
REPRODUCTION DE FIGURES SUR QUADRILLAGE

Cycle II

Marie-Paule DUSSUC
Professeur de mathématiques
I.U.F.M. de Lyon, Centre de Bourg-en-Bresse

avec l'aide très précieuse de
Michel PERROT et Gérard BURDY
Instituteurs maîtres formateurs
Ecole Annexe de Bourg-en-Bresse

Les motivations du choix d'un tel thème d'étude sont multiples. Nous en préciserons quelques unes en introduction.

- Ce thème lie les deux aspects de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire, et notamment au cycle 2 :

- le repérage et l'orientation dans l'espace, ici limité au plan quadrillé,
- la reconnaissance, la description, l'étude des objets géométriques, ici des objets du plan.

On retrouve bien ces deux aspects dans les programmes des classes du cycle 2 ; les I.O. de 1995 donnent comme objectifs pour ce cycle :

Quadrillages : repérage des noeuds ou des cases, déplacements.

Approche de quelques figures planes usuelles : reproduction, description.

Tracés : utilisation des instruments et des techniques de reproduction et de construction....

- Les activités de reproduction de figures tiennent une grande place dans l'enseignement de la géométrie élémentaire ; ce sont des activités de résolution de problème, où l'élève va mettre en oeuvre ses connaissances spatiales et ses connaissances sur les figures.

- Des erreurs fréquentes sont observées dans ce genre d'activité chez les élèves de CE₁, mais également chez des élèves plus âgés. Ces erreurs sont-elles uniquement dues à une malhabileté de l'usage de la règle, à un défaut de précision, comme le laisseraient supposer les remarques de certains maîtres ?

Pour essayer d'éclaircir ce dernier point, nous avons proposé des exercices de reproduction de figures sur quadrillage à deux classes, une de CP et une de CE₁, en mars 1993, puis à ces mêmes classes, donc devenues CE₁ et CE₂, en novembre 1993. Le travail ensuite effectué a consisté en l'analyse des multiples erreurs observées.

Nous relaterons, dans un premier temps, les conclusions de cette analyse.

Dans un deuxième temps, nous décrirons le dispositif d'enseignement que nous avons mis en place dans la classe de CE₂ au mois de novembre 1993, avec l'aide du maître-formateur titulaire de la classe.

I - ANALYSE DES ERREURS PRODUITES PAR DES ÉLÈVES DU CP ET DU CE LORS DE LA REPRODUCTION DE FIGURES GÉOMÉTRIQUES SUR QUADRILLAGE

I.1 Les figures proposées

Les figures proposées sont tracées sur une feuille quadrillée.

Au niveau des classes observées, la feuille de papier quadrillée est orientée par l'apprentissage de la lecture. Le repère lié à la feuille par projection du repère centré sur le lecteur lui donne un «haut», un «bas», une «gauche» et une «droite». Les lignes du quadrillage sont donc des «horizontales» et des «verticales», les droites qui ne sont pas les lignes du quadrillage sont des «obliques».

Les figures proposées sont des figures polygonales, convexes ou non, ou des «lignes brisées», dont les sommets sont situés sur des noeuds du quadrillage.

Elles sont constituées de segments, dont les extrémités sont situés sur des noeuds du quadrillage, et qui sont de l'un des types ci-dessous :

- segment de type 1, «horizontal» ou «vertical», qui suit une ligne du quadrillage,
- segment de type 2, «oblique», qui suit une diagonale du quadrillage,
- segment de type 3, «oblique» lui aussi mais qui n'est pas du type précédent.

On caractérisera une figure à reproduire par les types de segments qui la composent, ainsi :

- une figure du type 1 n'est formée que de segments du type 1,
- une figure de type 1-2 est formée de segments de type 1 et de segments de type 2.

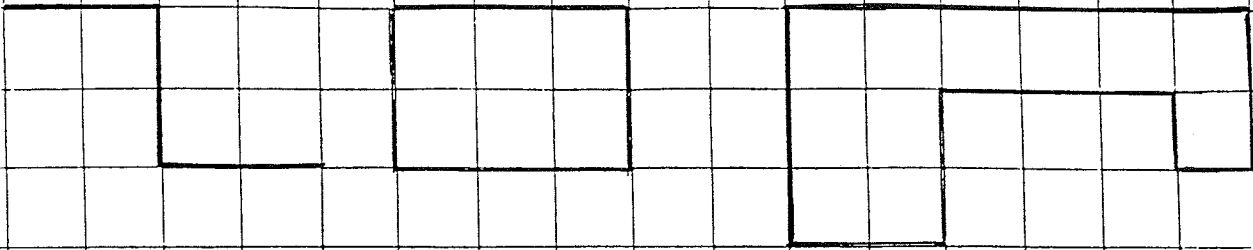
On peut penser que la difficulté de la reproduction de la figure dépend des critères suivants :

- figure ouverte ou fermée,
- propriété des formes, notamment figures ayant un ou des axes de symétrie suivant les lignes du quadrillage,
- nombre des segments constituant la figure,
- type de la figure (au sens défini ci-dessus).

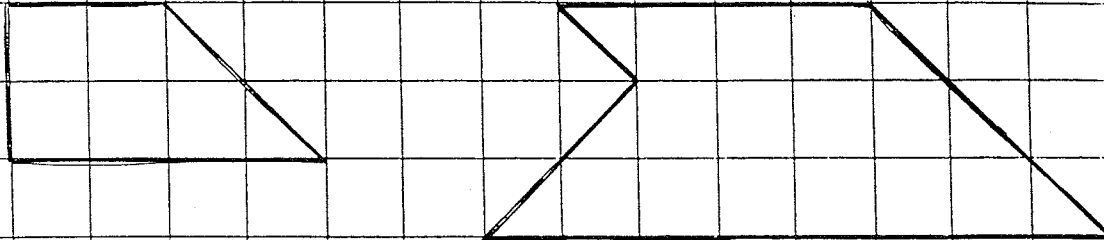
Des figures de type 1 semblent les plus simples à reproduire, en mettant en oeuvre un comptage des noeuds ou des carreaux. La reproduction des segments de type 2 peut se faire en s'appuyant sur un comptage des noeuds ou des diagonales de carreaux. La reproduction des segments de type 3 nécessite la mise en oeuvre du repérage relatif d'une extrémité du segment par rapport à l'autre, donc d'une procédure plus élaborée.

