
LE PROBLEME OUVERT EN CLASSE DE MATHEMATIQUE DANS UN INSTITUT MEDICO-PEDAGOGIQUE

Jean TRUCHET
I.M.F.A.I.E.N - Aix-les-Bains

Le problème ouvert : développer chez les élèves un «comportement de recherche».

Au départ, il n'y a pas lieu de revenir sur la définition du «problème ouvert» ou problème «pour chercher» : elle est clairement exprimée dans le numéro 51 de Grand N, par Roland Charnay.

En revanche, il nous semble très important d'insister sur un objectif que se propose d'atteindre le problème ouvert : développer chez l'élève un comportement de recherche, un comportement de chercheur.

A l'origine, comme nous le savons, pour l'équipe de l'IREM de Lyon, le problème ouvert s'adressait à des élèves de collèges et lycées ; il nous a semblé opportun de le proposer à des élèves de l'école élémentaire. Les bons résultats obtenus nous ont encouragé à le proposer alors à des élèves relevant de l'enseignement spécialisé* .

Dans ce compte rendu - assez sommaire - nous préciserons d'abord ce que nous entendons par développer un comportement de chercheur. Nous présenterons ensuite un exemple de problème mis en œuvre dans une classe d'un établissement spécialisé, dans un cadre expérimental. Enfin, nous tenterons de voir s'il y a des «leçons» à tirer de cette expérimentation et nous essaierons d'apporter des éléments de réponse à des questions de fond que nous sommes en droit de nous poser.

I - DEVELOPPER CHEZ L'ELEVE UN «COMPORTEMENT DE RECHERCHE»

«Le mot «recherche» est un de ces mots qui ont fait fortune, qu'on utilise à tous moments et qu'on met «à toutes les sauces»¹.

* Ce travail a été conduit par l'auteur alors qu'il était dans la circonscription de Chambéry II et AIS.

¹ Mialaret Gaston, *Pédagogie générale*, PUF Fondamental, 1991, p. 25.

Il s'agit plus ici d'une attitude de recherche - de chercheur - que d'une recherche scientifique. On peut tout simplement opposer cette attitude à celle qui consiste à appliquer une «recette déjà prête». Le problème ouvert est l'antithèse du «problème type».

Une ébauche de cette attitude peut être esquissée à partir de celle de la recherche scientifique qui met en jeu des exigences et des démarches plus complexes : «énoncé des hypothèses de travail, préparation d'un plan expérimental ou d'un plan de recherche, choix des échantillons de travail, mise au point des instruments d'évaluation, plan d'analyse et d'interprétation des résultats, publication»².

Ainsi développer une attitude de chercheur chez l'élève, c'est :

- lui permettre de tâtonner (il est obligé d'utiliser cette démarche, puisqu'il n'a pas, en réserve, de modèle tout prêt),
- l'encourager à prendre des initiatives,
- le conduire à bâtir des hypothèses de procédures,
- l'engager dans la vérification de ses hypothèses,
- le mettre en situation de confrontation avec ses camarades,
- lui demander d'organiser la communication qu'il doit faire de sa solution,
- lui permettre d'argumenter sur le choix de sa solution (ou ses solutions),
- le rendre «responsable» de son travail.

On peut résumer cette attitude par deux mots importants : **entreprendre** et **chercher** : «... entreprendre et chercher font entrer dans une exploration de l'objet par l'action... Dans la situation-problème à résoudre par le sujet, chercher favorise le questionnement et les hypothèses, entreprendre pousse à prévoir et à anticiper»³.

II - LE PROBLEME OUVERT AVEC LES ELEVES D'UNE CLASSE D'UN INSTITUT MEDICO-PEDAGOGIQUE

Un Institut Médico-Pédagogique (IMP) est un établissement d'enseignement spécialisé. L'agrément de l'établissement dont il est question ici, est le suivant :

«Etablissement accueillant des élèves qui présentent un retard mental léger au sens de l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS)⁴ sans troubles graves du comportement et pour qui un projet est réalisable».

