

**REPRESENTATIONS D'EMPILEMENTS DE CUBES AU C.E.**

*(Annie BESSOT – Madeleine EBERHARD)*

Les activités que nous décrivons et analysons dans cet article, s'insèrent dans des recherches sur la géométrie dans l'espace que mène l'équipe élémentaire de l'IREM de Grenoble. Les objectifs, la démarche et le matériel sont comparables à ceux que nous avons dans les activités décrites dans l'article paru dans Grand IN n° 26 "Représentation d'assemblages de cubes au C.M.". Cependant, compte tenu de l'âge des élèves, le déroulement de ces activités diffère sur bien des points de celui suivi en C.M. : nous n'avons fait travailler les élèves que sur des **empilements** de cubes et nous avons privilégié l'observation de la **trace** de ces empilements pour faciliter leur représentation.

Cette séquence s'est déroulée dans la classe de C.E.1 \* d'Hélène Benzaken à l'école de Meylan Mi-Plaine de Février à Avril 1982. Madeleine Eberhard a mené la séquence (c'est M. dans le texte !) et Annie Bessot a observé et tenu une chronique très détaillée du déroulement.

Avertissement :

*Nous recommandons au lecteur de se munir d'une dizaine de cubes pour suivre le déroulement et l'analyse des activités décrites.*

---

\* - *Il nous semble que la séquence décrite dans cet article pourrait être menée avec davantage de profit au C.E.2*

## PLAN DE L'ARTICLE

### **Partie I : Trace d'un empilement.**

- Objectifs
- Déroulement

#### **SEANCE 1**

- Mise en place d'un vocabulaire commun. Notion de trace
- Classement de traces d'empilements par le nombre de cubes qui touchent la table
- Empilements associés à une trace donnée

#### **SEANCE 2**

- Lecture d'une trace
- Empilements associés à une trace donnée

### **Partie II : Représentation d'un empilement en vue de sa reproduction : mise au point d'un codage collectif.**

- Objectifs
- Déroulement

#### **SEANCE 3**

- Activité de communication : élaboration de messages

#### **SEANCE 4**

- Activité de communication : lecture collective de certains messages
- Première mise en place d'un codage collectif

#### **SEANCE 5**

- Jeu de communication par équipes de 2 : échange de messages
- Transformation du message de Carole
- Décodage d'un message utilisant le codage numérique

#### **SEANCE 6 première partie**

- Décodage de messages utilisant le codage numérique

### **Partie III : Activités sur les empilements associés à une trace donnée et fonctionnement du codage.**

- Objectifs
- Déroulement

#### **SEANCE 6 deuxième partie**

- Codage des empilements associés à une trace donnée

#### **SEANCE 7**

- Recherche des empilements "contraires".

**Matériel :**

- Des cubes ordinaires (une dizaine par enfant)
- Des cubes accrochables (trente par enfant)
- Du papier blanc, du papier à carreaux.

**PARTIE I – TRACE D'UN EMPILEMENT.**

Nous avons introduit la notion de tracé par un **trace effectif** du contour de l'empilement. Puis nous avons fait prendre conscience que cette trace se rattache à **l'ensemble des cubes qui touchent la table** et à leur nombre. La trace peut donc se décomposer en carrés correspondant aux faces des cubes qui touchent la table. De plus, nous avons voulu que les enfants accèdent à une notion de forme, c'est-à-dire qu'ils puissent **reconnaître** une trace présentée verticalement transformée par un changement d'échelle. Une trace sera **identifiée** par le nombre de carrés qu'elle contient et par leur disposition.

Puis nous avons fait chercher tous les empilements réalisables avec un nombre de cubes donné ayant une trace donnée.

**Objectifs**

Nous avons ainsi voulu :

- faire prendre conscience que la trace est une propriété de l'empilement mais qu'elle ne suffit pas à définir un empilement.
- faire préciser la notion de forme pour une trace et montrer que la forme ne suffit pas à identifier une trace.

**Déroulement**

SEANCE 1 (1 h. 15 mn)

11 Février

—————▶ **Mise en place d'un vocabulaire commun, notion de trace.**

Chaque enfant reçoit 5 cubes ordinaires et une feuille blanche.

L'observation du matériel conduit tout naturellement à parler des **6 faces** d'un cube. Quand on demande aux enfants d'**empiler** 2 cubes, ils le font en les mettant bien l'un au dessus de l'autre.

**M. – "Vous disposez vos 5 cubes sur la feuille blanche, en les empilant comme vous voulez".**

Certains enfants mettent parfois un cube à cheval sur deux autres. On précise à nouveau ce qu'on entend par **"empilés"** : "On les met bien les uns au dessus des autres . . . Il ne faut pas qu'ils soient à cheval . . . On ne veut pas non plus de ponts".

Une fois vérifié que toutes les constructions sont des empilements corrects, M. ajoute : **"Vous ne touchez plus vos constructions. Vous allez garder la trace de ces constructions. Comment pouvez-vous faire ?"**

E 1 : "On va dessiner autour".

E 2 : "On va tracer le contour autour des cubes". . . .

M. : **"Effectivement, vous allez tracer le contour avec le crayon sur la feuille blanche"**.

Une fois le tracé effectué, les constructions sont reconstruites de mémoire à côté de la feuille et les tracés sont repris au feutre afin d'être visibles de loin.

—————→ **Classement de traces d'empilements par le nombre de cubes qui touchent la table.**

M. affiche au tableau les dessins donnés ci-après : voir page suivante.

Les enfants commencent par regrouper les figures identiques qui sont des rectangles. Plusieurs classements peuvent être envisagés. Voilà ceux qui sont apparus dans cette classe :

– Classement par les formes.

Après le regroupement des rectangles identiques, Pamela propose la "famille des carrés" (Pierre, David, Emmanuel). Les autres ne sont pas d'accord à cause du dessin de Pierre.

– Classement par le nombre de cubes qui touchent la table.

C'est le classement qui a été privilégié par M. Il a été introduit par l'observation du dessin de Pierre :

M. : "Est-ce qu'on peut savoir, d'après le dessin de Pierre, comment était sa construction ?"

Beaucoup d'enfants réalisent la construction de Pierre.

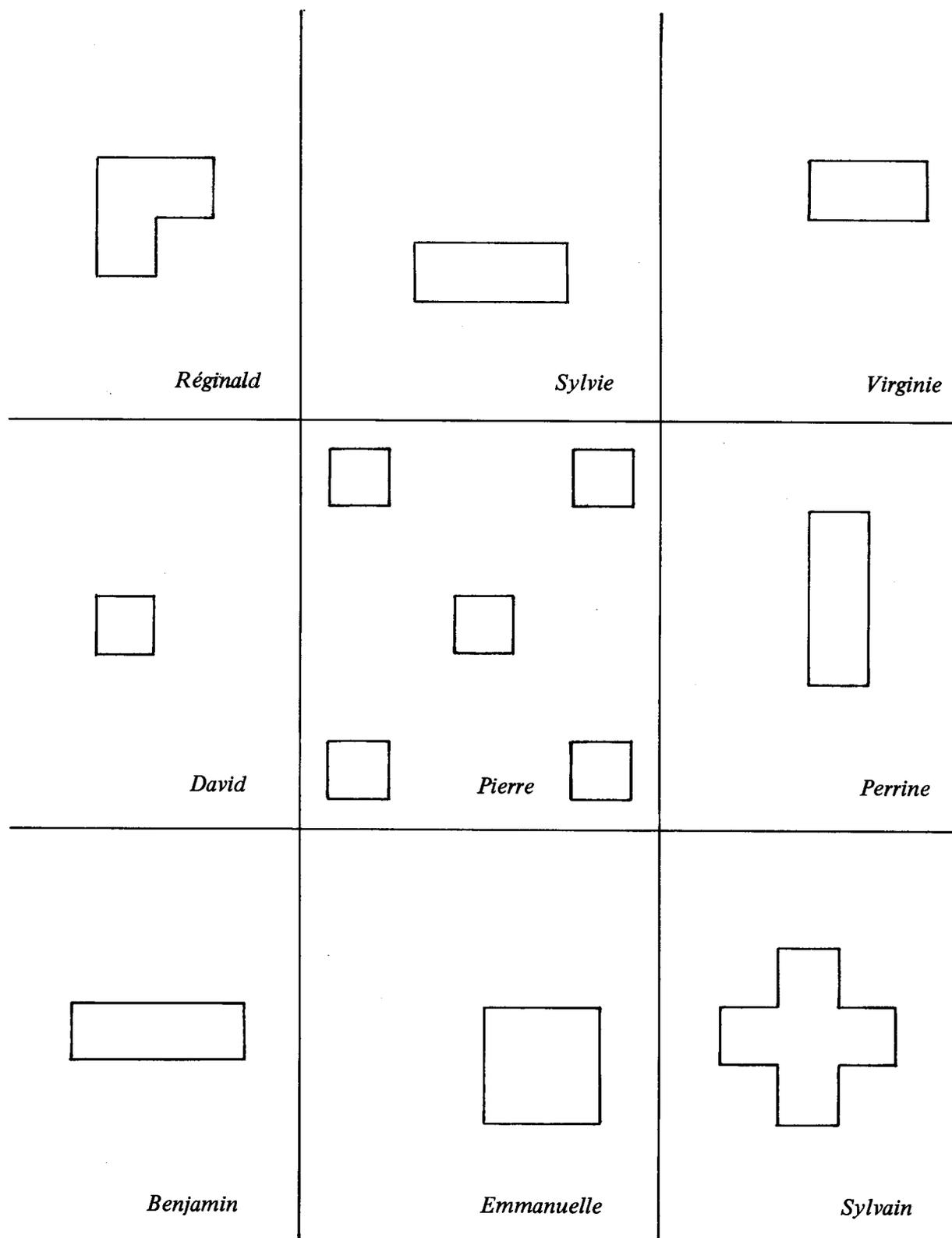
M. : "Y-a-t-il des cubes empilés ?"

E. : "Il y a 4 cubes aux coins de la feuille et un au milieu ; ça fait 5. Il n'y en a pas d'empilés".

M. : "Ce que montre le dessin de Pierre, c'est que 5 cubes touchent la table. Parmi les dessins au tableau, est-ce qu'il y en a d'autres où 5 cubes touchent la table ?"

Seuls 3 enfants ne savent pas répondre.

*Dessins affichés au tableau (réduction 1/3) – Traces d'empilements avec 5 cubes.*



En observant les constructions des enfants on obtient pour chaque dessin affiché le nombre de cubes touchant la table. M. conclut :

M. : "On va mettre ensemble les dessins pour lesquels les constructions ont le même nombre de cubes qui touchent la table".

On classe alors selon ce critère les dessins affichés, puis ceux de tous les élèves.

*Ce critère de classement n'est pas facilement accepté par tous : quand on met ensemble le dessin de Sylvie et celui de Réginald (3 cubes touchent la table) il y a quelques protestations : "non, ils ne sont pas de la même forme". Ce critère semble davantage associé aux constructions qu'à la trace de ces constructions.*

*Dans cette classe, les productions sont peu variées : en effet, 12 élèves ont obtenu la même trace que Sylvie et 5 élèves la même trace que David.*

—————→ **Empilements associés à une trace donnée.**

a) Après avoir demandé aux enfants de faire sur une feuille blanche une construction de 5 cubes dont 2 touchent la table et d'en donner la trace, M. choisit la trace de la construction de Patrick et l'affiche au tableau :

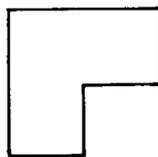


M. : "Vous regardez bien le dessin qui est au tableau. Vous faites une construction qui a la même trace".

Cette activité ne pose pas de problème de lecture de trace. Elle permet aux enfants de constater qu'une même trace peut correspondre à plusieurs constructions.

b) Jeu par équipes de 2.

M. affiche au tableau la trace de la construction de Réginald.



Trace de la construction de Réginald  
(réduction 1/3)

*Lorsqu'on affiche une trace au tableau, on rend sa lecture plus complexe du fait qu'on passe d'un plan horizontal à un plan vertical. On transforme ainsi les relations spatiales : haut - bas doivent être traduits comme devant - derrière ; de plus, on rend moins évidente la propriété de la trace d'être la base d'une construction.*

*Cette complexité peut entraîner une autre lecture : la trace risque d'être interprétée par l'élève comme une représentation de la partie verticale de la construction qui est devant lui (vue de face).*

*Ici ce risque est minimisé par le choix de la trace, puisqu'aucun empilement ne peut avoir pour vue de face le dessin proposé.*

Chaque équipe reçoit une poignée de cubes accrochables.

**M. :** "Dans chaque équipe vous allez essayer de travailler ensemble. Tout à l'heure Réginald a obtenu cette trace. Il avait une construction telle que 3 cubes touchaient la table. Vous allez essayer de trouver ces constructions avec 5 cubes dont 3 cubes touchent la table."

