

*institut de recherche
sur l'enseignement des mathématiques
de grenoble*

QUELQUES REFLEXIONS

ET UNE

EXPERIMENTATION A PROPOS DE

« LA GENESE DU NOMBRE

CHEZ L' ENFANT »

Expérimentation en Maternelle
avril - mai 1974

Expérimentation en Cours Préparatoire
octobre 1975

Groupe pré-élémentaire du stage P.E.N.
1973 - 1974

RESPONSABLE DU GROUPE PRE-ELEMENTAIRE

Annie BESSOT, psychologue IREM.

EXPERIMENTATEURS

Annie BESSOT

Marie Thérèse CHABROULET, Professeur d'Ecole Normale, animatrice IREM.

Denise COMBE, Professeur d'Ecole Normale, animatrice IREM.

Jean Claude COUSIN, Professeur, animateur IREM.

Micheline DELAYRE, Professeur, animatrice IREM.

Simone GRADELET, Professeur d'Ecole Normale.

Mireille GUILLERAULT, Professeur d'Ecole Normale.

Michelle LABOURET, Professeur d'Ecole Normale.

SOMMAIRE

	Pages
Introduction.....	1
Type d'épreuve.....	1
Description de l'épreuve.....	2
Conclusions de Piaget à propos de ce type d'expérience.....	4
Conditions de passation de l'épreuve.....	6
Analyse des résultats.....	7
Conclusions.....	11

ANNEXE

Description de l'épreuve.....	12
Organigrammes utilisés par les expérimentateurs :	
* <u>POUR LA PREMIERE ETAPE</u> :	
- organigramme vierge.....	14
- Illustrations de la première étape.....	15
* <u>POUR LA DEUXIEME ETAPE</u>	18
Résultats de l'expérience faite "Cinq mois plus tard, au C.P...".....	19

INTRODUCTION

A la suite de la lecture critique du livre de Piaget "*La genèse du nombre chez l'enfant*", le groupe Pré-élémentaire composé de professeurs d'Ecole Normale et d'animateurs I.R.E.M. dont une psychologue, s'est posé différentes questions au sujet de l'acquisition du concept de nombre :

- A - l'un des objectifs du cours préparatoire est l'introduction du nombre. Les activités proposées en maternelle peuvent-elles accélérer cet apprentissage ? Est-ce souhaitable ?
- B - Les enfants de maternelle connaissent-ils le mot autant et que signifie-t-il pour eux ?
- C - Dans certains cours préparatoires, l'étude systématique du nombre ne commence qu'au second trimestre. Est-ce justifié ?

TYPE D'EPREUVE

Pour tenter de répondre à ces différentes questions, nous avons repris l'une des expériences de Piaget, décrite dans son livre "*La genèse du nombre*". La méthode de Piaget est essentiellement une méthode clinique, c'est-à-dire que l'expérimentation se fonde sur un entretien non programmé avec l'enfant. L'avantage de cette méthode est que "ses procédés se laissent orienter par les conduites originales imprévues et imprévisibles de la pensée enfantine" (1). Nous appuyant sur les comptes-rendus détaillés de ces entretiens et désirant toucher une vaste population d'enfants, il nous a semblé possible de construire une épreuve standardisée. Nous avons repris la situation bien connue des oeufs et des coquetiers (en la transformant, pour des raisons pratiques, en une épreuve de stylos et de bouchons).

Cette situation est la plus simple puisque la correspondance est provoquée : il est naturel de fermer les stylos avec les bouchons.

(1) B. INHELDER "*Apprentissage et Structure de la connaissance*".

Par là même, nous faisons le choix de nous intéresser à l'aspect cardinal du nombre (nombre d'éléments d'une collection) en négligeant son aspect ordinal (qui traduit l'ordre).

Rappelons que Piaget pense avoir démontré que "dans le domaine de la genèse psychologique des notions, il y a implication mutuelle de l'ordination et de la cardination" (1). Ce fait, construction simultanée des notions d'ordinal et de cardinal, est contesté par certains psychologues ; par exemple, pour Charles J. BRAINERD :

"L'ordre d'émergence des divers concepts dans la pensée de l'enfant est : le concept d'ordinal, le concept de nombre, puis le concept de cardinal" (2).

Pour l'instant nous laissons de côté cette polémique pour y revenir, peut-être, l'an prochain.

DESCRIPTION DE L'EPREUVE (3)

Première étape :

On s'efforce de préciser le vocabulaire compris par l'enfant pour tenter d'éviter tout malentendu verbal. On lui présente une rangée de 6 stylos et une boîte contenant 10 bouchons ; le sujet doit prendre dans la boîte autant de bouchons que de stylos.

On lui dit d'abord :

"Voici des stylos ; prends autant de bouchons".

Si l'enfant ne réagit pas ou réagit incorrectement (se reporter à l'annexe - 1ère étape), on change la consigne :

"Prends juste assez de bouchons pour les stylos".

Si de nouveau l'enfant ne réagit pas ou réagit incorrectement (se reporter à l'annexe - 1ère étape), on change une dernière fois la consigne :

"Prends pareil de bouchons que de stylos".

(1) PIAGET "La genèse du nombre" chap. VI.

(2) C.J. BRAINERD - Tutti Frutti n° 2.

(3) Voir également l'annexe.

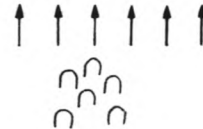
Quand l'enfant n'a pas pris le nombre correct de bouchons, après l'essai des trois formules, on lui demande de fermer les stylos à l'aide des bouchons. Et on lui dit :

"Tu vois : il y a pareil de bouchons que de stylos". (1)

Cette situation est appelée échec dans l'organigramme de l'annexe . On a continué l'épreuve pour ces enfants, tout en sachant qu'on ne pourrait rien conclure de leur comportement dans la deuxième étape : leur échec pourrait être dû à une simple incompréhension de vocabulaire.

