ACTIVITES DE COMPARAISON AU CYCLE PREPARATOIRE

(Olivier RENAUT, IREM de DIJON)

En 1979, l'IREM de Dijon fait paraître un document intitulé "Activités numériques au C.P." relatant un travail d'équipe expérimental mené depuis 1974 dans des classes du cycle préparatoire. Nous avons extrait la partie concernant les correspondances terme à terme

– d'une part parce qu'elle nous parait susceptible de donner aux maîtres de nouvelles idées pour leur enseignement,

– d'autre part parce qu'elle nous paraît significative de l'esprit dans lequel les auteurs de cette expérimentation ont abordé le problème évoqué précédemment : on trouvera dans les lignes qui suivent intitulées "Bribes de théorie des situations" les principes qui ont guidé leur réflexion.

BRIBES DE THEORIE DES SITUATIONS

Nous empruntons ici à Brousseau en les simplifiant considérablement des éléments de théorie des situations que l'on pourra retrouver dans ses écrits notamment ceux publiés à l'IREM de Bordeaux.

1 – Trois grandes catégories de situations.

Brousseau fait la distinction entre trois genres de situation :

I – Situations d'action
II – Situations de formulation
III – Situations de validation.

Les situations d'action :

Ce sont des situations dans lesquelles l'enfant est conduit à "agir" sur une certaine réalité, par exemple du matériel. Ainsi on lui demandera de comparer deux quantités d'objets (CP) ou à un autre niveau on lui demandera de chercher différents assemblages avec des carrés (polyminos en CE ou CM).

Dans ce genre de situation, seuls les différents aspects par lesquels passe la réalité sur laquelle l'enfant est en action constituent les causes engendrant des modifications de sa stratégie d'action.

Les situations de formulation sont en général des situations d'action enrichies par la nécessité dans laquelle on met l'enfant de construire un langage à propos de la réalité sur laquelle il opère.

Per exemple on donnera dans la classe à des élèves le rôle "d'émetteurs" et à des élèves celui de "récepteurs" de messages :

En CE on peut imaginer qu'un élève ayant fabriqué le patron d'un solide décrive ce patron à un autre élève afin que ce dernier reconstitue le solide.

A partir du moment où il y a formulation, il y a possibilité de mathématisation, le langage ainsi construit pouvant constituer une pseudo-théorie de la situation.

Le feed-back que reçoit l'émetteur du récepteur à savoir ses réponses, ses mimiques, ses questions permet au formulateur de vérifier la cohérence de son langage et par ce moyen la cohérence de son action.

Cependant, à ce niveau, la théorie reste affirmative et non pas encore démonstrative.

(Inutile de préciser ici que la correspondance scolaire fut pour le travail présenté ici un excellent moyen de mise en situation de formulation, la formulation apparaissant comme à la fois absolument nécessaire, contrairement aux situations créées de toutes pièces dans une seule classe, et en même temps très motivante).

Les situations de validation se situent un degré en avant dans la construction théorique dans la mesure où le formulateur est alors contraint de justifier ses affirmations parce que, par exemple, le récepteur du message conteste l'affirmation avancée. L'émetteur se trouve alors contraint de construire une théorie de son langage le faisant passer du statut de pseudo-théorie à celui de véritable théorie. Ici, le mot mathématisation prend tout son sens.

Par la suite nous signalerons parmi les situations celles que nous considérons comme étant de validation.

2 – Variables didactiques.

On peut distinguer dans les diverses situations un certain nombre de facteurs propres à faire évoluer la situation dans un sens ou dans un autre. Ainsi par exemple, si on donne à des enfants deux collections d'objets dont ils doivent comparer la quantité, il ne sera pas indifférent :

– que les collections aient beaucoup ou peu d'objets,
– que les objets soient gros ou petits,
– qu'ils soient déplaçables ou non,
– qu'ils soient dessinés ou réels,
– etc.

Du choix que l'on fera, dépendra largement l'évolution de la situation et on sait bien par exemple que si les deux collections à comparer comportent très peu d'objets on risque de déboucher sur un comptage ou une comparaison à vue, alors que si les collections comptent plus d'une centaine d'objets on a des chances de voir les enfants en faire des groupements en tas réguliers pour effectuer la comparaison.

On peut ici faire le rapprochement avec les circonstances historiques d'apparition de systèmes de signes pour désigner les nombres :

– ainsi, les lapidaires égyptiens devant graver les nombres sur la pierre avaient un système de numération simple : 1 barre pour 1, 2 barres pour 2, 3 barres pour 3, etc. jusqu'à 9.

— les scribes, lorsqu'ils purent utiliser le papyrus, grâce à la cursivité de l'écriture qui leur permettait plus de complications dans les lignes, inventèrent des signes distincts pour désigner les nombres de 1 à 9.

Ici, le matériau, support de l'écriture, joua à l'évidence un rôle analogue à celui de variable didactique.

En conclusion :

On aura intérêt, pour chaque situation proposée aux élèves, à choisir de façon pertinente ses caractéristiques générales (type de situation, variables didactiques) de façon à la rendre propre à la réalisation des objectifs que l'on se fixe.