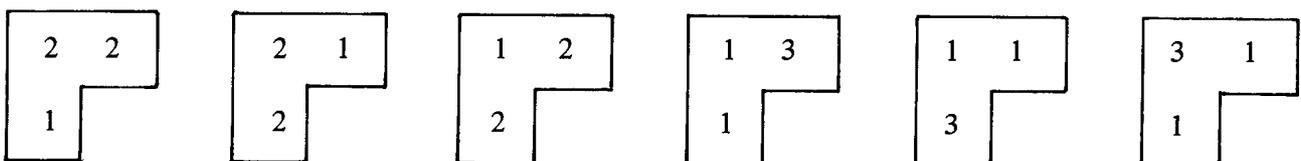
**Chaque fois que vous avez trouvé une construction vous la faites avec les petits cubes accrochables de façon à ce que je les voie toutes. Le jeu consiste à trouver le plus possible de constructions différentes".**

Cette consigne n'a pas été donnée d'une seule traite. M. l'a répétée et a dû la préciser à cause de certaines difficultés des enfants (par exemple, certains enfants ne respectent qu'une partie des contraintes que doivent vérifier les constructions : 3 cubes touchent la table mais la trace n'a pas la forme imposée).

Les 6 constructions différentes possibles ont été trouvées par 6 équipes. Les autres équipes ont dû arrêter leur recherche, faute de temps. Mais ici, l'important était que les élèves comprennent l'activité, ce qui a été le cas. Une activité combinatoire de ce type sera reprise ultérieurement.

*Les enfants conservent les résultats de leur recherche en reproduisant les empilements trouvés à l'aide des cubes accrochables.*

*Ici nous donnons au lecteur les 6 solutions possibles à l'aide d'un codage numérique utilisant la trace de l'empilement (les nombres indiquent le nombre de cubes empilés) :*



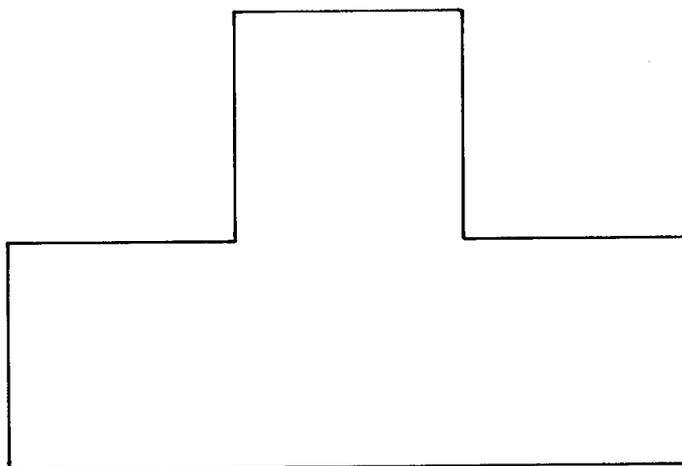
*On peut remarquer que les deux premiers empilements correspondent au même assemblage de cubes accrochables : cet assemblage peut être posé sur la table de deux façons différentes en respectant la trace donnée ; chacune de ces positions correspond à l'un ou à l'autre des deux empilements.*

SEANCE 2 (1 h.)      18 Février

→ Lecture d'une trace.

Chaque élève reçoit 6 cubes ordinaires et une demi-feuille blanche.

M. fait un rappel du vocabulaire mis en place dans la séance 1 : trace, face, cube . . .  
Puis elle affiche au tableau le dessin suivant :



M. : "Faites une construction qui ait une trace de la même forme que celle-ci. Faites-la sur la feuille blanche. Tracez le contour de la construction pour obtenir sa trace".

*Ce dessin a été choisi, en particulier, pour poser le problème de l'interprétation d'une trace affichée verticalement (cf. commentaire p. 27). En effet, ce dessin pourrait être interprété comme la vue de face d'un empilement.*

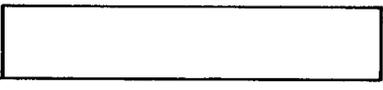
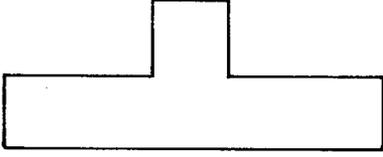
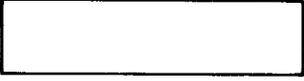
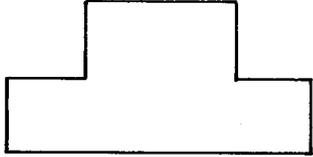
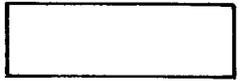
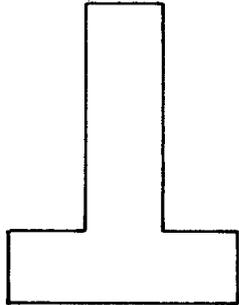
*Nous n'avons pas précisé le nombre de cubes touchant la table afin d'obtenir des traces différentes de même forme ; nous pensons ainsi amener les élèves à préciser eux-mêmes ce qui détermine une trace : une trace est complètement déterminée par son pavage avec des carrés en nombre égal au nombre de cubes qui touchent la table.*

---

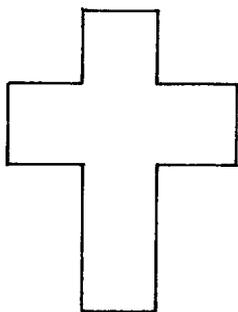
\* Ce dessin est la trace en vraie grandeur d'un empilement de 6 cubes ordinaires.

Voici ce que les élèves ont proposé :

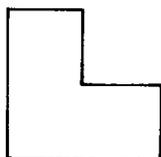
- 6 élèves ont interprété la trace affichée comme une vue de face.

	Trace * de leur construction	Vue de face * de leur construction
Sylvie Thomas Pierre Perrine		
Carole		
Réginald		

- 3 élèves n'ont pas respecté la forme de la trace donnée.



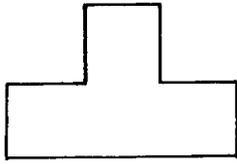
Trace\* de la construction à 1 étage de Paméla et David



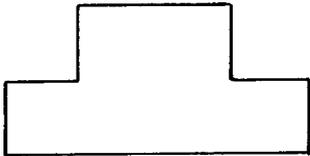
Trace\* de la construction d'Anne

(\*) - Les dessins sont des réductions (1/3) des traces ou vues de face des constructions des élèves.

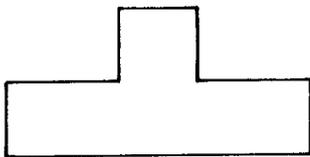
– 15 élèves ont respecté la forme de la trace donnée :



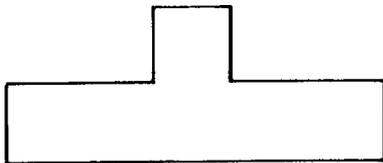
Trace\* de la construction de 11 élèves



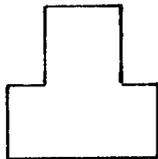
Trace\* de la construction de Sarah (1 étage)



Trace\* de la construction de Sylvie



Trace\* de la construction de Laurence (1 étage)



Trace\* de la construction de Gaëlle

*Il ressort de ces propositions que les élèves ont retenu de la trace affichée quelques propriétés qui constituent ce que nous avons appelé **forme** : ici ils ont conservé la forme d'un "T" renversé, sans forcément rendre compte des rapports des longueurs.*

(\*) – Les dessins sont des réductions (1/3) des traces ou vues de face des constructions des élèves.

Nous avons confronté successivement les élèves à ces propositions :

M. affiche la trace de la construction de Thomas (voir plus haut : confusion vue de face et trace).



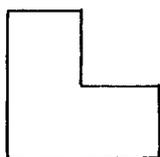
(réduction 1/3)

E : "Il faudrait mettre un cube là-haut ! . . ."

M. explique alors à Thomas (absent à la séance 1) son erreur : "Tu as essayé de faire devant toi une construction de la forme donnée au tableau".

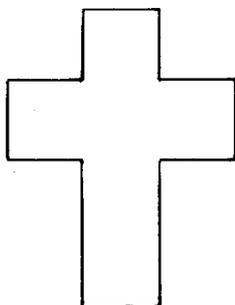
Chacun des 6 élèves ayant fait cette confusion recommence une construction dont la trace a la forme proposée : 2 d'entre eux ont beaucoup de difficultés à y arriver et doivent être aidés individuellement.

Puis M. affiche successivement les traces des constructions d'Anne et de Paméla :



Anne

E : "elle a oublié de mettre un cube en bas !"

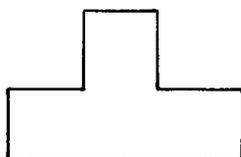


Paméla

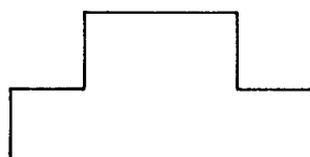
E : "il y en a 2 de trop en bas, sinon ce serait juste"

Enfin, M. fait comparer des traces différentes, mais de même forme :

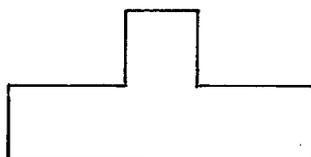
Disposition des  
dessins au  
tableau :



Emmanuelle



Sarah



Sylvie

M. : "Je vais vous demander ce que vous pensez de tous ces dessins que j'ai affichés .  
Vous réfléchissez".

Benjamin : "Celui d'en bas, il y en a 2 de trop sur les côtés".

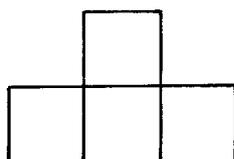
Sylvain : "Sur celui d'en haut, à droite, il y en a 1 de trop".

Benjamin : "Celui de gauche, il est bien" . . .

Remarque : ces 2 élèves avaient construit un empilement ayant la même trace que celui d'Emmanuelle.

M. : "Est-ce que vous pouvez me dire combien de cubes touchent la table pour cette trace-là ?"

M. pose cette question successivement pour chacune des traces affichées et laisse réfléchir les élèves. Cette question est difficile pour la majorité des enfants. Devant le silence, M. interroge directement Emmanuelle au sujet de sa trace. Emmanuelle donne le nombre de cubes qui touchent la table (4) en regardant sa construction. Finalement M. représente elle-même sur le dessin les 4 cubes qui touchent la table :



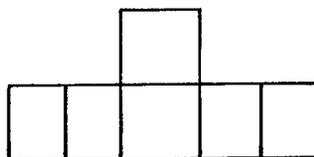
et conclut : "c'est par les carrés qu'on peut savoir combien de cubes touchent la table".

M. reprend la question : "Combien de cubes touchent la table ?" à propos de la trace de Sylvie.

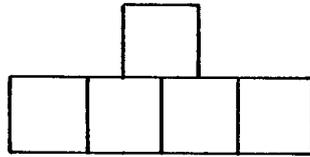
Carole : 6

M : "Tu peux montrer ?"

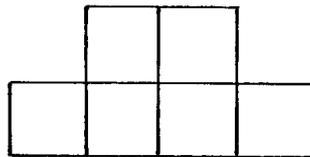
Carole complète ainsi le dessin affiché au tableau :



En fait Sylvie n'est pas d'accord, car 5 de ses cubes touchent la table. Son voisin Patrick explique : "elle en a mis à cheval" et il vient corriger au tableau en surchargeant le dessin :



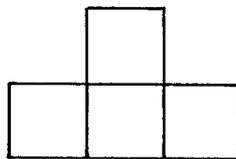
Pour le dernier dessin Sarah donne elle-même le nombre de cubes qui touchent la table et vient compléter sa trace :



M. écrit à côté de chaque trace le nombre de cubes qui touchent la table. Puis elle fait réaliser par tous une nouvelle construction ayant encore une trace de cette forme avec 4 cubes qui touchent la table.

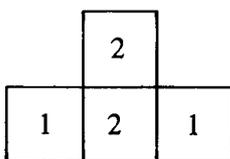
→ **Empilements associés à une trace donnée.**

a) Nous reprenons dans cette séance le jeu par équipe de deux décrit dans la séance 1 à partir de la trace :

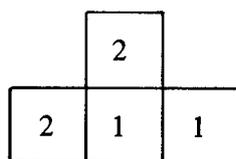


Les empilements doivent être réalisés avec 6 cubes ordinaires ; pour être conservés ils sont reproduits avec des cubes accrochables. La consigne est du même type que celle donnée en séance 1.

