 janvier 1982 à minuit ?*

Exercices pages 138 et 154.

exercices — les bijections

120. L'opérateur $\xrightarrow{+5}$ définit une application de source $\mathbb{Z}$ et de but $\mathbb{Z}$.

Quelles sont les images de −11 ; −7 ; −4 et 1 ?
Quels sont les antécédents de −11 ; −7 ; −4 et 1 ?
Cette application est-elle une bijection ?
La réciproque de cette application est définie par un opérateur. Lequel ?

121. L'opérateur $\xrightarrow{\times 5}$ définit une application de source $\mathbb{N}$, de but $\mathbb{N}$.

Quelles sont les images de 2, 7, 25, 33 et 45 ?
Le nombre 2 a-t-il un antécédent ? Et 7 ? Et 25 ? Et 33 ? Et 45 ?
Cette application est-elle une bijection ? A-t-elle une réciproque ?

vitesse et débit

I – TABLEAUX DE PROPORTIONNALITE

1. Ernest se fait emmener en automobile à Fépacho, ville qui est située à 320 km de chez lui. La voiture garde pratiquement toujours la même allure. Ernest a parcouru 120 km en une heure et demie, c'est-à-dire 1,5 h.

Recopie et complète le tableau de proportionnalité.

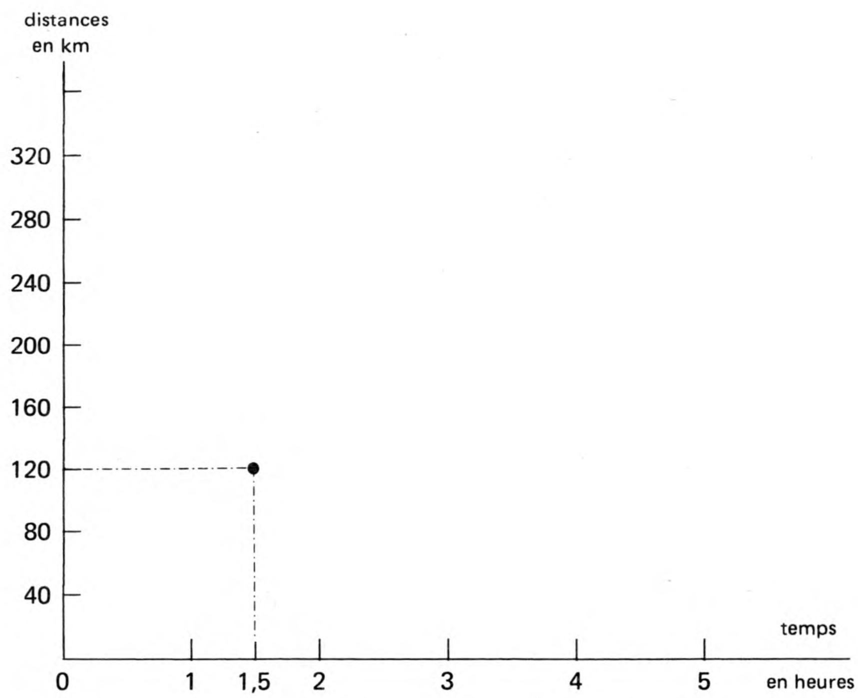
durée du trajet en h	1,5	3	1		2,5
distance parcourue en km	120			320	

X ...

Les distances sont indiquées en kilomètres.
Les durées sont indiquées en heures.
L'opérateur que tu as trouvé est 80.

Nous disons que la VITESSE est 80 kilomètres-heure, ce qui s'écrit 80 km/h.

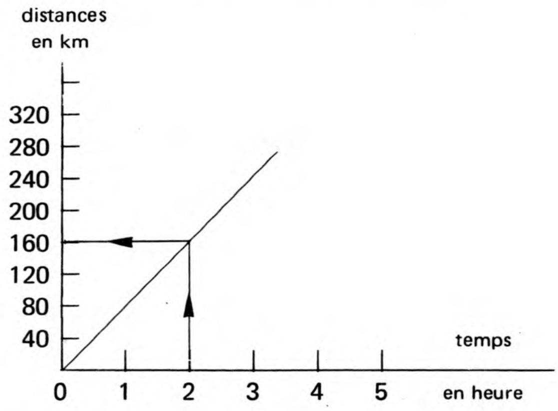
Reproduis le dessin ci-dessous : tu prendras 1 cm ou 1 carreau pour 40 km sur la droite des distances ; tu prendras 2 cm ou 2 carreaux pour 1 h sur la droite des temps.



Nous avons placé le point de coordonnées (1,5 ; 120) qui correspond à la première colonne du tableau de proportionnalité.

Fais comme nous, et place les points qui correspondent aux autres colonnes du tableau.
Que remarques-tu ?

Regarde ce dessin ; pars de 2 et suis les flèches.



Ce dessin nous permet de trouver sans faire de calcul la distance parcourue en 2 h : 160 km.

De la même façon utilise ton dessin pour trouver :
– la distance parcourue en 3,5 h ;
– le temps nécessaire pour parcourir 360 km.

2. Le père d'Ernest veut remplir une cuve de 400 litres avec un tuyau branché sur le robinet ; en 2 minutes il a rempli 80 litres.

Recopie et complète le tableau de proportionnalité.

durée du remplissage en mn	2	1	5		7,5	
volume rempli en ℓ	80			340		400

X ...

Les volumes sont indiqués en litres.
Les durées sont indiquées en minutes.
L'opérateur que tu as trouvé est 40.

Nous disons que le DEBIT est 40 litres-minute, ce qui s'écrit 40 ℓ/mn.

Fais un graphique comme au paragraphe précédent.
Tu pourras prendre 1 cm ou 1 carreau pour 1 minute sur la droite des temps ; 1 cm ou un carreau pour 40 litres sur la droite des volumes.

A l'aide du graphique, détermine le temps mis pour remplir 120 litres dans la cuve.

II – PLUSIEURS VITESSES

1. Différentes unités.

Avant d'être mis sur orbite, un satellite doit être propulsé à la vitesse de 8 km/s. Ce qui signifie qu'en une seconde il doit parcourir 8 kilomètres.

Calcule la distance en kilomètres parcourue à cette vitesse en 1 mn.
Ecris la vitesse du satellite en km/mn.

Calcule la distance en kilomètres parcourue à cette vitesse en 1 h.
Ecris la vitesse du satellite en km/h.

Trouve maintenant la vitesse en m/s.

2. Le disque tourne.

Sur un disque il est écrit : 45 tours-minute.

Explique ce que cela signifie.

Combien de tours fait-il en une seconde ?

Combien de tours fait-il en un quart d'heure ?

3. A toute vitesse.

Dans une poterie, une céramiste expérimentée colle 240 queues de tasse à l'heure.

Combien de queues de tasse colle-t-elle en une journée de 8 heures ?

Combien de queues de tasse colle-t-elle en une semaine de 40 heures ?

4. Un gros débit.

Le rhône a un débit moyen de 2 300 m^3/s dans son cours inférieur.

Calcule le nombre de litres qui s'écoulent en une seconde ; en une minute.

exercices

122. Sur un catalogue , on voit dans les caractéristiques d'une perceuse : 3 000 tours-minute.

Explique ce que cela signifie.
Combien de tours fait-elle en une seconde ?
Combien de tours fait-elle en une demi-heure ?

123. Ernest a parcouru 35 km à bicyclette en 2,5 heures.

Quelle a été sa vitesse moyenne ?

124. Zoé a parcouru 15,2 km à bicyclette en 1 heure 16 minutes.

Quelle est la durée de parcours en mn ?
Quelle est la vitesse moyenne en km/mn ?
Quelle est la vitesse moyenne en km/h ?

125. Zéphirin a entendu le tonnerre 12 secondes après avoir vu l'éclair. On admet que Zéphirin voit l'éclair au moment où il se produit et on sait que la vitesse du son est 340 m/s.

A quelle distance est tombée la foudre ?

126. Un automobiliste a voyagé pendant 3,5 h à une vitesse moyenne de 75 km/h.

Quelle distance a-t-il parcourue ?

127. Un automobiliste a voyagé pendant 2 h 55 mn à une vitesse moyenne de 75 km/h.

Quelle est le temps du parcours en mn ?
Quelle distance parcourt-il en une minute ?
Quelle distance a-t-il parcourue au total ?

128. Un avion a une autonomie de 2 h 30 mn ; il vole en moyenne à 840 km/h.

Calcule son rayon d'action.

Autonomie : temps pendant lequel l'avion peut voler sans se ravitailler, et donc sans se poser.
Rayon d'action : distance qu'il peut parcourir sans se poser.

129. Le T.G.V. part à 8 h de Lyon ; il roule à une vitesse moyenne de 180 km/h. La distance de Lyon-Paris est environ 486 km.

Quel temps met-il pour effectuer ce trajet ?
A quelle heure arrive-t-il à Paris ?

130. Sur la distance Paris-New York (5 950 km environ) concorde vole à une vitesse moyenne de 1 700 km/h.

Calcule la durée du vol.

131. Un des meilleurs athlètes a couru le 100 mètres en 10 secondes.

Quelle distance parcourrait-il en une minute ? Et une heure ?
Quelle est sa vitesse en km/h ?

132. Une dactylo tape 30 mots à la minute.

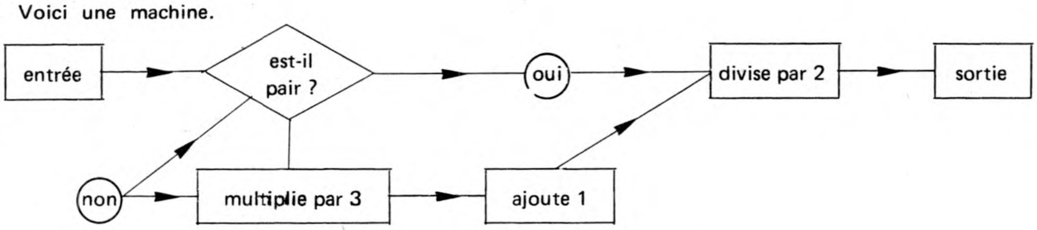
Combien de mots tape-t-elle en une demi-heure ?
Combien de mots tape-t-elle en 10 secondes ?
En combien de temps tapera-t-elle un article de 405 mots ?

133. Une baignoire contient 135 litres d'eau ; elle est remplie en 9 mn.

Quel est le débit du robinet ?

exercice — **les bijections**

134. Voici une machine.



Cette machine définit une application, de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Recopie et complète le tableau ci-contre.
Cette application est-elle une bijection ?
A-t-elle une réciproque ?

entrée	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
sortie												

vitesse et graphiques

1. premier exemple.

Un cycliste roule à une vitesse constante de 20 km/h.

Recopie et complète le tableau suivant.

temps en h	1	2	...	3,5
distance en km	20	...	60	

Prends la feuille de manipulation numéro 18 dessin numéro 1.

Place sur ton graphique les points qui correspondent aux colonnes du tableau.
Trace la demi-droite d'origine O *qui contient les points.*
Appelle-la Ox.

Sur la droite des distances, marque le point d'abscisse 45.
Appelle-le G.

Par le point G, *trace la parallèle à la droite des temps, elle coupe la demi-droite* Ox *en un point* H.
Par le point H *trace la parallèle à la droite des distances, elle coupe la droite des temps en un point* K.
Quelle est l'abscisse du point K *?*

Le nombre que tu viens de trouver indique le temps mis par le cycliste pour parcourir 45 km.

Utilise ton graphique pour trouver le temps nécessaire pour parcourir 10 km ; 55 km ; 5 km ; 70 km.

Utilise ton graphique pour trouver la distance parcourue en 45 mn ; en 1 h 15 mn ; en 1 h 30 mn ; en 3 h 15 mn.

2. Quand le vélo est là, le vélomoteur n'y est plus.

Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 2.

Sur le graphique nous n'avons pas représenté toute la droite des temps.
Nous avons mis un pointillé entre le 0 et le 9 parce qu'il ne s'est rien passé avant 9 h.
La ligne VM de ce graphique représente le déplacement d'un vélomoteur, la ligne C celui d'un cycliste. Ils ont à parcourir le même trajet.

A quelle heure chacun d'eux part-il ?
Quelle distance parcourt le vélomoteur pendant la première heure ?
Il s'arrête au 40ème km. Comment le vois-tu sur le graphique ?
A quelle heure repart-il ?
Quelle heure est-il lorsqu'il a parcouru 60 km ?

A quelle vitesse roule le cycliste ?
Quelle heure est-il lorsqu'il a parcouru 60 km ?
Quel est son retard sur le vélomoteur au 60ème km ?
Quel est son retard sur le vélomoteur au 90ème km ?

3. Où il arrive au lièvre de gagner...

Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 1.

Le graphique représente le déplacement d'un cycliste A et celui d'un motocycliste B partant tous deux d'un même lieu, sur la même route.

Indique pour chacun d'eux : son heure de départ, sa vitesse.

Au moment où part le motocycliste, le cycliste est en M.

Quelle est son avance sur le motocycliste ?
A quelle heure le motocycliste dépassera-t-il le cycliste ?
A quelle distance du point de départ ?

4. A la croisée des voies.

Prends la feuille de manipulation numéro 4 dessin numéro 3.

Le graphique représente le déplacement de deux trains :

- un rapide qui va d'Aix les Bains à Langogne ;
- un omnibus qui va de Langogne à Aix les Bains.

Les deux trains partent en même temps.

Utilise ce graphique pour trouver :

la distance Aix les Bains-Langogne ;
l'heure de départ des deux trains ;
l'heure d'arrivée du rapide à Langogne, l'heure d'arrivée de l'omnibus à Aix les Bains ;
la durée du trajet Aix les Bains-Langogne en omnibus et en rapide ;
à quelle heure les deux trains vont se croiser,
à quelle distance d'Aix les Bains, de Langogne ils seront,
a quelle distance d'Aix les Bains se trouve l'omnibus quand le rapide arrive à Langogne.

exercice — des jeux de hasard

135. On appelle A l'ensemble $\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 18 ; 24 ; 25\}$.

A chaque élément de cet ensemble, on associe le nombre de ses diviseurs.

Ecris l'ensemble B de toutes les images possibles.
Représente par un dessin l'application de A vers B définie ci-dessus.
Donne la partition de A associée à cette application.

agrandissement d'un dessin

I – AGRANDISSEMENT D'UN RECTANGLE

Prends la feuille de manipulation numéro 20 dessin numéro 1.

Nous avons dessiné un rectangle ABCD et un point O.

Trace la demi-droite OA.
Sur cette demi-droite, place le point A' *tel que :*
la mesure du segment OA' *soit le triple de la mesure du segment* OA, *comme ci-dessous.*

Fais le même travail pour les points B, C *et* D. *Tu obtiens trois nouveaux points* B', C' *et* D'.
Trace les segments $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ *et* $D'A'$. *Tu obtiens un rectangle qui est un agrandissement du rectangle* ABCD.

Par ce procédé :

- on peut obtenir des agrandissements d'autres figures que des rectangles ;
- on peut multiplier les mesures par d'autres nombres que 3 ;
- on peut même les diviser, par exemple par 2, ou par un autre nombre, et on obtient alors une figure plus petite.

II – UN DESSIN DANS LE RECTANGLE

1. *Prends la feuille de manipulation numéro 23 dessin numéro 1.*

Nous avons reproduit le rectangle ABCD et le point O du paragraphe I. En plus, nous avons placé un dessin à l'intérieur du rectangle.

Agrandis le rectangle de la même façon qu'au paragraphe I.
En employant le même procédé, essaie d'agrandir le dessin bleu.

Tu as obtenu quatre points E', F', G' *et* H'.
– *Qu'observes-tu pour les droites* EF *et* $E'F'$, *pour les droites* FG *et* $F'G'$, *pour les droites* GH *et* $G'H'$, *pour les droites* HE *et* $H'E'$ *?*
– *Compare les longueurs des segments* EF *et* $E'F'$, *des segments* FG *et* $F'G'$, *des segments* GH *et* $G'H'$, *des segments* HE *et* $H'E'$.
– *Compare les mesures des secteurs angulaires* HEF *et* $H'E'F'$, *des secteurs* EFG *et* $E'F'G'$, *des secteurs* FGH *et* $F'G'H'$, *des secteurs* GHE *et* $G'H'E'$.

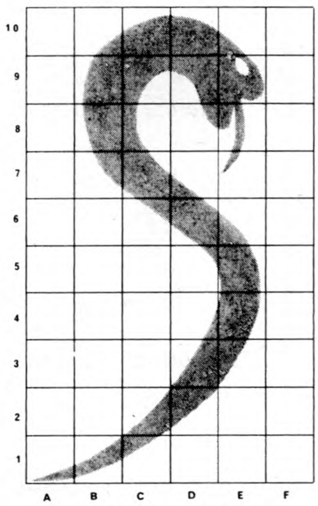
2. Ce que nous te demandions de faire au paragraphe précédent n'était pas trop difficile. En effet :

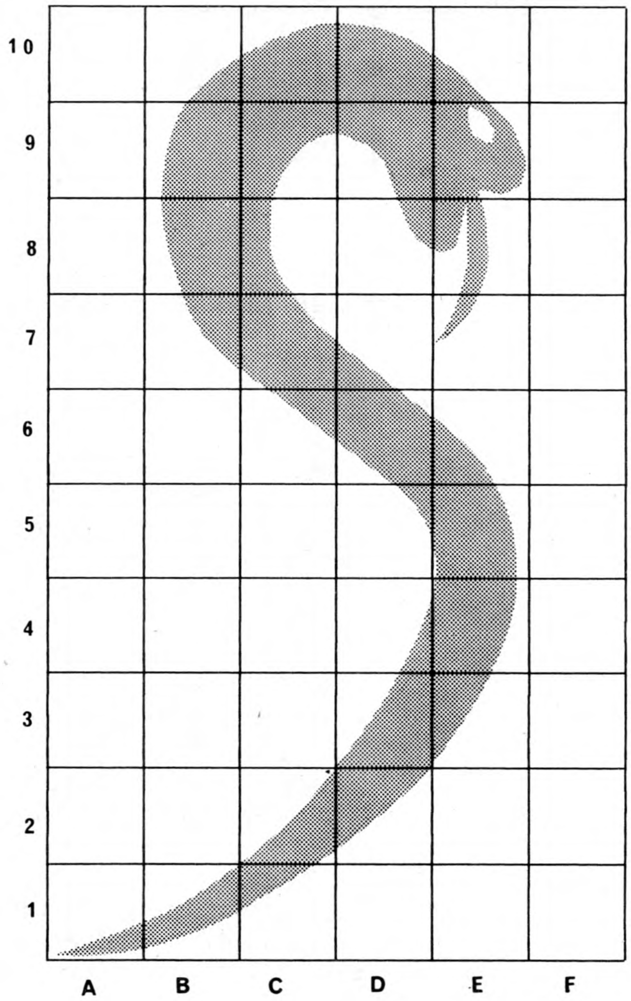
- le dessin à agrandir était formé de segments de droite ;
- il n'y avait pas beaucoup de points à transformer.

Mais si le dessin à agrandir est plus compliqué, il devient vite difficile, ou même impossible d'employer cette méthode. Aussi, nous t'en proposons une autre.

Regarde le dessin.

Nous y avons reproduit un rectangle et son agrandissement. Mais, cette fois, nous avons agrandi un dessin plus compliqué.

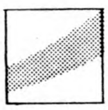




Nous avons partagé chaque rectangle en carrés de même dimension.

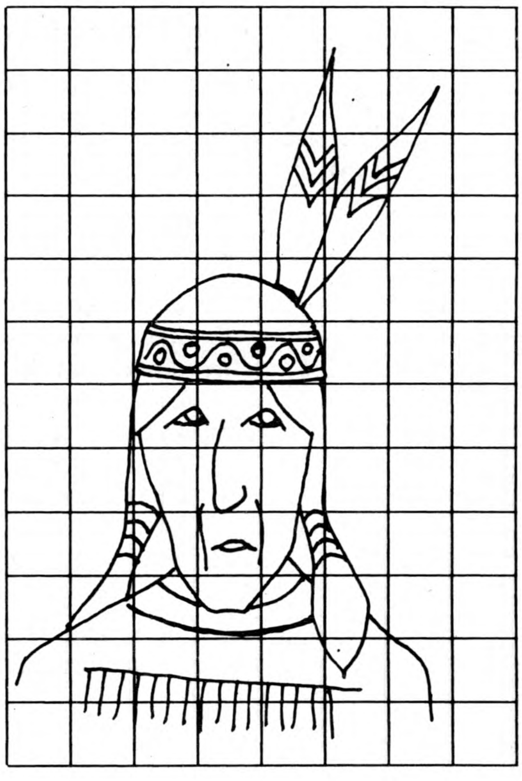
Puis nous avons agrandi notre dessin case par case.

Par exemple :

la case B_1 du petit dessin : 
a donné la case B_1 du grand dessin : 

3. A toi.

Dessine un rectangle de 12 cm sur 20 cm.
En utilisant la méthode ci-dessus, reproduis-en l'agrandissement le quadrillage puis le splendide portrait ci-contre (il représente le grand sachem de la célèbre tribu des Pieds Eveillés).



III – UN PROBLEME

Prends la feuille de manipulation numéro 20 et regarde le dessin numéro 2.
Tu y vois deux figures que nous avons appelées 1 et 2. Elles se ressemblent.

Nous voudrions savoir si la figure 2 est un agrandissement de la figure 1.

– Compare la mesure du secteur ABC *et du secteur* A′B′C′. *Que constates-tu ?*
Recommence pour d'autres secteurs choisis de la même façon.

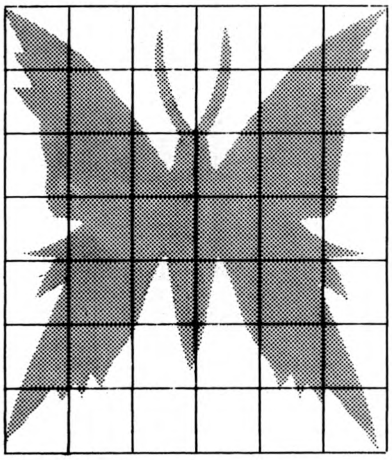
– Compare les longueurs des segments AB *et* A′B′. *Que constates-tu ?*
Recommence avec d'autres segments choisis de la même façon.

– Les droites AB *et* A′B′ *sont-elles parallèles ?*

Prends la feuille de manipulation numéro 23 et regarde le dessin numéro 2.
Nous y avons reproduit les figures 1 et 2 et sur la figure 1 nous avons placé un quadrillage.
Regarde bien ce quadrillage.

Place maintenant un quadrillage sur la figure 2 mais ATTENTION :
ce quadrillage doit te permettre de voir si la figure 2 est un agrandissement de la figure 1.

exercices

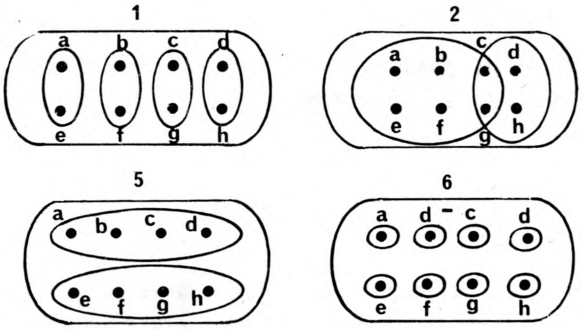


136. *Agrandis la figure ci-contre.*
Tu prendras des carrés de 2 cm de côté.

137. *Prends la feuille de manipulation numéro 21 dessin numéro 2.*
Reproduis le dessin du poisson dans le pavage de droite.

138. *Prends la feuille de manipulation numéro 21 dessin numéro 1.*
Trace un quadrillage sur ce dessin puis reproduis-le, avec une unité de longueur trois fois plus grande.

139. On appelle A l'ensemble $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$.
Les dessins ci-dessous représentent l'ensemble A et des parties de A.



Dis quels sont parmi ces dessins ceux qui n'illustrent pas une partition de A.
Justifie ta réponse.

140. On appelle A l'ensemble des nombres $\{3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 21 ; 25 ; 35 ; 52\}$.
B l'ensemble des éléments de A divisible par 3,
C l'ensemble des éléments de A divisible par 5,
D l'ensemble des éléments de A divisible par 7.

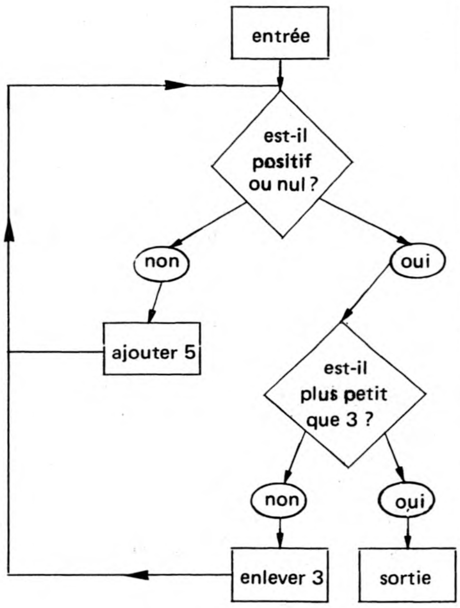
Les ensembles B, C *et* D *forment-ils une partition de* A *? Justifie ta réponse.*

141. *Regarde la machine ci-dessous.*

1. *Recopie et complète le tableau en utilisant cette machine.*

entrée	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
sortie										

entrée	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sortie											



2. *Calcule le nombre de sortie quand le nombre d'entrée est* −36.
Même question pour le nombre 59.

3. On appelle A l'ensemble des nombres entiers de −10 à 10 et B l'ensemble $\{0 ; 1 ; 2\}$.
Fais le dessin de l'application de A *vers* B *définie par le tableau ci-dessus.*
Fais le dessin de la partition de A *associée à cette application.*

142. Voici un ensemble de couples.
$\{(-12 ; 13)$; $(-15 ; 10)$; $(-24 ; 26)$; $(25 ; -30)$; $(12 ; -11)$; $(18 ; -13)$; $(14 ; -15)$; $(18 ; -16$; $(-2 ; -3)$; $(-7 ; 8)\}$.

On considère l'application qui à chaque couple fait correspondre la somme de ses termes.

Fais le dessin de cette application.
Fais le dessin de la partition associée.

la distributivité

1. Exercices.

Calcule.

$3 \times (7 + (-5))$ *et* $(3 \times 7) + (3 \times (-5))$.

Qu'observes-tu ?

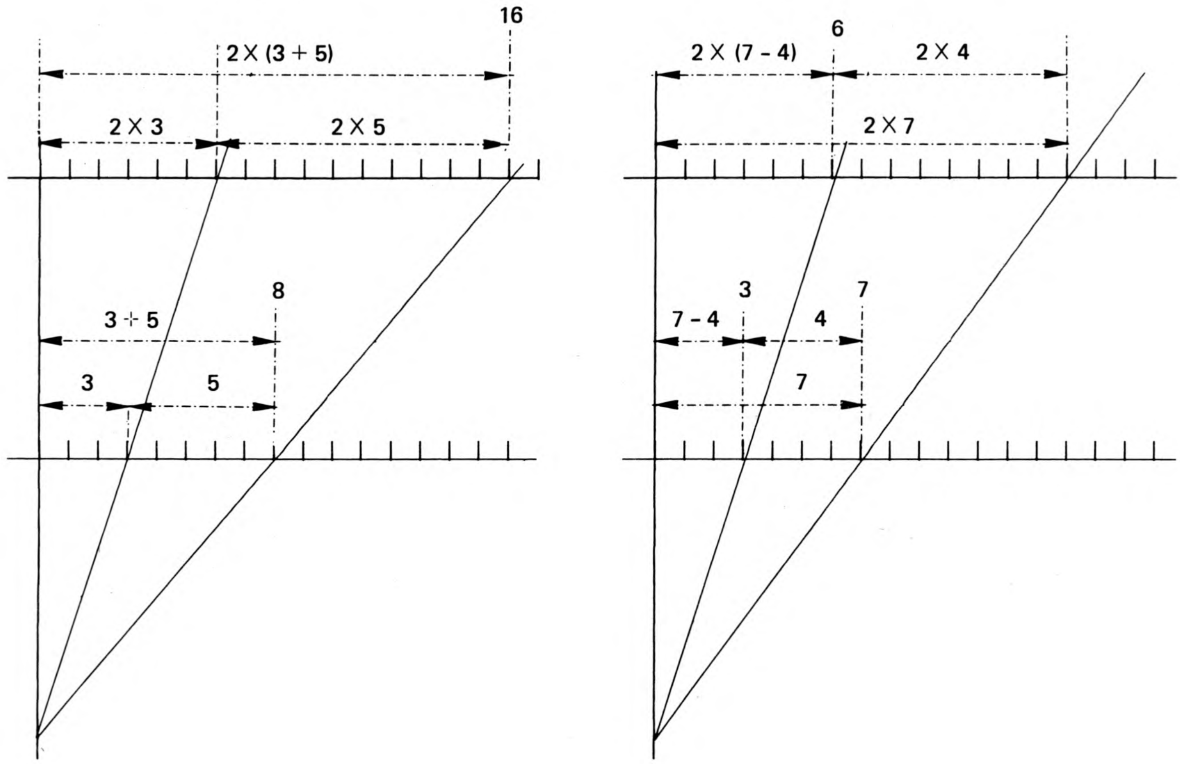
Même question pour :

$5 \times (-6 + (-3))$ *et* $(5 \times (-6)) + (5 \times (-3))$;
$-4 \times (7 + 4)$ *et* $(-4 \times 7) + (-4 \times 4)$;
$-2 \times (5 + (-9))$ *et* $(-2 \times 5) + (-2 \times (-9))$;
$-3 \times (-1 + (-8))$ *et* $(-3 \times (-1)) + (-3 \times (-8))$.

2. Révision.

Dans IN, la multiplication est distributive sur l'addition et sur la soustraction.
Par exemple les dessins ci-dessous illustrent le fait que :

$2 \times (3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$ $\qquad$ $2 \times (7 - 4) = (2 \times 7) - (2 \times 4)$

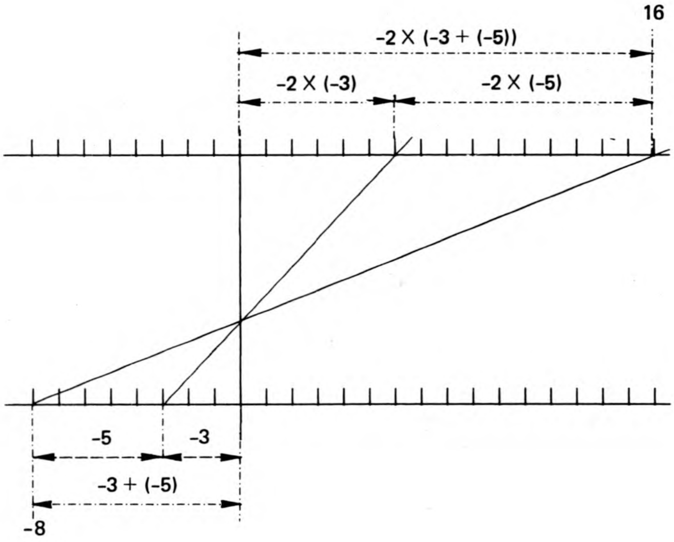


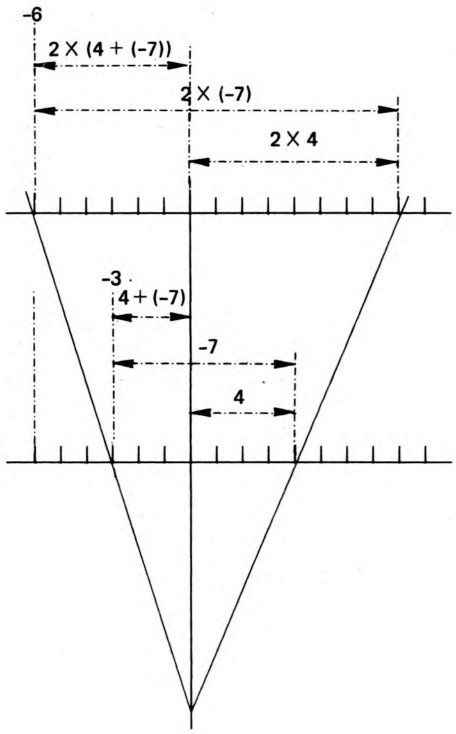
3. Dans ℤ.

