

EN CE₁ ACTIVITES SUR QUADRILLAGE EN LIAISON AVEC LES APPRENTISSAGES NUMERIQUES

*Annie Bessot
Micheline Burgun*

Cette suite d'activités s'est déroulée dans le CE₁ de Claire Campa (école Ferdinand Buisson à Grenoble) à raison d'une séance hebdomadaire d'une heure au 3^e trimestre. Nous avons construit, présenté en classe, observé, analysé chacune de ces activités, pour les raisons qui suivent.

Nous voulions mener en CE₁ des activités ponctuelles qui permettent aux élèves de mettre en œuvre dans le domaine de la géométrie des notions numériques en cours d'apprentissage ; en même temps, nous souhaitons que les enfants se familiarisent avec les grands nombres (à ce niveau, ce sont des nombres bien plus grands que 100).

Notre choix s'est porté sur des activités à partir de quadrillages essentiellement pour deux raisons :

– elles sont le support de l'apprentissage de la multiplication (voir IN n° 7 et spécial CE).

*– elles permettent d'accéder aux situations soustractives de type "complémentarité", intérêt d'autant plus grand que la maîtresse avait choisi une autre voie pour introduire la soustraction, celle "des distances sur cordes à nœuds" (voir Ermel CE *).*

Dans cette séquence interviennent :

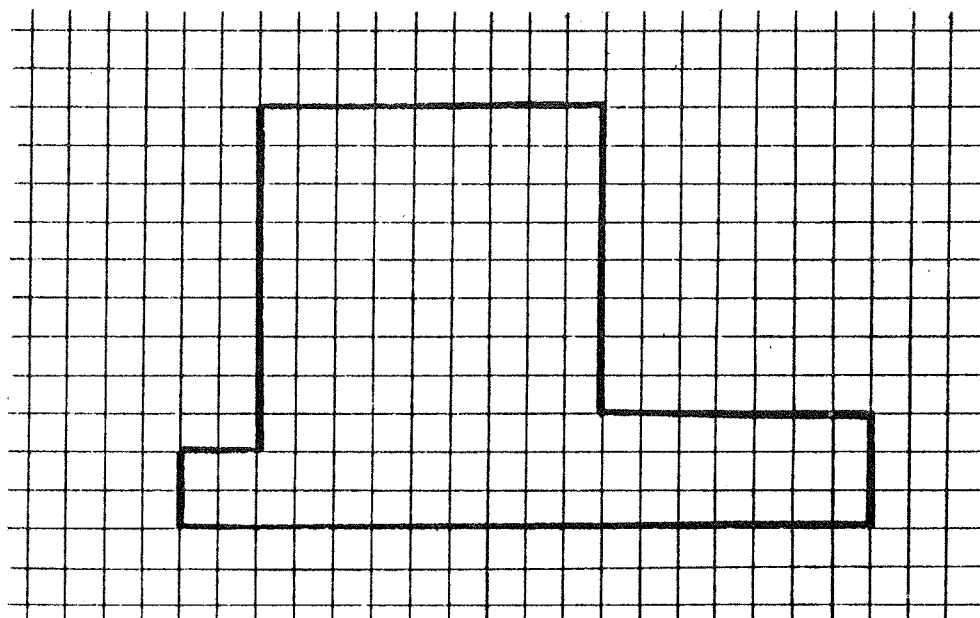
- des notions de géométrie : formes, orientation, mesure de longueurs, aire.*
- des notions numériques : addition, multiplication, soustraction et calculs sur les grands nombres.*

* : éditeur SERMAP / OCDL. Voir "Lu pour vous" IN n° 26.

1ère SEANCE : DESCRIPTION D'UNE FIGURE DESSINÉE SUR UN QUADRILLAGE.

Dans une première phase de prise de contact avec le matériel, nous voulions nous assurer que les enfants savaient reproduire une figure donnée sur quadrillage.

Pour cela, la maîtresse demande aux enfants de reproduire sur un papier quadrillé 5×5 la figure ci-dessous dessinée sur un papier quadrillé de même maille :

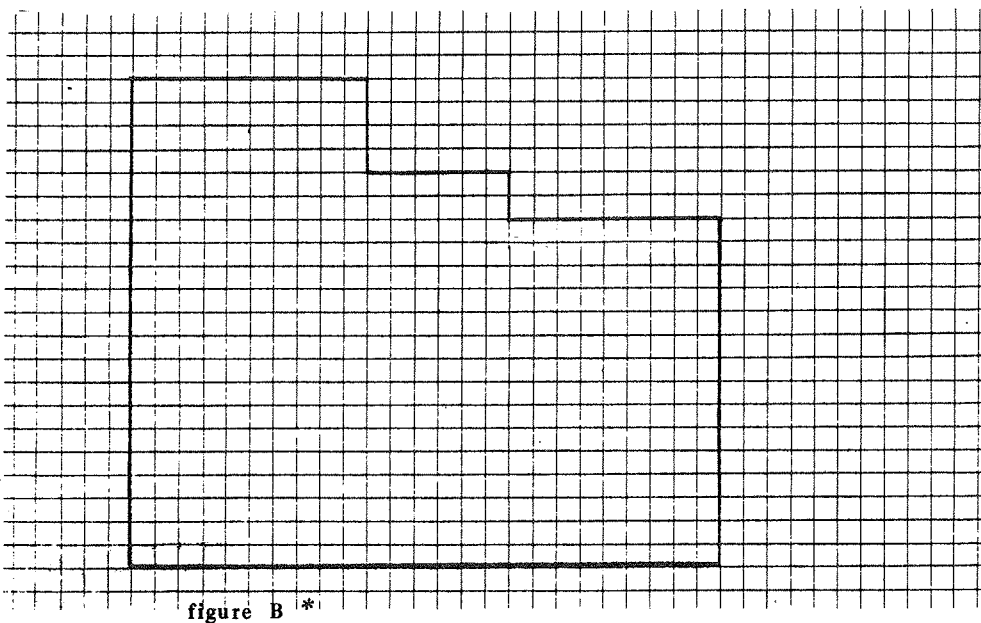
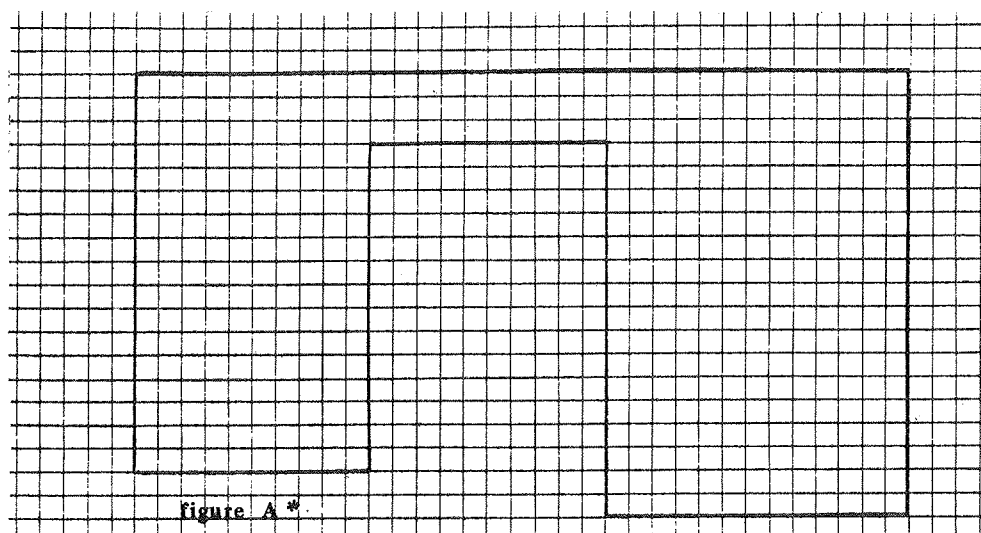


La réussite étant totale, nous mettons en place un jeu de communication :

La classe est séparée en deux groupes d'élèves A et B.

