LA NUMERATION

• LES DIFFICULTES SUSCITEES PAR SON APPRENTISSAGE
• UNE STRATEGIE DIDACTIQUE CHERCHANT A FAVORISER UNE MEILLEURE COMPREHENSION.

Nadine BEDNARZ, Bernadette JANVIER
Centre Interdisciplinaire de Recherche sur l'Apprentissage et le Développement en Education (CIRADE)
Université du Québec à MONTREAL

Nadine Bednarz et Bernadette Janvier ont mené durant cinq ans un travail sur la numération et son apprentissage à l'Ecole Primaire. Les programmes scolaires québécois différant peu sur ce point de nos programmes français, cette recherche récente, tout à la fois diversifiée et complète, nous a paru pouvoir intéresser nos lecteurs. Nous vous la présentons en deux parties, l'une dans ce numéro, l'autre dans le prochain.

Cet article est une réflexion sur la numération et son apprentissage. Il fait suite à un travail mené avec des enfants durant cinq ans.

Dans un premier temps, en observant en 1979-80 200 enfants du primaire (6 - 7 ans à 9 - 10 ans), nous avons mis en évidence leur peu de compréhension de la numération et relevé leurs principales difficultés et erreurs lors de l'apprentissage de cette notion. Ces difficultés et erreurs seront présentées et exploitées dans ce premier article, où nous caractériserons les aspects de l'enseignement qui y conduisent. La plupart des exemples donnés sont tirés des entrevues diagnostiques sur la numération que nous avons construites en 1979-80 *.

Dans cette même recherche, nous avons précisé une conception de la numération bien différente de celle qu'on trouve actuellement, et avons élaboré un cadre de référence pouvant servir à la fois à des fins d'apprentissage et d'évaluation de la notion. Soucieuses de mettre en pratique ce cadre de référence, de 1980 à 1983, nous avons pris en charge pour l'enseignement des mathématiques, un groupe d'enfants de la 1ère année (6 - 7 ans) à la 3ème année (8 - 9 ans). Cette expérimentation , échelonnée sur une longue période, cherchait à développer une séquence d'apprentissage favorisant une meilleure compréhension de la numération au premier cycle du primaire. Un exemple provenant de cette expérimentation sera présenté dans un deuxième article.

(*) – Ils sont présentés partiellement dans un article paru dans Educational Studies – Numéro 13.

1ère partie :
LA NUMERATION :
LES DIFFICULTES SUSCITEES PAR SON APPRENTISSAGE.

L'enseignement de la numération occupe une place importante dans le programme de mathématiques de l'école élémentaire et en particulier dans ses trois premières années.

Nous allons relever les aspects qui caractérisent cet enseignement et, à la lumière d'observations, d'erreurs et de difficultés plus particulièrement liées à chacune de ces caractéristiques, nous dégagerons la conception de la numération véhiculée par une telle approche.

CARACTERISTIQUE 1

GRANDE INSISTANCE MISE SUR LE PASSAGE DE L'ECRITURE SYMBOLIQUE DU NOMBRE "CHIFFRE, POSITION" A LA SYMBOLISATION "UNITES, DIZAINES, CENTAINES, . . . "

1) La numération est souvent identifiée à la capacité de lire des nombres, de les écrire et à l'habileté de pointer, dans un nombre donné, les valeurs de position. Ainsi, beaucoup d'exercices consistent, et ceci à tous les niveaux, à écrire un nombre en lettres ou en chiffres, à identifier dans un nombre donné le chiffre qui représente les dizaines, les centaines . . . (identifier la position) et à indiquer leur valeur associée par le biais du même vocabulaire (nombre de dizaines, nombre de centaines . . .).

Voici par exemple ce qu'on peut retrouver autour de 3276 :

"Ecris en lettres 3276".

"Ecris en chiffres trois mille deux cent soixante-seize."

"Dans 3276,
quel est le chiffre des unités ?
quel est le chiffre des dizaines ?
quel est le chiffre des centaines ?
quel est le chiffre des mille ?"

"Dans 3276,

quel est le nombre de mille ?		combien y a-t-il de mille ?
quel est le nombre de centaines ?	OU	combien y a-t-il de centaines ?
quel est le nombre de dizaines ?		combien y a-t-il de dizaines ?
quel est le nombre d'unités ?		combien y a-t-il d'unités ? (*)"

"Ecris le nombre correspondant à :
3 mille 2 centaines 7 dizaines 6 unités :
327 dizaines 6 unités :
32 centaines 7 dizaines 6 unités : "

(*) – Notez ici la différence subtile (question de vocabulaire !) entre une question comme "quel est le chiffre des dizaines dans . . . ?" et une question comme "quel est le nombre de dizaines dans . . . ?".

2) **Difficultés et erreurs reliées à cette caractéristique.**

A quelle interprétation de la numération est conduit l'enfant par ce travail sur l'écriture et sur un vocabulaire associé dizaines, centaines . . . ? Nous utiliserons pour répondre à cette question, un item qui a été expérimenté auprès d'enfants de fin de 3e année (8 - 9 ans) et fin de 4e année (9 - 10 ans).

Description de l'item (protocole d'entrevue)

"Regarde, j'ai deux nombres".

Sur la feuille que nous présentons au même moment à l'enfant est écrit :

402 ? 513

"Je pense dans ma tête à un nombre qui est plus grand que celui-ci (nous montrons 402) et plus petit que celui-là (nous montrons 513), un nombre qui est entre les deux.

Tu dois essayer de trouver le nombre que j'ai dans ma tête, mais pour cela tu dois te servir des étiquettes."

Les vingt étiquettes suivantes sont étalées sur la table devant l'enfant, **toutes mélangées** :

0 unité	1 unité	2 unités	3 unités	4 unités	5 unités	10 unités	11 unités
12 unités	3 dizaines	4 dizaines	5 dizaines	40 dizaines	41 dizaines	42 dizaines	
43 dizaines	45 dizaines	51 dizaines	3 centaines	5 centaines			

"Pour me demander un nombre, tu dois d'abord le faire avec les étiquettes. Je te dirai alors si le nombre auquel je pense est plus grand ou plus petit que le nombre que tu as fait. Tu recommenceras ainsi, jusqu'à tant que tu le trouves. N'oublie pas : mon nombre est plus grand que celui-ci (402) et plus petit que celui-là (513). "

Remarques sur l'item

– Le nombre que l'interviewer a en tête est 445.

– Si l'enfant ne peut trouver le nombre, il lui est donné après plusieurs essais et nous lui demandons de le faire avec les étiquettes.

– Pour confirmer la stratégie utilisée par l'enfant dans la constitution d'un nombre, nous lui présentons successivement les étiquettes suivantes en vrac **(non alignées)** et nous lui demandons à chaque fois :

"Peux-tu me dire quel nombre ça fait ? Pourquoi ?"

d'abord : [42 dizaines]
puis : [2 unités] [4 dizaines]
puis : [2 unités] [42 dizaines] [4 dizaines]
et enfin : [10 unités] [42 dizaines] [2 unités] [4 dizaines]

Résultats

– **Un nombre est une suite de chiffres ; aucune prise en considération des mots centaines, dizaines, unités** (41 % en 3e année, 35 % en 4e année).

Certains enfants (tous ceux qui se retrouvent dans cette catégorie) travaillent exclusivement avec les chiffres des étiquettes sans s'occuper des mots qui y sont écrits.

Ils proposent 445 en alignant les étiquettes 4 unités, 4 dizaines, 5 unités. Ils regardent avant tout 4, 4, 5. Ils forment ainsi un nombre avec autant de chiffres qu'il y en a sur l'ensemble des étiquettes, et le nombre formé ne dépend alors que de l'ordre des étiquettes. Lorsque l'expérimentateur propose les quatre étiquettes : 10 unités, 42 dizaines, 2 unités, 4 dizaines, le nombre donné sera 104224 et même certains liront dix mille quatre mille deux cents vingt-quatre.

