
OU PLACER LE JETON ?

utiliser la structure en lignes et colonnes (2)

pour résoudre un problème de repérage dans le plan

Henri-Claude ARGAUD, professeur de maths, IUFM, centre de Valence
Odile CASTRY, Alain CASTRY, Monique Maillard, Marie-Hélène VALESA

Ce texte fait suite à l'article paru dans Grand N n°63, intitulé « Placer des jetons ». Il décrit à nouveau des activités conduites dans des classes maternelles de grande section en ZEP à Romans (Drôme), ayant constitué 12 séances (de 45 minutes environ) durant les deux dernières périodes de l'année scolaire 1997-1998.

Les maîtresses des classes en question ne conduisent pas les séances en constituant des ateliers ; ce dispositif, employé souvent, conduit les élèves à des tâches différentes en général, et les fait alors travailler indépendamment les uns des autres. Deux raisons principales justifient ce choix :

- le problème peut être dévolu à la classe entière, et il peut y avoir une prise en charge plus collective ;
- la validation peut prendre un caractère public... tant les erreurs que les réussites peuvent être identifiées, rectifiées ou vérifiées par l'ensemble des élèves.

Les élèves travaillent donc le plus souvent possible en classe entière ou à défaut par demi-classe, en particulier pour les activités de communication... l'autre demi-classe étant alors absente (utilisation d'un demi-poste BCD), pour qu'il n'y ait pas d'interférence.

I - ANALYSE DIDACTIQUE DE LA SITUATION

Cette analyse ne peut être conduite sans que l'on ait, au préalable, identifié le problème général confié aux élèves. C'est un passage obligé pour permettre une explicitation plus aisée

- des connaissances en jeu, (celles dont l'apprentissage est visé comme de celles, plus anciennes, sur lesquelles les élèves pourront s'appuyer) ;
- des procédures de résolution attendues ou possibles ;

- des variables didactiques.

A - LE PROBLEME GENERAL

Les élèves disposent de la même boîte à œufs que celle de la situation « Placer des jetons »¹: 5 x 4 alvéoles. Ce dispositif, proposé par Berthelot et Salin ² pour un problème d'énumération, se prête aussi au problème de la recherche d'une case inconnue dans un ensemble de cases disposées suivant des lignes et des colonnes.

Les élèves sont en doublettes (numérotées 1, 2, ...) et sont identifiés dans les doublettes (A₁ et B₁...). Le problème est le suivant :

*Chaque alvéole de la boîte à œufs (**sauf une**) est occupée par un jeton bleu.*

L'élève A de chaque doublette peut repérer l'alvéole vide...

La maîtresse place le couvercle sur la boîte.

*L'autre élève de la doublette (B) doit **placer le jeton rouge dans l'alvéole qui est vide.***

A est donc celui qui doit prendre les informations nécessaires au placement correct du jeton ; B est celui qui a la charge de placer le jeton à partir des informations de A.

Ainsi le problème général posé aux deux élèves est :

« une des cases d'un ensemble (disposées en tableau lignes/colonnes) étant choisie par un tiers et vue par A seulement, quelle est-elle pour B ? ».

Le problème peut être qualifié de spatial puisqu'il s'agit de placer un jeton dans une alvéole... pour le résoudre, il faut que l'élève agisse sur l'espace matériel, qu'il développe des actions et produise un résultat dans cet espace.

B - LES VARIABLES DIDACTIQUES

La situation est construite autour du changement de valeur de deux variables didactiques.

1. Le degré de proximité de l'élève A avec la boîte

Dans une première étape, A peut accompagner B près de la boîte... il peut ainsi *montrer* la position de l'alvéole vide à B : une fois qu'il l'a *mémorisée*, il peut la communiquer à B en la désignant, sans employer de mots. B est simple exécutant.

Dans une deuxième étape, A doit rester loin de la boîte (4 ou 5 mètres), mais *peut encore la voir*. Il *ne peut plus alors montrer* la position *mémorisée*... il peut seulement donner des informations à B (de loin) : ce sont des informations gestuelles et/ou orales (même des « oui » ou « non ») constituées à partir de **la perception** qu'il a de la boîte et des gestes de B. Par exemple : B fait l'hypothèse d'une alvéole en la montrant, A acquiesce ou refuse, A donne une information complémentaire ce qui incite B à faire une autre action etc...

¹ Voir grand N n°63 page 9, IREM Université J.Fourier, GRENOBLE 1.

² BERTHELOT et SALIN (1992) L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire, Thèse, Université BORDEAUX 1.

Dans ce dispositif, une information de A peut être suivie d'une action de B, donnant lieu à une nouvelle information de A, elle-même suivie d'une autre action de B etc... Il y a donc **interaction** entre

- les actions de B sur la boîte,
- les informations de A.

Dans une troisième étape, A est encore loin de la boîte, mais il *ne peut plus la voir*. Par conséquent B ne peut placer le jeton qu'à partir d'informations de A, orales et / ou gestuelles, constituées à partir d'une **évoocation** de la boîte. Par exemple : A fait comme si l'assise d'une chaise est le dessus de la boîte... il déplace son doigt pour constituer les lignes fictives des fentes du couvercle et faire en sorte que B s'approprie l'évoocation qu'il en fait... il donne les informations complémentaires à B par geste ou par oral (« c'est sur la troisième ligne et tu comptes 2 ») sur cette évoocation. L'interaction n'est alors pas au même niveau. Elle s'effectue entre

- les données d'informations de A sur une évoocation de la boîte,
- les demandes d'informations complémentaires de B suite à l'interprétation qu'il en fait sur la même évoocation.