Dans chacun des groupes, les élèves sont répartis en équipes de deux.

Chaque équipe de A reçoit la figure A. - chaque équipe de B reçoit la figure B :



La maîtresse distribue une feuille blanche à chaque équipe et donne la consigne : "Ecrivez un message pour que, dans l'autre groupe, l'équipe qui le recevra puisse refaire votre figure".

Nous avons choisi un jeu de communication pour permettre l'émergence de descriptions spontanées et diversifiées des figures, s'appuyant sur les propriétés du quadrillage.

Nous n'avons pas choisi ces figures au hasard : elles contiennent un grand nombre de carreaux (447 chacune), important pour un enfant de CE₁ ; elles sont facilement découpables en trois rectangles dont au moins un a pour côté dix carreaux (pour permettre l'utilisation des produits par 10).

* – Ces figures ont été réduites, comme toutes celles qui suivent dans cet article, pour la commodité de la mise en page ; en classe, nous avons toujours utilisé du papier quadrillé 5 X 5.

Cette première séance consiste seulement en l'écriture des messages par les enfants. L'analyse ultérieure de leurs contenus a permis de dénombrer :

- 7 descriptions à partir du contour de la figure
(nous les appellerons de "type contour")
- 4 descriptions à partir de rectangles ou de bandes contenus dans la figure
("type rectangle")
- 1 description mêlant les deux — ("type mixte")

Ces descriptions, maladroitement ou incomplètes, ne permettent pas, objectivement, la reproduction des figures qu'ils décrivent, ce que nous constaterons à la séance suivante.

mathilde Harome Figure (A)
 13 et à gauche en haut 19 et sur le côté à gauche
 + 16 à gauche sur le côté droit + 10 en bas
 au milieu + 14 à droite sur le côté
 de gauche + 10 au milieu de droite en haut
 + 17 à droite + 33 en bas commence à
 gauche et fini à droite

Un message de "type contour"

isaïelle et andré Figure (4)
 3 X 33 . 10 X 44 . 13 X 16 .
 En haut vous verrez 3 bande de 33,
 à gauche vous verrez une bande de 10 et une colonne de 44
 à droite se une colonne de 16 et bande de 13

Un message de "type rectangle"

2e SEANCE : MISE AU POINT D'UN CODAGE EFFICACE DE TYPE CONTOUR.

Dans un premier temps, les messages sont décodés : nous avons choisi d'échanger les messages entre des équipes de A et de B dont les descriptions sont de même type.

Pour effectuer ce décodage, chaque équipe reçoit une feuille quadrillée 5×5 .

Comme nous nous y attendions, les élèves ont beaucoup de difficultés.

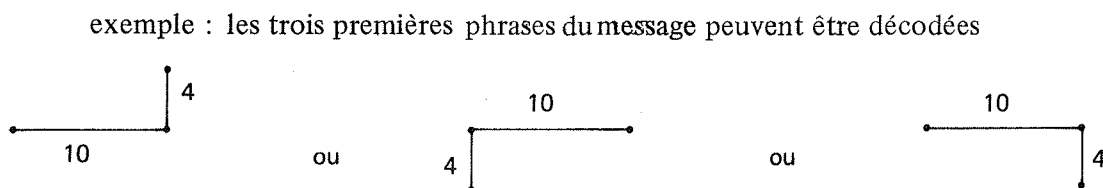
C'est pour cela que nous proposons aux élèves de décoder ensuite un même message, affiché au tableau :

On commence par en haut – 10 carreaux en largeur – 4 carreaux en hauteur – 6 carreaux en largeur – 2 carreaux en hauteur – 9 carreaux en largeur – 15 carreaux en hauteur – 25 carreaux vers la gauche – et 21 carreaux en hauteur.

Ce message, issu de l'équipe Olivier–Sandrine a été choisi parce qu'il était de "type contour" (description majoritaire dans la classe), complet, mais interprétable de plusieurs façons. Nous l'avons réécrit pour plus de clarté et une meilleure orthographe !

Cette activité est individuelle :

- 14 reproduisent la figure B (ce sont en majorité des enfants du groupe B !)
- 7 échouent : les mots "hauteur" "largeur" sont mal ou pas interprétés ; le point de départ du dessin, d'une part, et le recollement des divers morceaux de l'autre, ont été sources de blocages ; n'ayant pas vu la figure initiale, les enfants ne pouvaient choisir entre différentes interprétations possibles :



Comme nous le voulions, le constat de ces difficultés a amené les élèves à proposer une amélioration du message. Il devient :

10 ca vers la droite
 4 ca en descendant
 6 ca vers la droite
 2 ca en descendant
 9 ca vers la droite
 15 ca en descendant
 25 ca vers la gauche
 21 ca en montant

Ce message décrit bien une figure unique (B) ; encore faut-il choisir un point de départ permettant que la figure loge sur la feuille !

3e SEANCE : MISE A L'EPREUVE DU CODAGE COLLECTIF DE TYPE CONTOUR

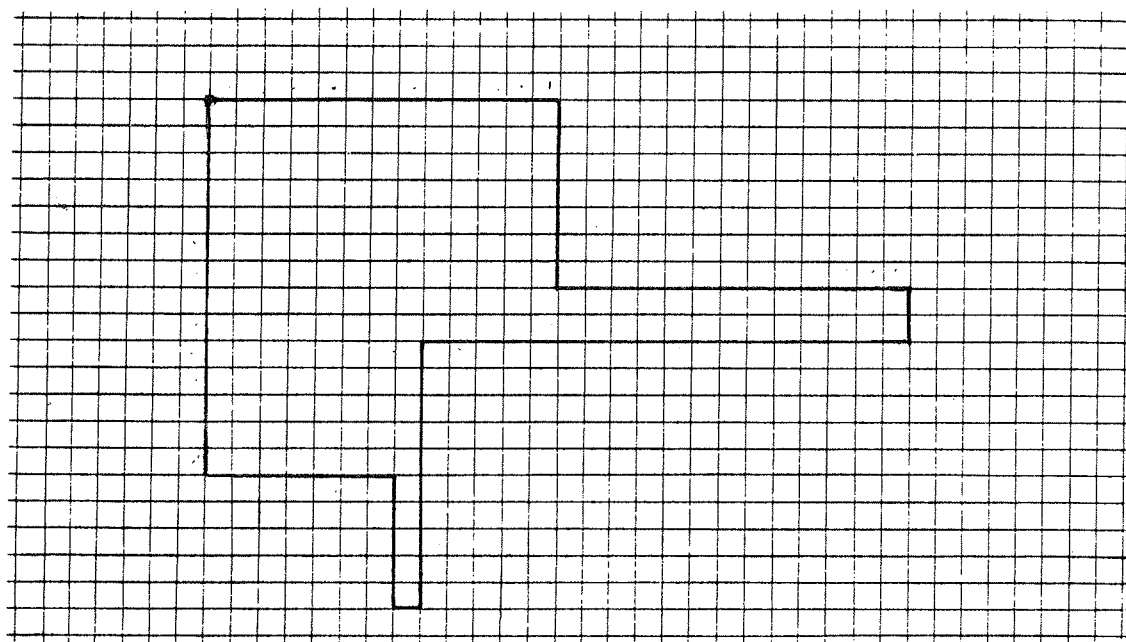
La maîtresse fait rappeler aux enfants le code adopté à la séance précédente et contrôle qu'il est acquis en les questionnant à partir d'une figure très simple dessinée au tableau.

