PÉTALES ET FLEURS

Mireille GUILLERAULT
Robert NEYRET
Professeurs de mathématiques
I.U.F.M. de Grenoble

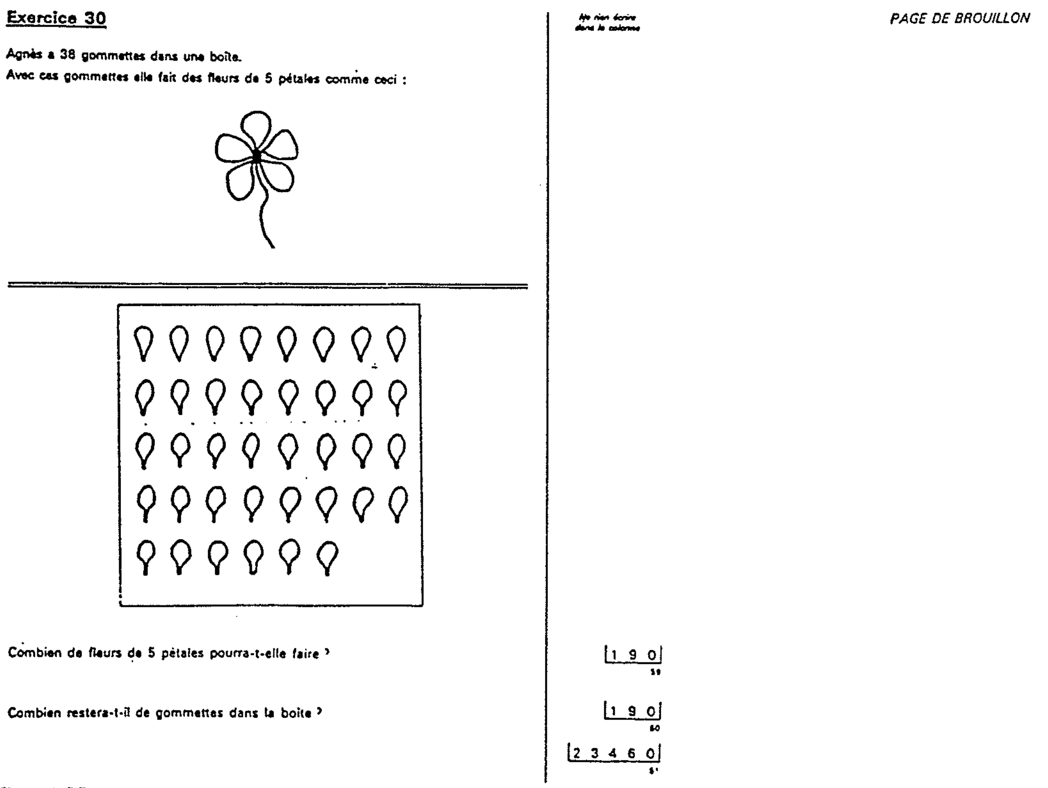
INTRODUCTION

L'activité décrite s'est déroulée dans la classe de Madame Tallandier avec pour point de départ un item de l'évaluation nationale de CE_2 en septembre 1993. La difficulté d'analyse des procédures des élèves pour résoudre le problème nous a incités à leur soumettre un autre problème s'appuyant sur le même contexte par ou avec modification d'un élément du texte initial. A partir de l'étude des nouvelles procédures mises en œuvre par les élèves, la maîtresse a été amenée à différencier le travail.

I - LE POINT DE DÉPART DE L'ACTIVITÉ

A - UN ITEM D'UNE ÉVALUATION CE_2

En Septembre 1993, dans le cahier d'évaluation CE_2, figure l'item suivant :


Exercice 30

Agnès a 38 gommettes dans une boîte.
Avec ces gommettes elle fait des fleurs de 5 pétales comme ceci :

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ?

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

Ne rien écrire dans la colonne

PAGE DE BROUILLON

1 9 0

1 9 0

2 3 4 6 0

«Grand N» n° 58 pp. 17 à 38, 1995-1996

L'objectif annoncé est de «Résoudre une situation de partage et de groupement». Les objets sont disposés sur cinq lignes, quatre lignes de huit, une ligne de six. La disposition en cinq lignes peut inciter à grouper les éléments par 5, en utilisant les éléments situés dans une même colonne.

Le nombre de gommettes dessinées n'est pas trop grand : le dessin figurant les groupements par 5 est donc possible, de même que les calculs faisant intervenir les multiples de 5. Le nombre 5 (écrit en chiffre) a certainement été choisi en raison des facilités de calcul engendrées par les connaissances des enfants disponibles en principe à la fin du CE_1 (comptage de 5 en 5 et calculs particulièrement faciles à partir des multiples de 5). Le nombre 38 est indiqué, ce qui peut justement inciter les élèves à procéder par des procédures de comptage ou de calcul.

Cependant la présence de dessin en fait plus un problème de groupement qu'un problème simple relevant de la division euclidienne.

B - LES RÉSULTATS, LES PROCÉDURES OBSERVÉES

1 - Les résultats globaux (en termes de réussite et d'échec)

En utilisant les codes définis dans le document national, nous obtenons les résultats suivants, mis en regard avec les résultats nationaux.

Pour la question : *Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ?*

	Résultats de la classe		
Code	1	9	0
Élèves	18	5	0
	78,3 %	21,7 %	0 %

Résultats nationaux		
1	9	0
66, %	25,6 %	7,5%

Codage : code 1 : Réponse exacte : 7
code 9 : Autre résultat
code 0 : Absence de réponse

Pour la question : *Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?*

	Résultats de la classe		
Code	1	9	0
Élèves	15	8	0
	65,2 %	34,8 %	0 %

Résultats nationaux		
1	9	0
68,3%	23,6%	8,1%

Codage : code 1 : Réponse exacte : 3 ou 38 - 35 = 3 ou 38 - 35 ou 35 + · = 38
code 9 : Autre résultat
code 0 : Absence de réponse

Pour la première réponse, les résultats au niveau de la classe (dont il faut prendre les pourcentages avec prudence) sont un peu meilleurs qu'au niveau national, en partie sans doute parce que tous les élèves donnent une réponse. La diminution des réponses exactes pour la deuxième question (résultats plus faibles qu'au niveau national) peut s'expliquer par les procédures utilisées, ce que nous allons voir à présent.

Remarque

Les résultats au niveau national sont très proches (légèrement supérieurs) à ceux obtenus les années précédentes sur des énoncés équivalents.

