
LA MOISSON DES FORMES

Bernard BETTINELLI
Professeur de mathématiques
I.U.F.M. de Besançon

PRÉSENTATION

Mes activités en formation initiale et surtout continue des instituteurs et professeurs du second degré depuis 23 ans, m'ont conduit à concevoir une présentation de l'enseignement de la géométrie, basée sur l'activité réelle et la découverte des relations par les étudiants. Il m'a semblé nécessaire de concevoir un ensemble instrumental adapté, capable de provoquer l'activité géométrique et les nombreuses prises de conscience qui vont devenir le bagage permanent dans lequel tout géomètre puise sans cesse. Ce matériel, et la documentation indispensable à son utilisation, sont actuellement disponibles¹, et je vais tenter de montrer les intentions et objectifs qui m'ont conduit et l'éventail des possibilités offertes.

En quoi consiste la spécificité géométrique ?

L'environnement quotidien offre au regard de tout homme des objets qui possèdent en eux un certain nombre de qualités. Mais ce qui intéresse le géomètre, ce sont toutes les suggestions offertes par les lectures des formes présentes, et le plaisir - esthétique - qu'il prend à ces associations.

Comme je suis convaincu que cette activité passionnante (lorsqu'on la connaît) n'est pas réservée à une élite, mais est à portée de tous, j'ai essayé de donner à chacun le moyen de construire ce stock d'images mentales dynamiques qui peut lui permettre d'apprécier le géomètre qui l'habite. Il ne s'agit pas de devenir spécialiste, mais que chacun soit capable d'étudier la géométrie, avec le plaisir légitime lié à tout pouvoir qu'on développe en soi, au lieu de la phobie fréquente engendrée par des pratiques où l'étudiant ne se sent pas maître de ce qu'il fait.

Quelles solutions pourraient permettre cette éducation ?

Toute construction esthétique : peinture, architecture, sculpture, ... s'appuie consciemment ou inconsciemment sur des proportions géométriques dont l'exploitation participe à la perfection de l'œuvre. L'intention première de ces

¹ Voir l'encadré en fin d'article.

propositions est de lier géométrie et esthétique.

La géométrie est un langage visuel, et comme tout langage, elle possède sa complexité. L'enfant qui apprend à parler est au contact de toutes les catégories de mots : noms, verbes, adjectifs, ..., mais il ne saisit au départ que certains noms, puis il les lie par des verbes dans des phrases simples, qui s'enrichiront progressivement pour devenir son expression propre.

Il en va de même pour la géométrie : les formes simples vont être découvertes d'abord, composées en puzzles ou emboîtées les unes dans les autres ; les proportions et les mesures viendront ensuite à la conscience, et la dynamique des transformations permettra le libre assemblage des éléments et l'expression personnelle par le dessin.

Les intentions qui précèdent justifient le nom que j'ai choisi pour l'ensemble instrumental que je vais présenter : *LA MOISSON DES FORMES*. Ses pièces représentent des figures planes diverses : polygones réguliers ou non, étoiles, disques ou secteurs, ..., qui sont les premiers objets géométriques que nous sommes provoqués à voir ; et c'est par notre travail mental d'organisation des images et d'extrapolation que nous serons amenés à concevoir des êtres subtils comme les droites, les points ou les courbes qui seront - beaucoup plus tard - les éléments de base d'une construction axiomatique.

Même si certaines activités proposées peuvent s'exercer avec un ensemble instrumental différent et réduit, mon projet est d'offrir à chacun, non pas des observations parcellaires et canalisées, mais la liberté de puiser librement dans un monde riche et agréable, une foule de relations dont il constituera la dynamique propre de son imagerie mentale.

Ces pièces ont une double fonction :

- au départ objets de manipulation et d'observation, elles sont appelées à déclencher par juxtaposition, superposition ou symétries la découverte des relations fondamentales

- ensuite elles seront outils de dessin, de mesure et de transformations.

La construction de l'espace n'est pas absente de cette démarche : les plus beaux solides que nous connaissons sont engendrés par ces figures. Mais une bonne compréhension de l'espace demande une connaissance préalable des figures planes et de leurs relations.

Cette double fonction objet - outil est permise par la multiplicité des relations entre les pièces qui possèdent chacune en elle-même le pouvoir de reconstruire toutes les autres. Ce n'est que notre désir créateur qui choisit la fonction : je peux saisir un rectangle et désirer dessiner le losange inscrit, ou saisir le losange pour en dessiner le rectangle circonscrit. Rien n'oblige à penser que certains objets sont outils et d'autres projets !