La séance consiste en un jeu de messages

– chaque élève reçoit une figure (toutes différentes et "adaptées" si possible au niveau de l'enfant) et écrit un message : phase de **codage**

– celui qui le reçoit dessine la figure décrite par le message sur une feuille quadrillée 5 × 5 : phase de **décodage**

, – il vérifie avec le premier élève que les deux figures sont les mêmes (par superposition en général) : phase de **validation**.



Sophie

- 13 carreaux vers la droite
- 7 carreaux en descendant
- 13 carreaux vers la droite
- 2 carreaux en descendant
- 18 carreaux vers la gauche
- 10 carreaux en descendant
- 1 carreau vers la gauche
- 5 carreaux en montant
- 8 carreau vers la gauche
- 15 carreaux en montant

exemple d'une figure
et du message la décrivant ; il a été bien décodé.

Bilan : 13 élèves réussissent à la fois codage et décodage ; seul 1 élève échoue aux deux activités.

Les échecs sont essentiellement dûs à des problèmes d'orientation sur le quadrillage : confusion classique droite/gauche, mais aussi droite/en montant ; en descendant/en montant.

4e SEANCE : CONCLUSION SUR LES DESCRIPTIONS DE TYPE CONTOUR

La maîtresse affiche ce message :

15 droite – 5 bas – 8 droite – 2 bas – 11 gauche – 7 bas –
7 gauche – 12 haut – 5 gauche – 2 haut.

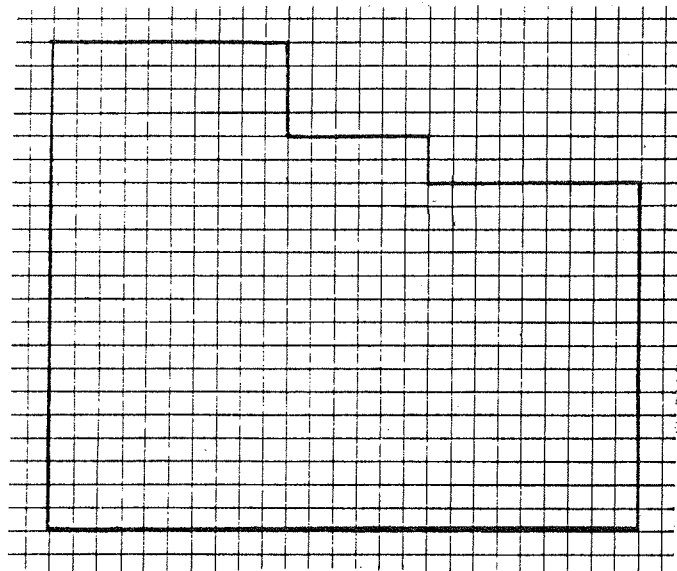
en disant "je n'ai pas beaucoup écrit parce que je voulais aller vite ; dessinez ma figure".

La réussite est totale.

Pour clore cette étude sur les descriptions des figures en utilisant leur contour, les élèves dessinent une figure de leur choix et reprennent avec succès l'activité de messages.

5e SEANCE : DESCRIPTION DE TYPE RECTANGLE ACTIVITE DE DENOMBREMENT.

Chaque élève reçoit la figure B déjà donnée :



La maîtresse affiche le message d'Yvain :

Dans ma figure il y a 451 carreaux
Il y a 21 bandes de 10 à gauche
17 bandes de 6 au milieu
15 bandes de 9 à droite.

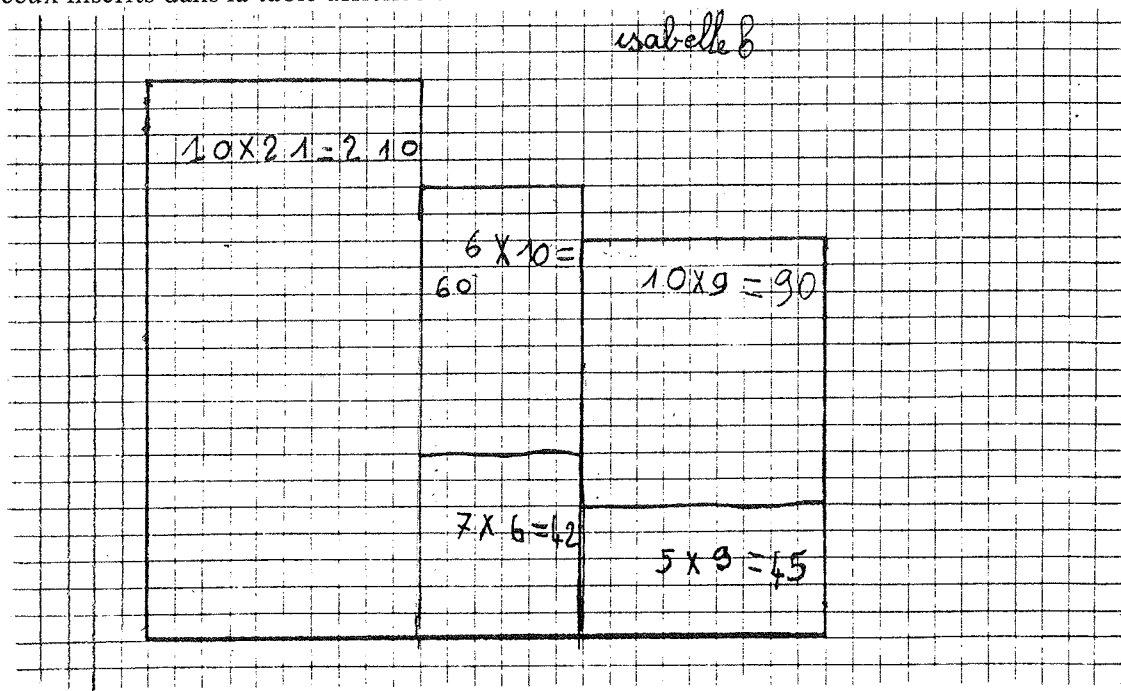
et demande aux enfants de le vérifier.

