

LA DIVISION

par Raymond GUINET

Cet article clôt le dossier ouvert dans IN n° 14 sur l'histoire des techniques opératoires.

Des quatre techniques opératoires, la division est de loin la plus complexe —on l'appelait autrefois l'épine de l'arithmétique— et c'est celle qui a mis le plus de temps à prendre la forme définitive qu'on lui connaît. D'ailleurs, au Moyen-Age, seules quelques Universités l'enseignaient. On comprendra sans mal les raisons à la lecture de l'article qui suit.

Toutes les méthodes qui ont existé sont basées sur l'un des trois principes suivants. Cherchons le quotient de 72 par 8. On peut :

— soit chercher l'inverse de 8 c'est-à-dire $\frac{1}{8} = 0,125$ et en faire le produit par 72 :

$$72 \times 0,125 = 9$$

C'est ainsi que procédaient les Babyloniens ;

— soit calculer les multiples successifs de 8 jusqu'à atteindre 72.

$$\begin{array}{l} 8 \times 1 = 8 \\ 8 \times 2 = 16 \\ 8 \times 3 = 24 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ 8 \times 9 = 72 \end{array}$$

C'était le procédé employé par les Egyptiens ;

— soit enfin retrancher autant de fois 8 que nécessaire du nombre 72 tout en comptant ce nombre de fois.

Par exemple :

$$\begin{array}{rcl}
 72 - 8 & = & 64 \\
 64 - 8 & = & 56 \\
 56 - 8 & = & 48 \\
 48 - 8 & = & 40 \\
 40 - 8 & = & 32 \\
 32 - 8 & = & 24 \\
 24 - 8 & = & 16 \\
 16 - 8 & = & 8 \\
 8 - 8 & = & 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 72 - 8 = 64 \\ 64 - 8 = 56 \\ 56 - 8 = 48 \\ 48 - 8 = 40 \\ 40 - 8 = 32 \\ 32 - 8 = 24 \\ 24 - 8 = 16 \\ 16 - 8 = 8 \\ 8 - 8 = 0 \end{array}} \right\} 9 \text{ fois}$$

C'est sur ce principe qu'est basée notre division. Nous invitons donc le lecteur à faire un voyage dans l'espace et dans le temps qui, tour à tour, nous mènera de Babylone (XXème siècle avant Jésus Christ) à l'Europe (XVIème siècle après Jésus Christ) en passant par l'Egypte (XVIème siècle avant Jésus Christ).

I – La Division babylonienne.

Le système de numération employé par les Babyloniens était un système de numération de position de base soixante *. Ce système se développait dans les deux sens ce qui permettait d'écrire les entiers ainsi que les fractions.

En utilisant nos chiffres, le nombre 243 s'écrivait :

$$4^1 03^0 \text{ soit } (4 \times 60) + 3$$

De même, pour écrire 3,5125 il fallait le coder ainsi :

$$3^0 30' 45'' \text{ soit } 3 + \frac{30}{60} + \frac{45}{(60)^2} = 3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{80}$$

ou encore $3 + 0,5 + 0,0125 = 3,5125$

Pour leurs calculs, les Babyloniens avaient construit des tables de multiplication ainsi que des tables d'inverses. Cependant, ces tables d'inverses ne contenaient pas tous les entiers entre 1 et 60, mais seulement les nombres diviseurs de soixante ou de puissances de soixante, car seuls ces nombres admettent des inverses qui s'écrivent en base soixante avec un nombre fini de chiffres.

(*) - Voir *IN* numéro 5 p. 10.

Par exemple, dans notre système de numération décimale,

$$\frac{1}{5} = 0,2 \quad \text{car } 5 \text{ est un diviseur de } 10.$$

$\frac{1}{4} = 0,25$ car 4 est un diviseur de 100 par contre, $\frac{1}{3} = 0,3333 \dots$ car 3 n'est ni diviseur de 10 ni diviseur d'une puissance de 10.

Mais, revenons à la base soixante, numération des Babyloniens.
Voici ci-dessous un extrait de table d'inverses tel qu'on aurait pu en trouver.

n	5	6	8	9	10	12	15	16	18
$\frac{1}{n}$	0°12'	0°10'	0°7'30"	0°6'40"	0°6'	0°5'	0°4'	0°3'45"	0°3'20"

Par exemple, $\frac{1}{9} = 0^\circ 6' 40''$ signifie que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} &= \frac{6}{60} + \frac{40}{(60)^2} \\ &= \frac{1}{10} + \frac{1}{90} \\ &= \frac{10}{90} \end{aligned}$$

Ces tables d'inverses alliées aux tables de multiplication permettaient d'effectuer des divisions.

