

DENOMBREMENT ET MESURE EN CE₂ ET CM₁

(par Raymond GUINET et Elise MARTINELLI - Professeurs à l'E.N. de Grenoble)

A la suite de l'article de Grand IN n° 18

"Combien de grains de riz dans un kilo ?"

nous avons voulu comparer les procédés employés par des élèves de CE₂ et de CM₁ face à une même situation :

"Combien de lentilles dans un paquet ?"

Ce travail s'est fait dans le cadre de l'Unité de Formation de Math. Techno, où l'accent est mis plus particulièrement sur les problèmes liés à la mesure et sur la notion de proportionnalité. Une seule séance a été consacrée à cette activité dans chacune des deux classes, ce qui n'a pas permis d'aborder tous les aspects et prolongements possibles d'une telle situation. Nous décrirons simplement les différentes procédures utilisées et nous chercherons à déterminer les connaissances des enfants auxquelles elles font appel.

DEROULEMENT EN CE₂.

La séquence a eu lieu le 20 mars 1981 dans la classe de Mme Bravi (Ecole Ferdinand Buisson à Grenoble) et était dirigée par une élève-institutrice.

Les enfants de cette classe n'avaient pas fait auparavant de mesures de masses.

— Organisation :

La classe est partagée en six groupes. Chaque groupe reçoit des récipients de formes différentes, dont certains sont gradués, une balance avec des masses marquées et un paquet de lentilles.

”Vous avez dans chaque groupe un paquet de 500 grammes de lentilles. Pouvez-vous dire combien il y a de lentilles dans chacun de ces paquets ? ”.

Groupe 1.

Ce groupe a choisi de remplir un récipient caractérisé par une mesure de capacité (1 cl) : ils dénombrent 220 lentilles dans ce récipient (une louchée).

Puis ils font l’hypothèse implicite qu’à chaque remplissage, le récipient contient toujours 220 lentilles.

Ils recommencent le remplissage jusqu’à obtenir un résidu insuffisant pour un dernier remplissage.

Ils n’utilisent pas la multiplication, mais pour raccourcir la suite d’additions, ils comptent deux ”louchées” à la fois (440).

Le résidu du paquet est de nouveau dénombré : 200.

Ils trouvent donc 17 360 lentilles.

Groupe 2 .

Après une tentative de comptage, les enfants utilisent les lentilles déjà dénombrées (700) : ils les versent dans un récipient et font une marque pour désigner le volume occupé par 700 lentilles.

Puis ils remplissent le même volume jusqu’à épuisement du paquet, en supposant que le nombre de lentilles utilisées à chaque fois est toujours 700.

Le résidu du paquet est soigneusement dénombré (223). Par addition ils obtiennent 15 323 lentilles (à une erreur près).

Groupe 3.

La procédure utilisée est à mettre en parallèle avec celle du groupe 1.

Ils choisissent une masse de 10 g qu’ils équilibrent avec des lentilles, puis dénombrent ces lentilles (361). Ensuite ils font l’hypothèse explicite que chaque tas de lentilles qui équilibre 10 g contient aussi 361 lentilles. Ils poursuivent la manipulation jusqu’à épuisement du paquet de lentilles. Ils trouvent 15 020 lentilles.

(Il est important de noter que ce groupe ne pense pas à utiliser le rapport simple qui existe entre 10 g et 500 g).

Groupe 4.

Ici encore, l'outil utilisé est la balance.

Les enfants dénombrent 1000 lentilles (où l'on retrouve les "paquets" des activités de groupement largement étudiées en CE 2).

Puis ils placent 1000 lentilles sur un plateau et équilibrent avec d'autres lentilles.

Ils recommencent l'opération en supposant que le nombre de lentilles est constant si l'équilibre est conservé.

Ils épuisent le paquet de lentilles et trouvent 18 000 lentilles.

Groupe 5.

Le principe utilisé par ce groupe est aussi de comparer des masses, mais la technique mise en œuvre est particulièrement astucieuse.