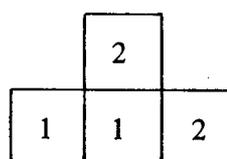
*Il y a 10 empilements différents de 6 cubes qui ont la trace donnée. Nous les donnons ici à l'aide du codage numérique :*



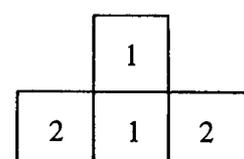
a



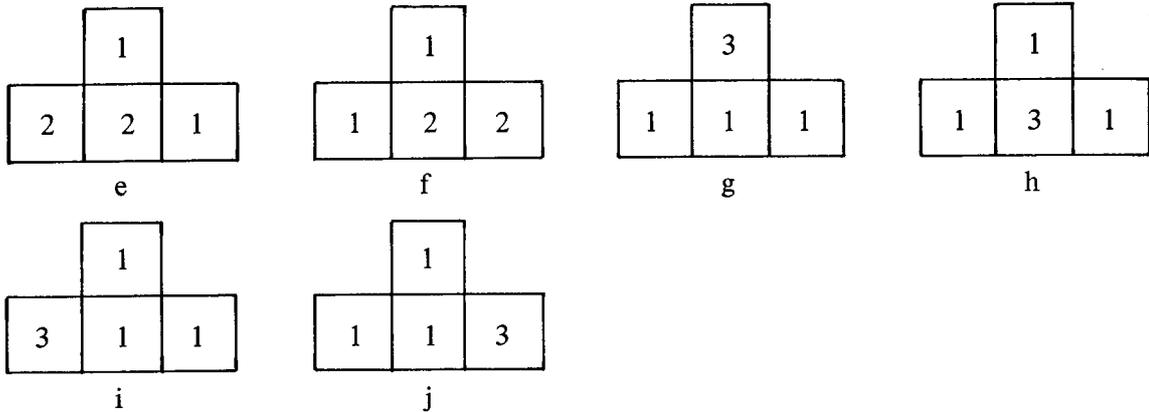
b



c



d



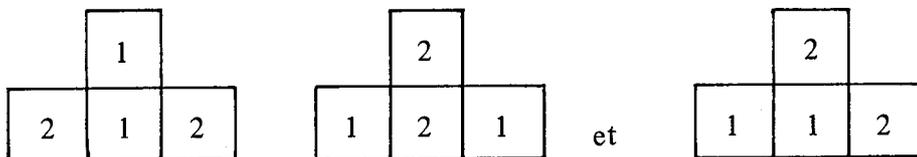
*L'assemblage de cubes accrochables correspondant à l'empilement (a) peut être posé de 2 façons différentes en respectant la trace, mais ces 2 positions donnent le même empilement (a). Pour chaque autre empilement il n'existe qu'une façon de poser sur la table l'assemblage correspondant en respectant la forme de la trace. Donc ici, à 2 empilements différents vont correspondre 2 assemblages de cubes accrochables différents.*

*Quand un élève veut vérifier que l'empilement qu'il vient de réaliser n'a pas déjà été produit, il peut comparer cet empilement aux assemblages qu'il possède déjà ; la comparaison est possible si l'élève pose ses assemblages en respectant la forme de la trace.*

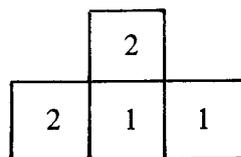
*La trace choisie admet un axe de symétrie vertical. De ce fait certains empilements possèdent un plan de symétrie perpendiculaire au plan de la trace : a, d, g, h. Les autres empilements sont symétriques 2 à 2 : b et c, e et f, i et j.*

Nous avons pu observer le travail de recherche de certaines équipes et voici les difficultés qu'ont les élèves quand il s'agit de distinguer des constructions "en miroir".

Par exemple, Martin et Pierre partent de la trace pour construire la base de l'empilement. Ils obtiennent :

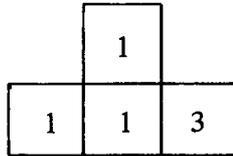


Pierre propose alors :



Martin refuse cette construction : "c'est la même !". Ils la rejettent et se lancent dans des constructions à 3 étages.

Après avoir trouvé

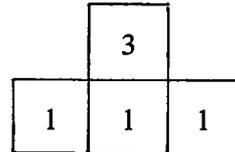


Pierre propose : "je fais l'inverse de celle-là".

Martin : "C'est la même !" ;

Pierre résiste : "Non, ce n'est pas le même côté".

Martin : "Non, il vaut mieux faire celle-ci :



".

Après de longues discussions ils finiront par utiliser "l'inverse" pour enrichir leurs constructions.

Trois autres équipes au moins se sont comportées de la même manière en demandant parfois à M. d'arbitrer leur conflit : "Peut-on faire les contraires ?".

Nous avons arrêté la recherche quand toutes les équipes ont obtenu au moins 5 empilements différents. Sur 13 équipes, 3 équipes ont obtenu alors les 10 empilements, 3 en ont 9.

#### b) Comparaison des empilements

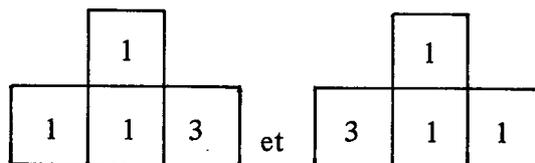
M. amène les enfants à réfléchir à ce qu'ils ont appelé "inverse" ou "contraire", en utilisant les cubes accrochables.

M. : "Quelques-uns m'ont demandé : «Est-ce qu'on a le droit de faire l'inverse ?»"

E. : "Oui, on a le droit, pourvu que ce soit différent".

M. : "Choisissez, parmi ces constructions, 2 constructions qui soient contraires ou inverses. Si vous en trouvez, vous les mettez ensemble pour que je les voie".

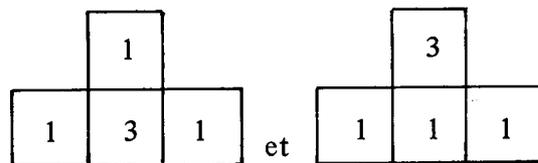
Les enfants cherchent activement. Ils proposent le plus souvent comme "contraires" :



M. montre cet exemple : "Ces constructions ont une tour de trois étages. Certains disent qu'elles sont contraires. Pourquoi ?"

E. : "Il y en a une d'un côté et l'autre de l'autre !"

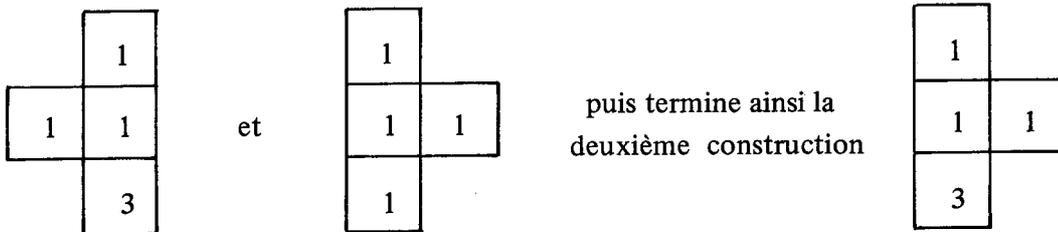
Certains enfants ont proposé comme contraires :



Benjamin explique que "c'est devant et derrière".

Pierre vient expliquer, à la fin de la séance : "j'ai trouvé comment faire le contraire".

Il réalise :



## PARTIE II – REPRESENTATION D'UN EMPILEMENT EN VUE DE SA REPRODUCTION : MISE AU POINT D'UN CODAGE COLLECTIF.

Les séances qui suivent ont les mêmes objectifs que les séances décrites dans la partie I de l'article "Représentation d'assemblages de cubes au C.M.", paru dans Grand IN n° 26 : nous avons organisé ces séances selon le même plan.

### Objectifs

Nous avons voulu :

- provoquer l'émergence de représentations diverses d'empilements de cubes.
- confronter les élèves à la variété des représentations produites par la classe.
- privilégier certaines représentations pour en faire un outil collectif.

## Déroulement

SEANCE 3 (1 h.)

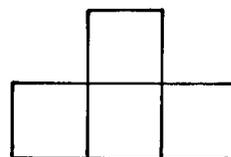
4 Mars

→ **Activité de communication : élaboration des messages.**

a) Préliminaire.

Chaque élève reçoit :

- 6 cubes ordinaires
  - un exemplaire (fait de cubes accrochables) des 10 empilements de 6 cubes ayant pour trace :
- (se reporter à la séance 2 p. 28)



M. rappelle l'activité de recherche d'empilements menée dans la séance précédente : chacune des constructions distribuées a été réalisée dans cette séance.

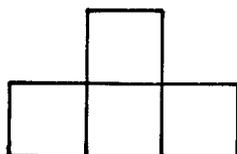
Consigne : "Avec vos cubes ordinaires, vous refaites la construction qu'on vous a donnée".

Il y a bien des façons de poser sur la table une construction réalisée avec des cubes accrochables : en particulier on peut obtenir des positions où apparaissent des décrochements, des surplombs. On ne peut pas reproduire avec des cubes ordinaires la construction placée dans ces positions là. Lionel, par exemple, se heurte à ce problème. Il dit : "je ne peux pas" et M. lui conseille de poser sa construction autrement. Il a beaucoup de difficultés à trouver une position pour sa construction qui lui permette de la reproduire avec des cubes ordinaires.

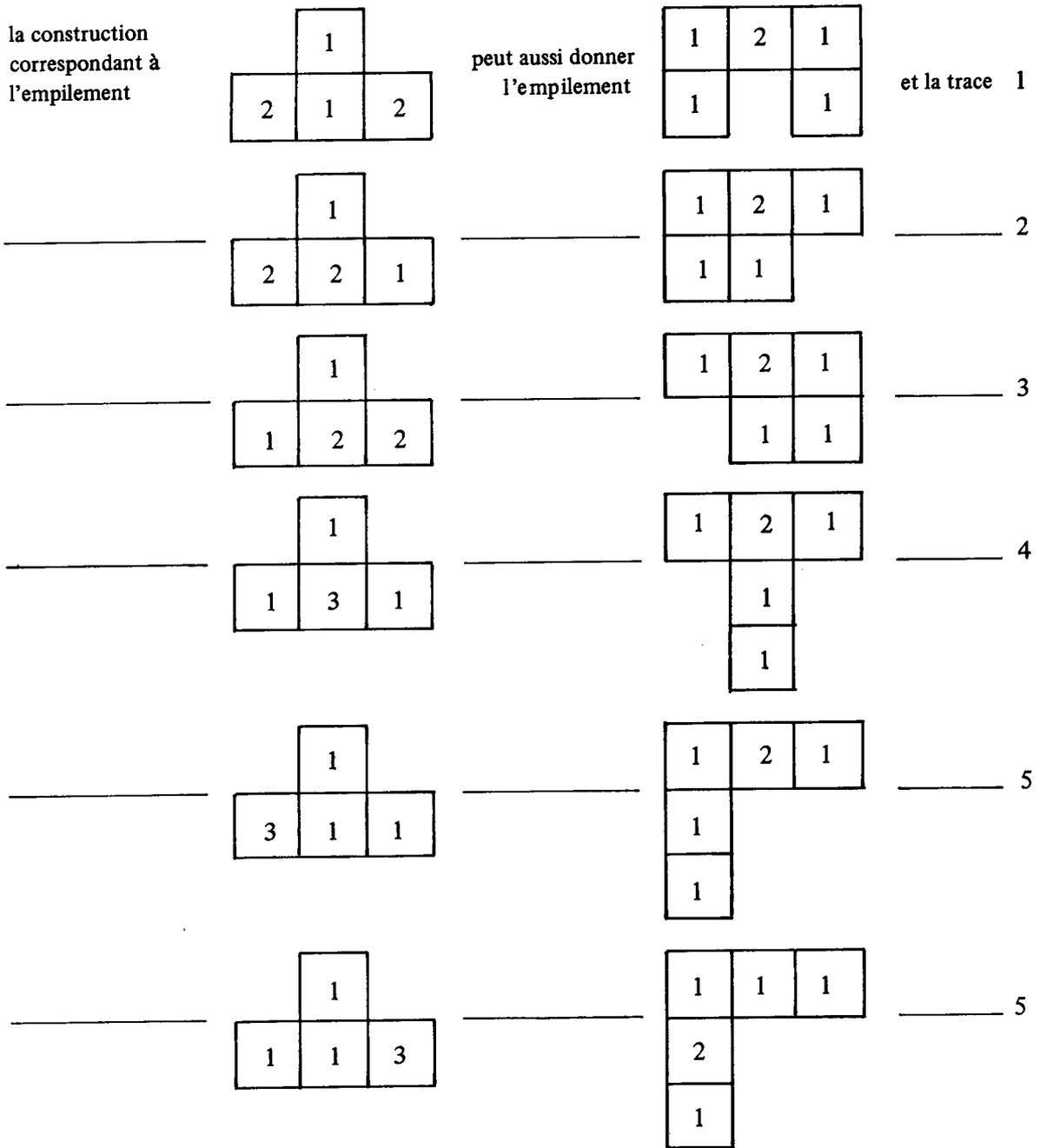
La consigne permet finalement à chaque enfant de disposer d'un des empilements \* correspondants à sa construction.

*Nous n'avons pas rappelé la trace qui avait donné les 10 empilements différents. Nous pensions que la plupart des élèves réaliseraient un empilement ayant cette trace.*

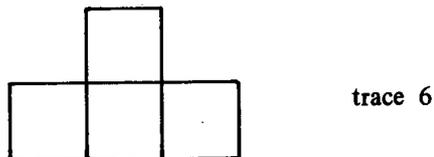
*Cependant certaines des 10 constructions réalisées avec les cubes accrochables peuvent être posées de plusieurs façons et donner ainsi plusieurs empilements qui n'ont pas forcément pour trace :*



(\*) - Pour les lecteurs qui se sont heurtés à la définition d'un empilement donnée dans l'article "Représentation d'assemblages au CM" paru dans Grand IN n. 26, nous signalons qu'ici, dans toutes nos activités, tous les assemblages de cubes accrochables sont des empilements : ceci parce qu'ils sont des reproductions de constructions de cubes ordinaires, non accrochables.



Les 4 autres constructions (a, b, c et g) ne donnent que des empilements ayant la trace :



Il y a finalement 6 traces différentes possibles.