A doit ainsi identifier les informations nécessaires, les planifier, les communiquer dans leur ensemble à B. B de son côté, doit les comprendre, se persuader qu'elles lui suffisent pour placer le jeton comme il faut, et les mémoriser.

Les élèves doivent donc, non seulement être capables de repérer les objets de l'espace sur lesquels ils travaillent (à l'aide de connaissances spatiales), mais aussi d'explicitier des informations nécessaires à l'identification de la position de l'alvéole vide, ce qui doit les amener à faire un (petit) pas en direction des connaissances géométriques.

C'est autour de la modification de la valeur de cette variable qu'est structuré l'ensemble des activités qui se décompose en trois situations intitulées :

« *Viens avec moi...* » , A accompagne B près de la boîte.

« *Vas-y tout seul!* » , A reste loin de la boîte, mais peut la voir.

« *Vas-y... mais je t'explique d'abord!* » , A reste loin de la boîte et ne peut pas la voir.

La première est une situation d'*action*, les deux autres sont des situations de *communication* et de *formulation*. Dans la deuxième, la communication est caractérisée par la donnée par A, d'informations **partielles** devant engendrer des actions de B sur la boîte. Dans la troisième, la communication est caractérisée par la nécessité de la donnée par A, de l'information **complète** permettant l'action de B, à savoir le positionnement du jeton.

2. La position de l'alvéole à remplir

Elle varie parmi les 20 possibilités d'un tableau rectangulaire 5 x 4.

On peut bien penser que certaines positions sont, pour les élèves, plus faciles à identifier que d'autres. L'hypothèse selon laquelle les élèves vont repérer les alvéoles de la périphérie différemment de celles de « l'intérieur » est plausible.

Pour les alvéoles de la périphérie, ils peuvent s'appuyer sur différents indices spatiaux. Pour certaines, ce sera le critère de « coins » ; pour d'autres alvéoles, ce sera le

critère de « bord », suite à la référence que constitue dans la classe la feuille de papier. Notons que par ailleurs, les différents « bords » (haut, bas, droite, gauche), comme la position de l'alvéole sur le « bord » identifié, se repèrent facilement.

Pour identifier en revanche une alvéole dans la partie centrale, les élèves doivent donner des informations moins usuelles. Pour signifier les alvéoles de cette partie, le terme de « milieu » pourrait être employé ; mais il ne facilite pas nécessairement le repérage de l'alvéole, puisqu'il donne une information sur un ensemble d'alvéoles, et non véritablement sur l'alvéole à déterminer. Ce type d'information devrait donc être insuffisant. Il devrait être alors nécessaire aux élèves d'adopter une procédure de repérage différente et plus performante, comme celle s'appuyant sur les lignes et les colonnes.

C'est autour de la modification de la valeur de cette variable qu'est organisée la suite des « parties » à l'intérieur d'une situation. La succession des alvéoles à trouver au cours d'une séance peut être par exemple :

	6			4
7	1		3	
		5		
				2

C - LES CONNAISSANCES EN JEU

Toutes les connaissances susceptibles d'être mobilisées ne sont pas ici présentées ; les principales, celles qui sont davantage objet d'apprentissage, sont décrites ci-dessous ; et ne sont retenues que les connaissances spatiales ou géométriques... les connaissances numériques ne sont pas détaillées. Le tableau à double entrée n'a fait l'objet d'aucune activité antérieure en classe, si ce n'est pour mettre en mémoire les résultats des élèves dans certaines activités.

1. Lien entre connaissances spatiales et géométriques

Les connaissances géométriques et les connaissances spatiales sont souvent désignées par les mêmes mots. Cela les rend difficiles à distinguer.

Par exemple, pour l'objet « ligne ».

En **montrant** une ligne de l'ensemble des alvéoles, un élève développe des connaissances spatiales dans le sens où il sait reconnaître (ou différencier) ces lignes sur un ensemble d'objets matériels. Mais il développe aussi une connaissance théorique de ce qu'est une ligne parce qu'il attribue une signification à « ligne », étant conscient que des objets sur une ligne vérifient une relation particulière, et que cette relation est indépendante des contextes, c'est-à-dire que d'autres objets, dans d'autres circonstances, peuvent vérifier la même relation...

Si maintenant l'élève doit, dans une situation de communication, décrire la position d'une alvéole vide, il va devoir, dans sa description, **évoquer** les lignes de l'ensemble. L'aspect spatial de l'objet « ligne » sera à ce moment-là moins en avant que l'aspect théorique (géométrique), puisque l'élève va parler de l'objet « ligne » en mettant de côté

les objets matériels de la ligne et ne va faire qu'évoquer la relation entre ces objets matériels.

Ainsi, dans le premier cas quand l'élève **agit** directement sur l'espace matériel, la part de connaissances spatiales est plus importante. Lorsque, dans le second cas l'élève **rend compte** de l'espace ou anticipe des résultats de l'espace, la part de connaissances géométriques est plus importante.

Notons que le problème peut être qualifié de « spatial » puisqu'il s'agit de placer un jeton dans une alvéole... pour résoudre, il faut que l'élève agisse sur l'espace matériel. Il est cependant indispensable qu'il utilise aussi des connaissances géométriques.

2. Les connaissances principales visées

Outre l'objet « ligne » (ou « colonne »), c'est le repérage d'une position dans un plan structuré par un quadrillage qui est principalement en jeu ici. Il devrait être effectué par les élèves à l'aide de critères qui ont à la fois, comme cela a été expliqué plus haut, un caractère spatial ou géométrique.