I – CORRESPONDANCE TERME A TERME – NOTION DE NOMBRE.

1 – Dans la pratique la plus répandue . . . par les manuels, la notion de nombre est introduite à l'aide de classes d'équivalence sur des ensembles, la relation d'équivalence étant l'équipotence.

Deux ensembles sont dits équipotents si leurs éléments peuvent être mis en correspondance terme à terme.

Cette phase importante est en général précédée d'une étude de quelques relations d'équivalence simples telles que "avoir la même forme que" ou "avoir la même couleur que" sur un ensemble d'objets du genre blocs logiques que l'on prend alors le soin de regrouper, en classes d'équivalence, classes elles-mêmes désignées par quelque symbole, par exemple une étiquette avec une tache jaune et la classe est celle des blocs logiques jaunes.

On habitue ainsi l'enfant aux classifications de façon à aboutir à la classification suivant la relation d'équipotence.

Rien de bien répréhensible dans tout cela si on n'y regarde pas de plus près.

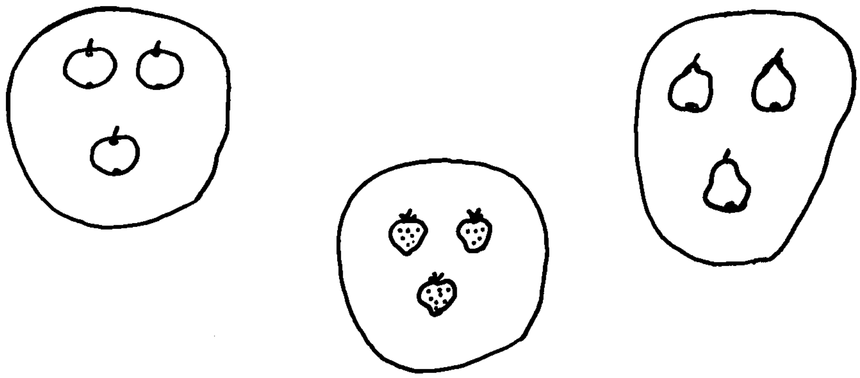
Disons déjà rapidement et sans insister que la forme dans laquelle sont en général pratiquées ces études préalables de relations d'équivalence procède beaucoup plus du dressage à certains réflexes : pose de ficelles, accrochage d'étiquettes, que d'une véritable tentative d'accès à la notion d'équivalence. Il n'y a en effet aucune espèce de motif et aucune espèce d'intérêt à grouper des objets par couleur puis à les entourer et enfin à étiqueter. **Cela ne correspond à aucun problème qu'on serait susceptible de se poser.**

Les élèves le font par pure obéissance aux consignes de la maîtresse mais sentent certainement au fond d'eux-mêmes que c'est là pure gratuité. Du reste que penser d'un élève qui ne réaliserait pas l'exercice correctement, sinon qu'il a quelques problèmes de perception (daltonisme) ou qu'il n'a pas "compris la consigne", à moins qu'il n'ait pas voulu la comprendre ! De toutes façons si quelques élèves se posent encore des questions sur le bien fondé de tels exercices ils ne s'en poseront bientôt plus . . .

Voyons alors de plus près ce moment si important où les "premiers" cardinaux vont apparaître. Car il s'agit bien alors des premiers dans l'échelle des nombres et aussi des premiers "découverts" par les enfants, du moins c'est ce qu'on feint de croire et on fait comme s'il en était ainsi.

On voit en effet des exercices du genre :

Montre que les ensembles suivants ont autant d'éléments :



(N.B. – On peut changer les poires par des lapins ou l'expression "ont autant d'éléments" par "sont équipotents").

Le livre du maître indiquera que ce qu'on souhaite, c'est voir l'enfant tracer des traits ou des flèches pour montrer que chaque poire est reliée à chaque pomme et . . . etc . . .

Puis on trouvera des ensembles de trois éléments mêlés à des ensembles de quatre éléments et de cinq éléments et il faudra alors faire des classes d'équivalence et accrocher les étiquettes 3, 4 et 5 aux bons endroits.

Nous pensons qu'introduire la notion de nombre de cette façon est fondamentalement mauvaise sur le plan de la démarche didactique.

Tout d'abord en ce qui concerne les objectifs visés : il y a confusion entre **aborder la notion**, le concept (ou plutôt le pré-concept à cet âge) nombre, et **aborder des nombres particuliers.**

Ces exercices veulent à la fois montrer qu'on peut faire des classes sur les ensembles via des correspondances terme à terme (= des bijections) et "introduire" les premiers nombres (on trouve en général une série d'exercices aboutissant à l'exploration des nombres 1 à 9).

D'autre part, en ce qui concerne la démarche, on tue d'un coup net un instrument très intéressant : la correspondance terme à terme.

En effet, les enfants sont une nouvelle fois pris pour des impotents : on fait comme si ils ne voyaient pas qu'il y a autant de pommes que de poires dans des ensembles ayant 3 éléments, et on les oblige à emprunter une voie assez compliquée pour dire des choses simples. ("Pourquoi faire simple alors qu'on peut faire compliqué" disaient les Shadocks ; est-on sur la planète shadock ou sur la terre ?).