Lorsqu'on fait une addition dans ℤ, on fait une addition ou une soustraction dans IN.
Nous admettrons que dans ℤ, la multiplication est distributive sur l'addition.

Par exemple, les dessins ci-dessous illustrent le fait que :

$-2 \times (-3 + (-5)) = (-2 \times (-3)) + (-2 \times (-5))$ $\qquad$ $2 \times (4 + (-7)) = (2 \times 4) + (2 \times (-7))$





Tu remarques qu'ici, on a utilisé la distributivité de la multiplication sur l'**addition** dans $\mathbb{N}$.

Tu remarques qu'ici, on a utilisé la distributivité de la multiplication sur la **soustraction** dans $\mathbb{N}$.

Puisque les règles de la multiplication et de l'addition sont les mêmes dans $\mathbb{D}$ que dans $\mathbb{Z}$, nous pouvons dire que dans $\mathbb{D}$, la multiplication est distributive sur l'addition.

Dans $\mathbb{D}$: $\qquad \square \times (\bigcirc + \diamond) = (\square \times \bigcirc) + (\square \times \diamond)$.

Exercices.

- *Calcule de deux façons différentes.*

  $5 \times (-1{,}2 + 4)$; $-10 \times (-3{,}7 + (-4{,}5))$; $-4 \times (0{,}25 + (-1{,}5))$
  $8 \times (-0{,}125 + 2)$; $0{,}5 \times (36 + (-90))$; $100 \times (3{,}781 + (-1{,}42))$.

- *Calcule de la façon qui te paraît la plus simple.*

  $(2{,}9 \times 1{,}7) + (-0{,}9 \times 1{,}7)$; $(7{,}3 \times 3{,}227) + (2{,}7 \times 3{,}227)$;
  $(2\,359 \times (-13)) + (2\,359 \times 3)$; $(-1{,}789 \times 519) + (-1{,}789 \times 481)$.

4. Et la soustraction ?

Tu sais que la soustraction des décimaux est une addition.

On peut donc affirmer que la multiplication est distributive sur la soustraction

Dans ID : □ X (○ - ◇) = (□ X ○) - (□ X ◇).

Exercices.

1. *Calcule de deux façons différentes.*

5 X (4 - 1,2) ; -10 X (-3,7 - 4,5) ; -4 X (0,25 - 1,5) ;
8 X (2 - 0,125) ; 0,5 X (36 - 90) ; 100 X (3,781 - 1,42).

2. *Calcule de la façon qui te semble la plus simple.*

(2,9 X 1,7) - (0,9 X 1,7) ; (2 359 X 3) - (2 359 X 13) ;
(1,495 X 1 324) - (1,495 X 324).

exercices

143. *Calcule.*

-3 X (-20 + 7) ; 7 X (-10 + 12) ; -4 X (-2 + 7) ; -6 X (1 - 4) ; -15 X (-3 - 6) ;
11 X (-5 - 2) ; -3 X (7 + 3) X (-8) ; 5 X (-3 - 7) X 5.

144. *Calcule de la manière qui te semble la plus simple.*

(-6 X (-3)) + (-3 X 8) ; (-4 X (-3)) - (-4 X 5) ; (3 782 X 4) + (3 782 X 6) ;
(29 X 17) - (9 X 17).

145. *Calcule de la manière qui te semble la plus simple.*

-5 X (-2 + 3,8) ; (3,8 X 0,5) - (8,3 X 0,5) ; 0,2 X (-1,7 - 2,3) ; 4 X (3,87 - (-2,13)) ;
(0,4 X 26) - 0,4 ; 5 X (2,4 - 3,2) ; (3,2 X 0,02) + (0,5 X 0,02).

exercice — médiatrice d'un segment

146. UNE PARABOLE.

Prends une feuille de papier calque.

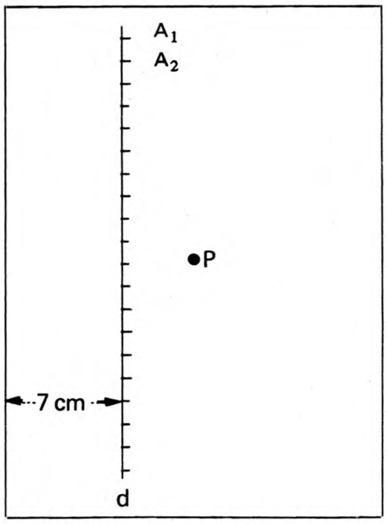
Vers le centre de la feuille, marque un point P.
Dessine une droite d*, parallèle au grand côté de la feuille, à environ* 7 cm *du bord.*
Marque sur cette droite, des points espacés de 1 cm.
Appelle-les A_1, A_2, A_3, *... etc...*

En soulevant ta feuille de papier, mets le point A_1 *exactement sur le point* P *et veille à ce qu'il y reste bien. Puis, marque le pli avec ton ongle.*
Déplie la feuille.

Recommence en mettant le point A_2 *sur le point* P. *Lorsque* A_2 *est sur* P, *marque le pli.*
Déplie la feuille.

Recommence avec le point A_3, *puis avec le point* A_4, *puis,...*

Tu as fait apparaître une courbe : c'est une parabole.



147. On appelle A l'ensemble de tous les entiers de -5 à 5.
A = {-5 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5}.

A chaque élément de A, on a associé son carré.

Explique pourquoi on définit ainsi une application de source A *et de but* $\mathbb{N}$.
Ecris les classes de la partition de l'ensemble A *associée à cette application.*

Remarque.

Il est bien clair que «avoir même carré» est une relation d'équivalence sur l'ensemble A.

148. *Prends la feuille de manipulation numéro 3 dessin numéro 4.*

Appelons $\mathcal{L}$ l'ensemble de tous les points dessinés, sauf le point O.

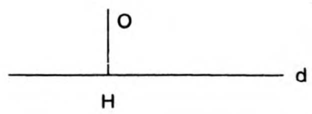
Tu vas faire une partition de l'ensemble $\mathcal{L}$ *en respectant la consigne suivante :*
tu rangeras deux points dans la même classe s'ils sont à la même distance du point O.

On pourrait faire ainsi une partition de l'ensemble de tous les points du plan (sauf le point O).

Quelles seraient les classes de cette partition ?

149. *Prends la feuille de manipulation numéro 3 dessin numéro 1.*

Le dessin ci-contre te montre ce qu'est la distance d'un point à une droite.



Les droites OH et d sont perpendiculaires.
La distance de O à d est la longueur du segment OH.

Appelons $\mathcal{L}$ l'ensemble de tous les points dessinés.

Tu vas faire une partition de l'ensemble $\mathcal{L}$ *en respectant la consigne suivante :*
tu rangeras deux points dans la même classe s'ils sont à la même distance de la droite d.

On pourrait faire ainsi une partition de l'ensemble de tous les points du plan (sauf les points de la droite d).

Quelles seraient les classes de cette partition ?

150. *Observe le tableau ci-contre.*

On appelle S l'ensemble des enfants, E l'ensemble des externes et G l'ensemble des garçons.

	Pierre	Marie	Antoine	Nadine	Nicolas	Claudine
externes	X	X	X	X		
A : né en 67						X
B : né en 68		X		X	X	
C : né en 69	X		X			

1. *Les ensembles* A, B *et* C *forment-ils une partition de l'ensemble* S. *Tu peux t'aider d'un dessin.*

2. *Même question pour les ensembles* G *et* E.

3. *Même question pour les ensembles* E *et* A.

Dans chaque cas, justifie ta réponse.

additions et multiplications

I – UNE REGLE DE PRIORITE

Nous avons déjà écrit des égalités comme :

$$5 \times (3 + 4) = (5 \times 3) + (5 \times 4).$$

Si on effectue les calculs comme l'indique le premier membre de l'égalité, on doit commencer par effectuer l'addition.
Si on effectue les calculs comme l'indique le second membre de l'égalité, on doit commencer par effectuer les deux multiplications.

Ce sont les parenthèses qui nous indiquent la **PRIORITE** des opérations.

Tu connais bien cette règle que tu as utilisée déjà en classe de 6ème.

Indique, par exemple, dans quel ordre doivent être effectuées les opérations proposées par l'écriture :

$$-7 + (9 \times 6).$$

Nous allons décider que :

La multiplication a priorité sur l'addition et sur la soustraction.

Dans une suite d'additions et de multiplications, il ne sera donc plus nécessaire de noter les multiplications entre parenthèses.

Ainsi :

	$(5 \times 3) + (5 \times 4)$	peut s'écrire	$5 \times 3 + 5 \times 4$
et	$-7 + (9 \times 6)$	peut s'écrire	$-7 + 9 \times 6.$

Attention.

L'écriture $5 \times 3 + 4$ est une autre écriture d'un des deux nombres suivants :

$$5 \times (3 + 4) \quad \text{ou} \quad (5 \times 3) + 4.$$

Lequel ?

L'écriture $7 + 6 \times 3$ est une autre écriture d'un des deux nombres suivants :

$$(7 + 6) \times 3 \quad \text{ou} \quad 7 + (6 \times (6 \times 3).$$

Lequel ?

Exercices.

1. *Recopie les suites d'opérations ci-dessous en enlevant les parenthèses qui ne te semblent pas nécessaires :*

$(-9 \times 3) + 5$; $-9 \times (-3 + 5)$; $(4 \times 5 \times 7) + (3 \times 2)$;
$-8 + (-2) + (5 \times 6) + (-2 \times 10)$; $(7 - 10) \times (-3 \times (-4))$;
$8 \times (-2 \times 4) + 13 \times (5 - 3 + 9)$; $(-5 \times 5) + (-4 \times 7) + 2 \times (-6 + 3).$

2. *Est-ce que les écritures suivantes représentent le même nombre ?*

$$(4 - 2) \times (9 + 6) \quad et \quad 4 - 2 \times 9 + 6.$$

Même question pour les écritures suivantes :

$$5 + (13 \times 4) - 6 \quad et \quad 5 + 13 \times 4 - 6 \quad ;$$
$$-8 - (12 \times (-1)) + 7 \quad et \quad -8 - 12 \times (-1) + 7.$$

3. *Calcule :*

$5 + 4 \times 3 + 2$; $(5 + 4) \times (3 + 2)$; $(5 + 4) \times 3 + 2$; $5 + 4 \times (3 + 2)$;
$5 \times 4 + 3 \times 2$; $5 \times (4 + 3) \times 2$; $(5 \times 4 + 3) \times 2$; $5 \times (4 + 3 \times 2)$.

4. *Calcule :*

$15 \times 10 - 13 \times 11 + 17 \times 4 - 20$; $-5 \times (8 + 5) \times (-7)$; $7 \times (-5 - 3) \times 4$;
$1,6 + 0,03 + 0,25 \times 0,2$; $-1 \times (2 + 3) + 4 - 5$; $1 + 2 \times 3 \times (-4 + 5)$.

II – DES CALCULS AVEC UNE LETTRE

Tu sais que le nombre $2 + 2 + 2 + 2$ peut s'écrire 4×2.
Tu sais aussi qu'il arrive qu'on utilise des lettres pour désigner des nombres.

Désignons par a un nombre décimal.
Le nombre $a + a + a + a$ peut s'écrire $4 \times a$.

Ecris plus simplement les nombres :

$a + a$; $a + a + a + a + a$; $a + a + a + a + a - a$;
$-a + a + a + a - a$; $a - a + a - a$.

Tu sais que le nombre $4 \times 2 + 5 \times 2$ peut s'écrire 9×2.
C'est une application de la distributivité puisque :

$$4 \times 2 + 5 \times 2 = (4 + 5) \times 2.$$

De la même façon, le nombre $4 \times a + 5 \times a$ peut s'écrire $9 \times a$.

Ecris plus simplement les nombres :

$2 \times a + 7 \times a$; $5 \times a - 3 \times a + 7 \times a$; $1,5 \times a + 0,5 \times a - 2 \times a$;
$-13 \times a - 7 \times a + 15 \times a$; $1,73 \times a + 2 \times a + 0,27 \times a$; $-5 \times a - 3 \times a - 1,5 \times a$.

III – UNE CONVENTION D'ECRITURE

Dans ce qui précède, nous avons écrit des produits comme :

$$a \times b \quad ; \quad 3 \times a \quad ; \quad -2 \times a.$$

On convient de ne pas écrire le signe $\times$ et d'écrire ces produits :

$$ab \quad ; \quad 3a \quad et \quad -2a.$$

Remarque. Bien que les produits $3 \times a$ et $a \times 3$ soient égaux, on n'écrit jamais ce produit a3. Ce serait en effet très gênant pour un nombre négatif. Par exemple, l'écriture $a - 2$ ne peut évidemment pas représenter le produit de a par -2.

Par contre le nombre $a \times b$ peut s'écrire indifféremment ab ou ba. Il est cependant souvent commode de conserver l'ordre alphabétique

Dans les exemples précédents, l'un des nombres au moins est représenté par une lettre.

On convient aussi de ne pas écrire le signe $\times$ s'il n'y a pas de lettre à condition que cela n'entraîne pas de confusion.

Par exemple l'écriture $3(5+7)$ désigne sans erreur possible le produit du nombre 3 et du nombre $5+7$.

Par contre l'écriture 23 ne peut évidemment pas désigner le produit des nombres 2 et 3.

Exercices.

1. Les lettres a, b et c désignent désignent des nombres décimaux.

   Recopie les écritures suivantes en enlevant les signes $\times$ qui te semblent inutiles.

   $5 \times a$; $-3 \times a + 4 \times b - a \times c$; $5 \times 7 - 5 \times a + 4 \times 2 \times b$;
   $a \times (b+c)$; $-3 \times (a-b)$; $-7 \times (8-5) + 6 \times 9$.

2. La lettre a désigne un nombre décimal.

   Donne une autre écriture des nombres suivants.

   $-1{,}7a + 3a$; $2a - 5a + 7a$; $-0{,}4a - 1{,}6a$; $8a - 3a - 5a$.
   $-2(3+a)$; $7(a-5)$; $-3(a-5)$.

exercices

151. *Recopie et complète le tableau ci-dessous.*

x	y	z	xy + z	x(y + z)
3	-1	-2		
0	-7	5		
-1	-12	12		

Penses-tu que la propriété suivante soit vraie :

Quels que soient les nombres relatifs x, y et z, $xy + z = x(y+z)$?

152. Les lettres a, x et y désignent des nombres décimaux.

*Donne une écriture **plus** simple des nombres suivants :*

$5a + 8a - 15a$; $-a + 10a - a$; $-4x - 7x - x$; $5x - (3x + 2x)$; $-7x - 3x + 9x$;
$3{,}5y - 0{,}7y + 2{,}8y$; $-0{,}32y - 4y + 6{,}7y$.

153. *Calcule.*

$-4 \times (-3) + 2$; $-3 + 2 \times 0{,}5 + 2$; $2 \times (-5) + 2 + 0{,}5 + 2 \times (-2)$;
$-7 \times (-3) - 5 \times (-13)$; $-5 \times 12 + 6 \times (-4)$; $13 \times 6 - 15 \times 4$.

Autres exercices page 169.

154. Lundi soir Arthur a regardé un film à la télévision ; le film a commencé à 20 h 38 mn ; il a fini à 22 h 6 mn.

Combien de temps a duré le film ?

Son frère a regardé sur l'autre chaine les variétés qui ont duré 2 fois moins de temps ; elles ont commencé également à 20 h 38 mn.

A quelle heure se sont-elles terminées ?

155. *Recopie et complète.*

4 h 26 mn = ... mn ; 372 mn = ... h ... mn.
1 h 35 mn 7 s = ... s ; 36 704 s = ... h ... mn ... s.
5 j 3 h = ... h ; 38 h = ... j ... h.

156. *Effectue.*

15 h 12 mn + 13 h 55 mn.
14 mn 27 s + 35 mn 42 s.

5 h 12 mn 42 s + 3 h 27 mn 29 s.
5 h 45 mn 29 s + 4 h 14 mn 31 s.

157. *A quelle heure commence ton premier cours le lundi matin ? A quelle heure finit-il ? Combien de temps dure-t-il ?*

Tes autres cours du lundi ont-ils tous la même durée ? Calcule la durée totale de tes cours du lundi.

158. Un match de rugby est télévisé : il débute à 15 h 5 mn ; chacune des deux mi-temps dure 40 mn et le repos entre les mi-temps dure 5 mn.

A quelle heure le match se termine-t-il ?

159. Le 1er février 1981 le soleil s'est levé à 7 h 23 mn et couché à 16 h 47 mn ; tandis que la lune s'est levée à 4h 31 mn et couchée à 13 h 29 mn.

Combien de temps s'est-il écoulé entre le lever et le coucher du soleil ?
Même question pour la lune.
Qui est resté le plus longtemps au-dessus de nous ?
Pendant combien de temps aurait-on pu voir à la fois le soleil et la lune ?

160. Un avion part de Paris à 16 h 42 mn pour Dakar. Sa durée de vol est de 6 h 40.
Le décalage horaire est de 2 h. Quand il est 8 h à Paris, il est 6 h à Dakar.

A quelle heure l'avion arrive-t-il à Dakar ?

Il repart de Dakar à 22 h 35 et met 25 mn de plus pour le retour (à cause du vent du nord).

A quelle heure arrive-t-il à Paris ?

161. Pour aller de Fépacho à Féphroy en train, un voyageur a mis 2 h 27 mn.

Combien de temps met-il avec un avion qui va trois fois plus vite ?
Combien de temps met-il avec une voiture qui va deux fois moins vite ?
Et en bateau qui va 5 fois moins vite ?

des machines à lettres

I – OU ON RETROUVE LES APPLICATIONS

1. Voici une machine.

entrée ⟶ multiplie par 2 ⟶ ajoute 3 ⟶ sortie

Recopie et complète le tableau suivant.

entrée	2	7	5	3	12
sortie					

Nous pouvons faire entrer n'importe quel nombre entier dans la machine.
Appelons a le nombre d'entrée, alors le nombre de sortie s'écrit

$$(a \times 2) + 3.$$

Mais $(a \times 2) + 3 = (2 \times a) + 3$ puisque que la multiplication est commutative,
et $(2 \times a) + 3 = 2 \times a + 3$ puisque la multiplication a priorité sur l'addition.

De plus $2 \times a$ s'écrit $2a$, par convention.
Le nombre de sortie s'écrit donc $2a + 3$.

Recopie et complète le tableau suivant.

a	2	7	5	3	12
$2a + 3$					

On peut dire que tu as calculé les images de 2, 7, 5, 3 et 12 par une application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Ce qui se passe dans la machine peut être schématisé par :

$$a \longmapsto 2a + 3.$$

Exercice 1.

Recopie et complète le tableau.

a	1	2	4	5	6
$4a + 5$					

Exercice 2.

Calcule les images de -3 ; -2 ; 1 ; 2 ; 4 par la machine $a \longmapsto 2a - 1$.

2. Une autre machine.

entrée → ajouter 3 → multiplie par 2 → sortie

Recopie et complète le tableau suivant.

entrée	2	7	5	3	12
sortie					

Compare ce tableau avec celui du paragraphe 1.

Nous pourrions faire entrer n'importe quel nombre entier dans la machine.
Appelons a le nombre d'entrée, alors le nombre de sortie s'écrit :

$$(a + 3) \times 2.$$

Mais : $(a + 3) \times 2 = 2 \times (a + 3)$ puisque la multiplication est commutative
et $2 \times (a + 3)$ s'écrit $2(a + 3)$ car là encore on peut supprimer le signe $\times$.
Tu as ici calculé les images de 2, 7, 5, 3 et 12 par une nouvelle application de source $\mathbb{N}$ et de but $\mathbb{N}$.

Ce qui se passe dans la machine peut être schématisé par : $a \longmapsto 2(a + 3)$.

Les machines $a \longmapsto 2a + 3$ *et* $a \longmapsto 2(a + 3)$ *fonctionnent-elles de la même façon ?*

Exercice.

Recopie et complète les tableaux.

a	1	2	4	5	6
4(a + 5)					

a	-3	-2	1	2	4
2(a - 1)					

3. Exercice.

Voici une machine.

entrée → multiplie par 3 → enlève 4 → sortie

Appelle a *le nombre d'entrée, donne une écriture du nombre de sortie.*
Fais la même chose pour les machines suivantes.

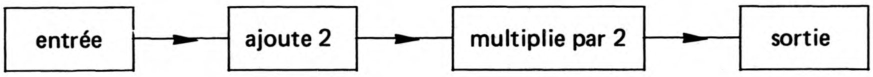
entrée → multiplie par -5 → ajoute 2 → sortie

entrée → enlève 4 → muitiplie par 3 → sortie

entrée → ajoute 2 → multiplie par -5 → sortie

II – DES MACHINES EQUIVALENTES

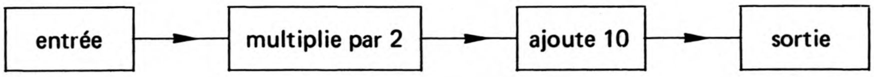
1. Voici une machine.



Recopie et complète le tableau.

entrée	3	8	6	4	13	a
sortie						

Voici une autre machine.



Recopie et complète le tableau.

entrée	3	8	6	4	13	a
sortie						

Compare ces deux tableaux.

Ce que tu as observé ne doit pas te surprendre car tu sais que : $2(a + 5) = 2a + 2 \times 5$ car la multiplication est distributive sur l'addition. Autrement dit : $2(a + 5)$ et $2a + 10$ sont deux écritures du même nombre.

Exercice 1.

Recopie et complète les tableaux.

a	1	2	4	5	6
$4a + 20$					

a	-3	-2	1	2	4
$2a - 2$					

Compare avec les tableaux de l'exercice du paragraphe 2 page 140.

Recopie et complète.

$4(a + 5) = ...$ $\quad$ $2(a - 1) = ...$

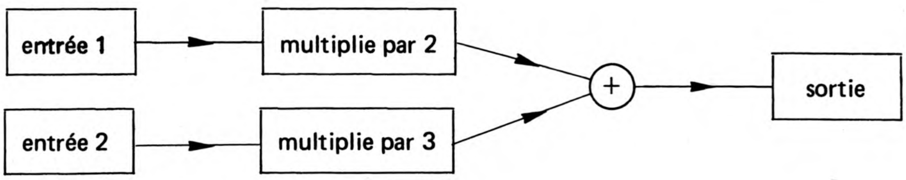
Exercice 2.

Recopie et complète les égalités.

$3(a + 2) = 3a + ...$; $\quad$ $4a + 8 = 4(a + ...)$.
$-5(a + 1) = -5a + ...$; $\quad$ $2a + 12 = 2(a + ...)$.
$7(a - 4) = 7 ... - ...$; $\quad$ $3a - 9 = 3\,(... - ...)$.

III – AVEC PLUSIEURS ENTREES

1. Voici une machine.



Appelons a le nombre d'entrée 1, et b le nombre d'entrée 2. Alors le nombre de sortie peut s'écrire $2a + 3b$.

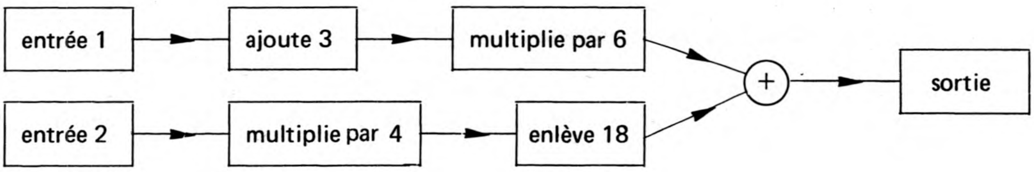
Recopie et complète le tableau.

entrée 1	-2	-1	1	3	5
entrée 2	-3	0	2	3	7
sortie					

Introduisons le même nombre dans les deux entrées.
Appelons x ce nombre.
Le nombre de sortie peut s'écrire $2x + 3x$.
Tu as vu que : $2x + 3x = 5x$.

Remarque bien que l'on ne peut pas donner une autre écriture plus simple pour $2a + 3b$, mais que l'on peut en donner une pour $2x + 3x$.

2. Une autre machine.



Nous décidons de faire entrer le même nombre dans les deux entrées.

Recopie et complète le tableau.

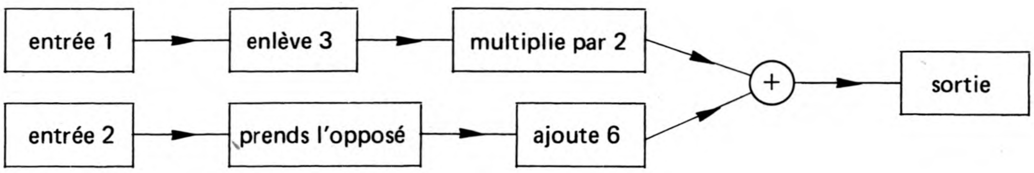
entrée	-4	-2	3	5	8	12
sortie						

Que constates-tu ?

Appelons x le nombre d'entrée, alors le nombre de sortie s'écrit $6(x + 3) + (4x - 18)$.

Donne une autre écriture de $6(x + 3)$, *puis de* $6(x + 3) + (4x - 18)$.

3. Un autre exemple.



On décide de faire entrer le même nombre dans les deux entrées.

Recopie et complète le tableau.

entrée	-7	-5	-2	0	1	3
sortie						

Que constates-tu ?

Appelons x le nombre d'entrée, alors le nombre de sortie s'écrit : $2(x - 3) + ((-x) + 6)$.

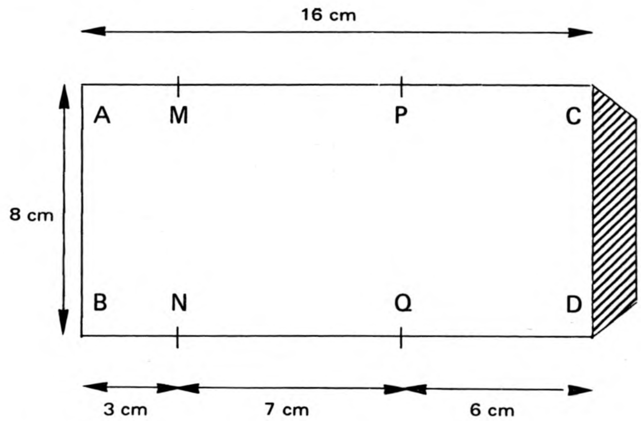
Donne une autre écriture de $2(x - 3)$ *puis de* $2(x - 3) + (-x + 6)$.

exercices page 170.

cylindres et prismes

I – DES CYLINDRES

1. Construction d'un cylindre.



Sur une feuille de papier, dessine le rectangle ACDB *en vraie grandeur.*
N'oublie pas la patte de collage.

Trace les segments MN *et* PQ *: ils sont perpendiculaires au segment* AC.
Pourrais-tu tracer d'autres segments perpendiculaires au segment AC *?*
Que peux-tu dire des segments AB, MN, PQ *et* CD *?*

Découpe ton rectangle ACDB *et sa patte de collage.*
Surtout ne plie pas la patte de collage !
Colle suivant la patte de collage en superposant les segments AB *et* CD.

Tu as obtenu un CYLINDRE.

Pose une feuille de papier sur la table.
Pose verticalement ton cylindre sur cette feuille.
Pose une feuille de carton sur le cylindre.
Comment sont les plans représentés par les deux feuilles ?
Comment sont les segments AB, MN *et* PQ *par rapport à ces plans ?*

■ Tu vois que ton cylindre est délimité par 2 plans parallèles et que les segments AB, MN, PQ, ... sont perpendiculaires à ces plans.

La longueur de ces segments est la HAUTEUR du cylindre.

■ Tu as vu aussi que les segments AB, MN, PQ, ... sont parallèles.

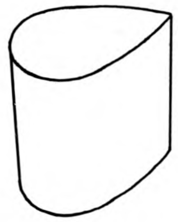
Ces segments AB, MN, PQ, ... sont appelés GENERATRICES du cylindre.

■ Les côtés AC et BD du rectangle ACDB sont devenus des courbes.

On les appelle COURBES DIRECTRICES du cylindre. Si tu as fait ton collage soigneusement, ces courbes sont des cercles.

Suppose que l'on remplisse ton cylindre de plâtre. Lorsque le plâtre aura séché, on obtiendra un objet «plein» qu'on appelle aussi cylindre.

2. D'autres cylindres

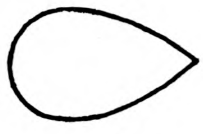


Tu vas pincer ton cylindre le long du segment MN. Pour cela, tu vas appuyer fortement le long du segment MN sans aplatir complètement ton cylindre.

Pose-le verticalement sur la table.

Tu dois obtenir un objet semblable au dessin.

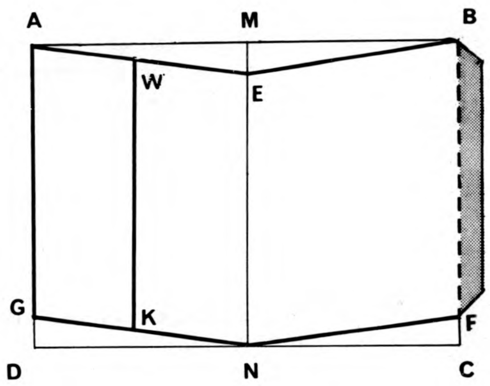
Les segments MN, PQ,... sont toujours perpendiculaires au plan de la table, mais les courbes directrices ne sont plus des cercles.



Elle sont de cette forme

On dit encore que c'est un cylindre.

La hauteur de ce cylindre est toujours la longueur d'une génératrice.



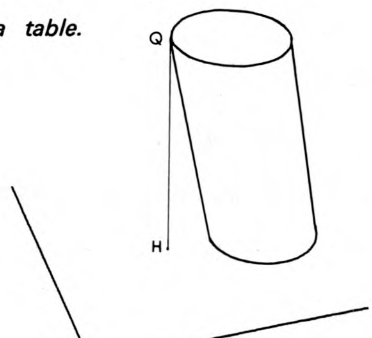
Dessine un rectangle ABCD *de* 14 cm *sur* 10 cm.
Place un point M *au milieu du segment* AB.
Trace le segment MN *perpendiculaire au segment* AB.

Place trois points E, F, G *de la façon suivante :*
E *est sur le segment* MN *à* 1 cm de M.
F *est sur le segment* BC *à* 1 cm *de* C.
G *est sur le segment* AD *à* 1 cm *de* D.

Dessine un segment WK *parallèle au segment* AD.

Découpe la figure AEBFNG, *sans oublier la patte de collage.*

Colle suivant la patte de collage et pose l'objet sur ta table.