Ces critères peuvent être **relatifs**, comme ceux employés majoritairement dans la situation antérieure « Placer des jetons » : les objets sont repérés les uns par rapport aux autres. Mais ils peuvent être aussi **absolus** : tous les objets sont situés par rapport au même objet qui fait alors office de référence. Explicitons ces deux catégories de critères.

a. Les critères relatifs

Ce sont par exemple : « plus haut », « plus loin », « à côté de » ... ou « avance », « recule », « monte », « descends »... De tels critères sont efficaces à condition que les positions auxquelles ils s'appliquent soient connues. Ils seront rendus inefficaces dans la situation n° 3... les élèves devront alors mobiliser des critères absolus.

b. Les critères absolus

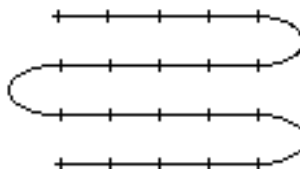
Ils peuvent être : « en haut », « en bas », « à droite », « à gauche », « près », « loin », « au milieu », « là-bas »... ils s'appliquent dans cette situation à un plan horizontal.

Mais ces critères vont se révéler souvent insuffisants, ce qui doit amener les élèves à recourir à des critères plus fiables, comme ceux fondés sur la constitution d'un repère du plan composé

- d'une origine,
- d'une disposition implicite des alvéoles.

Pour l'élève, l'origine est son « point de départ », le départ de sa numérotation. Les alvéoles peuvent être alors

- * des éléments numérotés (de 1 à 20) d'une ligne



- * des éléments d'un plan caractérisés par un couple de coordonnées sur deux axes.

Ces critères supposent, pour pouvoir être appliqués correctement, la mise en œuvre d'autres connaissances spatiales comme **le contrôle du déplacement de la main**, à l'aide de la vue notamment. Ils peuvent être mobilisés par les élèves de plusieurs manières :

- soit ils sont seulement **mémorisés** : une fois identifiés, ils sont restitués dans l'action par le sujet pour le placement du jeton ;
- soit ils sont **mémorisés et explicités (oralement ou avec les gestes)** parce qu'il est nécessaire, pour résoudre le problème, de les partager avec celui qui est responsable de l'action.

Ce sont les contraintes successives qui doivent permettre cette évolution.

Le repérage « lignes-colonnes » n'a fait l'objet d'aucun apprentissage spécifique auparavant, même si les termes de « ligne » ou de « colonne » ont pu être rencontrés occasionnellement au cours d'activités. Il doit apparaître ici comme **outil** de résolution de problème. Dans les activités initiales, ils auront un caractère implicite ; ensuite les élèves seront amenés à les **expliquer**.

Une conception fréquente de l'enseignement de la « géométrie » à l'école veut que l'enseignement d'un concept ne peut s'effectuer qu'à partir du moment où le terme qui désigne le concept a été introduit... par exemple, pour faire travailler les élèves sur le parallélisme, il est nécessaire qu'ils sachent « ce que signifie parallèle ». Or en géométrie, de la même façon que dans le domaine numérique, un concept peut intervenir comme outil de résolution de problème, même si le mot qui le désigne n'a pas été introduit. Sa désignation pourra intervenir ultérieurement, lorsqu'il prendra son statut d'objet en référence à la dialectique outil / objet ³.

3. Les procédures attendues

La hiérarchie des procédures est établie en fonction du type de connaissances mathématiques employées : spatiales ou géométriques.

Le problème se résout à deux ; chaque élève a un rôle dans la résolution. Une procédure s'établit sur plusieurs temps :

1. La mémorisation de la position par l'élève A
2. La communication par A de la position à B
3. Le placement du jeton par B

Examinons maintenant les procédures pour chacun de ces temps.

a. La mémorisation de la position par A peut se faire

PO1: par un repérage mixte (absolu et relatif)

- absolu : « en bas à gauche » (restriction de zone),
- relatif : « une alvéole vers le haut à partir de là ».

PO2 : par un repérage absolu

- une alvéole est un numéro sur une ligne,
- une alvéole est une paire de coordonnées.

³ DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, RDM vol. 7.2. La Pensée sauvage Éditions.

b. La communication par A de la position à B peut se faire

CO1 : par gestes, directement sur le matériel ou sur une évocation du matériel (l'élève en fait une représentation avec son doigt par exemple),

CO2 : par gestes avec mots, comme en CO1,

CO3 : par mots seuls.

Le contenu de l'information peut être partiel (du fait de l'interaction) ou complet (du fait de l'impossibilité de l'interaction). L'élève restitue a priori à ce moment là un procédé s'appuyant sur la façon dont il a mémorisé la position.

c. Le placement du jeton par B peut se faire

PL1 : à partir d'hypothèses de B validées ou invalidées par A

- aléatoires,

- structurées,

PL2 : à partir d'indications partielles de A qui valide ou invalide ensuite l'action de B qui résulte de son information ;

PL3 : de façon mixte (emploi de PL1 et PL2 consécutivement), c'est-à-dire que B place le jeton en faisant alternativement des hypothèses d'une part ou des actions suggérées par les informations de A d'autre part ;

PL4 : à partir d'une information de A qui contient tous les éléments nécessaires au placement.

Les étapes de la situation, organisées autour du changement de valeurs de la variable « degré de proximité de A avec la boîte », devraient conduire à des procédures particulières parmi celles qui ont été décrites. Explicitons-les.

A priori, la mémorisation de la position par A peut se faire de la même manière dans toutes les étapes, même si l'on peut penser que les procédés des élèves s'affineront. En revanche, le mode de communication ainsi que le placement du jeton vont dépendre des contraintes imposées dans les différentes étapes.