– **Les mots centaines, dizaines, unités sont associés à un découpage, à un ordre dans l'écriture** (30 % en 3e année, 21 % en 4e année).

Nous retrouvons ici deux attitudes :

- Certains enfants recherchent **trois chiffres dans l'ordre centaines/dizaines/unités.**

Ainsi, pour former 445, ils prendront 4 dizaines, 5 unités et chercheront à tout prix 4 centaines. Ne le trouvant pas, ils ne pourront rien faire. S'ils ont 5 centaines, 1 unité, ils chercheront 0 dizaine pour former 501.

- D'autres, **recherchant toujours trois chiffres**, travaillent au niveau d'un **simple découpage de l'écriture en dizaines/unités.**

Ainsi, certains enfants qui ont 42 dizaines chercheront 0 unité pour former 420. Des doutes peuvent alors être émis quant à la signification véritable qu'ils accordent à dizaines, unités. Des interventions viendront éclairer la véritable signification qu'ils leur accordent.

Nous avons observé un des trois cas suivants :

– Dans des entrevues où l'étiquette 0 unité était absente, des enfants qui voulaient nommer 450 avaient l'étiquette 45 dizaines en main et, ne pouvant trouver 0 unité (ils le demandaient), décidaient de changer de nombre et d'en demander un autre.

– Dans une intervention où nous proposions plus d'une étiquette dizaine (ex. : 42 dizaines, 4 dizaines, 2 unités), des enfants donnaient 4242.

– Dans une intervention où nous proposions 42 dizaines, certains enfants disaient utiliser la règle "quand on a des dizaines, il faut ajouter un zéro" et ils nommaient 420. Malgré l'exactitude de cette réponse, nous pouvons encore avoir des doutes sur la véritable signification accordée à "dizaines".

– Centaines, dizaines . . . ont une signification en termes de groupements (27 % en 3e année, 44 % en 4e année).

Peu d'enfants accordent vraiment une signification à l'écriture centaines, dizaines, unités en termes de groupements.

Voici un exemple illustrant une signification véritable accordée à centaines/dizaines en termes de groupements :

"10 unités, 42 dizaines, 2 unités, 4 dizaines donnent 472 car 40 dizaines ça fait 4 cents, 10 unités on peut faire 1 dizaine, avec les 2 et les 4 dizaines, ça fait 7 dizaines et 2 unités, 472".

3) Conclusion reliée à cette première caractéristique et aux difficultés observées.

Nous voulions voir dans cet item jusqu'à quel point l'enfant accordait une signification véritable aux mots centaines, dizaines, unités, et jusqu'à quel point ceux-ci l'aidaient à associer aux chiffres de l'écriture conventionnelle une valeur reliée à la position. Or, nous voyons qu'en dépit de la place prédominante que ce symbolisme centaines, dizaines, unités, occupe dans l'enseignement, peu d'enfants (27 % en 3e année , 44 % en 4e année) lui accordent une signification véritable en termes de groupements et l'utilisent pour reconstruire l'écriture conventionnelle. En fait, ce symbolisme n'a pas pour l'enfant plus de signification que celui de l'écriture. Il reste une convention à apprendre, à mémoriser, un vocabulaire qui ne renvoie pas du tout à l'image d'un groupement.

L'enseignement de la numération (Caractéristique I) **s'identifie** à un travail sur des symboles et au passage :

Ecriture "chiffres, position" $\longleftrightarrow$ Ecriture "mots, vocabulaire"

On pense généralement que ce jeu de traduction entre ces deux écritures aidera l'enfant à percevoir la position et son importance (valeur associée).

Or, il conduit beaucoup plus, **quand les enfants en tiennent compte**, à une interprétation en termes de **découpage, à une prédominance de l'ordre dans l'écriture** qu'à une interprétation véritable de la valeur de position.

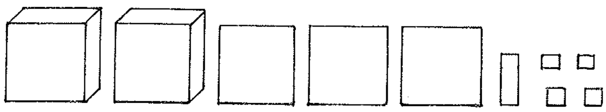
CARACTERISTIQUE 2

TOUTE REPRESENTATION D'UN NOMBRE APPARAIT SELON UN ALIGNEMENT REPRENANT L'ORDRE DE L'ECRITURE CONVENTIONNELLE DU NOMBRE.

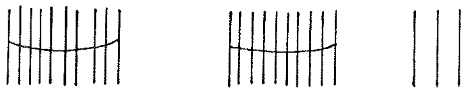
1) En effet, nous retrouvons **partout et très tôt cette règle d'alignement** suivant l'ordre décroissant des groupements et ceci, quelle que soit la forme utilisée pour communiquer le nombre : chiffres, mots, tableau de position, image de matériel, image de collection déjà regroupée . .

– Ainsi, dans les manuels, **chaque image de matériel** à laquelle on fait référence pour aider l'enfant à comprendre la numération **est toujours très bien ordonnée**, des gros groupements aux unités.

Exemples :

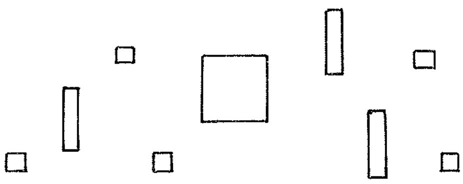


(faisant référence aux multibases)



(faisant référence à des bâtonnets)

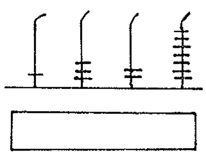
Or, dans le cas de chacun de ces matériels, l'ordre, la position n'a aucune importance puisque chaque élément est clairement associé à un groupement. Alors, pourquoi ne retrouve-t-on jamais une image de matériel comme celle-ci ?



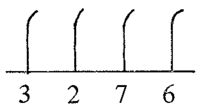
– De plus quand on veut faire faire le passage d'un mode d'écriture à un autre, on prend bien soin de toujours superposer les deux et de faire en sorte que le passage se fasse le plus directement possible.

Exemple :

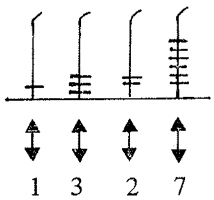
Ecris le nombre représenté sur l'abaque :



ou représente le nombre sur l'abaque :



Tout ce que l'enfant a à faire c'est une association, une correspondance directe :

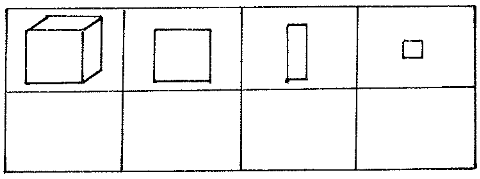


Nul besoin de connaître pour cela la signification accordée à chacune de ces positions!

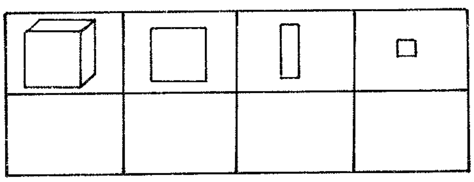
Autre exemple :

Observe la collection.

Ecris le nombre de petits cubes.



– En outre on amène très vite l'enfant à travailler à l'intérieur de tableaux de numération, où **l'ordre** est lui aussi présent à l'avance :

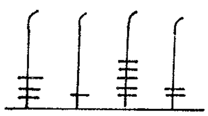


m	c	d	u

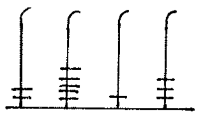
2) Observations intéressantes liées à cette caractéristique.

Noùs donnons ici l'exemple d'un item expérimenté en fin de 3e et 4e années où nous demandions à l'enfant de représenter sur un abaque le nombre 3152 (donné par écrit sur papier).