Après avoir placé 700 lentilles (comptées) sur un plateau, ils réalisent l'équilibre avec d'autres lentilles, puis réunissent les lentilles sur un même plateau (1400 lentilles).

Ils réitèrent le procédé jusqu'à 11 200 lentilles. Le tas résiduel ne pouvant équilibrer 11 200 lentilles, ils reproduisent la même manipulation en partant de 200 lentilles et trouvent finalement 17 600 lentilles.

Groupe 6.

Courageusement, ce groupe a dénombré des lentilles jusqu'à 2 700 (où l'on retrouve encore les "paquets" de la numération groupement).

La lassitude aidant, les enfants inventent alors un procédé pour accélérer le comptage :

Pour faire des "paquets" de 2700, ils utilisent un volume constant, plutôt que le comptage un à un. Ils poursuivent avec la même démarche que les groupes précédents.

Ils obtiennent : $(2\,700 \times 7) + 182 = 19\,082$.

DEROULEMENT EN CM₁

La séquence a eu lieu dans la classe de M. Serclerat, le 18 mai 1981, dans le cadre de l'U.F. Math. Techno et était menée par une élève-institutrice.

– Organisation :

Le matériel est le même qu'en CE2. La classe est partagée en six groupes.
La question est posée sous forme d'une devinette :

"Pourriez-vous dire combien il y a de lentilles dans ce paquet ?"

Les réponses étant très dispersées, on propose de vérifier le nombre dans chaque paquet.

Groupes (a), (b), (c).

Ils cherchent à compter combien il y a de lentilles dans 1 g. Les boîtes de masses marquées ayant perdu leur masse 1 gramme, ils pèsent 2 g de lentilles et comptent le nombre correspondant. Puis ils pèsent soigneusement la masse totale de lentilles (en éliminant le paquet, cause d'erreur, ainsi que d'éventuels cailloux (!)).

Ils obtiennent des résultats d'une précision scrupuleuse pour la plupart :

(a)	2 g → 30 lentilles	(b)	2 g → 42 lentilles
	1 g → 15 lentilles		1 g → 21 lentilles
	507 g → 7 605 lentilles		492 g → 10 332 lentilles
(c)	1 g → 20 lentilles		
	500 g → 10 000 lentilles		

Groupe (d)

Le principe est le même, mais ils partent d'une masse de 20 g.

20 g	→	368 lentilles
20×25	→	368×25
500 g	→	9 200 lentilles.

Groupe (e)

Dans ce groupe, les enfants ont d'abord pesé 100 g de lentilles et cherchent à les dénombrer.

Ils comptent les lentilles séparées en divers tas, mais par la suite ont du mal à émerger d'une longue addition. (Toute la classe refait l'addition).

100 g	→	1 728 lentilles
500 g	→	8 640 lentilles.

Groupe ⑥ .

Ici, les enfants commencent par une tentative de comptage et s'arrêtent, essouffés , à 550 lentilles.

Puis, ils pèsent les lentilles déjà comptées et trouvent 40 g. Ils laissent 40 g sur l'un des plateaux et recommencent à équilibrer avec d'autres lentilles, en précisant qu'ils ont à chaque fois 550 lentilles.

Ils projettent d'aller ainsi jusqu'à l'épuisement du paquet, mais abandonnent en cours de route, car les autres groupes ont fini très vite.

COMMENTAIRES.

Une série de questions se pose à partir de ces résultats :

①— Y a-t-il des différences nettement perceptibles entre les procédures utilisées au CE 2 et au CM 1 ?

On peut observer que le groupe ⑥ du CM 1 n'est pas plus performant que les groupes 3 et 5, par exemple, du CE 2. Par contre, l'observation du groupe ① du CM 1, comparé au groupe 3 du CE 2, semble montrer un net progrès dans la compréhension de la proportionnalité.

②— Comment interpréter la tendance des enfants à donner un nombre précis de lentilles et à s'y tenir malgré les résultats différents obtenus par les autres groupes ?

