
L'ADDIDEUDE

CE₁

Robert NEYRET
Professeur de mathématiques
I.U.F.M. de Grenoble

Ce travail a été effectué dans le cadre d'une recherche INRP portant sur les apprentissages numériques pour les 5/8 ans.

Les activités ont eu lieu dans plusieurs CE₁, notamment les classes de M. Colenson (Valence), Mmes Espié et Taillandier (Grenoble).

Mme Guillerault et M. Argaud, professeurs d'Ecole Normale, ont suivi ce travail.

PRESENTATION ET OBJECTIFS

Cette activité invite les enfants à trouver toutes les décompositions additives des nombres de 2 jusqu'à 12. Elle rend nécessaire une organisation des écritures du type $a + b$; elle va permettre de travailler avec les élèves sur cet aspect méthodologique des situations-problèmes. C'est cet aspect qui sera particulièrement développé et illustré dans cet article.

En même temps, elle peut aider les enfants à mémoriser la table d'addition des nombres de 1 jusqu'à 10 et de percevoir l'équivalence des écritures $a + b$ et $b + a$.

Les décompositions de 10 sont particulièrement utilisées. C'est donc aussi une activité d'entraînement et de renforcement de ces deux derniers aspects. Cette activité est complétée par quelques jeux qui peuvent être utilisés au moment jugé le plus opportun par l'enseignement (phases de renforcement, d'entretien, etc.).

DESCRIPTION ET MISE EN ŒUVRE

Phase 1 : Lancer de deux dés

Matériel :

- deux dés ;
- une feuille de papier et un stylo ;
- des étiquettes cartonnées de dimension maximum $4,5 \times 3$ (pour éviter un encombrement trop grand).

Consigne :

«Vous lancez deux dés et vous écrivez tout ce que vous avez fait» (ou toutes les solutions que l'on peut obtenir).

La consigne, volontairement vague a pour but d'obtenir des interprétations et des productions écrites variées, par exemple pour un jet des deux dés ayant produit 2 et 3, certains n'y voient que les nombres 2 et 3, certains l'interprètent comme le nombre de points gagnés par le joueur.

Comme traces écrites on peut voir apparaître :

a. des dessins du type suivant ;



b. des écritures ne donnant que les nombres apparus sur les dés c'est-à-dire 2 et 3 ;

c. des écritures variées donnant le nombre total de points obtenus : par exemple $2 + 3$, $3 + 2$, 5 ou encore 2, 3 et 5, ou encore simplement 5 ;

d. des écritures faisant intervenir des égalités : $2 + 3 = 5$.

Les écritures a et b traduisent simplement le lancer des dés, par contre les écritures c, d traduisent aussi la volonté de faire figurer le résultat d'une addition.

Voici à titre d'exemples, quelques productions représentatives de la classe de Mme Taillandier.

Emmanuelle Nadège

$$oo + oo = 8$$

$$oo + oo = 6$$

$$oo + oo = 10$$

Hoda Elvina

oo/oo
ooo)oooo

Hélène Tiphaine

$$3 + 6 \quad 6 + 5$$

$$4 + 1 \quad 2 + 6$$

$$3 + 3 \quad 4 + 5$$

$$3 + 1 \quad 2 + 1$$

$$3 + 2$$

$$4 + 4 \quad 6 + 2$$

Yves
christophe

4	6	6	8
5	1	5	4

Linda : $o + o = 4$ $6 + 3 = 9$ $4 + 3 = 7$
 $4 + 1 = 5$

L'enseignant valorise les traces écrites du type c, d.

Il procède ensuite collectivement à l'inventaire de toutes les écritures du type $2 + 3$ et du résultat correspondant 5, écritures qui sont reportées par les enfants sur leurs étiquettes

au recto

$2 + 3$

au verso

5

Phase 2 : Toutes les écritures... ?

Matériel :

- deux dés ;
- 40 étiquettes ;
- une feuille $21 \times 29,7$.

Consigne :

«Vous allez relancer les dés. Il faut que vous trouviez toutes les écritures possibles du nombre de points que l'on peut obtenir : vous les inscrivez sur les petites étiquettes et vous les disposerez sur la feuille».

La motivation dans cette phase est donc de trouver toutes les étiquettes, ce qui va nécessiter d'organiser celles-ci, puis ensuite de comparer ces organisations entre elles pour voir si on obtient la même collection.