Sur les 26 élèves, 5 ont ainsi réalisé un empilement ayant une trace différente de la trace initiale.

## b) Activité de communication

Chaque élève reçoit une feuille blanche.

Consignes : 1 – Chacun met son nom sur sa feuille blanche, car ces feuilles blanches vont être échangées.

2 – Les feuilles blanches vont vous servir à faire un message. Dans ce message, vous essayez de décrire le plus clairement possible la construction que vous venez d'empiler devant vous.

3 – A l'aide de votre message l'un de vos camarades devra refaire la même construction que la vôtre.

Bien sûr, ces consignes ont été répétées et commentées. Les élèves ont posé des questions prévisibles :

E. 1 : "On peut faire un dessin ?"

M. : "Il faut que tu décrives le mieux possible pour que le camarade qui recevra ton message puisse refaire la même construction que la tienne".

E. 2 : "Avec un dessin ? Est-ce qu'on peut écrire ?"

M. : "Vous pouvez dessiner, écrire avec des mots . . . ce que vous voulez. Il faut faire le message le mieux possible pour que celui qui le recevra comprenne".

**Nous avons choisi cette activité de communication entre élèves pour favoriser l'émergence de descriptions ou de représentations d'empilements de cubes.**

*Bien que ne portant que sur des empilements, cette activité de communication nous semble à priori une activité trop difficile pour être proposée d'emblée à des élèves de CE 1 comme nous l'avions fait au C.M.*

*Ici nous avons volontairement débuté la séquence par un travail sur la notion de trace :*

*– nous pensions que les élèves ne seraient pas désarmés pour faire leur message puisqu'ils disposent déjà, avec la trace, d'un élément de représentation d'un empilement.*

*– nous nous attendions à ce que la plupart des élèves utilisent cette trace et la complètent en élaborant un code.*

Certains élèves élaborent très vite leur message. Chaque fois qu'un élève pense avoir terminé, M. lui dit : "Vérifie que si un camarade reçoit ton message, il pourra bien refaire ta construction".

#### 4 élèves seulement ont des difficultés :

Emmanuelle, par exemple, ne sait pas quoi faire. M. lui dit : "Tu peux faire un dessin". Cette intervention n'a pas d'effets immédiats.

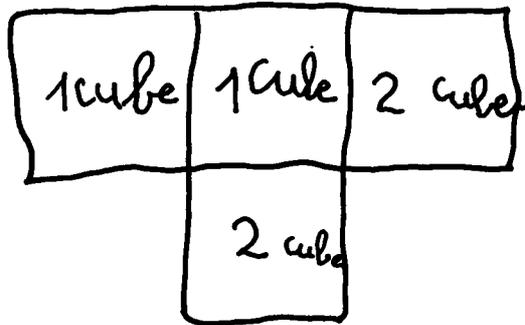
M. : "Te souviens-tu de ce que l'on a fait la dernière fois ?"

Emmanuelle (s'accompagnant d'un geste) : "On a fait le tour" (de l'empilement).

M. : "Tu le fais et après tu réfléchis".

Très vite Emmanuelle réalise son message à partir de la trace :

Message d'Emmanuelle \*



*C'est le codage que nous utilisons dans cet article pour décrire les empilements des élèves.*

Les 3 autres enfants ont dessiné la trace, mais ils ont du mal à la compléter pour faire leur message. Ils ont conscience, toutefois, que la trace ne suffit pas à décrire leur empilement; ce n'est pas le cas de 2 autres élèves qui se sont contentés de donner la trace de leur empilement.

Remarque : Tandis que les élèves élaboraient leur message, nous avons pris la précaution de relever, en les codant, les empilements qu'ils décrivaient.

#### c) Messages produits : analyse.

Malgré l'absence de directives concernant la forme du message ("vous pouvez dessiner, écrire avec des mots . . . ce que vous voulez"), la nature de l'activité favorise des messages de type **figural**.

(\*) - Tous les messages présentés dans cette partie sont des réductions des originaux.

- En effet :
- la description verbale des positions relatives de 6 cubes d'un empilement est en soi une tâche complexe et longue ;
  - les élèves de C.E. 1 n'ont pas encore la maîtrise de l'écriture ;
  - beaucoup d'élèves ont eu l'occasion de voir des dessins de cubes en perspective ;
  - au cours des activités précédentes, les élèves ont produit des dessins associés à leurs empilements.

Voici ce que nous avons obtenu :

- 3 messages donnant le dessin de la trace et, éventuellement, le commentaire : "4 cubes touchent la table".

- 4 messages de type verbal :

2 messages de type purement verbal, c'est-à-dire sans aucun dessin.

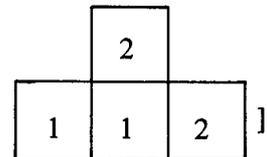
Voici l'un de ces messages :

Message de Martin

4 carrés qui touche la table, un sur le carré droit qui touche la table. un sur le carré du milieu qui touche la table.

*Martin*

[ Ce message est relatif à l'empilement :

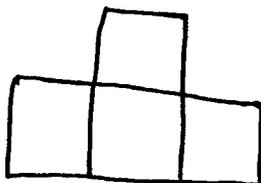


2 messages de type verbal décrivant les positions relatives des 6 cubes à partir du dessin de la trace.

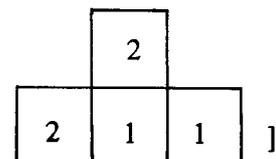
Voici le message de Carole :

sur la construction il y a un cube sur deux qui est en haut et deux qui est à gauche et sur les autres il n'y en a pas.

*Carole*



[ Ce message est relatif à l'empilement :

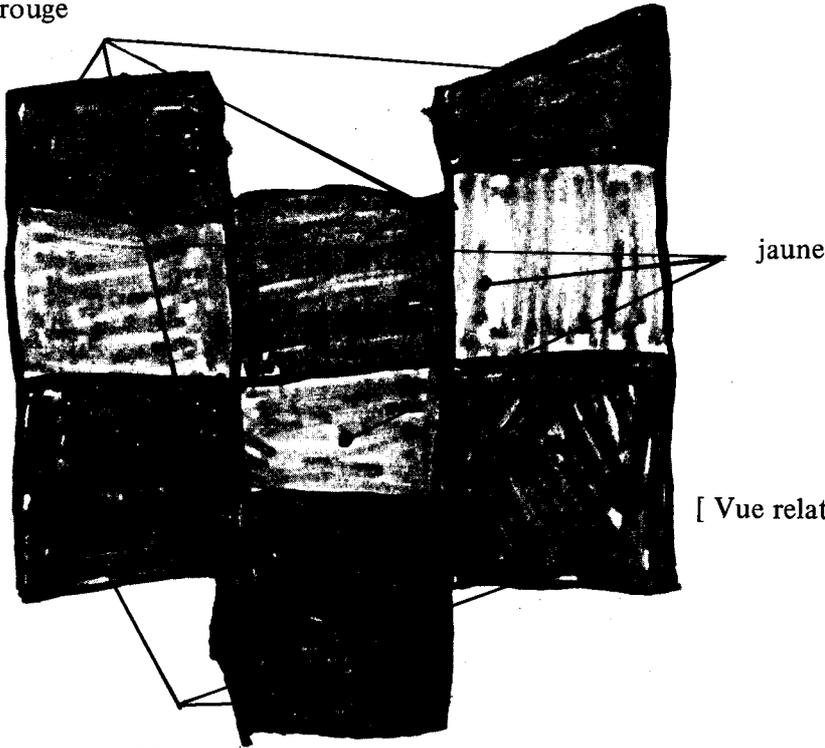


• Tous les autres messages (19) sont de type figural :

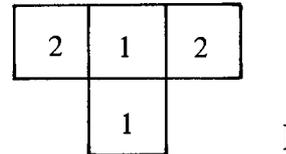
– 2 tentatives (réussies) de perspective jouant sur les trois couleurs des cubes "ordinaires" (les faces opposées de chaque cube sont de même couleur alors que les faces adjacentes sont de couleurs différentes).

Voici le message de Patrick :

rouge



[ Vue relative à l'empilement :



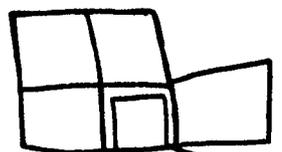
bleu

– 17 dessins codés : ces dessins codés résultent de l'élaboration individuelle d'un symbolisme arbitraire explicité par une légende. Ce symbolisme que nous appellerons **code** complète le dessin de parties de l'empilement. Remarquons que certains signes arbitraires pourront se passer de légende parce qu'ils sont déjà porteurs de sens : par exemple, les flèches.

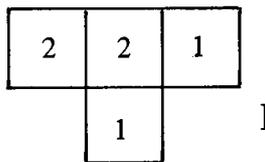
3 de ces dessins codés utilisent la vue de face de l'empilement.

Message de Pamela :

*ma forme est*



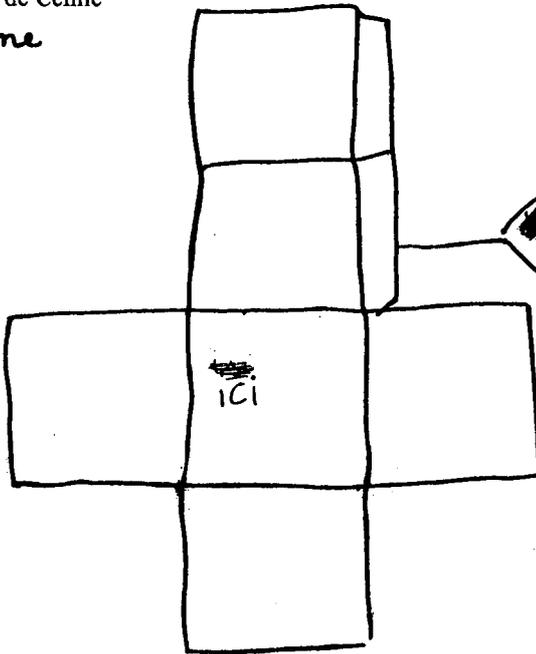
[ Ce dessin codé est relatif à l'empilement :



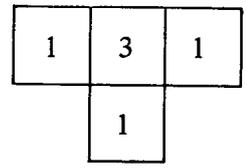
*pamela*

- 14 dessins codés utilisent la trace. Voici quelques exemples.

Message de Céline  
Céline



je si sa va au ni lieu



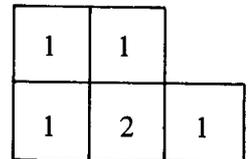
[ Ce dessin codé est relatif à l'empilement : ]

Message de Pierre  
Pierre

la construction est faite avec trois cube devant comme  
ce-ci [1][2][3] derriere 2 ici  
et un cube au 2 em des trois



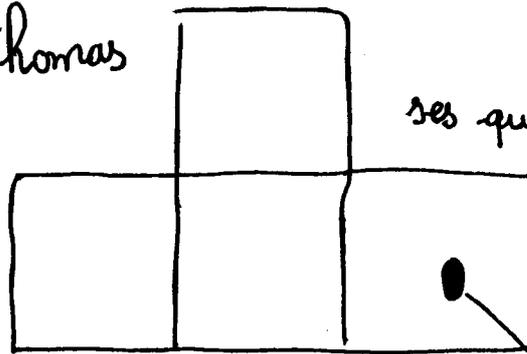
[ Ce dessin codé est relatif à l'empilement :



] ]

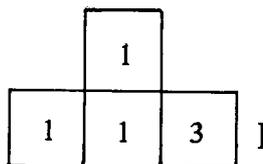
Message de Thomas

thomas



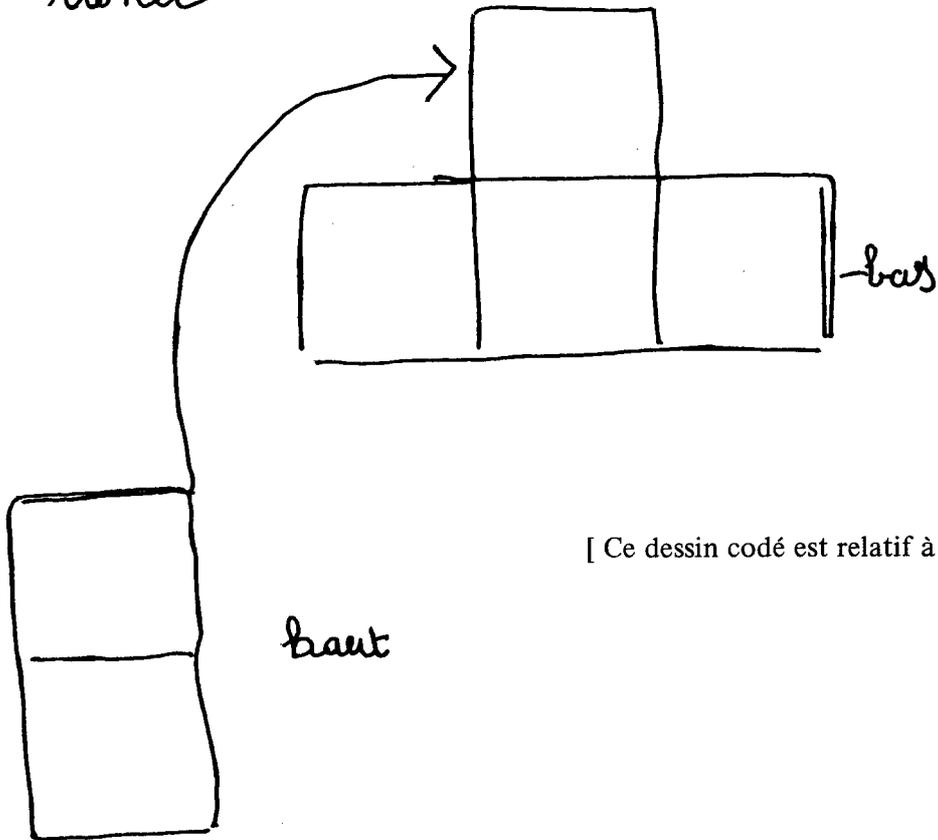
ses quatre cube son par-terre

[ Ce dessin codé est relatif à l'empilement :

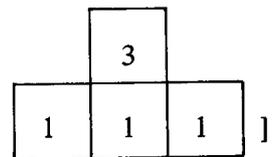


Il y a deux cube qui son sur celui la

Message de Lionel  
*lionel*



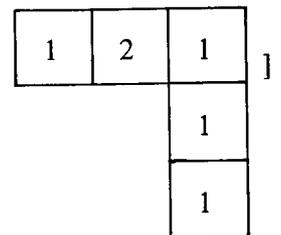
[ Ce dessin codé est relatif à l'empilement :



Message de Sarah



[ Ce dessin codé est relatif à l'empilement :



En définitive 19 élèves ont dessiné la trace de leur empilement. Mais il est remarquable que certains aient utilisé la vue de face de leur empilement pour le décrire.