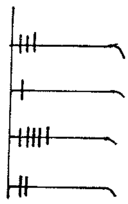
Différentes façons de représenter le nombre ont alors été suggérées par les enfants (dépendant de la façon dont l'abaque était utilisé par eux) :



représentation de gauche à droite



représentation de droite à gauche



abaque placé à la verticale , convention de haut en bas.

La plupart des enfants **se sont donnés leur propre convention et sont restés par la suite cohérents avec cette convention** lorsque nous leur demandions de trouver le nombre représenté sur l'abaque par un autre ami, ou d'opérer avec leur nombre sur l'abaque. Ceci n'implique pas pour autant qu'ils accordent par la suite une signification à cette représentation.

Toutes ces façons de représenter un nombre sur l'abaque sont aussi valables les unes que les autres. Pourtant, lorsque nous les avons présentées dans des groupes d'enseignants, plusieurs ont réagi et jugé a priori celles-ci difficiles à accepter et même inacceptables puisqu'elles ne respectaient pas l'ordre d'écriture conventionnelle de nombre. Pour ceux qui les acceptent, l'attitude est alors la suivante : "Oui, mais il faut bien y arriver à cet ordre, alors pourquoi pas tout de suite!"

3) Conclusion reliée à cette deuxième caractéristique et à nos observations.

Cet alignement systématique dans les représentations du nombre n'a pas sa raison d'être, en particulier lorsqu'on travaille avec du matériel ou des images de matériel où chaque groupement est distinguable des autres par la taille, la couleur, la forme . . . Nous avons observé que, dans de telles situations, l'enfant ne s'impose pas d'ordre au départ. Cependant, dès que sa représentation du nombre n'est plus une reproduction du matériel, il se donne de lui-même une convention d'ordre et, en général, celle-ci suit l'ordre décroissant des groupements.

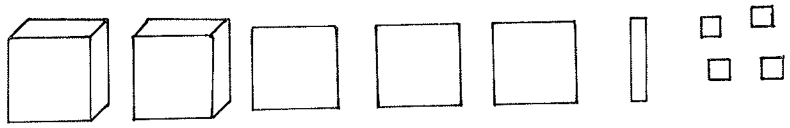
Imposer prématurément une présentation ordonnée **conduit nécessairement l'enfant à une interprétation de l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position**, et écarte toute signification véritable accordée à cette position en termes de groupements.

CARACTERISTIQUE 3
LES IMAGES DE MATERIEL ET MEME LE MATERIEL UTILISE DANS L'ENSEIGNEMENT LE SONT ESSENTIELLEMENT A DES FINS DE PASSAGE A L'ECRITURE.

1) Nous avons observé en classe un effort d'utilisation de matériel ou d'images de matériel et ceci, à différents niveaux d'enseignement (multibases, bâtonnets, abaque . . .). Alors que nous nous attendrions à ce que ceux-ci soient utilisés pleinement dans une démarche d'apprentissage de la numération, ils ne servent pour ainsi dire qu'à un travail de codage direct, de passage à l'écriture symbolique.

Exemples types :

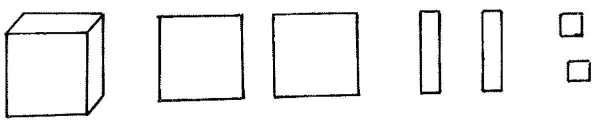
Observe la collection :



Le nombre total de petits cubes s'écrit dans le tableau

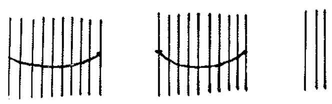
2	3	1	4

Ecris le nombre représenté par :

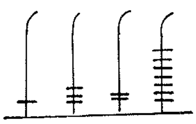


Représente le nombre suivant 3276 avec les blocs.

Ecris le nombre représenté par :



Ecris le nombre représenté sur l'abaque :

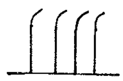


m	c	d	u

2) Difficultés et erreurs reliées à cette caractéristique.

Les enfants voient-ils autre chose dans l'abaque que la transcription directe d'un nombre ? Pour essayer de répondre à cette question, nous avons proposé à la fin de la 3e et 4e années (8 - 9 et 9 - 10 ans) l'item suivant :

Description de l'item

Nous présentons à l'enfant un abaque  avec sur les tiges des jetons de même couleur.

1ère question :"Peux-tu me représenter ça (on écrit 3152 sur une feuille) sur l'abaque ?"

2ème question :"Peux- tu m'enlever cent vingt-huit en utilisant l'abaque ? Explique-moi. Qu'est-ce que ça donne ?"

Résultats

Presque tous les enfants peuvent représenter sans hésitation un nombre donné sur l'abaque (93 %), mais lorsque nous leur demandons d'utiliser l'abaque pour soustraire 128, nous obtenons les résultats suivants :

– **Beaucoup d'enfants ne voient dans cette représentation que des jetons ayant tous la même valeur** (55 % en 3e année, 54 % en 4e année).

Ainsi, ils commencent à soustraire 128 en ôtant un jeton à la position des centaines, deux jetons à la position des dizaines. A partir d'ici nous avons observé trois démarches :

– des enfants, voyant qu'ils ne peuvent ôter huit jetons à deux jetons, disent : **"Ça ne se peut pas,** il n'y en a pas assez." ;

– des enfants **n'enlèvent que les deux jetons qui sont là** et s'arrêtent en signifiant qu'ils ont accompli la tâche donnée ;

22 % en 3e année, 46 % en 4e année adoptent l'une ou l'autre de ces deux démarches ;

– d'autres enfants **s'arrangent pour ôter huit coûte que coûte.** (33 % en 3e année, 8 % en 4e année) ; ils enlèvent alors huit jetons n'importe où sans accorder d'importance à la valeur de position.

– **Certains enfants essaient de transférer les règles de soustraction apprises lors de l'élaboration de l'algorithme conventionnel *** (21 % en 3e année, 19 % en 4e année).

$$\begin{array}{rcccc} & 3 & 1 & \overset{4}{\cancel{5}} & {}^{1}2 \\ - & & 1 & 2 & 8 \\ \hline & 3 & 0 & 2 & 4 \end{array}$$

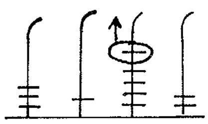
(*) – *Au Québec, c'est la méthode "par emprunt" où l'on "casse les dizaines".*

Nous avons alors diverses interprétations erronées de l' "emprunt" :

– **"Il faut ajouter 10" ou "Il faut arriver à 12".** Les enfants ajoutent alors dix jetons à la tige des unités sans rien enlever à la tige des dizaines ;

– **Echange un contre un.** Les enfants ont vu barrer 1, ajouter 1. Ils ajoutent alors un jeton à la tige des unités et enlèvent un jeton à la tige des dizaines pour dire que c'est encore impossible, alors que d'autres continuent cet échange un contre un (enlevant un jeton à la tige des dizaines, puis à d'autres tiges) en vérifiant chaque fois s'il y a assez de jetons pour en ôter huit ;

– **Les enfants ont mémorisé la disposition de la retenue : un 1 placé à côté du 2.** Ils lèvent alors un jeton de la tige des dizaines et le maintiennent en l'air, et même parfois les deux jetons de la tige des unités, pour retrouver ce qui est fait à l'écrit. Ensuite, de douze, ils ôtent huit ; il faut quatre jetons à la tige des unités, ils mettent quatre jetons, et laissent retomber où il était le jeton levé de la tige des dizaines.



– **Certains enfants, habiles calculateurs, calculent mentalement et n'utilisent l'abaque que pour "écrire" le résultat** (12 % en 3e année, 0 % en 4e année).

– **Très peu d'enfants font la tâche demandée en démontrant qu'ils accordent une valeur de groupements aux jetons de l'abaque** (5 % en 3e année, 27 % en 4e année). Parmi ces enfants, **très peu font l'échange concrètement** sur l'abaque (5 %) :

Ils prennent un jeton de la tige des dizaines et ramènent ensuite dix jetons à la tige des unités. La plupart ôtent un jeton à la tige des dizaines, calculent mentalement douze moins huit et ajoutent deux jetons à la tige des unités pour faire quatre.