A l'étape 1, les caractéristiques de la position sont identifiées et mémorisées par A qui peut ensuite les restituer par l'action. On attend que A communique la position à B directement (CO1), c'est-à-dire du doigt par exemple, puisqu'ils peuvent être côte à côte près de la boîte. B place alors le jeton en suivant l'indication gestuelle de A. L'élève qui place (B) ne mobilise pas alors de connaissances ; il est simple exécutant.

A l'étape 2, les caractéristiques de la position sont identifiées et mémorisées par A, qui doit aussi les restituer par des informations (gestes, mots, réponses oui / non aux essais de B). La procédure CO2 devrait être employée, à cause des conditions permises : A et B se voient, sans être très loin les uns des autres. Il est vraisemblable aussi que les informations resteront partielles... et donc le placement des jetons devrait s'effectuer par l'une des procédures PL1, PL2 ou PL3, qui alternent les informations de A avec les actions de B. Soit B fait des essais aléatoires, et alors il est simple exécutant ; soit B doit « décoder » les informations données par A, et les transformer en actions sur l'espace matériel. Cette éventualité est intéressante du point de vue des apprentissages, mais n'est pas rendue vraiment nécessaire par les contraintes.

A l'étape 3, A doit restituer des informations qui ont un double caractère :

- elles doivent être complètes, c'est-à-dire permettre le placement du jeton,
- elles ne peuvent être ni des gestes directs, ni des réponses oui/non à des essais de placement..., elles sont donc constituées par du langage, éventuellement étayé par une représentation de l'ensemble des alvéoles.

Il est donc attendu que cette information puisse être comprise, mémorisée, « décodée », puis mise en œuvre par B à travers des actions pour le placement.

À ce moment-là, tant pour A qui produit une information à caractère géométrique, que pour B qui transforme cette information en actions sur l'espace matériel, il y a explicitation d'informations. La part des connaissances spatiales utiles est moindre ; la part de connaissances géométriques est plus importante.

D - L'ORGANISATION DE LA CLASSE

Il est utile de la préciser dans la mesure où il a été choisi une organisation identique sur l'ensemble des séances. La recherche s'effectue toujours à deux, le problème est résolu à deux, même si les rôles dans la doublette ne sont ni symétriques, ni d'importance égale : A peut par exemple donner des informations à B (orales ou gestuelles), alors que B a des actions sur le matériel ; B peut se contenter du minimum (placer le jeton là où A le dit).

La mise en place de cette organisation dès le début des activités se justifie pour plusieurs raisons. Le fait d'être dans une même structure permet de faire comprendre aux élèves qu'il y a, dans les situations, des constantes :

- la résolution est à la charge de la doublette (et non pas de celui qui pose le jeton seulement), et sa réussite est conditionnée par le bon fonctionnement des deux équipiers;
- l'observation de la boîte, et la prise des informations indispensables au positionnement du jeton sont faites par un élève de la doublette ;
- le placement du jeton est à la charge de l'autre élève de la doublette.

L'élève peut alors se concentrer sur les conséquences des seules variations provoquées.

Cette stabilité dans la structure devrait contribuer à rendre plus sensible la modification des contraintes en vue de l'évolution des procédures des élèves.

II - LES ACTIVITES EN CLASSE

Ce paragraphe contient les spécificités de chaque étape, le déroulement des activités, ainsi que des informations sur les productions des élèves.

A - PREMIERE ETAPE « VIENS AVEC MOI ! »

1. Objectifs

Il s'agit de faire approprier les nouvelles contraintes et le nouveau problème, puisque les activités font suite à celles qui consistaient à effectuer le remplissage de toutes les alvéoles de la boîte, dans lesquelles justement les contraintes et le problème étaient différents.

Cette étape a aussi pour but de permettre aux élèves de se constituer des critères implicites de repérage des alvéoles, de les mémoriser, et de les restituer dans une action différée du repérage.

2. Matériel pour une doublette

La boîte à œufs composée d'un ensemble d'alvéoles disposées en rectangle 5x4 (les étiquettes des prénoms des élèves sont placées devant).

Le couvercle en carton susceptible d'être posé sur la boîte, comportant des fentes, une fente par alvéole.

Des jetons bleus et un jeton rouge.

Toutes les alvéoles sont remplies de jetons bleus sauf une, destinée à recevoir le jeton rouge... sa position varie (2,2) (4,3) (2,3) (4,2)... en voici une succession (indiquée par la suite des numéros 1 2 3 4)

	3		2	
	1		4	

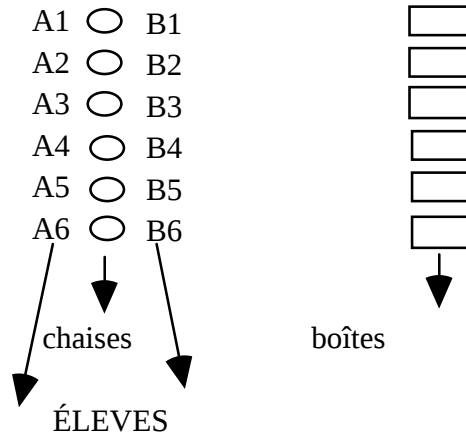
3. Déroulement

a. Présentation du dispositif et communication du problème

L'activité est conduite par demi-classe. Elle se déroule sous forme de jeu en effectuant quatre parties successives dans la même séance.

Chaque boîte attribuée à une doublette est ouverte, et disposée au fond de la classe ; toutes sont suffisamment espacées les unes des autres pour que les élèves ne se gênent pas.

Les élèves sont placés face à leur boîte (mais à distance), l'un est assis sur une chaise, l'autre est assis par terre devant son camarade comme l'indique le schéma suivant :



La maîtresse montre aux doublettes que chaque boîte « placée là-bas » a des prénoms, et elle leur demande d'aller vers les boîtes, et de dire ce qu'ils voient. Il faut que soit établi que toutes les alvéoles sauf une, contiennent un seul jeton, et donc qu'il y en a une qui est vide - pour cette observation, ce peut être la position (3,4) -. La maîtresse demande aux élèves de revenir à leur place.