Tu obtiens encore un cylindre.
Les droites AG, EN, WK sont des génératrices du cylindre. Elles ne sont pas perpendiculaires au plan de la table.
La hauteur n'est plus la longueur d'une génératrice.
La hauteur est la longueur d'un segment comme le segment QH.

Remarque.

Les deux premiers cylindres sont appelés CYLINDRES DROITS car leurs génératrices sont perpendiculaires au plan de la courbe directrice.

II – REPRESENTATION

1. *Fabrique rapidement un cylindre droit avec une feuille de papier. Pose-le verticalement sur la table et dessine-le sur ton cahier.*

2. *Prends la feuille de manipulation numéro 22.*

Sur le dessin numéro 1, nous avons dessiné un cylindre en perspective cavalière. Nous avons aussi dessiné les arêtes d'une boîte dans laquelle le cylindre est rangé. Nous avons dessiné en traits ponctués ce qu'on verrait si le cylindre était transparent.

Nous avons représenté les deux cercles directeurs par deux ovales superposables. Ces ovales ne sont pas des cercles ; de même, le fond et le couvercle de la boîte, qui sont carrés, ne sont pas représentés par des carrés. Les côtés de la boîte sont des rectangles.

Sont-ils représentés par des rectangles ?

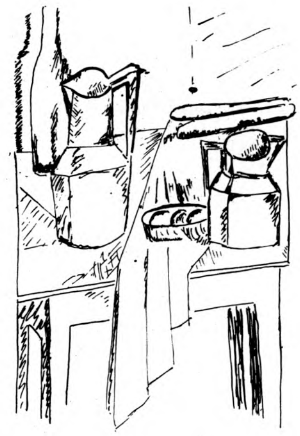
Sur le dessin les segments AB et CD n'ont pas la même longueur. Mais ils représentent deux segments qui, dans la réalité, ont la même longueur mais ne sont pas parallèles.

3. Il y a bien d'autres représentations d'un cylindre que la perspective cavalière.

Sur le dessin numéro 2 de la feuille de manipulation numéro 22 nous avons fait une représentation d'un cylindre comme avec un appareil photographique.

Calque soigneusement l'ovale du haut ; essaie de superposer ton dessin calqué à l'ovale du bas. Que constates-tu ?

Si tu observes attentivement des dessins ou des peintures, tu découvriras d'autres conventions de dessins que celles que nous t'avons présentées ici. Par exemple, un peu après 1900, des peintres (qu'on a appelés *cubistes*) ont voulu que leurs œuvres montrent plusieurs aspects des objets. Le dessin ci-contre est une reproduction d'une peinture (de 1910) du peintre Derain, qui était un cubiste.



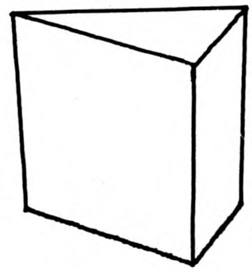
Observe les pichets : on voit à la fois le dessus des pichets comme si on était presque au-dessus, et les pichets eux-mêmes comme si on était à leur hauteur.
Regarde aussi la table et ses pieds.

Le dessin que tu as fait au début du paragraphe ressemble peut-être à celui-la.

III – PRISME

Reprends le cylindre que tu as construit au début du chapitre.

Pince ton cylindre le long des segments AB, MN *et* PQ.



Tu dois obtenir un objet de la forme ci-contre.

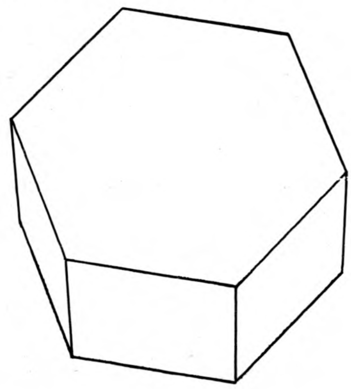
Cet objet est un PRISME. Il est délimité par deux plans parallèles ; ses ARETES AB, MN, et PQ sont perpendiculaires à ces plans.

Comme pour le cylindre, on dit que c'est un PRISME DROIT dont la BASE est un triangle. Mais il existe des prismes dont la base est un quadrilatère, un pentagone, etc...

Peux-tu donner un exemple de prisme droit dont la base est un rectangle ?

Un tel prisme droit est un parallélépipède rectangle.

Voici le dessin de la tête d'un boulon. On peut reconnaître un prisme à base hexagonale.



IV – AIRE LATERALE D'UN CYLINDRE DROIT

Pour construire un cylindre droit nous sommes partis d'un rectangle. Tu sais calculer l'aire de ce rectangle. On dit que cette aire est l'aire latérale du cylindre.

Dans le cas d'un cylindre droit, un des côtés devient la hauteur du cylindre et l'autre côté devient la longueur de la courbe directrice. Tu vois que :

Pour trouver l'aire latérale d'un cylindre droit, ou d'un prisme droit on multiplie la longueur de la courbe directrice par la hauteur du cylindre.

Concluons :

- si on appelle L la longueur de la courbe directrice du cylindre droit ;
- si on appelle h la hauteur du cylindre droit ;
- si on appelle A l'aire latérale du cylindre droit ;

on peut écrire que

$$A = L \times h.$$

Exercices.

1. Un prisme a une base carrée de 15 cm de côté et une hauteur de 8 cm.

   Quelle est son aire latérale ?

2. Un cylindre droit a une base circulaire de 5 cm de rayon et une hauteur de 12 cm.

   Calcule une mesure approchée de sa surface latérale.

exercices

162. Pour mardi-gras, Arthur veut se déguiser en chef cuisinier.
Il veut construire sa toque en carton. Une fois finie, sa toque doit être un cylindre droit fermé en haut. Sa base est un cercle de 8 cm de rayon et sa hauteur est 30 cm.

Calcule une mesure approchée de la surface latérale de ce cylindre.
Calcule une mesure approchée de la surface de carton qu'il doit découper.

163. Un bac à fleurs est construit en bois. Il a la forme d'un parallélépipède rectangle. Les côtés de la base sont : 45 cm et 55 cm. Sa hauteur est 30 cm.

Calcule l'aire latérale de ce parallélépipède rectangle.
Calcule l'aire de la surface en bois de ce bac.

Autres exercices pages 180 et 193.

cônes et pyramides

I – UN CONE

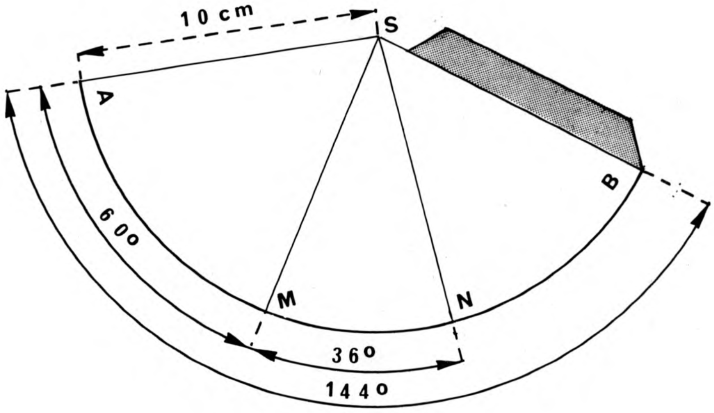
1. *A l'aide de ton rapporteur, reproduis sur une feuille de papier le dessin ci-contre en vraie grandeur.*

Trace les segments SM *et* SN.

Découpe le dessin que tu as fait.

Colle suivant la patte de collage en superposant les segments AS *et* BS.

Quelle courbe forme maintenant l'arc AB *?*



Pose le solide que tu viens de construire sur ta table.

Tu as devant toi un CONE.

Le point S est le SOMMET de ce cône.

Les points A, M et N sont situés sur un cercle. Ce cercle est la COURBE DIRECTRICE ou CERCLE DIRECTEUR du cône.

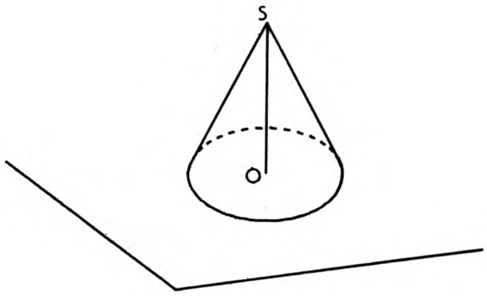
Les segments SA, SM, SN, ... sont des GENERATRICES du cône. Remarque bien qu'une génératrice contient toujours le sommet du cône et un point de la courbe directrice.

2. *Sur ton cahier trace un cercle* c *de rayon 4 cm.*
Tu appelleras O *son centre.*
Hachure le disque obtenu.
Pose ton cône sur le disque.

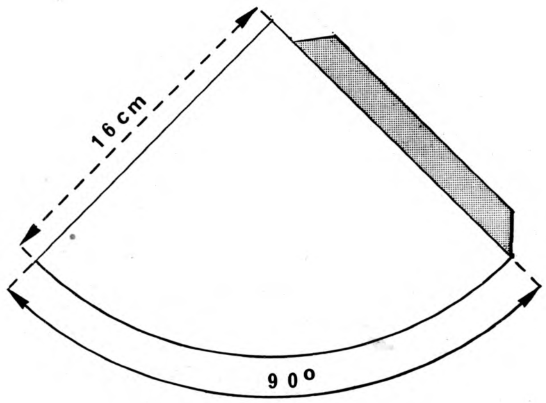
Le cercle directeur de ton cône doit coïncider avec le cercle c.
Le disque que tu as hachuré est la BASE du cône.

Si tu traçais une droite passant par le sommet S du cône et par le centre O du cercle c, tu obtiendrais une droite perpendiculaire au plan de la base.

On dit que la longueur du segment SO est la HAUTEUR du cône.



3. *Reproduis le dessin ci-contre en vraie grandeur puis construis le cône correspondant.*



Tu obtiens un nouveau cône.

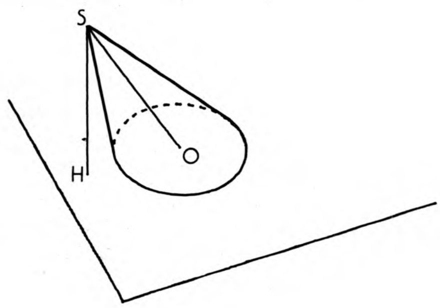
Pose ce cône sur le disque que tu as hachuré.

Là encore, les cercles doivent coïncider.

Les deux cônes que tu as construits ont-ils la même base ?
Ont-ils la même hauteur ?

II – D'AUTRES CONES

1. Voici un dessin.

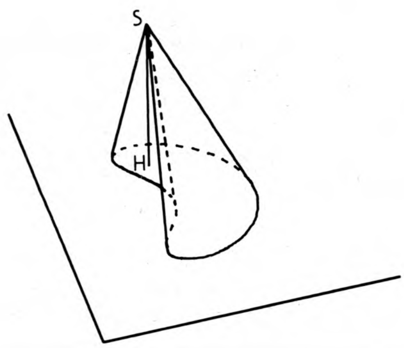


Ce dessin représente aussi un cône.

Tu vois que la droite SO n'est pas perpendiculaire au plan de la base. La longueur du segment SO n'est pas la hauteur du cône.

La droite SH est perpendiculaire au plan de la base. On dit que la longueur du segment SH est la hauteur du cône.

2. Voici un autre dessin de cône.

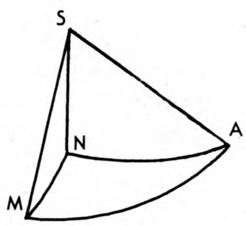


Tu remarques que la courbe directrice n'est plus un cercle.

La hauteur de ce cône est la longueur du segment SH.

III – PYRAMIDES

Pince le premier cône que tu as construit le long des segments AS, MS *et* NS.



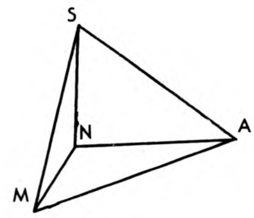
Tu obtiens un solide de cette forme.

Marque d'un pli chacun des segments AM, MN *et* NA *(en t'aidant d'une règle).*

Découpe le long des segments AM, MN *et* NA.

Tu obtiens un solide de cette forme.

Connais-tu le nom de ce solide ?



1. Construction d'une pyramide.

Prends la feuille de manipulation numéro 13

Le dessin numéro 2 est le patron d'une pyramide.

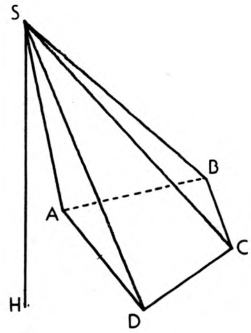
Construis cette pyramide.

Comme pour le cône :

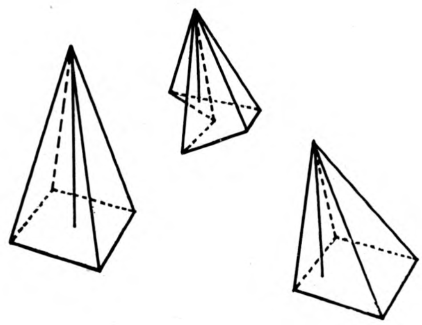
- S est le sommet de la pyramide.

- Le quadrilatère ABCD est la base de la pyramide.

- La droite SH est perpendiculaire au plan de la base. On dit que la longueur du segment SH est la HAUTEUR de la pyramide.



Nous avons dessiné ci-dessous trois autres pyramides.

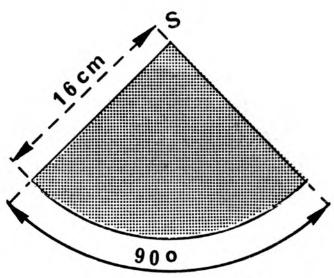


IV – SURFACE LATERALE D'UN CONE

Tu te souviens sans doute que si un disque a pour rayon r, son aire est $\pi \times r^2$.

1. *Prends le deuxième cône que tu as construit (le plus «haut»).*

La surface latérale de ton cône est la surface qui est en papier. Son patron est représenté par le dessin ci-contre.

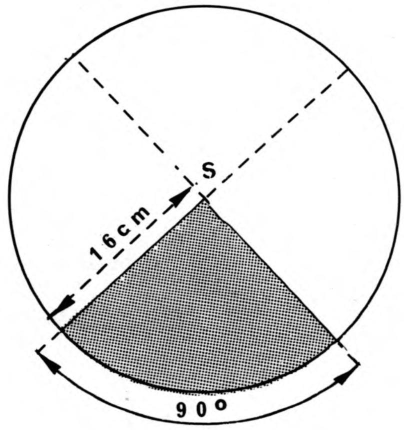


Dessinons le cercle en entier.

Tu vois que la surface latérale du cône est le quart de la surface du disque de centre S et de rayon 16 cm.

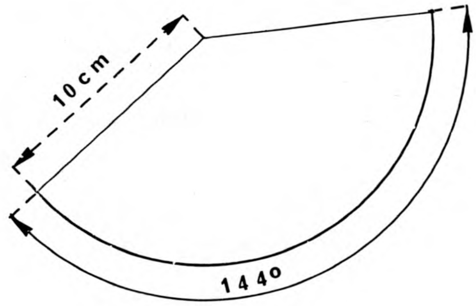
En effet : $90° = 360° \times \frac{1}{4}$.

Calcule l'aire de ce disque.
Quelle est l'aire latérale du cône ?



2. Nous allons calculer l'aire latérale du premier cône que tu as construit.

Voici un dessin de son patron



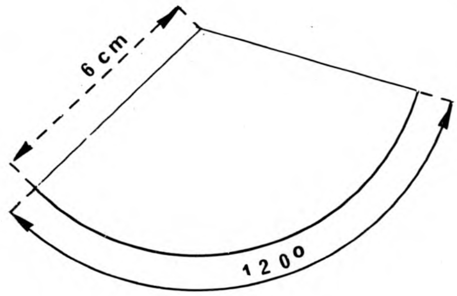
Vérifie que 144° *est les* $\frac{2}{5}$ *de* 360°.

Recopie et complète.

L'aire latérale du 1er cône est les ...... de l'aire du disque de rayon ....

Calcule l'aire du disque.
Calcule l'aire latérale du cône.

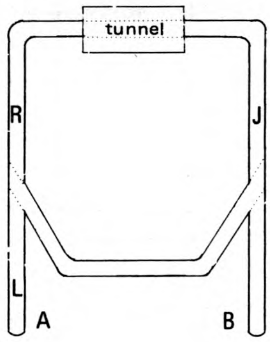
3. Exercice.



Calcule l'aire latérale du cône qui a pour patron le dessin ci-contre.

UN JEU

AIGUILLAGES.



C'est un jeu qui se joue tout seul.
Un wagon rouge R , un wagon jaune J , et une locomotive L sont disposés sur la voie selon le schéma.
Le but du jeu est de permuter les wagons R et J , en les poussant ou en les tirant avec la locomotive.
La locomotive doit terminer à son emplacement du début.
Les wagons ne peuvent pas franchir le tunnel, seule la locomotive le peut.

des pavages

Dans ce chapitre, nous avons proposé plusieurs façons de paver le plan : cela ne veut pas dire qu'il faut toutes les faire.

I – AVEC DES QUADRILATERES

En classe de 6ème, tu as peut-être réalisé un pavage avec des pavés qui ont quatre côtés.

Prends la feuille de manipulation numéro 21 dessin numéro 3.

Nous y avons réalisé un pavage de la même façon. Pour cela nous avons choisi le pavé A et nous l'avons reproduit un certain nombre de fois.

Vérifie que nous avons respecté les règles du jeu suivantes :

- les pavés ne doivent pas être retournés,
- il ne doit pas y avoir de blanc entre deux pavés,
- les pavés ne doivent pas se chevaucher,
- deux pavés voisins doivent se toucher tout le long de leur côté commun.

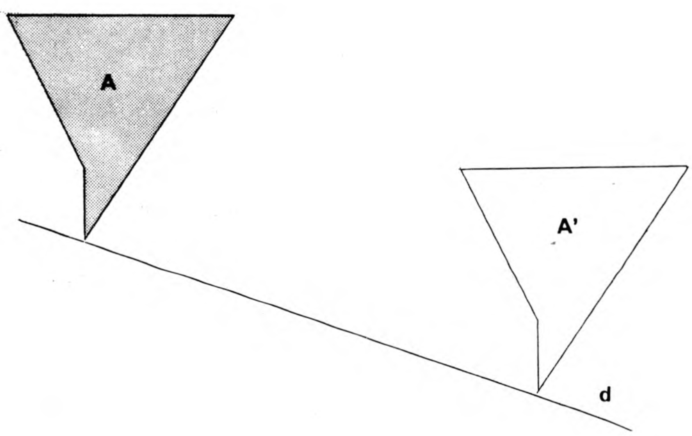
Ces pavages ont de très nombreuses propriétés. En voici quelques unes que tu as peut-être déjà étudiées en 6ème.

1. Translations.

Choisis un autre pavé qui soit placé comme le pavé A. *Colorie-le en rouge et appelle-le* A'.

Trace la droite d *qui passe par deux sommets qui se correspondent comme sur cette figure par exemple.*

Prends une feuille de calque et reproduis la droite d, *le pavé* A *et quelques pavés autour du pavé* A.



Fais glisser le calque le long de la droite d *jusqu'à ce que le sommet du calque du pavé* A *vienne sur le sommet du pavé* A'.
Qu'observes-tu ?

On dit qu'on passe du pavé A au pavé A' par une TRANSLATION et que le pavage se conserve par cette translation.

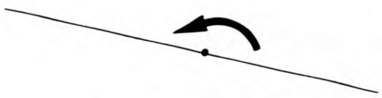
Il y a bien d'autres translations qui conservent le pavage.

Donne des exemples.

2. Symétries.

Marque par un point rouge les milieux de tous les côtés des pavés.
Qu'observes-tu ?

Place de nouveau le calque sur le pavage et pique avec la pointe de ton compas un des points rouges.
Fais tourner le calque d'un angle plat autour de ce point.



Qu'observes-tu ?

On dit que le pavage se conserve dans la SYMETRIE CENTRALE autour du point rouge que tu as choisi.
On dit que ce point est un CENTRE DE SYMETRIE pour le pavage.

Le pavage a-t-il d'autres centres de symétrie ?

3. Hexagones.

Le pavé A a quatre côtés. Il y a quatre pavés qui ont un côté commun avec le pavé A.

Appelle ces pavés B, C, D *et* E.
Reproduis sur ton calque la figure formée par les pavés A *et* B.

Tu obtiens une figure à six côtés qu'on appelle un HEXAGONE.

Quelle propriété observes-tu pour les côtés de cet hexagone ?

L'hexagone a un centre de symétrie.

Quel est ce point ?
Recommence avec les pavés A *et* C, *puis les pavés* A *et* D, *puis les pavés* A *et* E.
Combien d'hexagones différents peux-tu obtenir ?

4. Exercice.

Découpe une dizaine de pavés sur le bord droit de la feuille de manipulation.
Regarde s'il est possible de réaliser un autre pavage à l'aide de ces pavés.

II – DES PARALLELOGRAMMES QUI SE DEFORMENT

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que les milieux des côtés des pavés

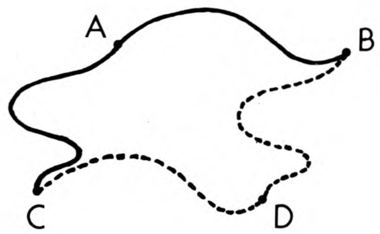
- sont des centres de symétrie pour le pavage ;
- forment un réseau de parallèles.

Prends la feuille de manipulation numéro 19.

Nous y avons dessiné des points qui forment un réseau de parallèles.
Avec ce réseau, il est possible d'obtenir de très jolis pavages de deux façons différentes.

1. On joint par un trait, comme on veut, trois sommets d'un parallélogramme.

Ensuite, on complète le pavage par translations.

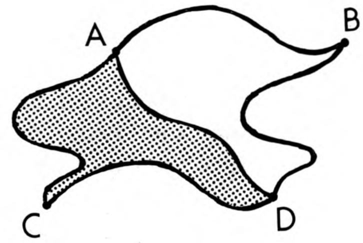


Ainsi sur la figure ci-contre :

— le trait DC se déduit du trait AB par une translation ;

— le trait BD se déduit du trait AC par une autre translation.

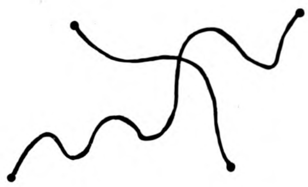
Essaie. Bien entendu tu inventes ton dessin sans copier le nôtre.
Tu peux utiliser la partie supérieure de la feuille de manipulation.



Sur le pavage précédent, on peut obtenir deux motifs en coupant le premier en deux.

Essaie sur une partie de ton pavage.
Maintenant, tu peux colorier.
Qu'en penses-tu ?

2. On peut aussi joindre par deux traits les sommets opposés d'un parallélogramme.



On complète ensuite par translations.

Essaie.

Tu verras qu'on obtient un pavage à deux motifs.

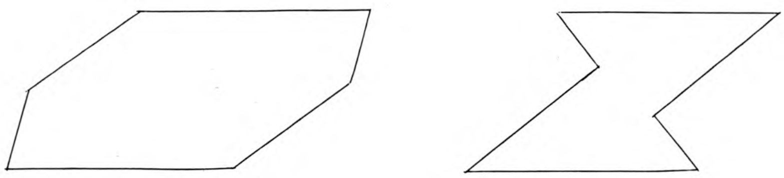
Tu peux colorier.

III — AVEC DES HEXAGONES

Dans le paragraphe I, on a vu que deux pavés qui se touchent le long de l'un de leurs côtés forment un hexagone

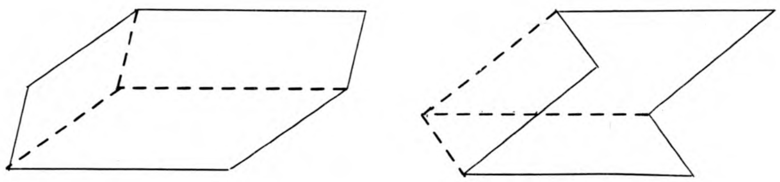
- dont les côtés sont parallèles deux à deux,
- qui a un centre de symétrie.

Voici deux exemples.

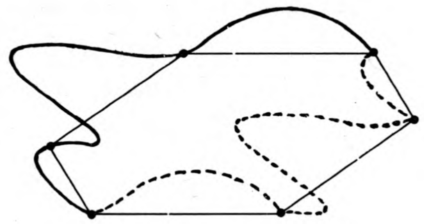


1. *Dessine un hexagone de ce type. (Si possible, différent des nôtres).*
Dessine un pavage avec cet hexagone. Tu peux si tu veux, commencer par reproduire ton pavé à plusieurs exemplaires.
Essaie de trouver un partage de ton hexagone en trois parallélogrammes.

Voici comment on peut faire avec nos deux exemples.



Fais ainsi pour ton pavage. Utilise des couleurs. Qu'en penses-tu ?

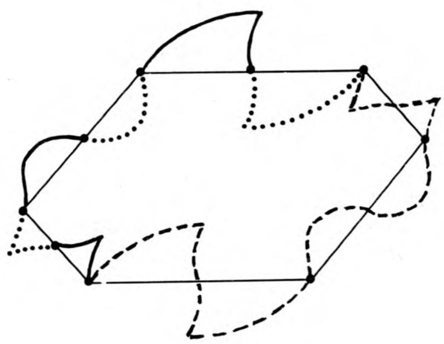


2. Pour créer une forme, à partir d'un tel hexagone, afin d'obtenir un joli pavage, on peut s'y prendre comme l'indique le dessin.

On joint par un trait quatre sommets de l'hexagone et on complète par translations.

Ainsi sur notre figure, les traits pointillés se déduisent des traits pleins par translations.

Essaie.



3. Voici une autre façon de procéder.

Nous avons choisi les traits qui sont dessinés en noir.

On a obtenu les traits ...... par symétries autour des milieux des côtés.
On en a déduit les traits --- par translations.

Essaie de réaliser un pavage à l'aide d'une de ces deux méthodes.

exercices — le temps qui passe

164. Voici des durées.

50 000 h ; 150 000 h ; 500 000 h ; 1 500 000 h.

Essaie de trouver laquelle est la plus proche du temps écoulé depuis ta naissance.
Combien d'heures auras-tu vécues à ton 15ème anniversaire. (Remarque qu'en 15 ans, il y a trois années bissextiles de 366 jours au lieu de 365.

165. Je dois être de retour à 11 h 40 ; je vais mettre 35 mn pour la route, 45 mn pour les courses, 15 mn pour manger un sandwich, 12 mn pour discuter avec un camarade.

A quelle heure dois-je partir ?
J'aime bien avoir 1/4 d'heure d'avance ; à quelle heure dois-je partir ?

166. *Si tu t'endors à 22 h 46 mn et que tu te reveilles à 7 h 12 mn, combien de temps as-tu dormi ? Sachant que tu as besoin de 9 h 30 mn de sommeil, quel retard as-tu pris ?*

puissances d'un nombre décimal

I – DEFINITIONS

1. Il peut se faire que tous les facteurs d'un produit soient égaux. C'est le cas par exemple pour le produit :

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3.$$

Un tel produit est appelé PUISSANCE.
Ainsi le produit ci-dessus est une puissance de 3.

On utilise souvent une écriture simplifiée pour désigner de tels produits. Par exemple, pour désigner le produit ci-dessus, on peut utiliser l'écriture :

$$3^5$$

L'écriture 3^5 désigne le produit de 5 facteurs qui sont tous 3.
Elle se lit «3 EXPOSANT 5».

Tu remarques bien que dans cette écriture, le 5 est «en l'air» car il ne faudrait pas confondre avec 35.

Ecris, de deux façons différentes, d'autres puissances de 3. Pour chacune d'elles tu donneras :
- *l'écriture sous forme d'un produit,*
- *l'écriture avec exposant.*

2. Ce que nous venons de faire pour 3, peut évidemment se faire pour d'autres nombres décimaux.
Par exemple $1{,}4^4$ est le produit de 4 facteurs qui sont tous 1,4. Autrement dit :

$$1{,}4^4 = 1{,}4 \times 1{,}4 \times 1{,}4 \times 1{,}4.$$

De même $(-2)^6$ est le produit de 6 facteurs qui sont tous -2. Autrement dit :

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2).$$

Tu remarques que dans ce cas nous avons écrit le nombre -2 avec une parenthèse et nous avons écrit $(-2)^6$ et non pas -2^6.

L'écriture -2^6 désigne l'opposé du nombre 2^6 c'est-à-dire : $-(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

$(-2)^6 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$; $-2^6 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$.

Donne le signe de chacun de ces deux produits.

Tu vois bien que $(-2)^6 \neq -2^6$

Exercices.

1. Voici une liste de puissances :

7^2 ; $(-9)^3$; $4{,}3 \times 4{,}3 \times 4{,}3 \times 4{,}3 \times 4{,}3 \times 4{,}3$; $-1 \times (-1)$;
$-2{,}1 \times (-2{,}1) \times (-2{,}1)$; $13{,}5^{10}$; $15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15$.

Pour chacune d'elles,

- *Dis combien le produit contient de facteurs,*
- *donne l'écriture sous forme de produit, ou l'écriture avec exposant que nous n'avons pas écrite.*

2. *Penses-tu que les nombres* $(-5)^3$ *et* -5^3 *soient égaux ? Justifie ta réponse. Même question pour les nombres* $(-5)^4$ *et* -5^4.

3. *Calcule les produits :*

1^2 ; 1^3 ; 1^4 ; 1^{1980} ; 1^{1981} ; 1^{1982}.

Calcule les produits :

$(-1)^2$; $(-1)^3$; $(-1)^4$; $(-1)^5$; $(-1)^6$; $(-1)^{1980}$;
$(-1)^{1981}$; $(-1)^{1982}$.

Qu'en penses-tu ?

4. Voici un produit :

$$7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 3 \times 7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 3.$$

Comme la multiplication est associative et commutative, on peut l'écrire :

$$(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7).$$

Donne une autre écriture de ce produit en utilisant une puissance de 3 *et une puissance de* 7.

Fais le même travail pour les produits suivants :

$(-4) \times 5 \times 5 \times (-4) \times (-4) \times (-4)$; $10 \times 10 \times 6 \times 10 \times 10 \times 10 \times 6 \times 10 \times 6 \times 10$;
$3 \times 5 \times 5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$; $(-1{,}5) \times 4 \times 4 \times 4 \times (-1{,}5) \times (-1{,}5) \times (-1{,}5) \times 4$.

Remarque.

L'écriture 3^2 se lit naturellement «3 exposant 2». Mais tu sais sans doute déjà qu'on la lit aussi souvent «3 au carré».

Cela provient du fait que si a désigne la mesure du côté du carré, la mesure de l'aire de ce **carré** est $a \times a$ c'est-à-dire «a au **carré**».

De même le nombre 3^3 qui peut se lire «3 exposant 3» se lit souvent «3 au cube». Cela provient du fait que si a désigne la mesure de l'arête du cube, la mesure du volume de ce **cube** est $a \times a \times a$ c'est-àdire « a au **cube**». (Voir page 171, paragraphe 3).

II – CALCULS SUR LES PUISSANCES

1. Produit de deux puissances d'un même nombre.

Regarde le produit suivant :

$$(4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4).$$

Est-ce que c'est une puissance de 4 *?*
Combien de fois contient-il le facteur 4 *?*
Recopie et complète :

$(4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^{\cdots}$
$4^5 \times 4^3 = 4^{\cdots}$

Dans cet exercice, tu as multiplié deux puissances de 4 et tu as trouvé une puissance de 4.

