LES DECIMAUX

par Martial COQUAND

L'article suivant constitue un compte rendu d'activités conduites à titre expérimental dans un $C.M._1$ de l'Ecole Ferdinand Buisson, à partir des réflexions d'un groupe de travail I.N.R.P. en décembre 1978.

Nous nous proposons d'étudier les décimaux sans recourir au système métrique. Par exemple, nous pensons que l'emploi "d'unités de mesure" telles que m, dm, cm, mm pour donner un sens à des comparaisons telles que $4{,}5 > 3{,}203$ ou à des expressions telles que $4{,}5 + 3{,}203$, et d'en permettre le calcul, peut conduire à percevoir le décimal 3,203 comme étant 3 203 quand on prend mille pour unité.

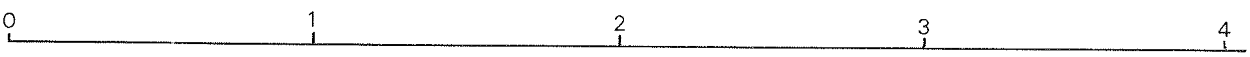
D'autre part, nous étudierons les décimaux après avoir approché les rationnels positifs que nous appellerons "fractions". Cette approche sera considérée comme un point de départ et non comme un domaine où l'élève doit acquérir des savoir-faire élaborés, de sorte qu'une étude approfondie ne se justifie pas. Mais, il nous paraît intéressant de faire découvrir aux élèves que, par exemple, $\frac{5}{4}$ est un nombre, qu'il est compris entre 1 et 2 et qu'il peut s'écrire $\frac{125}{100}$ ou 1,25 ; de même, de montrer que $\frac{5}{3}$ est aussi un nombre compris entre 1 et 2, de savoir pourquoi il n'est pas décimal mais qu'il est possible, par le calcul, d'aborder sa valeur décimale approchée :

$$1{,}66 < \frac{5}{3} < 1{,}67$$

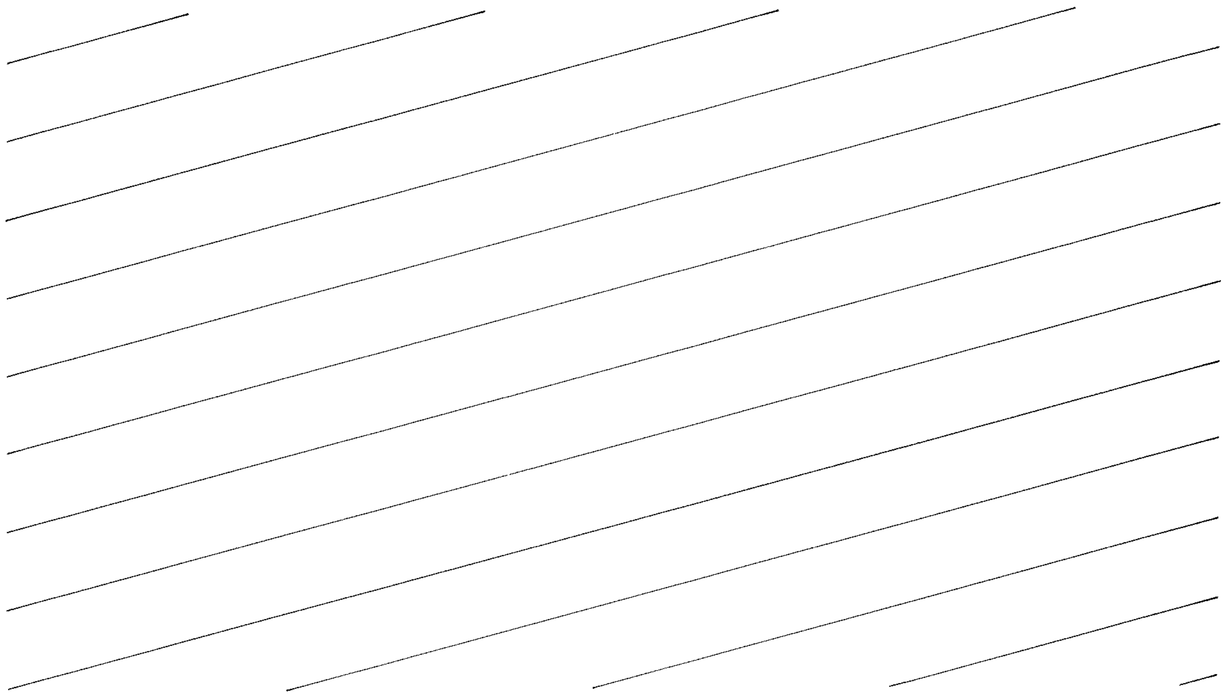
avec une approximation fixée à l'avance, ici deux chiffres après la virgule.

Les objectifs successifs de nos séquences sont :

1 – Présenter les rationnels ; les utiliser simultanément pour repérer des points d'une droite dont certains sont déjà repérés par des naturels. Nous nous servirons pour cela de la droite graduée sur laquelle sont reportés, à intervalles réguliers, les naturels.