Deuxième étape :

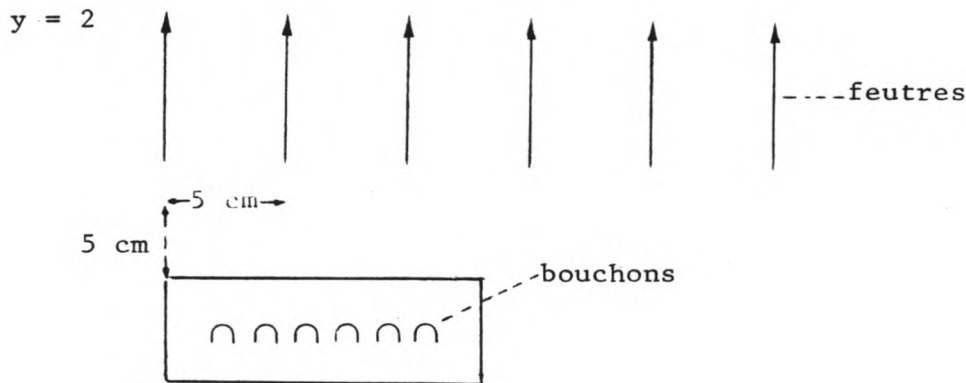
On s'efforce de déterminer si l'équivalence des deux collections est durable : les 6 bouchons sont mis en tas devant la rangée des 6 stylos par l'enfant lui-même (situation $y = 1$).



On lui demande :

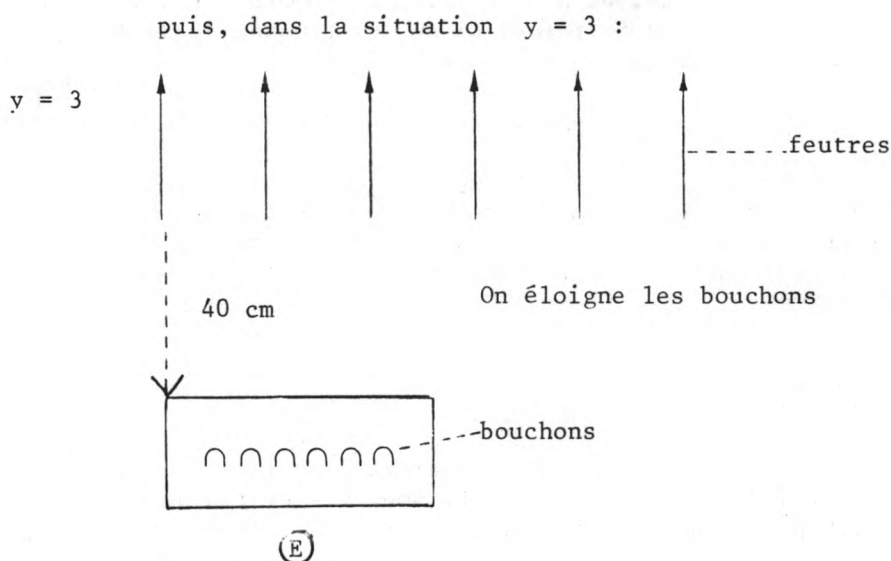
"Sans rien toucher, as-tu autant de bouchons que de stylos ?" (2)

L'enfant est appelé à expliquer sa réponse. Ensuite on aligne les bouchons dans la situation $y = 2$:



(E)

-
- (1) Cette formule a été retenue malgré son incorrection parce qu'elle est souvent utilisée par les enfants, en maternelle.
- (2) ou "As-tu juste assez de bouchons pour les stylos ?"
ou "As-tu pareil de bouchons que de stylos ?"
selon le vocabulaire compris par l'enfant dans la 1ère étape.
-



"pour voir si le contact optique joue effectivement un rôle dans le jugement d'équivalence" (1) (jugement d'équivalence : savoir reconnaître si deux collections ont autant d'éléments l'une que l'autre). Pour cela, on pose les mêmes questions que dans la situation $y = 1$.

CONCLUSIONS DE PIAGET A PROPOS DE CE TYPE D'EXPERIENCE

Rappelons qu'à propos de l'expérience des oeufs et des coque-
tiers, Piaget a retrouvé les trois stades de l'acquisition de l'inva-
riance cardinale avec en plus des réponses intermédiaires entre le
second et le troisième stade - ces réponses intermédiaires étant dues
au fait que la correspondance est fortement provoquée -. Piaget pense
que ces réponses supplémentaires permettent de "mieux analyser le mé-
canisme de la solution correcte". (2)

- PREMIER STADE * Au premier stade, l'enfant fait une comparaison globale des deux collections sans correspondance terme à terme ni équivalence durable : il compare soit les longueurs des rangées de bouchons et de stylos, soit leurs densités respectives sans essayer d'éta-
blir un rapport entre ces deux perceptions.
- SECOND STADE * "Les enfants du second stade diffèrent de ceux du premier en ce qu'ils sont capables d'effectuer d'emblée la correspondance terme à terme, mais ils n'en concluent pas davantage à une équivalence qui durerait indépendamment de la disposition spatiale des éléments".

(1) PIAGET "La genèse du nombre" p. 70.

(2) PIAGET "La genèse du nombre" p. 73.

Exemples de comportements d'enfants du second stade :

Véronique (5ans, 11 mois) :

Dans la situation $y = 1$, à la question :

"Sans rien toucher, peux-tu me dire si tu as pareil de bouchons que de stylos ?",

Véronique répond :

"non"

et justifie :

"il y en a tout pareil si je les ai mis comme ça".

Elle remet les bouchons en face des stylos :



James (6 ans, 0 mois) :

Dans la situation $y = 2$, à la même question :

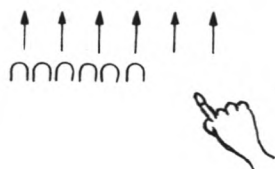
James répond :

"non"

et s'explique :

"il en manque là"

en montrant :



"La quantification pour l'enfant de ce stade ne se réduit ni au nombre (la plupart de ces sujets savent compter jusqu'à 10), ni à la correspondance terme à terme mais à une correspondance intuitive liée à la configuration perceptive de l'ensemble analysé" (1).