type 1

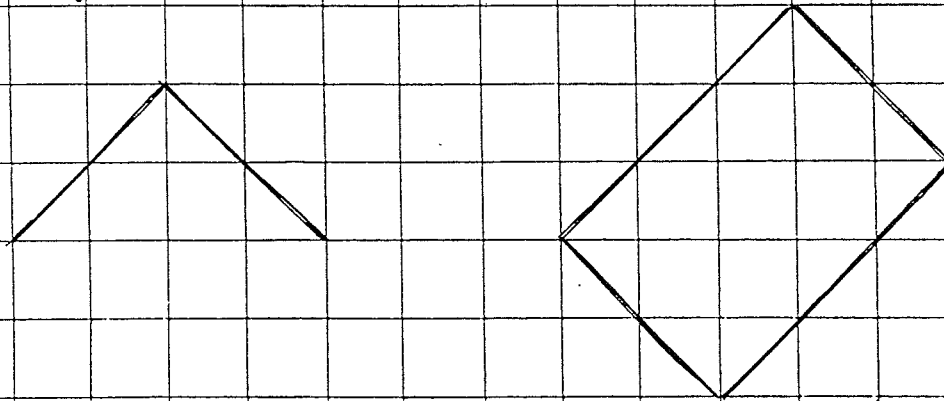
13



type 1.2

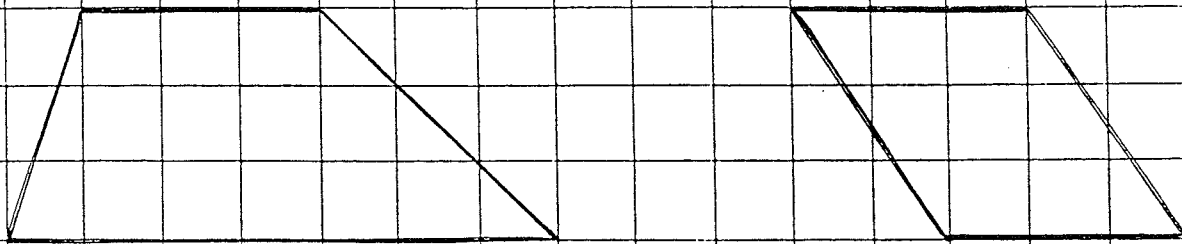


type 2



type 1-2-3

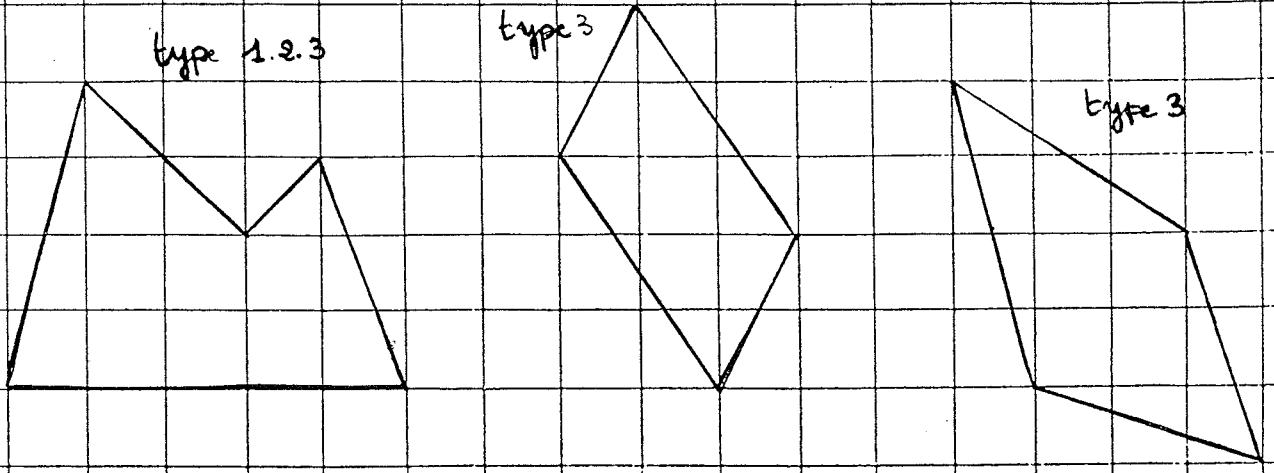
type 1.3



type 1.2.3

type 3

type 3



On donne ci-contre une planche de figures classées par types dont on peut penser qu'ils sont de difficulté croissante.

I.2 Etude statistique des réussites de reproduction suivant le type de la figure à reproduire

On entend par réussite le sens communément admis dans l'enseignement élémentaire, c'est-à-dire la production d'une figure «superposable» (transformée par un déplacement du plan) à la figure modèle, en prenant une approximation de mesure raisonnable de l'ordre de 2 mm.

Il faut noter qu'aucune définition du mot «reproduire» n'a été donnée aux classes observées, la consigne étant «reproduire à la règle les trois figures».

Voici les figures données à reproduire en mars 1993* .

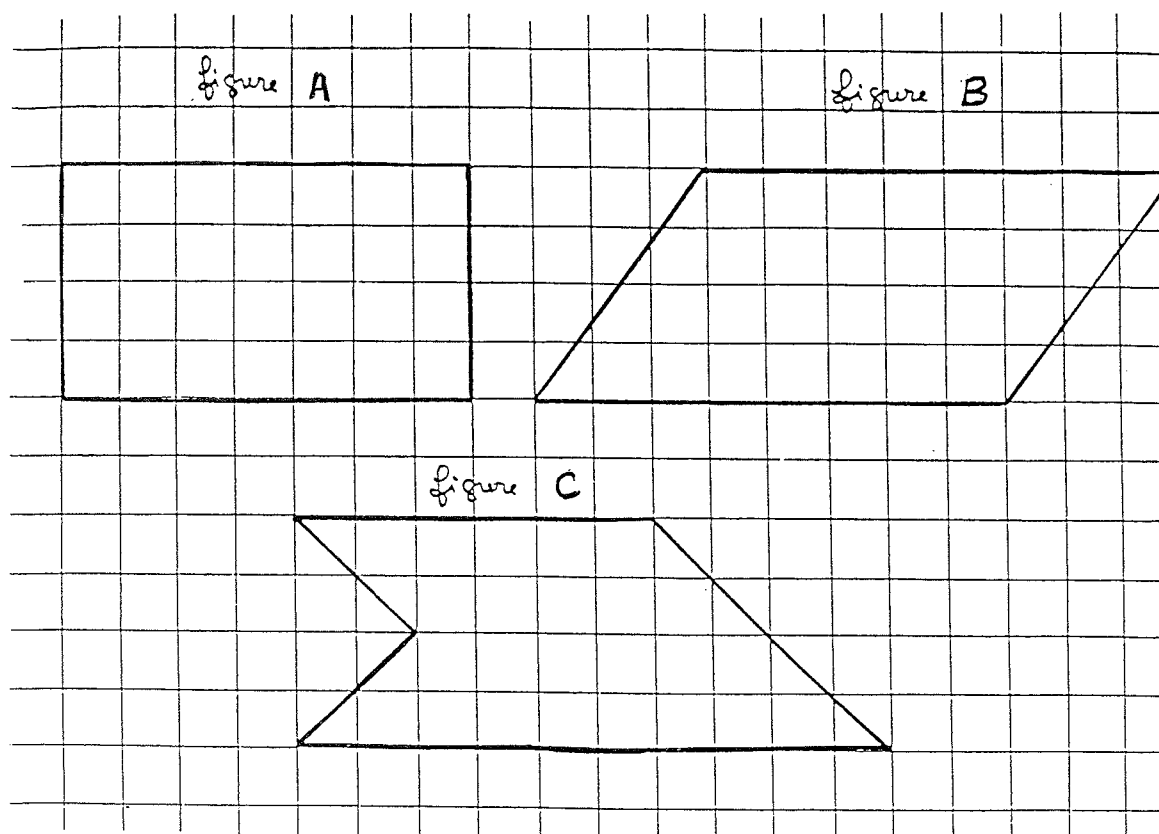


Planche 2 : Les figures données à reproduire au CP et au CE₁ (mars 1993).

Le tableau suivant donne le nombre de réussites par figure pour la classe de CP et celle de CE₁.

* Pour toutes les planches à partir de celle-ci, nous avons réduit les figures pour des raisons de mise en page. En classe, le papier utilisé a toujours été quadrillé 1x1.

Classe/effectif	fig. type 1	fig. type 1-3 (4c)	fig. type 1-2 (5c)
CP (18)	13	1	2
CE ₁ (20)	17	5	8

Tableau 1 : les réussites par figure pour la classe de CP et celle de CE₁ (mars 1993)

La figure B est formée de segments de type 1 et de segments de type 3 et elle a quatre côtés. Elle est désignée par figure type 1-3 (4c).

Sur les 18 élèves de CP, 3 ont produit des dessins à main levée qui présentent peu de similitude avec le modèle, et qui témoignent d'une grande difficulté de repérage dans la feuille de papier. On ne trouve pas de production de ce type au CE₁.

On note une très grande disparité des réussites entre les figures de type 1 et les autres, et plus de réussite pour les segments de type 2 que pour ceux de type 3.

Voici les figures données à reproduire en novembre 1993.