3) Conclusion liée à cette troisième caractéristique et aux difficultés observées.

Les résultats illustrent bien que, même si les enfants sont à même de représenter un nombre avec du matériel (ici l'abaque), ils ne voient pas pour autant la signification véritable de cette représentation en termes de groupements. Ces résultats prévisibles s'expliquent très bien puisque dans l'enseignement qu'ils ont reçu, les images de matériel n'ont été utilisées qu'à des fins de codage, plutôt que comme support à la perception des groupements. Dans ces conditions, il n'est pas étonnant de voir que les enfants ne sont pas à même d'opérer concrètement sur ces groupements, puisque les interventions sur l'écriture n'ont jamais été associées à des **actions effectives** sur du matériel (ici, **échange d'un jeton de la tige des dizaines contre dix jetons de la tige des unités**). Ils font simplement une correspondance directe position à position (écriture <-----> représentation sur l'abaque), sans plus !

CARACTERISTIQUE 4

LA MANIPULATION DE MATERIEL EST ESSENTIELLEMENT CONCUE EN FONCTION D'UN TRAVAIL SUR L'ECRITURE.

1) Nous relevons ici trois points qui illustrent la conception que l'on a de la manipulation dans l'enseignement de la numération au primaire.

– La plupart du temps, l'utilisation d'un matériel avec les enfants (par exemple, réglettes, bâtonnets, multibases . . .) se situe au début d'une démarche, uniquement pour faire "constater" quelque chose aux enfants, beaucoup plus que pour leur faire utiliser vraiment le matériel.

Par exemple, lorsqu'on aborde le travail sur les nombres à deux chiffres (passage aux dizaines) en 1ère ou 2e année, et ce **uniquement pour des petits nombres**, on utilisera un matériel pour faire appliquer aux enfants des règles de regroupement par dix et faire "constater" l'écriture d'un nombre associé à cette règle de groupement. On retrouve ainsi le type de manipulation suivante :

L'enseignement remet à chaque élève trente-neuf bâtonnets et **trois** élastiques. L'enseignant dicte des nombres, les élèves font leurs groupements, les placent sur le tableau de numération et y placent aussi, au bas de chaque position, les symboles numériques correspondants.

Le matériel sera repris encore lorsqu'on abordera le travail sur les nombres à trois chiffres. Il sera alors utilisé dans le cadre de l'enseignement des bases, pour des petits groupements (les collections en base dix étant trop grandes à manipuler), pour faire coder le résultat (constater là encore une écriture).

Dans tous les cas, on cesse ensuite de recourir au matériel pour faire place à un travail sur l'écriture symbolique du nombre.

– Lorsqu'il est utilisé, le matériel l'est plutôt en 1ère et 2e années avec les jeunes enfants.

La grande majorité des enseignants considèrent en effet qu'en 3e année la manipulation n'est plus nécessaire ; le travail se fait alors essentiellement sur une écriture symbolique : écriture conventionnelle en chiffres ou mots dizaines, centaines . . .

– Le matériel utilisé n'est pas souvent adapté au niveau des enfants à qui l'on demande de manipuler.

Ainsi, sans émettre de réserves quant à l'âge des enfants concernés, des manuels très répandus suggèrent "d'utiliser **tout** matériel approprié pour la numération : réglettes cuisenaire, blocs multibases, abaques . . . ". Un autre manuel couramment utilisé pour les premières années affirme : "l'abaque est un matériel didactique qui facilite grandement la compréhension des nombres". Or, l'utilisation de l'abaque en 1ère année pour illustrer le passage aux dizaines est, à notre avis, peu adapté. Ce matériel n'apporte pas à l'enfant un support à la perception des groupements, ceux-ci étant purement conventionnels.

2) **Observations significatives reliées à cette caractéristique.**

Dans tous les items expérimentés dans lesquels nous faisions référence à un matériel (spécimen réel présent devant l'enfant), nous avons constaté les attitudes suivantes qui nous éclairent sur le rôle que les enfants accordent au matériel.

Ils ne vont jamais d'eux-mêmes au matériel pour découvrir comment les groupements sont faits, **même si la question nécessite un retour à ce matériel.**

Ainsi, dans un item cité plus loin (situation des bonbons présentée à l'intérieur de la caractéristique 7), dans un contexte qui exige de la part des enfants de défaire des groupements pour pouvoir soustraire, beaucoup d'enfants (60 % en 3e année, 32 % en 4e année) ne ressentiront pas le besoin de recourir au groupement en utilisant le matériel.

Face à une difficulté, ils n'ont pas tendance à recourir à une image de matériel.

Ainsi, dans un item expérimenté en 3e et 4e années, où nous demandions aux enfants de partager 3276 en deux, les enfants qui avaient de la difficulté à opérer à ce niveau ne pouvaient se raccrocher à une image de matériel (comme par exemple : 3 2 7 6) qui les aurait aidés à résoudre le problème. N'ayant alors aucun recours, ils ne pouvaient rien faire.

3) **Conclusion reliée à cette quatrième caractéristique et à nos observations.**

Les enfants que nous avons interrogés n'ont pas tendance à manipuler un matériel ou à y avoir recours.

Ainsi, même si le problème proposé fait référence à du matériel, ils ne manipulent pas. Par conséquent, si le problème posé ne fait pas référence à du matériel (exemple précédent de 3276 partagé en deux), l'enfant n'aura sûrement pas l'attitude à le transposer en se référant à un matériel avec lequel il serait plus à l'aise.

Il ne faut pas s'étonner de cette attitude, puisque le matériel et la manipulation n'ont joué qu'un rôle de passage au code du nombre (écriture), et n'ont été utilisés que pour constater ou illustrer localement le passage à des nombres plus grands ou le passage aux algorithmes. Souvent même le matériel utilisé étant inaccessible pour l'enfant, il lui a fallu en apprendre les règles d'utilisation.

On constate que le **matériel ne joue pas le rôle de support qu'il devrait avoir.**

L'enfant n'a jamais réalisé que les opérations qu'il effectue peuvent être faites en utilisant essentiellement du matériel. Travailler sur l'écriture et travailler avec un matériel sont deux choses différentes pour lui, et il peut même ne pas s'étonner d'obtenir deux résultats différents pour un même problème, les moyens utilisés pour le faire n'étant pas les mêmes.

CARACTERISTIQUE 5

UNE CONCEPTION DE LA COMPLEXITE DU TRAVAIL SUR LES NOMBRES FONDEE EXCLUSIVEMENT SUR LEUR TAILLE.

1) Nous avons vu précédemment que l'enseignement de la numération avait comme préoccupation essentielle le passage à l'écriture conventionnelle et l'habileté à déterminer la valeur d'un chiffre dans un nombre d'après sa position.

Ce travail est lui-même découpé selon les niveaux de la façon suivante :

– **En 1ère année** (6 - 7 ans), on ne traitera que du passage aux dizaines et, plus particulièrement, on ne traitera que des nombres de 0 à 69 (l'arrêt à 69 étant une conséquence des difficultés de la numération orale et de sa non-adéquation avec l'écrit pour les nombres 70, . . ., 80, . . ., 90, . . .). Ainsi, les objectifs du programme se concentrent autour de "lire et écrire les nombres de 0 à 69".

– **En 2e année** (7 - 8 ans), ce travail se prolonge autour de "lire et écrire les nombres de 0 à 99".

– **En 3e année** (8 - 9 ans), se fait le passage aux centaines et on ne traitera alors que des nombres de 0 à 999.

Par suite, les opérations ne porteront à chaque niveau que sur ces nombres. C'est ainsi que les objectifs terminaux du programme se lisent :

– **En 1ère année**, "additionner mentalement des nombres dont la somme est inférieure ou égale à 10" ; "effectuer mentalement des soustractions dont le premier terme est inférieur ou égal à 10".