Pour calculer le quotient de a par b, il suffit de calculer le produit $a \times \frac{1}{b}$.

Mais, montrons sur un exemple simple, à quels calculs complexes cette méthode conduisait.

Calculons le quotient de 432 par 18.

Il faut donc calculer le produit $432 \times \frac{1}{18}$

En faisant référence à la base soixante, on obtient :

$$\begin{aligned} 432 &= (7 \times 60) + 12 \\ &= 7^1 12^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{1}{18} = 0^\circ 3' 20''$$

Présentons dans un tableau les calculs successifs nécessaires.

1	°	,	”
7	12 0	3	20
		4	
	2	20	
		36	
	21		
	24		

$$20'' \times 12^\circ = 240'' = 4'$$

$$20'' \times 7^1 = 140' = 2^\circ 20'$$

$$3' \times 12^\circ = 36'$$

$$3' \times 7^1 = 21^\circ$$

Le quotient de 432 par 18 est donc 24.

Mais, lorsque le diviseur n'appartenait pas à la table d'inverses, les calculs se compliquaient davantage. On n'a pas de certitude quant à la méthode employée, mais la plupart des historiens s'accordent pour dire que le scribe procédait par approximation. Par exemple, pour diviser un nombre par 7, il suffit de diviser ce nombre par 6 puis par 8 (qui eux font partie de la table des inverses), puis par un calcul de moyenne, on obtient une valeur approchée du quotient par 7.

Pourtant, la lourdeur de ces calculs n'a pas empêché les Babyloniens de les appliquer dans de nombreux domaines : calculs d'intérêts simples ou composés, calendrier, extraction de racines carrées, géométrie, etc . . .

II – La Division égyptienne.

Nous avons déjà vu * la grande habileté des Scribes égyptiens à multiplier par deux. Cette habileté sert aussi dans la division. Dans les papyrus de Rhind (1650 Av. J.C.) le scribe Ahmès donne de nombreux exemples de divisions par un procédé original.

Par exemple pour chercher le quotient de 464 par 29, le scribe recherche le nombre par lequel il doit multiplier 29 pour obtenir 464, ces calculs se faisant bien entendu par duplication.

(*) - Voir *N* numéro 15.

Voici la liste des calculs nécessaires.

2 9	1
5 8	2
1 1 6	4
2 3 2	8
4 6 4	1 6

On conclut donc que $464 : 29 = 16$.

Mais, les calculs ne sont pas toujours aussi simples. En effet, soit à calculer le quotient de 3827 par 89.

Par duplication, on obtient les calculs suivants :

8 9	1 —
1 7 8	2 —
3 5 6	4
7 1 2	8 —
1 4 2 4	1 6
2 8 4 8	3 2 —
5 6 9 6	6 4

Par une série de soustractions, il est maintenant aisé de déterminer le quotient.

En effet :

$$\begin{array}{rclcl}
 3827 - 2848 & = & 979 & \longrightarrow & 32 \\
 979 - 712 & = & 267 & \longrightarrow & 8 \\
 267 - 178 & = & 89 & \longrightarrow & 2 \\
 89 - 89 & = & 0 & \longrightarrow & 1 \\
 & & & & \underline{43}
 \end{array}$$

On en conclut que $3827 : 89 = 43$

Voici sur un dernier exemple le quotient entier de 6752 par 79.

7 9	1 —
1 5 8	2
3 1 6	4 —
6 3 2	8
1 2 6 4	1 6 —
2 5 2 8	3 2
5 0 5 6	6 4 —
1 0 1 1 2	1 2 8

d'où par soustractions successives on obtient :

$$\begin{array}{rcl}
 6752 - 5056 & = & 1696 \quad \longrightarrow \quad 64 \\
 1696 - 1264 & = & 432 \quad \longrightarrow \quad 16 \\
 432 - 316 & = & 116 \quad \longrightarrow \quad 4 \\
 116 - 79 & = & 37 \quad \quad \quad \frac{1}{85}
 \end{array}$$

En définitive, le quotient entier de 6752 par 79 est 85 et le reste est 37.