(1) PIAGET "La genèse du nombre" p. 72-73.

Lors de notre expérience pour certains enfants dont Ahmid, la connaissance du nom du nombre n'implique pas l'équivalence durable des collections.

Ahmid (6ans, 1 mois) :

Dans la situation $y = 3$, à la question :

"Sans rien toucher, peux-tu me dire si il y a juste assez de bouchons que de stylos ?",

il répond :

"non"

tout en disant :

"là il y a 6 bouchons et là il y en a 6".

TROISIEME STADE * Par contre, l'enfant du troisième stade se libère de la correspondance optique ou intuitive pour accéder à la correspondance opératoire et quantifiante "assurant, contrairement aux apparences de la perception immédiate, l'équivalence nécessaire et durable des collections correspondantes" (1).

CONDITIONS DE PASSATION DE L'EPREUVE

L'épreuve a été testée sur quelques enfants ; ce fut insuffisant, ainsi de nombreux protocoles (deux classes) furent inutilisables pour le dépouillement, mais il ont permis la modification de l'épreuve. Nous avons finalement utilisé ces épreuves corrigées dans trois classes maternelles. Ce sont les résultats de ces trois classes que nous commentons par la suite.

La population touchée par l'épreuve est celle des "grands" de maternelles (année de naissance : 1968 - un seul est né en 1967), en tout 92 enfants de trois écoles différentes :

Classe 1 : 31 élèves

Classe 2 : 33 élèves

Classe 3 : 28 élèves

ce nombre est insuffisant pour faire une étude statistique arrivant à des conclusions généralisables.

(1) PIAGET "La genèse du nombre" p. 77

Pour faire passer l'épreuve , nous sommes toujours deux : l'un d'entre nous est l'interviewer , l'autre transcrit les réponses de l'enfant sur l'organigramme (Annexe).

ANALYSE DES RESULTATS

Première partie :

COMPREHENSION DU MOT AUTANT :

Dans la première partie de l'épreuve nous nous posons un problème de compréhension de vocabulaire : en particulier, est-ce que l'enfant de grande section de maternelle comprend la signification du mot autant ?

Tableau 1

	Nombre total d'enfants	Nombre d'enfants ayant compris le mot autant (1)	
classe 1	31	12	40 %
classe 2	33	4	12 %
classe 3	28	7	25 %

Ce tableau met en évidence une différence entre les classes : les enfants de la classe 1 ont bien mieux compris le mot autant que les enfants des deux autres classes. Or, il se trouve que les enfants de la classe 1 ont fait des correspondances terme à terme dès la section des moyens et ont utilisé le mot autant - ce qui n'a pas été fait systématiquement dans les deux autres classes.

Remarquons que les enfants de la classe 3 ont fait quelques exercices sur la correspondance mais de façon beaucoup plus ponctuelle que ceux de la classe 1.

-
- (1) On dit que l'enfant a "compris le mot autant" si devant la situation initiale, à la consigne $x = 1$: "Voici des stylos ; prends autant de bouchons" (Annexe) , il répond en prenant dans la boîte 6 bouchons.
-

AUTOCORRECTION :

Dans cette première partie du test, quand l'enfant faisait une manipulation incorrecte (prenait trop de bouchons ou pas assez), on lui demandait :

"As-tu autant de bouchons que de stylos ?" (1)

20 enfants sur 69 ont répondu "non" à cette question ; mais seulement 4 enfants (sur ces 20) se sont autocorrigés. Cela nous a semblé assez remarquable : 16 enfants sur 20, après avoir dit non, restent passifs !

Est-ce dû à un manque d'initiative ? La question elle-même les conduit-elle au doute ?

On ne peut pas sans une enquête plus fine répondre à ces questions, mais ces résultats nous ont permis de revenir sur un problème pédagogique important : il nous semble qu'il faut, dès le plus jeune âge, éviter que les enfants se croient accusés d'erreur dès qu'on leur pose des questions.

RESULTAT GLOBAL POUR LA PREMIERE PARTIE :

Tableau 2

	Nombre total d'enfants	Nombre d'enfants ayant échoué (2)	
classe 1	31	5	16 %
classe 2	33	10	30 %
classe 3	28	4	14 %

Dans les deux classes (classes 1 et 3) où il y a eu quelques exercices sur la correspondance terme à terme, les élèves échouent relativement peu à cette première partie. Justement les enfants de ces deux classes avaient plus tendance à réaliser effectivement la correspondance (en mettant vis à vis les bouchons et les stylos, en bouchant les stylos, etc..) que dans la classe 2 comme le montre bien le tableau 3 de la page suivante.

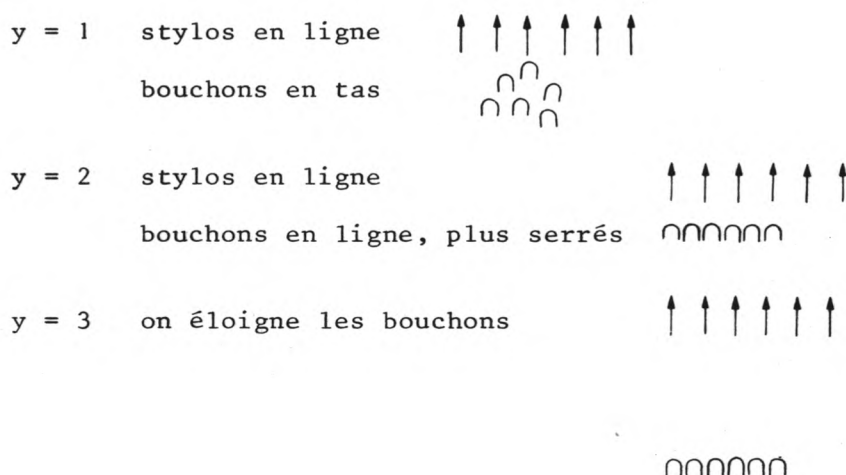
-
- (1) ou "As-tu juste assez de bouchons pour les stylos ?"
ou "As-tu pareil de bouchons que de stylos ?"
selon la consigne x à laquelle a réagi l'enfant.
 - (2) Un élève a échoué à la première partie lorsqu'il n'a pas réagi ou a réagi incorrectement aux trois formules $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$ (voir annexe).
-