Dans cet établissement :

- 25 % des élèves ont un Q.I. compris entre 70 et 80,
- 67,6 % entre 50 et 70,
- 7,4 % au-dessous de 50.

² Ibid, p. 26.

³ Aumont Bernadette et Mesnier Pierre-Marie, *L'acte d'apprendre*, PUF, décembre 1992, p. 25.

⁴ Normes de l'OMS : Q.I. : 0 - 20 : retard mental profond ; 20 - 34 : retard mental sévère ; 35 - 49 : retard mental modéré ; 50 - 70 : retard mental léger. Le Q.I. n'est qu'un des éléments à prendre en compte. Toutes les recherches actuelles tendent à montrer qu'il faut parler plutôt «d'intelligences multiples».

A - LES ELEVES RETENUS POUR CETTE EXPERIMENTATION

La classe 1 de l'établissement représente la classe du niveau «le plus fort».

- 12 élèves de 12 à 15 ans - 9 garçons, 3 filles
- niveau scolaire CE₂ - début CM₁.

Période de l'année : 2ème trimestre 1992-1993.

Sur les 12 élèves de cette classe,

- * pour ce qui concerne les mécanismes opératoires
 - tous les élèves maîtrisent l'addition et la soustraction,
 - 5 élèves maîtrisent également la multiplication,
 - pour 2 élèves, la multiplication est en cours d'acquisition.
- * pour ce qui concerne la résolution de problèmes :
 - 3 élèves sont capables de résoudre des problèmes simples,
 - 2 élèves arrivent à résoudre des problèmes plus complexes.

L'objectif de cette expérimentation est d'essayer de répondre à la question suivante : *Peut-on conduire les élèves de cette classe à une attitude de chercheur, en leur proposant des «problèmes ouverts» dans leurs activités mathématiques ?*

B - LE PROTOCOLE EXPERIMENTAL

10 séances de 75 mn chacune, le matin de 10h45 à 12h.

La première séance servira à «prendre contact» avec les élèves ; au cours de cette séance, ils rempliront deux fiches : une pour rendre compte des rapports qu'ils ont avec les mathématiques en général et les problèmes en particulier, et l'autre pour construire un sociogramme.

Dans ce premier questionnaire, 10 élèves disent ne pas aimer les mathématiques, et éprouver des difficultés en problème : 8 élèves déclarent aimer les opérations. Seuls 2 élèves affirment aimer faire des problèmes parce qu'ils apprennent «à réfléchir». Tous les garçons répondent que ce n'est pas grave de faire des erreurs, les 3 filles affirment que c'est grave et qu'elles ont peur.

3 séances par semaine pendant 3 semaines.

L'instituteur spécialisé de cette classe sera «l'observateur» : il disposera de grilles individuelles d'observation (voir l'annexe 1). Il notera ainsi, pour chaque élève :

a. des critères observables :

- écoute,
- «mise au travail»,
- volonté d'exposer sa solution au tableau,
- activité ou non activité dans le groupe.

b. des critères quantifiables :

- nombre de prises de parole dans la séance collective,
- nombre de fois qu'une solution est exposée,

- nombre de solutions «validées»,
- nombre d'erreurs.

L'instituteur spécialisé aura également une autre grille d'observation (voir l'annexe 2) : il notera sur celle-ci mes comportements avec les élèves ; ce qui me permettra éventuellement de mieux les adapter.

A l'issue de cette expérimentation, une analyse des grilles d'observation des élèves sera faite (voir l'annexe 3), ainsi que celle des brouillons des élèves qui seront «ramassés» à chacune des séances.

III - DEMARCHE COMMUNE A TOUTES LES SEANCES

Même s'il est toujours délicat de donner une démarche parce qu'il n'y a jamais de «recette», nous proposons celle qui suit non comme un modèle à imiter mais comme un essai qui a donné satisfaction. Cette démarche, préconisée également par Roland Charnay, nous l'avons essayée avec des élèves de l'école élémentaire, avec des élèves relevant de l'enseignement spécialisé - Section d'Enseignement Spécialisé -, avec des étudiants en Sciences de l'Education et avec des enseignants en formation initiale ou continue.