Autant dire qu'on se met immédiatement dans une situation d'incrédibilité et l'enfant (qu'on habitue si bien à mettre des étiquettes) s'empresse d'accrocher à la correspondance terme à terme celle de gadget compliqué d'adulte.

Pire, l'enfant est en situation d'échec car il ne comprend pas ; il ne comprend pas que son évidence à lui (ou si au lieu de 3 pommes c'est 9 pommes, ce qu'il serait tenté d'utiliser : son savoir compter), ne soit pas accepté par le maître ou la maîtresse comme une bonne façon de voir ou de dire qu'il y a autant.

L'erreur de stratégie se résume donc à ceci : pour vouloir adopter une démarche progressive (petits nombres) et proche d'un exposé axiomatique des maths (bijections, classes, etc.) on risque par là-même de discréditer ce qui est le caractère essentiel de la notion de cardinal, détruisant la démarche même que l'on veut construire.

2 – Nos propositions :

Dans ce paragraphe, donnons sans entrer dans les détails, les principes que nous proposons de suivre pour remédier aux inconvénients dénoncés précédemment.

Ce qu'il faut déjà (à notre sens) :

1) Enoncer clairement qu'on poursuit deux sortes d'objectifs :

A – connaître le Nombre

B – connaître des nombres.

2) Tenir compte de la réalité que constitue une classe de plus de 20 enfants dont beaucoup savent compter déjà, au moins un petit peu (un sondage de départ d'année permettra d'avoir une idée précise de la chose).

3) Réaliser qu'il y a pour un enfant donné trois types de nombres :

* ceux qu'il voit sans aucun dénombrement (sont en général du domaine de la perception directe des nombres entre 1 et 5 : beaucoup d'enfants parviennent à dire d'emblée le nombre sans avoir besoin de compter ou au moins, ils parviennent à différencier en quantité 4 objets de 5 objets par une simple et rapide observation; voir II.)

* ceux de son domaine de comptage (qui en général dépasse 5)

* les autres nombres.

Tenant compte de ces trois faits, ce que nous proposons :

- **Pour réaliser l'objectif A** :

Adopter une procédure qui soit bien celle d'une présentation de l'aspect cardinal du nombre, l'aspect ordinal étant récupéré par la suite à partir des connaissances antérieures et extra-scolaires des enfants.

Les situations que nous mettons en œuvre (voir II) en vue du cardinal visent à montrer la nécessité même de cette notion en commençant par la nécessité de la correspondance terme à terme pour répondre à certaines questions.

C'est pourquoi ces situations utiliseront toutes des quantités d'objets **dépassant les limites de dénombrement des élèves.** Ainsi, la situation type sera de comparer l'effectif de deux "gros tas" d'objets (par exemple de plus de 100 objets). L'idée de faire une correspondance élément à élément vient alors en général des élèves eux-mêmes pour la bonne raison que cette correspondance se trouve implicitement contenue dans l'idée de comparaison si celle-ci dépasse la simple idée de "grosseur apparente" des tas.

Une quantité plus petite induit en général un comptage duquel l'élève ou bien ne peut rien déduire ou bien déduit un résultat qui est énoncé par pur mécanisme (il sait que 25 est plus petit que 30, sans savoir ce que cela signifie précisément).

La pratique de plusieurs situations de ce genre en introduction amènera donc assez naturellement les élèves à l'idée de correspondance terme à terme lui évitant le caractère artificiel dénoncé plus haut.

Par la suite cette même correspondance terme à terme, une fois prise au sérieux, pourra éclairer d'un jour nouveau de vieilles connaissances telles que celles des plus petits nombres.

Ainsi des exercices pourront cette fois être faits avec profit concernant la classification de "plus petits" ensembles aboutissant notamment à la réalisation de l'objectif B.

- **Pour réaliser l'objectif B** :

La démarche dont les grandes lignes viennent d'être décrites contribue à réaliser cet objectif qui est la connaissance des nombres, particulièrement celle des nombres de 1 à 20 et plus généralement de la première centaine.

D'autres activités ou situations contribueront à renforcer cette connaissance des petits nombres dont sont déjà souvent "imprégnés" les enfants du début de CP.

II – ACTIVITES DE COMPARAISON DANS LES CLASSES.

Objectif général : Elaborer la notion de cardinal

Type de situations : Principalement : situations d'action

Variables en jeu : Essentiellement :
- nature des élements des collections considérées ;
- nombre de ces éléments ;
- dispositif de travail (table, feuille de papier, etc.)

Remarques générales : Pour toutes ces situations, on choisit volontairement des quantités d'objets suffisamment importantes pour que les enfants ne puissent pas les compter. On les met ainsi devant l'obligation de mettre en évidence la signification première de phrases telles que :

"il y a autant de . . . que de . . . "
"il y a plus de . . . que de . . . "
etc .