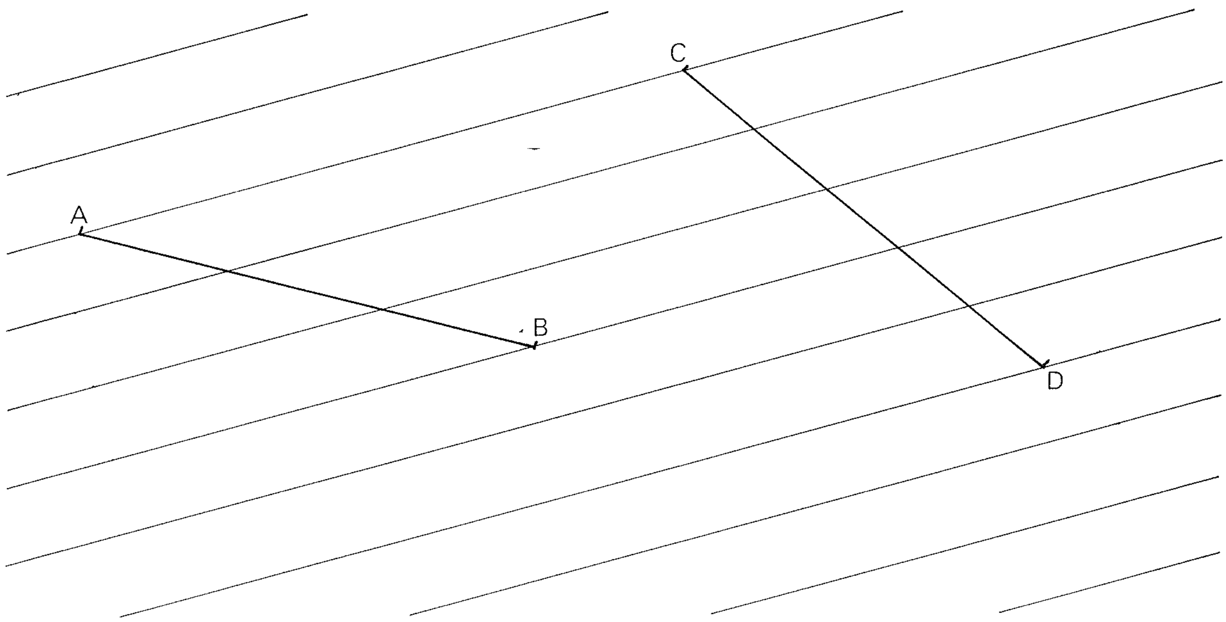


Et, pour le partage des intervalles, nous demanderons aux élèves d'utiliser une feuille sur laquelle est tracé un réseau de lignes droites parallèles équidistantes appelé "guide-âne".



Exemple de "guide-âne".

Au cours d'activités précédentes, les élèves auront été invités à utiliser le guide-âne ; par exemple, pour partager un segment en n parties d'égale longueur.



Le segment AB est partagé en 3 parties d'égale longueur.

Le segment CD est partagé en 5 parties d'égale longueur.

Nous représenterons les droites sur une feuille de papier calque transparent afin de n'effectuer aucun tracé sur le guide-âne.

2 – Coder une distance entre des points d'une même subdivision régulière.

3 – Comparer les rationnels.

4 – Calculer des sommes et des différences de rationnels dans des cas élémentaires.

5 – Chercher la partie entière d'un rationnel.

6 – Utiliser $\frac{a}{b}$ comme ce qu'il faut ajouter à lui-même b fois pour avoir a.
Par exemple, exprimer le rationnel qu'il faut ajouter à lui-même 7 fois pour avoir 9.

7 – Introduire les décimaux. Utiliser les conventions d'écriture des nombres à virgule en base dix.

8 – Comparer des décimaux.

9 – Aborder les techniques opératoires : addition et soustraction de décimaux, multiplication d'un décimal par un naturel.

I – INTRODUCTION DES RATIONNELS.

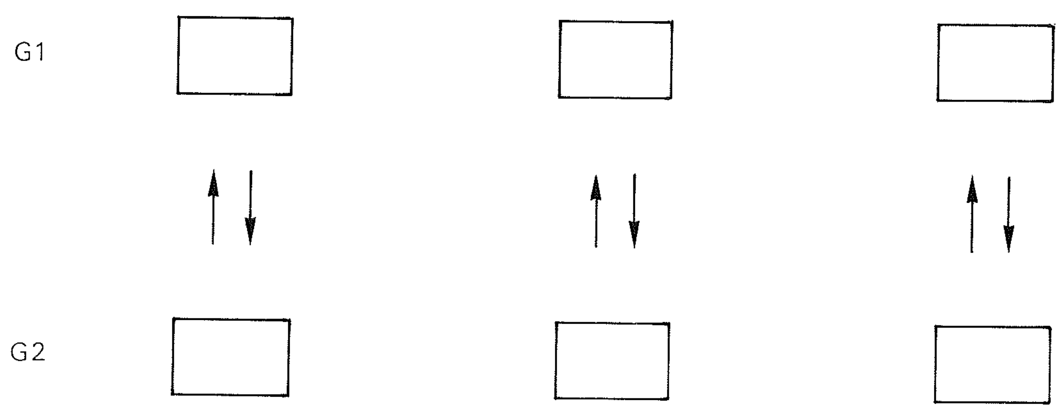
Première séquence : Lundi 5 Mars 1979.

Objectif : Un point étant déterminé sur un segment donné A B, entre A et B, savoir le repérer à l'aide d'un réseau de droites parallèles équidistantes appelé "guide-âne".

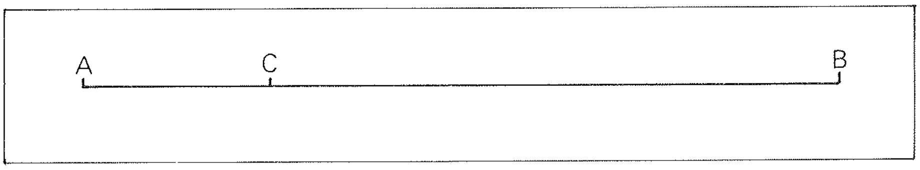
Déroulement :

Les élèves sont répartis en deux types de groupes G 1 et G 2 : trois groupes G 1 et trois groupes G 2.

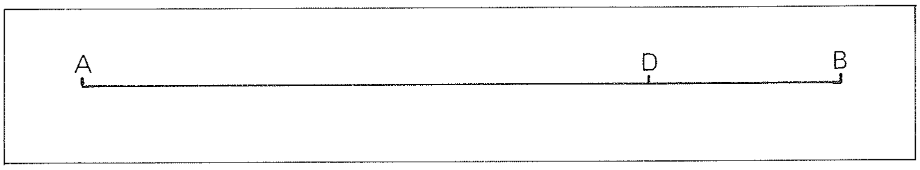
A l'intérieur des groupes les élèves travaillent par deux.