Dans les trois exemples qui précèdent, le dividende est supérieur au diviseur et l'on s'est intéressé au quotient entier. Mais que se passe-t-il si l'on s'intéresse au quotient exact quels que soient le dividende et le diviseur ?

Une fois de plus, le scribe apporte une solution originale, non sans peine d'ailleurs.

Cherchons par cette méthode le quotient exact de 778 par 37.

Le scribe procède par duplication comme précédemment, ce qui donne :

3 7	1 —
7 4	2
1 4 8	4 —
2 9 6	8
5 9 2	1 6 —
1 1 8 4	3 2

$$592 + 148 + 37 = 777 \quad \text{et} \quad 16 + 4 + 1 = 21$$

Dans la division de 778 par 37, le quotient entier est 21 et le reste 1.

$$\text{D'où : } \frac{778}{37} = 21 + \frac{1}{37}$$

C'est la solution donnée par le scribe.

En général, la méthode conduisait à des calculs plus complexes, car à l'exception des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, les Egyptiens n'employaient que des fractions de numérateur 1. Le papyrus de Rhind contenait une table de fractions du type $\frac{2}{n}$ (le dénominateur étant impair) de $n = 3$ à $n = 101$, chacune de ces fractions étant décomposée en une somme de fractions égyptiennes. Nous ne donnerons pas le détail des règles appliquées pour résoudre la question, afin de ne pas alourdir l'exposé. Pour chacun des deux exemples qui suivent, nous donnerons la solution du scribe ainsi qu'une solution moderne.

Cherchons donc le quotient de 5 par 12.

Notons que la solution $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$ qui est bien une somme de fractions égyptiennes n'est pas une solution acceptable pour le scribe. Il faut donc que toute somme de fractions soit formée de termes différents. Dans l'exemple qui nous préoccupe, le scribe ne peut plus procéder par duplication, il va essayer en prenant la moitié, le tiers, le quart, etc. de 12 d'obtenir des fractions de 12 dont la somme est 5.

Voici donc la série de calculs nécessaires

$$\begin{array}{rcl}
 1 & 12 & \\
 \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{4} \times 12 = 3 \\
 \frac{1}{6} & 2 & \frac{1}{6} \times 12 = 2
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 1 & 12 & \\ \frac{1}{4} & 3 & \frac{1}{4} \times 12 = 3 \\ \frac{1}{6} & 2 & \frac{1}{6} \times 12 = 2 \end{array}} \right\} 3 + 2 = 5$$

D'où la solution $\frac{5}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

— Solution moderne :

L'ensemble des diviseurs de 12 est :

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

Il suffit maintenant de constituer à l'aide des diviseurs de 12 une somme égale à 5.

On obtient donc deux solutions :

puisque $5 = 2 + 3$

$$\frac{5}{12} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \quad \text{solution du scribe.}$$

De même, $5 = 1 + 4$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{12} + \frac{1}{3}$$

Cherchons à présent le quotient de 9 par 13.

Voici sans commentaire les calculs du scribe :

$$\begin{array}{rcl}
 1 & & 13 \\
 \frac{2}{3} & & 8 \frac{2}{3} \text{ —} \\
 \frac{1}{3} & & 4 \frac{1}{3} \\
 \frac{1}{39} & & \frac{1}{3} \text{ —}
 \end{array}$$

Puisque $8 \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 9$ le scribe conclut que

$$\frac{9}{13} = \frac{2}{3} + \frac{1}{39}$$

Voici les explications :

à la deuxième ligne $\frac{2}{3} \times 13 = \frac{26}{3}$

et $\frac{26}{3} = 8 \frac{2}{3}$

à la troisième ligne $\frac{1}{3} \times 13 = \frac{13}{3}$

$$\frac{13}{3} = 4 \frac{1}{3}$$

A la 2ème ligne, les $\frac{2}{3}$ de 13 donnent $8 \frac{2}{3}$, il manque donc $\frac{1}{3}$ pour obtenir 9 puisque l'on désire calculer $\frac{9}{13}$.

Finalement à la 4ème ligne, $\frac{1}{39} \times 13 = \frac{13}{39}$

et $\frac{13}{39} = \frac{1}{3}$

d'où la solution du scribe donnée ci-dessus.