Comment as-tu trouvé l'exposant du produit ?
Penses-tu que ce résultat soit général ?

Nous allons voir si tu as raison.
Désigne par :
- a un nombre décimal,
- n un entier naturel au moins égal à 2,
- p un entier naturel au moins égal à 2.

Combien le produit a^n *contient-il de facteurs ? Quels sont ces facteurs ?*
Mêmes questions pour le produit a^p.
Le produit $a^n \times a^p$ *est-il une puissance de* a *?*
Combien contient-il de facteurs ?
Donne une autre écriture de ce produit.

Tu viens de démontrer que :

Désignons par a un nombre décimal et par n et p deux entiers au moins égaux à 2,

$$a^n \times a^p = a^{n+p}.$$

Exercice.

Donne une écriture plus simple des produits suivants :

$(-3)^2 \times (-3)^2$; $1{,}47^3 \times 1{,}47^7$; $(-3{,}2)^5 \times (-3{,}2)^7$;
$7^2 \times 7^5 \times 7^4$; $(-5)^3 \times (-5)^{10} \times (-5)^{12}$; $10^2 \times 10^3 \times 10^4 \times 10^5 \times 10^6$.

2. Puissance d'un produit.

Regarde le nombre $(5 \times 4)^3$.

C'est une puissance du produit 5×4.
On peut donc l'écrire $(5 \times 4) \times (5 \times 4) \times (5 \times 4)$.

Combien ce produit contient-il de fois le facteur 5 *? Le facteur* 4 *?*

Puisque la multiplication est commutative et associative, on peut écrire ce produit sous la forme d'une puissance de 5 multipliée par une puissance de 4.

Fais-le.
Recopie et complète :
$(5 \times 4)^3 = 5^{\cdots} \times 4^{\cdots}$.

Dans cet exercice, tu as calculé une puissance du produit 5×4.

Quel est son exposant ?

Tu as trouvé le produit d'une puissance de 5 et d'une puissance de 4.

Quels sont leurs exposants ?

Tu as certainement trouvé que 5×4, 5 et 4 ont le même exposant.
On pourrait démontrer comme au paragraphe précédent qu'il en est toujours ainsi.

Exercice.

Donne une autre écriture des nombres suivants :

$(-3 \times 7)^2$; $(1{,}73 \times 2{,}47)^3$; $(-5 \times (-4))^5$; $(4{,}51 \times (-2))^2$;
$(-1 \times 6)^3$; $(2 \times 3 \times 4 \times 5)^3$; $(-2{,}51 \times 7 \times (-0{,}7) \times 3)^3$.

3. Exercice.

Le nombre $3^2 \times (3 \times 4)^3$ peut s'écrire sous la forme $3^{\cdots} \times 4^{\cdots}$.

Fais-le.
Fais le même travail pour les nombres suivants :

$(-2)^3 \times (-2 \times 5)^3 \times 5^4$; $1{,}5^3 \times 4^2 \times (1{,}5 \times 4)^5$; $(0{,}5 \times 2)^3 \times (0{,}5 \times 2)^2 \times 0{,}5^4$;
$(-3)^3 \times (-3 \times 10)^2 \times (-3)^2 \times (-3 \times 10)^3 \times 10^4$.

4. Remarque.

Regarde le produit $3^5 \times 3$.

C'est une puissance de 3.

Quel est son exposant ?

Tu vois que : $3^5 \times \mathbf{3} = 3^6$.

Dans un tel calcul, il ne faut donc pas oublier le **3**.

Comme $5 + 1 = 6$, on peut décider d'écrire 3 sous la forme 3^1 et de dire que c'est une puissance de 3.

Notre calcul s'écrit alors : $3^5 \times 3^1 = 3^6$.

Exercices.

1. *Donne une écriture plus simple des nombres suivants :*

$(-5)^3 \times (-5)^2 \times (-5)^1$; $2^3 \times 2$; $(-4)^3 \times (-4) \times (-4)^2$.

2. Le nombre $2 \times (2 \times 5) \times 5^2$ s'écrit sous la forme $2^{\cdots} \times 5^{\cdots}$.

Fais-le.
Fais le même travail pour les nombres suivants :

$-3 \times (-4)^2 \times (-3 \times (-4)) \times (-4)$; $(-7)^2 \times 11 \times (-7 \times 11)^3 \times (-7 \times 11)$;
$(0{,}25 \times 5) \times (0{,}25 \times 5) \times 0{,}25$.

exercices

167. *Trouve sans effectuer les calculs, le signe des nombres suivants :*

$(-17)^5$; 12^4 ; -23^7 ; $(-23)^7$; $(-52)^6$; -52^6 ;
$(-11)^2 \times (-5)^7 \times (-21)^3$; $2^2 \times (-2)^9 \times (-14)^6$.

168. *Calcule.*

$(-2)^2$; -2^3 ; 1^5 ; $(-1)^6$; $(-1)^7$; 4^4 ; $(-4)^4$; 5^3 ; -5^3.

169. *Calcule.*

15^2 ; $1{,}5^2$; $(-0{,}15)^2$; 150^2 ; $0{,}015^2$; 7^2 ; $(-0{,}7)^2$;
$0{,}07^2$; $(-0{,}007)^2$; 70^2 ; $0{,}2^2$; $0{,}2^3$; $0{,}2^4$; $(-0{,}02)^4$.

170. *Ecris le nombre* 11×11^5 *sous la forme* $11^{\cdots}$.

Fais le même travail pour les nombres :

$(-3)^2 \times (-3)^2 \times (-3)^8$; $(-7)^2 \times (-7)^6$; $4{,}57^3 \times 4{,}57 \times 4{,}57^5 \times 4{,}57$.

Autres exercices pages 200 et 201.

ordre et opérations

I – ORDRE ET ADDITION

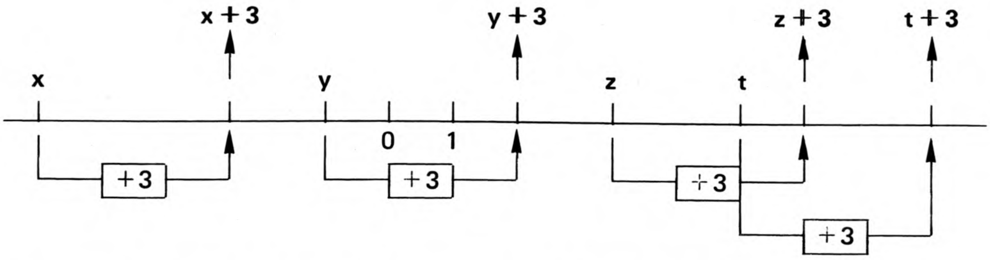
1. Voici une liste de nombres décimaux.

1,75 ; -1 ; -2,97 ; -3,02 ; 0 ; -1,5 ; 1,72 ; -2,95.

Range-les du plus petit au plus grand.
Additionne 3 à chacun de ces nombres. Tu obtiens huit nouveaux nombres.
Range-les du plus petit au plus grand.
Sont-ils rangés dans le même ordre que ceux que nous t'avions donnés ?

Ce résultat ne te surprendra pas.

Tu sais en effet que sur une droite graduée par ID, «additionner 3», c'est «se déplacer de trois échelons vers la droite».

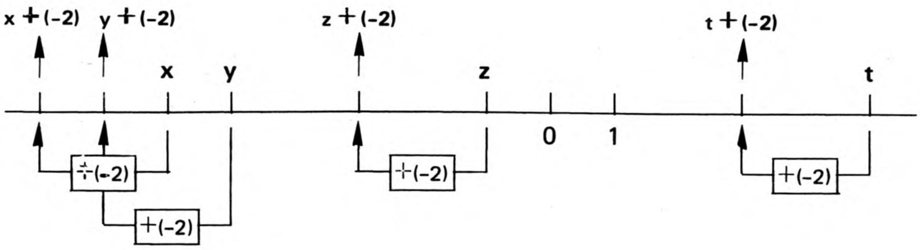


Ainsi sur le dessin ci-dessus, tu comprends aisément que les nombres $x + 3$, $y + 3$, $z + 3$ et $t + 3$ sont rangés dans le même ordre que les nombres x, y, z et t.

2. *Additionne -2 aux nombres que nous t'avons donnés au paragraphe 1. Tu obtiens huit nouveaux nombres.*
Range-les du plus petit au plus grand.
Sont-ils rangés dans le même ordre que ceux que nous t'avions donnés ?

Ce résultat ne te surprendra pas.

Tu sais en effet que sur une droite graduée par ID, «additionner -2» c'est «se déplacer de deux échelons vers la gauche».



Ainsi, sur le dessin ci-dessus, tu comprends aisément que les nombres $x + (-2)$, $y + (-2)$, $z + (-2)$ et $t + (-2)$ sont rangés dans le même ordre que les nombres x, y, z et t.

3. Concluons.

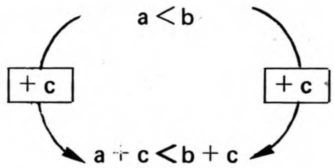
Ce que nous venons de faire peut évidemment se faire avec n'importe quels nombres. Donc :

On ne modifie pas l'ordre de nombres décimaux en leur addittionnant un même nombre.

En langage savant, cette propriété peut s'énoncer de la façon suivante :

Soit a, b et c trois nombres décimaux.

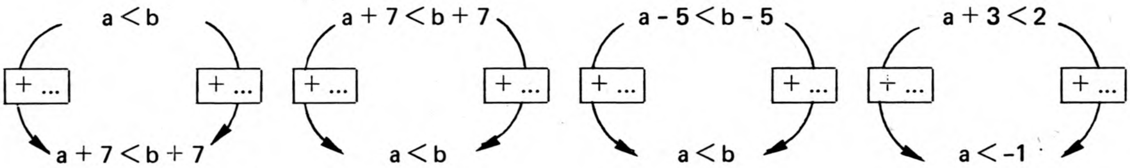
Si $a < b$ alors $a + c < b + c$.



Exercice.

Les lettres a et b désignent des nombres décimaux.

Recopie et complète.



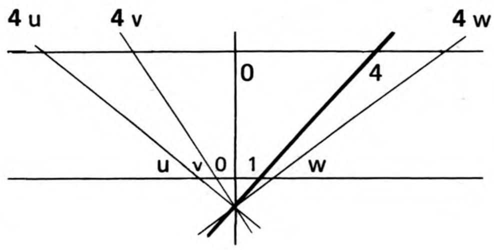
II – ORDRE ET MULTIPLICATION

1. On multiplie par un nombre positif.

Voici trois nombres décimaux : 1,25 ; -2 ; -0,25.

Range-les du plus petit au plus grand.
Multiplie par 4 chacun de ces nombres. Tu obtiens trois nouveaux nombres.
Range-les du plus petit au plus grand.
Sont-ils rangés dans le même ordre que ceux que nous t'avions donnés ?

Le dessin ci-contre te montre pourquoi les nombres 4u, 4v, 4w sont rangés dans le même ordre que les nombres u, v et w.



Concluons.

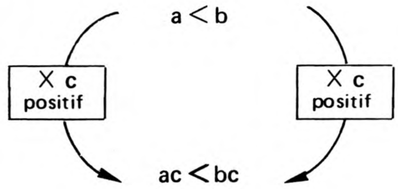
Ce que nous venons de faire peut évidemment se faire pour n'importe quels nombres. Donc :

On en modifie pas l'ordre de nombres décimaux en les multipliant par un même nombre positif.

En langage savant, cette propriété peut s'énoncer de la façon suivante.

Soit a, b et c des nombres décimaux.

Si $a < b$ et c POSITIF, alors $a \times c < b \times c$.



Exercice.

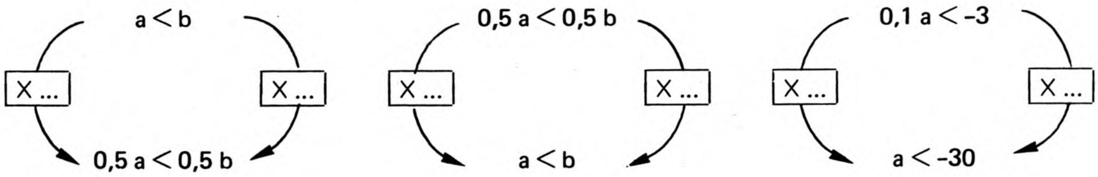
1. Deux nombres décimaux inconnus sont désignés par les lettres a et b. On sait que :

$$a < b.$$

A ton avis, quel est le plus petit des nombres 2,13 a *et* 2,13 b ?

2. Les lettres a et b désignent des nombres décimaux.

Recopie et complète.

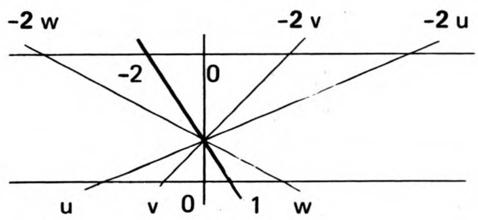


2. On multiplie par un nombre négatif.

Voici trois nombres décimaux : 2,46 ; -1,25 ; 3,5.

Range-les du plus petit au plus grand.
Multiplie par -2 chacun de ces nombres. Tu obtiens trois nouveaux nombres.
Range-les du plus petit au plus grand.
Sont-ils rangés dans le même ordre que ceux que nous t'avions donnés ?

Le dessin ci-contre te montre pourquoi les nombres -2u, -2v et -2w sont rangés en sens contraire des nombres u, v et w.



Concluons.

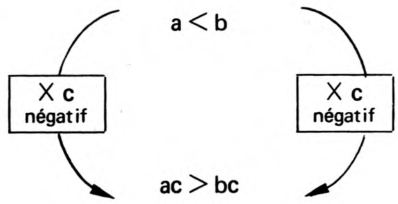
Ce que nous venons de faire peut évidemment se faire pour n'importe quels nombres. Donc :

Lorsqu'on multiplie, par un nombre **négatif**, des nombres rangés, on obtient des nombres rangés en sens contraire.

En langage savant, cette propriété peut s'énoncer de la façon suivante.

Soit a, b et c des nombres décimaux.

Si $a < b$ et c NEGATIF, alors $a \times c > b \times c$.



Exercices.

1. Deux nombres décimaux inconnus sont désignés par les lettres a et b. On sait que $a < b$.

A ton avis, quel est le plus petit des nombres $-3a$ *et* $-3b$ *?*

2. Les lettres a et b désignent des nombres décimaux.

Recopie et complète.

$a < b$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $-0{,}25\,a > -0{,}25\,b$

$a < b$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $-a > -b$

$-10\,a < 50$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $a > -5$

3. Les lettres a et b désignent des nombres décimaux.

Recopie et complète.

$a < b$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $1{,}3\,a \ldots 1{,}3\,b$

$a < b$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $-2{,}2\,a \ldots -2{,}2\,b$

$a < 7$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $3\,a \ldots 21$

$b > -2$; $\boxed{\times \ldots}$ $\boxed{\times \ldots}$; $-5\,b \ldots 10$

III – APPLICATIONS

1. Ordre et opposés.

Choisis cinq nombres décimaux. (N'oublie pas d'en prendre quelques uns négatifs).
Range ces nombres du plus petit au plus grand.
Ecris les opposés des nombres que tu as choisis. Tu obtiens cinq nouveaux nombres.
Range-les du plus petit au plus grand.
Qu'observes-tu ?

Ce résultat ne te surprendra pas. En effet, tu sais que

prendre l'opposé d'un nombre revient à multiplier ce nombre par −1.

2. On multiplie un nombre positif par un nombre positif plus petit que 1.

Choisis un nombre décimal positif.
Multiplie-le par 0,3.
Compare le produit obtenu et le nombre que tu avais choisi.

Ce résultat n'est pas très difficile à comprendre.

Appelons c le nombre que tu avais choisi.
Puisque c est positif et que $0{,}3 < 1$:

$0{,}3 < 1$

$\boxed{\times c \text{ positif}}$ $\boxed{\times c \text{ positif}}$

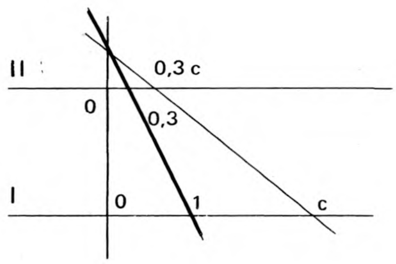
$0{,}3\,c < c$

Dans la machine à multiplier dessinée ci-contre, nous avons joint le point d'abscisse 1 de l'échelle I au point d'abscisse 0,3 de l'échelle II.

La machine sert alors à multiplier par 0,3.

On voit bien pourquoi le nombre 0,3c est plus petit que le nombre c.

D'une manière générale :



Lorsqu'on multiplie un nombre positif u par un nombre positif plus petit que 1, on trouve un nombre plus petit que u.

exercices

171. *Range du plus petit au plus grand les nombres suivants.*

-2,5 ; -4 ; 0,01 ; -0,08 ; 0,08 ; 1,25 ; -0,1 ; 1,22 ; 0,25.

Range du plus petit au plus grand les opposés de ces nombres.

172. *Range du plus petit au plus grand les nombres suivants.*

38,01 ; 38,400 1 ; 38,400 2 ; 38,401 02 ; 38,399 21 ; 38,010 087.

La lettre a désigne un nombre décimal POSITIF.

Range du plus petit au plus grand les nombres.

38,01 a ; 38,400 1 a ; 38,400 2 a ; 38,401 02 a ; 38,399 21 a ; 38,010 087 a.

173. *Range du plus petit au plus grand les nombres suivants.*

0,002 ; -0,202 ; -0,022 ; 0,020 1 ; -0,022 2 ; 0,020 11 ; 0,012 222.

La lettre b désigne un nombre décimal NEGATIF.

Range du plus petit au plus grand les nombres.

0,002 b ; -0,202 b ; -0,022 b ; 0,020 1 b ; -0,022 2 b ; 0,020 11 b ; 0,012 222 b.

174. Soit x et y deux nombres décimaux tels que $x < y$.

Compare les nombres.

$x - 5$ et $y - 5$; $-5x$ et $-5y$; $-x + 3{,}26$ et $-y + 3{,}26$; $3x - 5{,}7$ et $3y - 5{,}7$.

175. Soit x un nombre décimal tel que $x > -3$.

Que peut-on dire du nombre 4x ? Du nombre -2x ?
Compare les nombres 4x et -15, les nombres -2x et 7.

176. Soit x un nombre décimal tel que $-2{,}5 < x < 4{,}2$.

Donne la liste de tous les entiers qui peuvent être mis à la place de x.
Même question pour les décimaux qui ont une décimale.
Est-il possible de donner la liste de tous les décimaux qui peuvent être mis à la place de x ?
Quelles inégalités vérifient le nombre x + 2 ? Le nombre x - 3 ? Le nombre 3x ? Le nombre -4x ?

177. 1. *Trace un secteur angulaire* xOy *de* 124° *; trace à l'intérieur de ce secteur une demi-droite* Oz.

2. *Trace les bissectrices* Ot *et* Os *des secteurs* xOz *et* zOy.

3. *Mesure le secteur* tOs.
Pouvais-tu prévoir le résultat ?

178. 1. *Trace un secteur plat* xOy *et une demi-droite* Oz.

2. *Trace les bissectrices des secteurs* xOz *et* zOy.

3. *Que remarques-tu ? Pouvais-tu le prévoir ?*

179. 1. *Trace deux droites* xy *et* zt *parallèles.*
Place un point A *sur* xy *et un point* B *sur* zt.

2. *Trace les bissectrices des secteurs* xAB, yAB, zBA *et* tBA.

3. *Que remarques-tu ?*

180. 1. *Dessine un triangle isocèle* PQR *tel que les secteurs* PQR *et* PRQ *mesurent* 72°.

2. *Trace la bissectrice du secteur* PQR *; elle coupe le côté* PR *en* S. *Que remarques-tu pour le triangle* QSR *?*

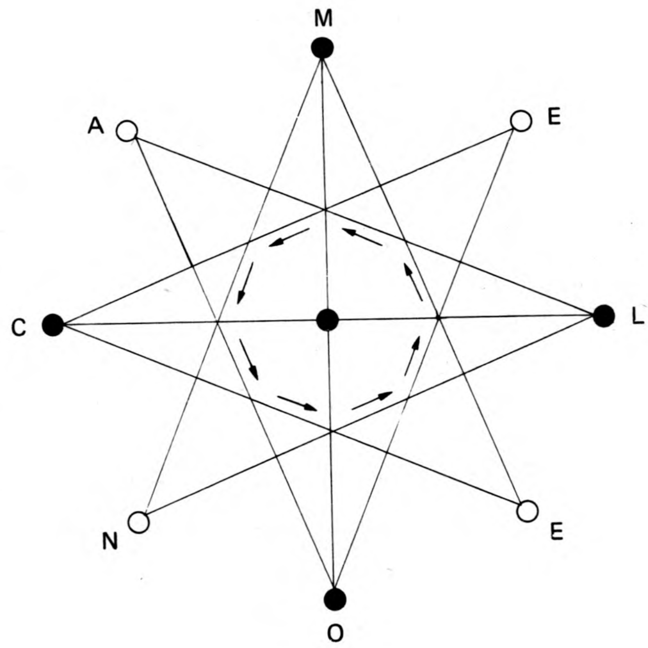
3. *Trace la bissectrice du secteur* QSR *; elle coupe le côté* RQ *en* T. *Que remarques-tu pour le triangle* RTS *?*

4. *Continue si tu le veux.*

UN JEU

LE CAMELEON.

C'est un jeu qui se joue tout seul.
Huit cases alternativement noires et blanches sont placées aux sommets d'un octogone étoilé et une case noire au centre.
On dispose de huit pions, chacun portant une lettre du mot CAMELEON.
On pose des lettres au hasard sur 8 des 9 cases.
Le but du jeu est de les mettre dans l'ordre C A M E L E O N.
Pour cela, on déplace un pion vers la case vide en respectant les règles suivantes :
- On se déplace sur les côtés, dans le sens indiqué par les flèches,
- les segments joignant deux cases noires peuvent être parcourus dans les deux sens.



symétries dans l'espace

Dans ce chapitre, tu vas avoir besoin d'un miroir plan ; un couvercle de boîte métallique par exemple peut faire l'affaire.

Tu auras besoin aussi d'une tige ; par exemple une aiguille à tricoter, un morceau de fil de fer, un trombonne déplié, etc...

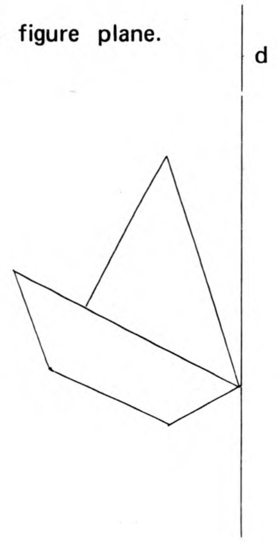
I – PLAN DE SYMETRIE

1. Rappel.

Tu sais ce qu'est une droite de symétrie pour une figure plane.

Voilà un dessin que tu avais complété par symétrie. Tu aurais pu te faire remplacer par un miroir.

Vérifie-le en plaçant le miroir verticalement sur la droite de symétrie d.

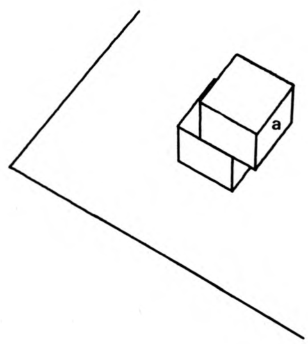


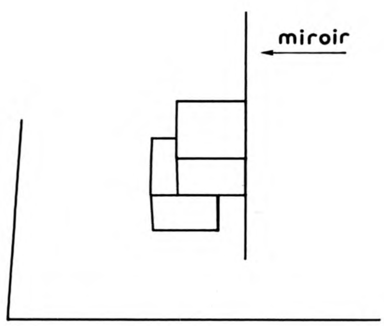
2. Le miroir.

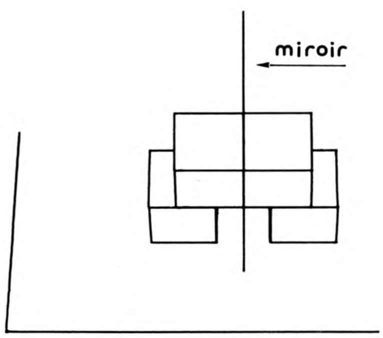
Prends 2 cubes et pose-les ainsi sur ta table.

Place le miroir verticalement contre la face notée a.

Regarde dans le miroir. Avec d'autres cubes, construis ce que tu vois dans le miroir.





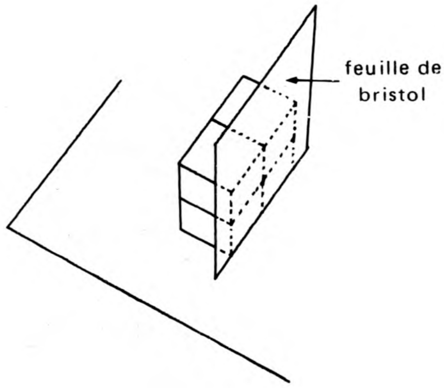


Le miroir représente un plan.
On dit que c'est un PLAN DE SYMETRIE de la figure obtenue.

Fais une construction simple avec 3 ou 4 cubes.
Pose ton miroir verticalement contre une des faces d'un des cubes.
Regarde dans le miroir et construis la symétrique de ta construction par rapport au plan du miroir.

3. Des plans de symétrie pour un cube.

Regarde ce dessin.
Fais cette construction.
Place quatre autres cubes de façon que la feuille de bristol soit un plan de symétrie pour la figure obtenue.
Enlève la feuille de bristol.
Quelle est la figure que tu as construite ?



Tu viens de voir un plan de symétrie pour un cube.
Ce plan passe par le milieu de 4 arêtes.

Combien le cube a-t-il de plans de symétrie de ce type ?

4. Une autre façon de couper un cube en deux.

Prends les feuilles de manipulation numéro 11 et numéro 13 (dessin numéro 3).

Nous avons dessiné 4 patrons de pyramides.

Construis ces 4 pyramides, mais attention, les numéros inscrits doivent être visibles lorsque ces pyramides seront terminées.

Tu dois avoir 2 pyramides à base carrée et 2 pyramides à base triangulaire. Avec ces 4 pyramides, il est possible de constituer un cube.

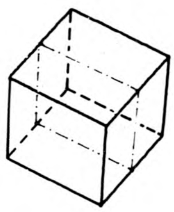
Essaie. (Tu peux t'aider des numéros inscrits sur les faces).

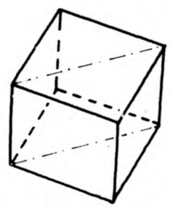
A l'aide d'une pyramide à base carrée et d'une pyramide à base triangulaire, il est possible de construire un prisme à base triangulaire.

Fais-le. Assemble avec un peu de ruban adhésif. (Tu peux par exemple accoler les faces numérotées ③).
Fais le même travail avec les deux autres pyramides.

Tu vois que ces deux prismes sont pareils et représentent la moitié du cube.

Cherche un plan de symétrie du cube qui contienne deux arêtes. (Tu peux t'aider du miroir ou d'une feuille de papier).
Combien le cube a-t-il de plans de symétrie de ce type ?

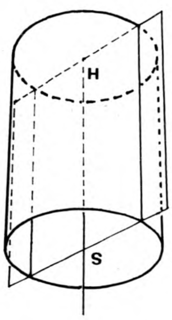


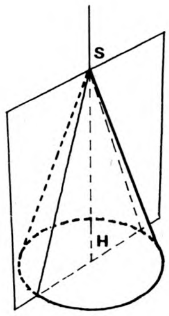


5. Plans de symétrie d'autres figures.

Voici deux dessins qui te montrent un plan de symétrie

d'un cylindre droit à base circulaire et d'un cône droit à base circulaire.





Tu vois que tous les plans qui contiennent la droite SH sont des plans de symétrie : il y en a beaucoup !

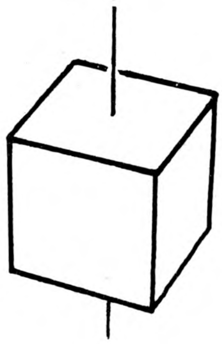
Voici encore un dessin qui te montre un plan de symétrie (à quelques petits détails près...).

II – DROITE DE REPETITION

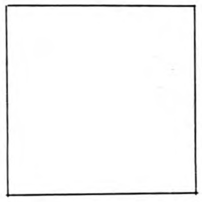
1. Perçons un cube.

Prends un cube.
Marque les centres de 2 faces opposées en traçant les diagonales.

Perce ces faces au centre.
Fais passer ta tige par ces 2 trous.



Pose le cube sur le carré



Il faut que le cube recouvre exactement le carré et que la tige soit verticale.

Fais tourner le cube d'un quart de tour autour de la tige.
Qu'observes-tu ?

ve:

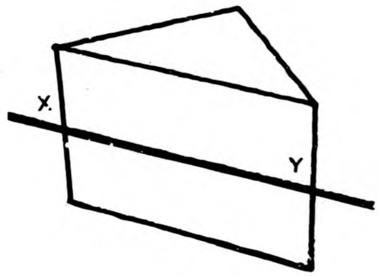
Pouvait-on faire tourner le cube autrement pour qu'il recouvre exactement le carré ?

On dit que la tige représente une DROITE DE REPETITION D'ORDRE 4 pour le cube.

Combien le cube a-t-il de droites de répétition de ce type ?

2. Faisons tourner un cube autrement.

■ *Reprends tes 4 pyramides.*
Reconstitue la moitié d'un cube à l'aide d'une pyramide à base carrée et d'une pyramide à base triangulaire.
Assemble avec un peu de ruban adhésif.
Fais le même travail avec les deux autres pyramides.
Fixe la tige avec un peu de scotch comme sur ce dessin.



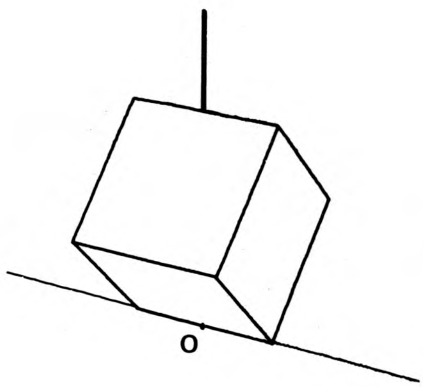
Les points X et Y sont les milieux des arêtes.

Termine d'assembler le cube avec du scotch.

■ *Sur ta feuille, trace une droite et place un point O sur cette droite.*

Place ton cube comme sur ce dessin. (La tige doit être verticale).

Fais tourner le cube d'un demi-tour.
Qu'observes-tu ?



On dit que la tige représente une DROITE DE REPETION D'ORDRE 2 pour le cube.

Combien le cube a-t-il de droites de répétition de ce type ?

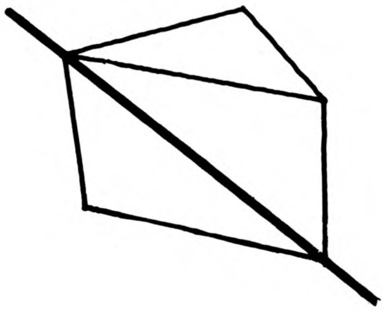
exercices page 202.