Tableau 3

	Nombre d'enfants ayant réussi la 1ère partie	Nombre d'enfants ayant fait <u>spontanément</u> la correspondance terme à terme	
Classe 1	26	11	44 %
Classe 2	23	6	25 %
Classe 3	26	14	54 %

Deuxième partie :

Dans la deuxième partie du test, on s'efforçait de déterminer si l'enfant croyait à l'équivalence durable des deux collections (bouchons, stylos). Quand on modifiait la configuration spatiale de l'une d'elles :



On demandait dans les trois situations y = 1, y = 2, y = 3 :

"Sans rien toucher, peux-tu me dire s'il y a autant de bouchons que de stylos ?" (1)

(1) ou "Sans rien toucher, peux-tu me dire si tu as juste assez de bouchons pour les stylos ?"
ou "Sans rien toucher, peux-tu me dire si tu as pareil de bouchons que de stylos ?",
selon le vocabulaire compris par l'enfant dans la 1ère partie.

Nous avons classé les réponses à cette question en quatre catégories :

- oui (réponse correcte)
- non
- autres
- silence.

Les résultats de l'ensemble des trois classes sont donnés dans le tableau 4 :

Tableau 4

réponse situations	oui	non	autres	silence
y = 1	85	5	0	0
y = 2	70	18	1	1
y = 3	78	9	2	1

(deux enfants n'ont pas fait la deuxième partie).

Vingt-trois enfants n'ont pas donné la même réponse dans les trois situations. Ces réponses fluctuantes sont celles d'enfants d'un stade intermédiaire entre le deuxième et le troisième stade : ces enfants croient à l'équivalence des deux collections dans l'une des situations et n'y croient plus dans une autre.

Réussite de l'épreuve (réussite aux deux étapes)

Tableau 5

	Nombre total d'enfants	Nombre d'enfants ayant réussi l'épreuve	
Classe 1	31	21	68 %
Classe 2	33	17	54 %
Classe 3	28	16	57 %

Il est clair, que les enfants ayant échoué (classe 1 : 32 % ; classe 2 : 46 % ; classe 3 : 43 %) n'ont pas encore atteint le stade de la conservation numérique (stade 3). On ne peut pas en conclure pour autant

que les enfants, ayant réussi, y sont parvenus : il faudrait d'abord s'assurer que ces enfants, face à un matériel où la correspondance n'est plus provoquée (par exemple des jetons), réagissent de la même manière.

CONCLUSIONS

Nos conclusions sont provisoires, cette épreuve a un caractère de pré-expérience. Nous permet-elle de répondre aux questions A, B, C posées dans l'introduction ?

- A - On peut constater que la seule classe, où des activités sur la compréhension du mot autant ont été faites, a des résultats, pour la première partie de l'épreuve, nettement meilleurs que ceux des deux autres classes (tableau 1).
On constate aussi en étudiant les résultats des enfants à la deuxième partie (tableau 5) que la compréhension du mot autant n'est pas indépendante de la conservation du nombre.
Mais, pour s'assurer qu'il y a eu véritablement accélération de l'apprentissage du nombre dans cette classe 1, il aurait été intéressant de refaire passer cette épreuve aux mêmes enfants en début de C.P., pour étudier la stabilité de leurs réponses (1).
Remarquons que les différences entre la classe 1 et les deux autres classes ne peuvent être attribuées à l'influence du milieu socio-culturel, celui de la classe 2 étant plus favorisé que celui des deux autres classes.
Pour tirer parti de ces constatations, il serait indispensable, non seulement d'aller effectivement dans les classes tout au long de l'année pour essayer de définir quel type d'activités est souhaitable, mais aussi d'étendre l'observation à davantage de classes.
- B - La première partie de l'épreuve montre clairement que le mot autant n'a pas, pour la majorité des enfants, le sens mathématique que nous lui attribuons. Soit les enfants ne comprennent pas ce mot, soit ils l'interprètent, nous semble-t-il, comme "au moins autant".
- C - Etant donné qu'une proportion importante d'enfants entrant au C.P. n'a pas atteint le stade de la conservation numérique, il semble peu raisonnable d'étudier systématiquement le nombre au premier trimestre. Toutefois des activités préparatoires, en particulier, des activités de mise en correspondance d'ensembles, équipotents ou non, l'usage de "autant que", pourront permettre à ces enfants de progresser et d'aborder avec le plus de chances possibles cette étude.

(1) nous n'avons pu le faire que pour les enfants des classes 2 et 3.
Les résultats figurent dans l'annexe.

A N N E X E

DESCRIPTION DE L'EPREUVE

Précision du vocabulaire

Accepter le vocabulaire de l'enfant. Pour cela :
présenter un feutre et son capuchon :

"Comment tu appelles ça ?" (présentation du feutre ouvert).

"Comment tu appelles ça ?" (présentation du capuchon).

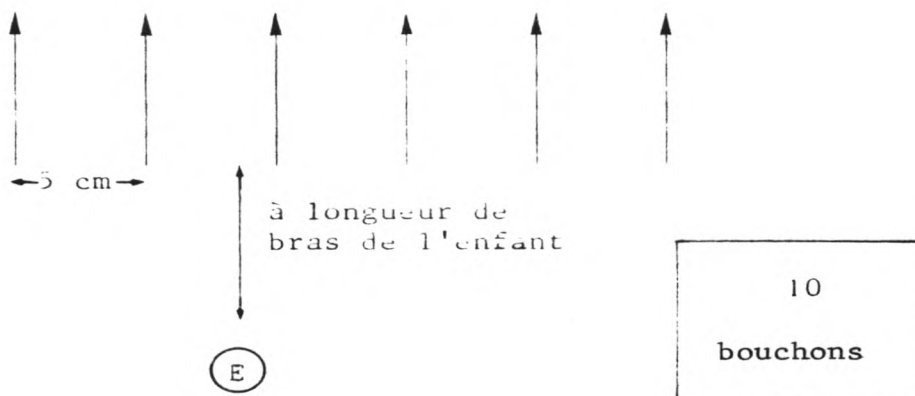
Fermer devant l'enfant le feutre et demander :

"Qu'est-ce-que je fais ?"