Les élèves repèrent bien les bandes, puis s'attaquent au problème difficile du dénombrement des carreaux contenus dans la figure.

Soulignons qu'à cette époque de l'année (5 mai 83), les élèves ont abordé la multiplication : ils connaissent le produit de deux nombres a et b comme le nombre de carreaux d'un rectangle de côtés de longueurs a et b ; ils ont constitué une table de multiplication dont toutes les cases ne sont pas encore remplies et qui reste affichée en permanence dans la classe.

Tous les élèves sont arrivés à donner un résultat au moins partiel. En effet, les méthodes employées sont plus ou moins rapides, mais s'appuient toutes sur un découpage en rectangles de la figure, induit par le message d'Yvain :

— les plus rapides font un sous-découpage astucieux pour utiliser les produits par dix ou ceux inscrits dans la table affichée :



$$\begin{array}{r} 1 \\ 210 \\ + 60 \\ + 42 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ + 45 \\ \hline 135 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 312 \\ + 135 \\ \hline 447 \end{array}$$

il y a 447 carreaux

— les plus lents n'utilisent aucun sous-découpage et dénombrent les carreaux de chacun des rectangles, soit par dénombrement un à un (vite abandonné sauf pour un élève), soit par additions répétées dont le résultat est donné par un arbre de calcul :

$$\begin{array}{r}
 21 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21 + 21 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 84 + 84 + 84 + 84 + 84 + 84 + 84 + 84 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 168 + 168 + 168 + 168 + 168 + 168 + 168 + 168 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 210 + 210 + 210 + 210 + 210 + 210 + 210 + 210
 \end{array}$$

a line

$$\begin{array}{r}
 168 \\
 + 42 \\
 \hline
 210
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 68 + 68 + 68 + 68 + 68 + 68 + 68 + 68 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 102 + 102 + 102 + 102 + 102 + 102 + 102 + 102
 \end{array}$$

a line

$$\begin{array}{r}
 34 \\
 + 68 \\
 \hline
 102
 \end{array}$$

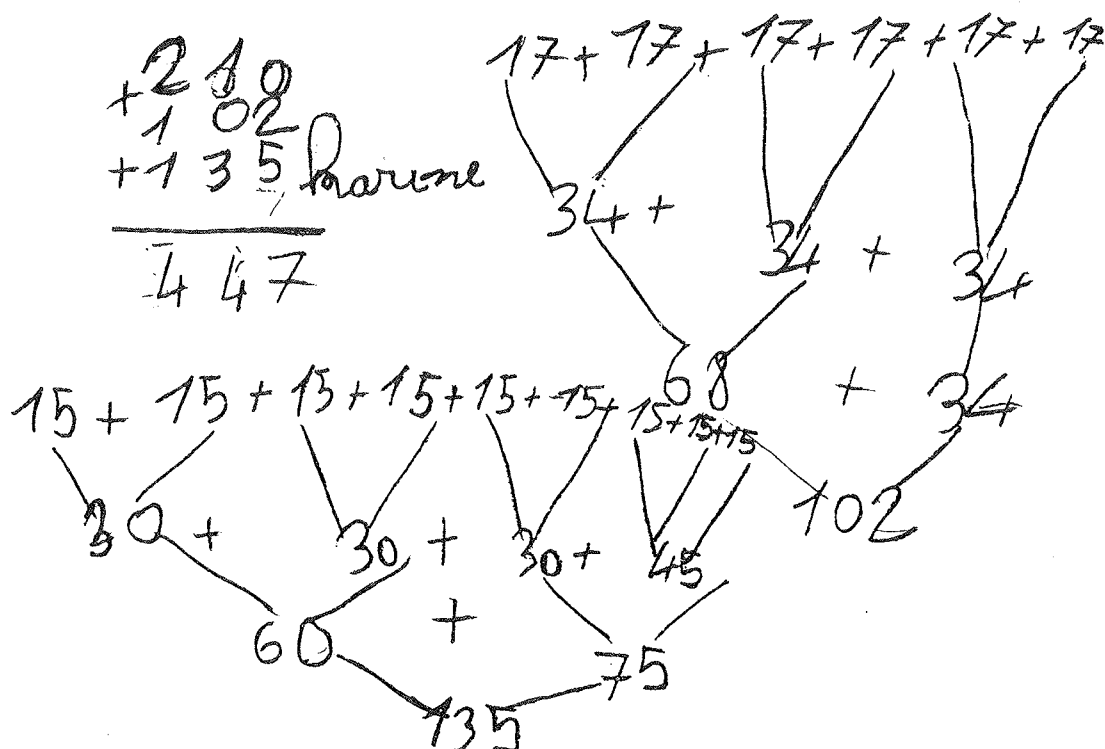
$$\begin{array}{r}
 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 + 30 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 120 + 120 \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 135 + 135 + 135 + 135 + 135 + 135 + 135 + 135 + 135 + 135
 \end{array}$$

a line

$$\begin{array}{r}
 60 \\
 + 60 \\
 \hline
 120
 \end{array}$$

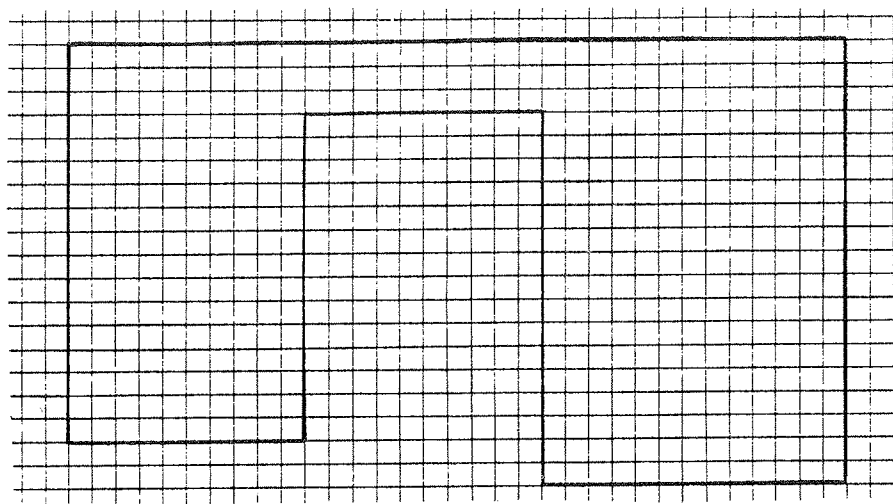
$$\begin{array}{r}
 210 \\
 + 102 \\
 + 135 \\
 \hline
 447
 \end{array}$$

— la majorité des élèves utilisent à la fois les résultats de la table affichée, les produits par dix et les arbres de calcul :



6e SEANCE : ACTIVITE DE DENOMBREMENT POUR LA FIGURE A.

Chaque élève reçoit un exemplaire de la figure A déjà donnée :



Pour cette figure, la maîtresse demande à chaque élève d'écrire des renseignements du même genre que ceux du message d'Yvain (voir 5e séance).