SEANCE 4 (1 h.)

11 Mars

—————→ **Activité de communication : lecture collective de certains messages.**

Nous avons analysé les messages des élèves et choisi parmi eux ceux qui permettaient de poser les questions suivantes :

a) à propos des messages ne donnant que la trace : est-ce que la trace suffit à décrire un empilement ?

b) à propos de 3 dessins codés : sont-ils décodables ? Quel est le plus clair ?

c) à propos de messages ambigus : peut-on réaliser la construction décrite ? Sinon comment refaire le message ?

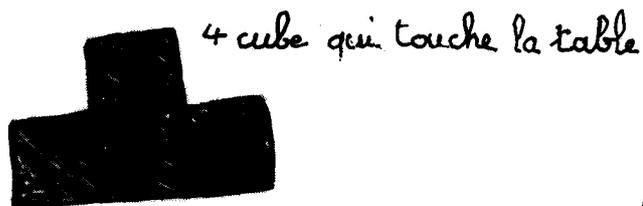
Chaque élève reçoit 6 cubes ordinaires. M. demande aux élèves de rappeler ce qui a été fait lors de la séance précédente.

Puis M. : "Je vais mettre certains messages au tableau. Chacun va essayer, avec ses cubes, de refaire la construction décrite par le message".

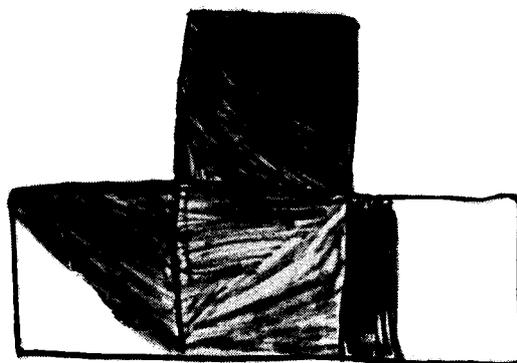
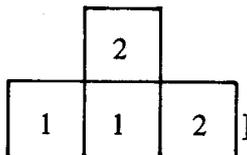
Remarque : les dessins des messages affichés au tableau sont des agrandissements fidèles des originaux.

a) **Messages ne donnant que la trace de l'empilement.**

M. affiche le message de Sylvie :



[ Ce message est relatif à l'empilement :



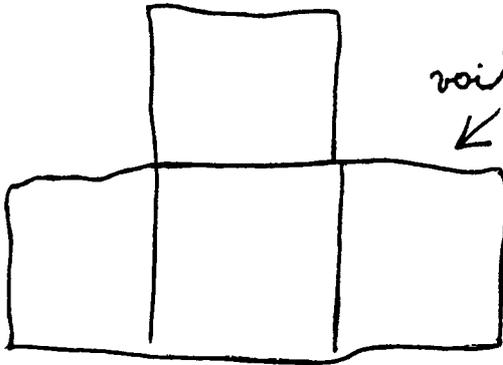
Les élèves essaient d'utiliser tous leurs cubes. Certains demandent rapidement :  
 "Et les 2 qui restent ?" . . . . "On ne sait pas où les mettre !?" . . . "On peut faire n'importe quoi !?"

M. conclut : "Ton message n'est pas complet. Il manque des explications. Dans celui de Frédé-  
 rique, il y a plus d'explications ; qu'en pensez-vous ?"

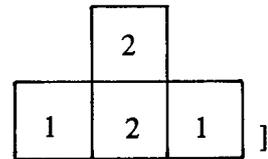
M. affiche le message de Frédérique :

4 cubes qui touche la table.  
 et deux qui sont dessus.

Frédérique



voilà les quatre cubes  
 ← qui touche la table

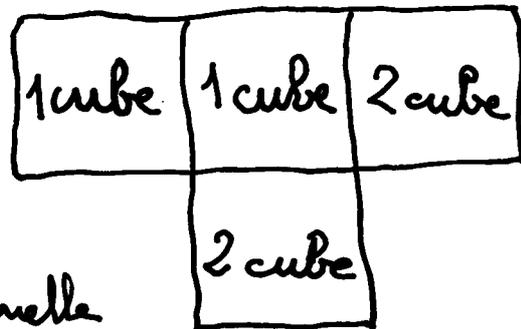


[ Ce message est relatif à l'empilement :

Benjamin : "On ne sait pas non plus où est-ce qu'ils sont les 2 cubes qui sont dessus !?"

b) Dessins codés sans légende.

M. propose le  
 dessin d'Emmanuelle :



Emmanuelle

Beaucoup d'élèves trouvent ce message très clair et refont la bonne construction ; pour ceux-là une légende est inutile.

Cependant 7 enfants ne comprennent pas. (Parmi eux se trouvent les 3 élèves qui n'avaient donné que la trace de leur empilement dans leur message).

M. demande alors à Emmanuelle d'expliquer son message.

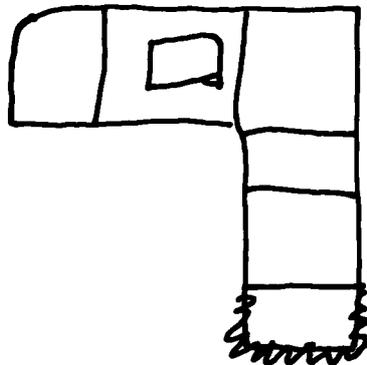
M. : "Qu'est-ce que c'est, ce dessin ?"

C'est le voisin d'Emmanuelle, Sylvain, qui répond : "C'est les cubes ; 2 cubes veut dire qu'il y a 2 cubes l'un au dessus de l'autre".

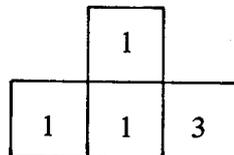
M. : "Et le grand "T" c'est la trace".

Malgré ces explications, nous devons encore aider certains enfants qui confondent trace et vue de face. Nous avons dû déplacer certains enfants pour qu'ils soient **face au tableau**. (Dans une telle activité, tous les élèves devraient être face au tableau).

M. affiche le dessin de Sarah :



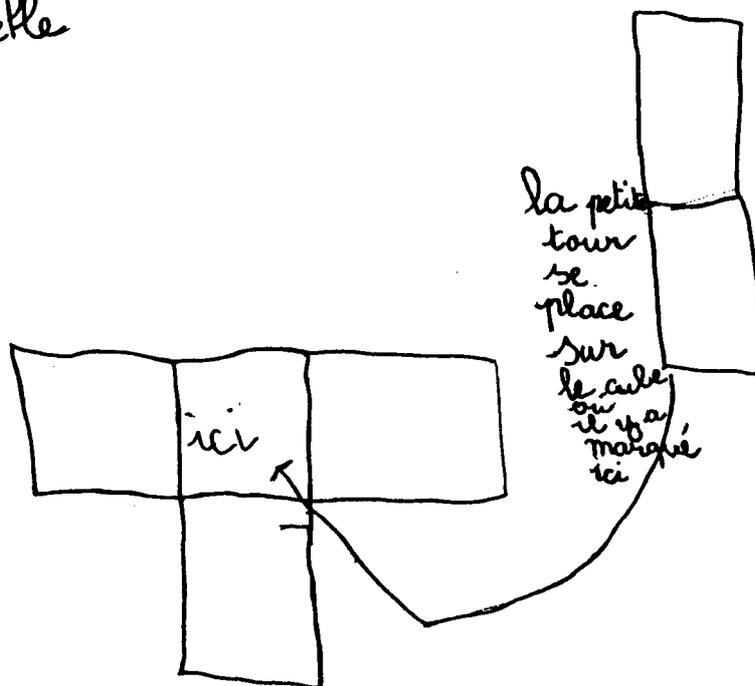
Martin continue à interpréter la trace donnée au tableau comme une vue de face et construit l'empilement :



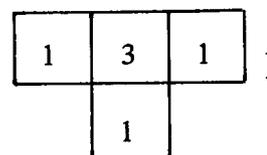
Cette interprétation est légitime puisqu'il n'y a pas de **légende** précisant qu'il s'agit de la trace et donnant un sens au petit carré.

M. propose le message de Gaëlle :

Gaëlle



[ Ce dessin est relatif à l'empilement :



Es : "C'est bien plus facile que celui de Sarah !"

Grâce à la légende qui accompagne le dessin de Gaëlle, les élèves refont facilement la construction.

M. : "Que pensez-vous de ces 3 messages ?" (les 3 messages restent affichés).

Seul le message de Sarah ne semble pas clair :

E. : "Il n'est pas très bien. Ce petit cube on ne sait pas très bien ce qu'il veut dire".

Sarah : "C'est un cube ! Mais je ne pouvais pas le faire de la même taille, on ne le verrait pas !"

Il semble que pour les enfants de cette classe, le dessin d'Emmanuelle puisse se passer de légende et non celui de Sarah.

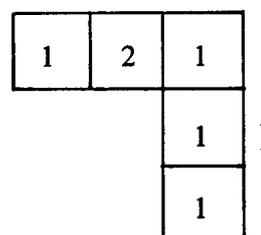
## c) Messages ambigus.

M. affiche le message de Sylvain :

SYLVAIN

Il y en a 2 à gauche, 3 à droite, et en partant de gauche sur le 4<sup>ème</sup> cube, il y a encore 1 cube.

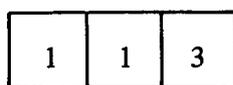
[ Ce dessin est relatif à l'empilement :



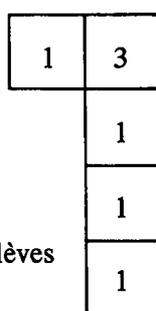
Es : "On n'y comprend rien !"

M. : "Au lieu de dire : "Je ne comprends pas", essayez de le faire".

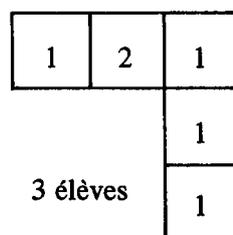
12 élèves (dont Sylvain) réalisent une construction qui peut correspondre au message :



3 élèves



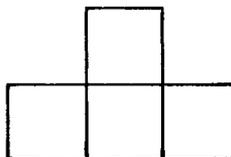
6 élèves



3 élèves

2 élèves partant de la trace  
prêter le message ;

les autres n'ont rien fait.

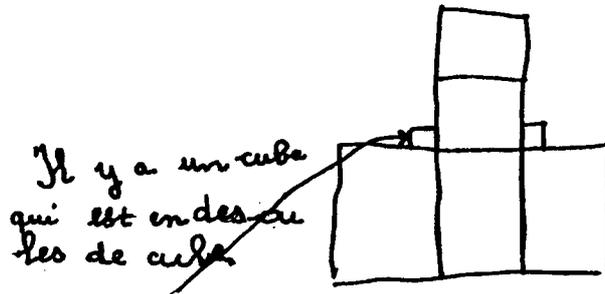


ne peuvent plus inter-

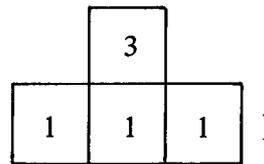
M. montre le message de Sarah : "la construction de Sarah est la même que celle de Sylvain. Essayez de comprendre le message de Sylvain".

Ceci permet de mettre en évidence les ambiguïtés du message de Sylvain.