– **Solution moderne :**

Les diviseurs de 13 sont 1 et 13. Il n'est donc pas possible avec ces deux nombres de constituer une somme égale à 9. Mais, $\frac{9}{13} = \frac{54}{78}$, et l'ensemble des diviseurs de 78 est : $\{1, 2, 3, 6, 13, 26, 39, 78\}$. Il faut donc à partir de ces nombres constituer une somme égale à 54. La seule solution * est $54 = 39 + 13 + 2$ ce qui donne :

$$\begin{aligned}\frac{54}{78} &= \frac{39}{78} + \frac{13}{78} + \frac{2}{78} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{39}\end{aligned}$$

or, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$, d'où la solution donnée par le scribe, $\frac{9}{13} = \frac{2}{3} + \frac{1}{39}$.

Tous les calculs qui précèdent montrent que les Egyptiens faisaient preuve d'une grande dextérité dans le calcul des fractions. Et il ne semble pas que leur système de numération leur ait été d'une grande aide dans la mise en œuvre de ce calcul.

Tout comme les Babyloniens, les Egyptiens ont appliqué leurs calculs dans des domaines aussi variés que les échanges commerciaux, la géométrie ou la construction des pyramides. Ils sont à l'origine, grâce au calcul sur les fractions, de la théorie des nombres parfaits, théorie reprise par Euclide quelques dix siècles plus tard.

Les nombres parfaits sont des nombres égaux à la somme de leurs diviseurs.

Par exemple, 6 est un nombre parfait car la somme de ses diviseurs (1 + 2 + 3) autres que lui-même est égale à 6.

Il en est de même de 28 car $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

On a pu définir parallèlement les nombres abondants (ceux dont la somme des diviseurs est supérieure au nombre, exemple : 12, 18, 20 . . .), et les nombres déficients (ceux dont la somme des diviseurs est inférieure au nombre, exemple : 2, 3, 4, 5 . . .).

Ces problèmes ont aussi bien intéressé des mathématiciens grecs que des mathématiciens plus récents comme Descartes ou Fermat.

III – La Division en Europe.

Tout ce qui suit concerne la division dans notre système de numération.

A quelques variantes près, trois méthodes paraissent les plus intéressantes.

1° - Méthode de Gerbert.*

Voici ci-dessous le quotient entier de 4931 par 72 par la méthode de Gerbert, telle qu'elle se présentait **.

$$100 - 28 \text{) } 4931 \text{ (} 49 + 14 + 3 + 1 + 1 = 68$$

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \quad \begin{array}{r} 4900 - 1372 \\ 31 + 1372 = 1403 \end{array} \\
 \textcircled{2} \quad \begin{array}{r} 1400 - 392 \\ 3 + 392 = 395 \end{array} \\
 \textcircled{3} \quad \begin{array}{r} 300 - 84 \\ 95 + 84 = 179 \end{array} \\
 \textcircled{4} \quad \begin{array}{r} 100 - 28 \\ 79 + 28 = 107 \end{array} \\
 \textcircled{5} \quad \begin{array}{r} 100 - 28 \\ 7 + 28 = 35 \end{array}
 \end{array}$$

Le quotient est 68 et le reste est 35.

Cette méthode date de 980 environ. On l'employait encore au XIIe siècle.

– *Voici les explications.*

Au lieu de rechercher le quotient de 4931 par 72, la méthode consiste à diviser 4931 par 100 – 28 par soustractions successives de multiples de (100 – 28).

Le quotient approché de 4931 par 100 est 49.

– A la ligne 1, on retranche 49×72 de 4931 soit :

$$49 \times (100 - 28) = 4900 - 1372$$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où on obtient : } 4931 - (4900 - 1372) &= 4931 - 4900 + 1372 \\
 &= 1403
 \end{aligned}$$

Le quotient approché de 1403 par 100 est 14.

(*) – Gerbert d'Aurillac (Auvergne 938 - Rome 1003). Archevêque de Reims plus connu sous le nom de Sylvestre II, Gerbert est considéré comme celui qui introduisit la numération décimale de position en Europe Occidentale à la suite d'un séjour en Espagne.

(**) – Les signes + et – n'existaient pas encore.