– **En 2e année**, "effectuer des additions dont la somme est inférieure à 100" ; "effectuer des soustractions dont le premier terme est inférieur à 100".

– **En 3e année**, "effectuer des additions dont la somme est inférieure à 1 000" ; "effectuer des soustractions dont le premier terme est inférieur à 1 000".

Le même découpage se poursuit ultérieurement.

Ainsi, les opérations 336 – 123 et 336 – 148 se retrouvent au même niveau (3e année) alors que 3225 – 1113, qui n'exige rien de plus que 336 – 123, doit se faire en 4e année, et 32628 – 21514 en 5e année.

Là encore, à chacun des niveaux, les opérations seront limitées à ces nombres.

2) Difficultés et erreurs observées chez les enfants, reliées à cette caractéristique.

Voici un exemple d'item expérimenté en fin de 3e et 4e années (8 - 9 ans et 9 - 10 ans).

Description de l'item.

Nous disposons du matériel suivant : des "sous" noirs emballés par dix dans des rouleaux (les sous ne sont pas visibles) et dix rouleaux entourés par un élastique pour former ce que nous appellerons une brique.

"Tu as déjà vu à la banque, on emballe les sous. On va faire comme à la banque. On emballe les sous, tu vois on prend dix sous noirs (on fait une pile devant l'enfant, en mimant l'emballage d'un rouleau dans du papier ; avec dix sous noirs comme ça on fait un rouleau (on montre un rouleau emballé), et quand on a dix rouleaux comme ça, on les attache avec un élestique et on fait ce qu'on appelle une brique (on montre un exemplaire de brique)".

L'enfant a devant les yeux une brique, un rouleau et quelques sous noirs.

Nous reprendrons ici seulement la deuxième question posée dans cet item :

"Si tu avais tout ça de sous noirs dans ta caisse (**nous écrivons** 1091 sur la feuille de l'enfant), en aurais-tu assez pour faire une brique comme ça ? Pourquoi ?"

Si l'enfant répond oui, nous lui demandons alors : "Combien peux-tu faire de briques avec ça ? Pourquoi ?".

Si l'enfant répond non, nous lui disons alors : "Ecris-moi combien de sous ça te prendrait pour faire une brique."

Résultats

– **Beaucoup d'enfants ne peuvent rien faire, ou bien ils ne savent pas et ne répondent rien, ou ils répondent au hasard, ou encore ils travaillent juste sur des chiffres 1, 0, 9, 1 pour fournir une réponse** (54 % en 3e année, 35 % en 4e année).

Par exemple, un enfant dira : "Avec le zéro on n'en fait pas, avec le un (il montre le 1 de la fin) tu as fait la brique, puis t'en fais dix avec ça (il fait une flèche qui joint 1 0 9 1)".

– **Certains enfants voient juste un groupement du premier ordre.**

Pour eux, la brique c'est dix (13 % en 3e année, 19 % en 4e année).

Ainsi ils répondront 109 briques.

Exemple :

"Dans ceci (il montre le 1 des mille) y'a cent briques, là-dedans (0) y'a zéro brique, là-dedans (9) y'a neuf briques, pi ici y'a rien parce que c'est des unités ... on peut pas faire une brique".

– **D'autres fonctionnent partiellement au niveau des deux groupements,** en ce sens qu' **ils voient les deux groupements** rouleau et brique **mais ont de la difficulté à les coordonner** (13 % en 3e année, 7 % en 4e année).

Ainsi, dans leur raisonnement conduisant à la réponse demandée, ils confondront à un moment donné le groupement du premier ordre et celui du deuxième ordre.

Exemple :

"Je pense qu'on peut faire dix-neuf briques parce que dans un mille on peut faire dix briques parce que dans un mille y'a dix cents puis dans une brique y'a cent. J'en prends dix, puis après, j'en prends neuf parce que les neuf c'est des dizaines alors je peux en faire neuf briques . . . alors je peux en faire dix-neuf briques".

On constate que cet enfant voit très bien le deuxième groupement et le premier groupement mais il confond les deux dans son raisonnement final. Ce problème de coordination de deux groupements conduira, pour ces enfants, à la réponse dix-neuf briques.

– **Les enfants qui réussissent dans cet item sont ceux qui voient les deux groupements et peuvent les coordonner** (17 % en 3e année, 35 % en 4e année).

Exemple :

"Dix parce que ça c'est mille, dans une brique . . . y'a dix rouleaux puis les rouleaux sont emballés . . . puis dans la brique y'a cent sous noirs, dix parce que mille ça fait dix fois cent, le neuf . . . on pouvait faire neuf rouleaux aussi puis un sou".

Beaucoup s'en sortiront **parmi ceux-là** (10 % en 3e année, 26 % en 4e année) **par recours au support oral** (lecture du nombre), sachant que mille c'est dix fois cent, ou **support de notre monnaie** (faisant référence à 1 brique = 1 $ et 1 rouleau = 10 c).

3) Conclusion liée à cette cinquième caractéristique et aux difficultés observées.

Nous avons observé dans tous les items où l'enfant avait à travailler simultanément avec deux groupements **une des erreurs importantes relativement à la numération : la confusion des deux groupements.** Lorsque l'enfant voit les deux groupements, la coordination de ceux-ci s'avère difficile.

Cette constatation est reprise au secondaire dans les résultats de K. HART (2), où les questions sur l'écriture conventionnelle exigeant une mise en relation entre deux positions adjacentes se révèlent très difficiles. Ainsi, même si les enfants peuvent passer au premier groupement (dizaines) et du premier au deuxième groupement (centaines), ils ne peuvent pour autant étendre leur raisonnement lorsqu'il est nécessaire de coordonner ces deux groupements. Le programme ignore ce type de difficulté. En effet, on est étonné de voir que 336 – 143 (où la situation exige de défaire un groupement de cent en dix de dix) et 336 – 148 (où ici deux groupements différents sont à défaire **et à coordonner**) soient des problèmes de troisième année, et que 3225 – 1162 moins difficile que 336 – 148 ne soit proposé qu'en quatrième année.

CARACTERISTIQUE 6

LE TRAVAIL DANS DIFFERENTES BASES SE VEUT UN SUPPORT A LA COMPREHENSION DE NOTRE SYSTEME DE NUMERATION.

1) Dans certains manuels, on consacre un moment de l'apprentissage de la numération à travailler avec les bases autres que dix mais rarement supérieures à dix.

– **Grouper et regrouper selon différentes bases.**

Exemple (activité extraite d'un manuel) :

"Les enfants dans une classe se regroupent par trois, puis ces groupes de trois se regroupent à leur tour par trois pour former, en se donnant la main, une ronde. . . " (manipulation).

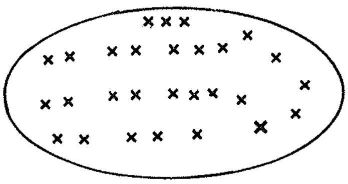
Autre exemple (activité observée en classe) :

"Sur la planète, tout est regroupé par six. Les modules se regroupent par six pour former un vaisseau et les vaisseaux se regroupent par six sur une base de lancement. . . " (par écrit).

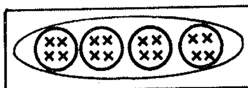
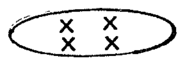
Ces exercices (en proportion minime) précèdent un travail de codage/décodage :

– **Associer un nombre à un ensemble d'éléments regroupés selon une base donnée.**

Exemple :



"Regroupe par quatre et code le nombre d'éléments."

		éléments isolés

Note : Souvent les différents groupements seront entourés de couleur différente pour mieux aider les enfants à les identifier dans le tableau (correspondance directe entre ce que les enfants ont fait et le code).