A - PRESENTATION DE LA SITUATION - PHASE 1 -

La situation peut être présentée soit :

- par écrit,
- oralement,
- avec un croquis,
- avec un dessin.

B - LA DIFFICULTE NE DOIT PAS RÉSIDER DANS LA COMPREHENSION DE LA SITUATION - PHASE 2 -

Le problème est clairement défini : les termes de l'énoncé sont compris et appropriés par tous les élèves. L'enseignant doit se garder, et pour lui, c'est un moment difficile, d'explicitier, de donner des indications supplémentaires qui induiraient des démarches... Bref, il doit garder un silence attentif. Si une seule démarche était induite, le problème ouvert n'existerait plus.

C - LE «MOMENT» DE RECHERCHE APPARTIENT AUX ÉLÈVES - PHASE 3 -

Il est préférable que la recherche soit d'abord individuelle. Après quelques minutes de recherche personnelle, nous organisons de petits groupes de recherche collective - 2 à 3 élèves par groupe.

L'enseignant, pendant ce temps, s'applique à observer ses élèves au travail. Il peut en tirer des informations intéressantes sur leur attitude et leurs comportements. Il peut les encourager dans leur recherche, mais il ne doit en aucun cas donner des renseignements qui induiraient la recherche.

D - DEBAT, ECHANGES : MISE EN COMMUN DES SOLUTIONS PROPOSEES - PHASE 4 -

Chaque groupe expose sa recherche, sa solution. Il va y avoir confrontation, débat. Il s'agit ici de véritables échanges entre les élèves qui vont devoir argumenter, contre-argumenter... Il n'est pas question de donner «la bonne solution», mais de pouvoir «valider» sa proposition - il peut y avoir d'autres validations ! -.

E - UN TRAVAIL COMPLEMENTAIRE PEUT ETRE PROPOSE⁵ : AVEC DES NOMBRES DIFFERENTS, PAR EXEMPLE, ESSAYER LA SOLUTION QU'UN AUTRE GROUPE A ELABOREE - PHASE 5 -

Le choix de la résolution reste à l'initiative des élèves. Il est peut-être intéressant pour l'enseignant d'essayer de comprendre pourquoi l'élève a choisi d'essayer telle ou telle solution.

IV - QUELQUES ENONCES PROPOSES : certains sont extraits de Ermel, de Grand N ; d'autres, de la collection Diagonale, chez Nathan.

- Dans mon porte-monnaie j'ai 23 F. Il y a 3 sortes de pièces : des pièces de 1 F, de 2 F, de 5 F. Trouvez plusieurs façons d'avoir 23 F.

- Avec des pièces de 1 F, de 2 F, de 3 F. Trouvez plusieurs façons d'avoir 17 F.

- Je pense à 2 nombres qui se suivent. Je les additionne. Je trouve 53. Quels sont ces deux nombres ?

- Peut-on faire 97 F avec 20 pièces, en utilisant uniquement des pièces de 2 F et de 5 F ?

- Avec combien de pièces peut-on faire 97 F, en utilisant uniquement des pièces de 2 F et de 5 F ?

- Je veux acheter 30 livres de bibliothèque, je dispose pour cela de 500 F. J'achète des livres à 20 F et des livres à 10 F. Combien de livres de chaque sorte ai-je achetés ?

V - EXEMPLE DE SEANCE - LA SEANCE DU 23 MARS 1993 - 8ème SEANCE -

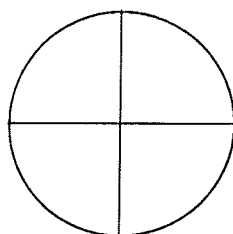
ENONCE PROPOSE⁶

Celui-ci, aujourd'hui, est donné par écrit : à chacun des élèves est remise une feuille de papier, avec le texte puis le dessin suivant :

«Chaque portion de disque doit être coloriée en bleu ou en rouge. Trouve différentes façons de colorier ce disque. Fais ces coloriages sur une feuille».