En effet, en l'absence de la possibilité de compter, les enfants en reviennent alors au seul procédé possible de comparaison : la mise en correspondance élément à élément qui évolue en général assez vite vers la correspondance groupement à groupement.

1 – Comparaison de 2 tas d'objets :

La situation proposée aux enfants est très simple : on leur donne 2 "gros" tas d'objets et la seule consigne est une question : quel est le tas qui comporte le plus d'objets ?

- **Les objets :**

Les objets peuvent avoir une taille voisine dans les 2 collections, ou de taille assez différente. Il faut cependant dire que leur nombre (entre 100 et 200 en général) ne permet pas des variations de format très considérables.

Donnons des exemples de matériels utilisés :

- marrons (c'est l'époque en général),
- cailloux,
- cahiers,
- buvards,
- cubes emboîtables,
- recharges de stylo,
- jetons,
- allumettes (bûchettes),
- etc.

On peut ainsi demander une comparaison

- entre 2 tas d'objets analogues : des cahiers bleus et des cahiers rouges,
- entre 2 tas d'objets voisins : des cahiers et des buvards,
- entre 2 tas d'objets distincts notamment par la forme et la taille : des cahiers et des cubes emboîtables.

Mais dans tous les cas on utilise des quantités importantes et dépassant les limites du "savoir compter" des élèves.

• L'organisation des élèves :

L'organisation de l'activité a une incidence non négligeable sur le déroulement :

on peut bien sûr faire un travail "collectif", à savoir deux tas pour toute la classe . . .

. . . ou faire des groupes d'élèves avec pour chaque groupe 2 tas importants à comparer.

Nous avons rarement proposé ce genre d'activité en travail individuel, en grande partie du fait de l'encombrant matériel qu'il imposait.

• L'organisation du matériel annexe :

Le choix des accessoires n'est pas indifférent :

– travail sur petites tables ou grandes tables, ou même par terre ;

– mise à la disposition des enfants, ou même simplement en vue, de boîtes, de sacs plastiques, emballages divers, ainsi que le mode de présentation des tas : les a-t-on étalés d'avance sur une table ou sont-ils dans des récipients ?

Nous nous permettons d'insister ici un peu lourdement sur tous ces détails matériels car ils interviennent comme des éléments déterminants dans la façon dont la situation peut se développer.

Résumons-les encore une fois :

– types d'objets,
– quantités mises en jeu,
– que compare-t-on à quoi ?
– mode pédagogique adopté (collectif ou par groupe)
– accessoires de l'activité.

• Les modes possibles d'intervention du maitre.

En dehors de la consigne qui se résume à une demande de comparaison, nous croyons opportun de suggérer aux maîtres de laisser ce type de situation se développer le plus naturellement possible en évitant notamment les suggestions et les inductions. Autrement dit, le rôle du maître est ici essentiellement d'amener les enfants à l'explication claire de leur action.

• La motivation.

On est en droit de se demander à priori si la simple présence de 2 gros tas et d'une interrogation sur ces 2 tas est une motivation suffisante pour que l'activité démarre de façon satisfaisante. D'aucuns seraient sans doute tentés de l'enrober dans une histoire ou un jeu ce qu'on ne saurait reprocher (mieux vaut de toutes façons que le maître soit à l'aise lui-même avec la présentation qu'il donne de la situation). Mais nous avons observé qu'en fait la simple présence de 2 tas importants est suffisante pour motiver la curiosité des élèves sans qu'il soit besoin d'inventer d'autres stratagèmes.

- **Déroulements possibles.**

Il s'agit ici de dire ce qui peut se passer et d'analyser (quand c'est possible) quelles causes produisent quels effets.

Cette situation est de nature à déboucher sur les étapes C1, C2 ou C3 du canevas cardinal. Et du reste, les 3 étapes peuvent se côtoyer dans la même classe :

* si le "niveau expérimental" des enfants est différent ;

* si on a mis en place un travail de groupes assez isolés pour que les trouvailles ne sortent pas des groupes.

Une première catégorie d'actions des enfants est la mise en correspondance terme à terme des 2 collections d'objets (étape C1). Cette correspondance peut revêtir diverses formes ; en voici quelques-unes :

– **alignement - juxtaposition** (s'il y a beaucoup de place disponible et des objets petits)

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ •••••••••
□ □ □ □ □ □ □ □ □ •••••••••

– **mise en file des objets en alternant** un objet d'une collection, un objet de l'autre collection (mêmes circonstances)

○ □ ○ □ ○ □ ○ □ ○ □ ○ □ ○ •••••••

– **alignement ou étalement - superposition** (dans le cas de formats distincts)

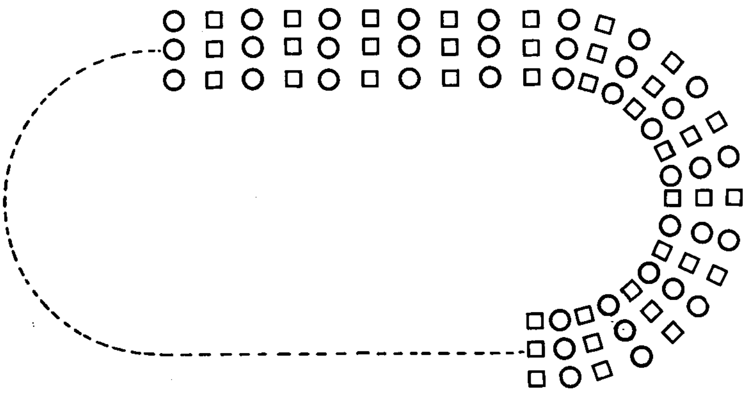
Exemple : étalement des buvards et superposition d'un marron sur chaque buvard.