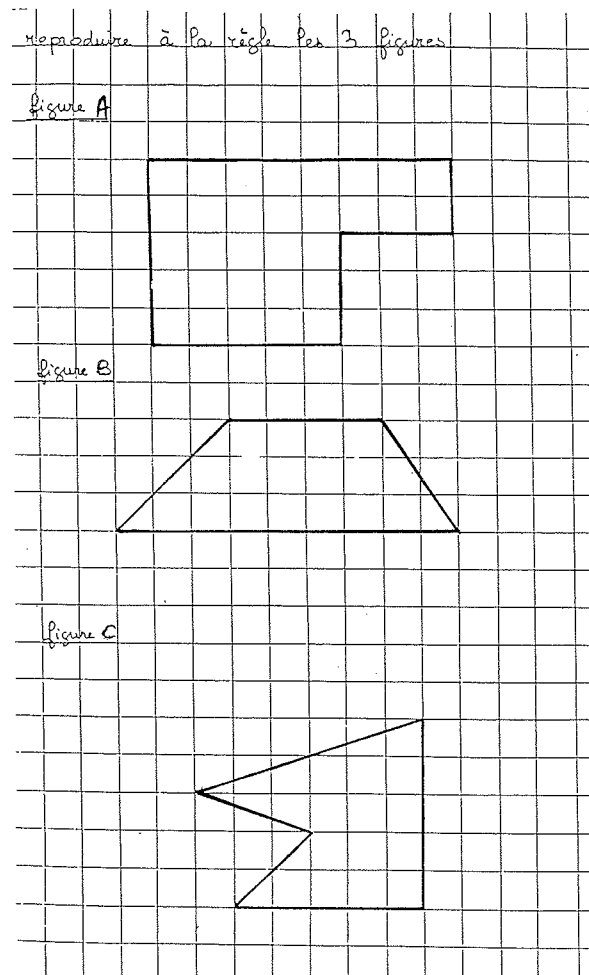


Planche 3 : Les figures à reproduire au CE₁ (novembre 1993).

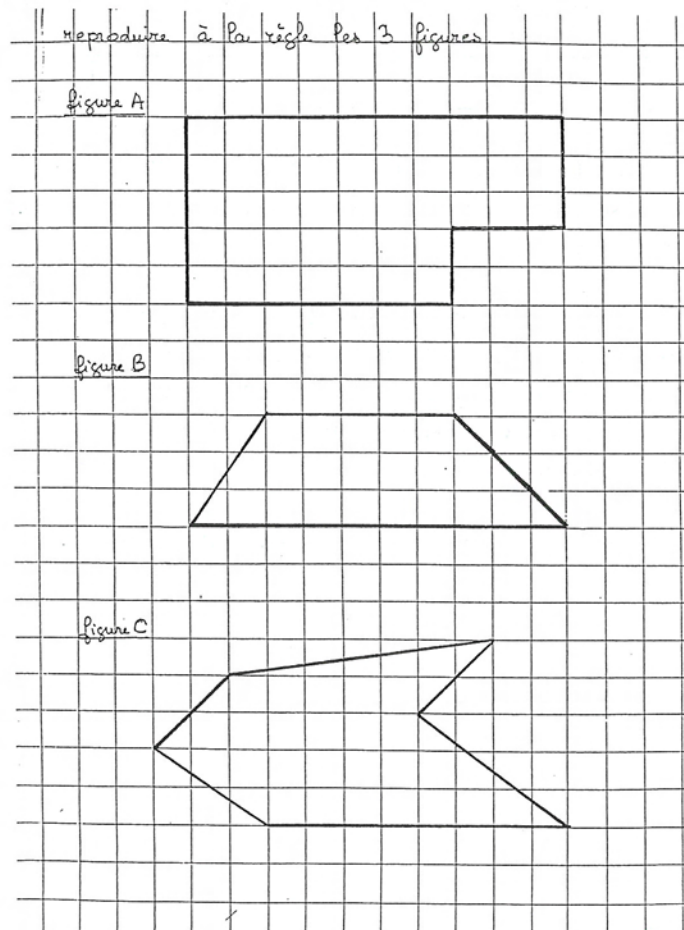


Planche 4 : Les figures à reproduire au CE₂ (novembre 1993).

Le tableau ci-dessous donne le nombre de réussites par figure pour les mêmes classes devenues CE₁, notée CE₁', et CE₂, en novembre de la même année :

classe/effectif	fig. type 1	fig. type 123 (4c)	fig. type 123 (5c)	fig. type 23 (6c)
CE ₁ ' (18)	16	8	5	
CE ₂ (20)	19	13		6

Tableau 2 : les réussites par figure pour la classe de CE₁' et celle de CE₂ (novembre 1993).

On note, sur un même type de figure, une diminution du nombre des réussites avec l'augmentation du nombre des côtés, et l'absence de segments de type 1.

Entre les deux enquêtes, on observe une amélioration globale des performances, confirmée par l'analyse des productions élève par élève.

I.3 Classement des productions. Recensement des erreurs produites

a. Classement des productions

Quelques rares productions sont des dessins qui ne présentent que peu de similitude avec la figure modèle. (Voir ci-dessous les productions de Jean-Baptiste, au CP et au CE₁').

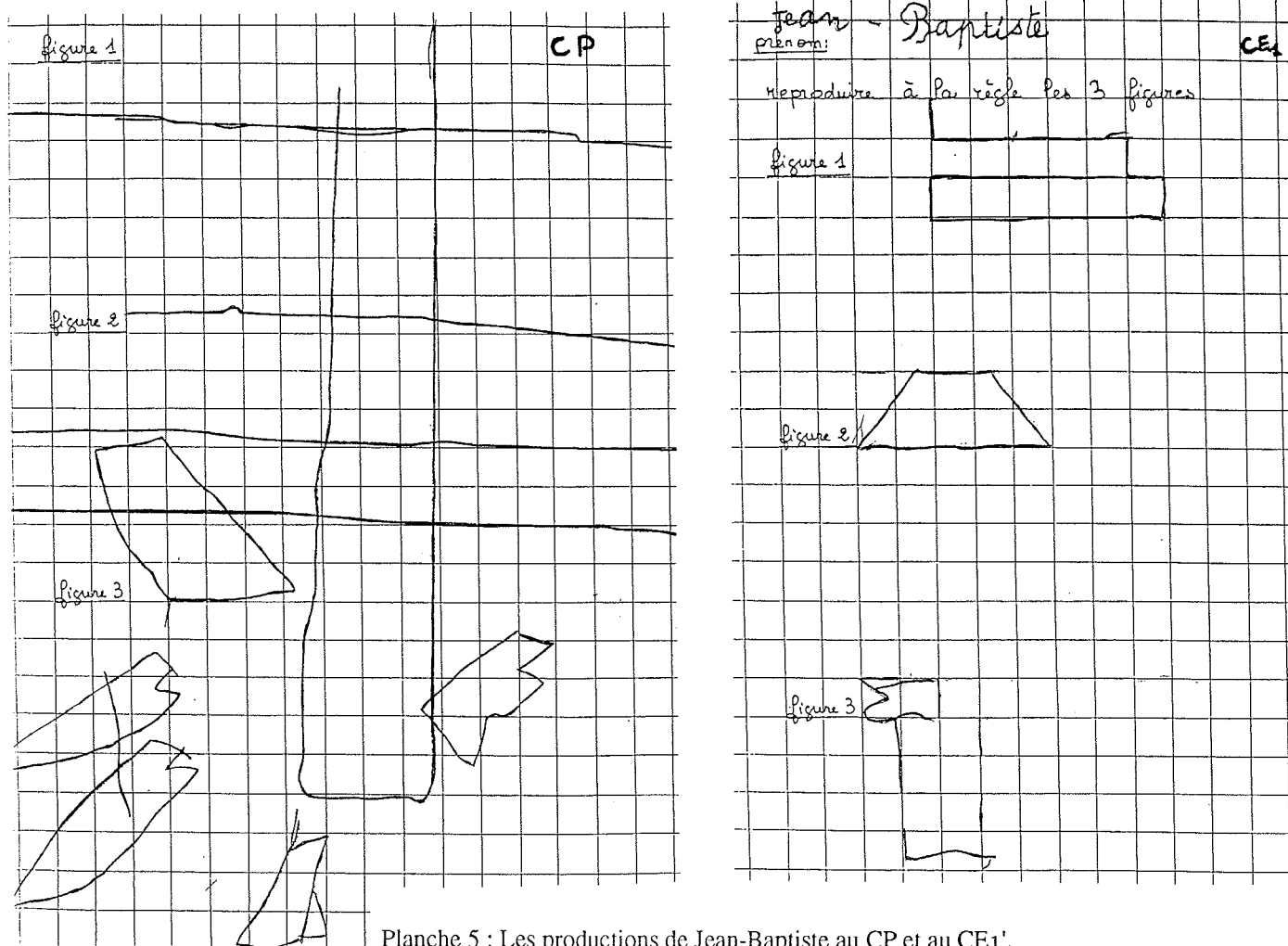


Planche 5 : Les productions de Jean-Baptiste au CP et au CE₁'.