2 - Les procédures utilisées

2.1. L'analyse au niveau national

En utilisant le codage national, nous obtenons les résultats suivants :

	Résultats nationaux				
Code	2	3	4	6	0
Résultats	7,7 %	5,1 %	47,8 %	3,5 %	35,9 %

Codage des procédures :

code 2 : calcul numérique, quel qu'il soit
code 3 : dessin de fleurs
code 4 : dessin de groupements
code 6 : procédure mixte
code 0 : pas de procédure apparente

Les résultats sont en fait difficiles à interpréter.

On peut relever la faiblesse des procédures numériques, due sans doute à la présence du dessin dans l'item proposé. Le statut du dessin comme support d'une procédure utilisée par les enfants n'est pas très clair : il peut servir soit comme procédure de résolution, soit comme procédure de validation d'un calcul (qu'il soit écrit ou mental).

Inversement des calculs sans trace de dessins sont possibles, notamment lorsque les enfants utilisent leurs doigts pour figurer les groupements et qu'ils utilisent parallèlement un calcul mental.

Les procédures par calcul mental ou par utilisation du dessin sans trace écrite ne sont d'ailleurs pas prises en compte alors que, manifestement, elles conduisent certains enfants à la réussite puisque le codage 0 (pas de procédure apparente : 35,9 %) est supérieur au total des non-réussites (31,7 %).

Le commentaire fait à propos des résultats nationaux est le suivant :

«Les élèves ont pu utiliser plusieurs démarches. La procédure de groupement a souvent été privilégiée (75 % des procédures apparentes, soit 47,8 % de l'ensemble des élèves). Dans tous les cas, il leur a fallu procéder méthodiquement.

Il était nécessaire de demander aux élèves de laisser des traces des procédures qu'ils ont utilisées, pour pouvoir les faire évoluer ou en proposer éventuellement d'autres.

Les élèves cherchent parfois à mettre en œuvre des procédures expertes et répugnent à revenir à des procédures qui leur paraissent plus simplistes, mais qui leur permettraient pourtant de trouver la solution».

Compte tenu du type de recueil de données effectué et du codage proposé, il paraît difficile d'aller plus loin dans les commentaires au niveau national. Nous allons regarder d'un peu plus près les procédures utilisées par les enfants de la classe.

2.2. L'analyse au niveau de la classe

Comparaison des procédures au niveau de la classe et au niveau national.

	Résultats de la classe				
Code	2	3	4	6	0
Élèves	2	1	15	1	4
	8,7 %	4,3 %	65,2%	4,3 %	17,4%

Résultats nationaux				
2	3	4	6	0
7,7 %	5,1 %	47,8%	3,5 %	35,9%

La majorité des élèves réalise des groupements sur le dessin proposé (sans d'ailleurs utiliser le fait qu'il y a 5 pétales par colonnes).

Si nous croisons selon ce premier critère (utilisation ou non utilisation apparente du support dessiné), nous obtenons les résultats suivants :

	Utilisation du support dessiné	Non utilisation apparente du dessin	Totaux
Réussite aux deux questions	14	3	18
Échec	3	3	5
Totaux	17	6	23

L'utilisation du support dessiné entraîne plus de réussite chez les élèves que les procédures n'utilisant apparemment pas le dessin, comme nous pouvons le voir en annexe 1 par une analyse plus complète des procédures.

Le support dessin est donc utilisé de manière massive par les enfants, mais il est difficile de savoir si certains ne s'en servent pas simplement comme support à des calculs mentaux. Inversement, certains enfants capables de mettre en œuvre des procédures de calcul peuvent penser qu'il faut utiliser le dessin puisqu'il est fourni. Ceux qui semblent s'en détacher en se servant de procédures de comptage et de calcul risquent de faire des erreurs.

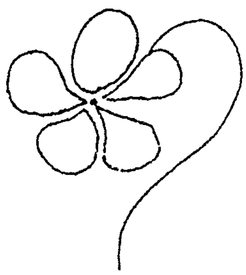
Cette évaluation rend difficile l'analyse des procédures des enfants. D'autre part, le type de problème proposé, risquant de les enfermer dans un type de démarche déjà maîtrisée, n'en fait pas un point de départ pour un apprentissage (apprendre à résoudre un problème par le calcul) : c'est pourquoi nous avons envisagé un nouveau problème.

II - LE NOUVEAU PROBLÈME PROPOSÉ

A - LE PROBLÈME PROPOSÉ

Nous avons proposé (deux mois après la passation de cette évaluation, afin que les enfants n'aient plus le souvenir de l'item donné au mois de Septembre à propos duquel aucune correction n'avait été faite) le même texte, mais sans que figure cette fois le dessin des gommettes :

Agnès a 38 gommettes dans une boîte.
Avec ces gommettes, elle fait des fleurs de 5 pétales
comme ceci :

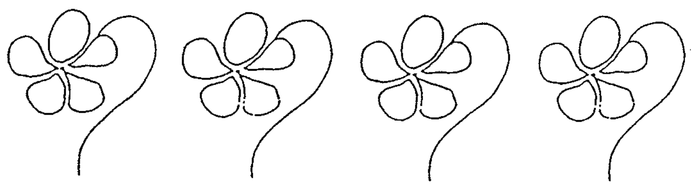


Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle
faire ?

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

Une différenciation préalable a été réalisée auprès des deux enfants (Manon et Gary) qui ne semblent pas distinguer les mots «fleurs» et «pétales». Elle a consisté en la résolution des deux exercices suivants :

Exercice 1



Combien Marie a-t-elle fait de fleurs ? ....

Combien a-t-elle utilisé de pétales ? ....

Exercice 2

Paul a fait 4 fleurs et a utilisé 20 pétales.

Dessine ce qu'il a fait.

Les deux enfants ont été capables de résoudre correctement ces deux petits exercices. Du fait des dessins de fleurs avec leurs pétales, le premier les amène bien à distinguer ces deux éléments.

Quant au second, il leur permet de dessiner sans difficulté les fleurs avec 5 pétales et de vérifier le nombre total de pétales avec l'information fournie de 20 pétales qui en fait est redondante.

B - LES RÉSULTATS, LES PROCÉDURES UTILISÉES

1 - Les résultats

En reprenant les codes habituels pour réussite (1), échec (9) ou exercice non fait (0), nous obtenons les résultats suivants pour les deux questions (il y a à présent 25 élèves).

Pour la question : *Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ?*

	Résultats de la classe		
Code	1	9	0
Élèves	16	9	0
	64 %	36 %	0 %

Pour la question : *Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?*

	Résultats de la classe		
Code	1	9	0
Élèves	13	12	0
	52 %	48 %	0 %

Par rapport au problème précédent nous constatons une baisse de la réussite globale, qui montre que la suppression du dessin, qui induit une procédure particulière, crée au niveau des enfants une difficulté supplémentaire, sans en faire un problème très difficile pour ce niveau de classe. Il nous faut regarder à présent les procédures utilisées ainsi que les erreurs commises pour nous rendre compte plus précisément de la manière dont les enfants s'adaptent à ce nouveau problème.