– **déplacement alternatif** et un à un des objets des 2 tas

Par exemple : 1 tas de cubes, 1 tas de jetons ; on dispose de 2 boîtes : on met 1 cube dans une boîte, 1 jeton dans l'autre et ainsi de suite.

– **réalisation de motifs divers** mettant en évidence la correspondance terme à terme mais susceptible d'évoluer vers l'étape C3 :

○ ○ □ □ ○ ○ □ □ ○ ○ □ □



– **proche de la réaction précédente** au point de vue de son caractère potentiellement évolutif, un élève a une fois eu l'idée pour comparer les cahiers et les crayons de distribuer aux quatre autres enfants de son groupe :

- un cahier chacun (donc quatre en tout)
- un crayon chacun (donc quatre en tout)
- un cahier chacun
- un crayon chacun
- . . . etc.

On est bien près dans ce cas d'une correspondance groupement à groupement.

On notera ici le rôle déterminant du matériel (les cahiers et les crayons distribués par l'élève comme l'avait fait la maîtresse en début d'année) et du travail en groupe de cinq (si les enfants avaient été par deux, ceci ne se serait certainement pas produit).

– **réaction plus "dangereuse"** si par exemple on donne à comparer un tas de cubes rouges à un tas de cubes jaunes : emboîtement en une longue barre des cubes rouges, de même avec les cubes jaunes et comparaison des longueurs. Ici la **cardinalité** disparaît quelque peu derrière la mesure de longueur. Que se passerait-il si les cubes étaient de tailles distinctes ?

Une deuxième catégorie de réactions est celle où les enfants font spontanément des comparaisons non plus terme à terme, mais groupement à groupement, que ces groupements soient non tous identiques (étape C2), ou tous identiques (étape C3).

Par exemple, dans le premier cas les enfants font avec un gros tas de cailloux :

1 petit tas de 3 cailloux,
1 " " de 8 cailloux,
1 " " de 5 cailloux,
1 " " de 7 cailloux, etc .

et pour comparer avec un gros tas de cubes, mettent respectivement en face des précédents :

1 petite barre de 3 cubes
1 " " de 8 cubes
1 " " de 5 cubes
1 " " de 7 cubes etc.

Dans le 2ème cas tous les tas ont le même effectif : par exemple rien que des tas de 7 cailloux, et rien que des barres de 7 cubes.

Ce type de réaction suppose un certain nombre de conditions parmi les suivantes :

– un vécu antérieur suffisant en matière de correspondance terme à terme ;

– une quantité d'objets pas trop petite ;

– les objets bien choisis :

* cahiers parce qu'ils s'empilent et sont livrés par paquets
* cubes quand ils s'emboîtent
* perles parce qu'on fait des colliers
* allumettes parce qu'on les met dans des boîtes
etc.

– éventuellement des emballages disponibles (petits sacs plastiques par exemple)

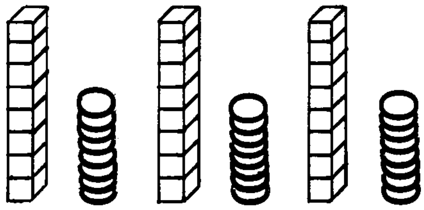
– et aussi des imprévus du genre de l'exemple cité précédemment de la distribution de cahiers et de crayons.

N.B. La satisfaction que l'on a de voir ceci apparaître (notamment en vue de la numération de position) ne doit surtout pas inciter le maître à provoquer ces groupements par des suggestions orales pressantes.

L'idée doit au maximum venir de l'enfant **à son heure**, c'est-à-dire en fonction de sa maturité, de son état affectif du moment, et de son vécu préalable ; tout ceci peut fort bien n'apparaître qu'au bout d'un trimestre . . .

(Nous avons cité le cas où les groupements ne seraient pas identiques au sein d'une collection donnée pour la bonne raison qu'il s'est produit un certain nombre de fois, cependant il est bien plus fréquent de voir les enfants effectuer des groupements réguliers). Donnons maintenant rapidement quelques exemples :

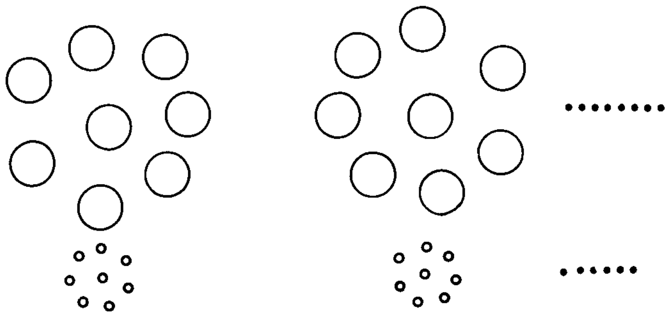
– cubes en barres de 8 avec jetons en piles de 8 :



(le matériel inducteur de groupements est évidemment les cubes emboîtables).