La maîtresse explique aux élèves que le travail s'effectue en doublettes, que seul celui qui est assis sur la chaise verra la boîte ouverte, et qu'il viendra ensuite chercher son camarade pour l'aider à placer le jeton. Elle énonce alors :

« Vous jouez à deux! Les boîtes de chaque doublette sont alignées et ouvertes. Dans chaque boîte, une alvéole est vide!

A mon signal, les élèves assis sur la chaise (ou désignés par la couleur de leur bracelet) vont devant les boîtes regarder où est l'alvéole vide ».

Ayant donné le signal, la maîtresse laisse un temps d'observation, et renvoie chaque élève vers son camarade. Elle ferme les boîtes puis donne le jeton à chaque élève assis par terre. Elle énonce le problème :

« Chaque doublette doit placer le jeton dans l'alvéole vide de sa boîte ».

b. Résolution.

Quand les élèves ont terminé, la maîtresse les fait revenir à leur place initiale.

c. Phase collective de contrôle des productions.

La maîtresse les regroupe autour de chaque boîte successivement. Elle enlève le couvercle, et fait constater aux élèves si le jeton de couleur a été bien placé. Une nouvelle partie est conduite suivant le même déroulement. Deux parties suivent avec permutation des rôles des élèves dans la doublette.

4. Procédures

Pour la mémorisation de la position, les élèves emploient le plus souvent la procédure mixte (PO1). Pour la développer, ils ont besoin de placer leur doigt dans l'alvéole vide, puis sur la fente en rabattant le couvercle de la boîte, comme pour s'assurer de la correspondance.

Il est en général difficile dans cette étape de repérer complètement et de façon fidèle la façon dont la position est mémorisée, car cette mémorisation peut se faire sans signe extérieur.

Le placement du jeton par B résulte d'un geste de A qui lui montre l'endroit.

B - DEUXIEME ETAPE: "VAS-Y TOUT SEUL!"

1. Objectifs

Trouver des critères pour identifier et mémoriser une case d'un tableau rectangulaire par des critères visuels, géométriques et/ou numériques.

Faire expliciter des informations par oral ou par gestes sur la position de l'alvéole... Ces informations pouvant être de type « oui » / « non » (à la suite de placements hypothétiques faits par B ou à caractère spatial et géométrique.

Cette étape constitue un préalable à celle où l'explicitation des critères sera vraiment nécessaire (l'étape 3).

2. Les contraintes

Le matériel et le problème sont inchangés.

Cette fois, l'élève qui mémorise la position (A) ne peut aller près de la boîte, mais il peut en revanche en percevoir les alvéoles de loin.

Deux séries de parties sont proposées dont les positions successives des alvéoles vides sont les suivantes

Première série: A donne les informations.

(4,2); (3,4); (5,2); (2,1); (4,2)

		2		
			1 - 5	3
	4			

Deuxième série: B donne les informations.

(3,2); (2,3); (4,1); (3,3); (3,2)

	2	4		
		1 - 5		
			3	

3. Déroulement

a. Mise en place du dispositif

Le déroulement est identique à celui de l'étape 1 mais les élèves conservent le même rôle pendant les cinq parties successives d'une même série. Les rôles changent à la deuxième série, mais les doublettes sont les mêmes pour les deux séries.

Pour la première série de parties, A donne les informations ; il est choisi parmi les élèves qui ont le plus d'aisance verbale pour faciliter l'entrée dans la résolution du problème avec les nouvelles contraintes, notamment celle relative à l'éloignement entre A et la boîte.

Chaque doublette dispose d'un capital trésor de 5 gommettes... à chaque partie perdue l'élève aura une gommette enlevée dans un tableau où les résultats de chacun sont consignés.

b. Communication du problème.

La première partie compte « pour du beurre ». Les élèves sont installés comme pour l'étape 1. La maîtresse énonce :

« Vous jouez à deux! Dans chaque boîte, une alvéole est vide! »

A mon signal, les élèves assis sur la chaise vont devant les boîtes regarder où est l'alvéole vide.

Après un temps d'observation, chaque élève (A) retourne à sa place. La maîtresse ferme les boîtes et donne le jeton à chaque élève (B) assis par terre. Elle énonce le problème :

Les élèves qui ont un jeton, vont le placer dans l'alvéole vide de leur boîte.

c. Résolution.

Chaque élève B va placer son jeton... il arrive qu'il y aille sans demander d'information à A. Une fois le jeton placé, la maîtresse fait revenir A près de son équipier.

d. Phase collective de contrôle des productions.

Chaque boîte est ouverte : les élèves doivent dire si le jeton a été bien placé. Les erreurs peuvent ainsi apparaître et contribuer à faire comprendre à B qu'il court à l'échec s'il ne demande pas d'information à A.

La maîtresse rappelle que les résultats des parties qui suivent seront notés dans le tableau. Si une doublette fait une erreur à une partie, elle ne « recommence » pas..., elle perd une gommette sur le tableau.

Les élèves effectuent ainsi quatre autres parties, puis les cinq parties suivantes (dans une autre séance) avec permutation du rôle des élèves.

4. Procédures

Il est possible dans cette étape de repérer de façon plus fidèle les procédures des élèves pour la mémorisation de la position, parce qu'elles apparaissent au travers des informations échangées. C'est la procédure de repérage mixte (PO1) qui domine ; les élèves emploient alternativement

- des critères absolus puis relatifs d'une part,
- des critères spatiaux puis numériques d'autre part,

en faisant aussi des changements fréquents d'origine des repères... comme dans les informations que donne Zakaria à son équipier pour l'alvéole (2,3)

« A la droite...