– A la ligne (2), on retranche 14×72 de 1403 soit :

$$14 \times (100 - 28) = 1400 - 392$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } 1403 - (1400 - 392) &= 1403 - 1400 + 392 \\ &= 395 \end{aligned}$$

Le quotient approché de 395 par 100 est $\boxed{3}$.

– A la ligne (3), on retranche 3×72 de 395 soit :

$$3 \times (100 - 28) = 300 - 84$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } 395 - (300 - 84) &= 395 + 300 - 84 \\ &= 179 \end{aligned}$$

Le quotient approché de 179 par 100 est $\boxed{1}$.

– A la ligne (4), on retranche 1×72 de 179 soit :

$$\begin{aligned} 179 - (100 - 28) &= 179 - 100 + 28 \\ &= 107 \end{aligned}$$

Le quotient approché de 107 par 100 est $\boxed{1}$.

– A la ligne (5), on retranche 1×72 de 107 soit :

$$\begin{aligned} 107 - (100 - 28) &= 107 - 100 + 28 \\ &= 7 + 28 \\ &= 35 \end{aligned}$$

Le reste est donc 35 et le quotient entier est $49 + 14 + 3 + 1 + 1 = 68$.

Cette méthode conduit à des calculs relativement longs, mais la recherche du quotient approché est à chaque pas immédiate puisqu'il suffit de savoir diviser par 10, 100, 1000, etc.

Voici sur un dernier exemple le quotient de 24937 par 875. Nous laissons le soin au lecteur de suivre pas à pas les calculs.

$$1000 - 125 \mid 24937 \quad (24 + 3 + 1 = 28)$$

$$\begin{array}{r} 24000 - 3000 \\ \hline 937 + 3000 = 3937 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3000 - 375 \\ \hline 937 + 375 = 1312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 - 125 \\ \hline 312 + 125 = 437 \end{array}$$

Le quotient est 28 et le reste est 437.

Pour conclure, le lecteur pourra imaginer un procédé qui par cette méthode permet de calculer le quotient décimal de deux entiers, mais Gerbert ne pouvait pas y penser car les décimaux n'étaient pas encore connus.

2° - Partire per batello * ou division de Nicolas Chuquet.

Voici deux illustrations de cette méthode

Soit la division de 543800004100007357 par 85400000390000477

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \text{D} \quad 3 \quad | \quad 0 \quad \text{q} \\
 \hline
 \text{d} \quad 2 \quad | \quad 3 \quad \text{r}
 \end{array} \\
 \text{r} \quad \quad 5 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 3 \\
 \quad \quad 0 \quad \cancel{7} \quad 7 \quad \quad \quad \quad 6 \quad 4 \quad \quad \quad \cancel{9} \quad 9 \\
 \quad \quad \cancel{3} \quad \cancel{1} \quad \cancel{0} \quad \quad \quad \quad 1 \quad \cancel{7} \quad \cancel{7} \quad \quad \quad \cancel{8} \quad \cancel{X} \\
 \quad \quad 0 \quad \cancel{0} \quad \cancel{3} \quad \cancel{4} \quad 8 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \cancel{2} \quad \cancel{3} \quad \cancel{0} \quad 3 \quad 0 \quad 0 \quad 4 \quad \cancel{9} \quad \cancel{3} \quad 6 \\
 \text{D} \quad \cancel{5} \quad \cancel{4} \quad \cancel{3} \quad \cancel{8} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{4} \quad \cancel{1} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{7} \quad \cancel{3} \quad \cancel{5} \quad \cancel{7} \quad | \quad 63 \quad \text{q} \\
 \text{d} \quad \quad \cancel{8} \quad \cancel{5} \quad \cancel{4} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{3} \quad \cancel{9} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{4} \quad \cancel{7} \quad \cancel{7} \quad | \quad \quad \\
 \quad \quad \cancel{8} \quad \cancel{5} \quad \cancel{4} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{3} \quad \cancel{9} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{0} \quad \cancel{4} \quad \quad \quad
 \end{array}$$

Partire per batello

Au dessus des calculs figure la preuve par 7 de l'opération.

La deuxième illustration concerne toujours par cette méthode le quotient de 724392 par 5372.