3. Et ça tourne toujours.

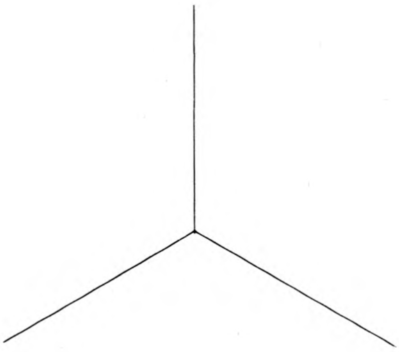
Sépare les deux moitiés de cube et décolle la tige.

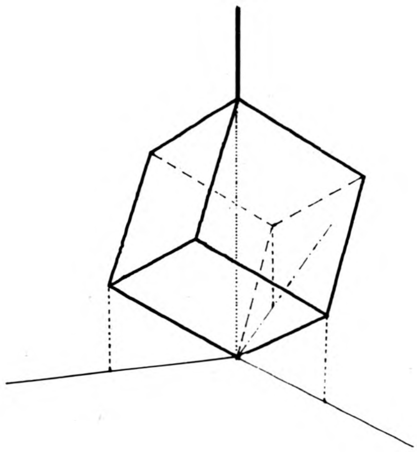
Fixe maintenant la tige comme sur ce dessin.

Reconstitue le cube.



Place le cube sur la figure ci-dessous comme le montre le dessin. (La tige doit être verticale).





Fais tourner le cube d'un tiers de tour.
Qu'observes-tu ?

On dit que la tige représente une DROITE DE REPETITION D'ORDRE 3 pour le cube.

Combien le cube a-t-il de droites de répétition de ce type ?

4. Droite de révolution d'un cylindre et d'un cône.

Regarde les dessins du paragraphe 5 page 167.

Tu vois que si quelqu'un fait tourner le cylindre (ou le cône) autour de la droite SH quand tu es parti, tu ne pourras pas t'en rendre compte en revenant.

Et ceci est vrai quelle que soit l'amplitude de la rotation : on dit que la droite SH est une DROITE DE REVOLUTION pour le cylindre (ou pour le cône).

Connais-tu des objets qui ont une droite de révolution ?

exercice — **additions et multiplications**

181. *Calcule.*

$0{,}5 + 1{,}3 \times (-2{,}1)$; $(0{,}5 + 1{,}3) \times (-2{,}1)$; $0{,}5 \times (1{,}3 + (-2{,}1))$;
$0{,}5 \times 1{,}3 + (-2{,}1)$; $8 \times 18 - 6$; $8 \times (18 - 6)$; $(8 - 18) \times 6$; $8 - 18 \times 6$.

182. *Pour chacune des machines suivantes :*

entrée → multiplie par 10 → ajoute 3 → sortie

entrée → multiplie par 3 → ajoute 10 → sortie

entrée → ajoute 3 → multiplie par 10 → sortie

entrée → ajoute 10 → multiplie par 3 → sortie

appelle a *le nombre d'entrée, donne une écriture du nombre de sortie.*

183. *Calcule les images de* -11 ; -7 ; -3 ; 0 ; 2 ; 4 *par les machines :*

$a \longmapsto 2(a - 3).$

$a \longmapsto 2a - 3.$

184. *Recopie et complète les tableaux.*

a	6	5		0	-3	-4
3a - 7			-1			

a	6	5		0	-3	-4
-5a + 1			3			

a	6	5		-2	-5
4(a - 3)			-4		

a	6	5		-3	-5
-2(a + 3)			-14		

185. La lettre a désigne un nombre décimal.

Recopie et complète les égalités.

$2(a + 7) = 2a + \ldots$.
$-2(a + 7) = -2a + \ldots$.
$6(a + 2) = \ldots a + \ldots$.
$-6(a + 2) = \ldots a + \ldots$.

$3a + 12 = 3(a + \ldots)$.
$2a + 8 = \ldots (a + \ldots)$.
$2a - 8 = \ldots (a - \ldots)$.
$5a - 20 = \ldots (a - \ldots)$.

186. La lettre x désigne un nombre décimal.

Calcule.

$2x + 7 + 3(x - 2)$.
$2(x + 7) + 3x - 2$.
$2(x + 7) + 3(x - 2)$.
$2x + 7 + 3x - 2$.

$-5x + 1 + 4(x - 3)$.
$-5x + 1 + 4x - 3$.
$-5(x + 1) + 4(x - 3)$.
$-5x + 1 + 4(x - 3)$.

187. *Donne une autre écriture des nombres suivants.*

$3x + 4(x - 1)$.
$2(x - 7) + 7(x - 2)$.
$x - 2 + 3(x - 1) + (-4)(x + 1)$.

où on mesure des volumes

I – VOLUME D'UN CUBE

Prends les feuilles de manipulation numéros 13 et 15.

Tu y vois le patron de deux cubes ouverts, c'est-à-dire deux cubes auxquels il manque une face. Nous les avons appelés A et B.

Maintenant, regroupez-vous à plusieurs élèves de façon à disposer d'une trentaine de petits cubes que nous avons construits dans le chapitre «Avec des cubes».

Pour votre groupe, construisez un cube ouvert A *et un cube ouvert* B.

1. *Posez le cube* A *sur la table.*
Essayez de le remplir entièrement avec des petits cubes.
Combien faut-il mettre de petits cubes ?

On dit que 8 est la MESURE DU VOLUME du cube A lorsqu'on prend le petit cube pour unité.

Quelle est la mesure de l'arête du cube A *quand on prend l'arête du petit cube pour unité ?*

Remarque bien que : $8 = 2 \times 2 \times 2$.
On écrit aussi que : $8 = 2^3$.

2. *Posez le cube* B *sur la table.*
Remplissez-le de petits cubes.
Combien faut-il en mettre ?

Avec les unités choisies au paragraphe 1
quelle est la mesure de l'arête de ce cube ?
Quelle est la mesure du volume de ce cube ?
Recopie et complète : $27 = \ldots \times \ldots \times \ldots$.

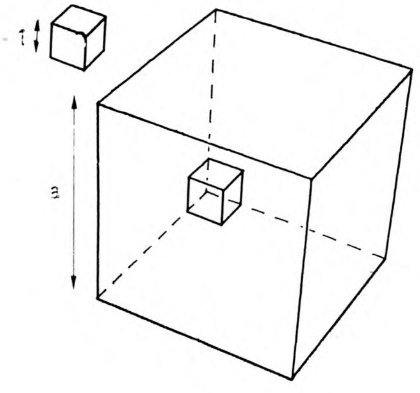
3 Généralisons.

Imagine maintenant un cube dont la mesure de l'arête est 5 avec l'unité ci-dessus.
Combien faut-il de petits cubes pour le remplir ?
Penses-tu que tu aurais un résultat analogue en remplaçant 5 par un autre entier positif ?

Nous admettrons le résultat suivant.

Si on choisit pour unités :

- pour mesurer les volumes : un cube ;
- pour mesurer les longueurs : l'arête de ce cube.



Lorsque la mesure de l'arête d'un cube est un nombre entier a, la mesure de son volume est $a \times a \times a$.

4. Exercice.

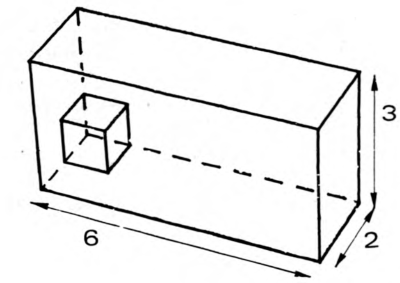
On veut calculer la masse d'un cube C ; avec les unités du paragraphe 1, la mesure de l'arête de ce cube est 8. Ce cube est en métal, et dans ce métal la masse de chaque cube unité est 125 g.

Quelle est la masse en kilogrammes du cube C ?
Est-ce que tu pourrais le porter ?

La mesure de l'arête du cube unité est 2,5 cm (tu peux le vérifier).
Quelle est la mesure de l'arête du cube C ?
Est-ce que tu pourrais poser ce cube sur ton livre fermé ?

II – VOLUME D'UN PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

1. Voici le dessin d'un parallélépipède rectangle.



Nous prenons toujours les mêmes unités.
Les arêtes du parallélépipède mesurent : 6, 2 et 3.

Combien faut-il de petits cubes pour remplir ce parallélépipède ?

Tu vois que la mesure du volume de ce parallélépipède rectangle s'obtient en multipliant les nombres 6, 2 et 3.

2. Généralisons.

Si on choisit pour unités :

- pour mesurer les volumes : un cube ;
- pour mesurer les longueurs : l'arête de ce cube.

Lorsque les mesures des arêtes d'un parallélépipède rectangle sont des nombres entiers a, b et c, la mesure de son volume est $a \times b \times c$.

3. Exercice.
Avec les unités choisies précédemment, les arêtes d'un parallélépipède rectangle mesurent : 5, 7 et 7.

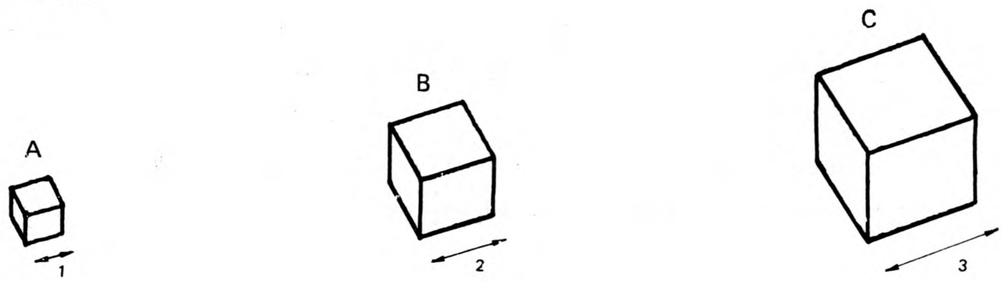
Quelle est la mesure du volume de ce parallélépipède ?

4. Remarque.

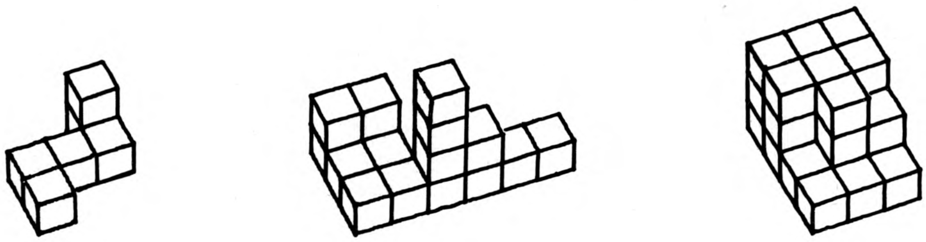
Que peux-tu dire du parallélépipède rectangle lorsque $a = b = c$ *?*

III – OU ON CHANGE D'UNITES

Voici trois cubes.



Voici des solides faits avec des cubes identiques au cube A.



D E F

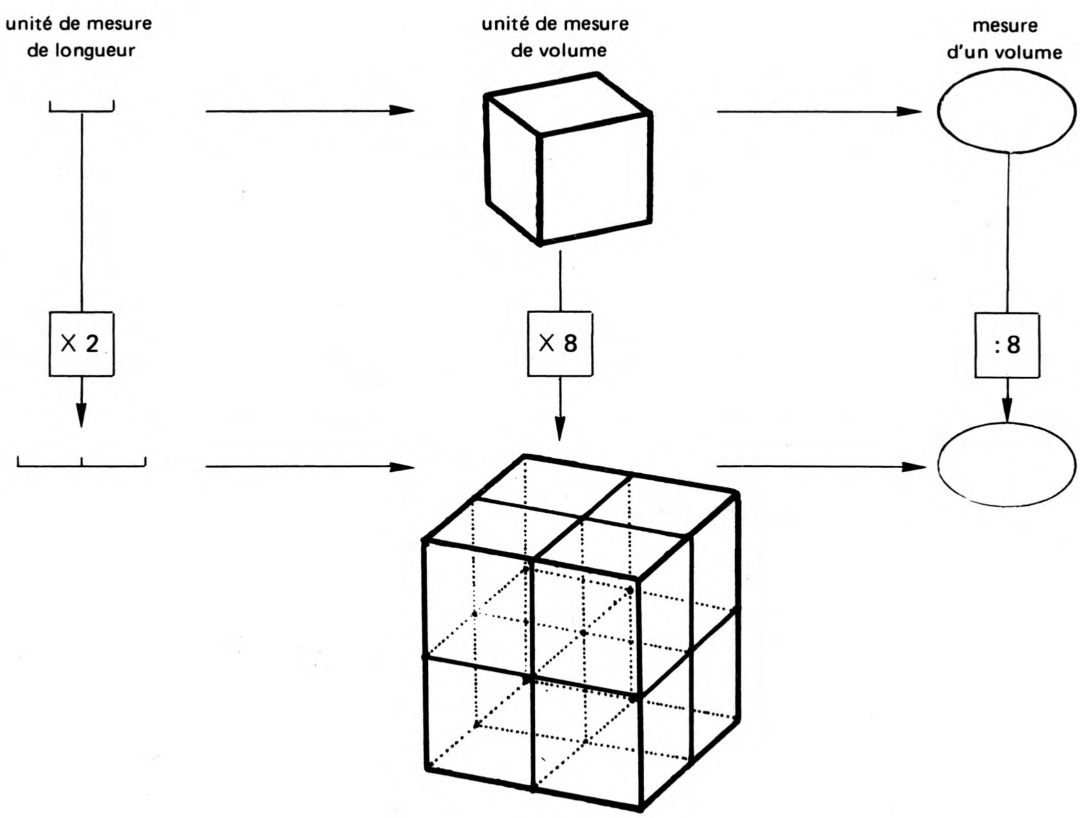
1. ... $2 \times 2 \times 2 = 8$.

Quelle est la mesure du volume du solide D, *lorsqu'on prend le cube* A *pour unité ?*

Quelle est la mesure du volume du solide E,
– *lorsqu'on prend le cube* A *pour unité ?*
– *lorsqu'on prend le cube* B *pour unité ?*

Quel opérateur permet de passer du premier de ces deux nombres au deuxième ?

Voici un schéma qui résume ce que nous savons.



Exercice.

Le volume d'un solide a pour mesure 72 lorsqu'on prend le cube A pour unité.

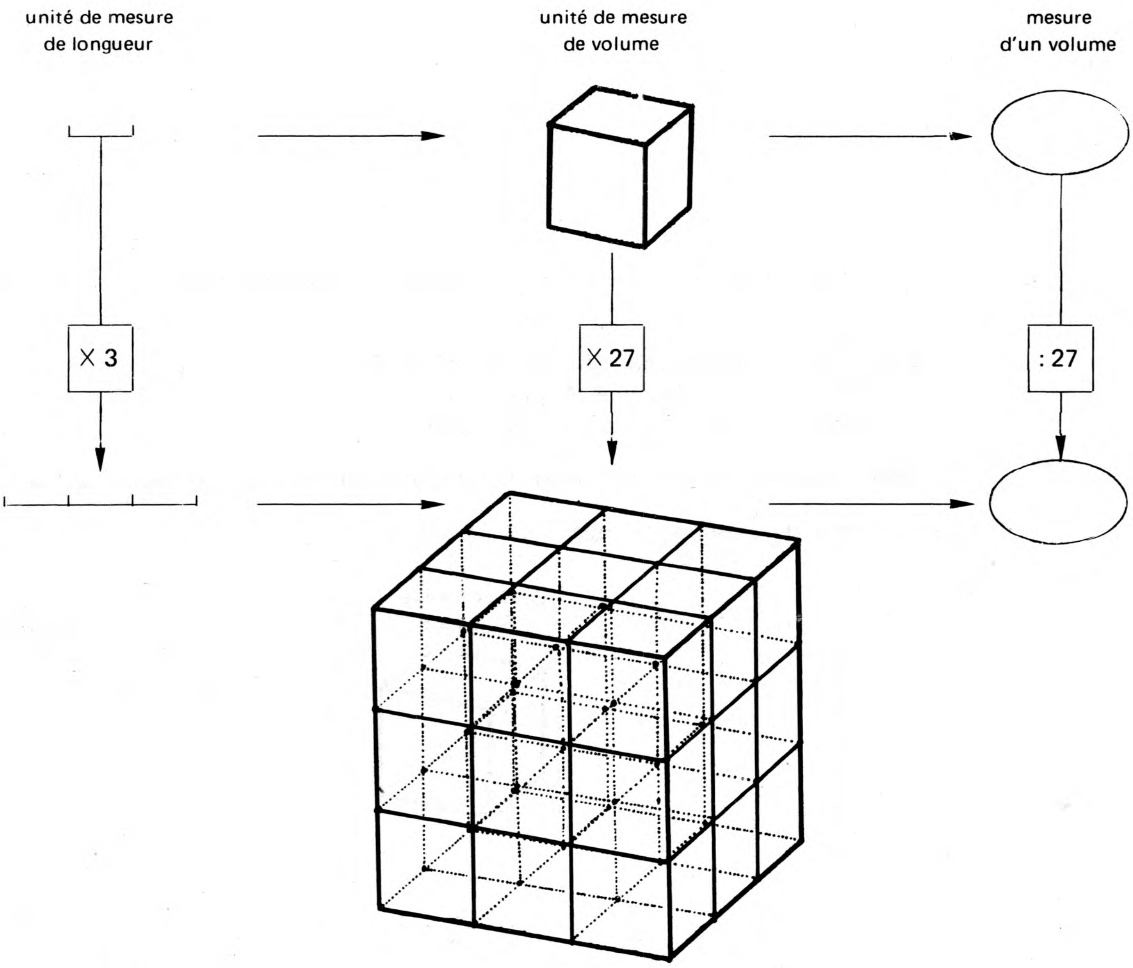
Quelle est sa mesure lorsqu'on prend le cube B *pour unité ?*

2. ... $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Quelle est la mesure du volume du solide F
– lorsqu'on prend le cube A *pour unité ?*
– lorsqu'on prend le cube C *pour unité ?*

Quel opérateur permet de passer du premier de ces nombres au deuxième ?

Voici un schéma qui résume ce que nous savons.



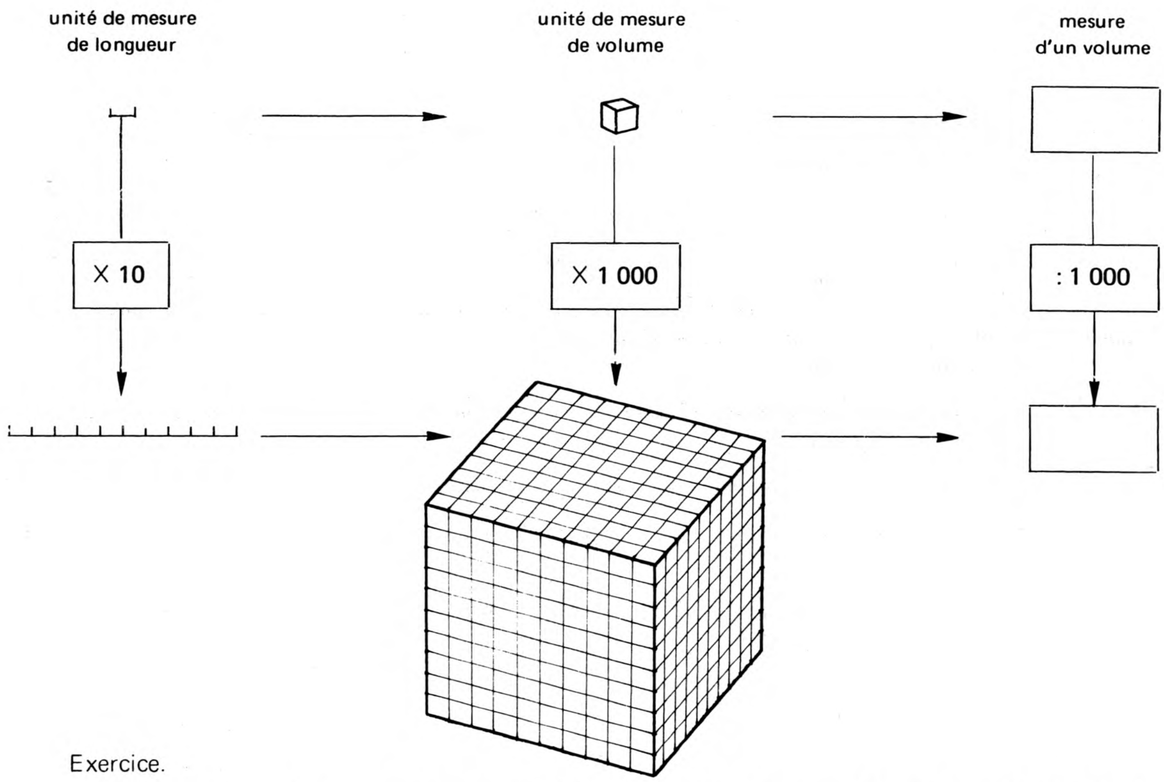
Exercice.

Le volume d'un solide a pour mesure 189 lorsqu'on prend le cube A pour unité.

Quelle est sa mesure lorsqu'on prend le cube C *pour unité ?*

3. ... $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$.

Nous admettrons que ce que nous avons fait ci-dessus avec les nombres 2 et 3 peut se faire avec n'importe quel nombre. En particulier, voici un schéma qui te montre ce qui se passe avec des segments unités qui vont de 10 en 10.



Exercice.

Le volume d'un solide a pour mesure **9 700 000** lorsqu'on prend le petit cube du dessin ci-dessus pour unité.

Quelle est sa mesure lorsqu'on prend le gros cube du dessin ci-dessus pour unité ?

Exercices pages 194 et 202.

exercices — médiatrice d'un segment

188. UNE ELLIPSE.

Prends une feuille de papier calque.

Reproduis le grand cercle de la page suivante : tu n'oublieras évidemment pas d'utiliser ton compas pour reproduire le cercle.
Dessine un point P qui soit à 5 cm de A.

En soulevant la feuille de papier calque, mets le point A_1 exactement sur le point P et veille à ce qu'il y reste bien. Puis marque le pli avec ton ongle.
Déplie la feuille.

Recommence en mettant le point A_2 sur le point P. Lorsque A_2 est sur P, marque le pli.
Déplie la feuille.

Recommence avec le point A_3, puis avec le point A_4,... puis avec le point A_{36}.

Tu as fait apparaître une courbe : c'est une ellipse.

189. UNE HYPERBOLE.

Prends une feuille de papier calque.

Reproduis le petit cercle ci-dessous : tu n'oublieras pas d'utiliser ton compas pour reproduire le cercle.

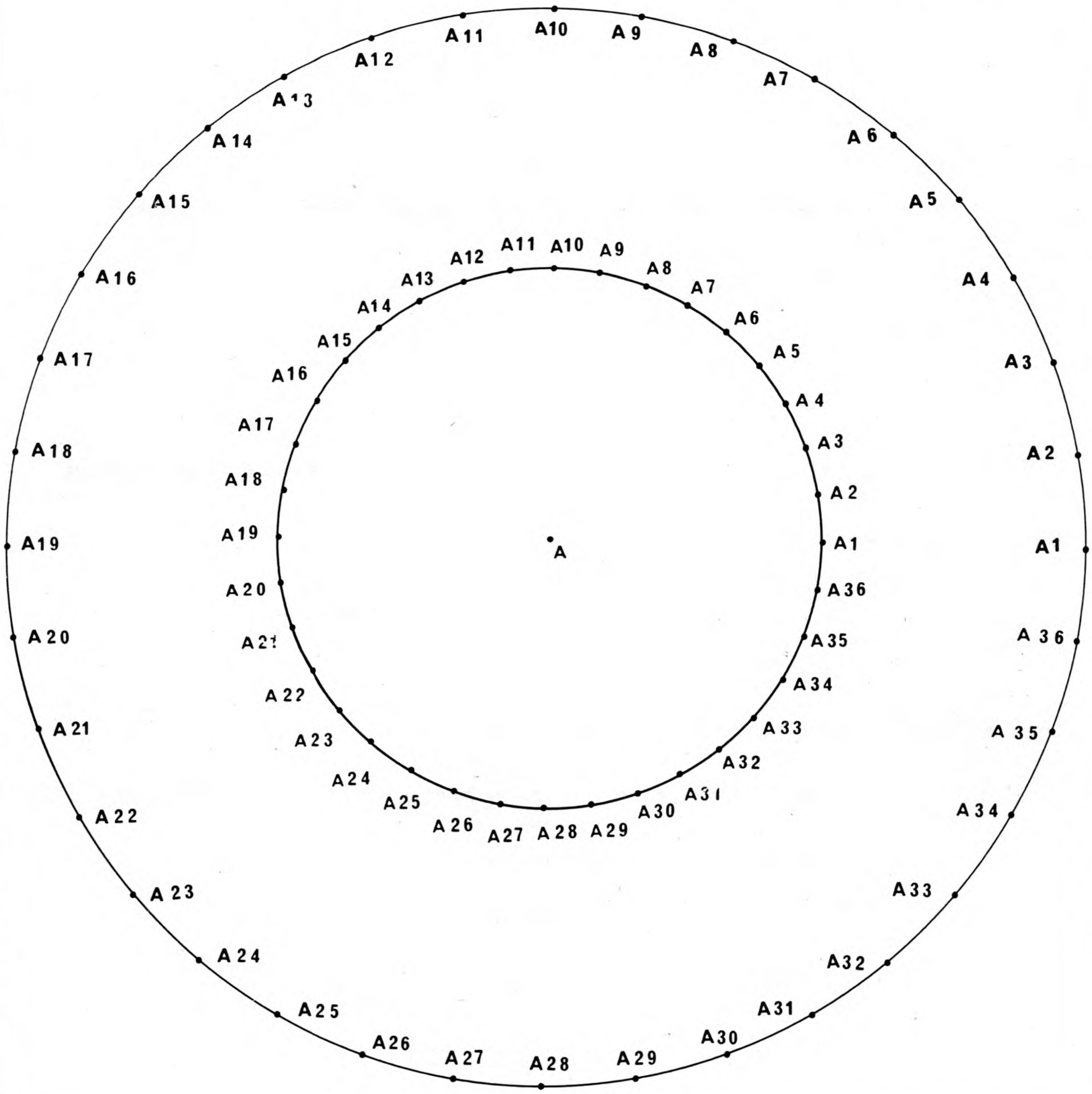
Dessine un point P *qui soit à* 6 cm *de* A.

En soulevant la feuille de papier calque, mets le point P *exactement sur le point* A_1 *et veille à ce qu'il y reste bien. Puis marque le pli avec ton ongle.*
Déplie la feuille.

Recommence en mettant le point P *sur le point* A_2. *Lorsque* P *est sur* A_2 *marque le pli.*
Déplie la feuille.

Recommence avec le point A_3, *puis avec le point* A_4,... *Puis avec le point* A_{36}.

Tu as fait apparaître une courbe. Cette courbe formée de deux morceaux est une hyperbole.

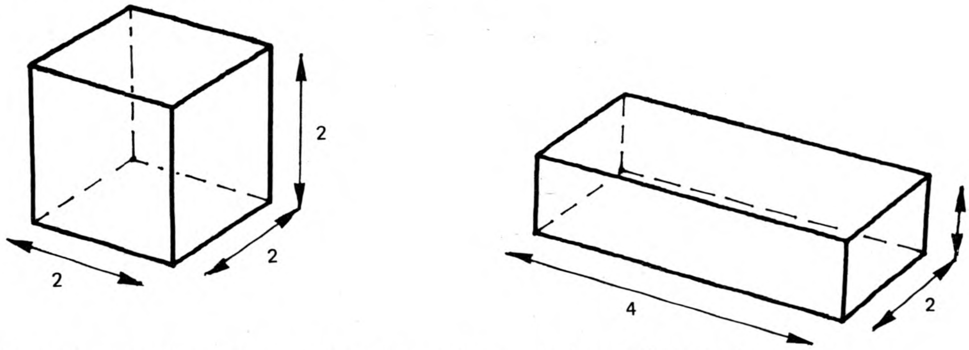


mesure des volumes
le système métrique

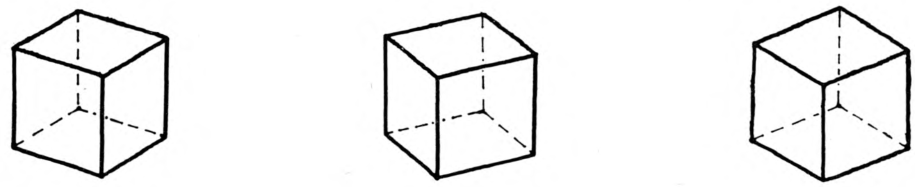
I – LE CENTIMETRE CUBE

Au lieu de dire que les volumes de deux solides ont la même mesure pour une unité, on dit que ces solides ont le même volume.

Par exemple, les solides ci-dessous ont le même volume.



Regarde ces cubes : ils ont le même volume, et leur arête est 1 cm.

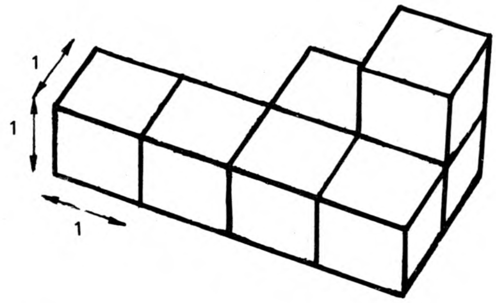


On dit que ce volume est 1 CENTIMETRE CUBE, ce qui s'écrit 1 cm^3.

Voici d'autres solides qui ont pour volume 1 cm^3.

Regarde le solide ci-contre.
Quel est son volume en cm^3 ?

Tu as certainement trouvé 7.



On dit encore que le volume de ce solide est 7 cm^3.

De même le millimètre cube est le volume d'un cube dont l'arête est 1 millimètre.

Quelle est la mesure du cm^3 lorsqu'on prend le mm^3 pour unité ?
Quelle est la mesure du mm^3 lorsqu'on prend le cm^3 pour unité ?
Explique à ton tour ce qu'est un décimètre cube.