Comment expliquer leur répugnance à admettre un nombre arrondi moyen ?

③— Que se passerait-il si les consignes étaient modifiées ? par exemple, par une absence de la donnée poids.

④— Que se passerait-il si aucun matériel n'était présenté au départ ?

Group 1
On a pris un petit pot 1 c.l., on a mis des lentilles et puis nous avons compté en même temps 220 et puis pour aller plus vite on a décidé de mettre deux lentilles de 220 lentilles ce qui fait 440 lentilles, nous avons fait l'addition. Après nous avons trouvé le résultat 17360 lentilles.

Group 2
en premier on a compté de 40 en 40 et apparaît
on a pris un récipient et on a compté 700 lentilles
une petite marque dans le récipient puis on a fait des additions et puis
on a trouvé 15 323 lentilles.

$$\begin{array}{r}
 700 \\
 700 \\
 + 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 \hline
 4200
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 \hline
 4200
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 \hline
 4200
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 700 \\
 \hline
 4200
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 223 \\
 223 \\
 223 \\
 223 \\
 223 \\
 223 \\
 \hline
 1338
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15 \ 323 \\
 \hline
 16 \ 323
 \end{array}$$

(E2 17^{me} Poter per 1 m. cl. (Glanthem) le 19.03.81.

groupe 3.

Avec la balance nous avons pesé des lentilles avec 10 g. Il y avait dans 10 g 361 lentilles. A chaque fois en ~~suite~~ ^{qu'on mettait} des lentilles ~~quand elle~~ était en équilibre ~~sa~~ ^{vous} le dire qu'il y en avait 361. Après on a tout calculé, ajouté. On a trouvé 15020 lentilles

groupe 4.

on a fait des paquets de 10 et quand on a 10 paquets de 10 on fait un paquet de 100. nous avons mis 1000 lentilles dans un plateau et dans l'autre on essaye de mettre 1000 lentilles pour équilibrer la balance
on a trouvé 18000 lentilles

group 5

10 tas de 10 grains

$$10 \times 10 = 100$$

$$10 \times 10 \times 2 = 200 = 20 \text{ paquets de dix } 200 \times 2 = 400 \quad 300 \neq 700 \quad 2 = 1400$$

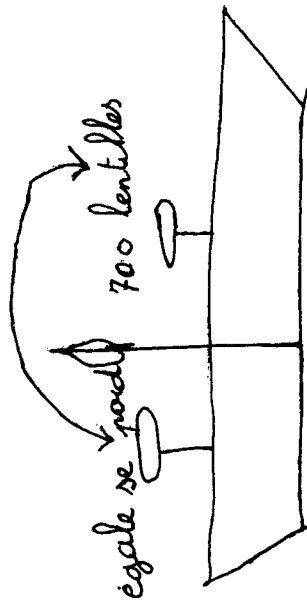
$$1400 \times 2 = 2800$$

$$2800 \times 2 = 5600$$

$$200 \times 2 = 400$$

$$800 \times 2 = 1600$$

$$400 \times 2 = 800$$



pond égal 200 lentilles

200 lentilles prise dans le tas de lentilles



$$\begin{array}{r} 1 \\ 5600 \\ + 5600 \\ \hline 11200 \\ 2800 \\ * 2800 \\ \hline 5600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3200 \\ 3200 \\ \hline 6400 \end{array}$$

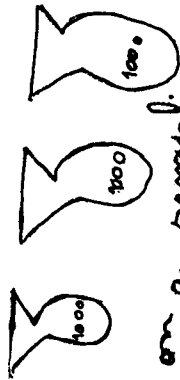
$$\begin{array}{r} 11200 \\ + 6400 \\ \hline 17600 \end{array}$$

groupe 6.

On a fait des paquets de cent



En suite nous avons fait des paquets de mille



on a rempli un globelet avec 2700 lentilles on la mit dans
un récipient en fer et on l'a rempli plusieurs fois et on
a obtenu 19082 lentilles

Jean Marie