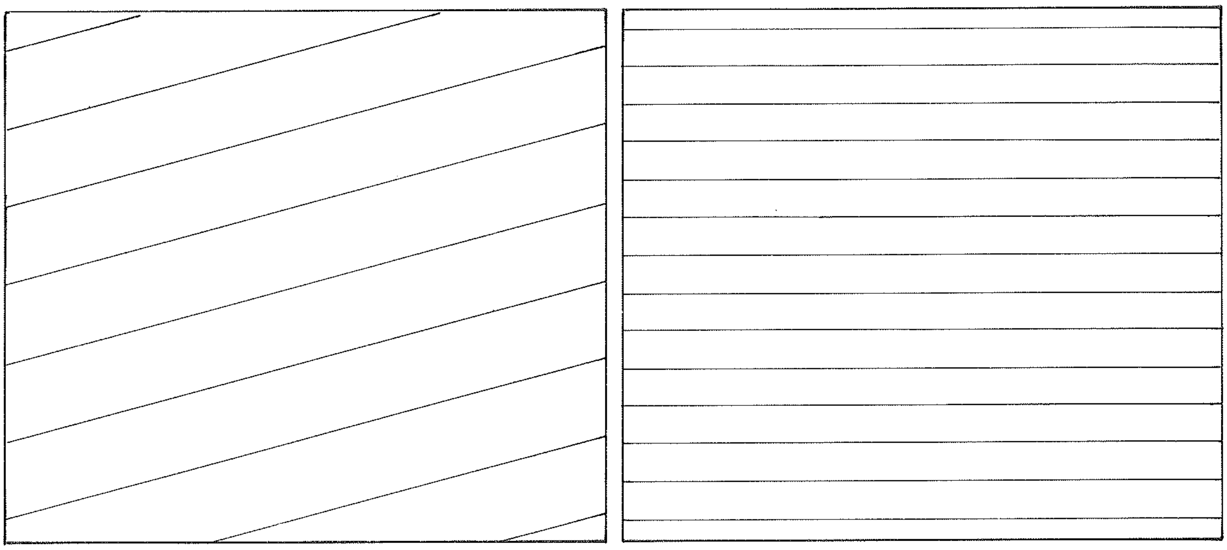
Chacun des groupes G 1 reçoit un guide-âne et un morceau de papier calque transparent sur lequel le maître a tracé un segment portant deux points A et B, distants de 10 cm, et un point C entre A et B, à 2,5 cm de A.



De même, chacun des groupes G 2 reçoit un guide-âne et un morceau de papier calque transparent sur lequel le maître a tracé un segment portant deux points A et B distants de 10 cm et un point D entre A et B à 7,5 cm de A.



Chacun des groupes G 1 est apparié à un groupe G 2 pour constituer une équipe. Les groupes ainsi appariés doivent s'échanger des renseignements par écrit pour pouvoir placer sur leur feuille, le plus exactement possible, le point qu'ils n'ont pas.
Les groupes reçoivent deux types de guide-âne :



Consigne donnée aux élèves :

"Sur vos feuilles, vous avez tous, deux points A, B situés à la même distance. Dans chaque équipe, un des groupes a un point C en plus, tandis que l'autre groupe a un point D en plus. Vous devez envoyer un message à l'autre groupe de votre équipe pour qu'il place le point qu'il n'a pas. Quand tous les groupes penseront avoir réussi à placer ce point, nous vérifierons par superposition".

Résultats obtenus : Inventaire critique des messages.

– **Première équipe :**

Le groupe G 1 a réussi à placer le point D grâce au message suivant :

compter 9 lignes : mettre A sur la
première et B sur la 9ième.
le point D se trouve sur la 7ième
à partir de A.

Par contre, le groupe G 2 a éprouvé des difficultés à placer le point C à la réception du message :

Nous avons partagé le segment AetB en 1
morceau et nous avons partagé le segment AetB
en 4 morceaux

– **Seconde équipe :**

Le groupe C 1 a réussi à placer le point D, malgré la réception du message :

D est à six morceaux de A et
à deux morceaux de B.

Par contre, le groupe G 2 a trouvé le point C :

J'ai partagé le segment AB en 4 morceau
le point C se trouve au bout du 1er
morceau

J'ai partagé le segment A, B en 8
morceaux. Le point C se trouve au
bout du deuxième morceau

– **Troisième équipe :**

Le groupe G 1 n'a pu trouver le point D, à partir du message :

Nous avons utilisé 5 lignes. Du point A au point D il y 3 espaces.
Nous avons utilisé 4 lignes. Du point A au point D il y a 6 espaces.

Le groupe G 2 n'a pu trouver le point C, à la réception du message :

Le point C est sur la troisième
ligne de A et sur la cinquième
ligne de A

Commentaire et discussion :

Le maître : Pourquoi certaines équipes n'ont-elles pas trouvé le point qu'elles n'avaient pas ?

Les élèves : – On ne comprenait pas le message.
– Le message était mal rédigé !
– Ils n'ont pas su nous dire où était leur point.

Le maître : – Quel est selon vous le message le plus clair ?

Les élèves : – Celui de Martial . . .
– Il nous dit ce qu'ils ont fait avec le guide-âne : ils ont partagé le segment . . .
– Il précise que le point C se trouve au bout du premier morceau . . .

Le maître : – Le groupe G 1 de la seconde équipe a, en effet, bien rédigé son message. Mais de quel point part son premier morceau ?

Les élèves : – Du point A .

Le maître : – Qui veut dire alors le message ?

Un élève : – J'ai partagé le segment A B en quatre morceaux. Le point C se trouve au bout du premier morceau à partir de A .

Le maître : – Ne pourrait-on pas l'exprimer d'une autre façon ?

Un élève : – J'ai partagé le segment A B en huit morceaux. Le point C se trouve au bout du deuxième morceau à partir de A .

Le maître : – Je m'adresse aux élèves des groupes G 2. Qui veut préciser la position du point D ?

Les élèves : – Le point D se trouve au bout du troisième morceau à partir de A, quand je partage le segment A B en quatre morceaux.

– J'ai partagé le segment A B en huit morceaux. Le point D se trouve au bout du sixième morceau à partir de A.

Seconde séquence : Mardi 6 Mars 1979.

Objectifs : En prolongement de la leçon précédente, si le point A est codé par 0 et le point B par 1, parvenir au codage des points C et D sous la forme $\frac{a}{b}$. Définir le codage d'autres points d'une même subdivision régulière au-delà du point B codé 1 .

Déroulement :

1) Les élèves rappellent tout d'abord les messages désignant la position du point C et celle du point D, lorsque le segment A B est partagé en quatre parties d'égale longueur.