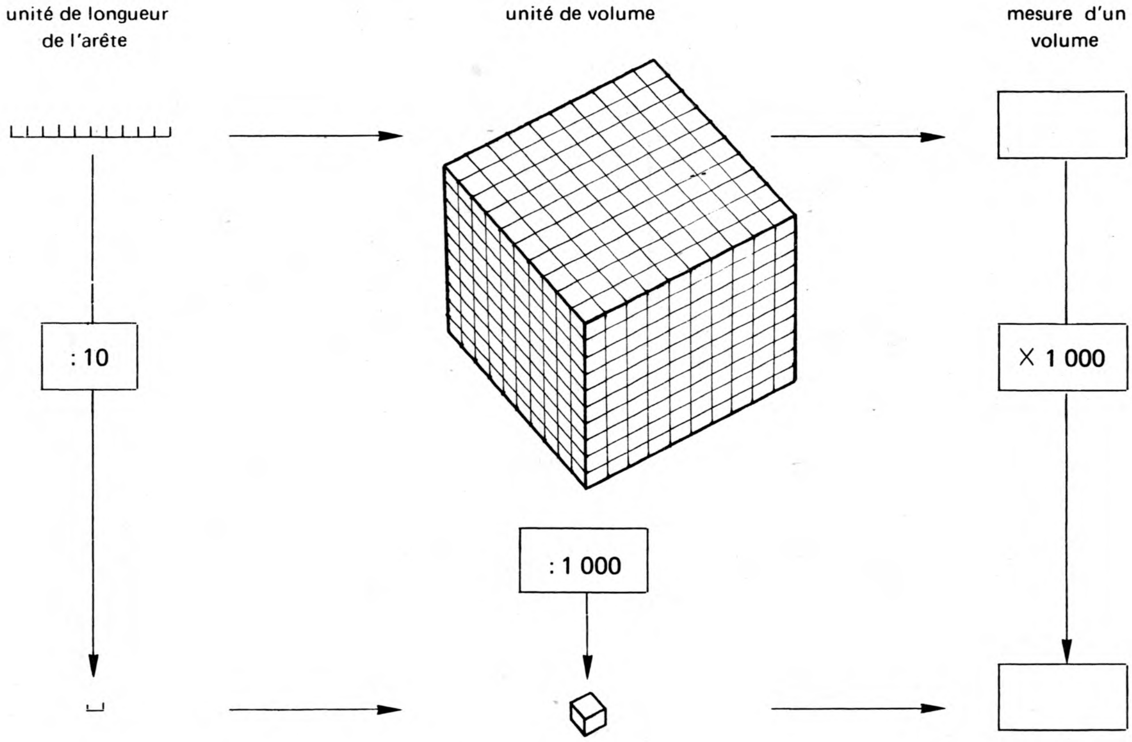
II – LES UNITES USUELLES DE VOLUME

Nous te rappelons maintenant les unités du système métrique que tu connais.
Nous les avons écrites de la plus grande à la plus petite.

mètre cube m^3 ♦ décimètre cube dm^3 ♦ centimètre cube cm^3 ♦ millimètre cube mm^3

Chacune d'elles est 1 000 fois plus grande que celle qui la suit.

Regarde de nouveau ce schéma.



Recopie et complète les phrases suivantes.

La mesure d'un volume en dm^3 est .... fois plus .... que sa mesure en m^3.
La mesure d'un volume en cm^3 est .... fois plus .... que sa mesure en dm^3.
La mesure d'un volume en cm^3 est .... fois plus .... que sa mesure en m^3.

Voici un tableau qui illustre les correspondances entre les unités de volume.

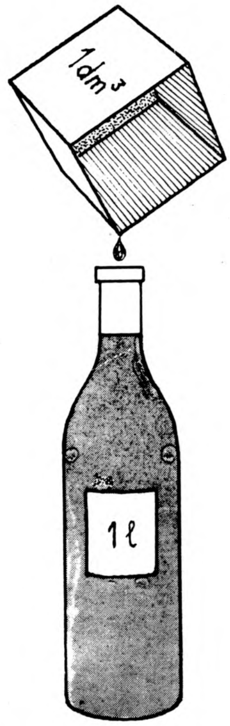
	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1 m^3 mesure	1	1 000	1 000 000	1 000 000 000
1 dm^3 mesure	0,001	1	1 000	1 000 000
1 cm^3 mesure	0,000 001	0,001	1	1 000
1 mm^3 mesure	0,000 000 001	0,000 001	0,001	1

Remarque.

Nous ne t'avons pas parlé du décamètre cube, de l'hectomètre cube et du kilomètre cube, car ces unités de volume ne sont pratiquement jamais utilisées.

Recopie et complète le tableau suivant.

	volume 1	volume 2	volume 3	volume 4
m^3	7,09			
dm^3			28,945	
cm^3		1 947		4,87
mm^3				



Recopie et complète par des nombres entiers.

4 805 cm^3 = ... dm^3 .... cm^3 ; 1 275 dm^3 = ... m^3 .... dm^3 ;
459 cm^3 = ... dm^3 .... cm^3 ; 785 dm^3 = ... m^3.... dm^3 ;
6 796 048 cm^3 = ... m^3 .... dm^3 .... cm^3.

Recopie et complète par des unités de volume.

175 945 cm^3 = 0 .... 175 .... 945 .... .
8 546 279 mm^3 = 8 .... 546 .... 279 .... .
27 348 dm^3 = 27 .... 348 .... .

Ecris en m^3 : 2 736 dm^3 ; 65 dm^3 ; 47 649 dm^3 ; 8 dm^3 ; 725,65 cm^3 ; 3,976 dm^3 ; 149,36 cm^3.

III – LES UNITES DE CAPACITES

Il existe d'autres unités de volume que l'on utilise pour les liquides et pour les gaz. On les appelle les unités de CAPACITE.

Nous les avons écrites de la plus grande à la plus petite.

L'hectolitre ♦ le décalitre ♦ le litre ♦ le décilitre ♦ le centilitre ♦ le millilitre
hl dal ℓ dl cl ml

Chaque unité de capacité est 10 fois plus grande que celle qui la suit.

Recopie et complète ce tableau.

	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml
1 hl mesure	1	10				
1 dal mesure	0,1	1				
1 ℓ mesure			1			
1 dl mesure				1		
1 cl mesure					1	
1 ml mesure						1

Voici un tableau de correspondance entre les unités de volume et les unités de capacité.

m^3			dm^3			cm^3
	hl	dal	ℓ	dl	cl	ml

Tu vois que :
- un litre est égal à un décimètre cube ;
- un millilitre est égal à un centimètre cube.

Recopie et complète.

4 m^3 = ... dm^3 = ... ℓ.
7,05 m^3 = ... dm^3 = ... ℓ.
2,45 m^3 = ... dm^3 = ... ℓ = ... dal.
12,08 m^3 = ... dm^3 = ... ℓ = ... hl.
12 000 cl = ... ℓ = ... dm^3 = ... m^3.
1 345 dl = ... ℓ = ... dm^3 = ... m^3.

Exercices page 208.

UN JEU

LE JEU DE NORTHCOTT

Ce jeu se joue à deux.
On joue sur un échiquier de 64 cases.
Chaque joueur dispose de 8 pions de même couleur (par exemple 8 pions blancs pour l'un des joueurs et 8 pions noirs pour l'autre).
Au début de la partie, chaque joueur dispose un pion comme il le veut sur chaque ligne horizontale.
A tour de rôle, chaque joueur déplace un pion, sur la ligne de ce pion, vers la droite ou vers la gauche, à condition de ne pas sauter le pion de son adversaire ni occuper la même case que lui.
Le perdant est celui qui ne peut plus jouer.

		●			○		
			○	●			
	●	○					
		●				○	
			○				●
		○					
●			●			○	
	○				●		

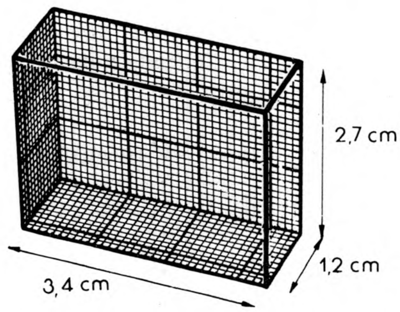
des volumes et des décimaux

I – PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

Jusqu'à présent, lorsque nous avions mesuré des volumes, les longueurs étaient mesurées par des nombres entiers.

Maintenant, l'unité choisie pour mesurer les volumes est le centimètre cube qui se note cm^3.

Voici un parallélépipède rectangle.



Peut-on remplir exactement ce parallélépipède avec des cubes de 1 cm^3 ?

Mais tu vois qu'on peut le remplir exactement avec des cubes de 1 mm^3.

Combien en faut-il ?

Le nombre que tu viens de trouver est la mesure du volume du parallélépipède en mm^3.

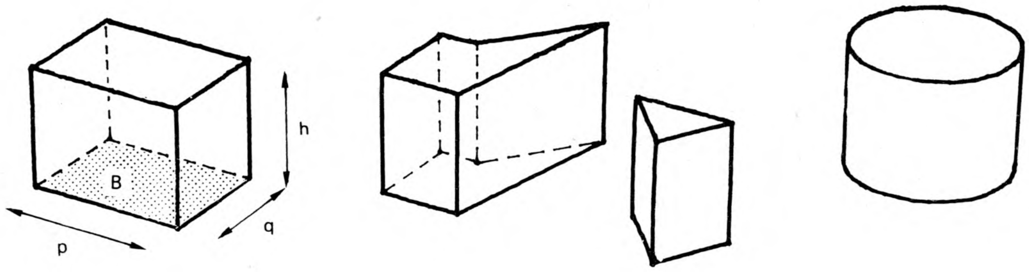
Ecris ce volume en cm^3.
Calcule $2{,}7 \times 1{,}2 \times 3{,}4$.
Que constates-tu ?

Nous admettrons que ce que nous avions fait pour des nombres entiers est vrai aussi pour des nombres décimaux.

Les unités étant choisies,
lorsque les mesures des arêtes d'un parallélépipède rectangle sont des nombres décimaux : a, b et c, la mesure de son volume est $a \times b \times c$.

II – PRISME ET CYLINDRE DROITS

Voici des prismes et un cylindre droits.



Le premier solide est un parallélépipède rectangle. La mesure de son volume est $p \times q \times h$.
Le nombre $p \times q$ est la mesure de la base et h la mesure de la hauteur.
Si on appelle B la mesure de la base, la mesure du volume du parallélépipède rectangle est :

$$B \times h.$$

Nous admettrons qu'il en est de même pour les autres prismes et le cylindre.

On peut retenir ce résultat sous la forme :

$$V = B \times h.$$

Exercice.

Un cylindre droit a une base circulaire. Le rayon de la base est 2 m. La hauteur du cylindre est 11 m.

Tu prendras 3,14 comme valeur approchée de π.
Calcule une valeur approchée de l'aire de la base en m^2.
Calcule une valeur approchée du volume du cylindre en m^3.

III – PYRAMIDE

1. Une pyramide particulière.

Reprends les 4 pyramides que tu as construites dans le chapitre Symétrie.

Tu as devant toi :

2 pyramides à base carrée qui sont identiques ;
2 pyramides à base triangulaire qui sont identiques.

Prends les 2 pyramides à base triangulaire.
Assemble-les pour former une pyramide à base carrée.
Pour cela, accole les faces numérotées 1 *de chacune d'elles.*

Tu peux mettre un petit bout de scotch pour maintenir cette nouvelle pyramide.

Compare cette nouvelle pyramide avec les 2 autres.

Tu remarques que les 3 pyramides que tu as devant toi sont identiques.

Avec ces 3 pyramides, essaye de construire un cube.
Tu peux par exemple, accoler les faces numérotées 2 puis les faces numérotées 3.

Tu vois donc que :

■ avec ces trois pyramides identiques on forme un cube ;
■ la mesure du volume d'une de ces pyramides est donc le tiers de la mesure du volume du cube.

Pour une de ces pyramides, si on appelle :

– B la mesure de la base ;
– h la hauteur ;
– V la mesure du volume ;

on peut écrire que :

$$V = (B \times h) : 3.$$

2. Autres pyramides et cônes.

Nous admettrons que pour toutes les pyramides et les cônes, si on appelle :

– B la mesure de la base ;
– h la hauteur ;
– V la mesure de volume ;

on peut écrire que :

$$V = (B \times h) : 3.$$

3. Exercices.

■ La grande pyramide d'Egypte, la pyramide de Chéops, a une base carrée de 227 m de côté et sa hauteur est 138 m.

Quel est le volume de cette pyramide en m^3.

■ Arthur et Zoé mangent des glaces.

Zoé a choisi un kim-cône et Arthur deux petits pots.

La glace dans le kim-cône est un cône à base circulaire de rayon 2,9 cm et de hauteur 15 cm.

La glace dans le petit pot est un cylindre droit à base circulaire de rayon 3,2 cm et de hauteur 2,2 cm.

Qui a le plus de glace à manger ?
Justifie ta réponse.

exercices

190. Voici un tableau.

Nous avons choisi une unité de longueur.

Les lettres a, b et c représentent les mesures des arêtes d'un parallélépipède rectangle.

La lettre V représente la mesure du volume de ce parallélépipède dans l'unité correspondante.

Recopie et complète ce tableau.

a	2,5	3,5	1,7		5,4	7
b	3	2,2	5	6	9,1	6,8
c	4,1	8		3,9	2,7	
V			42,5	98,28		161,84

191. Voici un tableau.

Nous avons choisi une unité de longueur.

La lettre h représente la mesure de la hauteur d'un cylindre, d'un prisme, d'un cône ou d'une pyramide.

La lettre B représente la mesure de l'aire de la base de ce solide dans l'unité correspondante.

La lettre V représente la mesure du volume de ce solide dans l'unité correspondante.

Recopie et complète ce tableau.

	cylindre ou prisme			cône ou pyramide		
B	25	41,28			41,28	2,7
h	6,3		9,2	6,3		9,2
V		123,84	24,84	52,5	41,28	

192. Voici un tableau.

Nous avons choisi une unité de longueur.

La lettre h représente la mesure de la hauteur d'un prisme ou d'une pyramide à base rectangulaire.

Les lettres a et b représentent les mesures des côtés du rectangle de base.

La lettre V représente la mesure du volume de ce solide dans l'unité correspondante.

Recopie et complète ce tableau.

	prisme			pyramide		
a	4	3,1	2,7	4	3,1	2,7
b	5,4		3	5,4		3
h	5	6,3		5	6,3	
V		39,06	8,1		39,06	8,1

193. Voici un tableau.

Nous avons choisi une unité de longueur.

La lettre h représente la mesure de la hauteur d'un cylindre ou d'un cône à base circulaire.

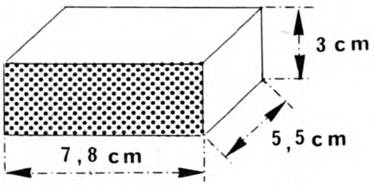
La lettre r représente le rayon du cercle directeur.

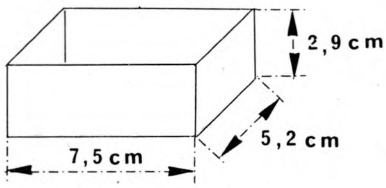
La lettre V représente une mesure approchée du volume de ce solide dans l'unité correspondante. Tous les calculs sont faits en prenant 3,1 comme valeur approchée de π.

	cylindre			cône		
r		2,1	1		2,1	1
h	6	4		6	4	
V	465		3,1	155		3,1

Recopie et complète ce tableau.

194. Une boîte d'allumettes est constituée de 2 parties.





Dans les calculs, on ne tiendra pas compte des pattes de collage.

- *Quelle est l'aire du couvercle ? (Attention il manque 2 faces !).*
- *Quelle est l'aire du récipient ? (Ici il manque 1 face).*
- *Quelle est l'aire de la surface de carton nécessaire à la confection d'une boîte d'allumettes ?*

195. On veut construire, avec du carton, un cylindre droit. Sa base est un cercle de 0,15 m de rayon. Sa hauteur est 0,50 m.

- *Calcule une mesure approchée de la surface latérale de ce cylindre. (On ne tient pas compte de la patte de collage et tu prendras 3,2 comme approximation de π).*

- *La masse de 1 m^2 de carton est 600 g.*
Quelle est approximativement la masse du carton employé, pour la confection de ce cylindre ?

On veut fermer ce cylindre pour faire une boîte. Il faut donc découper deux disques.

- *Calcule une mesure approchée de la surface d'un disque.*
- *Quelle est approximativement la masse du carton employé pour toute la boîte ?*

196. Pour noël, Arthur, Zoé et Eusèbe fabriquent des bougies.

- Arthur veut faire une bougie cubique de 6 cm d'arête.

Calcule le volume de cire nécessaire.

- Eusèbe veut faire une bougie cylindrique de 14 cm de haut. La base de ce cylindre est un cercle de 6 cm de diamètre.

Calcule une mesure approchée du volume de cire nécessaire.

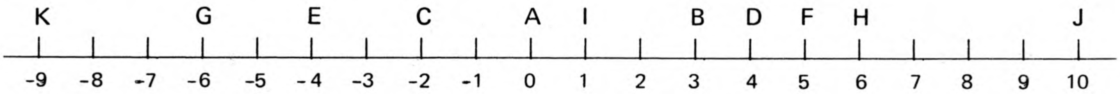
- Zoé veut faire une bougie conique de 12 cm de haut. La base de ce cône est un cercle de 8 cm de diamètre.

Calcule une mesure approchée du volume de cire nécessaire.

valeur absolue

1. Distance.

Voici une échelle régulière graduée par ℤ.



L'unité de longueur est la longueur du segment AI.

Quelle est avec cette unité la mesure du segment EB *?*

Tu as certainement trouvé 7, puisqu'il y a 7 échelons entre E et B.

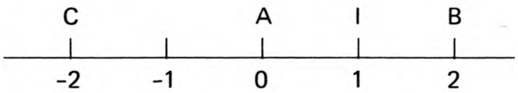
On dit que 7 est la DISTANCE du point E au point B.

C'est aussi, évidemment, la distance du point B au point E.

Quelle est la distance de C *à* B *? De* A *à* F *? De* E *à* H *? De* D *à* H *? De* H *à* E *? De* F *à* A *? De* H *à* D *? De* B *à* C *?*

Quels sont les points dont la distance à I *est* 3 *? Dont la distance à* I *est* 9 *?*

2. Valeur absolue.



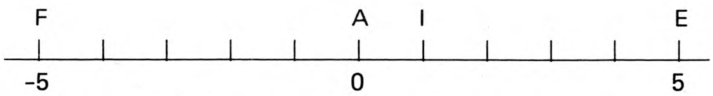
Les points B et C sont à la même distance du point A.
Cette distance est le **nombre positif** 2.

Nous dirons que 2 et -2 ont la même VALEUR ABSOLUE.

Cette valeur absolue est le **nombre positif** 2.

La valeur absolue de 2 est 2. Ce qui se note : $|2| = 2$.
La valeur absolue de -2 est 2 ce qui se note : $|-2| = 2$.
Le nombre 0 a aussi une valeur absolue, c'est 0. Ce qui se note $|0| = 0$.

Voici une échelle.



Quelle est la distance de E *à* A *?*

Recopie et complète.

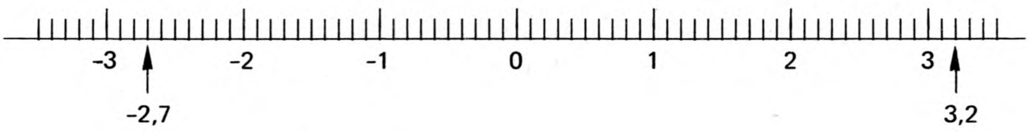
$|5| = \dots$.

Quelle est la distance de A *à* F *?*

Recopie et complète.

$|-5| = \dots$.

Voici une échelle.



Regarde le dessin ci-dessus.

Recopie et complète.

$|-2{,}7| = \dots$; $|3{,}2| = \dots$.

3. Exercices.

1. *Recopie et complète.*

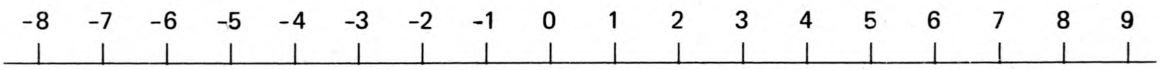
   $|5| = \dots$; $|-15| = \dots$; $|-9| = \dots$; $|17| = \dots$; $|-4| = \dots$;

   $|4 - 7| = \dots$; $|6 + 5| = \dots$; $|-6 - 8| = \dots$.

2. *Donne, si c'est possible, tous les nombres dont la valeur absolue est* 35.

3. *Donne, si c'est possible, tous les nombres dont la valeur absolue est* -4.

4.



En t'aidant de l'échelle régulière graduée ci-dessus indique :

- *tous les entiers relatifs dont la valeur absolue est supérieure à* 6 *et inférieure à* 8 *;*
- *tous les entiers relatifs dont la valeur absolue est supérieure à* 2 *et inférieure à* 7 *;*
- *tous les entiers relatifs dont la valeur absolue est supérieure à* 4 *et inférieure à* 5.

5. Voici une liste de nombres.

   3 ; -1 ; -2 ; 2 ; -3 ; 5 ; -7 ; 12 ; 14 ; -14 ; -12.

   Quels sont ceux dont la valeur absolue est inférieure à 4 *?*
   Quels sont ceux dont la valeur absolue est supérieure à 10 *?*

6. *Donne l'ensemble des entiers relatifs dont la valeur absolue est inférieure à* 9.

7. *Recopie et complète le tableau ci-dessous.*

x	7		
-x		8	-16
$\lvert x \rvert$			

exercices

197. *Donne la valeur absolue de chacun des décimaux suivants.*

12 ; -16 ; 25,6 ; 7,8 ; -26 ; -0,75 ; 40,7.

198. *Calcule.*

$-9+|-15|$; $|-9|+(-15)$; $|-4+7|$; $|-4|+|7|$; $-|12|$; $-|-24|$;
$|-5+(-2)|$; $|-5|+|-2|$; $|5+(-2)|$; $|5|+|-2|$; $|5|+|2|$; $|5+2|$.

199. On appelle A l'ensemble des entiers relatifs x tels que :

$$6 \leqslant |x| \leqslant 9.$$

Voici une liste de nombres entiers.

6 ; -15 ; 8 ; 12 ; -10 ; -9 ; 23 ; -16 ; -7.

Dis pour chacun de ces nombres s'il appartient à l'ensemble A.
Dessine une échelle régulière graduée par $\mathbb{Z}$. *Entoure en rouge les éléments de* A.

200. On appelle B l'ensemble des entiers relatifs x tels que : $1 \leqslant x \leqslant 5$ et C l'ensemble des entiers relatifs y tels que $1 \leqslant |y| \leqslant 5$.

Voici une liste de nombres entiers.

-1 ; -4 ; 6 ; 9 ; -2 ; -9 ; 3 ; 5 ; 1.

Dis pour chacun de ces nombres s'il appartient à l'ensemble B, *à l'ensemble* C.

201. *Trouve les deux nombres dont la valeur absolue est* 12.
Trouve les deux nombres dont la valeur absolue est 17.

Cherche deux nombres décimaux x *et* y *tels que :*
$|x| = 12$; $|y| = 17$ *et* $x + y = -29$.

Même question si $|x| = 12$; $|y| = 17$ *et* $x + y = 29$

Même question si $x + y = 5$ *et si* $x + y = -5$.

202. *Choisis un nombre dont la valeur absolue est* 13.
Choisis un autre nombre dont la valeur absolue est 8.
Quelle est leur somme ?

Tu aurais pu faire d'autres choix, lesquels ?
Quelle somme aurais-tu trouvée pour chacun de ces choix ?

UN JEU

LE JEU DE MARIENBAD.

Ce jeu se joue à deux.
Faire quatre tas de 7, 5, 3 et 1 allumettes.
A tour de rôle, chaque joueur choisit un tas et en retire au moins une allumette (et même tout le tas s'il le désire).
Le perdant est celui qui prend la dernière allumette.

203. 1. *Dessine un quadrilatère* ABCD.
Place les points I, J, K *et* L *au milieu des côtés* AB, BC, CD *et* DA.
Qu'observes-tu pour le quadrilatère IJKL *?*
Qu'observes-tu pour les droites IJ, AC *et* KL *?*
Compare les longueurs des segments IJ, AC *et* KL.
Mêmes questions pour les droites IL, BD *et* JK *et pour les segments* IL, BD *et* JK.

2. *Comment doivent être les diagonales du quadrilatère* ABCD *pour que* IJKL *soit un rectangle ?*

3. *Comment doivent être les diagonales du quadrilatère* ABCD *pour que* IJKL *soit un losange ?*

4. *Et pour qu'il soit un carré ?*

204. *Trace un cercle ; appelle* O *son centre.*
Place 6 points A, B, C, D, E, F *sur le cercle de façon que les segments* AB, BC, CD, DE, EF *et* FA *aient tous la même longueur.*

Trace toutes les droites de symétrie de l'hexagone ABCDEF.

205. *Trace un cercle ; appelle* O *son centre.*
Place 8 points A, B, C, D, E, F, G, H *sur le cercle de façon que les segments* AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH *et* HA *aient tous la même longueur.*

Trace toutes les droites de symétrie de l'octogone ABCDEFGH.

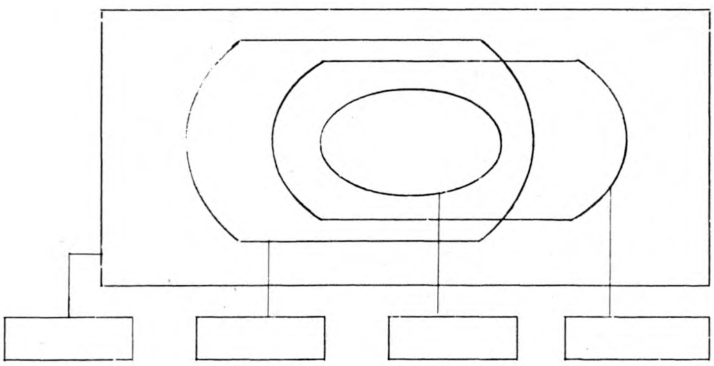
206. *Trace un cercle ; appelle* O *son centre.*
Place les points A, B, C, D *et* E *du cercle de façon que les secteurs* AOB, BOC, COD *et* DOE *mesurent tous* 72°.

Mesure le secteur EOA *; pouvait-on le trouver par le calcul ?*

Trace le pentagone régulier ABCDE.
Trace toutes ses droites de symétrie.

207. *Dessine un parallélogramme.*
Dessine un parallélogramme qui a un angle droit. Qu'observes-tu ?
Dessine un parallélogramme qui a deux côtés non parallèles de même longueur. Qu'observes-tu ?
Dessine un parallélogramme qui vérifie les deux propriétés ci-dessus. Qu'observes-tu ?
Recopie le dessin ci-dessous en mettant les étiquettes.

parallélogrammes | rectangles | carrés | losanges



la sphère

Pour ce chapitre, tu auras besoin d'une balle de ping-pong, d'un peu de sel fin et de matériel pour construire un cube. Tu auras aussi besoin d'une tige, par exemple : une aiguille à tricoter, un morceau de fil de fer, un trombone déplié, etc...

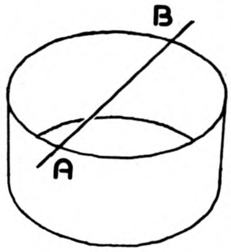
Peut-être ton professeur vous fera-t-il travailler par groupe.

I – OBSERVATION D'UNE SPHERE

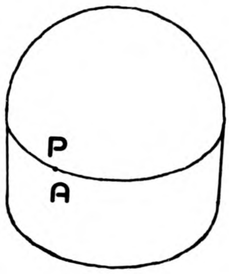
1. Ta balle de ping-pong est une SPHERE.

Donne d'autres exemples de sphères.
Prends la feuille de manipulation numéro 15 dessin numéro 4.
Assemble le cylindre.

Place ce cylindre sur ta table, et place un crayon comme sur le dessin.

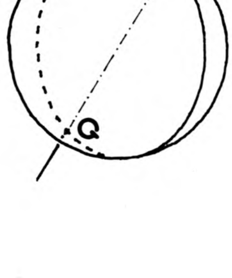


Tu constates que le segment AB est un diamètre d'un cercle directeur.



Place la balle de ping-pong dans le cylindre. Attention, il faut que le cylindre et la balle touchent bien la table.

Marque sur la balle les points qui sont en face de A et de B. Appelle ces points P et Q.
En suivant le bord du cylindre, trace aussi bien que tu peux un cercle sur la sphère.



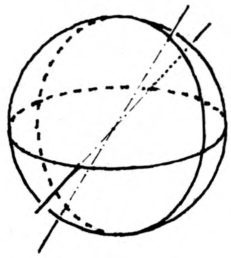
Perce ta balle de ping-pong aux points P et Q, par exemple avec la pointe d'un compas.

Fais passer la tige par les trous.

Le segment PQ est un DIAMETRE de la sphère.

Le cercle que tu as tracé est un GRAND CERCLE de la sphère.

On dit que le milieu du segment PQ est le CENTRE de la sphère. C'est aussi le centre du grand cercle que tu as tracé.



Si tu recommençais, tu pourrais trouver :

— un autre grand cercle,

— un autre diamètre.

Le milieu de ce diamètre est encore le centre de la sphère.

Tu comprends facilement que tous les points de la sphère sont à égale distance de ce centre de la sphère.

Cette distance est le RAYON de la sphère.

2. Droite de révolution.

Fais tourner ta balle autour de la tige.

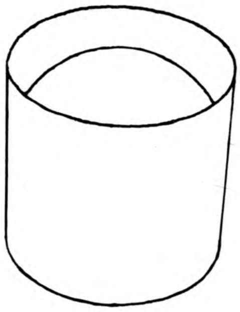
Cela te fait comprendre que toute droite qui passe par le centre de la sphère est une droite de révolution.

La surface de la terre est approximativement une sphère. Elle a donc beaucoup de droites de révolution.

L'une d'elles est très importante car la terre tourne autour de cette droite. C'est celle qui passe par les points appelés Pôle Sud et Pôle Nord.

En géographie, tu as certainement entendu parler de certains grands cercles de la terre : les méridiens et l'équateur.

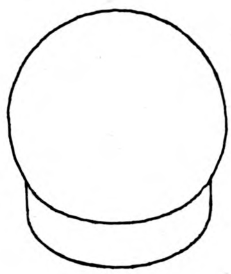
3. D'autres cercles sur la sphère.



Regarde le dessin ci-contre.

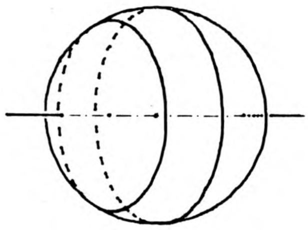
On a mis la sphère dans un cylindre de même rayon que tout à l'heure, mais plus haut.

La sphère touche toujours le cylindre mais on ne peut plus se servir du bord du cylindre pour tracer un grand cercle.



Prends la feuille de manipulation numéro 15 dessin numéro 3.
Assemble le cylindre.
Pose-le sur la table.
Mets la balle dedans.
Tu peux tracer un cercle sur la sphère en suivant le bord du cylindre.

Est-ce un grand cercle ?
Est-ce que le centre de ce cercle est le centre de la sphère ?



II – PLAN TANGENT

1. Plan tangent à une sphère.

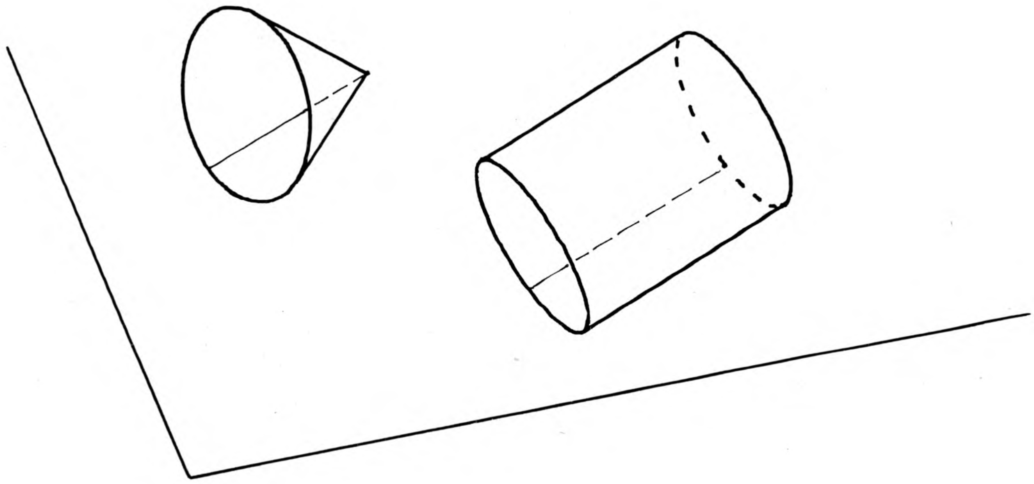
   Pose ta balle sur la table.