La séance a été entièrement consacrée au dénombrement du nombre total de carreaux (447).

Ce dénombrement a été plus difficile qu'à la séance précédente, du fait de l'absence de découpages préalables.

De plus, cette activité s'est transformée en course de vitesse, ce qui a provoqué des erreurs de comptage (pour la longueur des côtés des rectangles, pour le nombre de réitérations dans les arbres de calcul, pour les additions).

- 7 élèves ont trouvé le résultat juste.
- 10 élèves maîtrisent l'activité, mais font les erreurs de calcul déjà mentionnées.

Cependant 5 élèves ont eu de réelles difficultés : ils ne surmontent pas le handicap du découpage de la figure, et, par la suite, mettent en œuvre un dénombrement carreau par carreau, ou ligne par ligne, . . . ; deux, même, ont utilisé les nombres qu'ils trouvaient pour les longueurs des côtés en posant des opérations sans rapport avec la finalité de l'activité :

Exemple : somme des longueurs de tous les côtés.

$$\begin{array}{ccccccc}
 19 + 13 + 16 + 10 + 14 + 10 + 17 + 33 & & & & & & \\
 \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow & & & \\
 32 & + & 26 & + & 24 & + & 50 \\
 \swarrow \quad \searrow & & & & \swarrow \quad \searrow & & \\
 58 & & & + & 74 & & \\
 \swarrow \quad \searrow & & & & \swarrow \quad \searrow & & \\
 & & & 132 & & &
 \end{array}$$

**7e SEANCE : SITUATION SOUSTRACTIVE S'APPUYANT SUR UNE ACTIVITE
DE DENOMBREMENT A PARTIR DE LA FIGURE C.**

Une majorité d'élèves ayant échoué à la séance précédente, nous reprenons une activité de dénombrement pour une nouvelle figure :

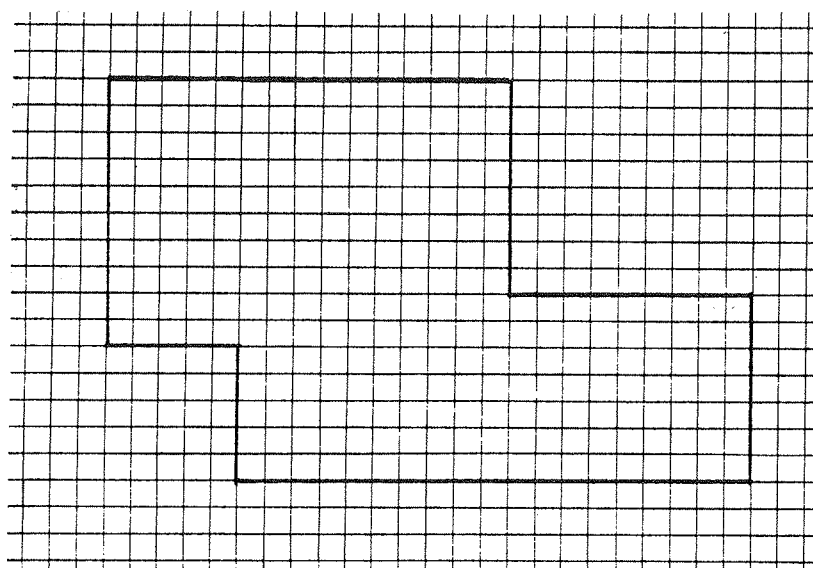


figure C

La réussite est totale et rapide : 263 carreaux. Tous les élèves ont utilisé des découpages, plus ou moins compliqués, et la table de multiplication ou les produits par dix.

Comment expliquer cette réussite ? Certainement plusieurs raisons se mêlent : une meilleure compréhension de ce que nous attendions d'eux ; une appropriation plus approfondie de la multiplication ; une familiarisation avec la géométrie sur quadrillage ; la possibilité de découper la figure avec des rectangles de dix carreaux de côté ; ...

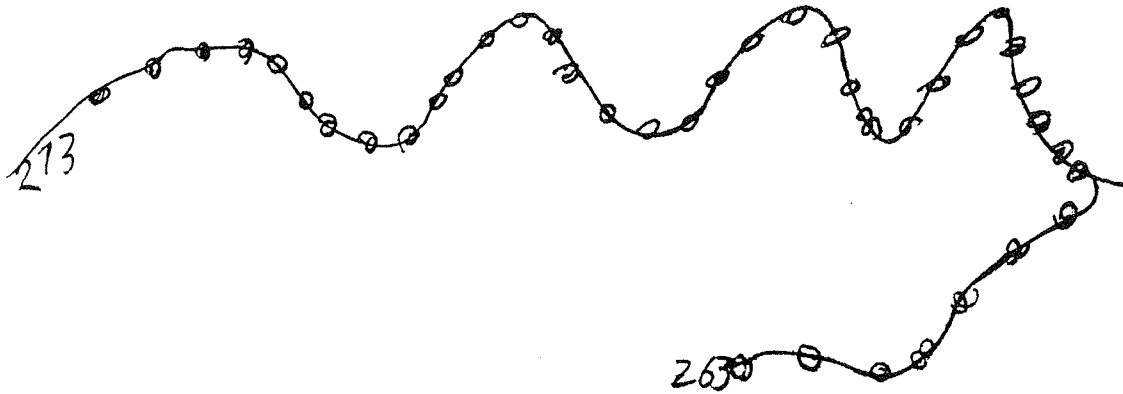
La maîtrise par l'ensemble de la classe de ce type d'activités à partir de quadrillage nous a permis d'introduire une situation soustractive : nous demandons à chaque enfant de répondre par écrit, sans utiliser le quadrillage, à la question "Combien faut-il enlever de carreaux à la figure C pour obtenir une nouvelle figure contenant 213 carreaux ?"

Notons qu'à ce moment de l'année (26 mai 83), la maîtresse a introduit la soustraction par la corde à nœuds et la notion de distance (voir IN Spécial C.E.).

Les enfants qui ont trouvé 50 ont en général mis en œuvre des procédures se rattachant pour la plupart à cette introduction :

il faut enlever 50

sophie

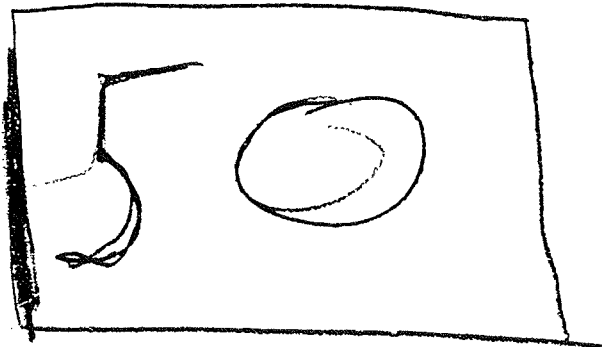
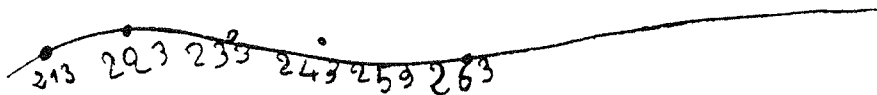