La richesse des combinaisons possibles est l'avantage accordé par cette contrainte de parenté intime entre les pièces.

Pour permettre à un apprenti de créer les images mentales dont il a besoin, il est nécessaire de le mettre au contact d'un monde de formes variées et de lui proposer des approches différentes des relations qu'elles entretiennent.

Matériels complémentaires

Cet ensemble instrumental contient également un double miroir s'ouvrant comme un livre, qui, par le jeu multiple des symétries, offre au regard une quantité d'images virtuelles et permet de nouvelles exploitations et ouvre le champ des constructions complexes, rosaces ou mandalas.

Les instruments classiques, règle et compas, sont associés à l'ensemble pour la production de dessins.

Un rapporteur circulaire fourni permet le dessin de tous les réguliers et des rosaces, avant de devenir l'instrument de la mesure des angles.

Après 6 mois d'expérimentation, il m'a paru nécessaire d'ajouter une règle transparente **non graduée** à l'ensemble, afin que l'aide apportée par l'instrument soit les possibilités de prolongement de segments et la jonction des points par des droites, demi-droites ou segments, plutôt que la mesure des longueurs d'un cas particulier, activité de toute autre nature et sans avantage géométrique. Un petit fascicule complémentaire fait l'inventaire du champ nouveau ouvert par cet instrument.

A qui s'adressent le matériel et le livre ?

Le matériel (69 pièces planes en plastique, classées en 6 couleurs aux dimensions combinées ; un double miroir ; une règle non graduée ; un rapporteur circulaire) est destiné aux apprentis de tous âges et ses possibilités d'expression sont extrêmement étendues :

- à l'école maternelle, jeux de classement, dénominations, évocation, puzzles, superposition, miroirs, pavages, étoiles, ...
- à l'école primaire, activités de reproduction par dessins, premiers problèmes de mesures et construction des polyèdres dans l'espace viennent s'y ajouter.
- au collège et même en seconde des lycées et lycées professionnels, activités de dessin, de mesures de longueur, aire, angles, racines carrées et leur utilisation dans les calculs de longueur, construction des solides et réalisation des transformations géométriques sont autant de champs ouverts dans lesquels chacun pourra trouver « sa moisson ».
- enfin dans toutes les situations de rééducation, où enfants, adolescents ou adultes doivent remettre leur conscience dans les fondements de la géométrie, à des fins professionnelles ou non, le matériel pourra servir de déclencheur à ces éclairs où l'apprenti a le sentiment de comprendre ce qui avait été un obstacle infranchissable pour lui.

Le livre est destiné aux formateurs de tous les apprentis décrits plus haut : instituteurs, professeurs de mathématiques, rééducateurs, formateurs, ..., afin de leur ouvrir le large éventail des situations d'apprentissages dans lesquels ils pourront engager leurs étudiants.

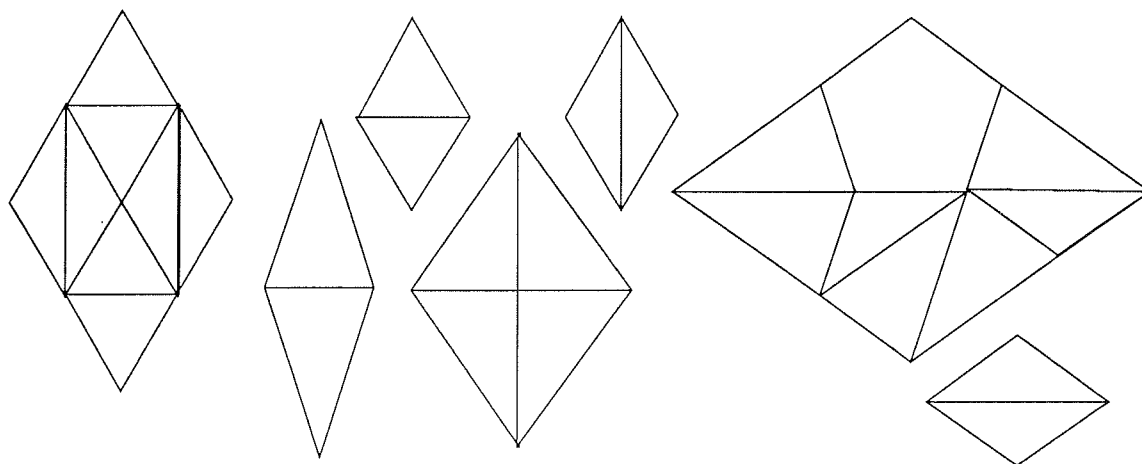
Il est aussi destiné à l'étudiant adulte qui veut reprendre seul sa formation.