2 - Les procédures utilisées

2.1. Classification par rapport à l'usage du dessin

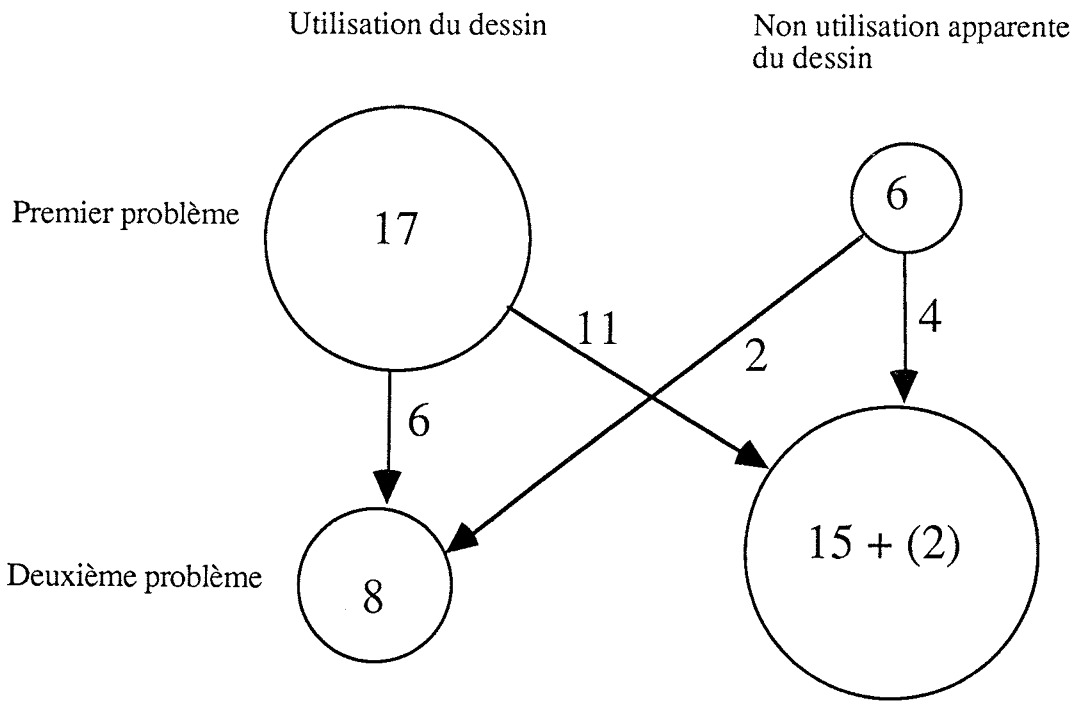
Une première classification des procédures sépare les procédures utilisant un dessin ou une représentation de celles ne les utilisant pas. Cela nous permet d'analyser ce nouveau problème en liaison avec le précédent.

	Utilisation d'un dessin	Non utilisation du dessin	Totaux
Réussite aux deux questions	3	10	13
Échec	5	7	12
Totaux	8	17	25

L'utilisation de dessins et de représentations est minoritaire et conduit à plus d'échecs que de réussites. Par contre les autres procédures que nous allons analyser (essentiellement des procédures de calcul) ont un meilleur taux de réussite.

Sur le schéma suivant, nous avons mis en évidence comment s'est effectué le passage d'un problème à l'autre :

- d'une part, pour les élèves ayant utilisé un support dessiné,
- d'autre part, pour ceux ne l'ayant apparemment pas utilisé.



Précisions

- les nombres figurant dans les cercles indiquent la répartition pour les deux problèmes selon le critère d'utilisation du dessin,
- les nombres inscrits près des flèches montrent comment s'est réalisée la nouvelle répartition pour le deuxième problème,
- pour le deuxième problème, il y avait deux enfants de plus (que l'on trouve dans ceux n'ayant pas utilisé de dessins).

L'observation de ce schéma amène à considérer de nouveau avec prudence les observations de l'évaluation initiale. Les deux enfants qui utilisent le dessin dans le deuxième problème ont très bien pu l'utiliser dans le premier de manière cachée, par exemple en pointant avec leurs doigts des éléments du dessin. Inversement les onze enfants qui s'orientent vers le calcul dans le deuxième problème, ont très bien pu mettre en œuvre un calcul mental dans le premier.

2.2. Classification plus fine, et résultats

Nous distinguons les procédures suivantes :

• *Des procédures utilisant un dessin ou une représentation* figurative ou schématique des gommettes ou des fleurs.

Procédure dessin : Réussites : 3, Échecs : 4

Il s'agit d'un comptage de groupements de 5 gommettes effectué sur cette représentation. La réponse peut alors être implicite (dessin seul des 7 fleurs). Elle peut être explicite, c'est-à-dire exprimée soit par le nombre de fleurs (7), soit par une phrase (Agnès peut faire 7 fleurs).

(Voir en annexe 2, la procédure de réussite de Rachel).

• *Des procédures de comptage et de calcul*

Procédure additive : Réussites : 7 Échecs : 4

L'élève compte des gommettes de 5 en 5, soit par calcul mental (comptage de 5 en 5), soit en s'appuyant sur un calcul écrit, soit en faisant intervenir les deux. Il arrive ainsi jusqu'à 35, plus grand multiple de 5 inférieur à 38, puis éventuellement, recherche le complément à 38 pour déterminer le reste.

Cette procédure peut prendre un caractère spécifique en raison de l'utilisation par les élèves de groupements par 10. Ceci est dû au choix de la valeur 5 qui constitue un cas particulier (5 est un nombre privilégié : c'est la moitié de 10, base du système décimal).

(Voir en annexe 2, les procédures de réussite de Suzie et Virginie).

Nous avons regroupé sous cette rubrique les élèves ayant procédé par calcul mental sans laisser de trace écrite. On ne sait pas s'il n'ont pas utilisé un calcul soustractif ou multiplicatif, mais on a pu remarquer qu'à ce moment de l'année, lorsque les enfants utilisent ce type de calcul, ils laissent toujours une trace écrite.

Les enfants utilisent majoritairement ce type de procédure qui les conduit quasiment tous à la réussite. En effet pour trois élèves comptés dans les quatre échecs, le nombre de fleurs est exact, ce n'est que sur le reste que l'on trouve des erreurs ($35 + 2 = 38$ par exemple ou $38 - 35 = 2$).