Précision des consignes

* *Situation initiale*

6 feutres :



* Consignes (x) :

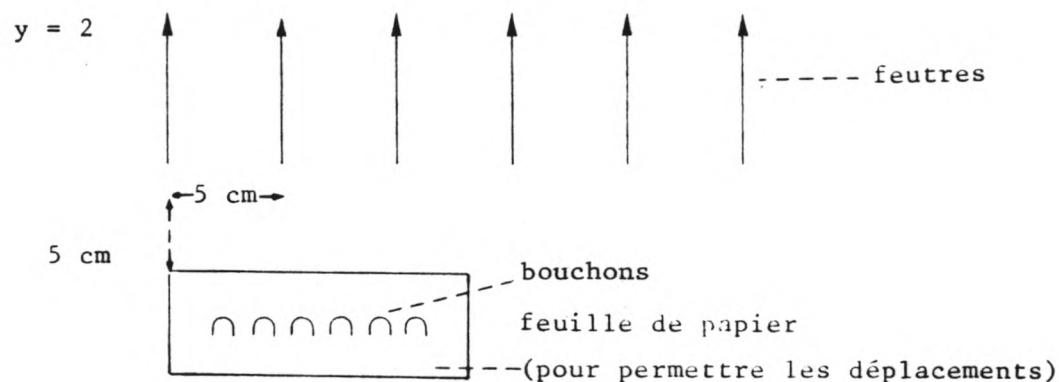
- x = 1 Voici des **feutres** prends autant de **bouchons**
- x = 2 Prends juste assez de **bouchons** pour les **feutres**
- x = 3 Prends pareil de **bouchons** que de **feutres**

* Questions (x ?) :

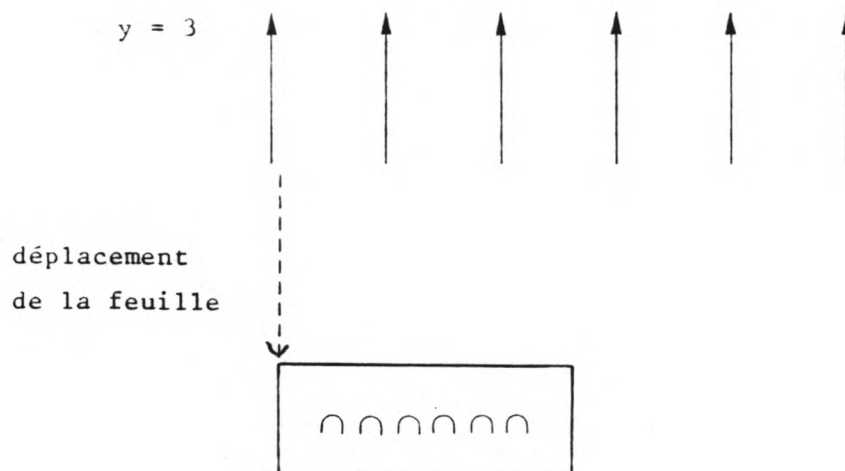
- x = 1 As-tu autant de **bouchons** que de **feutres** ?
- x = 2 As-tu juste assez de **bouchons** pour les **feutres** ?
- x = 3 As-tu pareil de **bouchons** que de **feutres** ?

* Consignes (y) :

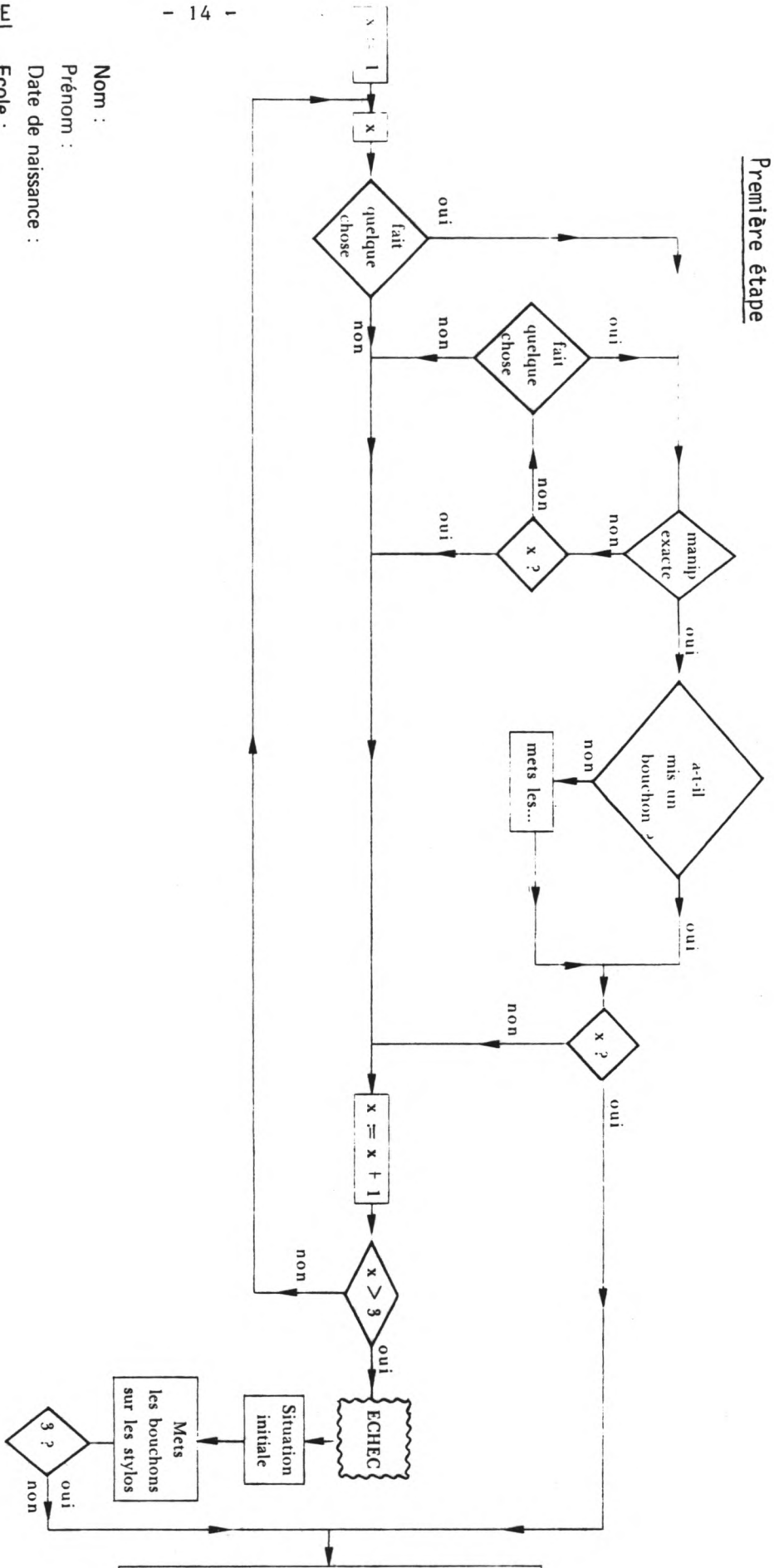
- y = 1 Enlève-les **bouchons** et pose-les là devant toi (les bouchons sont en tas, les feutres en lignes).