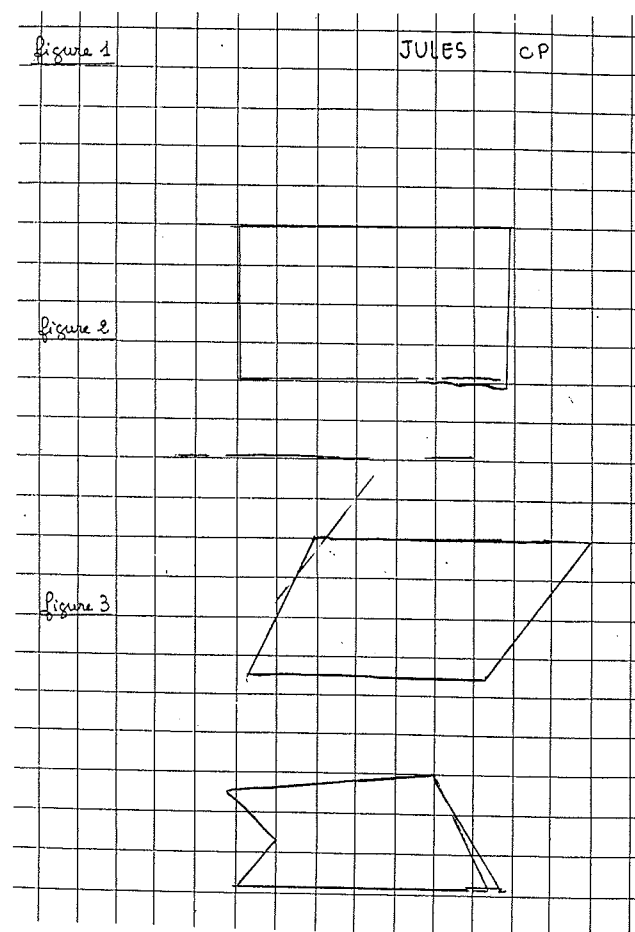
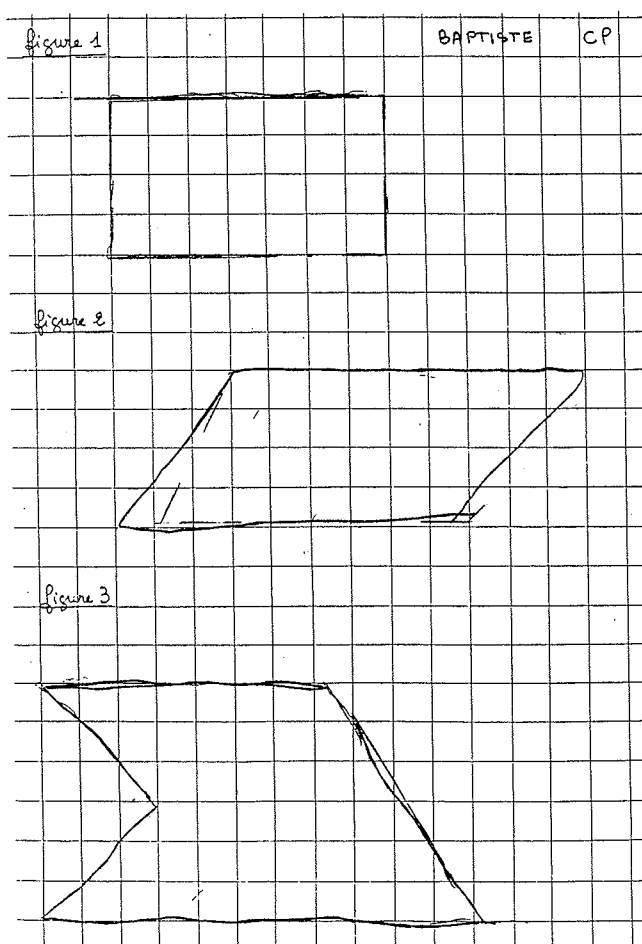
Les autres productions peuvent être classées en deux grands types :

- les tracés faits à main levée, qui en général ne conduisent pas à une réussite de la reproduction au sens donné au paragraphe précédent, et qui sont fréquents au CP,
- les tracés faits à la règle.

Certaines productions peuvent relever des deux types.

On peut proposer un autre classement en retenant le critère suivant : le tracé produit semble prendre appui sur le quadrillage ou non.

On trouvera ci-après (pl.6) la production de Baptiste au CP qui est un tracé à main levée prenant appui sur le quadrillage et celle de Jules qui est un tracé à la règle qui ne semble prendre que partiellement appui sur le quadrillage.



Les productions des élèves de CP sont très dispersées dans le classement croisé produit.

Sur les 15 productions de CP qui présentent une similitude avec le modèle,

- 5 sont des tracés à main levée s'appuyant sur le quadrillage,
- 2 sont des tracés à la règle ne s'appuyant pas sur le quadrillage,
- 4 sont des tracés à la règle s'appuyant sur le quadrillage,

et 4 sont des dessins fait tantôt à main levée tantôt à la règle et s'appuyant sur le quadrillage.

Toutes les productions des élèves de CE₁ (sauf une) et des élèves de CE₂ sont des tracés à la règle qui prennent appui sur le quadrillage. C'est sur ces dernières productions que l'on va maintenant effectuer un recensement des types d'erreurs produites.

b. Recensement des erreurs

Le concept d'erreur prend son sens par référence à une norme. Cette norme a été explicitée au paragraphe précédent : il y a erreur si le tracé ne produit pas un résultat superposable au modèle donné.

En observant les productions des élèves, on peut recenser différentes erreurs, certaines pouvant d'ailleurs se trouver sur le même tracé :

- sommets qui ne se trouvent pas sur des noeuds du quadrillage ou segments qui ne sont pas tracés suivant les lignes du quadrillage (voir les productions d'Alexandre et de Pierre au CE₁, pl.7).

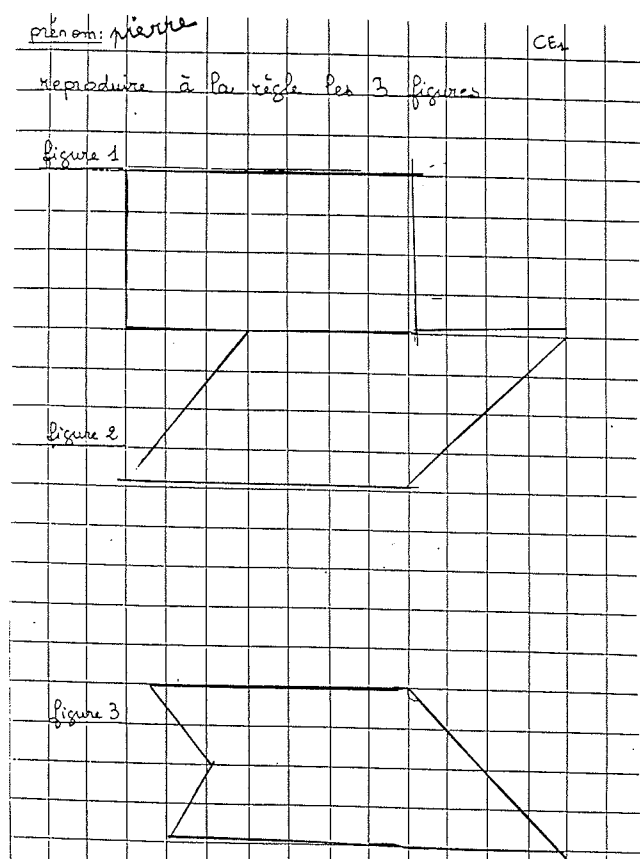
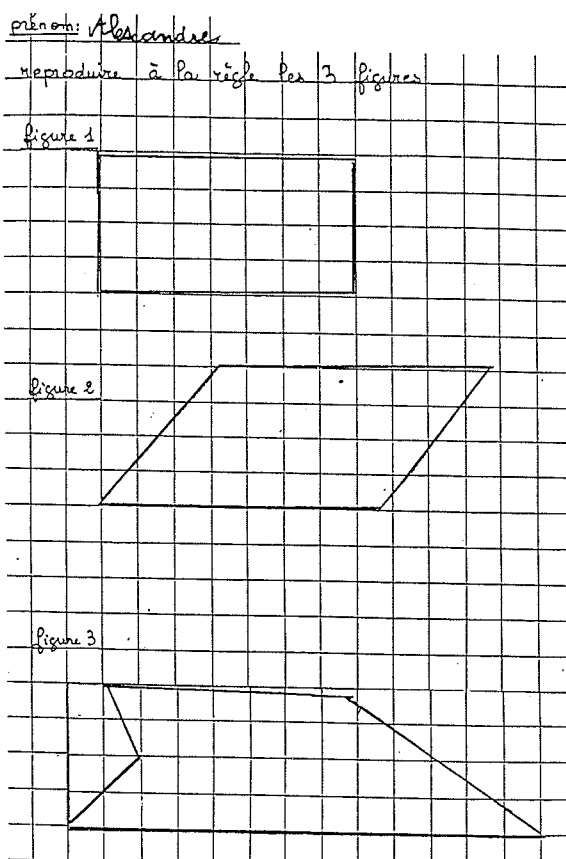


Planche 7 : Les productions d'Alexandre et de Pierre au CE₁.