Procédure soustractive : Réussite : 1

L'élève fait des soustractions successives. Il compte les gommettes restantes en ôtant 5 à chaque fois et trouve (s'il ne fait pas d'erreur) 33, 28, 18, ...3.

Procédure multiplicative : Réussites : 2, Échec : 1

L'élève fait des tentatives soit en écrivant la suite des multiples de 5 (5, 5×2, 5×3, 5×4... jusqu'à $5 \times 7 = 35$), soit en essayant tout de suite un multiple de 5 proche de 35, puis en ajustant.

(Voir en annexe 2, la procédure de Gaëlle)

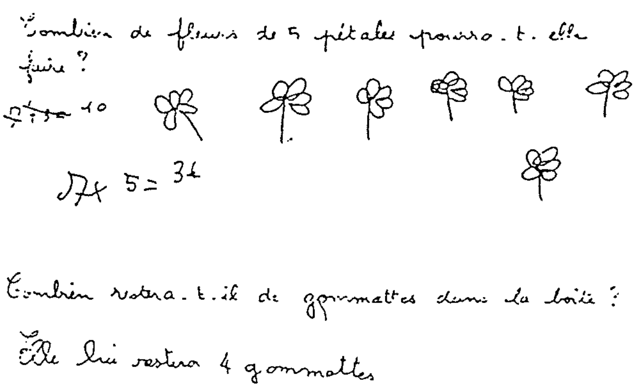
• *Procédures sans signification ou non interprétables (notées autres). Échecs : 2*

Nous résumons ces résultats concernant les procédures dans un tableau de synthèse.

Procédure	autres	dessin	addition	soustraction	multiplication	
Réussite	0	3	7	1	2	13
Échec	2	5	4	0	1	12
	2	8	11	1	3	25

Remarque

Dans certains cas, la présence d'une écriture multiplicative n'assure pas que l'élève a utilisé une procédure multiplicative.



Ainsi sur la feuille de **Manon**, figurent à la fois l'écriture 7 x 5 = 34 et le dessin de 7 fleurs. Selon notre hypothèse, Manon a dessiné les fleurs, puis a exprimé le dessin par une écriture multiplicative (7 fois 5). 34 est obtenu soit par un comptage erroné, soit en raison d'une mémorisation défaillante.
C'est pourquoi, nous l'avons placée plutôt dans le groupe ayant utilisé la procédure dessin.

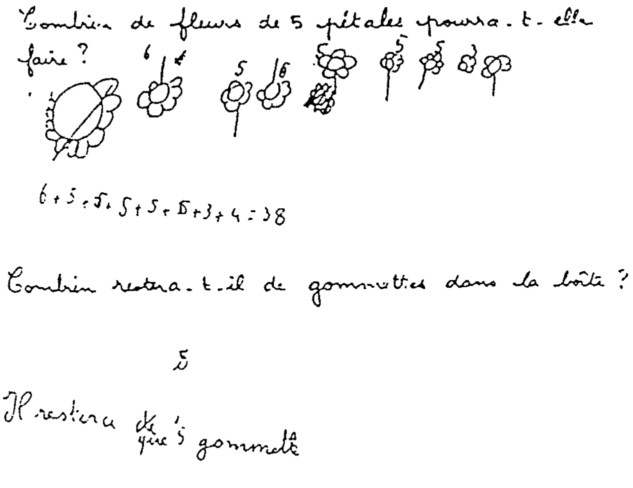
3 - Nécessité de différencier

3.1. Quelques travaux d'élèves

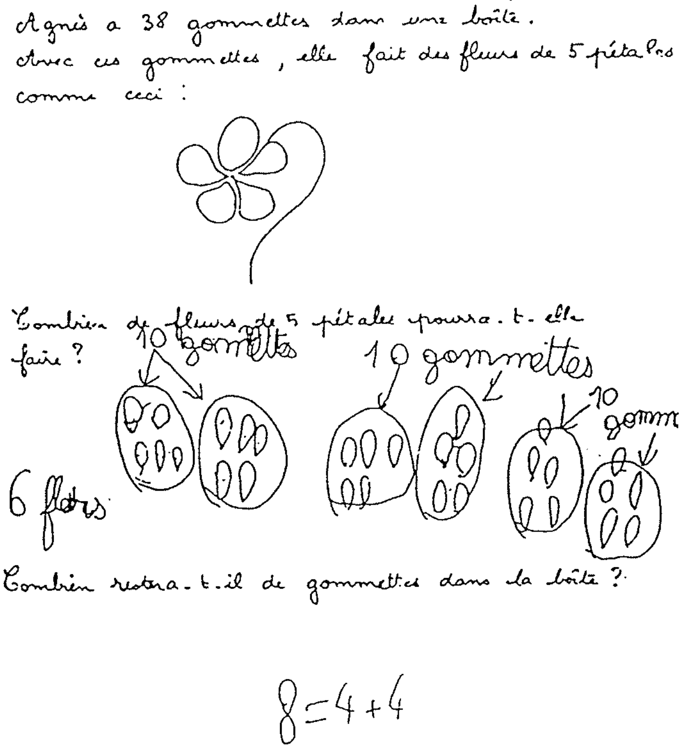
Nous examinons maintenant quelques erreurs commises par différents élèves au cours de démarches relevant des procédures décrites précédemment :

• **Procédure dessin**

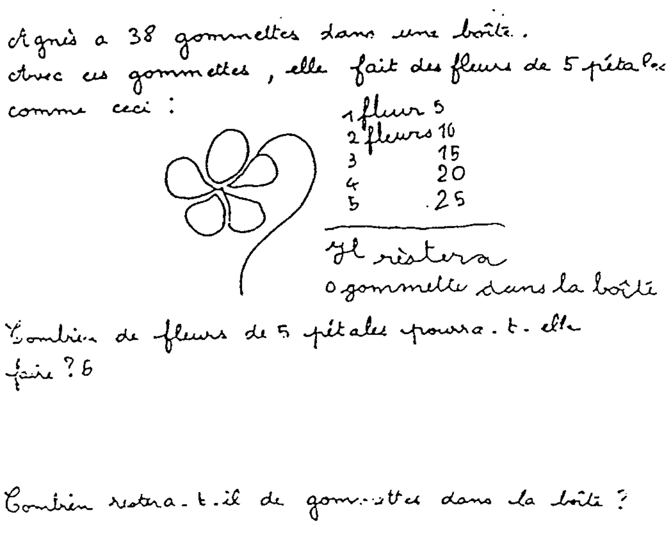
Jennifer ne respecte pas la consigne : elle dessine des fleurs ayant de 6 à 3 pétales. De plus, elle propose 5 comme reste.