Les élèves travaillent par deux. Ils ont à leur disposition un stock d'une quarantaine d'étiquettes en carton.

On attend que les organisations du type suivant apparaissent :

a. l'organisation par paires $2 + 5$ et $5 + 2$, $1 + 4$ et $4 + 1$ etc., les écritures $2 + 2$, $4 + 4$ étant mises à part ;

b. le regroupement des étiquettes selon le nombre de points obtenus (cette organisation est fortement influencée par la présence du total des points au verso des étiquettes)

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6
	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	3+5	4+5	5+5	6+5	
		3+1	3+2	3+3	3+4	4+4	5+4	6+4		
			4+1	4+2	4+3	5+3	6+3			
				5+1	5+2	6+2				
					6+1					

c. le regroupement de ceux qui commencent par 1, puis par 2 etc. avec des dispositions du type suivant :

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6
6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6

A titre d'exemple voici les résultats obtenus dans une classe (classe de M. Colenson Valence) après une recherche d'une vingtaine de minutes (les élèves travaillant par binôme).

- A propos du nombre d'écritures différentes trouvées	
nombre d'élèves ayant trouvé moins de 30 écritures	: 18
nombre d'élèves ayant trouvé entre 30 et 36 écritures	: 6
nombre d'élèves ayant trouvé 36 écritures	: 2

total	26

- A propos du type d'organisation proposé par les élèves	
aucune organisation	: 12
classification selon le 1er terme de la somme	: 8
association par paires (type a précédent)	: 2
classification par somme constante (type b)	: 2
classification en table usuelle (type c)	: 2

total	26

On peut noter la difficulté qu'ont la plupart des élèves à trouver rapidement une organisation de l'ensemble des étiquettes : l'ampleur du nombre de celles-ci les déroutent sans doute. Signalons que le groupe qui a trouvé les 36 étiquettes les a organisées selon le type «table de Pythagore».

Il a été nécessaire de poursuivre cette recherche une séance suivante (en précisant à l'ensemble de la classe qu'un groupe en avait trouvé 36).

Une mise en commun doit permettre la comparaison des types d'organisation. A titre d'exemple, nous donnons la présentation des différentes organisations trouvées par les différents binômes d'élèves de la classe de M. Colenson.

Présentation des travaux des groupes :

Groupe 1 : (Ludovic-Florian)

1+1	2+2	3+3	4+4	5+5			
1+2	2+1	3+4	4+3	5+4	4+5	2+5	2+6
1+3	3+1	3+5	5+3		6+5	5+6	6+6
1+4	4+1	3+6	6+3		6+2		
1+5	5+1	3+2	2+3	4+2	2+4		
1+6	6+1		4+6	6+4	5+2		

Groupe 2 : (Marc-Maxime)

1+1	3+6	6+3	
2+2	3+5	5+3	
3+3	6+2	2+6	
4+4	4+2	2+4	etc. pour tout les autres.
5+5	1+3	3+1	
6+6	2+1	1+2	

Les enfants trouvent des ressemblances avec le 1er groupe, et concluent aussi qu'il est impossible de dire s'ils ont tous les résultats car «si jamais ils ont oublié une façon d'écrire ils n'ont pas l'inverse».

Groupe 3 : (Chloé-Frédérique)

1+6	1+5	1+4	1+3	1+2	1+1
2+6	2+5	2+4	2+3	2+2	2+1
3+6	3+5	3+4	3+3	3+2	3+1
4+6	4+5	4+4	4+3	4+2	4+1
5+6	5+5	5+4	5+3	5+2	5+1
6+6	6+5	6+4	6+3	6+2	6+1

Frédérique : «On a mis tous les 6 ensemble, puis tous les 5. C'est toujours 1, 2, 3, 4, 5, 6 dans toutes les rangées».

Florent : «Ils sont en diagonale».

Maëlle-Anna : «Pourquoi vous avez mis en premier 1 et 6, et pas 1 et 1, de droite à gauche et pas de gauche à droite ?».

Frédérique : «Parce que ça c'est trouvé comme ça».

Florian : «Il y a 1, 2, 3, 4, 5, 6 dans chaque colonne».

Thibaut : «On peut pas être sûr d'avoir tout trouvé».