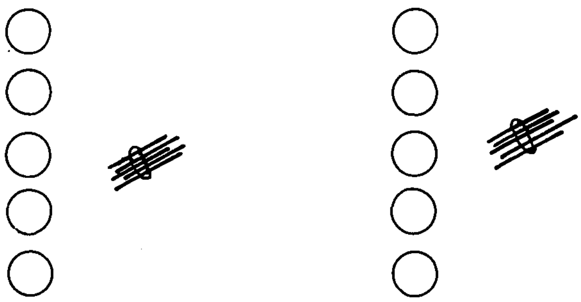
– jetons ronds et jetons carrés par 10 dans des sacs de plastique (l'induction venait des sacs déjà utilisés pour les "boîtes-nombres", voir plus loin).

– jetons et perles disposés ainsi :



(l'induction sembla être esthétique . . .)

– rangées de jetons et "bottes" de bûchettes fixées par un élastique.



(l'induction venait des bottes de bûchettes, sans doute déjà vues par un des élèves du groupe qui les a réalisées).

– parfois l'induction des groupements vient du fait que l'enfant commence à compter (on ne l'interdit jamais), puis se rend compte que ça dépasse ses capacités. Il se fixe alors un nombre et fait des groupements en comptant jusqu'à ce nombre. Inutile de dire que cette circonstance nous semble très positive.

Synthèse :

Il est bien certain qu'en travail collectif, il n'y a guère qu'une seule idée à la fois qui puisse véritablement fonctionner et on peut être dubitatif sur le profit que certains élèves en tireraient.

En travail individuel, ce risque n'existe pas, par contre certains élèves risquent de ne rien faire.

Nous avons presque toujours fait ce travail en groupes assez petits (de 2 ou 5 élèves) et en évitant que ne se côtoient des meneurs et des élèves habituellement à la traîne. Nous évitons aussi les groupes de niveau ce qui n'est pas en totale contradiction avec le propos précédent mais pose quand même parfois des problèmes. En fait une bonne solution consiste à partir de groupes spontanés quitte à les modifier légèrement en "fabriquant" par exemple un groupe avec tous les meneurs ensemble (groupe qu'on aura intérêt à "refroidir" de temps à autre).

Une fois terminée la phase de travail de groupe, c'est-à-dire effectuées les diverses comparaisons, une synthèse peut être intéressante. Mais il faut bien observer qu'elle risque d'uniformiser les réactions des élèves à des situations ultérieures si notamment un consensus se forme dans la classe pour apprécier telle ou telle méthode de comparaison.

Si par exemple, il y a 6 groupes dans la classe et que l'un d'entre eux ait eu l'idée de faire de la comparaison groupement à groupement au lieu de terme à terme, une synthèse risquerait de faire évoluer prématurément les autres vers cette méthode sans que celle-ci soit réellement assimilée.

2 – Comparaison de 2 morceaux de quadrillage.

Parmi tous les matériels à utiliser pour des comparaisons visant à mettre en place la notion de cardinal, il en est un auquel nous croyons bon de faire une place particulière : il s'agit du quadrillage.

Le quadrillage peut être considéré comme une collection d'objets, ces objets étant des carreaux, mais c'est du matériel qui se situe à un niveau plus abstrait que les matériels décrits au paragraphe précédent. Par ailleurs les carreaux sont, au départ du moins, tous associés et par conséquent les actions qu'ils vont engendrer seront notablement différentes de celles engendrées par des collections d'objets mobiles.

Enfin le quadrillage est, on le sait, appelé à jouer un certain rôle en CE notamment pour la multiplication et il importe que les enfants soient familiarisés avec ce matériel concernant son aspect numérique.

Décrivons ici le déroulement d'une séance de comparaison de 2 morceaux de quadrillage.

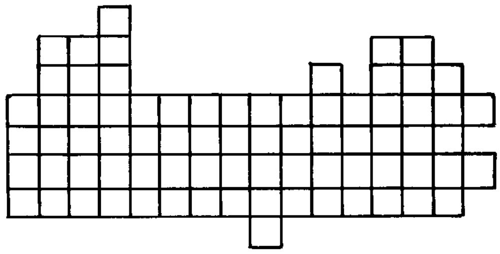
La séance se déroule comme suit :

Le maître distribue à chaque élève un "morceau" de quadrillage ronéoté sur du bristol.

Les élèves sont par deux : l'élève de gauche reçoit un quadrillage rouge, celui de droite un quadrillage vert.