M. affiche un dernier message → Message de Julie :



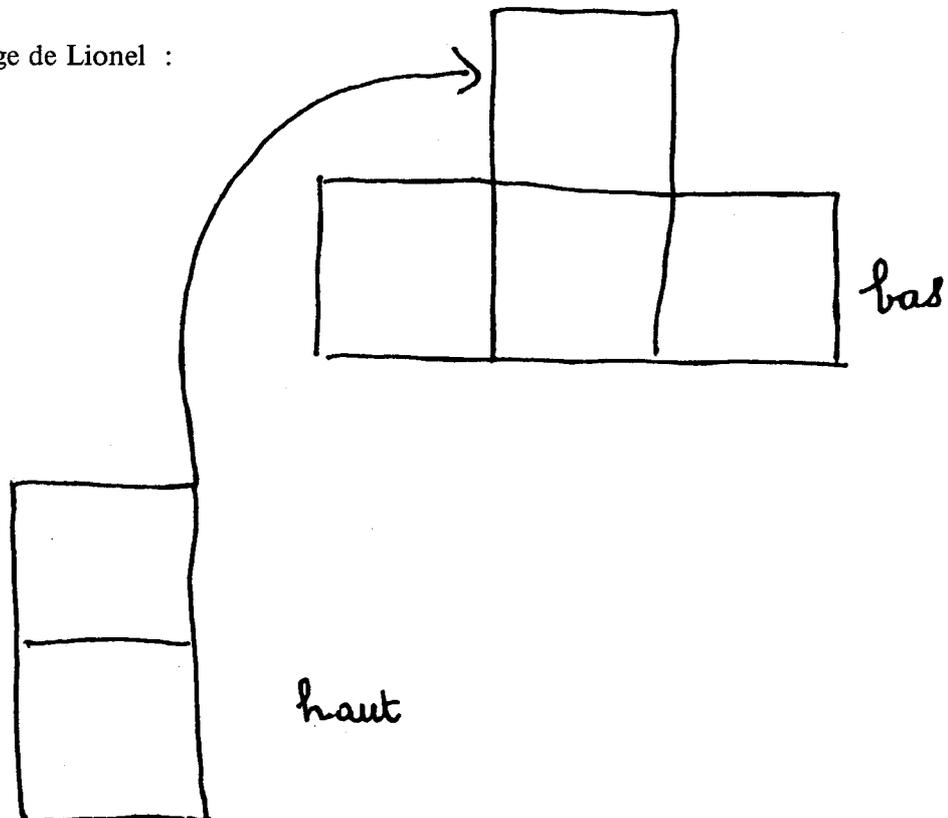
[ Ce dessin codé correspond à l'empilement



Ce dessin correspond à une vue de face dans laquelle les "décrochements" ne sont pas représentés. La plupart des enfants interprètent le dessin comme une trace et le commentaire est alors incompréhensible.

M. affiche alors un message en disant qu'il correspond au même empilement que celui de Julie :

Message de Lionel :



Les enfants réalisent facilement l'empilement à partir du moment où M. donne la signification de la flèche : "la flèche, cela veut dire par dessus". On revient alors au message de Julie.

M. : "Est-ce que c'est la trace que Julie a voulu dessiner ?".

Julie : "Ce n'est pas la trace . . . les deux cubes il fallait les mettre derrière".

M. complète : "Julie a voulu dessiner ce qu'il y avait juste devant elle".

—————▶ **Première mise en place d'un codage collectif.**

M. : "Vous gardez devant vous la même construction que celle de Julie et de Lionel .

Chacun va essayer de refaire un message, soit à la manière de Sarah, soit à la manière d'Emmanuelle".

Cette consigne a du être répétée plusieurs fois car les enfants avaient tendance à simplement recopier l'un des deux messages.

M. : "Vous ne refaites pas le même message. Vous utilisez des carrés ou des nombres, comme Sarah ou comme Emmanuelle".

Les enfants qui comprennent la consigne choisissent très majoritairement le codage numérique d'Emmanuelle (17 élèves sur 26). Cela va déterminer notre choix de privilégier ultérieurement ce codage.

A posteriori, cependant, cette activité ne nous semble pas à sa place en fin de séance car elle demande aux élèves non seulement de comprendre les codages d'autres élèves mais aussi de se les approprier.

SEANCE 5 (1 h.)

18 Mars

—————▶ **Jeu de communication par équipes de 2 : échanges de messages.**

Chaque enfant reçoit une feuille blanche sur laquelle il inscrit son nom, puis 8 cubes ordinaires et 8 cubes accrochables bleus.

**Consignes : 1 – Avec vos cubes ordinaires, vous faites une construction qui vous plait bien, pas trop aplatie. Puis vous la refaites avec les petits cubes bleus.**

2 – Sur votre feuille blanche, vous allez décrire le plus clairement possible votre construction, pour qu'un camarade puisse la refaire.

3 – Vous allez jouer par équipe de 2 : vous et le camarade avec qui vous échangez le message. Pour le moment nous ne vous disons pas avec qui vous jouez. Chaque équipe peut gagner des points : un point chaque fois qu'une construction a été refaite correctement à l'aide du message.

Il s'agit d'une reprise de l'activité de communication à partir de constructions libres. Mais ici les messages vont tous être décodés et les activités de codage comportent un enjeu.

#### Plan de l'organisation du jeu.

Phase 1 – Construction des empilements avec les cubes ordinaires et les cubes bleus. Elaboration des messages. Quand les messages sont tous terminés, passage à la phase 2.

Phase 2 – Distribution de 8 cubes accrochables rouges par élève. Affichage de la liste des équipes (préparée à l'avance). Echange des messages à l'intérieur des équipes. Décodage des messages : réalisation des constructions décrites à l'aide des cubes ordinaires puis des cubes rouges.

Phase 3 – Conclusion du jeu : comparaison au sein des équipes des constructions bleues et rouges. Attribution de points.

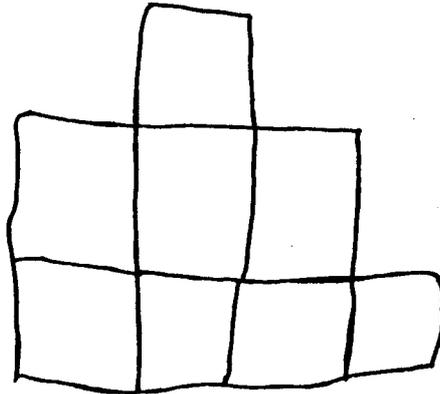
*Pourquoi avons-nous utilisé des cubes accrochables de 2 couleurs, ici rouge et bleu ? Ceci permet de conserver, à l'issue de la phase 1 la construction initiale. Ainsi lors de la phase 3, les élèves peuvent effectivement comparer la construction initiale décrite par le message (bleu) à celle qui résulte du décodage de ce message (rouge).*

#### Phase 1 : Analyse des messages produits.

Type de message			Effectif : 25 élèves	
figural	dessins codés	utilisant la trace	15	16
		n'utilisant pas la trace	1	
	vues de face		6	6
verbal	purement verbal		1	3
	à partir de la trace		2	

La majorité des messages ne comporte pas d'ambiguïté. Remarquons qu'il n'y a plus de **perspective**. Les 2 enfants qui avaient produit de tels dessins font maintenant des dessins codés.

6 enfants reproduisent dans leur message la **vue de face** de leur empilement ; ils ont construit des empilements que l'on peut caractériser par la seule vue de face. En effet, ils ont tous empilé leurs 8 cubes dans un même "plan" vertical.



*ce n'ai pas la trace*

Maune

[ Ce message est relatif  
à l'empilement :

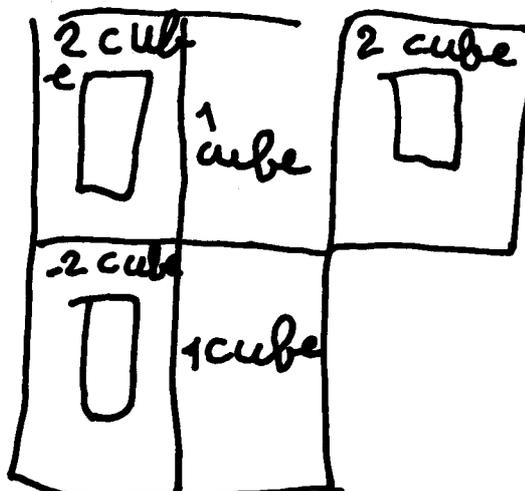
2	3	2	1
---	---	---	---

Un seul dessin codé n'utilise pas la trace, celui de David. Nous donnons ce message page 56.

Dans les **dessins codés**, 8 élèves utilisent les codages privilégiés dans la séance 4 :

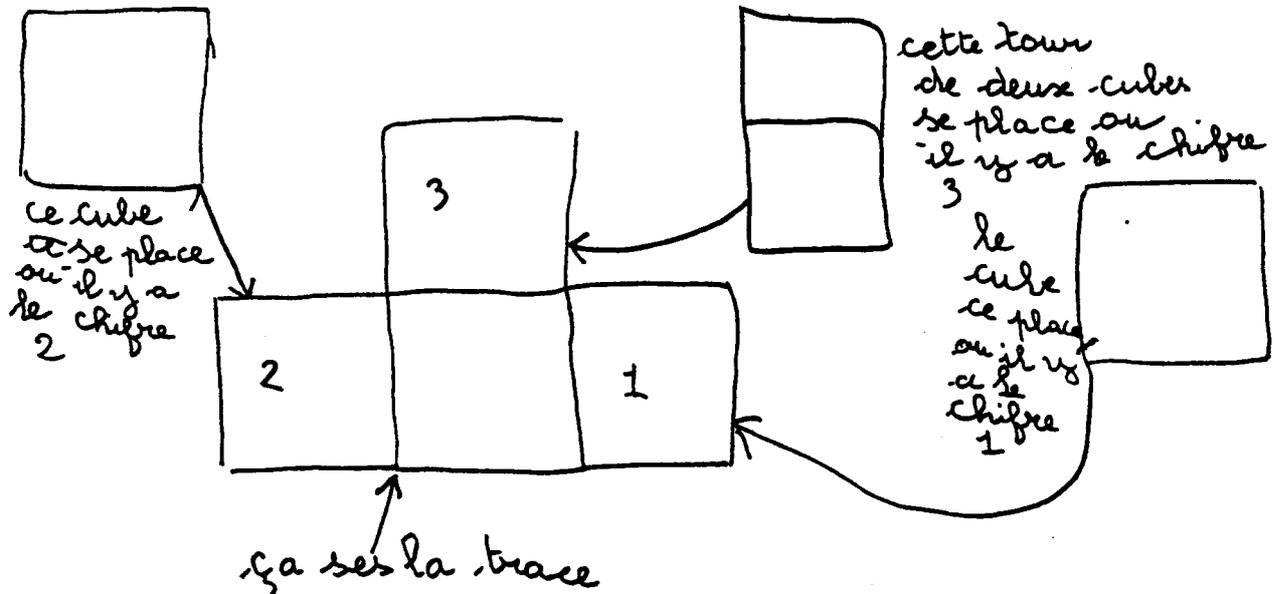
- 4, le codage numérique (cf. Emmanuelle p.40),
- 3, le codage  (cf. Sarah p.44),
- 1, les deux codages simultanément. Voici ce dessin codé :

Message de Sylvie.



Les 8 autres dessins codés utilisent des flèches pour indiquer, à partir de la trace, où placer les piles de cubes restants. Tous ces dessins codés se ressemblent mais ils sont plus ou moins clairs (par exemple Gaelle).

Message de Gaelle:



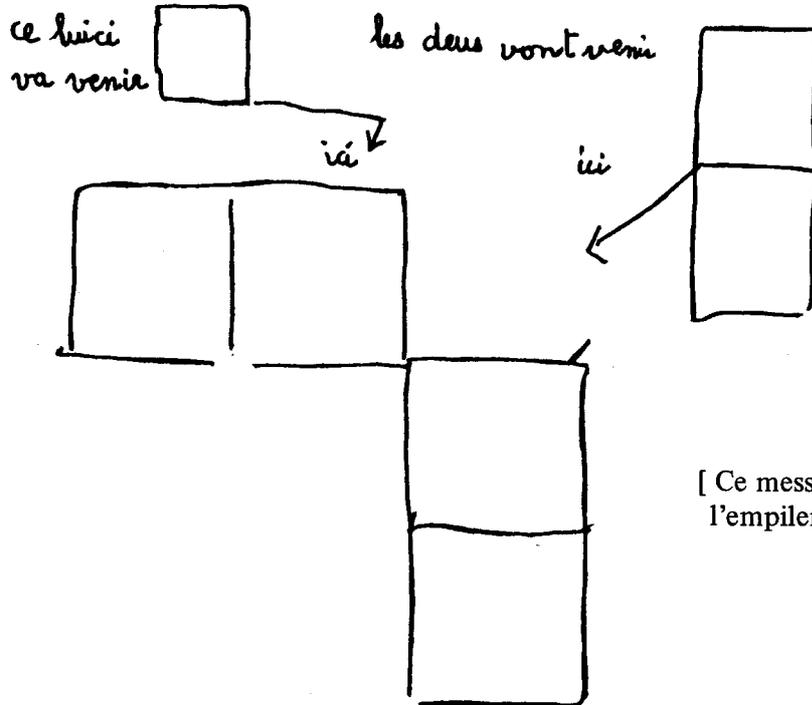
*Vu l'importance du rôle des flèches nous nous sommes demandées si nous avions raison de privilégier ultérieurement le codage numérique. Nous voyons plusieurs inconvénients à l'utilisation systématique de dessins codés avec flèches, dans la suite de nos activités ; dans ces dessins, il y a représentation dans un même plan, de plans horizontaux et verticaux ; tous les cubes sont représentés par un carré et il y a une flèche par pile : cela exige beaucoup de signes. De plus si on veut se passer de légende, il faut préciser collectivement sur quoi porte le départ des flèches (dans le message de Gaelle, il s'agit des vues de face des piles) et l'arrivée des flèches (chez Gaelle, la trace de l'empilement). Ce codage nous a paru très coûteux à mettre en place dans la classe.*

### Phase 2 : Erreurs de décodage.

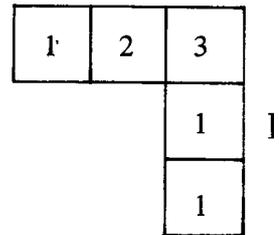
Les messages sont tous décodés. Il n'y a que 3 erreurs d'interprétation des messages.