Chloé : «Si ! Parce qu'on les a mis dans l'ordre».

Maëlla-Anna : «Dans tous les tableaux il y en a 36».

Marc : «Dans chaque colonne il y a un double».

Les groupes Clément-César et Sarah-Christelle présentent des travaux analogues.

Groupe 4 : (Thibaut-Laure)

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6
	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	
		2+2	3+2	4+2	5+2	5+3	5+4	5+5		
			2+3	2+4	2+5	3+5	4+5			
				3+3	3+4	4+4				
					4+3					

Maëlle-Anna : «Le rangement des autres d'était en carré et là c'est en diagonale».

Pauline : «Ils ont fait un nombre et en-dessous l'inverse».

Maître : «Vous avez lu de droite à gauche et de gauche à droite ; dans les autres tableaux vous avez lu d'une autre façon !».

Emilie : «De haut en bas».

Maître : «Que voit-on ?».

Clément : «Ça fait 2, ça fait 3, ça fait 4...».

Pauline : «Ça fait tout le temps par colonne 2, 3, ..., 12».

Thibaut : «On a essayé de toujours trouver ce qui faisait le même résultat et on les a rangés».

Plusieurs élèves : «Il y en a partout 36 dans tous les tableaux».

Maître aux élèves du groupe : «Etes-vous sûrs de tous les avoir ?».

Thibaut : «Parce que ça fait un escalier».

Marc : «Parce qu'ils ont rangé dans l'ordre».

Les sept autres groupes ont réalisé des tables de Pythagore : on analyse les différences qu'elles présentent par rapport à celle du groupe 3 : par ligne, par colonne, disposition des doubles...

Phase 3 : Travail sur les différentes organisations

Dans un premier temps, on travaille plutôt sur l'organisation b, en prenant en compte l'organisation a si elle apparaît, par exemple celle de Thibaut et Laure évoquée précédemment.

Dans un deuxième temps, on privilégie l'organisation en tableau (c).

	1	2	3	4	5	6
1	1+1					
2		2+2				
3			3+3			
4				4+4		
5					5+5	
6						6+6

Un enfant amorce le tableau, les autres doivent le continuer. Les diverses façons de constituer les tableaux, avec les deux sens de lecture doivent permettre aux enfants de redécouvrir les propriétés de ceux-ci et de se persuader qu'ils ont trouvé toutes les écritures.

La vérification du fonctionnement du tableau se fait en invitant les enfants à retrouver une ou plusieurs étiquettes que l'on a enlevées.

Dans un troisième temps on fait constater aux élèves qu'ils ont bien les mêmes étiquettes dans les organisations b et c en faisant colorier d'une même couleur toutes les étiquettes correspondant à une colonne dans l'organisation a : elles sont situées en diagonale dans b.

Il faut éviter de faire figurer les en-têtes au cours de cette activité, car les enfants ont tendance à confondre «la colonne du 5 dans a (écritures où figure un 5) avec la colonne du 5 dans b» (écritures dont la somme fait 5).

Cette activité débouche naturellement sur la constitution d'une table de Pythagore allant jusqu'à 6.

Phase 4 : Un jeu d'entraînement : l'addideucarte

On fait constituer aux enfants un lot de 6 cartes sur lesquelles les nombres de 1 jusqu'à 6 sont écrits. Par deux, les enfants disposent donc d'un lot de 12 cartes. Les cartes étant retournées, ils tirent à tour de rôle deux cartes ; ils doivent faire de tête la somme des deux nombres figurant sur celles-ci. Cette somme est inscrite sur une feuille du type suivant :

étiquettes tirées	somme	contrôle
3 6	9	
5 5	10	
· ·	·	

Chaque élève réalise cinq tirages ; au bout de ceux-ci, les feuilles sont échangées entre les deux joueurs et les sommes sont vérifiées à l'aide de la table dont ils disposent.

Si la somme est juste le contrôleur met un point. Par exemple :

étiquettes tirées		somme	contrôle
3	6	9	1
5	5	10	1
4	1	5	1
5	6	13	0
2	2	4	1

Après avoir fait le total des points, si les deux joueurs sont à égalité, alors ils font le total des sommes (éventuellement en se servant de leur calculette). Gagne celui qui a le total le plus fort.