Yann n'a pas dessiné d'emblée les 38 gommettes, mais il les dessine au fur et à mesure. Quand il dessine deux paquets de 5, il les regroupe pour faire une dizaine de gommettes en écrivant à côté «10 gommettes»... Alors qu'il ne lui reste plus que 8 gommettes, il n'arrive pas à décomposer ce nombre ou à retrouver le sens du problème initial. Il partage 8 en deux paquets égaux et répond alors «6 fleurs».



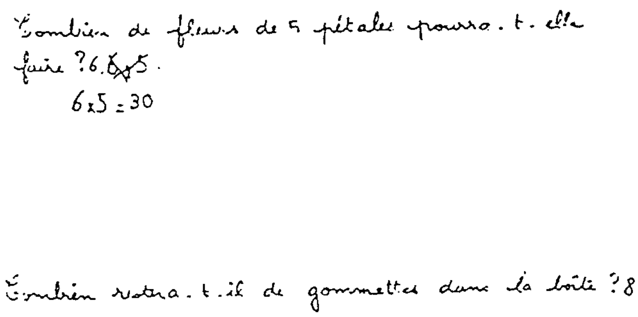
• **Procédure additive**



Elsa utilise une procédure additive en comptant de 5 en 5. On peut se demander si cela ne déclenche pas le «déroulement» de la table de 5 par mémorisation car elle est bloquée à 25. On peut penser qu'elle n'arrive pas à donner une signification au reste et répond 0 pour la valeur de celui-ci.

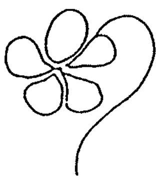
• **Procédure multiplicative**

Hugues utilise une procédure multiplicative. Il s'arrête à 6 x 5 = 30, soit parce que ses connaissances du répertoire multiplicatif sont trop limitées, soit parce qu'il reconnaît le nombre 30, lu ou entendu dans la donnée du nombre 38. C'est peut-être la conséquence du travail systématique mettant en évidence dizaines et unités.



• Procédures sans rapport avec le problème

Agnès a 38 gommettes dans une boîte.
Avec ces gommettes, elle fait des fleurs de 5 pétales comme ceci :



$$\begin{array}{r} 38 \\ +\ 5 \\ \hline 43 \end{array}$$

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? 43

Elodie effectue un calcul qui n'est pas approprié. Elle additionne les deux données numériques du problème : elle n'a pas compris le sens du problème.

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ? 0

Nous plaçons les noms des élèves que nous venons de repérer dans le tableau de synthèse obtenu précédemment.

Procédure	autres	dessin	addition	soustraction	multiplication	
Réussite	0	3 Rachel	7	1	2	13
Échec	2 Elodie	5 Yann Jennifer	4 Elsa	0	1 Hugues	12
	2	8	11	1	3	25

Les élèves (15 au total) qui figurent dans les cases entourées posent problème.

En effet, l'analyse de ce tableau montre qu'il reste un nombre important d'élèves (2 + 5, parmi lesquels Elodie, Yann et Jennifer) qui, soit ne donnent pas de signification au problème, soit gèrent de manière inadéquate des dessins pour résoudre le problème. Il va falloir être particulièrement attentif à ces enfants car, à ce niveau, on vise à faire en sorte que non seulement les enfants donnent du sens au problème proposé, mais qu'ils soient à même de gérer des procédures de calcul.

Cela implique aussi que les trois enfants qui ont réussi le problème à l'aide d'un dessin soient capables de le résoudre aussi avec un calcul, d'où une attention apportée aux élèves comme Rachel.

Enfin les quatre enfants qui ont échoué avec des calculs additifs ou multiplicatifs doivent pouvoir être en situation de réussite dans un tel problème.

3Quant aux élèves qui ont réussi le problème proposé, il est nécessaire de les «nourrir» en leur proposant une activité à leur mesure qui puisse éventuellement faire évoluer leurs procédures.

Ainsi, à la fin de ce nouveau problème, nous renonçons à une mise en commun, dont on sait qu'elle n'apporte pas forcément une aide aux enfants qui en ont le plus besoin. Une différenciation des activités est envisagée.

III - DIFFÉRENCIATION DU TRAVAIL

A - LES INTENTIONS DE L'ENSEIGNANT

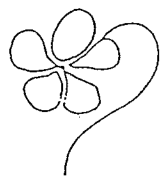
Compte tenu des résultats obtenus précédemment et de la connaissance qu'a la maîtresse de ses élèves, nous allons pouvoir envisager une différenciation du travail. Trois tâches différentes sont proposées aux élèves :

• Ceux qui ont réussi le dernier problème avec 38 gommettes, reçoivent le même énoncé avec 123 gommettes (**Énoncé 1**). On peut espérer, en rendant coûteuses les procédures s'appuyant sur des dessins ou des représentations, faire utiliser par tous les enfants des procédures de calcul. De la même façon, en rendant le calcul additif coûteux, on espère favoriser l'utilisation d'un calcul multiplicatif.

• Ceux qui ne sont pas «entrés» dans le problème, c'est-à-dire ceux pour lesquels le problème ne semble pas avoir de signification, reçoivent un énoncé un peu modifié qui sera lu avec l'aide de la maîtresse.

Énoncé 2

Jean a 49[1] gommettes dans une boîte.
Avec ces gommettes, il fait des fleurs de 5 pétales comme ceci :



Dessine toutes les fleurs qu'il peut faire.
Combien en trouves-tu ?
Combien reste-t-il de gommettes ?

En donnant aux enfants une consigne les invitant à dessiner, on espère qu'ils se feront une meilleure représentation du problème et qu'ils pourront utiliser une procédure s'appuyant sur le dessin pour résoudre le problème.

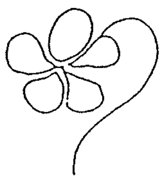
1. Notons que le choix de 49 n'est pas particulièrement heureux. Le nombre de fleurs cherché (9), quotient entier de 49 par 5 (49 = 5 x 9 + 4) est égal au nombre des unités dans le nombre 49 et le reste (4) (une fois les fleurs constituées) est égal au nombre des dizaines dans 49. Ces coïncidences peuvent troubler des enfants qui ont des difficultés. Le choix de 47 aurait été sans doute plus judicieux.

L'ordre de grandeur (49 au lieu de 38) est sensiblement le même. On pourrait penser que le choix d'un nombre nettement plus petit (par exemple 23) permettrait des dessins plus simples et rendrait les calculs additifs réitérés plus maîtrisables par les enfants. Mais la maîtresse a fait le choix de 49, identique avec le nombre intervenant dans l'énoncé 3, pour rendre possible, au cours d'une mise en commun, des échanges entre élèves de groupes différents afin de favoriser l'appropriation de procédures de calcul.