Le quotient est 134, le reste est 4544. L'organisation des calculs est identique à l'exemple ci-dessus, mais le choix des nombres conduit à une forme différente.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \text{r} \quad (0 \quad 4) \\
 (\cancel{2} \quad \cancel{6} \quad 5) \\
 (\cancel{3} \quad \cancel{6} \quad \cancel{8} \quad 4) \\
 (\cancel{1} \quad \cancel{8} \quad \cancel{8} \quad \cancel{0} \quad 5) \\
 (\cancel{2} \quad \cancel{9} \quad \cancel{7} \quad \cancel{1} \quad \cancel{3} \quad 4) \\
 \text{D} \quad (\cancel{7} \quad \cancel{2} \quad \cancel{4} \quad \cancel{3} \quad \cancel{9} \quad \cancel{2}) \quad | \quad 1 \quad 3 \quad 4 \quad \text{q} \\
 \text{d} \quad (\cancel{5} \quad \cancel{3} \quad \cancel{7} \quad \cancel{2} \quad \cancel{2} \quad \cancel{2}) \quad | \quad \text{ } \\
 \quad \quad (\cancel{5} \quad \cancel{3} \quad \cancel{7} \quad \cancel{7}) \\
 \quad \quad (\cancel{5} \quad \cancel{3})
 \end{array}
 \end{array}$$

(*) – Jeu de mots signifiant diviser en bateau, allusion à la forme que prend l'organisation des calculs ce qui peut vouloir dire aussi partir en bateau ! – On disait aussi partire per galea : diviser en galère.

Partire per galea

Selon Tartaglia, lorsque l'élève avait terminé son travail, le maître l'invitait à illustrer ses calculs. Cette méthode semble être d'origine Hindou. On la voit apparaître notamment dans le monde arabe vers le IX^e siècle.

Mais voyons sur un exemple quel en est le principe.
Voici le quotient de 4952 par 73.

$$\begin{array}{r}
 \text{r} \quad 0 \quad 6 \\
 \quad \cancel{5} \quad \cancel{8} \\
 \quad 0 \quad \cancel{7} \quad \cancel{7} \quad 1 \\
 \text{D} \quad 4 \quad \cancel{9} \quad \cancel{5} \quad \cancel{2} \quad | \quad 6 \quad 7 \quad \text{q} \\
 \text{d} \quad \quad \cancel{7} \quad \cancel{3} \quad \cancel{3} \quad | \quad \quad \quad \\
 \quad \quad \quad \cancel{7}
 \end{array}$$

Le quotient est 67 et le reste est 61.

La méthode est identique à notre méthode actuelle. Cependant, la soustraction employée est celle que nous avons appelée "méthode moyenâgeuse" *, soustraction qui se fait par la gauche et la multiplication se fait par la gauche également.

Voici les différentes étapes conduisant au résultat final.

		0	0 6
		5 8	5 8
0 7	0 7 7	0 7 7	0 7 7 1
4 9 5 2 6	4 9 5 2 6	4 9 5 2 6 7	4 9 5 2 6 7
7 3	7 3 3	7 3 3	7 3 3
7	7	7	7
$7 \times 6 = 42$	$3 \times 6 = 18$	$7 \times 7 = 49$	$3 \times 7 = 21$
$49 - 42 = 7$	$75 - 18 = 57$	$57 - 49 = 8$	$82 - 21 = 61$

Nicolas Chuquet disposait les calculs de manière légèrement différente. Voici la même opération disposée à la manière de Nicolas Chuquet.

$$\begin{array}{r}
 0 \quad 6 \\
 \quad \cancel{5} \quad \cancel{8} \\
 0 \quad \cancel{7} \quad \cancel{7} \quad 1 \\
 \quad \cancel{4} \quad \cancel{9} \quad \cancel{5} \quad \cancel{2} \\
 \hline
 0 \quad 6 \quad 7 \\
 \hline
 7 \quad 3
 \end{array}$$

Le quotient est écrit entre deux traits horizontaux.

(*) - Voir IN numéro 14 page 58.

3° - Division "a danda".

Il s'agit de notre méthode classique. Il est difficile de lui donner un âge, mais dès le XIV^e siècle elle apparaît déjà sans les produits partiels. Au XVII^e siècle, cette méthode a supplanté la méthode "per batello". Cette expression "a danda" (voulant dire : en donnant), vient du fait que l'on abaisse les chiffres successifs du dividende pour obtenir les restes.