⁵ Phase préconisée par Roland Charnay.

⁶ Enoncé extrait de «*Math en Flèche*», collection Diagonale CE₂, Nathan, Déc. 1992.



La même démarche que précédemment décrite est reprise :

* Recherche individuelle pendant 10 minutes.

Les élèves ont tous compris l'énoncé. Il n'y a donc pas d'autres explications à donner. Ils dessinent tous sur leur feuille de brouillon un nombre x de disques. Je les observe. Visiblement, ils ne savent pas combien de disques à colorier il faut préparer... En revanche, ils savent que s'ils posaient la question, je n'y répondrais pas. Aussi, ne la posent-ils pas et avec leur compas qu'ils ont pris, d'eux-mêmes, ils dessinent des disques.

Quelques élèves colorient... Un élève, sur les 12 présents aujourd'hui, fait des calculs pour trouver le nombre de disques à dessiner...

* Constitution de 6 groupes de 2 élèves⁷ - 15 mn -

Confrontation de leurs solutions : les échanges sont animés... Les élèves discutent avec intérêt ! La comparaison de leurs disques est parfois difficile : ils ont du mal à repérer les disques identiques ! Ils s'expliquent mutuellement leurs procédures. Certains d'entre eux ont trouvé plus de propositions que d'autres. Le nombre de propositions va de 4 à 12, et aucune n'est erronée. Quelques élèves sont surpris par la quantité de propositions trouvées par leur co-équipier.

* Chaque groupe vient exposer ses propositions au tableau. Elles sont validées au fur et à mesure par l'ensemble de la classe.

Nous dénombrons, pour l'instant, 12 façons différentes de colorier le disque.

Un élève demande la parole. Je la lui donne :

- «Fallait-il trouver toutes les possibilités ?».

Un autre élève lève le doigt. Il a la parole :

- «Non, il fallait trouver différentes façons de colorier le disque, mais pas toutes».

Sentant que la recherche peut être relancée, je leur dis :

«Voici un autre travail : vous allez chercher, maintenant, toutes les façons, sans en oublier une seule».

Il est donné 10 minutes supplémentaires de recherche en groupe.

⁷ Le sociogramme avait permis d'établir des groupes de trois. Les deux premières séances ont mis en évidence que sur trois élèves, un était toujours «exclu» - le tiers exclu ! Nous avons donc remanié les groupes pour faire des groupes de deux pour les séances suivantes.

* Exposé au tableau des propositions.

Pierre :

«Je suis parti d'un disque que j'ai colorié comme j'ai voulu, en me servant de bleu, de rouge ou des deux ; chacun des autres disques que j'ai coloriés ensuite devait être différent des précédents. J'en ai ainsi obtenu 14 différents».

2 groupes se reconnaissent dans la démarche de Pierre.

Nourredine :

«J'ai fait un peu pareil, mais j'ai procédé par pivotement des couleurs vers la droite. J'ai obtenu ainsi 16 disques différents ; je ne sais pas s'ils y sont tous».

Cette proposition intéresse tous les élèves : elle permet de trouver deux propositions supplémentaires. Je demande aux élèves s'il y a parmi eux un groupe qui pense avoir trouvé toutes les propositions.

Antonio qui lève le doigt est envoyé au tableau ; il explique :

«Avant de colorier j'ai réfléchi. J'ai vu qu'à l'intérieur du disque il y avait 4 portions ; j'ai essayé de voir combien de disques différents je pouvais faire en prenant le disque entier, la moitié du disque, 3 portions de disque, 1 portion de disque.

Donc : le disque entier : 2 - un rouge, un bleu -

par moitié de disque : 4,

par trois portions de disque : 8,

par portion de disque : 2.

Je trouve donc 16 disques différents et je suis certain qu'ils y sont tous».