(E)



Première étape



PREMIERE ETAPE

Nom :
 Prénom :
 Date de naissance :
 Ecole :
 Ville :
 Nombre d'années faites en maternelle :
 Profession du père :
 Profession de la mère :
 Nombre de frères et sœurs :
 Date et heure de passation du test :

FORMULATION :

« Alors, tu vois, il y a bien de bouchons que de stylos. »

Illustration de la première étape

Passation de la première étape par deux enfants :

Marie-Ange (6ans, 1 mois) (1)

A la consigne ($x = 1$) : "Voici des stylos ; prends autant de bouchons que de stylos", Marie-Ange fait quelque chose ; sa manipulation est exacte ; elle a spontanément fait correspondre un bouchon à chaque stylo.

A la question (codée : 1) : "As-tu autant de bouchons que de stylos ?", elle répond oui.

L'expérimentateur formule : "Alors tu vois, il y a bien autant de bouchons que de stylos."

C'est donc le mot autant qui sera utilisé pour la deuxième étape.

Christophe (6 ans, 6 mois) (2)

1*) A la consigne ($x = 1$) : "Voici des stylos, prends autant de bouchons que de stylos", Christophe fait quelque chose ; sa manipulation est inexacte.

A la question ($x ?$) : "As-tu autant de bouchons que de stylos ?", il répond non et ne fait rien.

L'expérimentateur passe donc à la consigne ($x = 1+1$), c'est-à-dire, ($x = 2$).

2*) A la consigne ($x = 2$) : "prends juste assez de bouchons pour les stylos", le comportement de Christophe est identique. L'expérimentateur passe donc à la consigne ($x = 2+1$), c'est-à-dire ($x = 3$).

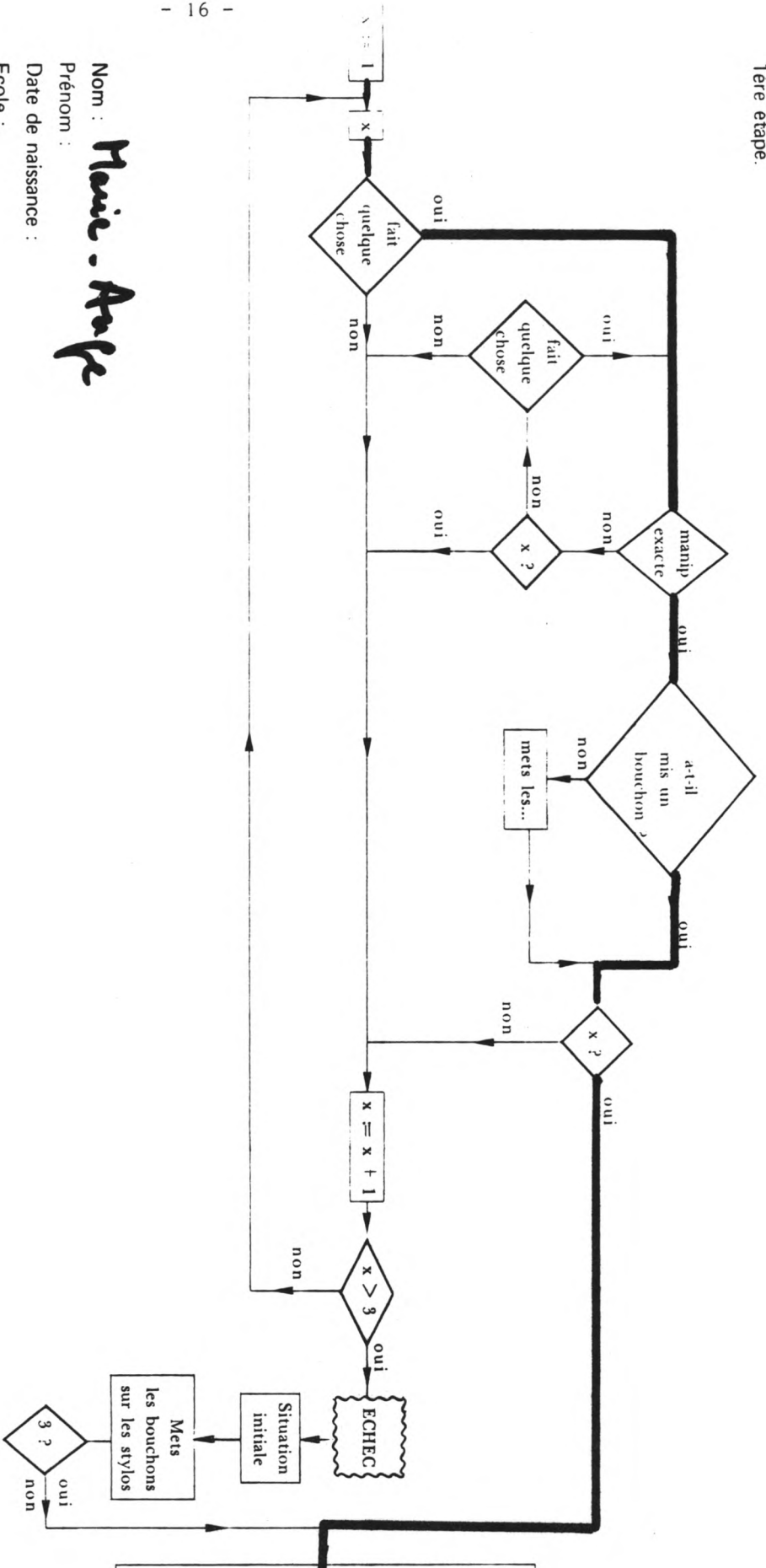
3*) A la consigne ($x = 3$) : "prends pareil de bouchons que de stylos", Christophe fait quelque chose ; sa manipulation est exacte ; comme il ne réalise pas la correspondance terme à terme spontanément, l'expérimentateur lui dit : "Mets les bouchons sur les stylos", puis lui demande ($x ?$) : "As-tu pareil de bouchons que de stylos ?".