Le maître trace au tableau le segment A B, le partage en quatre parties à l'aide du compas et indique les points C et D. Il propose de coder le point A par 0, et le point B par 1.

Le maître : – Comment coder le point C ?

Un élève : – 2

Un autre : – C'est impossible ! 2 doit être après 1 et non entre 0 et 1.

Un élève : – 1

Un autre : – Le nombre 1 y est déjà !

Le maître : – Pourquoi proposes-tu 1, David ?

David : – Le point C se trouve au bout du premier morceau !

Le maître : – C'est vrai ! Mais ne manque-t-il pas un autre renseignement ?

Un élève : – Il faut dire aussi qu'on partage le segment A B en quatre morceaux !

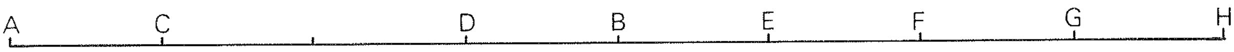
Un autre : – 1 . 4

Un autre : – 1 , 4

Le maître indique que par convention on note : 1/4 ou $\frac{1}{4}$. C'est une fraction. Elle se lit "un quart". Ce nombre comprend teux termes ; l'un s'écrit au-dessus de l'autre ; un trait les sépare.

Le maître demande alors le codage du point D. Les élèves trouvent $\frac{3}{4}$ et le justifient en disant : "Quand on partage le segment A B en quatre morceaux, le point D se trouve au bout du troisième morceau à partir de A".

2) Le maître prolonge, au tableau, le segment A B au-delà du point B et porte à l'aide du compas B E, E F, F G, G H de même longueur que le segment A C.



Il demande aux élèves de chercher sur le cahier d'essais le codage des points B, E, F, G, H .

Il procède à la correction de l'exercice et à la justification du codage.

Les élèves : – Le segment A B est partagé en quatre morceaux de même longueur. Le point B se trouve au bout du quatrième morceau à partir de A ; il se code $\frac{4}{4}$.

– Le segment A B est partagé en quatre morceaux de même longueur. Le point E se trouve au bout du cinquième morceau à partir de A ; il se code $\frac{5}{4}$.

– Le point F se trouve au bout du sixième morceau à partir du point A ; il se code $\frac{6}{4}$.

– Le point G se trouve au bout du septième morceau à partir de A ; il se code $\frac{7}{4}$.

– Le point H se trouve au bout du huitième morceau à partir de A ; il se code $\frac{8}{4}$.

Le maître : – Quels sont les codages du point B ?

Un élève : – Le point B se code $\frac{4}{4}$ ou 1.

Un autre : – Le point H se code $\frac{8}{4}$ ou 2 car le segment B H a le même nombre de morceaux que le segment A B.

Le maître : – Je pourrais prolonger la droite et porter un point codé 3 . Comment peut-il aussi se coder ?

Un élève : $\frac{12}{4}$

Un autre : – De même, un point déjà codé 4 peut aussi se coder $\frac{16}{4}$

3) Recherche de codages équivalents.

Le maître : – Je m'adresse à ceux qui, hier, ont partagé le segment AB en huit morceaux d'égale longueur. Comment codent-ils le point C ?

Un élève : – Le segment A B est partagé en huit morceaux d'égale longueur. Le point C est au bout du deuxième morceau à partir de A ; il se code $\frac{2}{8}$.

Le maître demande alors aux élèves de chercher sur le cahier les codages des points D , B , E , F , G , H .

Les élèves trouvent respectivement : $\frac{6}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{10}{8}$ $\frac{12}{8}$ $\frac{14}{8}$ et $\frac{16}{8}$

Le maître : – Quels codages aves-vous trouvés pour le point C ?

Un élève : $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{8}$.

Le maître : – Que peut-on écrire puisque ces deux fractions codent le même point ?

Un élève : $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

De même les élèves trouvent que :

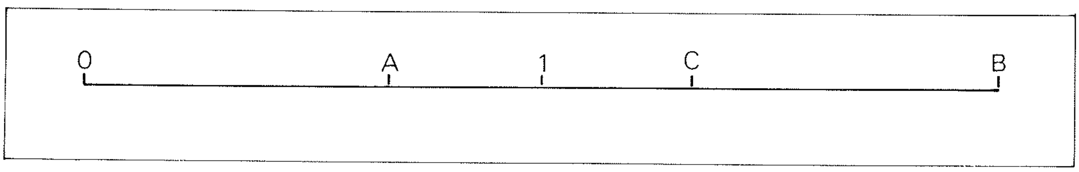
$\frac{3}{4}$ et $\frac{6}{8}$, $\frac{4}{4}$ et $\frac{8}{8}$, $\frac{5}{4}$ et $\frac{10}{8}$, $\frac{6}{4}$ et $\frac{12}{8}$, $\frac{7}{4}$ et $\frac{14}{8}$, $\frac{8}{4}$ et $\frac{16}{8}$ codent respectivement les points D , B , E , F , G et H . On peut écrire :

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, $\frac{4}{4} = \frac{8}{8}$, $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$, $\frac{6}{4} = \frac{12}{8}$, $\frac{7}{4} = \frac{14}{8}$, $\frac{8}{4} = \frac{16}{8}$

Troisième séquence : Vendredi 9 Mars 1979.

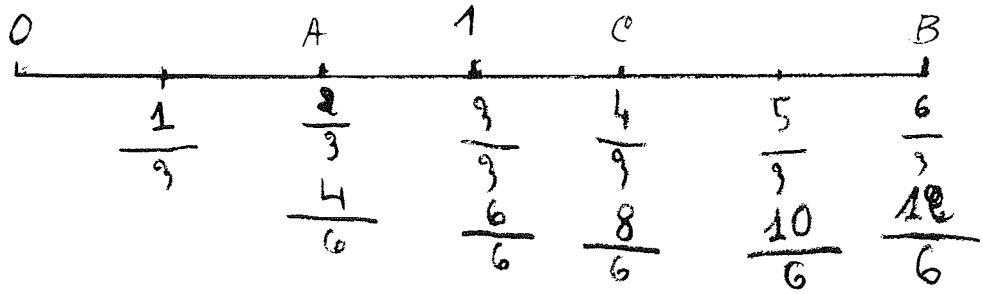
Objectifs : En application de la leçon précédente, si sur une droite sont placés les points codés 0 et 1, par commodité, on confond la désignation et le codage, trouver les codages en tiers, en sixième, en douzièmes des points A, B et C.