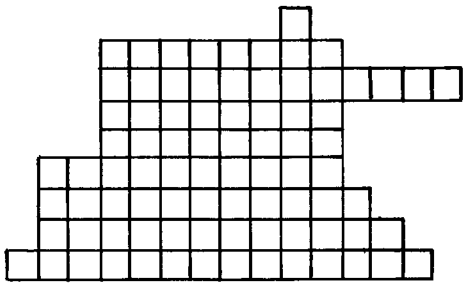
Les élèves sont invités, dans un premier temps, à découper le carton de leur quadrillage. Ils ont donc à la fin de ce petit travail les uns un quadrillage

comme ceci :



les autres un quadrillage

comme cela :



Le maître demande alors aux enfants quel est le morceau de quadrillage qui a le plus de cases : le vert ou le rouge ? Il invite les enfants à travailler par deux et à garder pour eux leur méthode. Une synthèse sera faite au bout de 3/4 H environ pour comparer les diverses méthodes dont voici un aperçu :

Disons tout de suite qu'en général, les idées sont nombreuses,

– découpage de chaque carreau des quadrillages et collage sur un grand papier en correspondance terme à terme,

– découpage de groupes de carreaux et collage en correspondance. Les groupes sont variés : du groupe de deux au groupe de douze. Il est même arrivé qu'une élève fasse d'abord :

* un groupe de trente comparé à un groupe de trente

* des groupes de dix comparés à des groupes de dix

* les unités comparées aux unités (seule cette dernière comparaison était déterminante dans le cas évoqué).

– simple coloriage de zones de carreaux groupés par 3 ou 5 ou autrement.

Voilà pour les méthodes classiques.

Nous avons aussi rencontré :

– désintégration d'un quadrillage pour tenter d'en reconstituer un identique à l'autre.

– comparaison de la façon suivante, avec découpage :

1 carreau vert à côté d'1 carreau rouge

2 carreaux verts à côté de 2 carreaux rouges

3 carreaux verts à côté de 3 carreaux rouges

etc .

– constitution à partir de chaque quadrillage de rubans et comparaison des longueurs des deux rubans.

– numérotation de chaque case des 2 quadrillages : certains enfants savent le faire même s'ils ne savent pas énumérer oralement (le comptage écrit étant en quelque sorte plus facile que le comptage oral).

La synthèse permet d'ailleurs de constater que pour beaucoup d'enfants cette méthode reste inutilisable, les enfants ne sachant pas par exemple comparer 76 à 84 !

Il est bon d'insister sur quelques éléments encore une fois déterminants dans cette situation :

Au départ les quadrillages sont polycopiés sur du bristol, et la consigne préalable était de découper les morceaux de quadrillages, avant même qu'il ne soit demandé une comparaison. Par ailleurs, toutes précautions furent prises pour préserver l'originalité de chaque trouvaille des enfants, ce qui eut pour effet une grande richesse dans les idées et en particulier plusieurs méthodes de comparaison groupement à groupement, suivant des modes différents (on travaillait implicitement dans plusieurs "bases" distinctes).

Plusieurs essais furent faits en modifiant les conditions de départ : polycopie sur papier au lieu de bristol ; pas de consigne de découpage préalable : dans ce cas beaucoup d'enfants furent bloqués ; sans doute faut-il attribuer cela au caractère sacré du document sur papier qu'on n'a notamment "pas le droit" de découper (et tellement pas le droit que cela ne venait même pas à l'idée des enfants) alors que le bristol est généralement associé à des travaux plus manuels !

Une variante que l'on pourra trouver avantageuse de cette situation fut le choix de deux quadrillages dont les carreaux avaient des dimensions différentes. De la sorte, on évite en effet des solutions du genre :

– recouvrement d'un quadrillage par des morceaux de l'autre ;

– quadrillages débités en bandes mises bout à bout, et comparaison des longueurs des rubans ainsi constitués.

Dans ces deux cas la comparaison des cardinaux est faite par l'intermédiaire de comparaisons de longueurs ou de surfaces et cela pourrait revêtir une certaine ambiguïté, alors qu'on perçoit beaucoup mieux ce que l'enfant comprend lorsqu'il s'organise pour comparer des quadrillages à mailles distinctes.

3 – Comparaison d'un tas d'objets avec un morceau de quadrillage.

On peut choisir cette situation "mixte" où interviennent simultanément un matériel à éléments mobiles et un matériel à éléments liés, en vue d'induire de nouvelles méthodes de comparaison, dans la mesure où le matériel lié (quadrillage) "résiste" à la correspondance terme à terme si les objets qui lui sont comparés sont trop gros pour pouvoir être répartis sur les carreaux.

Ça peut apparaître utile par exemple dans le cas d'une classe qui végèterait dans la correspondance terme à terme :

- comparer des marrons aux carreaux d'un quadrillage suppose une action sur le quadrillage qui peut fort bien être par exemple : découpage de zones de cinq carreaux associées à des groupements de cinq marrons.

4 – Comparaison de plusieurs collections.

Les situations précédemment décrites peuvent déboucher naturellement sur la comparaison de plusieurs collections.

La synthèse des travaux des différents groupes peut amener la confrontation des gros tas de plusieurs voire de tous les groupes, impliquant au passage une harmonisation des méthodes.