— erreur 1

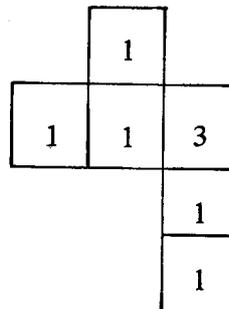
Message de Laurence.



[ Ce message est relatif à l'empilement :

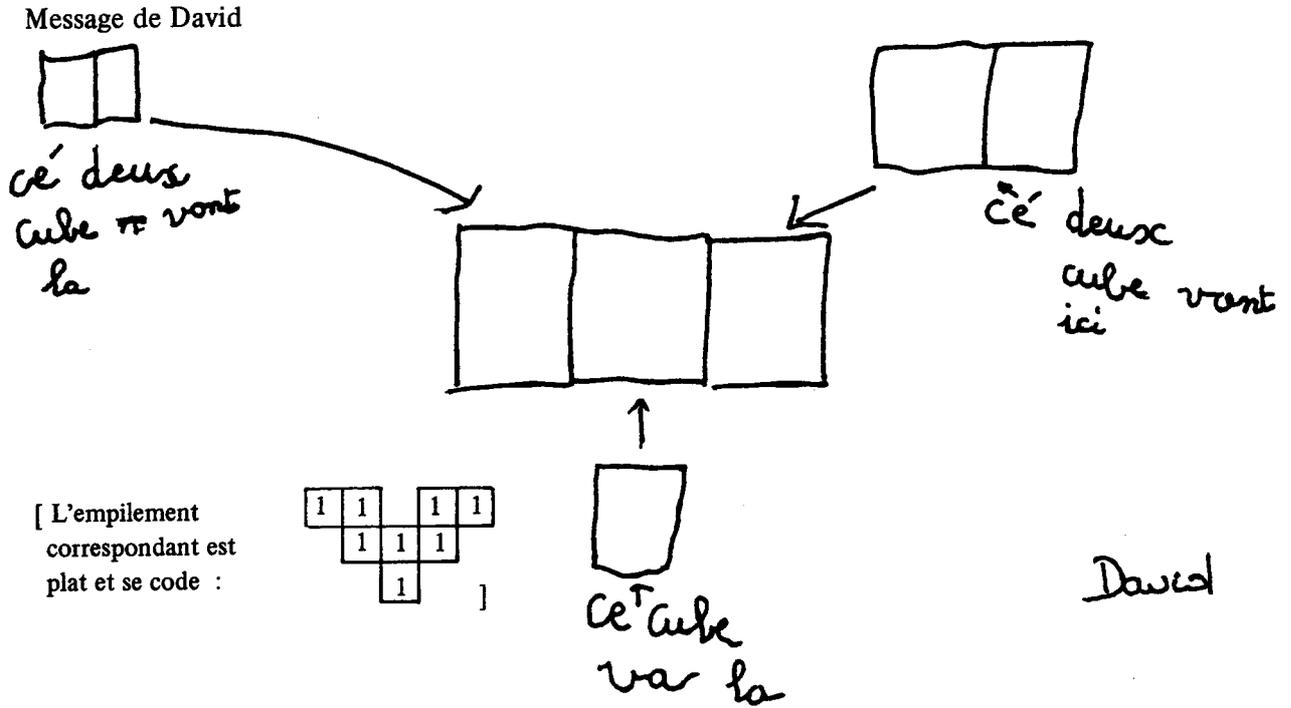


Patrick reçoit ce message et construit l'empilement :



Patrick (dont le message utilisait un codage numérique) a interprété l'une des flèches comme "par dessus" et l'autre comme "à côté". Dans le premier cas les 2 carrés au départ des flèches sont interprétés comme la vue de face d'une pile de 2 cubes alors que dans le second cas un carré au départ d'une flèche est interprété comme la vue de dessus d'un cube.

- erreur 2



Perrine reçoit ce message et construit l'empilement 

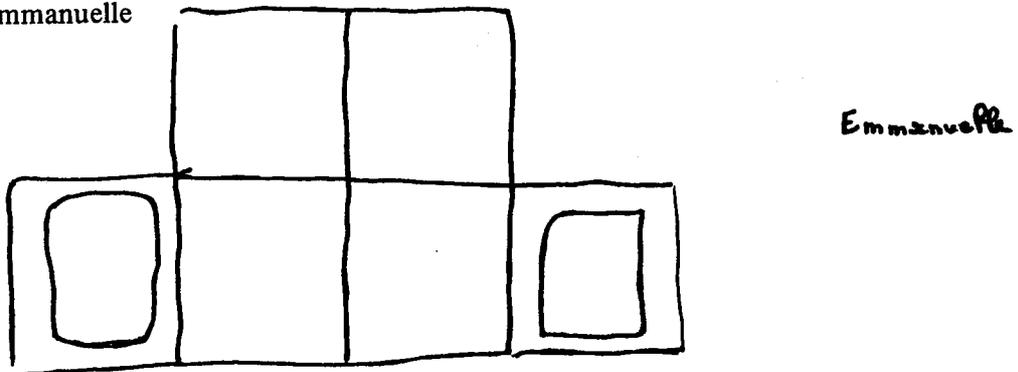
2	2	3
1		

 : Perrine (dont le message est de type "verbal à partir de la trace") interprète les flèches de deux façons, comme Patrick : "par dessus" ou "à côté". Elle interprète les carrés d'où partent les flèches, soit comme une vue de face, soit comme une vue de dessus.

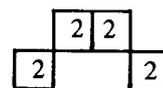
On voit bien sur ces deux exemples toutes les ambiguïtés dues aux flèches : les messages de David et Patrick sont objectivement comparables et pourtant David et Patrick ne donnent pas la même signification aux flèches !

- erreur 3

Message d'Emmanuelle



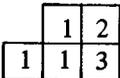
Sylvie reçoit ce message et construit avec les cubes ordinaires l'empilement :



Sylvie (voir son message p.53) semble avoir interprété  comme un empilement de 2 cubes ; mais comment a-t-elle compris cette partie-ci du dessin :  ? Comme une vue de face ? Le fait qu'elle ait utilisé dans son propre message deux codes superposés traduit-il un manque de maîtrise de ces codes qu'elle n'a pas elle-même élaborés ?

### Phase 3 : Comparaison des constructions au sein des équipes.

Pour que cette comparaison soit une véritable validation il faut veiller à ce que la construction initiale reste bien jusqu'au bout du jeu dans la même position que l'empilement dont elle est la copie. Illustrons cette remarque par un exemple :

Carole a construit l'empilement  . Elle le reproduit avec ses cubes accrochables bleus.

Gaelle reçoit le message de Carole (voir p. 41), fait le même empilement et le reproduit avec ses cubes accrochables rouges. Or l'assemblage de cubes accrochables de Carole peut se poser de deux façons différentes correspondant à deux empilements différents (symétriques l'un de l'autre ! ) :

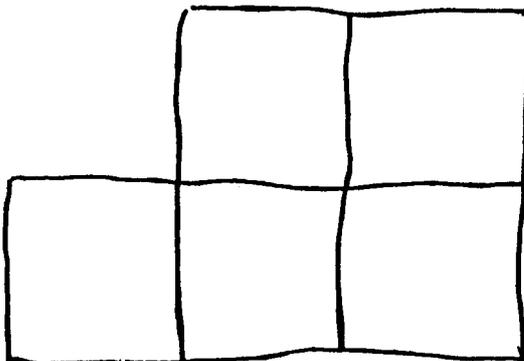


Au moment de la comparaison Gaelle et Carole n'ont pas reconnu que leurs deux assemblages étaient les mêmes parce que l'une d'entre elles a changé la position de son assemblage. Pour ce message nous ne leur avons pas donné de point.

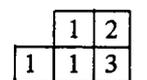
### → Transformation du message de Carole.

M. reproduit au tableau le message de Carole :

*il y a 1 cube à droite en haut  
2 cubes à droite en bas*



[ Le message est relatif à l'empilement :



Nous avons choisi ce message de type "verbal à partir de la trace" afin de voir comment les élèves le transformeraient pour le rendre plus clair.

La plupart des élèves n'arrivent pas à décoder ce message.

M. : "On voit dans ce message un dessin fait de 5 carrés. Que représente ce dessin ?".

Carole répond elle-même : "C'est la trace". M. écrit alors "trace" à côté du dessin et demande que chacun pose 5 cubes selon le dessin de Carole. Puis M. demande : "où sont les autres cubes ?" Carole vient indiquer sur son dessin où placer les 3 cubes restants.

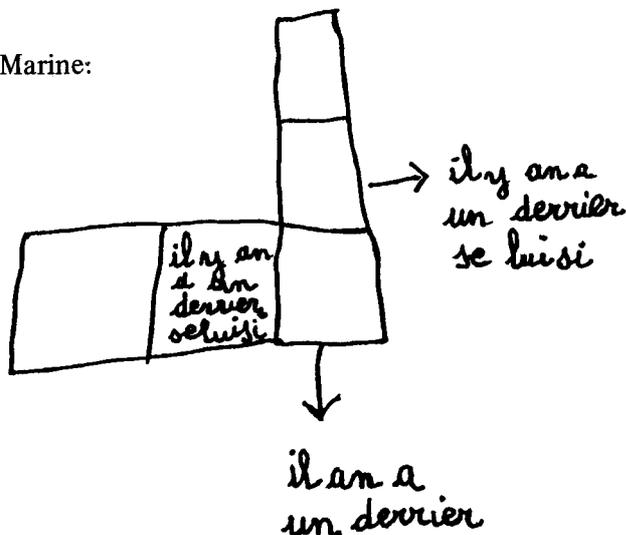
M. : "Ce message ne vous a pas paru très clair. Essayez de refaire un message plus clair que celui de Carole".

#### Analyse des productions.

Type de message			Effectif : 25 élèves	
figural	dessins	utilisant la trace	22	23
	codés	n'utilisant pas la trace	1	
	vues de face		3	3
verbal	purement verbal		0	0
	à partir de la trace		0	

Les 3 enfants qui ont produit des vues de face les avaient déjà utilisées dans leur message au cours du jeu. Mais ici, ils ont dû compléter leur vue de face par des essais de perspective ou des commentaires et des flèches (Pierre, Virginie et Marine).

Message de Marine:



David continue à utiliser le même code "fléché" en complexifiant sa légende.

Parmi les 21 dessins codés utilisant la trace :

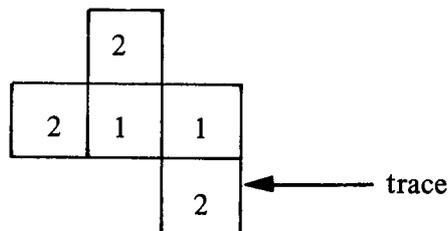
- 5 ne comportent que des flèches reliant des carrés représentant des cubes et éventuellement, une légende précisant la signification des flèches (cf. Gaëlle p.54 ) ;
- 5 sont de type numérique (cf. Emmanuelle p.46 ) ;
- 8 utilisent des flèches pour indiquer où se placent les "tours" sur la base donnée par la trace et des nombres pour préciser la hauteur des tours.
- 1 seul utilise le codage  (cf. Sarah p.47 ) ;
- 2 comportent simultanément 2 codes (numérique et  , flèches et  ).

Si les flèches jouent un rôle prépondérant dans les messages (17 dessins les utilisent), les nombres tendent à remplacer les représentations de piles de cubes (8 + 6).

Compte tenu de cette évolution et surtout de la concision du codage numérique nous avons choisi de privilégier ce codage.

→ Décodage d'un message utilisant le codage numérique.

M. dessine au tableau :



M. : "C'est un message à moi que je vous transmets. Je vous demande de faire l'empilement qu'il décrit".

On relève seulement 4 erreurs : 2 sont très vite rectifiées. Par contre 2 enfants ne parviennent pas à lire le dessin de la trace. Ces deux enfants ont utilisé la vue de face dans leur message lors du jeu de communication.

SEANCE 6 – Première partie (20 mn)

25 Mars

—————▶ **Décodage de messages utilisant le codage numérique.**

Les enfants reçoivent 8 cubes ordinaires.

M. : "Vous vous souvenez ? La dernière fois on avait utilisé un codage : c'est une manière de décrire un empilement. Je vais vous donner un message et vous allez essayer de trouver l'empilement qu'il décrit".