• Les autres élèves, ayant une procédure inachevée ou erronée, reçoivent un texte plus explicite que le deuxième problème puisqu'on précise qu'on veut faire le plus de fleurs possible et que toutes les fleurs ont cinq pétales chacune.

Énoncé 3

Jean a 49 gommettes dans une boîte.
Avec ces gommettes, il fait des fleurs de 5 pétales comme ceci :



Il veut en faire le plus possible et toutes ses fleurs ont 5 pétales chacune.
Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-il faire ?
Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

Ce problème convient bien pour la plupart des élèves ayant fait des erreurs ou n'ayant pas achevé une méthode. Par contre on peut se demander si pour les trois élèves ayant utilisé une procédure additive, en faisant une erreur de calcul pour trouver le reste, il n'aurait pas été plus intéressant de leur proposer l'énoncé 1 avec l'objectif de faire évoluer leur procédure.

Remarque : Pour aider les enfants qui, comme Hugues, trouvent un reste supérieur à 5 à prendre conscience de leur erreur, il est important que le chiffre des unités soit supérieur à 5.

B - RÉSULTATS DE CETTE PROPOSITION DE DIFFÉRENCIATION

1 - Pour les enfants ayant réussi

• Le passage de la valeur de 38 à 123 pour les enfants qui avaient réussi, pousse certains d'entre eux vers des procédures de calcul (Rachel , Alexia, Gary).

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-il faire?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
5.10.15.20.25.30.35.40.45.50.55.60.65.70.75.80.85
18 19 20 21 22 23 24
90.95.100.105.110.115.120

24

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte?

3

Rachel a abandonné la représentation schématique des groupements par 5 qui se serait révélée très fastidieuse pour 123 gommettes. Elle utilise une procédure additive de comptage de 5 en 5 assez proche de sa première procédure : elle continue d'écrire le nombre de groupements réalisés au fur et à mesure. Elle repasse ainsi à l'utilisation des nombres pour résoudre le problème.

Gary, après avoir fait une représentation d'une fleur (5 traits), s'engage dans un calcul additif au cours duquel il semble qu'il ait utilisé le calcul de 10 en 10, hypothèse qui nous est suggérée par l'écriture des 5 par paquets de deux comme on peut le voir sur la deuxième ligne.

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-il faire? ~~120~~
24 f

5+5 +5 +5 + 5 +5 +5 + 5 +5 + 5 +5 +5 +5 +5 +5 +5 +5
5+5 + 5 +5 +5+5

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte?
3

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-il faire? ~~14~~ 2

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte?

Élise, à l'inverse de Rachel, Alexia et Gary, avait trouvé la solution par un calcul mental pour 38 gommettes. Elle a besoin maintenant d'un dessin, certes très épuré, qui semble soutenir son calcul de 5 en 5 jusqu'à 123.

Les autres sont fidèles à leur procédure et réussissent. **Fabrice** n'hésite pas à écrire une suite impressionnante de soustractions. Aucun ne passe du calcul additif au calcul multiplicatif, mais **Stéphanie** sait adapter son calcul multiplicatif à un nombre qui n'est plus voisin d'un nombre de la table de 5, en procédant par des essais comme on peut le remarquer sur sa feuille.

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-il faire?

123-5=118
118-5=113
113-5=108
108-5=103
103-5=98
98-5=93
93-5=88
88-5=83
83-5=78
78-5=73
73-5=68
68-5=63
63-5=58
58-5=53
53-5=48
48-5=43
43-5=38
38-5=33
33-5=28
28-5=23
23-5=18
18-5=13
13-5=8
8-5=3

24

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte?

3

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-il faire?

5 24 = 120 → 5 × 24 = 120

3 + 120 = 123   120 + 3 = 123

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte?

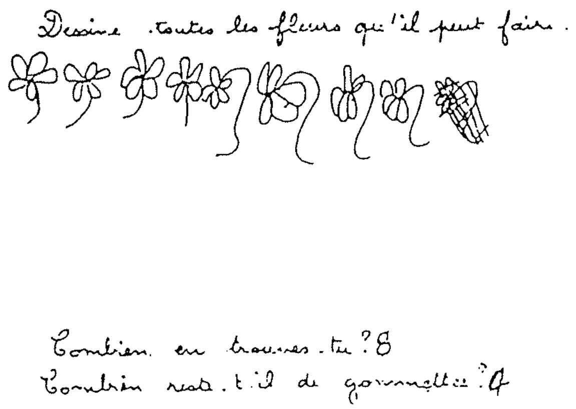
3

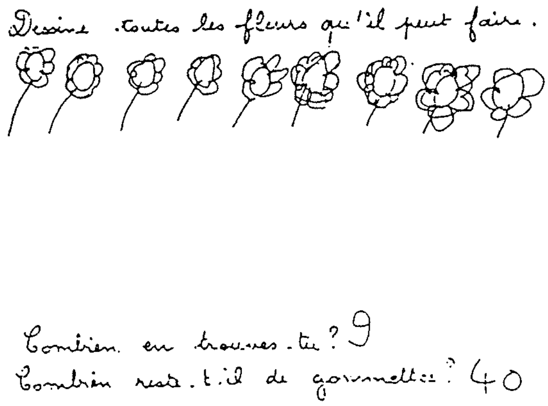
120 3 123

2 - Pour les enfants ayant eu des difficultés

• En exigeant un dessin, dans l'énoncé 2, on conduit à une appropriation du problème les quatre enfants en échec. Cependant Elodie ne donne toujours pas de sens au reste. Les enfants avaient souvent hésité au moment où ils dessinaient. La possibilité de calculer pour contrôler leur dessin a émergé chez certains.

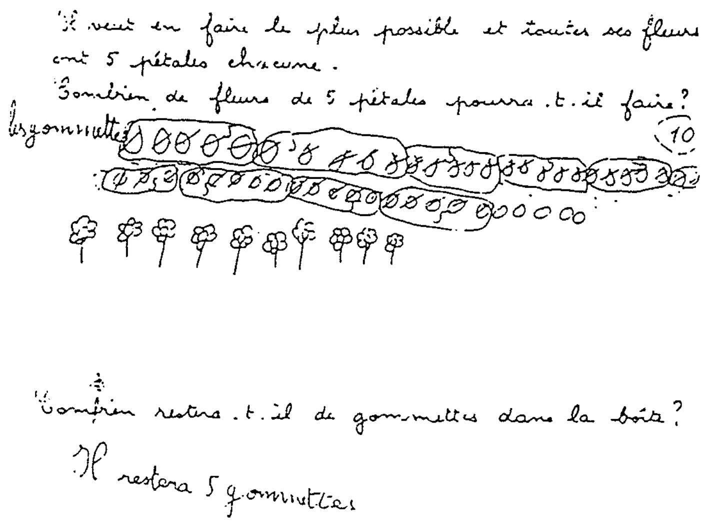
Elsa dessine 9 fleurs. Un calcul probable de 5 en 5 jusqu'à 45 mais une erreur de pointage la conduit à barrer une fleur. Cela lui permet de trouver le reste exact (4). Le comptage du nombre de fleurs est alors de 8.