EXEMPLES DE SITUATIONS PROPOSEES

Formes de nom donné

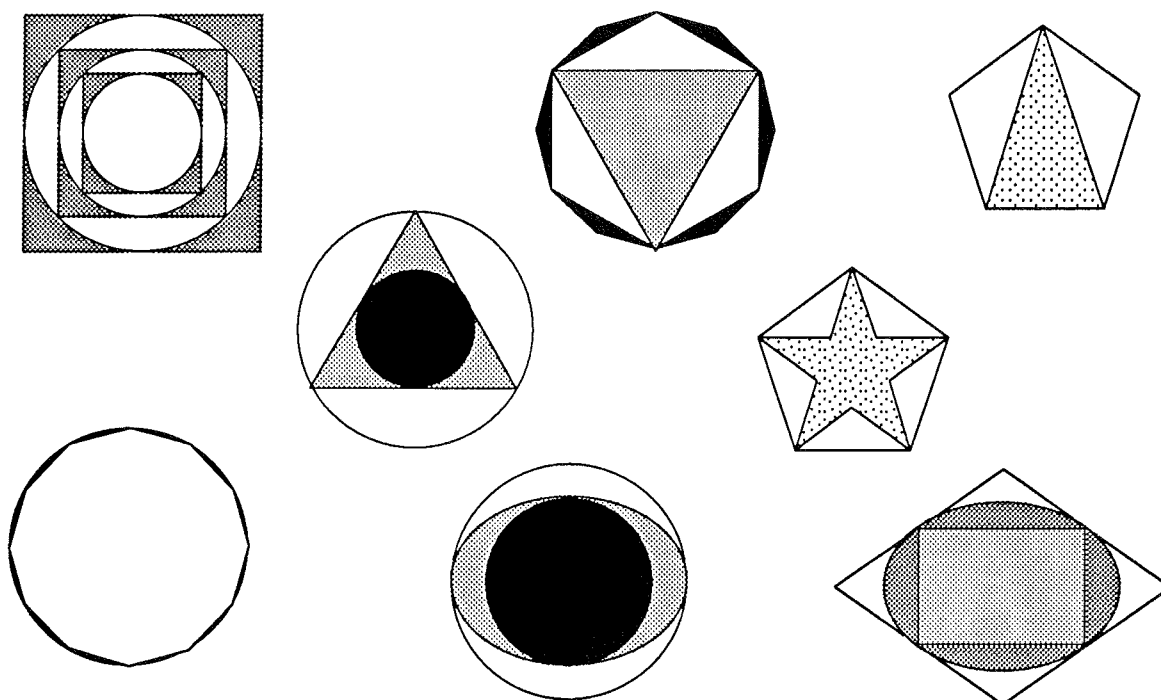
Essayer de composer le plus possible de figures dont le nom est donné (rectangle, losange, carré, parallélogramme, ...).

Losanges



Superposition des figures

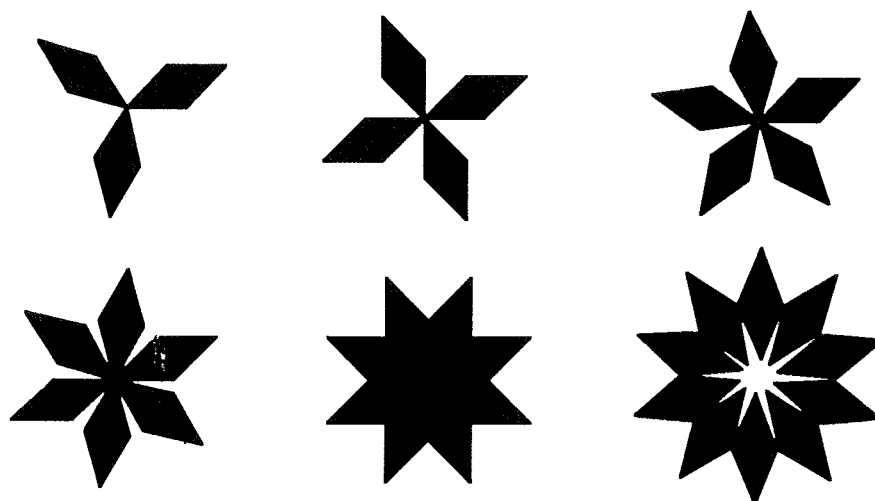
Deux figures géométriques sont inscrites l'une dans l'autre lorsqu'on peut inclure la première dans la seconde dans une position où son bord touche par certains points le bord de la seconde. Dans tous les cas, dans cette position relative, la taille de la figure inscrite est maximale, c'est-à-dire qu'elle ne peut être agrandie sans «déborder» de la figure circonscrite (et inversement).