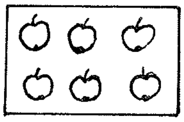
– **La démarche inverse (que nous retrouvons très rarement).** En effet, nous trouvons peu ou pas d'exercices du type : retrouve le nombre d'éléments (dessine la collection sous-jacente) correspondant au code donné.

On pense, par cet enseignement des bases, mieux faire comprendre aux enfants la signification de l'écriture. Mais dans ce contexte de codage d'une collection, voient-ils l'importance, la pertinence du regroupement ? Et voient-ils la signification du code ?

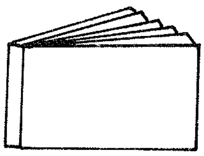
2) **Observations intéressantes liées à cette caractéristique.**

– **Une première situation** a été expérimentée avec des adultes :

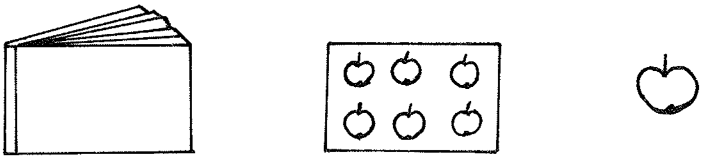
Nous disposons d'autocollants (fruits) se vendant au magasin regroupés par six sur des feuilles :



et également par carnet de six feuilles :



La question suivante est posée : "Si j'ai tous ces autocollants



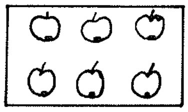
et que je veux les distribuer également à cinq amis qu'est-ce que je pourrai donner à chacun ?"

La majorité des adultes alors présents ont résolu cette question de la façon suivante:

Ils ont calculé (avec papier et crayon) le nombre d'autocollants correspondants : $(4 \times 36) + (1 \times 6) + 5 = 155$ et ont effectué ensuite la division selon l'algorithme conventionnel :

$$\begin{array}{r|l} 1\ 5\ 5 & 5 \\ \cline{2-2} 0\ 5 & 31 \\ 0 & \end{array}$$

pour enfin retraduire le résultat en :

5 

1 

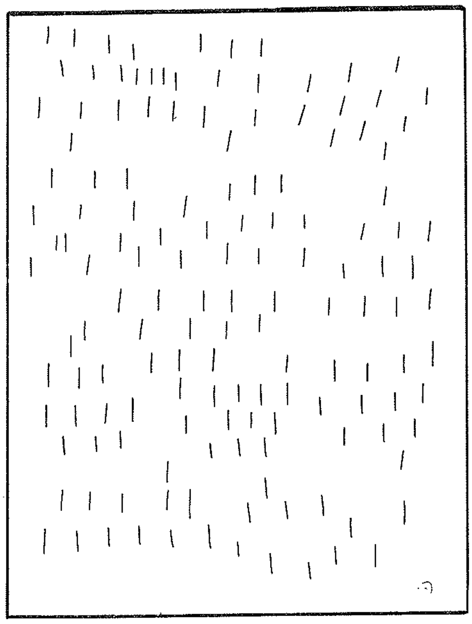
Rares sont ceux qui ont essayé de raisonner en termes de groupements.

Pourtant, on peut vite voir (sans utiliser de crayon) qu'on peut donner une feuille d'un carnet à chacun et qu'il reste une feuille ; donc avec quatre carnets, on donne quatre feuilles à chacun et il reste quatre feuilles ; quatre feuilles avec la feuille qu'on a déjà, ça fait cinq ; donc chacun aura une autre feuille et cinq autocollants partagés en cinq, un autre autocollant.

– **Voici un autre item** expérimenté à la fin de la 3e année (8 - 9 ans) pour observer si les enfants voient la pertinence de regrouper et si le code est rattaché aux groupements.

Description de l'item

Nous présentons à l'enfant une feuille où sont dessinées beaucoup de barres et nous lui demandons : "Peux-tu me dire très vite combien il y a de barres la-dessus ?".



puis (l'enfant ne pouvant évidemment pas répondre) :

"Je vais faire la même chose tout à l'heure avec un ami qui va venir après toi. Pourrais-tu t'organiser (on lui donne la feuille) pour que, lorsque je vais lui montrer ta feuille, il puisse me dire très vite combien il y a de petites barres ?".

Résultats

– **Beaucoup d'enfants ne voient pas l'intérêt de regrouper** (41 %) : ils se fient à l'apparence ou ont recours au comptage un à un (dans ce cas, le comptage est difficile et conduit à des oublis et des erreurs).

– **Certains enfants regroupent, mais à des fins de comptage de la collection** (par dix, par cinq . . .) (33 %). Ces enfants voient la pertinence de regrouper pour compter plus vite, mais ils ne voient pas que l'écriture du nombre est un code qui découle directement des groupements.

En effet, une fois leurs groupements faits, ils recompteront la collection 10, 20, 30 . . . pour trouver le nombre d'éléments. S'ils ont deux collections à comparer et qu'on leur demande de s'organiser pour qu'on puisse dire très vite où il y en a le plus, ces enfants regrouperont, mais on les verra ensuite compter et comparer des nombres.

– **Peu d'enfants voient qu'il est pertinent de regrouper et que l'écriture est un code qui découle directement de ces groupements** (26 %).

Exemple :

Si l'enfant a organisé sa feuille de **façon très claire** en quatorze groupements de dix et sept, il sait qu'on peut vite en déduire le nombre d'éléments, 147. Cette organisation de la part de l'enfant est loin d'être facile et comporte bien souvent des oublis et des erreurs.

Parmi ces enfants, **aucun n'a eu recours à un groupement de groupements**, auquel cas le nombre d'éléments aurait été de façon encore plus immédiatement visible.

Exemple :

Un enfant aurait pu faire un groupement de cent (avec dix groupements de dix), quatre groupements de dix et sept ; il aurait pu alors déduire très vite le nombre d'éléments, 147.

3 – Conclusion liée à cette caractéristique et aux difficultés observées.

Nous observons qu'un nombre appréciable d'enfants ne voient pas l'intérêt de regrouper pour dénombrer rapidement une collection ; même parmi ceux qui ont fait les regroupements, peu en ont déduit directement le code.

Ceci est une conséquence d'un apprentissage dans lequel on donne des consignes de regroupement et on dicte une procédure qui doit aboutir à l'écriture d'un code.

Un tel apprentissage n'amène pas l'enfant à accorder un sens à ce qu'il fait, il ne motive nullement le recours au groupement, la règle de groupement est une convention souvent artificielle qu'il faut appliquer, et le code produit sur demande n'est jamais utilisé. L'enseignement dans différentes bases avait pour objectif de mieux faire comprendre aux enfants la signification de l'écriture : or, là encore, les enfants voient un ensemble de chiffres occupant des positions prescrites et non un code significatif.

Par conséquent, ils ne seront sûrement pas à même de voir pourquoi ils regroupent et d'utiliser un code en termes de groupements.

CARACTERISTIQUE 7

L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMERATION EST DETACHE DE CELUI DES QUATRE OPERATIONS.

1) L'étude de l'évolution historique de la numération nous révèle combien représenter un nombre et calculer ne font qu'un, la survie d'un système et son évolution étant étroitement liées à son efficacité calculatoire (3). Or, ce lien est **pauvrement perçu** dans l'enseignement primaire.

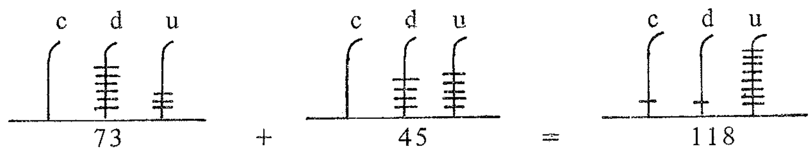
La numération **est traitée en prérequis** à l'étude des opérations sur les nombres de plus de deux chiffres, et non comme quelque chose qui évolue simultanément aux procédures de calcul. Ainsi, quand on estime que l'apprentissage de la numération est assez avancé, on peut passer aux opérations en recourant alors au vocabulaire conventionnel, ou **localement**, à des images de matériel ou à un matériel.