Elodie a bien mis en œuvre une procédure s'appuyant sur la représentation des fleurs : elle a dessiné les 9 fleurs attendues. Cependant elle ne gère pas le reste. L'interprétation de sa réponse pose problème. C'est sans doute en rapport avec l'ambiguïté due au choix du nombre 49.

En ce qui concerne l'énoncé 3, l'explicitation du reste permet une meilleure compréhension pour Stéphane, Manon et Jennifer :



Jennifer a dessiné 10 groupements de 5 gommettes représentées par des ronds. Elle a entouré ensuite 9 groupements de 5 gommettes en cochant les ronds pour ne pas se tromper et a dessiné les fleurs correspondantes. Elle a bien répondu à la première question avec cette méthode. Il reste 5 gommettes, ce qu'elle constate à la dernière question. Elle a peut-être fait une erreur de comptage dès le début, mais les 5 gommettes pourraient lui permettre de faire une fleur de plus.

Rien de ce qui a été proposé ne permettait de remédier aux erreurs de calcul. Une mise en commun de quelques procédures a permis de mettre en évidence leur grande variété.

L'examen des procédures de ceux qui avaient reçu l'énoncé 1 (par exemple celles d'Alexia, Rachel et Gary) avait aussi pour but de permettre aux mêmes élèves de se persuader que l'on pouvait se passer des dessins.

Les propositions de reste supérieurs à 5 ont été vivement combattues et par la suite corrigées.

CONCLUSION

Nous avons montré que l'item d'évaluation, tel qu'il était posé, ne permet pas de faire réellement le point sur les procédures des élèves. En effet, ils peuvent conjointement utiliser le support dessin et résoudre le problème à l'aide d'un calcul mental.

Nous ne disposions pas de suffisamment d'informations pour envisager de faire évoluer ou faire abandonner certaines procédures.

C'est pourquoi un énoncé modifié a été proposé aux élèves mettant en évidence une grande variété des procédures utilisées par ceux-ci.

Pour permettre à tous les élèves de profiter d'une mise en commun, nous avons au préalable organisé une différenciation des activités en rédigeant trois énoncés différents mais issus de la même situation.

Cette organisation de l'activité a permis une sortie honorable du problème pour les élèves que nous avions repérés comme étant le plus en difficulté dans l'énoncé correspondant à la séquence d'apprentissage : ils ont réussi un problème, mais ont-ils pour autant progressé vers une résolution par le calcul ?

Même si peu de changements de procédures ont été observés, il n'en reste pas moins que, globalement, les enfants ont pu prendre conscience que les procédures de calcul, quand les nombres sont grands, sont plus efficaces que celles ayant recours aux dessins. Certains ont pu aussi adapter leurs calculs au nouveau problème proposé.

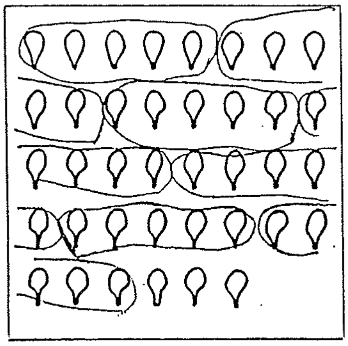
Note : Nous avons utilisé les éléments de correction rédigés par l'équipe du LADIST de l'université de Bordeaux 1 dans le document *«Annales 1994 du concours de recrutement des professeurs des écoles (mathématiques)»* à propos du sujet proposé dans l'académie de Grenoble. Celui-ci avait été construit à partir des documents recueillis dans la classe où s'est déroulée l'expérimentation.

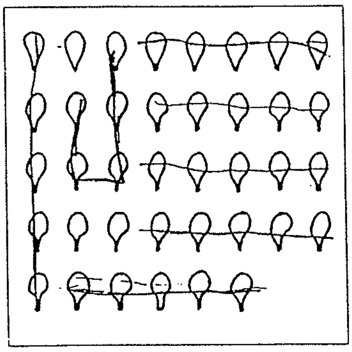
Annexe 1 : procédures utilisées dans l'item d'évaluation (problème 1)

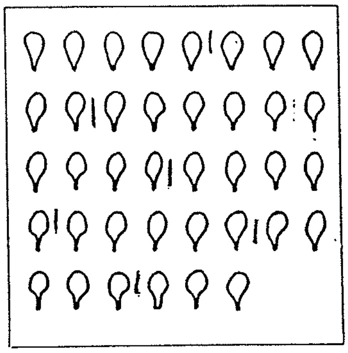
Les procédures s'appuyant sur le dessin

• Parmi les 14 élèves qui réussissent :
- 8 entourent des paquets de 5,
- 1 relie les gommettes par des lignes de 5,
- 2 comptent probablement cinq gommettes, placent des traits et recommencent.

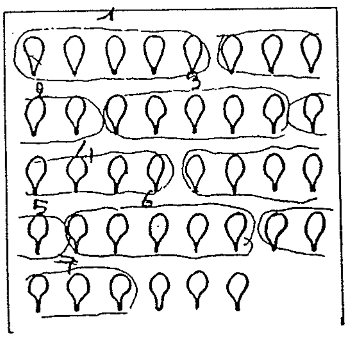
Nous obtenons ainsi les diverses représentations :

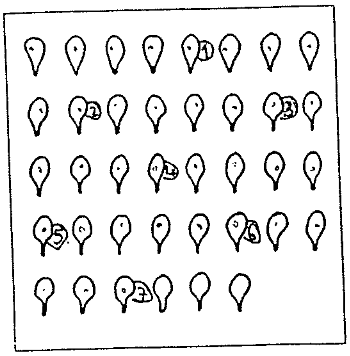






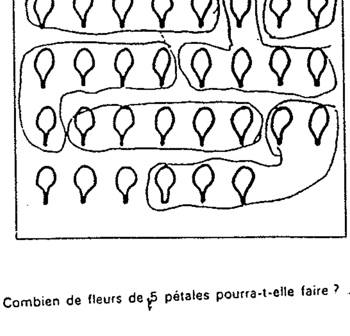
- 3 élèves numérotent des paquets, dont 2 en groupant les gommettes, 1 en utilisant les numéros comme séparateurs.