Pierre veut recompter lui-même les propositions d'Antonio. Au tableau, il dessine les différentes portions du disque et compte. Il s'écrit alors :

«Tu as raison. Avec ma méthode j'en ai oublié 4 !».

Tous les élèves applaudissent Antonio. Comme c'est très inattendu, je laisse faire...

Ce problème est l'avant-dernier de la série d'expérimentation. A ce stade, ils sont donc familiarisés avec cette pratique qui leur a donné une certaine habileté personnelle.

VI - BILAN DE CETTE EXPERIMENTATION A L'ISSUE DES 9 SEANCES

Tentative de réponse à la problématique de départ :

Compte tenu de l'observation, de l'analyse des grilles d'observation⁸, sur les 12 élèves de la classe 1 de cet I.M.P. :

- 6 élèves ont adopté complètement «le comportement de chercheur» tel qu'il a été défini,

- 3 élèves ont eu un parcours irrégulier mais allant dans le sens d'une adoption de ce comportement,

- 3 élèves n'ont pas - ou ont peu - adhéré à la démarche proposée.

⁸ Pour chacun des élèves, il a été établi un tableau récapitulatif regroupant les «résultats» de chacune des 9 séances. (A titre d'exemple, voir l'annexe 1 avec les tableaux de 2 élèves). Une analyse des résultats a permis de faire les commentaires qui suivent.

CONCLUSION

Cette expérimentation m'a personnellement beaucoup apporté : en adaptant cette méthode de manière conjointe aux élèves de l'enseignement «ordinaire» et à ceux de la classe 1 de l'Institut Médico-Pédagogique, j'ai constaté que le «problème ouvert» permet effectivement de développer chez les enfants l'attitude de chercheur telle que je l'ai définie. Cette expérience vaut ce qu'elle vaut, surtout en ce qui concerne les essais d'interprétation que j'ai pu formuler.

Les problèmes «ouverts» permettent aux élèves qui ont des difficultés d'expression (lecture, écriture), non de les supprimer, mais de les «dépasser» psychologiquement (dans un premier temps). A partir d'une certaine réussite, les élèves se sentent stimulés, de sorte que des blocages peuvent s'atténuer ou disparaître. Ils acquièrent ainsi une confiance en eux qui se renforce en fonction de leur réussite progressive : ils découvrent motivation, goût d'apprendre et envie de réussir ; ils se sentent reconnus par les autres, adulte référent et camarades.

La relation d'élève à élève s'en trouve modifiée positivement, la relation enseignement-apprentissage change aussi puisque l'élève devient davantage acteur de son apprentissage : en confrontant ses essais avec ceux de ses camarades («choc psycho-cognitif») il enseigne aux autres en quelque sorte, et apprend d'eux, si bien qu'il ne se sent pas limité à ses propres insuffisances qui cessent alors de l'inhiber.

Une autre question se pose : peut-on, en proposant des problèmes ouverts, vérifier et développer le postulat d'éducabilité et en mesurer des effets ?

L'enseignant est obligé, en particulier avec les élèves de l'Institut Médico-Pédagogique, de devenir particulièrement inventif, ayant sans cesse à créer des situations facilitant l'apprentissage. Les enfants sont en effet capables de tirer profit de cet enseignement, et l'on a vu également qu'on peut augmenter leur capacité de propositions. La mesure des effets en est à la fois probante et aléatoire puisque l'expérimentation effectuée a ses propres limites, telle qu'elle est menée «ici et maintenant». Elle demeure cependant encourageante et mériterait de passer au stade d'une pratique plus courante.

Peut-on à partir de là, espérer réconcilier les élèves avec le «savoir» mathématique ? En même temps que la démarche étudiée jusqu'ici, il faut envisager le contenu. Dès lors qu'ils réussissent dans cette appropriation que le maître doit entretenir, les élèves apprennent de leur propre mouvement. La relation qu'ils développent avec leur propre savoir mathématique les amènera à utiliser leurs connaissances, à condition que l'enseignant les y aide, dans des situations nouvelles qui représenteront autant d'outils pour apprendre à nouveau et encore.