Exemple :

$$\begin{array}{r} {}^{6}\cancel{7}\;{}^{1}3 \\ -\,4\;\;5 \\ \hline 2\;\;8 \end{array}$$

sera "parlé" ainsi : "trois moins cinq, ça ne se peut pas, je vais emprunter une dizaine, il en reste six, treize moins cinq égale huit et six moins quatre égale deux".

ou **localement** on fera référence à une image de matériel.



2) **Difficultés et erreurs observées chez les enfants liées à cette caractéristique.**

L'item suivant a été expérimenté en entrevues à la fin de 3e et 4e années.

Description de l'item.

Le matériel comporte des bonbons emballés par dix dans un rouleau de papier de soie (les bonbons ne sont pas visibles dans les rouleaux) et des rouleaux emballés par dix dans un sac non transparent (les rouleaux ne sont pas visibles à l'intérieur du sac).

Mise en situation.

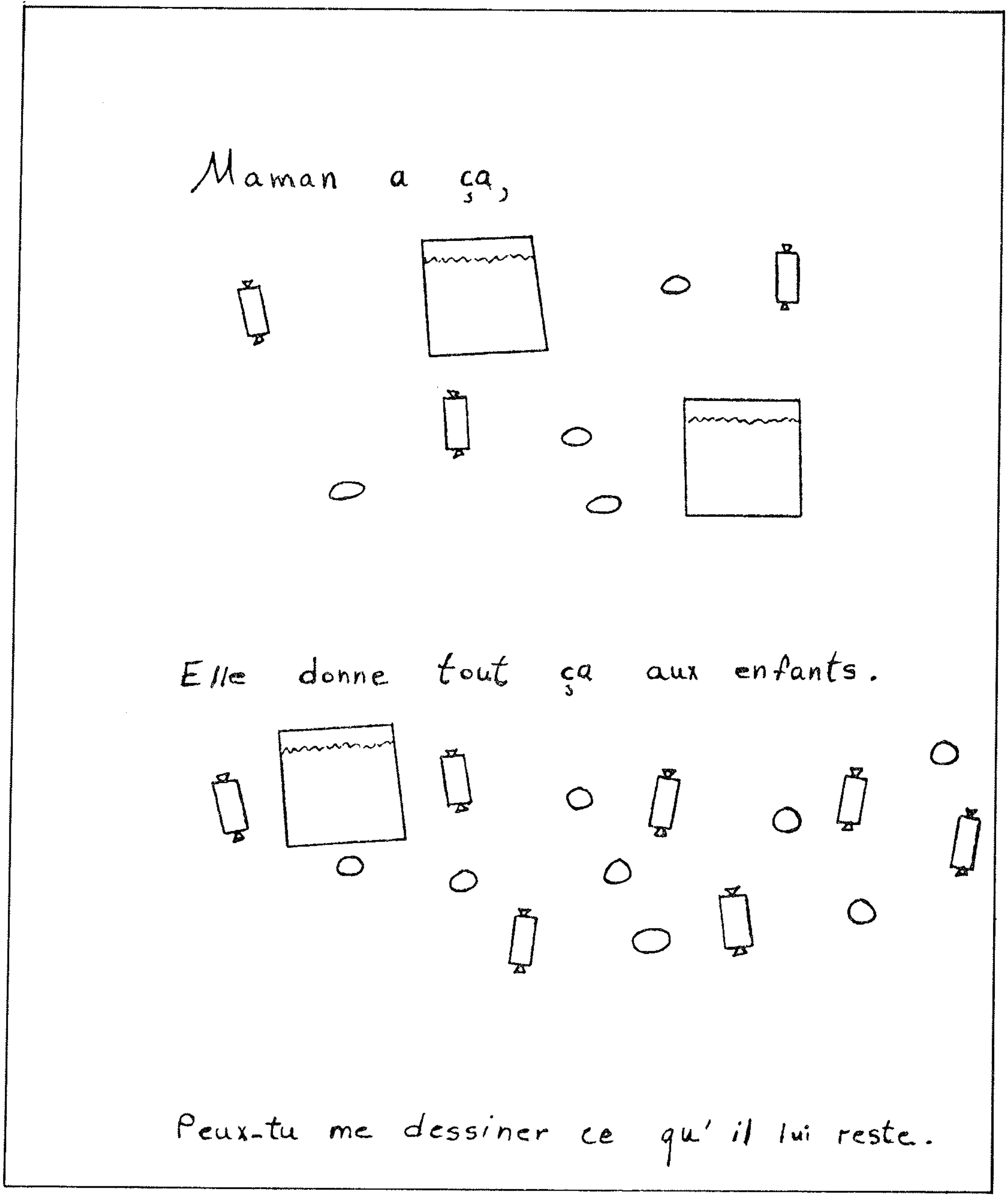
"Une maman prépare une fête pour son petit garçon et elle va acheter des bonbons. Elle prépare des cadeaux pour donner aux amis pendant la fête. Elle met les bonbons dans des rouleaux comme ça (on montre à l'enfant un spécimen réel), puis les rouleaux, elle les met dans un sac comme ça (un spécimen est montré)".

"Elle a préparé des rouleaux comme ça, des sacs comme ça, et elle a quelques bonbons non enveloppés".

L'enfant a devant les yeux un sac, un ou deux rouleaux et trois ou quatre bonbons.

Important : Aucune mention n'est faite dans la présentation du nombre de bonbons dans un rouleau, ni du nombre de rouleaux dans un sac. Ce nombre n'est pas visible, mais accessible soit en allant voir sur le matériel même, soit en posant la question à l'interviewer.

"La maman avait préparé tout ça (nous montrons le dessin du haut, ci-dessous). Pendant la fête, elle a donné tout ça aux amis (nous montrons le dessin du bas). **Dessine** ce qui lui est resté."



Puis quand l'enfant a terminé : "Peux-tu m'expliquer ce que tu as fait ?".

Résultats.

– **Beaucoup d'enfants ne ressentent pas le besoin de demander** quel est le nombre de bonbons dans un rouleau, ou de rouleaux dans un sac (60 % en 3e année, 32 % en 4e année).

Alors, ou bien ils considèrent le problème impossible : "la maman ne peut donner huit bonbons, elle en a juste quatre", ou ils donnent seulement ce qu'il est possible de donner : ils donnent un sac, trois rouleaux, quatre bonbons, ou ils enlèvent le plus petit nombre d'éléments du plus gros pour chaque catégorie d'éléments (bonbons, rouleaux, sacs) : ils font deux moins un, dessinent un sac, sept moins trois, dessinent quatre rouleaux, huit moins quatre, dessinent quatre bonbons. On retrouve ici des erreurs classiques de la soustraction.

Dans tous ces cas, le problème a été de nouveau posé après avoir donné aux enfants la règle de groupement ; cela ne changera rien à leur stratégie.

– Les enfants qui **cherchent à connaître la règle de groupement** (par question ou recours au matériel) **ou qui se donnent leur propre convention** résolvent l'item de deux façons :

* en passant par la collection de bonbons et le nombre associé, calculant alors 234 – 178 = 56, selon l'algorithme conventionnel appris en classe, puis dessinant cinq rouleaux et six bonbons (17 % en 3e année, 42 % en 4e année).

On peut noter ici que ces enfants ne voient pas l'utilité du codage présenté, puisqu'ils n'opèrent pas avec celui-ci, mais reviennent à la collection complète de bonbons (nombre associé);

* en travaillant au niveau des groupements, défaisant un rouleau et un sac pour pouvoir soustraire (13 % en 3e année, 19 % en 4e année).