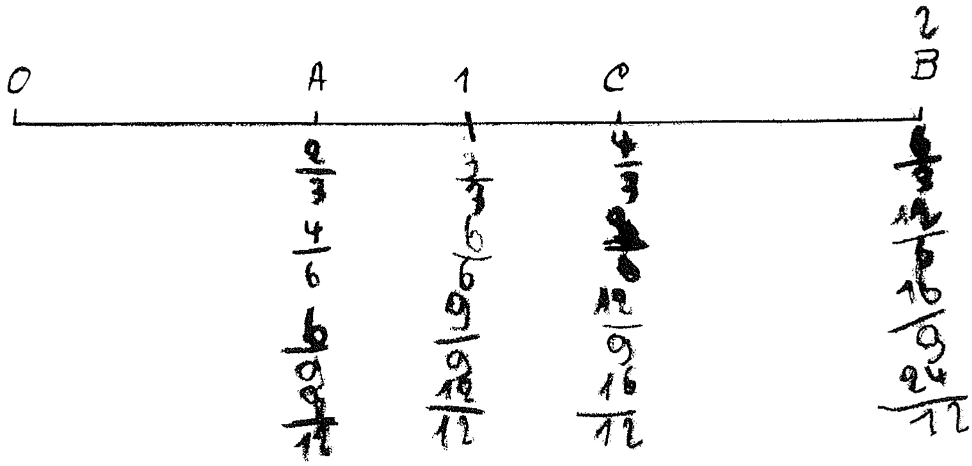
Déroulement : Les élèves qui travaillent individuellement reçoivent une feuille comme ci-dessous :

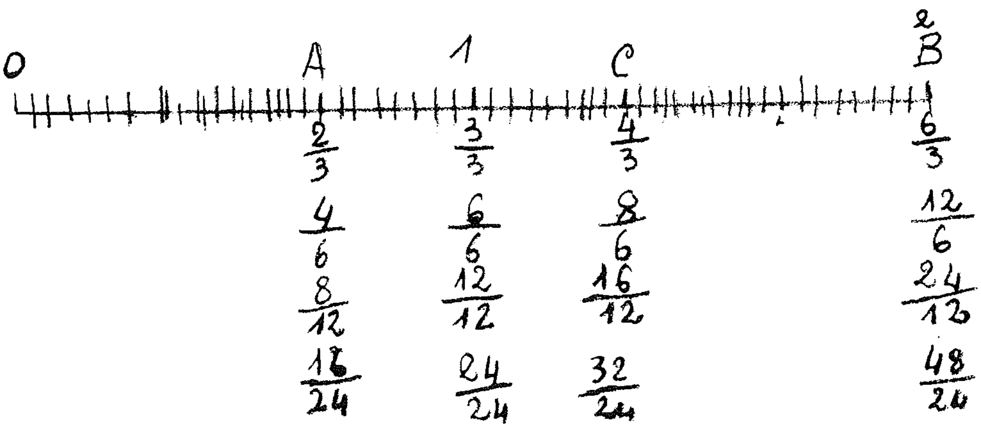


Ils disposent de deux "guide-ânes", l'un dont les parallèles sont espacées de 1 cm, l'autre dont les parallèles sont espacées de 3 mm.

Voici quelques résultats trouvés par les élèves :







Le choix des points A, B, C permettait de leur trouver des codages différents. Ainsi pour le codage de A : $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ ou $\frac{6}{9}$ ou $\frac{8}{12}$ ou $\frac{16}{24}$

Comme ces écritures codent le même point, on peut écrire :

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}\,,\ \frac{4}{6} = \frac{6}{9}\,,\ \frac{6}{9} = \frac{8}{12}\,,\ \frac{8}{12} = \frac{16}{24} \text{ et } \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Le maître fait écrire ces égalités au tableau et demande les différents codages du point C. Les élèves obtiennent : $\frac{4}{3}$ ou $\frac{8}{6}$ ou $\frac{12}{9}$ ou $\frac{16}{12}$ ou $\frac{32}{24}$

Comme ces écriture codent le même point, le maître fait écrire au tableau :

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6}\,,\ \frac{8}{6} = \frac{12}{9}\,,\ \frac{12}{9} = \frac{16}{12}\,,\ \frac{16}{12} = \frac{32}{24}\,,\ \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$$

De même, les différents codages du point codé 1 permettent d'écrire :

$$1 = \frac{3}{3} = \frac{6}{6} = \frac{9}{9} = \frac{12}{12} = \frac{24}{24}$$

Et les différents codages du point B :

$$2 = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{18}{9} = \frac{24}{12} = \frac{48}{24}$$

Ces égalités étant écrites au tableau, le maître demande aux élèves de faire des remarques.

Première remarque.

Un élève : – Dans l'égalité $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, on a multiplié le terme du haut par 2 et le terme du bas aussi par 2.

Les enfants le représentent ainsi :

$$\begin{tikzcd} 2 \arrow[rr, bend left, "\times 2"] & = & 4 \\ 3 \arrow[rr, bend right, "\times 2"'] & & 6 \end{tikzcd}$$

Le maître : – Dans l'égalité suivante : $\frac{3}{3} = \frac{9}{9}$?

Un élève : – On a multiplié les deux termes par 3 .

Un élève : – Dans cette égalité : $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ on ne peut pas !

Le maître : – Pourquoi ?

Un élève : – 6 n'est pas multiple de 4 et 9 n'est pas multiple de 6 !

Seconde remarque.

Le maître : – Regardez bien les termes de ces deux fractions $\frac{4}{6}$ et $\frac{6}{9}$. On vient de parler de multiplications.

Un élève : $4 \times 9 = 6 \times 6$.

Le maître : – Vérifiez sur d'autres égalités, si ce que vient de dire Martial est juste.