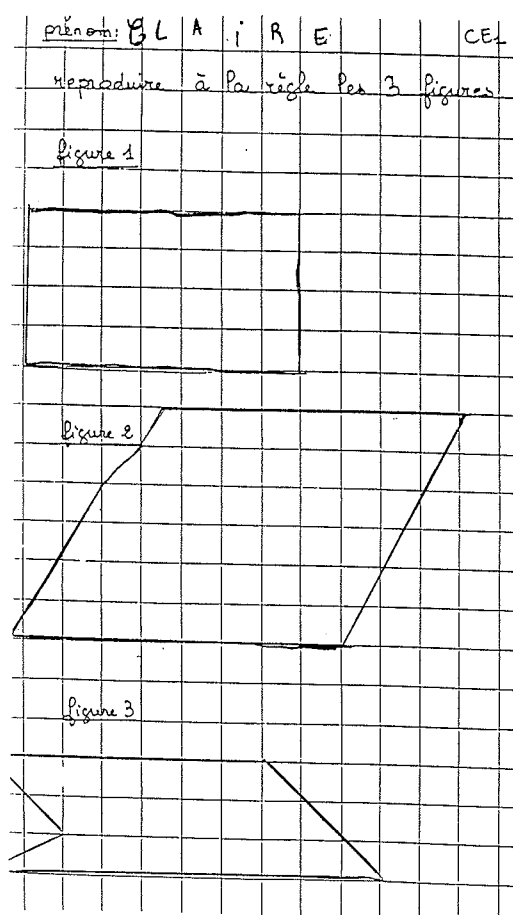
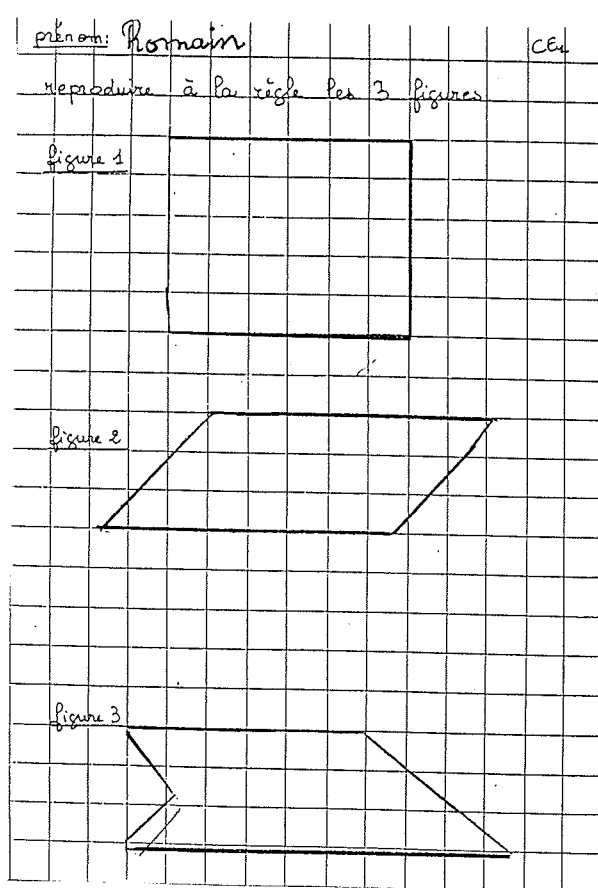


Planche 8 : Les productions de Romain et de Claire au CE1.

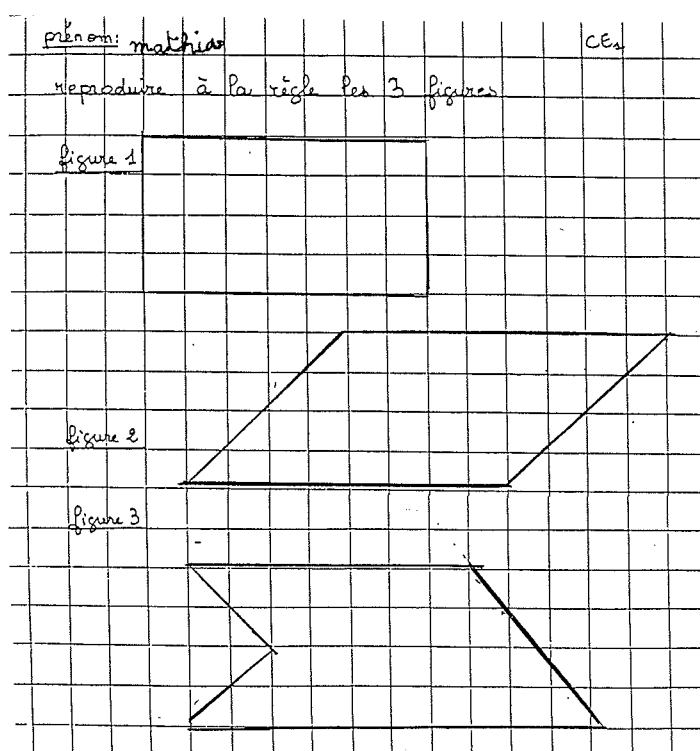


Planche 9 : la production de Mathias au CE1.

- erreur de dimensions de la figure : mesure en nombre de carreaux d'un segment de type 1 incorrecte ou hauteur du polygone incorrecte (voir les productions de Romain et de Claire au CE₁, pl.8).

- erreur de pente sur les segments de type 2 et surtout de type 3 (voir la production de Mathias au CE₁, pl.9).

On peut noter qu'il y a davantage d'erreurs sur les segments de type 3, et que ceux-ci sont souvent représentés par des segments de type 2. Dans le CE₁, sur 40 segments de type 3 représentés, 29 le sont de façon erronée dont 15 sont représentés par des segments de type 2.

1.4 Analyse des erreurs

Nous nous appuyerons pour ce travail sur l'étude menée par R.Charnay et M.Mante (1990-1991) pour émettre des hypothèses sur les processus qui ont amené les élèves à produire ces erreurs.

Dans une perspective constructiviste de l'apprentissage, l'erreur est l'expression d'une forme de connaissance de l'élève, elle est «l'effet d'une connaissance antérieure, qui avait son intérêt, ses succès, mais qui, maintenant, se révèle fausse ou simplement inadaptée...», l'erreur est constitutive du sens de la connaissance acquise.» (G.Brousseau, 1983)

L'erreur peut également être l'expression du contrat didactique en vigueur ou d'une coutume scolaire. Le contrat didactique peut être défini comme «l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. Le contrat est donc ce qui détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre.» (G.Brousseau). «Ces règles implicites sont en général valables pour un type de tâche déterminé et sont perçues par l'élève comme des constantes repérées au fil des activités qui lui sont proposées.» (R.Charnay, M.Mante, 1990-1991)

a. Les techniques de tracé et l'utilisation de la feuille quadrillée

De nombreux élèves de CP produisent des tracés à main levée, ou qui ne s'appuient pas sur le quadrillage. En fait, la technique du tracé à la règle est en cours d'acquisition au CP. La difficulté du tracé à la règle est accrue par le fait qu'il faut prendre pour extrémités les noeuds du quadrillage et en suivre les lignes, tout en tenant compte des contraintes liées à la reproduction.