Une pièce entre 2 miroirs

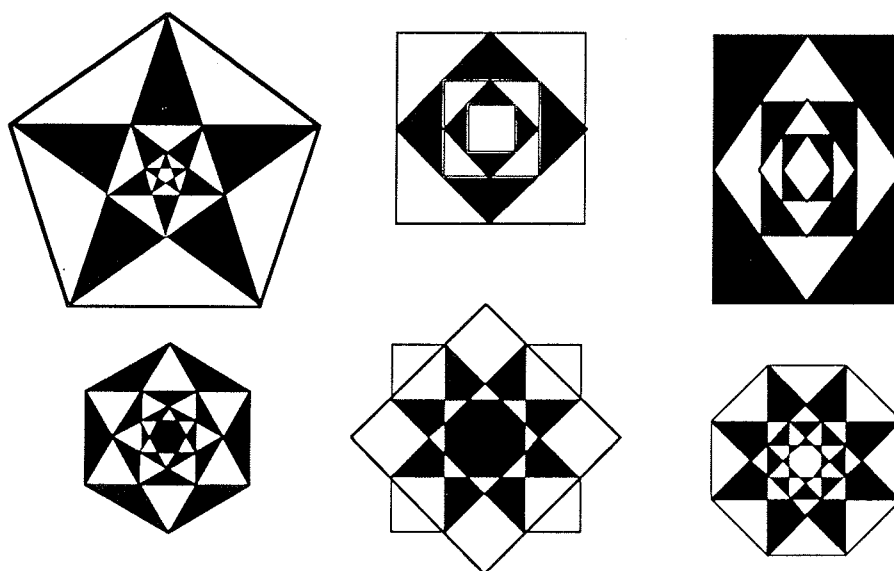
Une nouvelle activité s'ouvre lorsqu'on ajoute un miroir vertical, puis deux miroirs reliés par un côté et s'ouvrant comme un livre. Ainsi apparaissent des pièces en symétrie, et de nouvelles compositions moitié réelles, moitié virtuelles qui dépendront non seulement du choix des pièces, mais aussi de leur disposition devant le ou les miroirs et de l'ouverture des miroirs.

Losange entre 2 miroirs



Figures inscrites

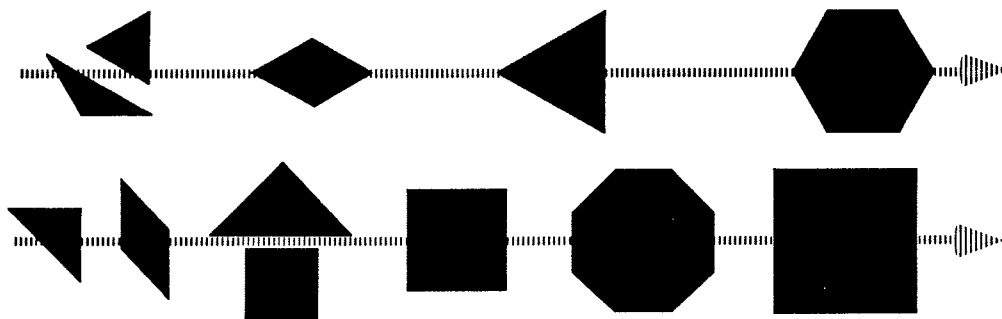
En se servant de l'inscription reconnue de 2 figures, il s'agit de dessiner l'une **en disposant de l'autre**. Le plus souvent, cette activité débouche sur une course à l'infiniment petit, car chaque inscription possède en elle le germe d'une autre inscription, et ainsi de suite.



Rangements dans une couleur

Des enfants de 10 ans à qui on demande de ranger dans chaque couleur les pièces de la plus petite à la plus grande, font un classement implicite par l'aire.

Par inclusion, certaines pièces sont naturellement ordonnées. Mais cette recherche est riche car, dans presque toutes les couleurs, le recours à des comparaisons avec d'autres pièces est indispensable pour lever les ambiguïtés, ce qui introduit un raisonnement déductif.