$$\begin{array}{r} 263 \\ - 213 \\ \hline 50 \end{array}$$

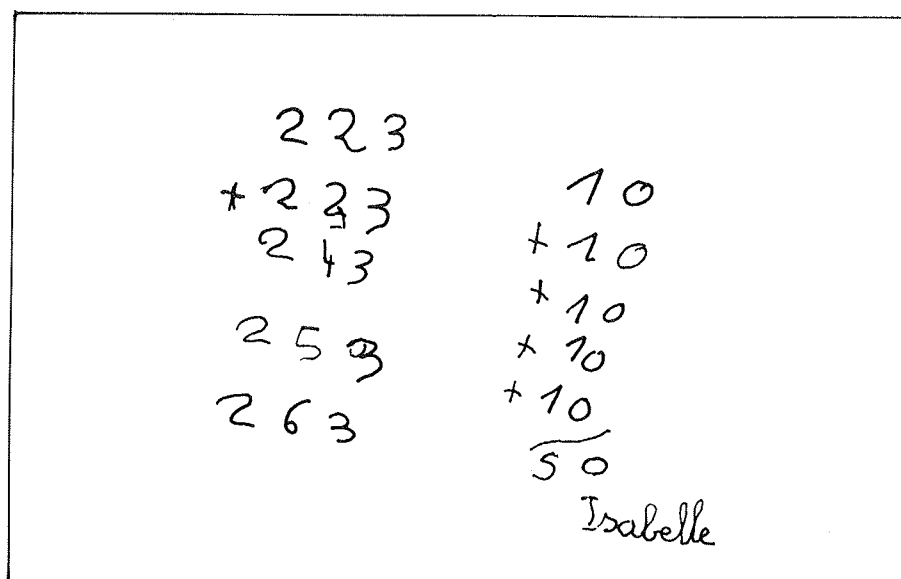
olivier

$$d(213, 263) = 50$$

CÉDRIC



jean christophe



Ces enfants vont exposer à toute la classe ce qu'ils ont fait.

8e SEANCE : SITUATIONS SOUSTRACTIVES A PARTIR DE LA FIGURE C

Chaque élève reçoit un nouvel exemplaire de la figure C ; la maîtresse fait rappeler aux enfants les conclusions de la séance précédente :

- la figure C contient 263 carreaux
- pour obtenir une figure contenant 213 carreaux, il faut enlever 50 carreaux.

puis elle leur demande :

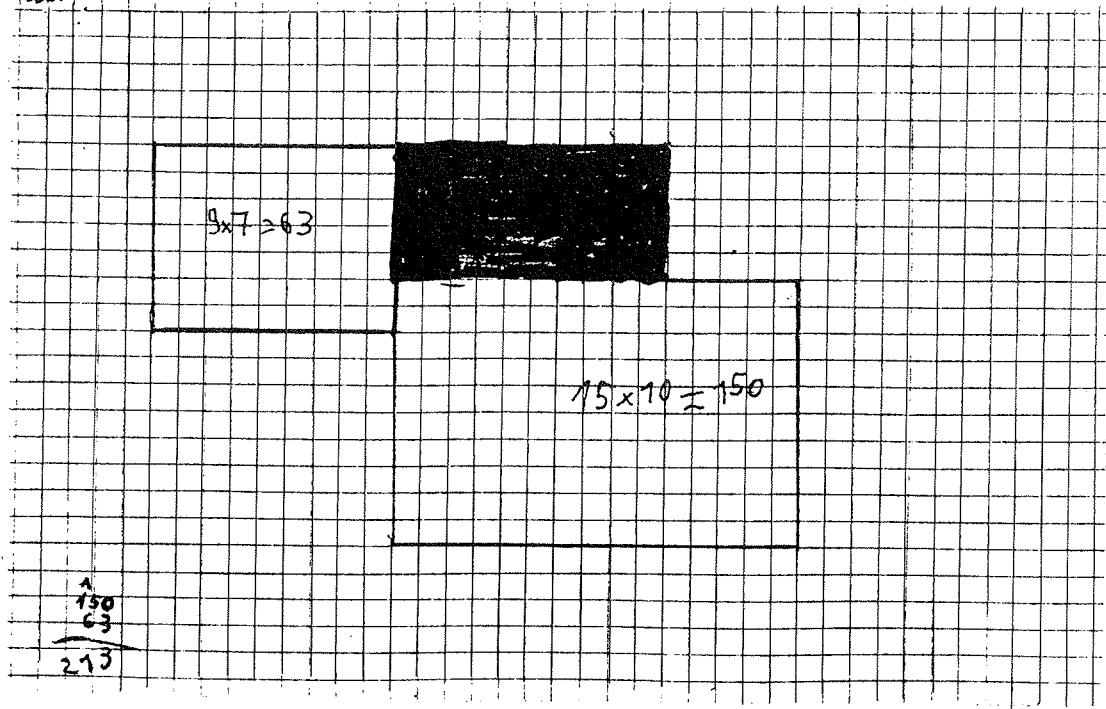
- 1/ de colorier la partie qu'il faut enlever
- 2/ de vérifier qu'il reste bien 213 carreaux.

Cette activité préliminaire ne pose pas de problèmes aux enfants :

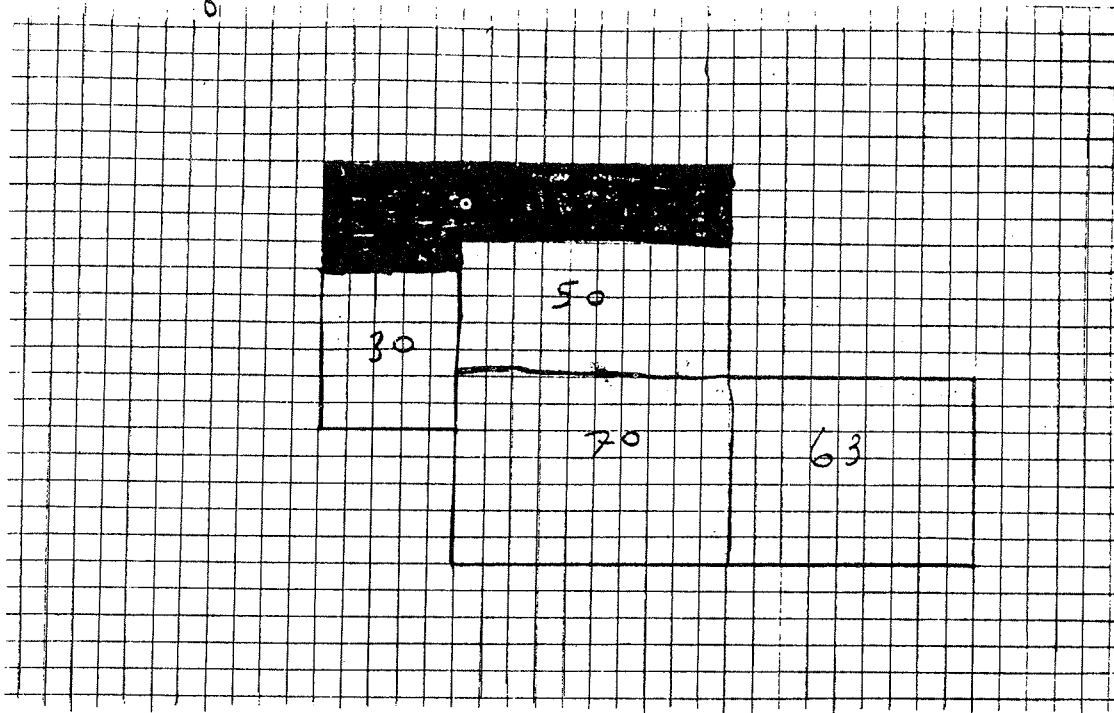
- 1/ 20 élèves colorient un rectangle 5×10 .
- 2 élèves colorient une partie formée de deux rectangles

2/ tous les élèves font des découpages, la plupart du temps astucieux et utilisent la table de multiplication.

david



isabelle



La même situation soustractive est reprise :

Chaque élève reçoit un nouvel exemplaire de la figure C.