Troisième colonne, à la deuxième...

Troisième colonne, non là, avance, juste à côté de l'autre...

Là-bas, ici, au milieu, tout en bas, encore, monte en haut pendant un pas, avance de devant, une autre ligne...

Là-bas, descends, avance, en haut, descends, remonte où t' étais, descends par là-bas, troisième!»

Dans ce que les élèves produisent à cette étape, la communication dépend fortement de la stratégie de B pour placer le jeton. B contraint en fait le plus souvent A à lui fournir des réponses de type oui/non, parce qu'il emploie une procédure de type PL1, PL2 ou PL3 (qui sont des procédures fondées sur des essais).

Lors de la première partie il est arrivé qu'il n'y ait pas eu d'échange dans certaines doublettes: A ne désigne aucune fente à B qui lui, place le jeton au hasard. Il arrive aussi que B ne tienne pas compte des indications de A, et place encore son jeton au hasard.

Des élèves A appuient leurs informations orales d'informations gestuelles (en montrant du doigt). Certains d'entre eux font encore des erreurs de repérage de l'alvéole.

C - TROISIEME ETAPE "VAS-Y... MAIS JE T'EXPLIQUE D'ABORD!"

1. Objectifs

Trouver des critères pour identifier une case d'un tableau rectangulaire.

Faire expliciter par oral l'ensemble des critères de détermination de la position d'une case.

2. Matériel

Il est identique à celui de l'étape précédente. 20 parties sont conduites en quatre séries dont voici les positions successives des alvéoles vides :

Première série (A donne les informations) : (1,1) ; (5,4) ; (5,1) ; (2,4) ; (1,2)

Deuxième série (B donne les informations) : (5,4) ; (1,1) ; (3,4) ; (5,3) ; (3,1)

Troisième série: (A donne les informations) : (4,4) ; (3,1) ; (4,3) ; (2,2) ; (2,3)

Quatrième série: (B donne les informations) : (1,4) ; (1,3) ; (3,3) ; (4,2) ; (3,2)

Chaque doublette dispose d'un capital de 5 gommettes par série.

3. Contraintes

Non seulement A reste loin de la boîte, mais contrairement à l'étape 2, il ne peut plus en distinguer les alvéoles parce qu'elles sont plus loin et parce qu'il est dos à la boîte.

Les alvéoles des deux premières séries sont situées sur les « bords », alors que celles des troisième et quatrième séries sont davantage des alvéoles du « milieu ».

Pour éviter que les élèves utilisent les informations de leurs camarades proches, la moitié des doublettes effectue les problèmes correspondant aux alvéoles d'une série dans l'ordre indiqué, alors que l'autre moitié les effectue dans un ordre différent.

4. Déroulement

a. Communication du problème, identification de l'alvéole vide

Le déroulement et l'organisation sont assez voisins de ceux de l'étape précédente.

A, qui donne les informations, est encore choisi pour la première partie, parmi les élèves qui ont le plus d'aisance verbale.

Le problème est donné comme précédemment. Les contraintes sont communiquées aux élèves : A ne peut plus voir les alvéoles de la boîte.

A va voir la position de l'alvéole vide, puis revient près de B ; la maîtresse pose le couvercle.

b. Résolution (placement du jeton)

A et B peuvent échanger des informations pour résoudre le problème. Lorsqu'ils ont terminé, B va placer le jeton puis revient à côté de A.

c. Contrôle des boîtes et mise à jour du tableau des résultats

Les boîtes des doublettes sont ouvertes successivement devant tous, et leur contrôle en est fait.

La première partie est conduite « pour du beurre » pour aider à la compréhension des nouvelles contraintes. Les élèves font les quatre parties restantes de la série à la suite en tenant le même rôle... les résultats sont comptabilisés.

5. Procédures

Dans cette étape, contrairement à la précédente où la résolution pouvait se faire à partir d'actions de B consécutives à des hypothèses successives, la communication de l'ensemble des informations prises par A est indispensable, et le placement du jeton est entièrement dépendant de ces informations : B ne peut plus facilement faire des essais.

La tâche pour B est d'autant plus délicate qu'il n'a pas l'ensemble des alvéoles sous les yeux, et qu'il reçoit essentiellement des informations orales. Il doit aussi comprendre et mémoriser ces informations, pour être capable de les appliquer à l'espace lorsqu'il sera devant la boîte. Il arrive que les deux élèves emploient le même mot avec des significations différentes.

Il n'a pas été possible de recueillir l'ensemble des données pour pouvoir examiner les procédures employées par les élèves, du fait que la situation est de communication ; mais voici maintenant quelques éléments résultant des observations.

On observe que fréquemment, pour situer l'alvéole vide, les élèves pointent avec leur doigt des alvéoles successives depuis l'origine choisie à l'alvéole à remplir comme pour constituer un « chemin » menant à l'alvéole à trouver.

Il peut arriver que dans la phase de communication, l'élève A se serve de connaissances (le comptage des alvéoles jusqu'à 15 par exemple) que l'élève B ne maîtrise pas.

Lors de la phase de communication, plusieurs élèves A ont représenté l'ensemble des alvéoles en le dessinant virtuellement du doigt sur un plan (leur table ou leur chaise); ils n'ont pas fait de véritable dessin, ne disposant ni de papier ni de feutre. Ce faisant, il est vraisemblable qu'ils structurent l'ensemble de la façon dont ils l'ont structuré lors de la mémorisation de la position. Ils peuvent alors utiliser cette représentation pour évoquer l'ensemble des alvéoles et pour étayer leur discours comme dans les informations suivantes (A parle)

«Tout en bas, là c'est le 1, après c'est le 2.