Tu vois que ta balle a un seul point commun avec la table.
On dit que : le plan de la table est TANGENT à la sphère.

Penses-tu que ta balle ait d'autres plans tangents ?

2. Plan tangent à un cylindre, à un cône.

Si on pose un cylindre ou un cône sur la table, il touche la table suivant une génératrice.
On dit que le plan de la table est tangent au cylindre, au cône, suivant cette génératrice.

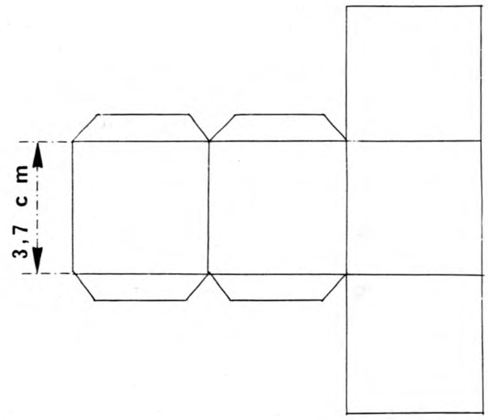


Penses-tu qu'un cylindre, un cône, ait plusieurs plans tangents ?

1. Volume d'une boule.

La boule, c'est la sphère et tout son intérieur.

Fabrique un cube ouvert d'arête 3,7 cm.
Pose-le sur une feuille de papier.
Mets la balle dans le cube.
Remplis soigneusement le cube avec du sel fin.
Enlève la balle. Si tu as fait tomber du sel, remets-le dans le cube.



Tu vois que le volume de sel est à peu près la moitié du volume du cube. Donc le volume de la boule est à peu près la moitié du volume du cube.

Appelons d la mesure de l'arête du cube. C'est aussi le diamètre de la boule.
Tu sais que la mesure du volume du cube est d^3.
La mesure du volume de la boule est donc à peu près : $0{,}5\,d^3$

Les mathématiciens ont démontré que la mesure du volume de la boule est : $\frac{\pi}{6} d^3$.

Prends 3,14 comme valeur approchée de π et calcule une valeur approchée de $\frac{\pi}{6}$.

Tu vois qu'il n'y a pas beaucoup de différence entre les mathématiciens et toi !
Pour les mesures approchées, il est souvent raisonnable de prendre $0{,}5\,d^3$ comme mesure approchée du volume d'une boule de diamètre d.

Exercice.

Une boule a un diamètre de 4 cm.

Calcule une mesure approchée du volume de la boule en cm^3 en utilisant la formule des mathématiciens.

Trouve une mesure approchée du volume de la boule en cm^3 sans utiliser la formule des mathématiciens.

2. Aire de la sphère.

On peut peindre une sphère.
Avec la même quantité de peinture, on peut peindre une surface plane. Cette surface a une aire. Cela donne l'idée de l'aire de la sphère.

Les mathématiciens ont démontré que pour une sphère de diamètre d, l'aire mesure $\pi\, d^2$.

Exercice.

La balle de ping-pong a 3,7 cm de diamètre.

Calcule une mesure approchée de son aire en cm^2.
Dessine un rectangle dont un côté mesure 3,7 cm et dont l'aire en cm^2 est le nombre que tu viens de trouver.
Découpe ce rectangle.
Essaie d'envelopper la balle avec ce rectangle.
Que constates-tu ?
Peux-tu l'expliquer ?

Exercices page 206.

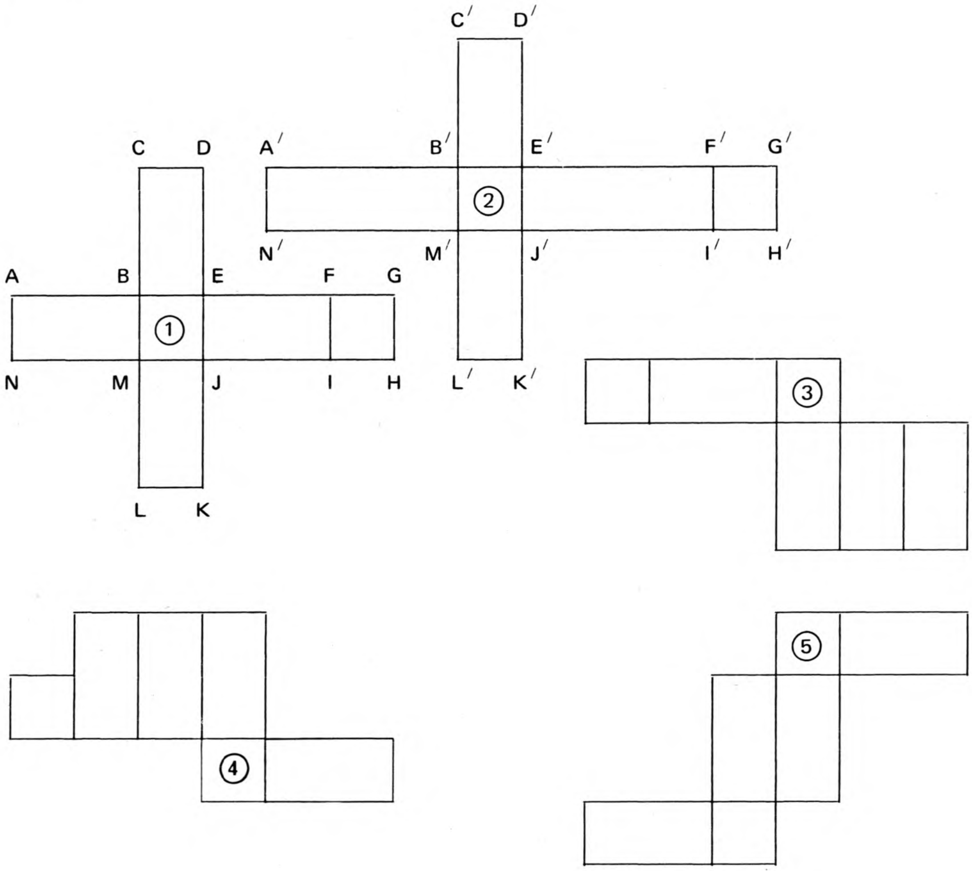
208. Un prisme droit a pour base un losange de côté 7,5 cm.

Que peut-on dire de ses faces latérales ?

La hauteur de ce prisme est 4 cm.

Quelle est son aire latérale ?

209. *Les dessins suivants sont-ils les patrons de parallélépipèdes rectangles ? Explique ta réponse quand elle est négative.*



210. Voici des consignes qui vont te permettre de construire le patron d'un prisme droit.

Dessine un cercle de rayon 4 cm et partage-le à l'aide de ton compas en 6 parties égales.

Tu obtiens un hexagone ; c'est la base du prisme.
La hauteur du prisme est 5 cm.

Termine le patron du prisme.
Quelle est l'aire latérale du prisme ?
Si tu veux construis ce prisme.

exercices — ou on mesure des volumes

211. 1. *Dessine un cercle de 3 cm.*
Dessine un triangle équilatéral de côté 5,1 cm.
Découpe-les ; vérifie que le triangle a pour mesure approchée 4,4 cm à 0,1 près.

2. *Calcule une mesure approchée de la surface et du périmètre du triangle.*
Fais la même chose pour le cercle.

3. *Puisque tu connais les périmètres, construis :*
— un cylindre dont la base est le cercle du 1 et la hauteur est 4 cm (le patron est seulement un rectangle ; n'oublie pas la patte de collage) ;
— un prisme dont la base est le triangle du 1 et la hauteur est 8 cm.

4. *Calcule une valeur approchée de chacun des volumes.*
Mets le prisme dans le cylindre ; compare les volumes. Qu'en penses-tu ?

exercices — reconnaître un nombre premier

212. *Recopie et complète.*

$$17 \xrightarrow{\boxed{+2}} \dots \xrightarrow{\boxed{+4}} \dots \xrightarrow{\boxed{+6}} \dots \xrightarrow{\boxed{+8}} \dots \xrightarrow{\boxed{+10}} \dots$$

Vérifie que tous les nombres obtenus sont premiers.
Penses-tu que si tu continues ainsi tu obtiendras toujours des nombres premiers ?
Hé bien ! continue.

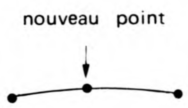
Recopie et complète.

$$11 \xrightarrow{\boxed{+2}} \dots \xrightarrow{\boxed{+4}} \dots \xrightarrow{\boxed{+6}} \dots \xrightarrow{\boxed{+8}} \dots \xrightarrow{\boxed{+10}} \dots$$

Vérifie que tous les nombres obtenus sont premiers.
Penses-tu que si tu continues ainsi tu obtiendras toujours des nombres premiers ?

UN JEU

LE JEU DES BOURGEONS.



Ce jeu se joue à deux.
Placer trois points sur une feuille de papier.
Le premier joueur joint deux de ces points par un trait et marque un nouveau point sur ce trait.
Le deuxième joueur fait de même.
Puis c'est de nouveau le tour du premier et ainsi de suite, mais ATTENTION : d'un point, il ne peut partir plus de trois traits. Par exemple, on ne peut plus utiliser des points comme ceux indiqués par les figures.

Le premier joueur qui ne peut plus jouer a perdu.
On peut commencer la partie avec plus de trois points.
On peut aussi jouer en ecceptant quatre traits au lieu de trois à chaque point.

de la terre à la lune

Dans ce chapitre, tu as besoin d'un dé à jouer.

I – LE JEU DES FUSEES

1. *Découpe les dix pions, cinq noirs et cinq blancs qui se trouvent sur la feuille de manipulation numéro 15 dessin numéro 2.*
Prends la feuille de manipulation numéro 24.

Tu y vois le damier d'un jeu qui se joue à deux. Voici la règle du jeu.

L'un des joueurs dispose des cinq pions noirs, l'autre des cinq pions blancs.
Les pions représentent des fusées qu'il s'agit de faire voyager de la terre à la lune, ou de la lune à la terre.

Au début du jeu, le premier joueur place une fusée sur une des cases départ ◉ sur la terre ou sur la lune. Puis c'est autour du second joueur, et ainsi de suite jusqu'à ce que les dix fusées soient placées sur les dix cases départ.
Puis on joue chacun son tour, à l'aide d'un dé, comme au jeu de l'oie, ou au jeu des chevaux.
Les fusées se déplacent en suivant les flèches et il s'agit d'en amener le plus possible :
– sur la lune pour celles qui partent de la terre,
– sur la terre pour celles qui partent de la lune.

2. Voici la règle de déplacement des fusées.

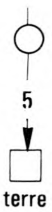
▪ Si une fusée se trouve dans la zone d'attraction de la planète de départ (zone bleue), elle est attirée par cette planète et elle ne peut s'élever toute seule. Il lui faut l'aide d'un moteur : le dé.

Si une fusée se trouve sur une case de cette zone, elle a un nombre devant elle. Pour avancer, il faut que le dé donne un nombre plus grand.
On avance alors de la différence des deux nombres.
Sur l'exemple ci-contre, on ne peut pas avancer avec 1 ou 2. Avec 3, on avance de 1 case, avec 4 on avance de 2 cases, avec 5 on avance de 3 cases et avec 6, on avance de 4 cases (on peut donc sortir de la zone bleue).

▪ Si une fusée ne se trouve plus dans la zone bleue, elle est alors attirée par la planète d'arrivée. Le dé sert alors de rétrofusée. Voici un exemple pour comprendre comment fonctionne la rétrofusée.

Avec 4 on ne peut pas bouger.
Avec 1, on avance de 3 cases, avec 2 on avance de 2 cases et avec 3 on avance de 1 case.
Avec 5, on recule de 1 case, avec 6 on recule de deux cases.

3. Une fusée doit être posée EXACTEMENT sur sa case d'arrivée ☐



Par exemple, si une fusée se trouve sur la case du dessin ci-contre,
avec 4, on avance de 1 case donc on se pose en douceur sur la terre,
avec 5, on ne bouge pas,
avec 6, on recule,
mais avec 3 par exemple, on doit avancer de 2 cases : c'est trop et la fusée explose sur le sol et elle est éliminée, avec 2 ou 1, elle explose aussi évidemment.

4. Un joueur ne peut jamais refuser de jouer. A chaque coup, il doit BOUGER une de ses fusées, si c'est possible.
Si plusieurs fusées ont la possibilité de bouger, il peut choisir celle qu'il fait avancer ou reculer.

5 Le jeu s'arrête lorsqu'un joueur ne peut plus jouer parce que toutes ses fusées sont arrivées ou ont éclaté.
A gagné celui qui a fait arriver le plus de fusées.

II – LA MASSE D'UN OBJET

Tous les objets, les êtres vivants, ... ont une MASSE.

Cette masse dépend à la fois du matériau et du volume de l'objet.

La masse d'un objet dépend du matériau dans lequel il est fait. Par exemple, un cube de plomb de 1 dm d'arête a une masse plus grande qu'un cube d'aluminium de 1 dm d'arête.

Donne d'autres exemples.

La masse d'un objet dépend du volume de cet objet. Par exemple :

– un cube de plomb de 1 dm d'arête a une masse plus grande qu'un cube de plomb de 1 cm d'arête ;

– tu as une masse plus grande que ton petit frère.

Donne d'autres exemples.

Mais la masse d'un objet ne change pas si on déplace cet objet.

Tu peux mettre un objet dans une boîte, au fond de la mer, dans une fusée, sur le sommet du Mont Blanc, sur la lune, ... sa masse ne changera pas.

LES POIDS D'UN CORPS

1. Sur la terre.

Tu peux te déplacer sur le sol, tu peux même courir. Mais tu as déjà pu constater que tu ne peux pas t'envoler.

C'est que tu es lié à la terre par une force, ton POIDS qui t'attire vers la terre.

D'ailleurs, lorsque tu sautes, ton poids te ramène bien vite les pieds sur terre.

2. Quand on s'éloigne de la terre.

Si on s'éloigne beaucoup de la terre, on est beaucoup moins attiré par elle et donc notre poids diminue ; et plus on s'éloigne, moins on est attiré par la terre.

C'est ce que nous avons voulu illustrer dans le jeu des fusées : plus on s'éloigne de la terre et moins le moteur a besoin d'être puissant pour que la fusée puisse avancer.

Il peut même se faire qu'on s'éloigne suffisamment pour ne plus être attiré du tout. On est alors en situation d'apesanteur.

Tu as peut-être pensé à ce phénomène si tu as vu à la télévision des reportages sur les voyages des cosmonautes dans leur fusée. Tu as dû penser qu'alors un cosmonaute n'a plus de poids. C'est une idée tout à fait raisonnable bien qu'en réalité la situation des cosmonautes soit un peu plus compliquée : elle est liée aussi à la vitesse de la fusée.

3. Et sur la lune ?

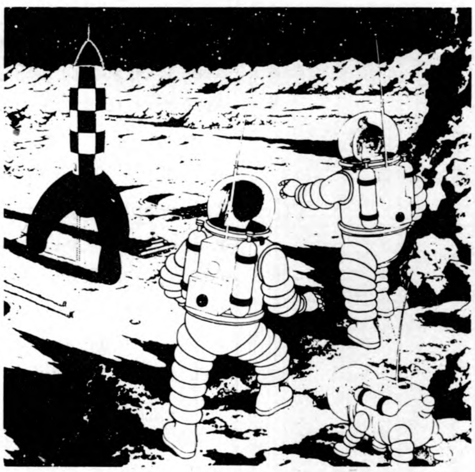
Sur la lune, c'est la même chose que sur la terre.

Tout objet est attiré par la lune avec une force d'autant plus grande que cet objet est plus près de la lune.

Simplement, ces forces d'attraction sont moins grandes que celles exercées par la terre.

Nous l'avons illustré dans le jeu des fusées : il fallait un moteur moins puissant pour échapper à l'attraction de la lune que pour échapper à celle de la terre.

C'est aussi pour cela que Tintin, Milou, le capitaine Haddock, Dupont et Dupond font des sauts aussi grands lorsqu'ils marchent sur la lune (nous savons de source sûre qu'ils ne sont pas champions olympiques).

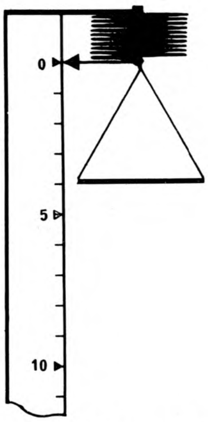


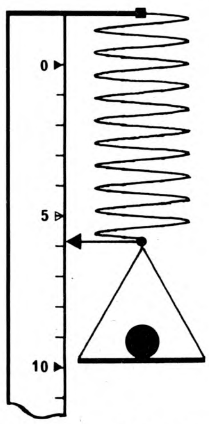
Dessin de Hergé, by Editions Casterman – Paris.

Ils ont la même masse : Tintin est le même sur la lune ou sur la terre.
Ils n'ont pas le même poids : la lune attire moins Tintin que la terre.

4. Masse et Poids.

■ Cet appareil s'appelle un peson à ressort. Lorsqu'on suspend un objet au ressort, il s'étire



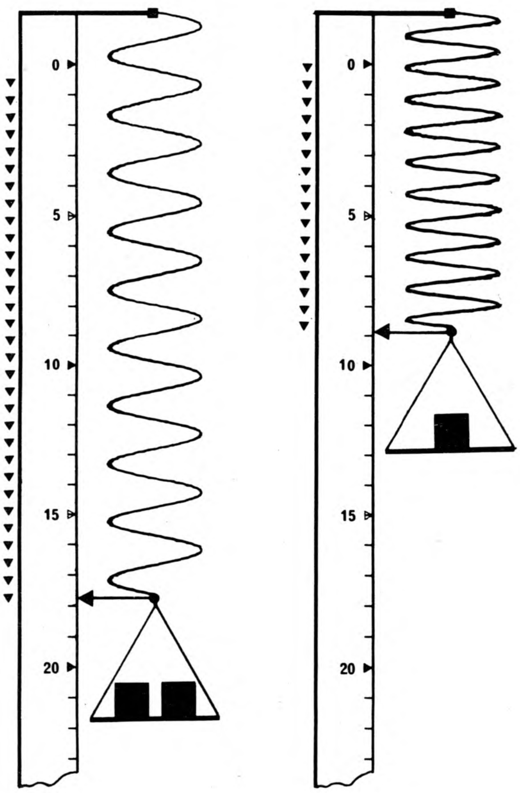


Voilà une expérience que nous t'invitons à faire si tu peux disposer d'un peson et ... d'un véhicule pour aller dans la lune.

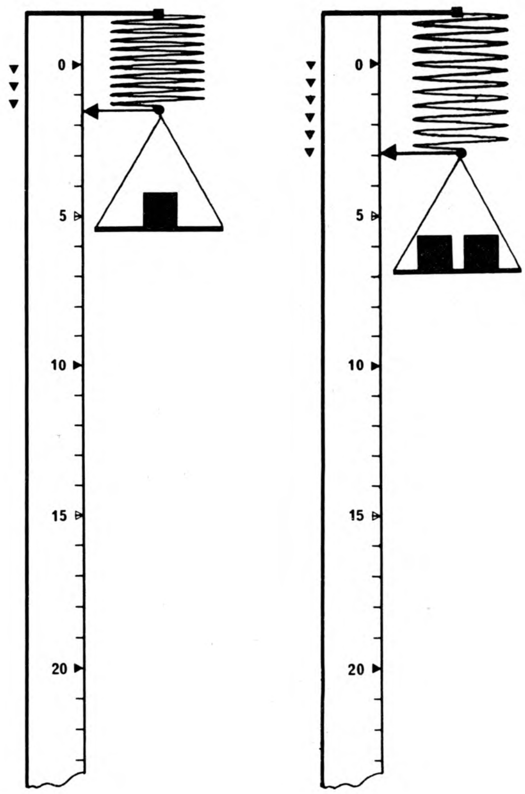
Nous disposions de deux objets identiques.
Nous avons suspendu un de ces objets au peson et noté l'allongement du ressort.
Puis nous avons suspendu ensemble les deux objets et noté l'allongement du ressort.

Nous avons fait cette expérience sur la terre et sur la lune. Voici les résultats.
Sur les dessins ci-dessous, nous avons souligné chaque fois l'allongement du ressort avec des triangles pour qu'on voit mieux les choses.

sur la terre



sur la lune

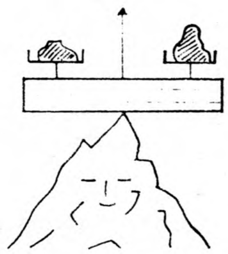


En un endroit donné, les poids des objets sont proportionnels à leurs masses.

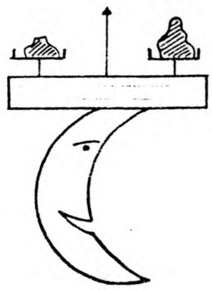
■ Deux objets qui ont la même masse, ont le même poids même s'ils ont des formes et des volumes très différents.

C'est ce qu'on contrôle aisément avec une balance.
Ceci est vrai partout.

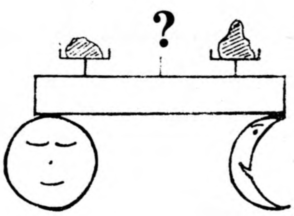
Tu peux refaire cette expérience.



au sommet du Mont Blanc,



sur la lune.



■ *Si tu trouves une balance assez grande, tu peux faire l'expérience suivante :*

Place deux objets de même masse dans les deux plateaux de la balance.

Cette fois-ci la balance ne va pas rester en équilibre.

De quel côté penchera-t-elle ?

IV – MESURE DES MASSES

1. Masse ou poids.

Lorsque nous avons parlé de balance, tu as certainement pensé aux grammes, aux kilos.

Ce sont des unités de mesure des MASSES.

Dans la vie courante, on a l'habitude de confondre unités de mesure des masses et unités de mesure des poids.

Ce n'est pas très grave puisqu'on sait que sur la terre, deux objets de même masse ont le même poids.

Tu pourras toujours te reposer la question lorsque tu iras sur la lune.

2. Le système métrique.

Nous te rappelons maintenant les unités de masse que tu connais. Nous les avons écrites de la plus grande à la plus petite, et pour chacune d'elle nous avons donné son abréviation.

la tonne ♦ le quintal ♦ le kilogramme ♦ l'hectogramme ♦ le décagramme
t q kg hg dag
le gramme ♦ le décigramme ♦ le centigramme ♦ le milligramme.
g dg cg mg

Les tableaux ci-dessous illustrent les correspondances entre ces unités.

	g	dg	cg	mg
1 g a pour masse	1	10	100	1 000
1 dg a pour masse	0,1	1	10	100
1 cg a pour masse	0,01	0,1	1	10
1 mg a pour masse	0,001	0,01	0,1	1

	g	dag	hg	kg
1 g a pour masse	1	0,1	0,01	0,001
1 dag a pour masse	10	1	0,1	0,01
1 hg a pour masse	100	10	1	0,1
1 kg a pour masse	1 000	100	10	1

	kg	q	t
1 kg a pour masse	1	0,01	0,001
1 q a pour masse	100	1	0,1
1 t a pour masse	1 000	10	1

Tu vois que chacune des unités de la liste ci-dessus est 10 fois plus grande que celle qui la suit sauf : le quintal qui est égal à 100 kilogrammes.

Exercice.

Recopie et complète.

304,8 kg = ... q = ... t.
2,51 t = ... kg.
2 t 3 q = ... kg.
37,28 kg = ... hg = ... g.
532,5 hg = ... kg = ... q.

327 cg = ... g.
42,8 mg = ... cg.
3,97 g = ... cg.
3 275 cg = ... g = ... mg.
51,75 dg = ... cg = ... g.

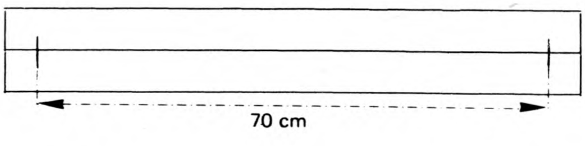
Exercices pages 207 et 208.

exercices — multiples communs

213. Deux règles sont placées comme l'indique la figure.

La première est divisée en 35 parties égales et la seconde est divisée en 10 parties égales.

Combien y a-t-il de barreaux face à face ?



214. Trois cyclistes tournent sur la piste circulaire d'un vélodrome.
Chacun d'eux roule à une vitesse constante.
Le premier fait un tour de piste en 75 s, le deuxième en 35 s et le troisième en 63 s.
Ils partent en même temps, du même endroit.

Au bout de combien de temps repasseront-ils, ensemble, à cet endroit ?

215. *Ecris le nombre* $(-1)^5 \times (-3)^5 \times (-2)^5$ *sous la forme* $(...)^5$.

Fais le même travail pour les nombres :

$(-5)^2 \times 4^2$; $(-5)^3 \times (-1)^3 \times 2^3$; $2^2 \times 0{,}5^2 \times 0{,}7^2$; $22^3 \times (-10)^3$; $(-4)^2 \times 3^2 \times (-25)^2$; $(-8)^3 \times 0{,}125^3 \times 0{,}2^3$.

216. *Calcule.*

$(-2)^2 \times 3^4$; $2^2 \times (-3) \times 5^2$; $2^4 \times 0{,}5^2$; $2^6 \times 0{,}5^2$; $(0{,}5)^2 \times (0{,}5)^3 \times (0{,}2)^2 \times (0{,}2)^3$.

217. *Recopie et complète le tableau suivant.*

x	y	x + y	$(x + y)^2$	x^2	y^2	$x^2 + y^2$
5	-10					
2	-2					
0	-30					

Penses-tu que la propriété suivante soit vraie :

quels que soient les nombres décimaux x et y, $(x + y)^2 = x^2 + y^2$?

218. La lettre a désigne un nombre décimal.

Ecris le nombre $2a^2 \times 3a^3$ *sous la forme* $... a^{...}$.

Fais le même travail pour les nombres :

$2{,}3a^5 \times 3a^3$; $-4a^4 \times (-5a^2)$; $2a^3 \times (-7)$; $-4a^2 \times a$; $-6a^3 \times (-2a)$.

219. *Regroupe ensemble, parmi les écritures suivantes, celles qui désignent des nombres égaux.*

$0{,}5^3$; $(-0{,}5)^1$; $0{,}5^2$; $(-0{,}5)^3$; $0{,}5^1$; $-0{,}5^2$; $-0{,}5^3$, $-0{,}5^1$; $(-0{,}5)^2$.

220. *Simplifie l'écriture des nombres suivants :*

$10^5 \times 10^3$; $10^2 \times 10^5$; $10^1 \times 10$; $10^4 \times 10^3 \times 10^2 \times 10^7$; $10^2 \times 10^5 \times 10^{13} \times 10$.

221. *Ecris sous forme décimale les nombres suivants :*

$10^2 + 10$; $10^3 + 10^2$; $10^5 + 10^2$; $10^4 + 10^1$.

Penses-tu que la somme de deux puissances de 10 *soit une puissance de* 10 *?*

222. *Calcule :*

$10 \times 0{,}031$; $10^2 \times 0{,}003$; $10^4 \times 0{,}000\,005\,7$; $10^6 \times 0{,}004\,27$.

223. *Calcule* $(-3 \times 5)^2$ *et* -3×5^2. *Trouves-tu le même résultat ?*

Recopie et complète le tableau ci-dessous.

a	b	n	$(a \times b)^n$	$a \times b^n$
-3	5	2		
1	3	3		
7	-13	1		
25	12	1		
-2	1	4		

Penses-tu que la propriété suivante soit vraie :

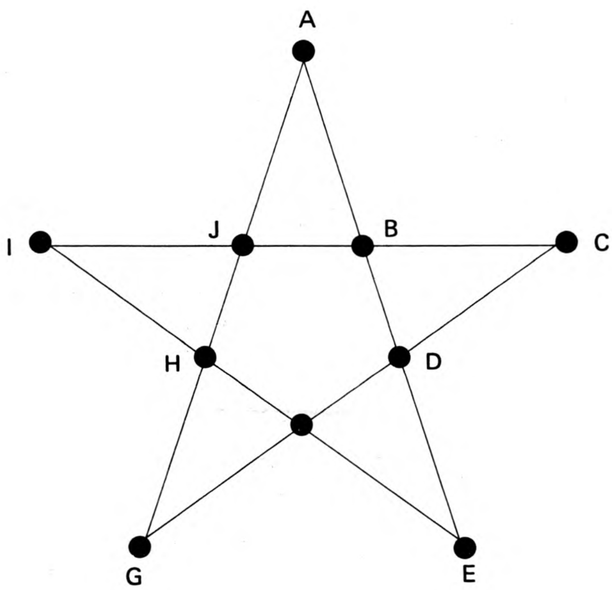
Quels que soient les nombres décimaux a et b et quel que soit l'entier naturel non nul, n,

$(a \times b)^n = a \times b^n$?

UN JEU

LAM – TURKI

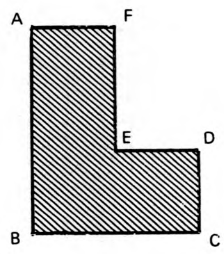
Ce jeu se joue tout seul.
Poser neuf pions sur le jeu.
Le jeu consiste à faire sauter un pion par dessus un pion voisin, en restant sur une même ligne. Le pion sauté est retiré du jeu.
Par exemple, dans la situation de cette figure :
le pion B peut venir sur la case I en sautant le pion J qui est éliminé.
Il s'agit d'éliminer tous les pions sauf un.



exercice — symétries dans l'espace

224. *Découpe un morceau de carton qui a la forme du dessin ci-contre. Attention :*

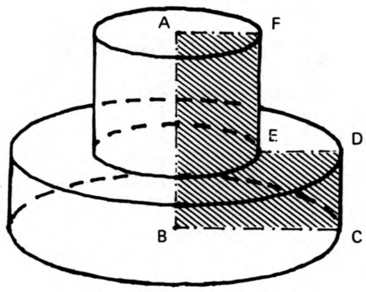
- *les segments* AF *et* ED *ont la même longueur ;*
- *le segment* EF *est plus long que le segment* DC.



Lorsqu'on fait tourner ce carton autour de la droite AB,

— le segment DC engendre un cylindre droit ;
— le segment EF engendre un autre cylindre droit.

On obtient donc un solide qui a la forme de deux cylindres empilés.



Essaie d'imaginer ce qui se passe et de le dessiner :

— *lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite* DC *;*
— *lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite* EF *;*
— *lorsqu'on fait tourner le carton autour de la droite* ED.

exercices — ou on mesure des volumes

225. *Que devient la mesure du volume d'un parallélépipède rectangle :*

— *Si on multiplie la mesure d'une arête par* 3 *?*
— *Si on multiplie la mesure de deux arêtes par* 3 *?*
— *Si on multiplie la mesure de trois arêtes par* 3 *?*
— *Si on multiplie la mesure d'une arête par* 2, *la mesure d'une autre arête par* 3 *et la mesure de la troisième arête par* 4 *?*

226. Les cylindres et les cônes de cet exercice sont tous à base circulaire.
On prend comme unité de mesure de volume un cône A.

- Un cylindre B a même rayon et même hauteur que le cône A.

  Quel est son volume ?

- Un cône C a même rayon que le cône A et il est quatre fois plus haut.