Christophe répond oui et l'expérimentateur formule : "Alors tu vois, il y a bien pareil de bouchons que de stylos."

C'est donc l'expression "pareil" (malgré son incorrection) qui sera utilisée pour la deuxième étape.

-
- (1) Suivre en même temps sur l'organigramme de Marie-Ange son cheminement, matérialisé par un trait plein. (page 16).
- (2) Suivre en même temps sur l'organigramme de Christophe son cheminement, matérialisé par un trait plein. — puis par des pointillés puis par des tirets ----. (page 17)
-

1ère étape.



Nom : **Maie - Ark**

Prénom :

Date de naissance :

Ecole :

Ville :

Nombre d'années faites en maternelle :

Profession du père :

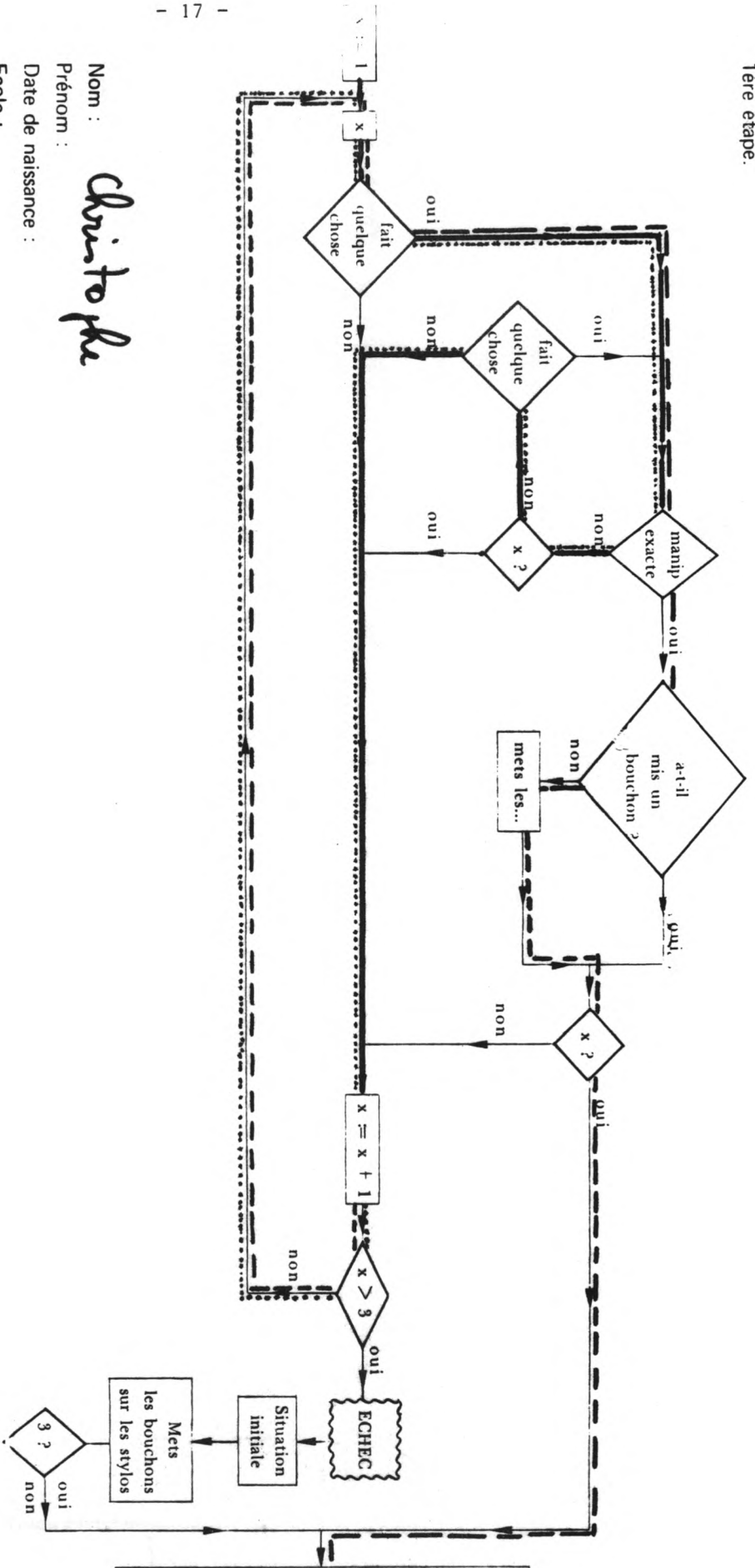
Profession de la mère :

Nombre de frères et sœurs :

Date et heure de passation du test :

FORMULATION : « Alors, tu vois, il y a bien de bouchons que de stylos ».