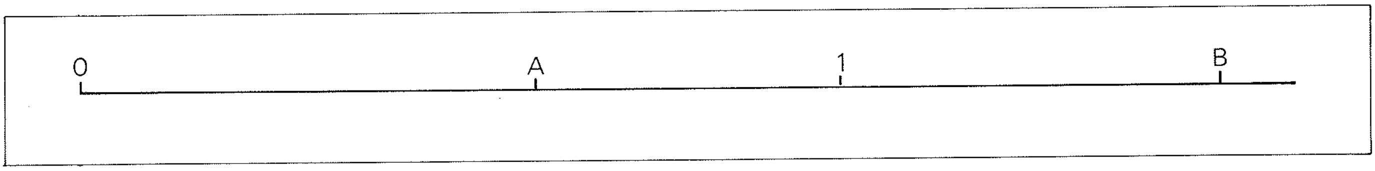
Les élèves calculent sur $\frac{6}{9} = \frac{8}{12}$ $\qquad 6 \times 12 = 8 \times 8$. Puis sur les autres égalités.

Quatrième séquence : Samedi 10 Mars 1979.

Objectifs : Savoir coder des points sur la droite numérique.
Savoir placer un point sur la droite à partir d'un code donné ; par exemple, savoir placer le point codé $\frac{7}{5}$.

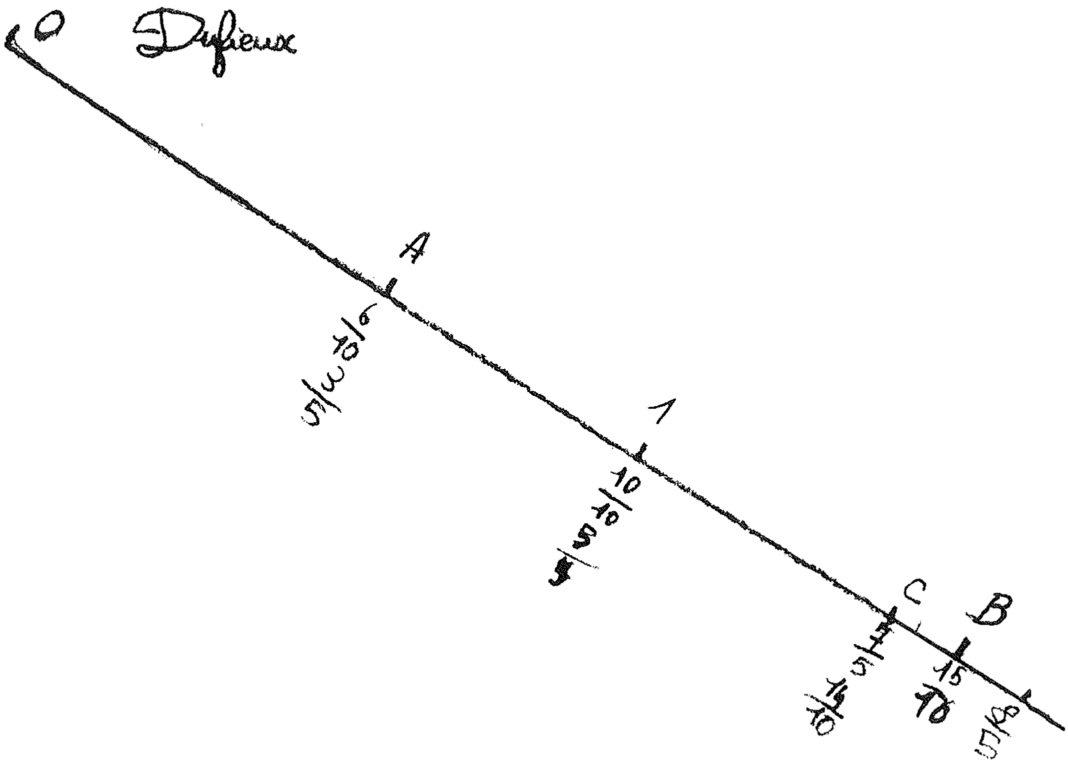
Déroulement :

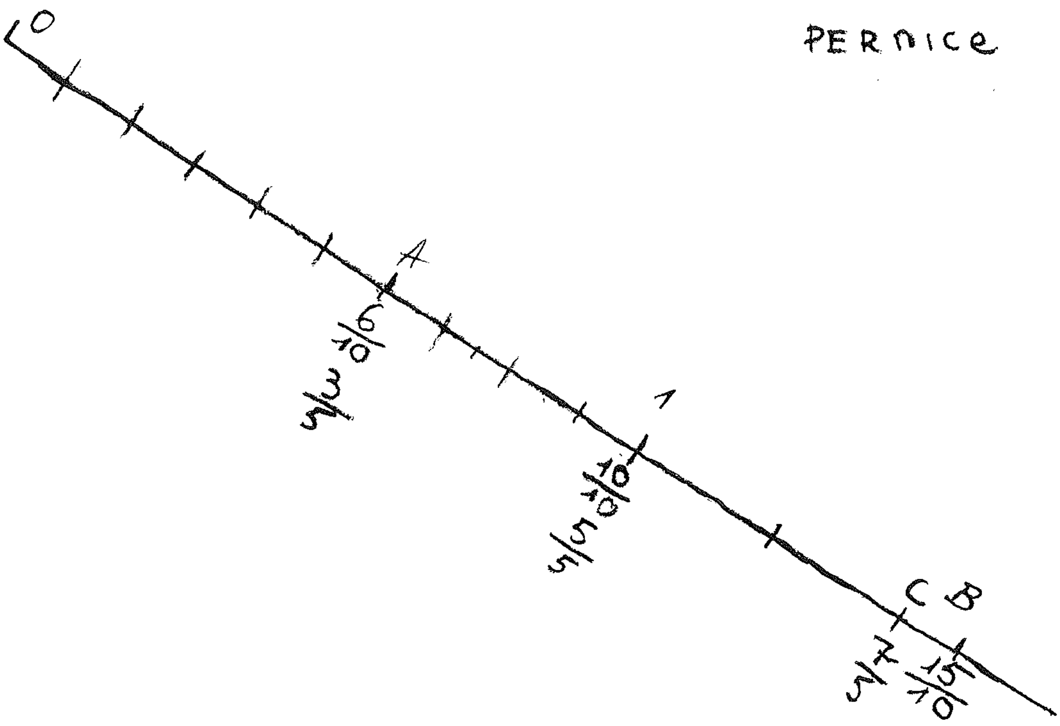
Comme lors de la dernière séquence, les élèves utilisent leurs "guide-ânes" et reçoivent le morceau de feuille de papier calque transparant suivant :