On peut déduire de cela que l'appréhension intellectuelle de l'individu s'élargit et que le comportement global devient positif à l'égard de l'objet d'étude, dans ses relations avec l'adulte et avec ses camarades, dont il est reconnu. Ayant une perception plus large de ses capacités, il enrichit sa quête, de sorte qu'il sera peut-être amené à considérer autrement les autres disciplines, surtout celles où il se trouvait en échec.

Ce nouvel «état d'être» sera donc bénéfique pour ses acquisitions immédiates dans tous les autres apprentissages. Mais aussi il aura appris (un peu !) sur lui-même ; il verra par la suite que dans la vie, tous ses problèmes seront «ouverts», qu'il devra toujours chercher posément toutes les solutions possibles en vue des meilleurs choix.

ANNEXE 1

Exemple de grilles d'observation complètes

Rachid

	«observation»				«mesure»			
séances	1	2	3	4	1	2	3	4
1	oui	oui	oui	P	4	2	3	0
2	oui	oui	oui	A	3	2	2	0
3	oui	oui	oui	A	4	2	2	0
4	oui	oui	oui	A	2	2	2	0
5	oui	oui	oui	A	2	2	2	0
6	non	non	oui	A	1	1	1	0
7	oui	oui	oui	A	2	2	2	0
8	oui	oui	oui	A	2	2	2	0
9	oui	oui	oui	A	2	2	2	0

Marie

	«observation»				«mesure»			
séances	1	2	3	4	1	2	3	4
1	oui	oui	oui	P	0	2	2	0
2	oui	oui	oui	A	1	1	1	0
3	oui	oui	oui	A	2	1	1	0
4	oui	oui	oui	A	1	1	1	0
5	oui	oui	oui	A	2	1	1	0
6	oui	oui	oui	A	2	2	2	0
7	oui	oui	oui	A	2	1	1	0
8	oui	oui	oui	A	1	1	1	0
9	oui	oui	oui	A	2	1	1	0

LES CRITERES

1. Les critères observables :

l'élève :

1. écoute,
2. se met rapidement au travail,
3. veut exposer sa solution au tableau,
4. est actif -A- ; non actif -P-.

2. Les critères quantifiables

pour chacun des élèves :

1. nombre de prises de parole dans la séance collective,
2. nombre de fois qu'il expose sa solution, par séance,
3. nombre de fois que sa solution est validée,
4. nombre d'erreurs dans la solution proposée.

ANNEXE 2

Observation de l'enseignement

Date :

1. Sait «prendre la classe en main» rapidement.	
2. Consignes : - claires - précises - sobres	
3. Les élèves savent-ils exactement ce que le maître attend d'eux ?	
4. Sait-il utiliser les interventions des élèves ?	
5. Questionnement du maître : - questions ouvertes (nombre) - questions fermées (nombre)	
6. Sait-il valoriser les interventions des élèves ?	
7. Sait-il encourager, valoriser le travail des élèves ?	
8. Nombre de prises de parole, hors consignes.	
9. Objectif : a. a-t-il été annoncé clairement ? b. a-t-il été atteint ?	
10. Formes du travail proposé : - oral, - écrit, - individuel, - collectif (classe, petits groupes)	
11. Autres observations.	

ANNEXE 3

Date :

Prénom

Age :

«Contrat pédagogique»

1. Ecoute le maître.	
2. Se met «rapidement» au travail.	
3. Ecoute les autres élèves.	
4. Place à l'intérieur du groupe : leader ou membre.	
5. Dans le groupe : membre actif ou passif.	
6. Nombre de prises de parole dans la séance collective.	
7. Veut exposer sa démarche au tableau	
8. Validation de ses affirmations.	
9. Expose sa démarche au tableau.	
10. Nombre d'erreurs dans la séance.	
11. Autres observations.	