Pièces unités

L'étape suivante consiste à choisir dans chaque couleur une pièce référence qu'on appelle unité pour mesurer les autres, c'est-à-dire répondre à la question :

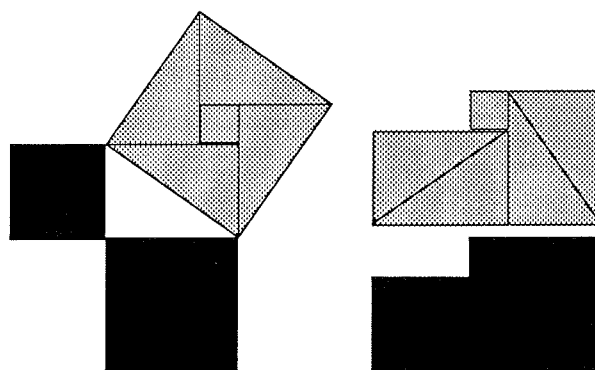
«Combien de cette unité dans ...?»

Ainsi chaque pièce de chaque famille peut être unité pour cette famille, et les nombres-mesures dépendent de ce choix. L'exercice qui consiste à changer d'unité est réellement formateur (il permet de changer de point de vue, d'approfondir le concept, de concrétiser les fractions, ...).



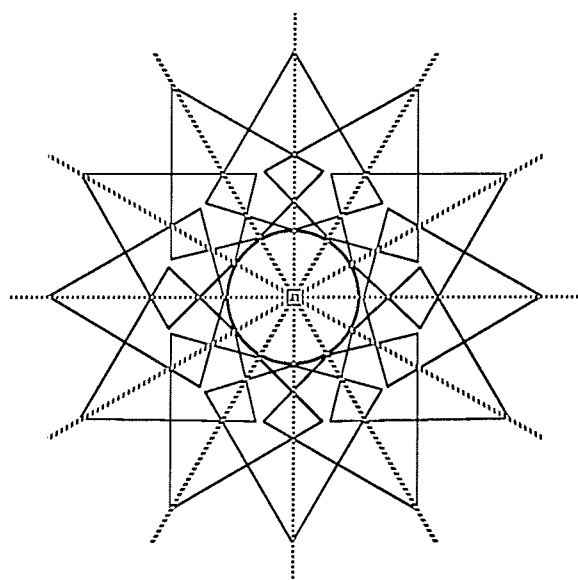
Théorème de Pythagore

Parmi les nombreuses possibilités de représentations évoluées, on a le moyen de décomposer le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle en 5 pièces, et de recomposer la juxtaposition des 2 carrés de l'angle droit.



Axes de symétrie et mandalas

On peut réaliser des dessins circulaires très variés, à la manière des rosaces de cathédrales. Ces dessins font partie des mandalas dont le coloriage est, si on en croit Young, une activité de relaxation et de ressourcement.



Pour créer soi-même des mandalas, il est important de placer les éléments répétés par réflexion et / ou rotation, autour d'un centre, à même distance et faisant entre eux le même angle. Les polygones réguliers apportent leur richesse sous la forme de leurs axes de symétrie, nombreux et répartis autour de leur centre.

De très nombreuses autres situations sont présentées dans le livre, s'adressant à l'Ecole maternelle, au primaire, au collège, voire au-delà : puzzles, jeux de miroirs, puzzles miroirs, pavages, compositions en symétrie, combinaison avec rapporteur ou compas, mesure des longueurs, aires et angles, racines carrées, nombre d'or, polyèdres réguliers, représentation des prismes, pyramides, cylindres et cônes, perspectives, rotations, homothéties et similitudes, jeux d'ombres, etc.

Le document complémentaire sur les utilisations de la règle non graduée ajoute en particulier la possibilité de faire toutes les constructions classiques à la règle seule (médiatrice ; bissectrice ; partage d'un segment ; parallèle) et permet la reconstruction grandeur nature de toutes les pièces à l'aide de la seule règle !

La valise pédagogique comprend 69 figures plastique en 6 couleurs, un livre-miroir, un rapporteur circulaire et une règle non graduée.

Le livre de 128 pages présente de nombreuses propositions de situations de tous niveaux, dont sont extraites celles de cet article.

L'ensemble est distribué par : *LA MOISSON DES FORMES*

1 rue de la Perrouse 25 115 POUILLEY LES VIGNES (FRANCE)

Conditions : La valise pédagogique + le livre :380 F
 Une valise complémentaire :290 F
 Port en France sauf pour établissement public :40 F