Cette méthode a pris différentes formes.

Baha-Eddin d'après "Les Principes du Calcul" utilise la méthode ci-contre pour calculer le quotient entier de 349672 par 179. Le quotient est 1953, le reste 85.

Mais, non seulement les produits partiels sont posés, mais encore ils sont décomposés.

Ainsi, pour ôter $1611 = (9 \times 179)$ de 1706, il faut décomposer 1611 en $1600 + 11$, puis effectuer en deux temps $1700 - 1600 = 100$ et $106 - 11 = 95$, le 6 provenant du dividende.

			1	9	5	3
3	4	9	6	7	2	
1	7	9				
1	7	0				
1	6	0				
	1	0				
		1	1			
		9	5			
		8	0			
		1	5			
			9	5		
			6	2		
			5	0		
			1	2		
				3	7	
				8	5	
			1	7	9	
		1	7	9		
1	7	9				

A l'heure actuelle, aux Etats-Unis *, la même opération prend la forme suivante :

$$\begin{array}{r}
 1953 \\
 179 \overline{) 349672} \\
 \underline{179} \\
 1706 \\
 \underline{1611} \\
 957 \\
 \underline{895} \\
 622 \\
 \underline{537} \\
 85
 \end{array}$$

Comme on le voit, les produits partiels sont posés ; le quotient s'écrit au-dessus du dividende, ce qui favorise la position de la virgule décimale si besoin est.

4° - Quelques variations sur les méthodes précédentes.

1 – Division par addition.

Voici le quotient entier de 3 945 772 par 4 957. Cette méthode est voisine de celle de Gerbert. On calcule le complément à 10000 de 4957 soit 5043. On effectue les produits partiels des différents quotients successifs par 5043 et au lieu de les soustraire du dividende on les ajoute.

On obtient les calculs suivants :

$$\begin{array}{r}
 3945772 \quad | \quad 4957 \quad / \quad 5043 \\
 35301 \quad | \quad 796 \\
 \boxed{7} \quad 47587 \\
 45387 \\
 \boxed{9} \quad 29742 \\
 30258 \\
 \boxed{6} \quad 0000
 \end{array}$$

Le quotient est 796, et le reste est zéro.

$$35301 = 5043 \times 7$$

$$45387 = 5043 \times 9$$

$$30258 = 5043 \times 6$$

(*) – Selon l'ouvrage *Teaching Mathematics to Children*

2 – Division par la droite.

Lorsque le quotient entier de deux entiers est exact (et à condition de le savoir *à priori*), il est possible de le déterminer en effectuant une division par la droite.

Cherchons par ce procédé le quotient de 9253 par 19.

Il faut tout d'abord chercher un nombre de un chiffre dont le produit par 9 se termine par 3 puisque le dividende se termine par 3. Ce nombre est 7, ($19 \times 7 = 133$)

$$9253 - 133 = 9120$$

A présent, le nombre de un chiffre dont le produit par 9 se termine par 2 (le dividende est maintenant 912) est 8.

$$19 \times 8 = 152$$

$$912 - 152 = 760$$

Enfin, le nombre dont le produit par 9 se termine par 6 est 4.

$$19 \times 4 = 76$$

$$76 - 76 = 0$$

d'où le nombre cherché est 487.

Voici la disposition des calculs que l'on peut adopter :

$$\begin{array}{r|l}
 9253 & 19 \\
 \hline
 133 & 7 \\
 \hline
 912 & 8 \\
 152 & 4 \\
 \hline
 76 & \\
 76 & \\
 \hline
 00 &
 \end{array}$$

Pour en savoir plus :

1 – Histoire Comparée des Numérations écrites.

Geneviève GUITEL – Editions Flammarion.

2 – Histoire des Mathématiques I

Jean-Paul COLLETTE – Editions du renouveau pédagogique Ins – Montréal

3 – Mathématiques et Mathématiciens.

Pierre DEDRON et Jean ITARD – Editions Magnard

4 – La Science des Chaldéens.

Marguerite RUTTEN – P.U.F.

5 – History of Mathematics.

David Eugène SMITH – Tome II – Dover Publications - Inc - N.Y.

6 – Récréations Arithmétiques.

E. FOURREY – Vuibert Editions

7 – Teaching Mathematics to Children.

MAC MILLAN – Company - N.Y.