On peut émettre deux hypothèses, concernant le fait que les élèves n'utilisent pas une technique de tracé à la règle :

- les élèves adoptent une démarche conforme avec l'habitude des reproductions à main levée acquise à la maternelle, c'est-à-dire une démarche qui relève du contrat didactique encore en vigueur,

- la méthode de tracé à la règle est coûteuse en attention et en dextérité manuelle, les élèves lui préfèrent une méthode moins coûteuse, surtout pour la reproduction de figures jugées difficiles.

Pour ceux qui effectuent les tracés à la règle sans tenir compte du quadrillage, on peut penser qu'ils ne peuvent traiter toutes les informations que la tâche suppose, ou qu'ils croient répondre à la question posée en satisfaisant uniquement à une exigence du contrat explicité dans la consigne «reproduire à la règle».

En CE₁, la technique de tracé à la règle sur une feuille quadrillée ne semble plus poser de problème.

b. Le sens du mot «reproduire»

Le classement des productions effectué au paragraphe précédent et l'observation des travaux des élèves de CP nous amènent à poser la question de la signification du mot «reproduire» pour les élèves.

Apparemment, pour un nombre important d'élèves, «reproduire» signifie «produire une forme qui à l'oeil ressemble à la forme modèle».

Cette hypothèse se trouve confortée par l'analyse de M-G.Pêcheux (1990) : l'expérience que les élèves de CP ont de la reproduction de figure est celle acquise en classe maternelle, où, dans ce genre d'activité, «un réalisme minimal suffit» (p. 261).

Ainsi donc, faute de pouvoir donner un sens exact au mot «reproduire», sens qui n'a d'ailleurs pas été donné dans la consigne, les élèves vont mettre en oeuvre des règles d'action issues du contrat didactique valide dans une classe antérieure ou dans une autre discipline. Le comportement de l'élève semble donc pouvoir s'expliquer par une «habitude» acquise dans son passé scolaire.

Le problème de la compréhension du mot «reproduire» nous amène à réfléchir sur le sens que l'élève met sur le critère d'identité, sa conception de la signification du mot «pareil», et les moyens de contrôle dont il dispose pour valider sa reproduction.

Nous citons encore M-G.Pêcheux (p. 261) : «A l'école maternelle, la notion de pareil/pas pareil est constamment travaillée. Si, pour les plus jeunes, il suffit que quelques caractéristiques se retrouvent entre deux configurations pour qu'elles soient jugées pareilles, progressivement l'exigence d'une bijection complète est acquise.»

Il reste néanmoins beaucoup d'ambiguïté sur le sens de «pareil», utilisé avec différentes significations en géométrie plane : il peut signifier «superposable», «isométrique» (cas de deux figures symétriques), «semblable» (cas de deux figures «de même forme», par exemple, deux triangles rectangles isocèles ou deux carrés), il peut signifier aussi que deux figures possèdent une même propriété géométrique (cas de deux triangles ou de deux rectangles).

c. Les moyens de contrôle

On peut émettre, à ce sujet, les hypothèses suivantes :

- L'élève peut contrôler la justesse de sa reproduction en utilisant des critères liés à l'identité des formes :

- soit en jugeant «à vue» d'une analogie de forme entre la figure produite et le modèle,

- soit en utilisant des propriétés des figures mises en jeu : dimensions des côtés segments de type 1, parallélisme de certains côtés, existence d'un axe de symétrie ou non,

- soit, enfin, en superposant la figure obtenue au modèle (ceci peut se faire par transparence en l'absence de calque).

Il met ainsi en oeuvre sa conception plus ou moins élaborée de l'identité, dans l'activité proposée.

Au vu des productions des élèves, on peut penser que les deux derniers moyens de contrôle cités ne sont pas, ou peu, mis en oeuvre, notamment par les élèves de CP.

- L'élève peut également mettre en oeuvre des critères spatiaux en évaluant la position de la figure par rapport aux bords de la feuille ou aux lignes et aux noeuds du quadrillage.

On peut également observer que, chez certains élèves de CP, si la reproduction de la figure de type 1 est exacte, celle des autres figures se fait à main levée ou ne s'appuie plus sur le quadrillage (voir en planche 6 les productions des élèves de CP). On peut émettre comme hypothèse que, devant une tâche qui leur semble trop lourde, les élèves mettent en oeuvre une procédure de contrôle moins coûteuse ou plus ancienne (et donc moins élaborée).

On va s'attacher maintenant à l'analyse des erreurs décrites au paragraphe précédent, erreurs faites dans des tracés à la règle prenant appui sur le quadrillage.

d. Hypothèses sur les procédures mises en oeuvre amenant à des résultats erronés

En suivant l'analyse faite précédemment, on peut penser que les procédures des élèves sont de deux types :

- lié à l'aspect «forme» ; l'élève essaie de s'appuyer sur une vision globale des propriétés de la figure pour construire une figure qui ressemble au modèle,

- lié à l'aspect «itinéraire» ; l'élève essaie de construire, de façon séquentielle c'est-à-dire segment par segment, dans le quadrillage, un chemin identique au chemin modèle. On peut penser que l'apparition de telles démarches est favorisée par l'expérience des activités de déplacement et de codage d'itinéraires sur quadrillage, fréquentes à la maternelle et au CP.

En fait, la démarche d'un élève relève sans doute des deux aspects, qui s'informent et se contrôlent mutuellement.

La production de Romain (pl.8) semble relever d'une procédure liée à l'aspect «forme». Il met en oeuvre un contrôle où l'identité ne s'appuie que sur un vague critère de ressemblance.

On peut penser que la production d'Alexandre (pl.7) relève d'une démarche similaire avec un meilleur contrôle, notamment des dimensions des côtés, et un contrôle du parallélisme, notamment effectué dans la deuxième figure.

Dans les deux types de procédure, on peut supposer que l'élève reproduise d'abord un segment de type 1, en contrôlant à vue sa longueur, ou en comptant les carreaux, ce qui est visible sur la production de Claire (pl.8).

On peut noter que ce comptage semble souvent se faire avec une erreur à un près, non détectable visuellement.

Dans une procédure de type «itinéraire», la reproduction d'un segment de type 2 ou 3 peut se faire également :

- soit par un contrôle à vue de sa pente et de sa longueur,
- soit par la mise en oeuvre d'un comptage des carreaux traversés.

Cette dernière méthode sera efficace, si on lui ajoute le contrôle du passage par les noeuds du quadrillage, pour la reproduction des segments de type 2 (on compte alors les diagonales de carreaux) ; elle est non valide pour la reproduction des segments de type 3. Mais, on peut penser qu'une procédure de ce type donne un résultat assez satisfaisant dans la reproduction de n'importe quelle figure-itinéraire si elle est associée à un contrôle de la position des segments par rapport aux noeuds du quadrillage.

Ainsi l'élève aurait accomodé une procédure, reconnue comme valide dans un certain domaine, celui des figures de type 1 (et peut-être institutionnalisée dans ce domaine), à un domaine plus vaste, où sa validité est moindre et où sa mise en oeuvre demande plus de contrôle.

Cette hypothèse «du comptage des carreaux traversés» permettrait d'expliquer la meilleure réussite de la reproduction des segments de type 2 , et la transformation par reproduction de segments de type 3 en segments de type 2.

L'analyse que l'on vient de mener est rendue difficile par le fait qu'il ne subsiste, en général, aucune trace, sur la copie de l'élève, de ce qui a pu être sa démarche pour résoudre le problème de la reproduction ; on ne peut en observer que le résultat.

Il convient donc, pour pouvoir tester les hypothèses avancées, d'observer des élèves en situation de reproduction ou de mettre en place un dispositif où ils puissent expliciter leurs démarches.

Il apparaît également que ces modes d'action, s'ils existent, relèvent de compétences privées de l'élève, au sens où on ne les explicite pas en classe. Il paraît donc important de mettre en place un dispositif d'apprentissage où seront rendues publiques, institutionnalisées, des méthodes expertes de reproduction sur quadrillage.