  Quel est son volume ?

- Un cône D a même hauteur que le cône A et il a un rayon double.

  Quel est son volume ?

- Un cylindre E a un rayon triple du rayon A et il est quatre fois plus haut.

  Quel est son volume ?

masses volumiques

I – TABLEAU DE PROPORTIONNALITE

1. Ernest a travaillé avec son oncle dans un magasin où on découpe des planches de bois.

Il a transporté plusieurs planches dont il a mesuré le volume.
Mais il n'a pesé que la première.

Aide-le à trouver la masse des autres planches.
Pour cela, remplis le tableau ci-dessous.

volume d'une planche en dm^3	2	1	4,4	7	6
masse de la planche en kg	1,6				

× ...

L'opérateur que tu as trouvé s'appelle la MASSE VOLUMIQUE du bois.

Les volumes sont indiqués en dm^3.
Les masses sont indiquées en kg.
L'opérateur que tu as trouvé est 0,80.

Nous disons que la MASSE VOLUMIQUE est 0,80 kilogrammes par décimètre cube ; ce qui s'écrit 0,80 kg/dm^3.

2. Graphique.

Fais un graphique dans lequel tu placeras les points représentant les couples correspondant aux colonnes du tableau.

Tu pourras prendre du papier millimétré ou faire le dessin sur une grande feuille de ton cahier.

Tu pourras prendre 2 cm ou 2 carrés pour 1 dm^3 sur la droite des volumes ; 2 cm ou 2 carrés pour 1 kg sur la droite des masses.

Trace la droite que tu obtiens.
Détermine grâce au graphique la masse d'une planche de 5 dm^3 ; le volume d'une planche de 3,2 kg.

II – UNITES DE MASSE VOLUMIQUE

1. Exercice.

Recopie et complète le tableau suivant.

volume d'une planche en dm^3	1	1 000	0,001
masse de la planche en kg			

$\times\ 0,8$

2. *Donne la masse en kg puis en t de 1 000 dm^3 de ce bois ; de 1 m^3.*
Donne la masse en kg puis en g de 0,001 dm^3 de bois, de 1 cm^3.

Tu viens de voir que

- 0,8 est la masse en tonne de 1 m^3 de bois.
- 0,8 est la masse en kg de 1 dm^3 de bois.
- 0,8 est la masse en g de 1 cm^3 de bois.

Tu vois qu'il revient au même de mesurer les masses volumiques en g/cm^3, en kg/dm^3 ou en t/m^3.

III – UTILISATION DE LA MASSE VOLUMIQUE

1. Voici la masse volumique de différentes substances.

	substance	masse volumique en g/cm^3
solides	liège	0,25
	bois de sapin	0,65
	aluminium	2,7
	fer	7,8
	or	19,3
	platine	21,5
liquides	eau	1
	alcool	0,78
	huile	0,9
	mercure	13,55

Remarque.

Dans le tableau ci-dessus, tu as lu que la masse volumique de l'eau est 1. Ce n'est pas très surprenant. En effet, lorsqu'on a inventé le système métrique vers 1790 pendant la Révolution, on a décidé de prendre comme unité de masse, la masse de 1 litre d'eau à 4 degrés. On a appelé cette masse le kilogramme.

2. Exercices.

- *Calcule la masse d'un solide de 55 cm^3*

a) s'il est en fer ;
b) s'il est en liège ;
c) s'il est en platine.

■ *Calcule la masse de liquide contenu dans un flacon de 250 cm^3*

a) si c'est de l'huile ;
b) si c'est de l'eau ;
d) si c'est du mercure.

■ *Calcule le volume d'un solide en liège dont la masse est 1 kg ; puis une valeur approchée du volume d'un solide en or dont la masse est 1 kg également.*

Si ces solides sont des parallélépipèdes rectangles de 1 dm^2 de base, calcule leur hauteur en dm et en cm.

3. Masse volumique des gaz.

Tu as certainement l'impression que les gaz sont plus «légers» que les solides ou que les liquides. Cette impression n'est pas fausse. Par exemple :

un litre d'eau a une masse de 1 kilogramme alors qu'un litre d'air a une masse d'environ 1,3 grammes.

Tu vois donc qu'il ne serait pas très commode d'utiliser les unités du paragraphe II pour mesurer les masses volumiques des gaz. Par exemple, la masse volumique de l'air est environ 0,001 3 kg/dm^3. Il est plus simple de dire qu'elle est 1,3 g/dm^3 ou 1,3 kg/m^3.

Exercice.

Les côtés d'une salle de classe mesurent 6 m et 8 m. La hauteur est 2,5 m.

Quelle est la masse de l'air contenu dans cette salle ?

4. Et si on chauffe ?

Une barre de fer qui mesure 20 m à 0 degré, mesure environ 20,12 m à 500 degrés.
Pour un gaz, on observe des différences beaucoup plus grandes encore. Par exemple, 100 g d'air occupent environ 77 litres à la température ordinaire (20 degrés). Ils occupent environ 82 litres à 40 degrés.

D'une manière générale, lorsqu'on chauffe un corps, il se dilate, c'est-à-dire que son volume augmente. Mais sa masse, elle, ne change pas. Sa masse volumique diminue donc.
Il y a des exceptions : regarde par exemple l'exercice 228.
Les masses volumiques que nous t'avons données ici sont des masses volumiques à température ordinaire.

exercices

227. La chambre d'Ernest a pour dimensions 2,5 m sur 3,8 m et 2,20 m de hauteur.
La masse volumique de l'air est environ 1,3 kg/m^3.

Calcule la masse approximative d'air qui est dans sa chambre.

228. La masse volumique de l'eau est 1kg/dm^3 ; celle de la glace est 0,92 kg/dm^3

Quelle est la masse de 1 ℓ d'eau ?
Calcule une mesure approchée du volume de 1kg de glace.
Que va-t-il se passer si on laisse geler une bouteille en verre contenant 1 ℓ d'eau ? Pourquoi ?

229. Un solide a pour masse 14,3 kg et pour volume 5,3 dm^3.

Calcule une mesure approchée de la masse volumique de ce solide.
Ce solide est fait de l'un des matériaux dont nous t'avons donné la liste page 198. Quel est ce matériau ?

230. Appelons d le diamètre d'une boule.

Tu sais que le volume de cette boule est $\frac{\pi}{6} \times d^3$.

Appelons R le rayon de cette boule.

Recopie et complète.

$d = \ldots \times R.$

$d^3 = (\ldots \times R)^3 = \ldots \times R^3.$

$\frac{\pi}{6} \times d^3 = \frac{\pi}{6} \times (\ldots \times R^3).$

$= (\frac{\pi}{6} \times \ldots) \times R^3.$

$= (\frac{\pi}{6} \times \frac{\ldots}{3}) \times R^3.$

Tu vois que le volume d'une boule de rayon R est $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$.

Calcule une valeur approchée du volume d'une boule de 3 cm de rayon.

231. *Recopie et complète le tableau suivant.*

rayon		8 cm		6 cm	
diamètre	22,6 cm		6 cm		12 cm
volume de la boule					
aire de la sphère					

232. Dans cet exercice tu prendras 3,14 comme valeur approchée de π.

Une sphère a 1 m de diamètre.

Calcule une valeur approchée de l'aire de cette sphère.
Calcule une valeur approchée du volume de cette sphère.

Un cube a 0,8 m d'arête.

Calcule l'aire de ce cube.
Calcule le volume de ce cube.

Tu vois que le volume de cette sphère est à peu près égal au volume de ce cube. Mais il n'en est pas de même pour leurs aires.

Calcule une valeur approchée du quotient de l'aire de la sphère par l'aire du cube.

Tu vois que l'aire de la sphère est à peu près 80% fois de l'aire du cube.

Tu as peut-être vu des récipients qui contiennent des gaz.
Ces récipients sont sphériques bien que ce soit plus compliqué à construire c'est pour qu'ils aient une moins grande surface exposée au soleil.

233. *Ecris en kg les masses suivantes.*

2,53 t ; 35,4 q ; 0,35 t ; 0,35 q ;
3,52 dag ; 25 hg ; 364 g ; 275 dg.

234. *Ecris en t les masses suivantes.*

165 g ; 256 kg ; 3 533 hg ; 53,4 kg ;
52 650 dag ; 66 000 dg ; 742 000 g ; 0,48 q.

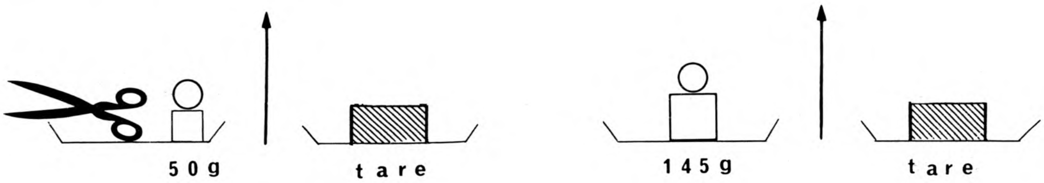
235. *Ecris en g les masses suivantes.*

536,4 dg ; 365 mg ; 728 hg ; 336 dag ;
0,548 hg ; 0,625 dag ; 0,036 kg ; 0,006 6 t.

236. Un viticulteur fait peser sa vendange avec la remorque : il obtient 3 t et 5,5 q. La remorque a une masse de 730 kg.

Calcule la masse exacte de la vendange.

237. Voici une pesée réalisée avec une balance à plateau.



Quelle est la masse de l'objet ?

238. Les bijoutiers utilisent le carat pour peser les diamants.
Une pierre de 1 carat a une masse de 0,2 g.

Quelle est en g la masse d'une pierre de 22 carats ?
Quelle est en carat la masse d'une pierre de 22 g ?

239. Un camion ne peut pas peser plus de 3,5 t quand il est plein ; il pèse à vide 1 250 kg.

Combien de voyages doit-il effectuer pour transporter 10 300 kg de pommes de terre ?

240. En 1973 la production d'arachide du Sénégal a été de 570 000 t pour une population d'environ 4 000 000 d'habitants.

Quelle était la production d'arachide par habitant ?

241. Un agriculteur a récolté 25,9 t de blé sur 7,4 ha de terre.

Calcule le nombre de quintaux de blé récolté par hectare.

242. Un agriculteur a récolté en moyenne 46 q de blé par hectare sur une superficie de 14,5 hectares.

Quelle est la masse de sa récolte en q et en t ?

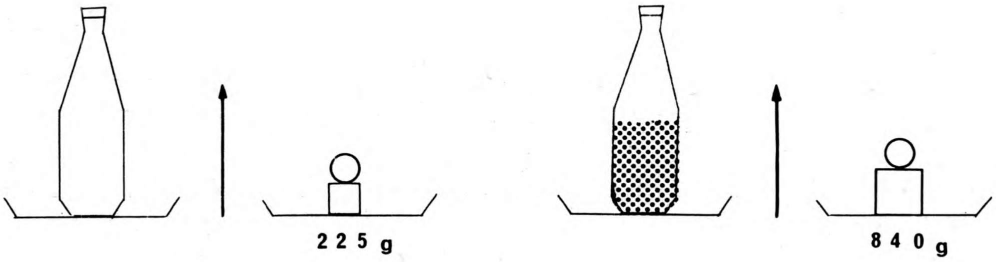
Il livre sa récolte en sacs de 74 kg.

Quel est le nombre de sacs ? Quelle est la masse du dernier sac ?

243. Sur une rame de papier il est indiqué 80 g ; 21 × 29,7 cm ; 500 feuilles. Cela signifie :
Le papier a une masse de 80 g par m^2.
Les feuilles ont 21 cm de largeur sur 29,7 cm de longueur.

Calcule la masse approximative totale de la rame.

244. Voici une pesée réalisée avec une balance à plateau.



Quelle est la masse du liquide ?

exercices — système métrique

245. *Recopie et complète.*

$3\ m^3\ 6\ dm^3 = ...\ dm^3 = ...\ m^3$.
$25\ dm^3\ 4\ cm^3 = ...\ cm^3 = ...\ dm^3$.
$17\ m^3\ 145\ dm^3 = ...\ dm^3 = ...\ m^3$.
$26\ dm^3\ 436\ mm^3 = ...\ mm^3 = ...\ dm^3$.

246. *Recopie et complète.*

$7\ 349\ cm^3 = ...\ dm^3\ ...\ cm^3$.
$95\ 042\ dm^3 = ...\ m^3\ ...\ dm^3$.
$245\ cm^3 = ...\ dm^3\ ...\ cm^3$.

247. *Ecris en* m^3.

$9\ 462\ dm^3$; $65\ dm^3$; $59\ 247\ dm^3$; $8\ dm^3$; $139{,}54\ cm^3$;
$9{,}436\ dm^3$; $149{,}36\ cm^3$.

248. *Ecris en* dm^3.

$7\ 845\ cm^3$; $548\ 600\ dm^3$; $0{,}8\ cm^3$; $12{,}457\ m^3$.

249. *Calcule en* dm^3.

$3{,}4\ m^3 + 740\ dm^3 + 9\ 500\ cm^3$; $1\ m^3\ 600\ cm^3 - 50\ dm^3\ 12\ cm^3$.

250. *Ecris ces volumes en litres.*

$345\ dm^3$; $3\ 600\ cm^3$; $0{,}47\ m^3$; $435\ cm^3$; $0{,}5\ m^3$.

251. *Ecris ces volumes en* cm^3.

5 ℓ ; 3,12 ℓ ; 0,75 ℓ ; 9,2 dl ; 0,7 ℓ.

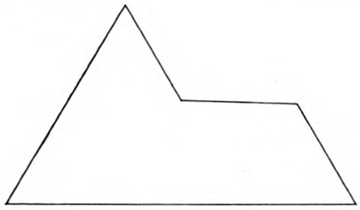
pavages avec des pentagones

I – DES PENTAGONES QUI ONT DEUX COTES PARALLELES

En classe de 6ème, tu as peut-être réalisé un pavage avec un pavé comme celui-ci.

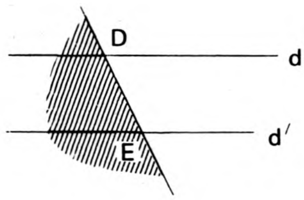
Il a cinq côtés : c'est un pentagone.

Deux de ses côtés sont parallèles.

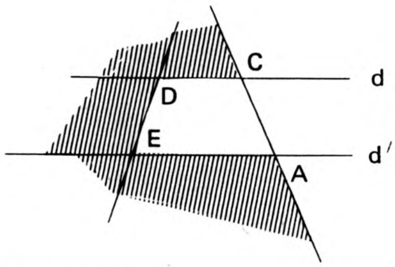


1. Fabrication d'un pavé.

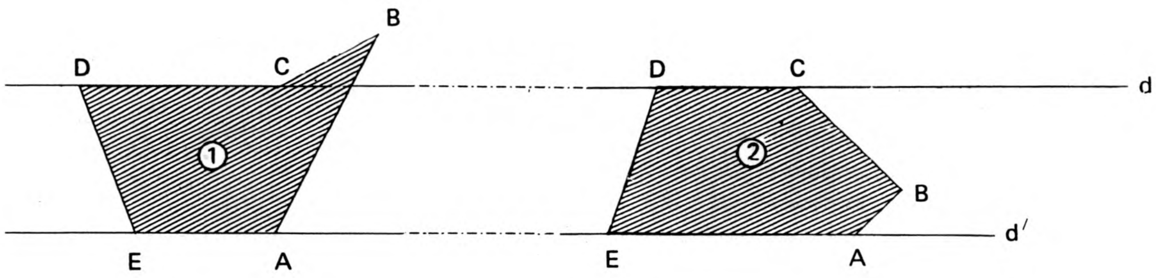
Dessine deux droites parallèles d *et* d'.
Place un point D *sur la droite* d *et un point* E *sur la droite* d'.
Du même côté de la droite DE*, place un point* A *sur la droite* d' *et un point* C *sur la droite* d.



Tu vas maintenant placer un point B *mais attention pas n'importe où.*
Ne le place pas dans les régions que nous avons hachurées sur ce dessin.
Tu as obtenu un pentagone ABCDE. *Découpe-le.*

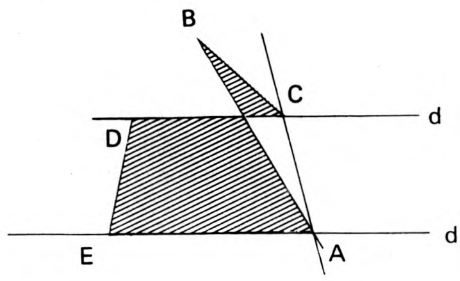


En employant la même méthode, nous avons nous aussi réalisé deux pavés.



Remarque.

Si on avait choisi le point B dans une des régions hachurées, on aurait obtenu un pentagone croisé, comme par exemple sur la figure ci-contre. Cela ne peut pas faire un pavé.



2. Réalisation d'un pavage.

Au dos de la couverture de ton livret de feuilles de manipulation, nous avons réalisé deux pavages à l'aide des pavés 1 et 2. (Dessins 1 et 2).

Observe-les attentivement.

Une des règles que nous avions respectées pour les pavages avec des quadrilatères a été légèrement modifiée :

Deux pavés voisins se touchent suivant deux côtés qui ont la même longueur, sauf les côtés parallèles.

Dessine un pavage avec le pavé que tu as fabriqué. Tu peux, si tu veux, commencer par reproduire ton pavé à plusieurs exemplaires.

II – PROPRIETES DE CES PAVAGES

Reprends les pavages dessinés sur la couverture.

1. Translation.

Lorsque nous avons dessiné un pavage avec des quadrilatères, nous avons constaté que ce pavage se conservait par certaines translations.

Penses-tu qu'il en soit de même pour les deux pavages de la feuille de manipulation ? Tu peux utiliser un calque.

2. Symétrie.

Sur chacun des pavages, nous avons placé quatre points I, J, K et L.

A l'aide d'un calque, vérifie que chaque pavage se conserve par la symétrie autour de I, par la symétrie autour de J, par la symétrie autour de K, par la symétrie autour de L.

Vérifie que les quatre points I, J, K et L forment un parallélogramme.

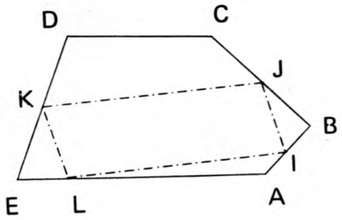
III – REGARDONS LES CHOSES DE PLUS PRES

1. Un pentagone qui se déforme.

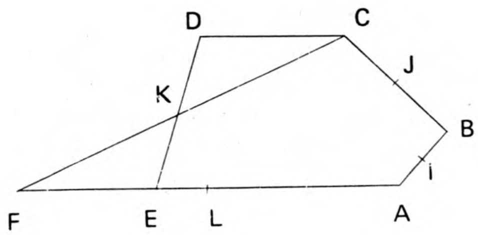
Nous avons pris le pavé 2.

Tu as observé que I, J, K et L forment un parallélogramme.

Les points I, J et K sont les milieux des côtés AB, BC et DE. C'est-à-dire les milieux des côtés communs à deux pavés.

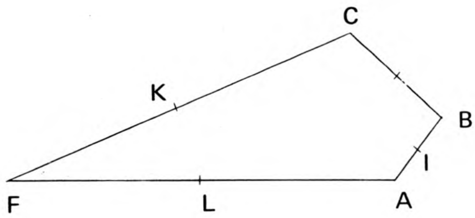


Appelons F le point où la droite CK coupe la droite AE.



Nous obtenons ainsi un quadrilatère ABCF.

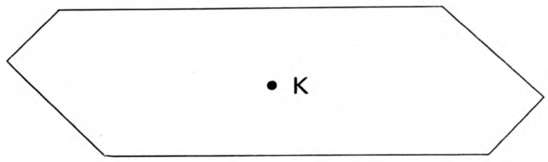
Vérifie que I, J, K *et* L *sont les milieux des côtés de ce quadrilatère.*



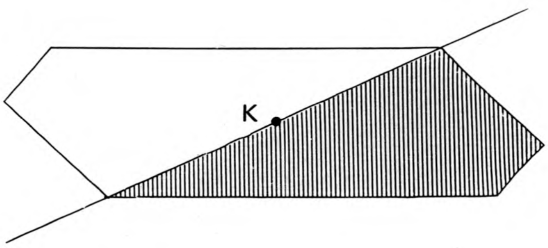
2. Voici de nouveau les hexagones.

Avec ce quadrilatère, nous pouvons réaliser un pavage, comme nous avons appris à le faire.
Deux côtés qui se touchent suivant le côté CF forment un hexagone.

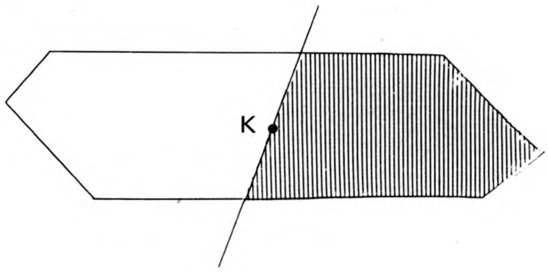
Les côtés de cet hexagone sont deux à deux parallèles. Il a donc un centre de symétrie, le point K.



Notre quadrilatère peut s'obtenir en coupant cet hexagone par une de ses diagonales.



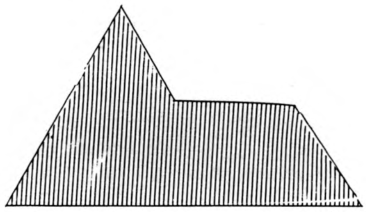
Notre pentagone peut s'obtenir en coupant cet hexagone par une autre droite qui passe par K.



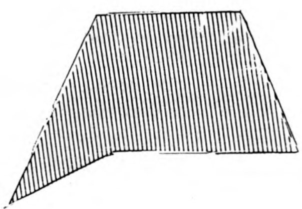
3. Exercice.

Voici de nouveau le pavé que nous avons utilisé en 6ème.

Reproduis-le sur une feuille de calque.
Cherche l'hexagone correspondant.
Vérifie que cet hexagone a ses côtés parallèles deux à deux.
Cherche le quadrilatère qui «déforme» le pentagone.



Fais le même travail avec le pavé 1.
Fais le même travail avec le pavé que tu as fabriqué.



4. Remarque.

Dans ce qui précède, nous t'avons demandé de prendre les points A et C du même côté de la droite DE.
On peut réaliser un pavé sans respecter cette consigne.
C'est ce que nous avons fait pour le troisième pavage de la couverture (dessin 3).

Tu peux, si tu veux, reprendre la même étude pour ce pavage.

252. *Prends une feuille de papier quadrillé.*
Place un repère sur ce quadrillage de la façon suivante :
— tu prendras l'origine en bas et à gauche de ta feuille ; appelle-la O *;*
— tu prendras pour unité, le côté du carré de ton quadrillage.

Place sur ton quadrillage les points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

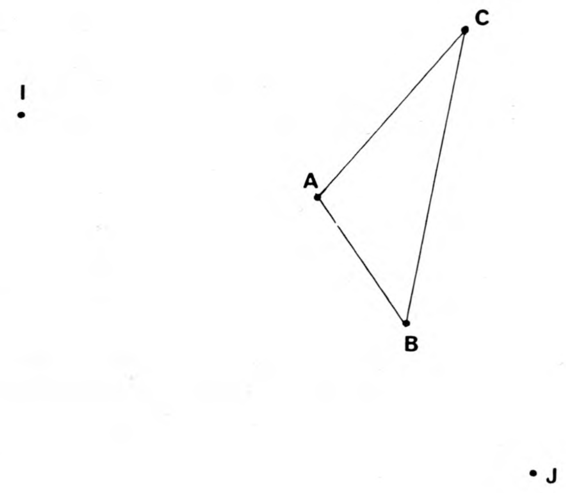
A : (4 ; 1) ; B : (6 ; 5) ; C : (1 ; 7).

Multiplie les 6 nombres ci-dessus par 2.
Tu obtiens 3 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 3 points que tu appelleras dans l'ordre A', B' *et* C'. *Place ces points.*

Trace la droite OA'. *Qu'observes-tu ?*
Observes-tu la même propriété pour les droites OB' *et* OC' *?*

Compare les longueurs des segments OA *et* OA', *des segments* OB *et* OB', *des segments* OC *et* OC'.
Trace les droites AB, BC, CA *et les droites* $A'B'$, $B'C'$ *et* $C'A'$. *Qu'observes-tu ?*
Compare les longueurs des segments AB *et* $A'B'$, *des segments* BC *et* $B'C'$, *des segments* CA *et* $C'A'$.
A l'aide de ton rapporteur, compare les mesures des secteurs BAC *et* $B'A'C'$, *des secteurs* ACB *et* $A'C'B'$, *des secteurs* CBA *et* $C'B'A'$.

253. *Prends une feuille de calque.*
Reproduis le dessin ci-contre en haut et à gauche de la feuille de calque (tu peux placer le point I *à environ 1 cm du bord gauche et 5 cm du haut de la feuille).*



■ *Trace la demi-droite* IA *et sur cette demi-droite place le point* A' *tel que :*
— la mesure du segment IA' *soit le triple de la mesure du segment* IA.
Dessine de même les points B' *sur la demi-droite* IB *et* C' *sur la demi-droite* IC.

■ *Trace la droite* JA' *et sur cette droite place le point* A'' *tel que :*
— le point J *soit entre* A' *et* A''.
— la mesure du segment soit la moitié de la mesure du segment JA.
Dessine de même les points B'' *sur la droite* JB' *et* C'' *sur la droite* JC'.

■ *Trace les droites* $A'B'$, $B'C'$, $C'A'$, $A''B''$, $B''C''$ *et* $C''A''$. *Qu'observes-tu ?*
A l'aide de ton rapporteur compare les mesures des secteurs ABC *et* $A''B''C''$, *des secteurs* BCA *et* $A''C''A''$, *des secteurs* CAB *et* $C''A''B''$.

■ *Mesure les segments* $A''B''$ *et* AB *et divise le premier nombre par le second.*
Recommence le même travail pour les segments $A''C''$ *et* BC *puis pour les segments* $C''A''$ *et* CA.
Qu'observes-tu ? Pouvais-tu prévoir ce résultat ?

■ *Trace les droites* AA'', BB'' *et* CC''. *Qu'observes-tu ?*
Tu as dû voir apparaître un point particulier. Appelle-le O.
Compare les longueurs des segments OA'' *et* OA, *des segments* OB'' *et* OB, *des segments* OC'' *et* OC.

254. *Prends une feuille de papier quadrillé.*
Place un repère sur ce quadrillage de la façon suivante :
— tu prendras l'origine au centre de ta feuille, appelle-la O *;*
— tu prendras pour unité, le côté du carré de ton quadrillage.

Place sur ton quadrillage les points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (–2 ; 2) ; B : (–2 ; –6) ; C : (–4 ; –2).

Multiplie les 6 nombres ci-dessus par –0,5.
Tu obtiens 3 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 3 points que tu appelleras dans l'ordre A', B' *et* C'. *Place ces points.*

Multiplie les 6 nombres obtenus par –3.
Tu obtiens 3 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 3 points que tu appelleras dans l'ordre A'', B'' *et* C''. *Place ces points.*

Trace les droites AB, BC, CA, $A''B''$, $B''C''$ *et* $C''A''$. *Qu'observes-tu ?*
Compare les longueurs des segments AB *et* $A''B''$, *des segments* BC *et* $B''C''$, *des segments* CA *et* $C''A''$.
Trace les droites AA'', BB'' *et* CC''. *Qu'observes-tu ?*

Compare les longueurs des segments OA *et* OA'', *des segments* OB *et* OB'', *des segments* OC *et* OC''.
A l'aide de ton rapporteur, compare les mesures des secteurs ABC *et* $A''B''C''$, *des secteurs* BCA *et* $B''C''A''$, *des secteurs* CAB *et* $C''A''B''$.

255. *Prends une feuille de papier quadrillé.*
Place un repère sur ce quadrillage de la façon suivante :
— tu prendras l'origine au centre de ta feuille, appelle-la O *;*
— tu prendras pour unité, le côté du carré de ton quadrillage.

Place sur ton quadrillage, les points dont nous te donnons les couples de coordonnées ci-dessous :

A : (3 ; 0) ; B : (–2 ; –3) ; C : (–3 ; 1).

Multiplie les 6 nombres ci-dessus par –2.
Tu obtiens 3 nouveaux couples qui sont les couples de coordonnées de 3 points que tu appelleras dans l'ordre A', B' *et* C'. *Place ces points.*

Trace la droite OA. *Qu'observes-tu ?*

Observes-tu la même propriété pour les droites OB *et* OC *?*

Compare les longueurs des segments OA *et* OA', *des segments* OB *et* OB', *des segments* OC *et* OC'.
Trace les droites AB, BC, CA, $A'B'$, $B'C'$ *et* $C'A'$. *Qu'observes-tu ?*

Compare les longueurs des segments AB *et* $A'B'$, *des segments* BC *et* $B'C'$, *des segments* CA *et* $C'A'$.
A l'aide de ton rapporteur, compare les mesures des secteurs BAC *et* $B'A'C'$, *des secteurs* ACB *et* $A'C'B'$, *des secteurs* CBA *et* $C'B'A'$.

INDEX

I – MOTS

II — SYMBOLES

TABLE DES MATIERES

LEGENDE

Addition et soustraction des nombres relatifs

Arithmétique

Géométrie de l'espace

Relations. Applications

Mesures

Géométrie plane

Multiplication des nombres relatifs

GENERIQUE

Pour faire un livre, il faut beaucoup de monde. Nous te présentons ici toutes les personnes qui ont fait ton livre de mathématiques, un peu comme un générique de film.

SCENARIO (recherche des idées — écriture du livre).
DECOUPAGE (plan du livre).

- Le groupe JEOMATRI de l'I.R.E.M. de Grenoble.

Laurent Lovichi	Collège Marlioz à Aix les Bains (Savoie).
Philippe-Jacques Haug	Université Scientifique et Médicale de Grenoble.
Chantal France	Collège de Vizille (Isère).
Daniel Faure	Collège de Saint Vallier (Drôme).
Gisèle Charbotel	Collège de Vizille (Isère).
Jean Charpiot	Lycée de Tournon (Ardèche).

MISE EN SCENE (composition du livre).

- Annie Bicais (I.R.E.M. de Grenoble)
  avec la collaboration de Monique Bernard (I.R.E.M. de Grenoble).

MONTAGE (organisation du livre — mise en page).

- Annie Bicais.
- Le groupe Jeomatri.

ILLUSTRATION

- Philippe-Jacques Haug.
- Jean Charpiot

avec la participation de Monique Bernard (IREM de Grenoble), de Christian Barth (Collège de la Monnaie à Romans) et de Laurent Lovichi.

COUVERTURE

La couverture a été dessinée par Pierre Jullien (Université Scientifique et Médicale de Grenoble), réalisée par Daniel Iglésias (service reprographie du l'U.S.M.G.) sur une idée de Bruno Soubeyran (Université Scientifique et Médicale de Grenoble).

REALISATION TECHNIQUE

- Imprimerie Louis JEAN (Gap).

PRODUCTEUR ET DISTRIBUTEUR

- I.R.E.M. de Grenoble.

Nous remercions le groupe PENTAMINO de l'I.R.E.M. de Grenoble à qui nous devons les JEUX et les activités sur les PAVAGES.
(Revue PENTAMINO éditée par le C.R.D.P. et l'I.R.E.M. de Grenoble).