1ère étape:



Nom : *Christophe*

Prénom :

Date de naissance :

Ecole :

Ville :

Nombre d'années faites en maternelle :

Profession du père :

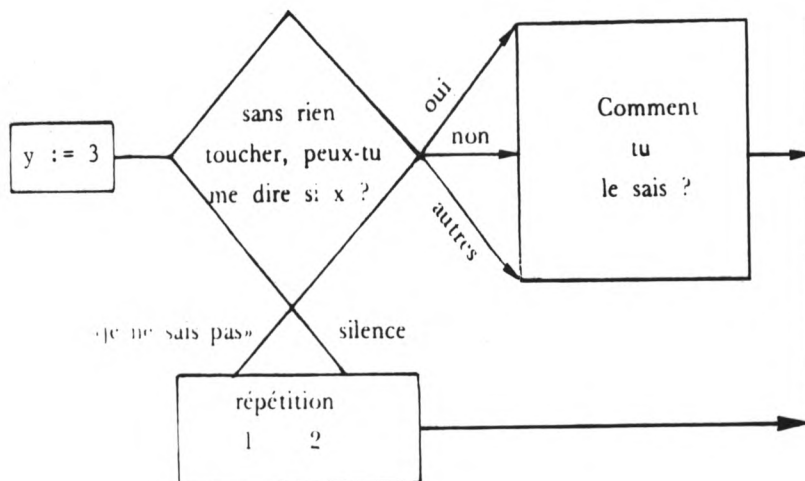
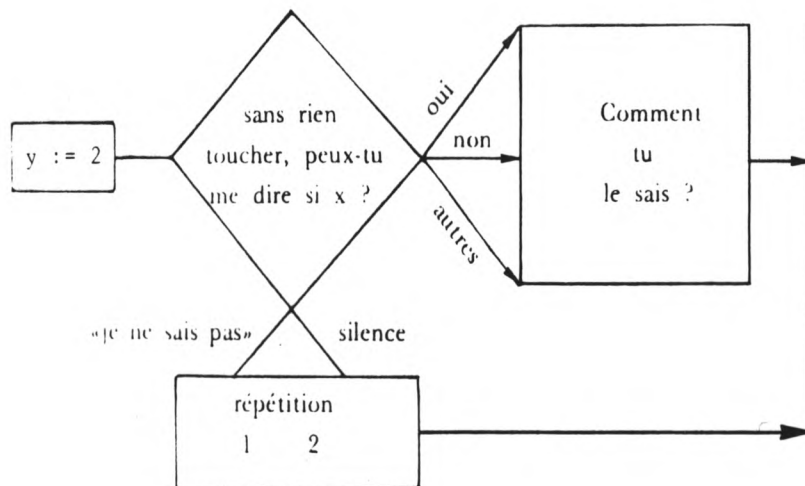
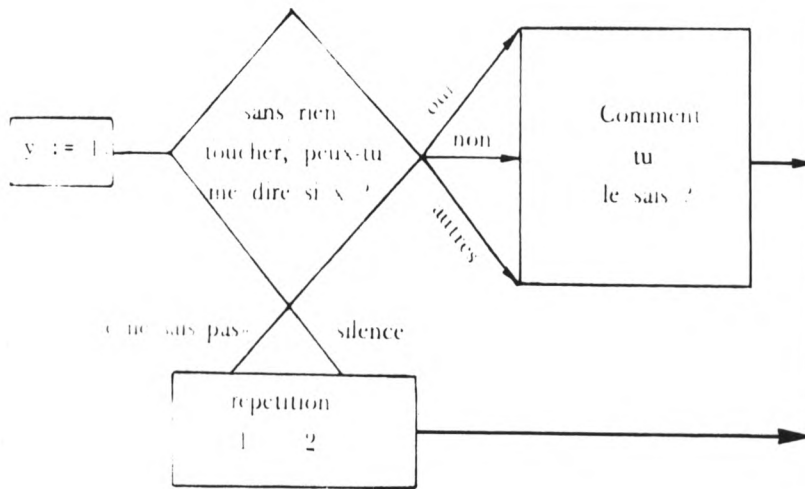
Profession de la mère :

Nombre de frères et sœurs :

Date et heure de passation du test :

FORMULATION : « Alors, tu vois, il y a bien de bouchons que de stylos ».

DEUXIEME ETAPE



"CINQ MOIS PLUS TARD, AU C.P. ..."

Pour étudier la stabilité des réponses des enfants, nous avons fait passer exactement la même épreuve aux enfants des classes 2 et 3, début octobre, ce ne fut malheureusement pas possible pour ceux de la classe 1.

Voici, résumés dans deux tableaux, les résultats de cette seconde expérience :

Codes utilisés :

S : stable.

Le comportement est le même au C.P. qu'en maternelle.

↓ : régression.

* pour le vocabulaire: "autant" compris en maternelle
"autant" n'est plus compris au C.P.

* Pour les situations 1, 2, 3, l'enfant croit à l'équivalence des collections en maternelle et n'y croit plus au C.P.

↑ : progression.

* Pour le vocabulaire: "autant" non compris en maternelle
"autant" compris au C.P.

* Pour les situations 1, 2, 3, l'enfant croit à l'équivalence au C.P. alors qu'il n'y croyait pas en maternelle.

	Vocabulaire			Situation 1			Situation 2			Situation 3		
	S	↓	↑	S	↓	↑	S	↓	↑	S	↓	↑
CLASSE 2 29 élèves	9	1	7	29	0	0	27	0	2	27	0	2
CLASSE 3 26 élèves	7	4	5	13	3	10	11	5	10	20	6	0

Vocabulaire	Situation 1	Situation 2	Situation 3	Nombre d'enfants de la classe 2	Nombre d'enfants de la classe 3
S	S	S	S	9	2
S	S		S	0	1
S		S	S	0	1
S			S	0	2
S				0	1
	S	S	S	17	4
	S	S		1	0
	S		S	1	6
	S			1	0
		S	S	0	2
		S		0	2
			S	0	2
				0	3