C'est pour ces raisons, qu'à l'issue de ce travail d'analyse, nous avons choisi de mettre en place dans les classes de CE₁' et de CE₂ des situations qui nous permettront, d'une part, de prendre de l'information sur ces modes d'action privés des élèves et, d'autre part, de leur faire prendre conscience des limites ou du caractère erroné de ces modes d'action.

II - PRÉSENTATION D'UN DISPOSITIF D'ENSEIGNEMENT MIS EN PLACE EN DÉBUT DE CE₂

Nous voulions donc mettre en place au CE₂, mais également au CE₁, une situation de classe visant les objectifs suivants :

- faire expliciter par les élèves le sens qu'ils attribuent au mot «reproduire», et les techniques de contrôle qu'ils mettent en oeuvre pour vérifier la justesse de la reproduction,
- faire expliciter par les élèves les démarches qu'ils utilisent pour la reproduction de figures sur quadrillage,
- faire prendre conscience du caractère erroné ou de la validité réduite de certaines procédures de contrôle ou de reproduction,
- institutionnaliser des procédures expertes de contrôle et de reproduction.

En nous plaçant toujours dans une perspective constructiviste, il s'agit d'amener l'élève à trouver une «réponse» à son action :

- en lui fournissant un moyen de valider son travail, et de mesurer l'écart de sa production au but visé,
- en l'amenant à confronter les points de vue et les modes d'action de ses camarades avec le sien propre.

Par cette «réponse», il pourra prendre conscience de l'insuffisance de ces conceptions et de la nécessité d'acquérir de nouvelles connaissances.

Dans la classe de CE₁', nous avons pu mettre en place une situation visant seulement le contrôle de la reproduction ; nous noterons dans un premier temps, les conclusions des observations effectuées.

Puis nous relaterons la situation mise en place dans la classe de CE₂.

II.1 Des observations sur les moyens de contrôle utilisés par des élèves de CE₁

Dans la classe de CE₁', le maître a mis en place une situation de débat autour de reproductions erronées de la première figure (de type 1) et de la deuxième figure de (type 1-2-3) (voir la planche 3 des figures modèles).

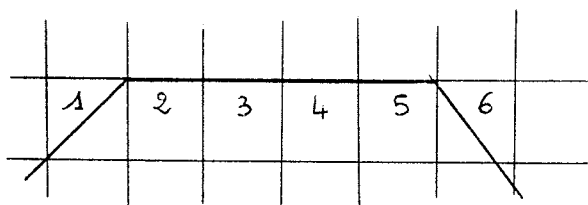
Le sens du mot «reproduire» est donné par une élève au début de la séance et institutionnalisé par le maître : «c'est faire exactement pareil».

Les moyens de contrôle explicités en premier par les élèves au cours du débat sont :

- «on peut compter le nombre de cases sur chaque ligne»,
- «on peut compter tous les carreaux à l'intérieur» (proposition de Jessica).

Cette dernière proposition est reprise par plusieurs élèves. Le maître présente alors un exemple de surface qui comporte le même nombre de carreaux que la figure considérée et qui n'a pas la même forme. Mais la confrontation à ce contre-exemple ne semble pas convaincre certains, qui remettront par la suite en oeuvre cette procédure erronée de contrôle.

Jessica propose pour la deuxième figure un comptage des carreaux intérieurs bande par bande, comme l'indique le schéma suivant :



En fait il ressort de l'ensemble de l'observation que l'utilisation du mot «carreau», alors qu'on utilise en fait son côté comme unité de longueur, induit à juste titre une confusion entre ligne et surface (cette ambiguïté est souvent présente quand on parle de figure géométrique). Certains élèves perçoivent bien la difficulté : «il faut compter les carreaux de la ligne», dit Guillaume à Jessica.

De plus, il s'avère que certains n'ont pas une technique de comptage stable : ils comptent tantôt les cases, tantôt les noeuds du quadrillage (ce qui pourrait expliquer les erreurs de une unité observées dans certaines productions d'élèves).

Les autres moyens de contrôle exprimés sont pour la deuxième figure (de type 1-2-3) :

- la place de chaque segment par rapport aux noeuds, ou même la place de chaque portion de segment dans chaque case : «sur le modèle le petit trou est de ce côté», «le petit coin est juste là», «le trait passe juste dans les noeuds», «il y a une petite moitié qui sort et là il n'y en a pas», «ça touche les coins».

- la forme de la figure où la longueur des segments : «c'est trop long».

A la fin du débat, induite peut-être par l'utilisation de transparents, la superposition des figures est proposée par Jules : «Il faut les mettre l'une sur l'autre».

Cette méthode est reprise spontanément par les autres élèves lors de la phase de vérification individuelle des reproductions qui suit le débat : «à la vitre, j'ai vu qu'il était juste».

Ces observations confortent donc bien les hypothèses émises au paragraphe précédent.

II.2 La situation mise en place au CE₂. Analyses préalables

a. Le sens du mot «reproduire» et les moyens de contrôle

On peut a priori penser qu'il y a entente dans la classe de CE₂ sur le sens de «reproduire», comme «produire une figure superposable à la précédente». Cette hypothèse est confortée par l'observation des élèves lors des travaux de reproduction, qui, posant leur feuille sur la feuille modèle, vérifient par transparence la superposition des figures.

Les élèves peuvent néanmoins mettre en oeuvre d'autres moyens de contrôle (qui sont explicités au paragraphe 1.4.c).

Nous avons donc prévu une première phase de travail en classe centrée sur ces moyens de contrôle :

- par groupe de deux, les élèves vont contrôler leurs productions : ils doivent marquer d'une flèche les segments qu'ils jugent faux,
- puis, collectivement, le maître organisera un débat autour de trois reproductions erronées de la deuxième figure (de type 1-2-3) choisies comme étant significatives, et projetées au tableau blanc par rétroprojecteur (voir la planche 4 des figures modèles).

Dans une deuxième étape du travail de classe, nous avons prévu un débat collectif sur la reproduction de la figure B.

b. Les démarches mises en oeuvre pour la reproduction d'une figure.

A priori, on peut penser, suite à l'analyse effectuée dans la première partie, que les élèves peuvent mettre en oeuvre des démarches du type «forme» ou des démarches du type «itinéraire».

Une démarche du type «forme» possible est, pour la deuxième figure, de tracer deux segments horizontaux de longueurs convenables, ayant entre eux un écart de 3 carreaux et dont on évalue le «décalage» de façon convenable.

Les démarches de type «itinéraire» peuvent relever de deux procédures différentes pour la reproduction d'un segment :

- le comptage des carreaux traversés par le segment à reproduire et le tracé d'un segment de même longueur et de même direction, avec contrôle de la position du segment par rapport aux noeuds du quadrillage,
- le repérage relatif, en nombre de carreaux suivant les deux directions du quadrillage, de la deuxième extrémité du segment par rapport à la première, et le tracé du segment connaissant ses extrémités.

La première de ces procédures est valide pour la reproduction des segments de type 1 (voire de type 2), la deuxième procédure est experte pour la reproduction de n'importe quelle figure ; elle n'est pas en filiation logique directe avec la précédente ; son acquisition constitue donc un objectif d'apprentissage. On peut même penser que la relative maîtrise de la précédente peut constituer un obstacle à son acquisition.

On prévoit donc, dans le scénario, un débat organisé par le maître autour de la reproduction de la deuxième figure. On espère susciter des oppositions de points de vue qui favoriseront l'apprentissage.

Nous nous appuyons entre autres sur les travaux de Gilly (1989), qui met en avant l'«effet bénéfique des formes de coopération active», où les interventions des pairs ont fonction de «déstabilisation» et de «contrôle». «Pour être efficaces, il faut que les interactions perturbent les modes individuels de résolution au moment même de leur mise en oeuvre.» (p. 171)

Le maître joue un rôle très important dans la gestion de ce type de conflit ; nous citons Schubauer-Leoni (1989 p. 359) : «Non seulement lors de la confrontation directe entre un enfant et un adulte qui questionne, mais aussi lorsque des élèves

interagissent entre eux sous le regard de l'adulte, ce dernier joue un rôle incontournable dans les prises de décision sociales et cognitives de l'enfant.»

On fait l'hypothèse qu'un tel dispositif permettra aux élèves de prendre conscience, si c'est nécessaire, de l'insuffisance de leur démarche.