Message 1

1		1
2	1	3

*Ce dessin codé a été choisi pour pouvoir repérer les difficultés à lire une trace qui subsistent éventuellement, en particulier la confusion entre le dessin de la trace et la vue de face.*

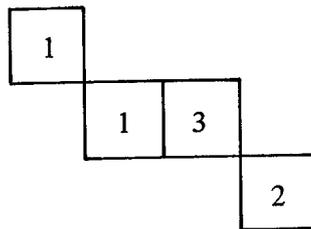
*Nous avons volontairement omis de préciser la légende de ce dessin codé pour que les élèves la donnent eux mêmes au cours de l'activité:*

3 enfants ont des difficultés liées à la confusion entre tracé et vue de face.

M. fait préciser par l'un de ces enfants ce que représente le dessin et les nombres. Une fois la légende exprimée oralement M. écrit dans un coin du tableau

trace 3 : 3 cubes empilés
------------------------------

Message 2

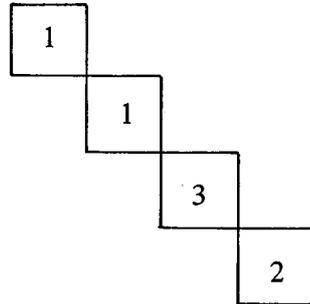


*Ce message présente deux difficultés :*

- la trace comporte deux types de contact des cubes : "par une face", "par une arête".*
- l'empilement n'utilise pas les 8 cubes : nous voulions par cet artifice faire prendre conscience que le nombre total des cubes de l'empilement est la somme des nombres écrits dans les carrés.*

On retrouve les mêmes enfants en difficulté : ils n'arrivent pas à reproduire simultanément les deux types de contact des cubes de la trace.

Par exemple, Marion propose comme empilement :



Une fois le message décodé par tous, M. demande : "Il vous reste 1 cube. Auriez-vous pu le savoir avant de faire la construction ?". Peu d'enfants savent répondre à cette question. Etait-il intéressant de la poser ?

Message 3

Les enfants se mettent par 2. Voici le message:

1	2	1
1		2
2	1	1

Deux enfants continuent à avoir des difficultés : ces difficultés ne se réduisent pas à la seule lecture de la trace. Ils ne savent pas établir une correspondance entre la position des nombres sur la trace (présentée verticalement) et la position des piles de cubes sur la base.

### **PARTIE III – ACTIVITES SUR LES EMPILEMENTS ASSOCIES A UNE TRACE DONNEE ET FONCTIONNEMENT DU CODAGE\*.**

Comme en séance 2, nous avons fait chercher tous les empilements associés à une trace donnée. Mais ici les solutions sont **conservées** "pour mémoire" non plus à l'aide de cubes accrochables mais par le **codage numérique**.

En séance 2, nous avons vu apparaître lors des processus de recherches l'utilisation de la propriété "être le contraire" : la notion de contraire cache-t-elle celle de symétrie ? Nous avons voulu le savoir en proposant aux enfants de comparer leurs empilements pour regrouper les empilements contraires l'un de l'autre : leurs propositions de regroupement sont conservées sur les représentations codées des empilements.

\* Les activités que nous proposons dans cette partie auraient pu tout aussi bien être menées au moyen d'un autre codage, celui de Sarah  (voir p. 47 ).

## Objectifs

Nous avons voulu ainsi :

- que les élèves s'approprient le codage numérique, c'est-à-dire non seulement qu'ils le lisent mais aussi qu'ils l'utilisent pour décrire leurs empilements.
- que les élèves **observent** l'ensemble des empilements et des codages associés pour effectuer des regroupements d'empilements dits "contraires", empilements mis en relation par certaines propriétés géométriques (symétries, rotations, ...).

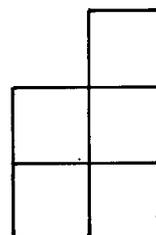
## Déroulement

SEANCE 6 – Deuxième partie (40 mn)

Chaque élève a maintenant 6 cubes ordinaires et une feuille blanche.

→ Codage des empilements associés à une trace donnée.

Consignes : 1 – Faites avec 6 cubes une construction qui ait pour trace :

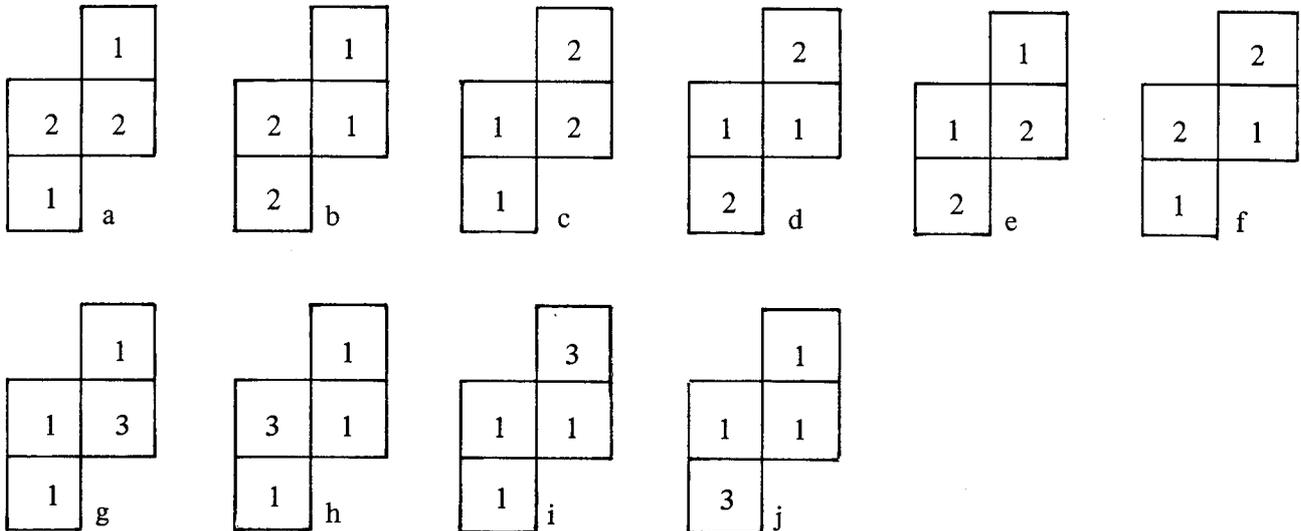


Quand chaque élève a obtenu une construction :

- 2 – Faites un message, décrivez votre empilement à ma manière.
- 3 – Quand vous avez fini de décrire la construction à ma manière, vous refaites une autre construction ayant la même trace et vous la décrivez à ma manière:
- 4 – Vous cherchez à obtenir le plus possible de constructions différentes. Chaque fois que vous en obtenez une nouvelle, vous la décrivez à ma manière.

Il y a 10 empilements différents de 6 cubes ayant la trace donnée.

Les voici :



Cette trace a une propriété importante : elle est **invariante dans un demi-tour** : cela a pour conséquence qu'on peut passer de l'empilement *b* à l'empilement *c* en le **faisant tourner d'un demi-tour**. Dans cette activité nous avons considéré comme différents ces empilements *b* et *c*, mais aussi *e* et *f*, *g* et *h*, *i* et *j*. En effet les carrés de la trace, au tableau comme sur la feuille des élèves, ont des positions relatives précises : en haut à droite, au milieu à droite, au milieu à gauche et en bas à gauche. Ces positions relatives sont primordiales pour les enfants.

**Remarque** : Quand les enfants décrivent leurs empilements à l'aide du codage numérique :

- 11 élèves donnent la trace en grandeur réelle (carrés de 3 cm de côté)
- 15 élèves donnent une trace schématique réduite.

Dès qu'un élève a obtenu au moins 6 empilements différents, nous lui demandons de relever ses résultats (codage numérique) sur une **feuille à carreaux** ordinaire en prenant un carreau pour représenter un cube.

Cette activité **impose** à l'élève de réduire sensiblement la trace et de suivre les traits imprimés sur la feuille, contraintes qui entraînent des difficultés pour un nombre non négligeable d'élèves.

A la fin de la séance 6 élèves ont trouvé toutes les constructions, 15 élèves ont trouvé au moins 7 constructions.

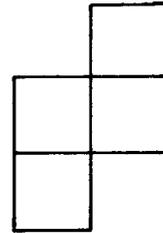
SEANCE 7 (1 heure)

1er Avril

—————▶ **Recherche des empilements "contraires".**

**a) Préliminaire.**

On donne aux élèves 6 cubes ordinaires ainsi que la feuille à carreaux sur laquelle ils avaient relevé les codages des empilements de 6 cubes ayant la trace :



Les enfants terminent à leur rythme la recherche des 10 empilements et leur relevé sur la feuille à carreaux (ceux qui ont déjà terminé s'occupent autrement). Pour accélérer cette recherche, nous avons précisé le nombre (10) des empilements possibles.

b) M. demande aux élèves comment ils s'y sont pris pour trouver les 10 empilements, pour être sûr qu'il n'y en a pas 2 pareils, . . .

Nous espérons que cette discussion amènerait les élèves à parler de "contraire" comme cela s'était produit en séance 2.

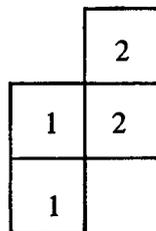
En effet, très vite, une élève explique ainsi son procédé de recherche :

Gaëlle : "Quand il y avait un contraire, je le faisais tout de suite".

M. : "Quand Gaëlle parle de contraire, vous comprenez ?".

Ce n'est pas clair pour tous.

M. dessine alors au tableau :

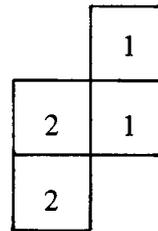


Chaque élève reçoit 12 cubes accrochables.

Consignes : 1 – **Faites cette construction avec les cubes accrochables. Quand elle est faite, vous la posez devant vous.**

2 – **Avec les cubes ordinaires vous allez chercher le contraire de cette construction. Quand vous l'avez trouvé, vous le refaites avec les autres cubes accrochables.**

Tous les enfants proposent comme contraire :

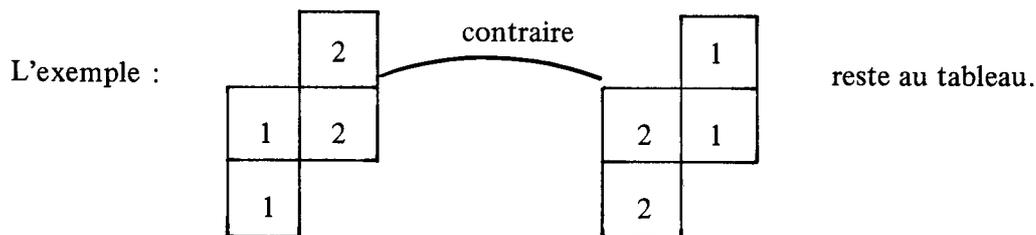


et cela comme lieu à une discussion : "Ce sont les mêmes" , "ce ne sont pas les mêmes".

Thomas précise : "Si on les retourne, ça fait les mêmes". Tous sont d'accord.

Consignes : 3 – **Prenez un stylo rouge et votre feuille. Reliez d'un trait rouge ces deux constructions contraires.**

4 – **Puis pour chaque empilement, vous cherchez à l'aide des cubes accrochables, s'il y a une construction contraire. Si vous en trouvez, vous les reliez en rouge.**



**Résultats :**

Les élèves ont cherché activement. Leurs propositions montrent que pour déterminer des contraires ils prennent en compte des propriétés diverses. Nous les avons interprétées ainsi :

1 – Les contraires sont les empilements qui se déduisent l'un de l'autre par une rotation d'un demi-tour (6 élèves). Les couples b et c, e et f, g et h, i et j sont formés.

2 – Les élèves obtiennent les contraires par une rotation d'un demi-tour. Puis ils relient les 2 empilements a et d qui restent et qui sont invariants dans un demi-tour (14 élèves).

3 – Le contraire d'un empilement est obtenu en échangeant les 1 et les 2 (1 élève) : les couples a et d, b et c, e et f sont formés. Il n'y a aucun regroupement d'empilements à 3 étages.

4 – Les contraires sont obtenus en échangeant les 1 et les 2, puis pour les empilements à 3 étages non regroupés, en échangeant le 1 et le 3 à l'intérieur d'une même colonne (2 élèves).

Nous n'avons pas su interpréter les deux productions restantes.

*La prise en compte de ces propriétés s'effectue-t-elle dans l'espace sur les constructions de cubes accrochables ou dans le plan sur les dessins codés ?*

*De toute façon, les productions semblent indiquer que les enfants échangent la position soit des cubes soit des nombres selon des règles systématiques implicites plus ou moins complexes. Pour former le contraire : on met à droite ce qui est à gauche, et inversement ; on met derrière ce qui est devant dans une colonne, et inversement ; on met à droite et derrière ce qui est à gauche et devant, etc.*

*Les transformations de figures planes (resp. de l'espace) utilisant la symétrie par rapport à un axe (resp. par rapport à un plan) ou la rotation autour d'un point (resp. autour d'un axe) mettent en jeu de telles règles tout en ne se réduisant pas à elles. Cette dernière activité est donc introductive à un travail sur la symétrie ou la rotation.*