Par la suite, pour limiter les comptages sur les doigts dans le calcul des sommes, un temps limité est donné par la maîtresse pour tirer les cartes et calculer la somme (départ le même pour tous, arrêt le même pour tous).

Phase 5 : Les décompositions des nombres jusqu'à 12

L'organisation des étiquettes «à somme constante» dans le jeu de l'addideude montre qu'à partir de 7, le nombre total de décompositions obtenues par lancer de deux dés décroît, pour tomber à 1 quand il s'agit de 12, or les enfants connaissent d'autres décompositions de 12 (notamment 6+6).

Ceci doit inciter les élèves à rechercher de nouvelles décompositions des nombres jusqu'à 12. On abandonne la contrainte imposée par les dés (nombres au plus égaux à 6). Les différentes méthodes pour établir la liste des décompositions pour un nombre donné sont étudiées :

- croissance de 0 à 12 du premier terme ;
- association par deux des termes $a + b$ et $b + a$, puis croissance de l'un des termes.

L'observation du tableau suivant permet de constater un certain nombre de propriétés : les lignes commencent par le même nombre, dans une colonne, les premiers nombres sont dans un ordre croissant, les seconds dans un ordre décroissant...

[illegible]

Les nombres somme sont volontairement mis en-dessous pour éviter les confusions avec les nombres «entrée» dans les tables d'addition.

Ensuite, la table jusqu'à 10 est constituée. On regarde où sont situées les étiquettes correspondantes aux décompositions de 10 sur la table d'addition : les cases correspondantes sont coloriées.

Un jeu d'entraînement : L'addideucentre

Matériel :

- Un jeu de 60 cartes à double face : sur une face une écriture additive issue de la table d'addition jusqu'à 10 que l'on appelle face additive, de l'autre la somme correspondante que l'on appelle face solution.
- Des fiches de contrôle tenues par le secrétaire.

Déroulement :

Les enfants sont répartis en groupe de cinq : quatre joueurs et un secrétaire (chacun est secrétaire à son tour et l'ordre des joueurs est décidé à l'avance).

Le secrétaire donne trois cartes à chaque joueur, faces additives visibles. Puis il en retourne quatre sur la table, face solution visible.

Exemple de décomposition

		1er joueur				
		6+1	8+2	2+3		
4ème joueur	7+5				3+5	2ème joueur
	6+6	7	9		8+3	
	2+2	12	5		7+4	
		6+5	5+4	5+5		
		3ème joueur				

Le joueur doit prendre une carte dans son jeu qui corresponde à une des cartes centrales (par exemple le joueur 1 va prendre sa carte marquée 2+3 qu'il pose à côté de la carte 5 : la validation se fait en retournant sa carte).

En cas d'erreur, sa carte reste dans la partie centrale, face solution visible

Sinon, il emporte les deux cartes et les place près de lui. Il ne s'en sert plus.

Le secrétaire contrôle le déroulement et note les additions correspondantes sur la fiche récapitulative.

Ainsi, à l'issue du 1er tour, si le premier joueur ne se trompe pas, la situation est la suivante :

		1er joueur				
		8+2		9		
4ème joueur	7+5				3+5	2ème joueur
	6+6	12			8+3	
	2+2				7+4	
		6+5	5+4	5+5		
		3ème joueur				

Fiche récapitulative (tenue par chaque joueur secrétaire).

	joueur 1	joueur 2	joueur 3	joueur 4	joueur 5
1er tour	2+3=5 6+1=7				
2ème tour					
total					

On passe au joueur suivant.

Si aucune carte sur la table ne correspond aux cartes que le joueur a dans son jeu, celui-ci pose une de ses cartes dans la partie centrale, face solution visible (il a intérêt évidemment à poser une carte ne correspondant à aucune des écritures des autres joueurs).

Ainsi le deuxième joueur a intérêt à poser la carte 3+5 et non l'une des cartes 8+3 ou 7+4 qui correspond à une carte de ses adversaires.

On passe au joueur suivant, etc.

Quand chaque joueur n'a plus de cartes, on change de secrétaire qui reprend toutes les cartes. Il redistribue trois cartes à chacun et en place quatre au centre et le jeu recommence comme avant.

Il y a cinq donnes successives de façon que chaque élève soit secrétaire.

A la fin de la partie, on totalise le nombre d'appariements effectués. Gagne celui qui en a fait le plus.