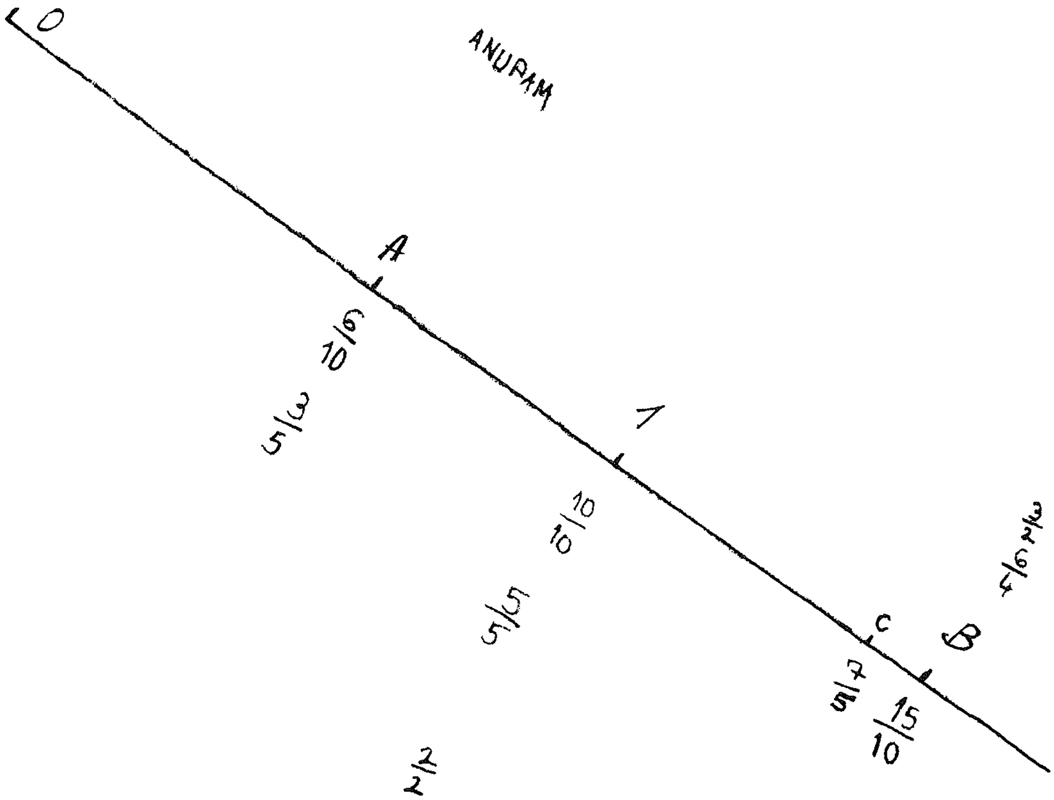


Ils doivent coder le point A et le point B, puis dans un deuxième temps, ils doivent placer le point codé $\frac{7}{5}$.

Voici quelques résultats.







Tous les élèves ont trouvé deux codages pour le point A : $\frac{3}{5}$ et $\frac{6}{10}$ et au moins un pour le codage du point B : $\frac{15}{10}$.

La plupart ont trouvé le point C codé : $\frac{7}{5}$.

Le maître demande comment vérifier $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$?

Les élèves disent que les deux termes de $\frac{3}{5}$ sont multipliés par 2 et le représentent ainsi :

$$\frac{3 \xrightarrow{\times 2} 6}{5 \xrightarrow[\times 2]{} 10} \quad \text{soit} \quad \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

Quelques-uns utilisent la remarque de Martial :

$3 \times 10 = 5 \times 6$

Un élève a trouvé une autre écriture pour le codage du point B : $\frac{3}{2}$.
Les autres vérifient à l'aide de leur guide-âne. D'autres le font par le calcul en écrivant ainsi :

$$\frac{3 \xrightarrow{\times 5} 15}{2 \xrightarrow[\times 5]{} 10} \quad \text{soit} \quad \frac{3}{2} = \frac{15}{10}$$

ou bien en utilisant la remarque de Martial : $3 \times 10 = 2 \times 15$.

II – CODER UNE DISTANCE ENTRE DES POINTS D'UNE MEME SUBDIVISION REGULIERE.

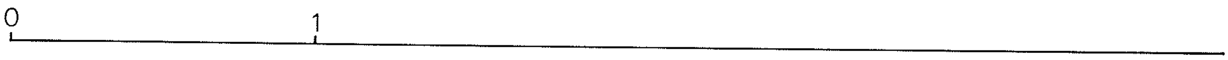
Cinquième séquence : Lundi 12 Mars 1979.

Objectifs : Montrer le lien entre le code d'un point et sa distance à l'origine. Savoir coder une distance de deux points différents de l'origine.

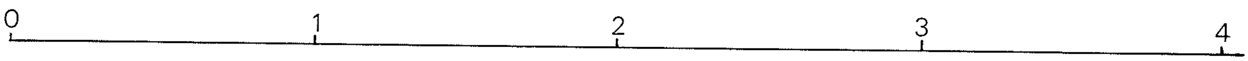
Déroulement :

1) Les élèves reçoivent une feuille sur laquelle est tracée une droite qui porte les points codés 0 et 1.

Ils doivent placer les points codés 2 , 3 , 4 .



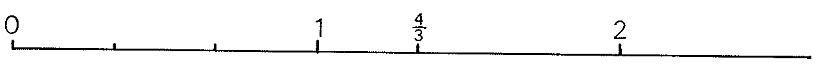
Certains utilisent le guide-âne , d'autres, le compas. Ils obtiennent :



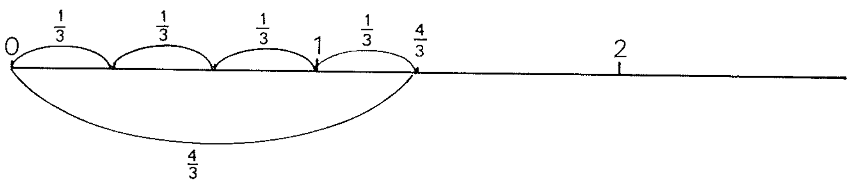
2) Le maître demande de placer le point codé $\frac{4}{3}$. On l'appellera A .