1/ Combien faut-il enlever de carreaux à la figure C pour obtenir une nouvelle figure contenant 113 carreaux ? (sans utilisation du quadrillage).

2/ Colorier la partie à enlever.

3/ Vérifier qu'il reste bien 113 carreaux.

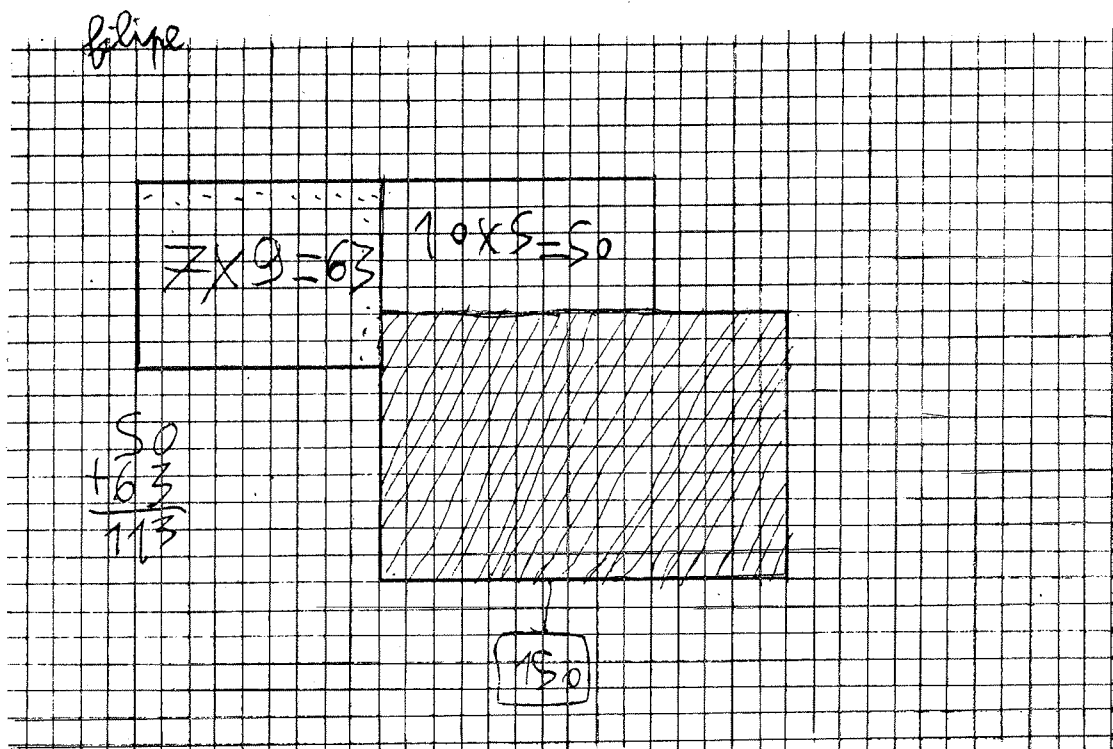
Cette situation est rendue plus complexe par le choix des nombres.

Les résultats sont les suivants :

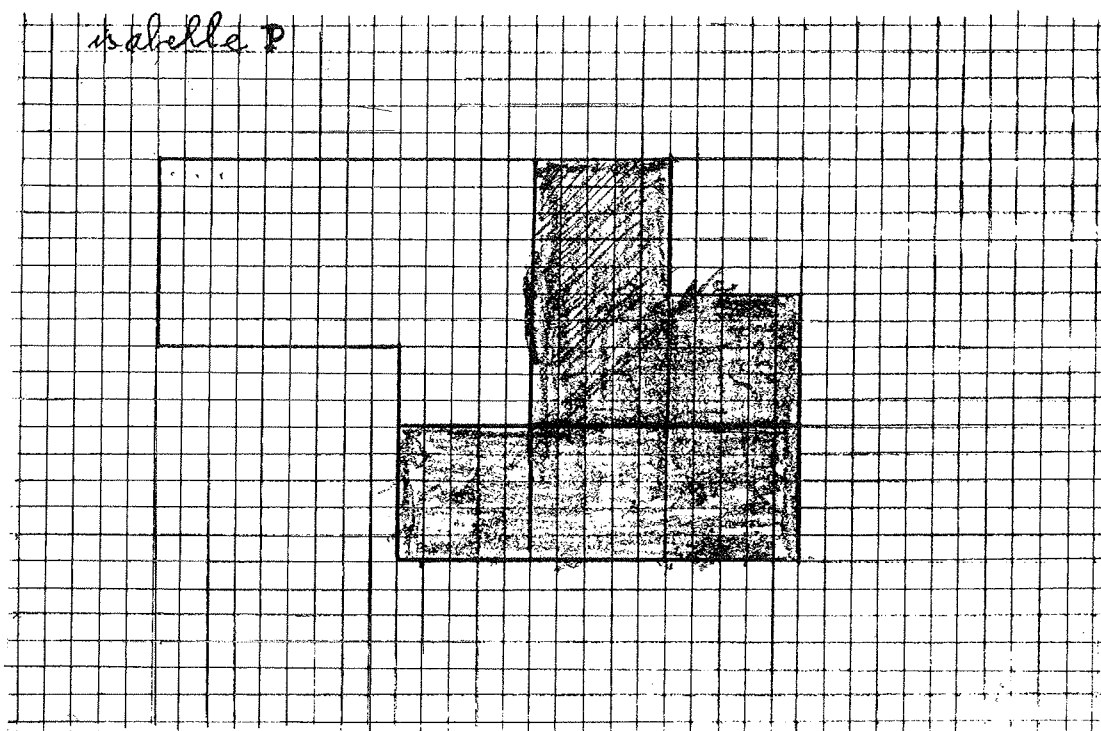
1/ 8 élèves seulement trouvent 150 carreaux

- 3 dessinent la corde à nœuds pour trouver la distance entre 263 et 113
- 1 trouve la distance en ajoutant 10 à 113 autant de fois qu'il le faut pour trouver 263 (c'est Isabelle de la 7e séance)
- 3 posent la soustraction
- 1 pose l'addition à trou.