Si par exemple tous les groupes ont fait des comparaisons non pas terme à terme, mais groupement à groupement, on s'apercevra que seuls peuvent être facilementet directement comparés les tas qui ont été fractionnés en groupements suivant le même mode :

- Eric sait qu'il a 8 groupements de 12 cailloux et que c'est plus que 6 groupements de 12 cubes mais il ne sait pas comparer avec les 5 paquets de 15 cahiers de Pierre-Yves.

5 – En conclusion de ces situations de confrontation.

Le lecteur est maintenant en mesure de concevoir la batterie de situations dans laquelle nous puisons pour bon nombre d'activités de début d'année.

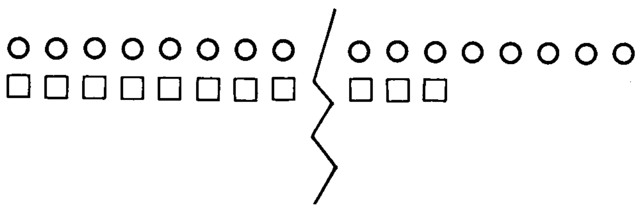
Nous l'avons dit, cela dure en général un bon trimestre et il ne faut pas craindre de renouveler périodiquement ce genre d'activités jusqu'au constat de l'évolution des réactions chez les enfants.

Les situations que nous venons de décrire peuvent se suffire à elles-mêmes, mais elles peuvent aussi être un premier temps, le deuxième temps étant une communication, un codage ou une représentation.

Nous n'avons pas tellement mentionné les genres de difficultés rencontrées qui sont du reste assez rares à ce niveau de simple action, où,par dessus le marché, le travail en groupes, même petits, évite la plupart du temps les cas d'échecs ou de blocages.

Signalons toutefois une erreur assez énorme et qui s'est produite identiquement dans des classes différentes :

- des enfants ayant mis des objets (par exemple des ronds et des carrés) en correspondance terme à terme, sous la forme d'alignements obtenaient ceci :



observant le dépassement des ronds, ils déclarèrent cependant qu'il y avait moins de ronds que de carrés !

Ceci nous a rappelé certaines expériences de Piaget sur l'inclusion, mettant en jeu des perles blanches et des perles en bois.

Nous pensons interpréter l'erreur ci-dessus de la manière suivante : les ronds en correspondance avec les carrés sont en quelque sorte assimilés, "absorbés" par ces derniers qui ne sont plus comparés qu'aux ronds restant "libres", en nombre évidemment moindre ! Il est bien difficile cependant d'affirmer que cette interprétation soit la bonne ; mais ce genre d'erreur est susceptible de se reproduire, c'est pourquoi nous la mentionnons.

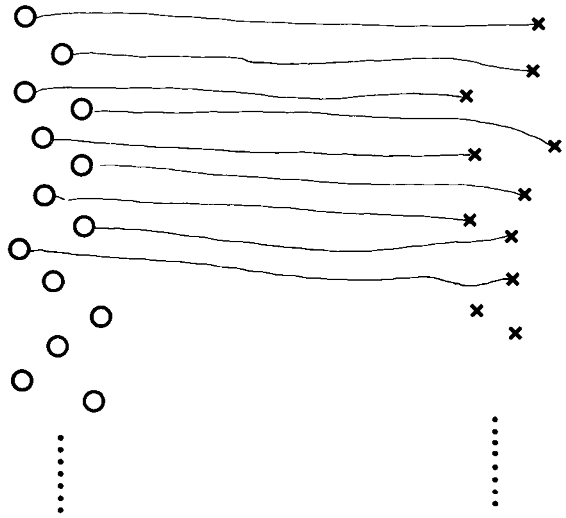
Signalons également une circonstance qui embarrasse très souvent les enfants et présente quelques inconvénients pour la suite :

- les enfants font volontiers des groupements (par 5, par 12, peu importe) mais ils sont fort gênés parfois par le reste (à savoir les "unités") dont ils voudraient souvent se débarrasser. Il importe donc de les persuader que c'est bien à tous les objets que l'on s'intéresse et non pas seulement à ceux qu'on réussit à mettre dans les tas. On voit cependant souvent dans ces cas des enfants changer leur mode de groupement jusqu'à temps qu'ils en trouvent un qui ne donne aucun reste ; entreprise, on le voit, vouée parfois à l'échec !

Il reste à dire un petit mot au sujet des fiches individuelles que l'on donne de temps à autre aux élèves.

Il s'agit bien entendu de comparaisons sur des objets dessinés et par conséquent l'excercice comporte un caractère notablement distinct de la manipulation d'objets et même de quadrillage. On ne saurait donc les considérer comme des contrôles de compréhension mais seulement comme des compléments d'activité.

On ne peut guère espérer mieux sur ces fiches qu'une correspondance terme à terme ou groupement à groupement matérialisée par des traits allant de chaque objet (resp. groupement) à chaque objet (resp. groupement) :



Y a-t-il plus de croix ou de ronds ?