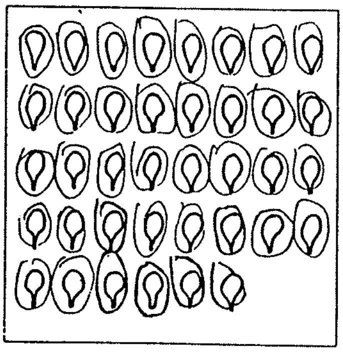
• Parmi ceux qui ne réussissent pas

Suzy fait une erreur de comptage de paquets maladroitement dessinés. Le fait qu'elle barre le 6 montre qu'elle n'est pas sûre de son résultat. Le reste trouvé est par ailleurs correct.



Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? ~~6~~

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

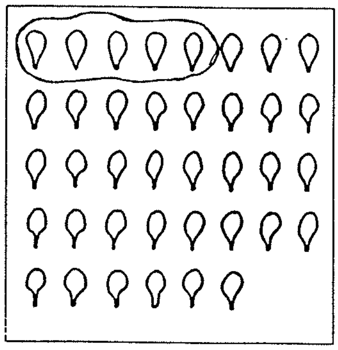


Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? ~~35~~

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ? 3

Gary entoure chaque élément du dessin et en déduit le reste correct. Il a donc mis sans doute en route une procédure de comptage jusqu'à 35 comme en témoigne la présence du 35 barré qui correspond à 7 comptage de 5.
Soit il n'a plus les moyens de se remémorer le nombre de fois où il a compté jusqu'à 5, soit il confond pétales et fleurs.

Marlène se contente de dessiner une fleur : interprétation personnelle de la consigne qui ne précise pas qu'il faut trouver le plus grand nombre de fleurs possible ?



Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? 1 fleurs

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ? 33

Les procédures qui semblent ne pas s'appuyer sur les dessins

Avec des traces de calcul

Hugues produit une écriture additive dont on peut penser qu'elle est le support d'un calcul mental. Le total n'est pas indiqué, mais il l'utilise implicitement pour déterminer le reste. Le comptage du nombre de fois où le nombre 5 est écrit, lui permet de trouver le nombre cherché de fleurs.

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 7

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ? 3

Alexia écrit :
5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35.

Elle en déduit 7 paquets, puisque son écriture le lui permet, mais n'explicite pas le reste qui nécessite un changement de point de vue : comptage de 35 à 38, calcul de différence.

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? 7

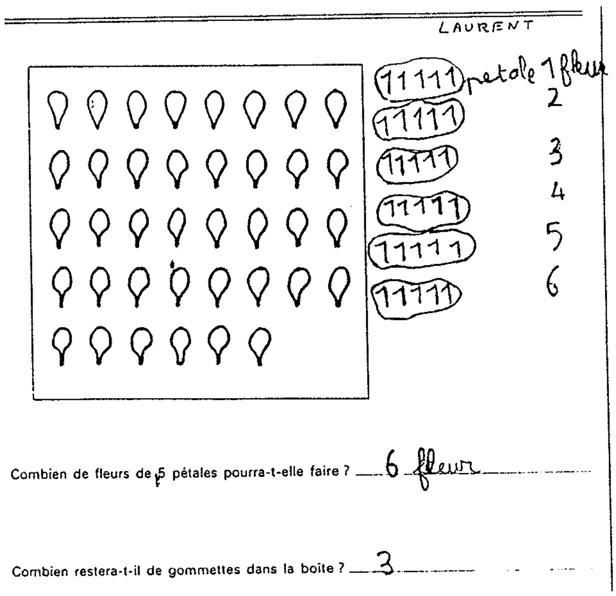
Combien restera-t-il de gommettes dans la boite ?

5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35

38. 2

Sans traces de calcul

Laurent amorce un comptage de 1 en 1 ou de 5 en 5 en reconstituant des paquets de 1 simulant les pétales, ce qui lui permet de mettre en regard le nombre de fleurs constituées. Faute d'un contrôle sur le nombre de pétales utilisés, il «oublie» de former une fleur, mais par contre est capable d'indiquer le reste correct.



Mickael donne les réponses sans explications, ainsi que **Rachel** qui trouve un reste de 4. Ces enfants ont sans doute compté mentalement de 5 en 5, Rachel faisant une erreur à la fin de comptage pour trouver le reste 4.

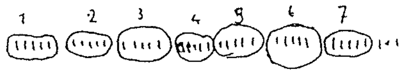
Quant à **Manon**, elle ne semble pas distinguer les mots «fleurs» et «pétales» et écrit «38 fleurs, reste 33 gommettes».

Annexe 2 : procédures de réussite dans le problème 2

Procédure dessin

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ?

7 fleurs



Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

3 gommettes

Rachel représente les gommettes très symboliquement et très simplement. Elle fait des groupements par 5 qu'elle numérote soigneusement. Elle gère ainsi une procédure relativement coûteuse mais efficace.

Procédure additive

(additions successives de 5, calcul additif faisant intervenir 10)

Suzie trouve mentalement le résultat 35 qui n'est pas indiqué mais qui lui est nécessaire pour trouver le nombre de gommettes restantes.

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? 7 fleurs

~~5 x 7 = 35~~

FL FL FL FL FL FL F

5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 +

7 fleurs

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

3 gommettes

Virginie regroupe deux termes produisant 10 un certain nombre de fois. Ensuite, elle compte de 10 en 10, s'arrête à 30, barre ce qui est en trop, ajoute 5 pour obtenir 35.

Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ? 7

5 + 5 = 10 5 + 5 = 10 5 + 5 = 10 , ~~5 + 5 = 10 5 + 5 = 10~~

~~5 + 5 = 10 5 + ...~~ +5 = 35

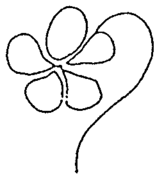
Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ? 3

38 - 3 = 35

• **Procédure multiplicative**

Gaëlle procède à quelques essais multiplicatifs qui sont barrés, avant l'indication 5 x 7 = 38, qui synthétise la suite des deux opérations qui sont écrites par la suite.

Agnès a 38 gommettes dans une boîte.
Avec ces gommettes, elle fait des fleurs de 5 pétales comme ceci :



Combien de fleurs de 5 pétales pourra-t-elle faire ?

Elle poura en faire 7.

$5 \times 7 = 38$

Combien restera-t-il de gommettes dans la boîte ?

Il restera 3 gommettes.

$5 \times 7 = 35 \quad 35 + 3 = 38$