2/ 18 élèves colorient le rectangle 10×15 , comme Filipe :



3 élèves colorient plusieurs rectangles, comme Isabelle P. :



3/ 19 élèves vérifient par la méthode habituelle (découpage en rectangles ; les nombres de carreaux des différentes parties sont trouvés par utilisation de la table de multiplication et des produits par 10 quand c'est possible, sinon par des additions répétées ; une addition est posée pour trouver le résultat total).

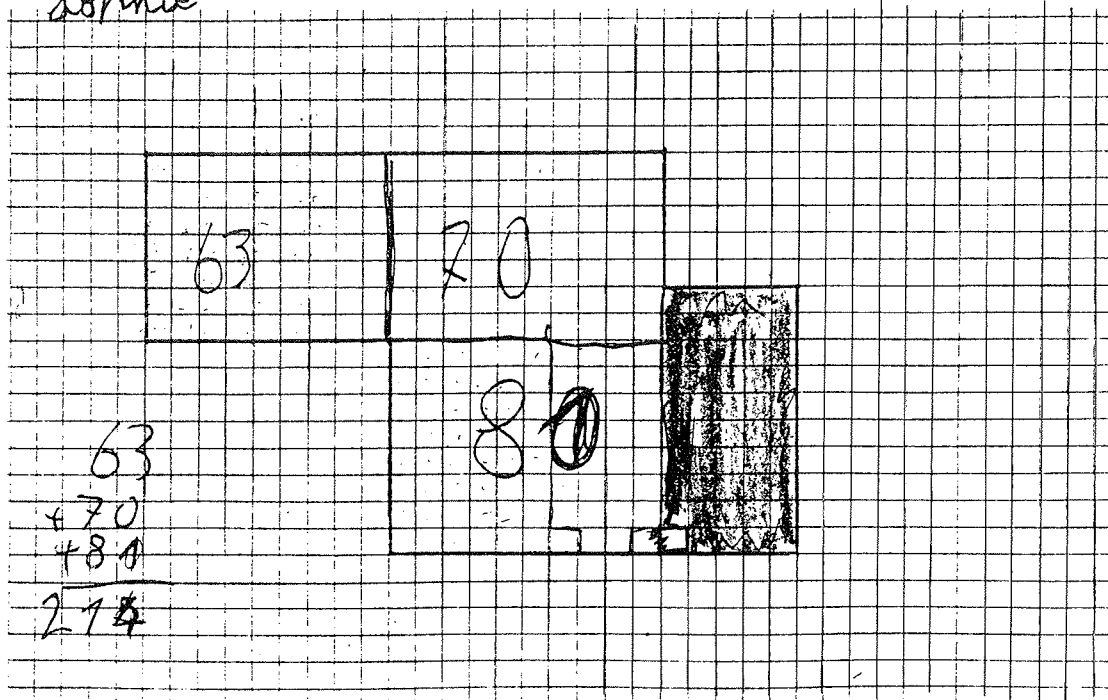
3 ne donnent pas de résultat.

Pour les 14 élèves qui ont terminé l'activité précédente avant la fin de l'heure, la situation est reprise à nouveau, à partir cette fois de la question "Combien faut-il enlever de carreaux à la figure C pour obtenir une figure contenant 49 carreaux ?"

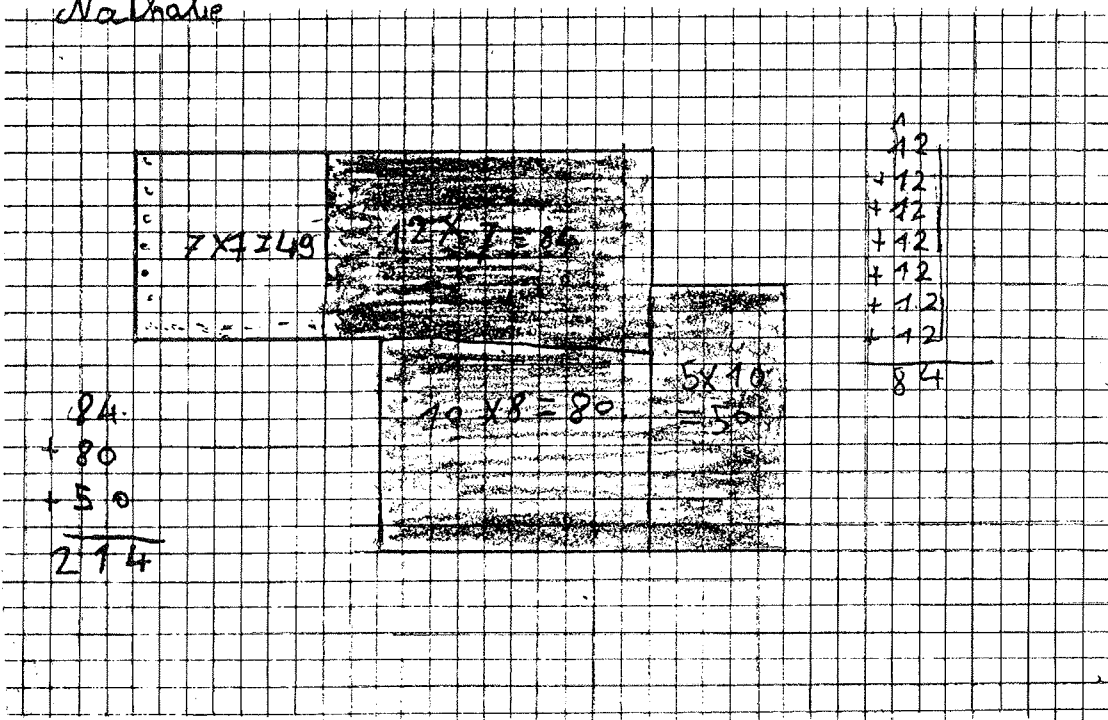
Le choix des nombres a provoqué chez les élèves une transformation de la situation : ils n'ont pas répondu à la question 1 (sauf un élève qui a tenté sans succès d'utiliser la corde à nœuds) ; de ce fait ils ont colorié ou délimité une partie de 49 carreaux, c'est-à-dire qu'au lieu de la situation soustractive : $263 - \dots = 49$, ils ont considéré la situation soustractive équivalente : $263 - 49 = \dots$

9 élèves (sur 14 donc) mènent l'activité jusqu'au bout : coloriage d'une partie de 49 carreaux (carré de 7×7 , ou rectangle de 5×10 auxquels ils enlèvent un carreau) et dénombrement des carreaux restants par la méthode habituelle :

sophie



Nathalie



En conclusion . . .

La construction de la séquence décrite ci-dessus s'est faite au fur et à mesure, pour tenir compte des procédures et de la réussite des élèves lors de chaque séance : par exemple, après la deuxième séance, constatant que la majorité des élèves utilisaient la procédure de type contour, nous avons consacré trois séances à l'élaboration d'un code collectif, alors que notre intention première était de travailler très vite sur les activités de dénombrement et les situations soustractives.

Dans ces séances, les élèves, très motivés, ont effectivement fait fonctionner, dans le domaine de la géométrie, les concepts numériques en cours d'acquisition.