Exemple :

"J'ai deux sacs, j'en donne un, il me reste juste un sac (l'enfant dessine un sac). Après ici, il y a un, deux . . . sept rouleaux et puis j'ai juste trois rouleaux à donner, alors je peux pas, je défais un sac (il le barre), là il y a dix rouleaux. J'en prends sept dans les dix, il me reste trois rouleaux plus mes trois autres, ça m'en fait six (il dessine six rouleaux). Les bonbons, j'en ai un, deux . . . huit à donner puis j'ai juste un, deux, trois, quatre bonbons, je défais un rouleau (il barre un rouleau des six), là j'en ai dix, je donne huit bonbons il en reste deux plus mes quatre autres ça me fait six bonbons".

– Chez quelques-uns des enfants qui utilisent l'une ou l'autre des stratégies, des **erreurs** sont provoquées par une **confusion des deux groupements** (10 % en 3e année, 7 % en 4e année).

Par exemple, chez ceux qui reviennent à la collection, dix est associé autant à un sac qu'à un rouleau.

Ainsi, ils comptent dix, vingt (pour les deux sacs), trente, quarante, cinquante (pour les trois rouleaux) . . . cinquante-quatre (avec les quatre bonbons) moins dix (pour le sac), vingt, trente . . . quatre-vingt (pour les sept rouleaux) . . . quatre-vingt-huit (avec les huit bonbons) . . . et ne peuvent soustraire.

Nous pouvons donc dire qu'au plus 30 % des enfants en 3e année, 61 % en 4e année font preuve d'une bonne compréhension de la numération dans cet item. Nous disons au plus, car nous ne savons jusqu'à quel point la première stratégie (recours au nombre) n'a pu être réussie automatiquement, par utilisation des règles de l'algorithme de soustraction sur l'écriture appris en classe, sans aucune référence à l'idée de groupement.

Nous verrons d'ailleurs, en interrogeant plus tard les enfants qui calculent 234 – 178, sur ce qu'ils font : "le un que tu mets ici, il veut dire quoi ? et celui-ci ?", que peu d'enfants accordent une véritable signification à l'emprunt dans la soustraction en termes de groupements.

Donc, de façon sûre, **seulement 13 %** des enfants en **3e année et 19 % en 4e année** opèrent vraiment en termes de groupements.

3) Conclusion liée à cette caractéristique et aux difficultés observées.

Ces résultats nous révèlent que plusieurs enfants ne ressentent pas le besoin d'aller chercher la règle de groupement et, que lorsque nous la leur donnons, ils n'en tiennent pas compte. D'autres calculent, reviennent au nombre et ne voient pas non plus la pertinence du groupement. De plus, les enfants ont du mal à agir sur les groupements ; toutes ces difficultés observées sont causes de nombreuses erreurs qu'on retrouve dans les opérations.

Exemples :

$$\begin{array}{r} 234 \\ -178 \\ \hline 144 \end{array}$$

(enlever le plus petit du plus grand)

$$\begin{array}{r} 334 \\ -178 \\ \hline 066 \end{array}$$

(on emprunte deux aux centaines pour donner dix aux dizaines et dix aux unités ; confusion des groupements)

....

Ces résultats s'expliquent puisque, dans l'enseignement, les enfants n'ont jamais eu à utiliser les groupements qu'on leur demandait de faire. Ils ne voient pas le lien entre ce qu'ils font au niveau des opérations sur les nombres (procédures de calcul) et ce qu'ils font au niveau des groupements (numération). Ils ne peuvent illustrer et expliciter avec un matériel un calcul effectué sur l'écriture (4). Ils ne peuvent concevoir que les règles qu'ils appliquent ont un sens, et par conséquent, en cas de difficultés dans l'application d'un algorithme, ils sont complètement démunis.

CONCLUSION GENERALE

Les résultats des expérimentations présentées ici mettent en évidence les nombreuses difficultés rencontrées par les enfants de 8 à 10 ans dans l'apprentissage de la numération :

– **difficulté à voir les groupements et leur rôle dans l'écriture conventionnelle** malgré la place prépondérante que le travail sur cette écriture occupe dans l'enseignement ;

– **difficulté à voir la pertinence** de ces groupements, même si les exercices dans l'enseignement ont amené les enfants à faire des regroupements ;

– **difficulté à opérer avec ces groupements** , les faire et les défaire ;

– **difficulté à travailler simultanément avec deux groupements différents** ;

– **difficulté à interpréter les procédures de calcul** relatives aux opérations (addition, soustraction, multiplication, division) **en termes de groupements**, qui conduit à des erreurs classiques sur les opérations.

Les résultats et les observations nous révèlent le peu de soutien qu'apporte l'enseignement courant de la numération. Axé sur l'écriture conventionnelle, cet enseignement met davantage l'accent sur le bagage symbolique et le vocabulaire technique que sur le sens que l'enfant doit accorder à l'écriture. En effet, celui-ci interprète l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position sans donner à la position une signification véritable en termes de groupements. On **dicte** à l'enfant beaucoup de règles ou de procédures qu'il apprend et applique, le plus souvent, mécaniquement. En conséquence, lorsque l'enfant rencontre l'une des difficultés soulignées précédemment, il est complètement démuni et n'a aucun recours (dessin, matériel, situation significative analogue . . .) autre que l'écriture. Il n'essaie pas de donner un sens à ce à quoi il est confronté mais cherche plutôt à retrouver la règle oubliée ou la faille dans la procédure qu'il applique. Ceci nous révèle le peu de compréhension de la numération.

Ainsi, même si la numération occupe une place importante dans le programme du primaire, **son rôle véritable** dans l'apprentissage mathématique est **très mal perçu.**

RECOMMANDATIONS POUR L' ENSEIGNEMENT

Les considérations précédentes nous donnent quelques indices sur ce qu'on devrait faire pour rendre plus adéquat l'apprentissage de la numération :

- on devrait être beaucoup moins axé sur l'écriture, le symbolisme et le vocabulaire.

- on devrait éviter de dicter des règles ou des procédures superflues, artificielles, inutiles, mais plutôt inciter l'enfant à en formuler lui-même, le rôle du maître étant alors de les lui faire améliorer.

- on devrait davantage mener l'apprentissage en fonction des difficultés de l'enfant. Par exemple, la complexité du travail avec les nombres ne devrait pas être exclusivement reliée à la taille de ceux-ci mais tenir compte plutôt des difficultés mise en évidence précédemment.

- on devrait reconsidérer la conception que l'on a de la manipulation de telle sorte que l'utilisation de matériel joue vraiment un **rôle de support mutuel auquel l'enfant pourra avoir naturellement recours.**

- on devrait s'inspirer davantage de l'évolution historique des systèmes de numération. Celle-ci nous révèle en effet combien le **passage** du recours à la correspondance un à un au recours au groupement a été important. Celui-ci a été **motivé par un souci d'efficacité** dans le **dénombrement et le traitement** des collections. L'histoire nous apprend également combien l'évolution d'un système est **liée à son efficacité calculatoire.** L'enseignement devrait donc avoir comme préoccupation de créer des situations qui fassent voir la pertinence du recours au groupement tant pour des fins de communication (écriture) que pour des fins de traitement (opération).

Dans l'article à paraître dans le numéro prochain de Grand IN , nous présenterons une démarche d'apprentissage en accord avec ces énoncés généraux et expérimentée dans les classes dont nous avons eu la charge.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

(1) Bednarz, N. et Janvier, B. (1982). The Understanding of Numeration in Primary School. **Educational Studies in Mathematics, 13.**

(2) Hart, K. (1981). **Children's Understanding of Mathematics, II - 16.** Alden Press.

(3) Menninger, K. (1970). **Number World and Number Symbols,** MIT Press.

(4) Labinowicz, E. (1982). **Listening to Children a la Piaget ; New Beginnings for Teaching Numerical Thinking,** Université de Californie à Los Angeles.