La cinquième après la quatrième.»

ou

«Deuxième ligne, tu avances de trois trous et c'est au quatrième trou.

Au quatrième étage, tout en bas, deuxième.»

ou

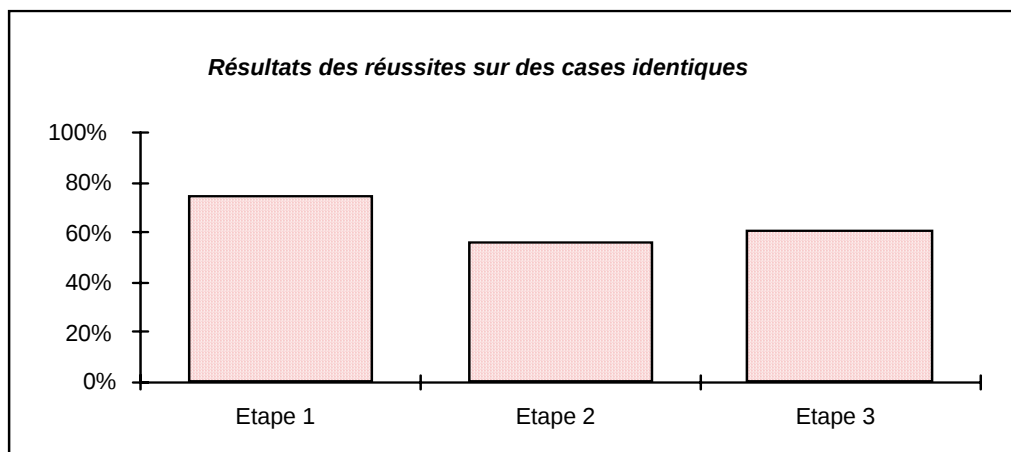
«Au troisième étage, au troisième trou.»

Quelques élèves de moyenne section sont présents dans ces classes et sont constitués en doublettes de leur niveau... ils ont éprouvé plus de difficultés.

Le bon fonctionnement de cette étape de la situation est très lié au respect, par les élèves, des contraintes imposées.

D - ANALYSE COMPAREE DES PRODUCTIONS DES ELEVES DANS LES TROIS ETAPES

En faisant d'abord, étape par étape, la moyenne des pourcentages de réussites des élèves sur des alvéoles communes - (2,2) (2,3) (4,2) (4,3) -



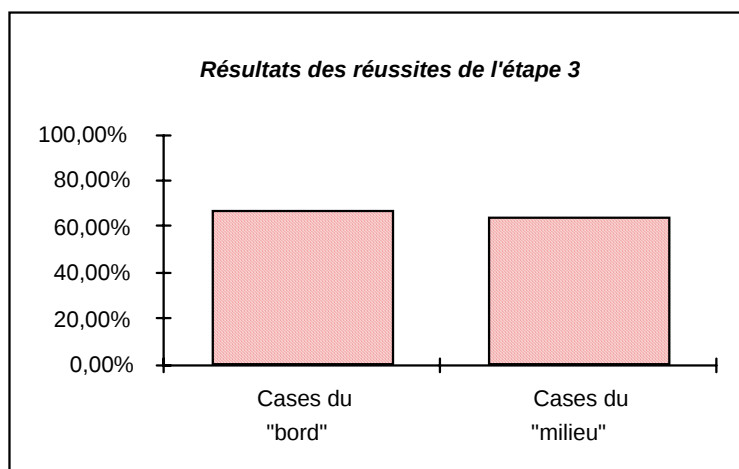
On constate qu'ils obtiennent, sur les mêmes alvéoles, de meilleurs résultats à l'étape 1 lors de la situation d'action, que dans les autres étapes, lors des situations de communication qui, elles, donnent des résultats assez proches.

Mais, malgré la difficulté particulière que présente l'étape 3, les résultats à cette étape sont plutôt meilleurs qu'à l'étape 2. Les élèves parviennent relativement bien à élaborer une stratégie pour résoudre le problème, grâce probablement aux connaissances qu'ils se sont constituées auparavant dans l'action, décrites plus haut dans l'étape 2.

Le deuxième élément de comparaison montre qu'à l'étape 3, les réussites des élèves aux problèmes qui leur sont posés sont peu dépendantes de la position de l'alvéole vide, comme le montre l'histogramme ci-dessous représentant les moyennes des pourcentages de réussites des élèves pour respectivement