Il pourra même y avoir confrontation à la procédure experte, si celle-ci apparaît chez un élève ; dans le cas où elle n'apparaîtrait pas, elle devra être apportée par le maître.

II.3 Observations et analyse de la situation mise en place au CE₂

a. Les moyens de contrôle.

Les élèves utilisent tous la superposition des figures et l'observation par transparence comme moyen de contrôle.

Apparaissent d'autres moyens mettant en oeuvre :

- des critères de dimension : «c'est trop court», «c'est trop large», «elle est trop petite, la figure»,
- des critères de direction des segments dans la feuille quadrillée orientée : «le trait est trop raide», «c'est trop droit» (pris souvent au sens de «debout» ou «vertical», comme le souligne C.Chaniac, 1991), «c'est pas assez penché»,
- la position des segments par rapport aux noeuds du quadrillage : «il passe sur les noeuds et il fallait pas passer sur les noeuds».

b. Les démarches mises en oeuvre pour la reproduction d'une figure

Conformément à l'analyse préalablement effectuée, on voit surtout apparaître lors du débat des procédures du type «itinéraire» :

- pour un segment de type 1 : «je compte d'abord le nombre de carreaux et je trace»,
- pour un segment de type 2 : «un, deux, trois, sur les noeuds» (méthode d'Eva qui compte les carreaux traversés),
- pour un segment de type 3 : «quand on trace, on laisse un petit trou, là» (méthode de Lauren, qui évalue la position du segment par rapport aux noeuds), «un, deux, la moitié, trois et puis quatre, il y en a à peu près quatre, mais pas sur les noeuds» (méthode de Eva, adaptée aux segment de type 3),
- enfin, la méthode de Guillaume : «on avance de deux en montant de trois» qui semble surprendre les autres élèves : «le point est là (repérage de la deuxième extrémité du segment) et tu mets la pente jusqu'au bout, comme ça c'est exactement juste!» (commentaire d'Eva).

Cette procédure de repérage est mise en oeuvre par Lydie au tableau, y compris pour tracer des segments de type 1, ce qui étonne ses camarades : «au début, tu as mis tous les points et après tu relies tous les points».

c. Le rôle de la confrontation

Il semble bien que celle-ci comporte une efficacité certaine. Tous les élèves se montrent très intéressés et actifs dans le débat.

L'intervention de Guillaume, non prévue de notre part, est accueillie avec étonnement et satisfaction (certains élèves ont applaudi), et la méthode est immédiatement reconnue par un certain nombre comme avantageuse.

Lors de l'exercice d'application suivant, qui est la reproduction de la troisième figure «avec la méthode de Guillaume», Eva réinvestit cette nouvelle méthode en gardant sa procédure de contrôle de placement par rapport aux noeuds.

Certains ont du mal à gérer les deux paramètres du repérage, ainsi Mélanie et Maxime ne tiennent compte que du déplacement vertical (que de l'ordonnée relative du second point par rapport au premier) en décalant horizontalement de un carreau quelle que soit la pente du segment à reproduire ; ce qui leur vaut des remarques de camarades : «t'as fait sur un carreau et par sur deux ! », «trace sur les noeuds ! ».

La méthode de Guillaume devient pour certain un moyen de contrôle des pentes des segments, reconnu comme plus sûr que la perception, comme pour Armand : «elle est pas assez penchée... un, deux... un, deux, trois (comptant suivant les deux directions), ah ! si ! la pente est bonne ! ».

En conclusion, on peut dire que les objectifs visés sont en majeure partie atteints :

- il y a eu explicitation des diverses méthodes utilisées pour le contrôle et pour la reproduction,
- la plupart des élèves ont pris conscience du caractère limité de la validité de certaines procédures, de l'existence d'une autre procédure valide dans tous les cas : «la méthode de Guillaume, elle est super !»,
- un certain nombre semblent avoir assimilé, avec encore quelques hésitations (même de la part de Guillaume), la méthode de repérage relatif de la deuxième extrémité du segment par rapport à la première,
- mais d'autres, comme Maxime, ne l'ont encore pas acquise.

Ce dispositif aura donc été d'une relative efficacité : à la fin de cette séance, pour certains, il y a nécessité d'aborder des exercices d'entraînement, pour d'autres, l'apprentissage ne s'étant pas fait, il y a nécessité de rencontrer d'autres situations de ce type ; mais cette séance restera pour la classe une situation de référence pour la compétence visée.

Avant de conclure, nous ferons deux remarques :

- Il ne s'agit pas d'instaurer la «méthode de Guillaume» comme un automatisme lié à la reproduction de figures sur quadrillage, d'«uniformiser les conceptions autour d'un modèle conceptuel proposé par le maître ou par un élève qui a compris avant les autres» (Schubauer-Léoni, 1989, p.360), puisque, pour certains types de figures, d'autres méthodes sont aussi efficaces, et puisque les diverses méthodes peuvent se conforter et se contrôler mutuellement.
- Le choix des figures modèles est important. Il aurait été plus judicieux d'instaurer le débat autour d'une figure de type 2-3 à trois ou quatre côtés.

CONCLUSION

De l'expérience que nous avons relatée ici, nous pouvons tirer quelques conclusions sur le plan pédagogique.

Dans une situation de reproduction sur quadrillage, le choix des figures constitue une variable didactique essentielle, c'est-à-dire que celui-ci influe sur les procédures de reproduction mises en oeuvre par l'élève. Il n'y a pas d'intérêt pour celui-ci à utiliser la procédure élaborée de repérage relatif pour reproduire des figures de type 1 ou 2. Un apprentissage de la procédure experte ne se justifie que pour des figures assez complexes comportant des segments de type 3.

Le choix de la consigne et, en particulier, l'explicitation du sens donné aux mots «pareil» et «reproduire» permettent à l'élève de se construire une représentation adéquate de la tâche à effectuer. A défaut de cette explicitation, l'élève risque de chercher dans le contrat didactique en vigueur des indices pour pouvoir répondre à la question posée.

De plus, la situation doit permettre à l'élève de valider son travail : le maître peut, par exemple, fournir un calque comportant les figures modèles qui sera disponible pour l'élève à la fin de ses tracés.

Dans ce type d'activité, seul le résultat obtenu est visible et le maître a peu d'information pour évaluer les démarches et l'état de savoir des élèves. Le type de situation décrit permet de rendre publiques, d'explicitier pour le maître et les autres élèves, les moyens de contrôle et les procédures de reproduction employées par chacun.

Enfin, on a vu comment les interactions entre les élèves et le maître, et entre élèves sous le contrôle du maître, ont un rôle bénéfique dans l'apprentissage. Par la confrontation à d'autres points de vue, l'élève peut mesurer la validité de ces démarches, les remettre en cause le cas échéant, être disponible pour en construire ou en acquérir de plus expertes.

BIBLIOGRAPHIE

APMEP (1978). *Aides pédagogiques pour le cours élémentaire*, publication de l'APMEP n°49.

BERTHELOT R. et SALIN M.H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans l'enseignement obligatoire*. Thèse de l'Université de Bordeaux.

BROUSSEAU G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherche en didactique des mathématiques*, vol.4.2.

CHANIAC C. (1991). *Connaissances locales des élèves sur le concept de perpendicularité*, mémoire de DEA, Université LYON 1.

CHARNAY R. et MANTE M. (1991). De l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes..., *Grand N*, n°48, p.37-64.

ERMEL (1981). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*, Hatier.

FAVRAT J.F. (1991). Tracés aux instruments et raisonnements géométriques, quelques exemples de consignes, *Grand N*, n°49.

GILLY M. (1989). A propos de la théorie du conflit socio-cognitif et des mécanismes psycho-sociaux des constructions cognitives : perspectives actuelles et modèles explicatifs. *Construction des savoirs: obstacles et conflits*, CIRADE, Montréal, p.162-182.

LURCAT L. (1982). *Espace vécu et espace connu à l'école maternelle*, ESF.

PECHEUX M-G.(1990). *Le développement des rapports des enfants à l'espace*, Nathan Université.

SCHUBAUER-LEONI M.L. (1989). Problématisation des notions d'obstacle épistémologique et de conflit socio-cognitif dans le champ pédagogique, *Construction des savoirs : obstacles et conflits*, CIRADE, Montréal, p.350-363.