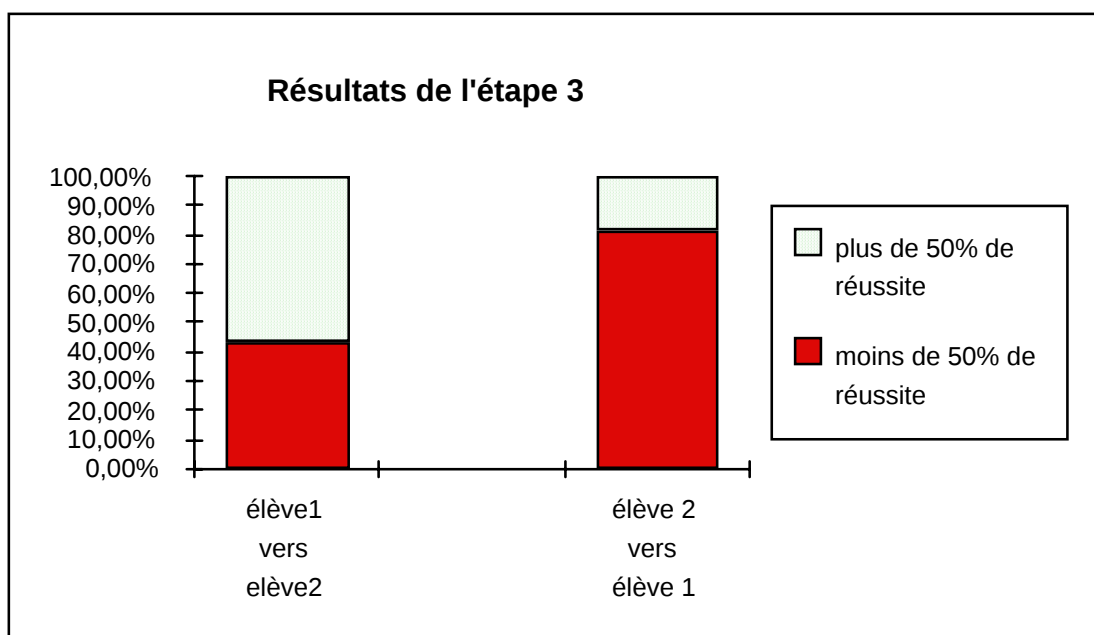
-8 alvéoles du « bord » (1,1) (1,2) (2,4) (3,1) (3,4) (5,1) (5,3) (5,4)

-6 alvéoles du « milieu » (2,2) (2,3) (3,2) (3,3) (4,2) (4,3)



L'hypothèse établissant que certaines cases seraient plus faciles à identifier que d'autres n'est donc pas vérifiée ici. Il n'y a pas suffisamment de résultats pour conclure à propos de l'étape 2.

Le troisième élément de comparaison porte sur la réussite des élèves en fonction du changement de rôle dans la communication, qui s'effectue de A vers B dans un premier temps, puis de B (qui joue le rôle de A) vers A (qui joue le rôle de B) dans un deuxième temps. Les élèves ont des réussites bien supérieures lors du changement de rôle dans la communication comme le montre l'histogramme :



Il semble que, autant pour A que pour B, des connaissances se soient construites. L'émetteur oral (élève A) avait été choisi parmi les élèves qui avaient le plus d'aisance verbale. Il semble donc qu'il y ait eu progrès des élèves B en particulier, alors que ceux-ci étaient a priori plus déficients.

Les progrès se traduisent par le fait que ces élèves passent par exemple d'informations de type « là, là, là... » (donc avec très peu de critères spatiaux ou géométriques) lors de l'étape 2 à des informations utilisant le repérage ligne colonne lors de l'étape suivante.

III - DEJA DE LA GEOMETRIE A L'ECOLE MATERNELLE?

Il a déjà été dit pourquoi le problème donné à l'élève dans les trois étapes est un problème spatial. Les élèves de l'école maternelle mobilisent pour le résoudre des connaissances spatiales. Il y a donc apprentissage (et contrôle) de l'espace ; et la perception joue un rôle important.

Mais, notamment dans la troisième étape où il y a communication, il s'avère qu'il n'est pas possible aux élèves de résoudre le problème par des moyens matériels seulement.

N'ayant plus les objets matériels (les alvéoles, les lignes...) sous les yeux, ils doivent les évoquer par un moyen (faire du doigt sur leur table une *représentation* de l'ensemble des alvéoles) ou par un autre (employez le langage « deuxième ligne / troisième colonne »).

Ils ne peuvent d'autre part qu'évoquer les relations qui lient ces objets puisqu'ils sont absents. Les relations ont alors un caractère plutôt théorique... d'autant qu'ils doivent les appliquer à des objets qui ne sont pas matériels.

En cela, les élèves mettent en œuvre selon nous à ce moment-là une part de connaissances théoriques, c'est-à-dire de connaissances géométriques, et qui servent en fait à la résolution du problème spatial.

Les activités en maternelle peuvent donc ne pas avoir pour unique objectif l'apprentissage de connaissances spatiales. Si, dans cette situation, les élèves mobilisent quelques connaissances géométriques ou en voie de le devenir, l'apprentissage de telles connaissances ne nous paraît pas pour autant terminé. Dans ce but, il pourrait être utile de proposer des problèmes dans des contextes variés, en changeant par exemple le type d'espace.

Dans les situations et les activités décrites, l'enseignement n'est pas conduit de façon ostensive ⁴. Les connaissances, sans avoir été enseignées auparavant aux élèves, apparaissent comme des outils dans la résolution de problèmes, à travers des situations qui ont donc vocation à être a-didactiques, le maître pouvant en particulier ne pas avoir d'intervention au plan des savoirs, et les élèves de leur côté pouvant accéder à la solution par eux-mêmes. Dans ces situations, il peut y avoir en effet « validation », au sens de Margolinas ⁵, c'est-à-dire détermination du vrai et du faux par l'élève sans aide du maître. Le milieu ⁶ constitué, c'est-à-dire tout ce sur quoi l'élève peut agir pour essayer de résoudre ou ce qui peut renvoyer des informations à l'élève, permet la validation. Cette validation s'effectue d'autant mieux que les critères nécessaires aux élèves pour s'assurer du vrai sont « modestes » : chaque alvéole comporte un seul jeton ou non. Ils reposent en effet sur l'évidence perceptive.

⁴ BERTHELOT et SALIN (1992) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Grand N n° 53, IREM Université J.Fourier, GRENOBLE 1.

⁵ MARGOLINAS C. (1993) De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques La Pensée sauvage Éditions.

⁶ BROUSSEAU G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique... RDM vol 7.2, La Pensée sauvage Editions.