Les élèves rappellent : On partage "le segment 0 1" en trois morceaux de même longueur. Le point A se trouve au bout du quatrième morceau à partir de 0 .

Ils trouvent :



Le maître reproduit le schéma au tableau et demande de compter les tiers pour trouver le point codé $\frac{4}{3}$, ce que les élèves traduisent par :

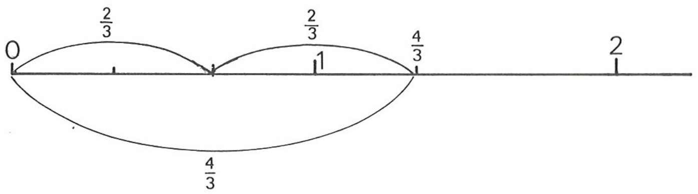


Le maître : – qui peut donner une écriture de $\frac{4}{3}$?

Un élève : $\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

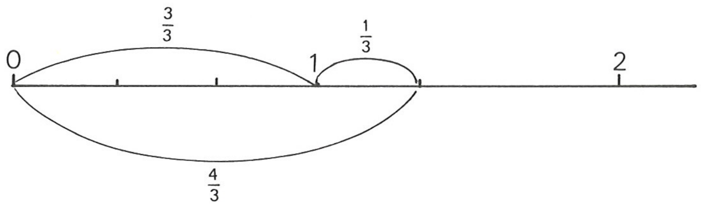
Le maître : – Qui voit une autre écriture de $\frac{4}{3}$?

Un élève propose :



et note $\frac{4}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

Un autre :



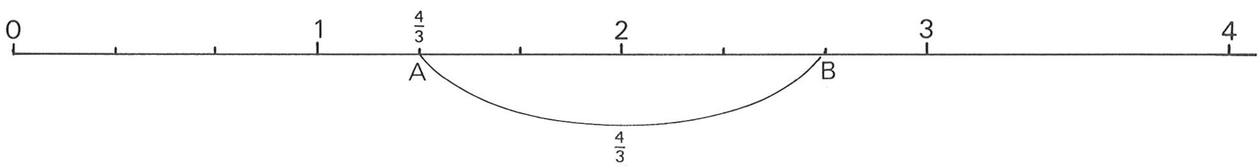
et note $\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3}$

D'autres trouvent :

$\frac{4}{3} = \frac{1}{3} + \frac{3}{3}$ ou $\frac{4}{3} = \frac{1}{3} \times 4$ ou $\frac{4}{3} = \frac{2}{3} \times 2$

3) Le maître demande maintenant de placer un point à la distance $\frac{4}{3}$ du point A.

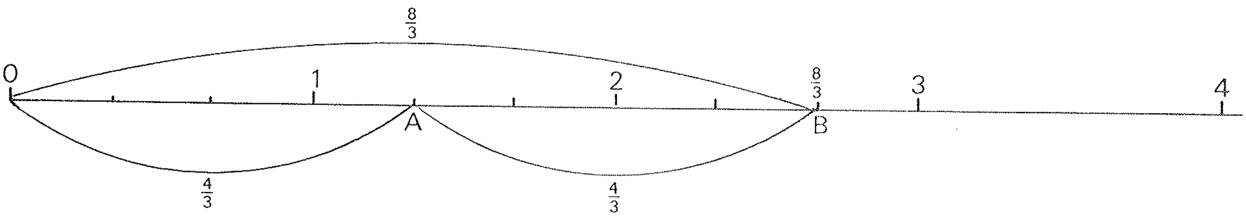
La plupart utilisent leur guide-âne. Quelques-uns reportent la distance $\frac{4}{3}$ au-delà de A à l'aide du compas. Ils obtiennent un point B.



Le maître demande le codage du point B.

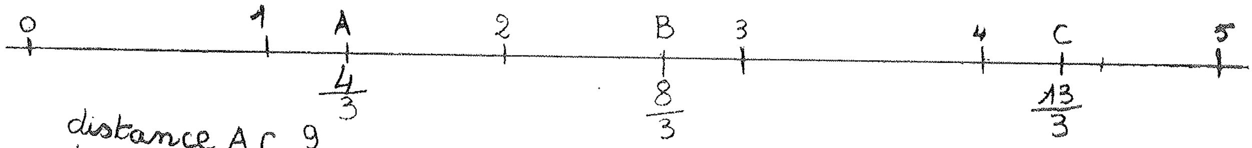
Les élèves trouvent :

$\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ et l'indiquent :



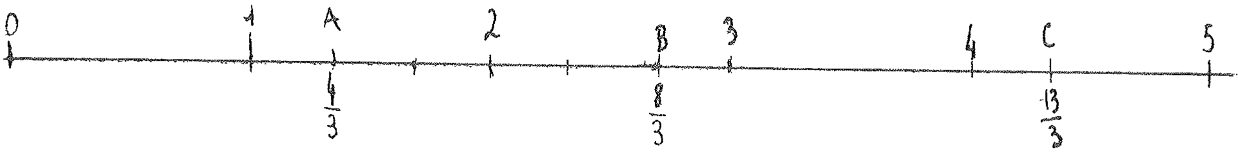
4) Le maître demande alors de placer le point C codé $\frac{13}{3}$; puis de trouver les distances entre A et C et entre B et C.

Voici quelques résultats trouvés :



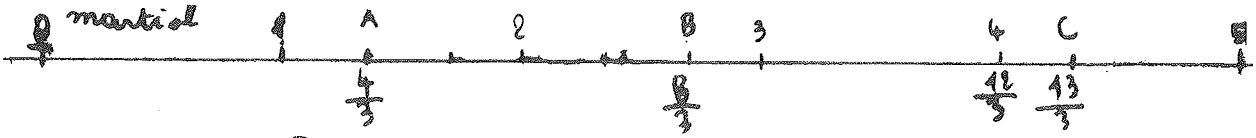
distance A C $\frac{9}{3}$
distance BC $\frac{5}{3}$

Anne-Laure



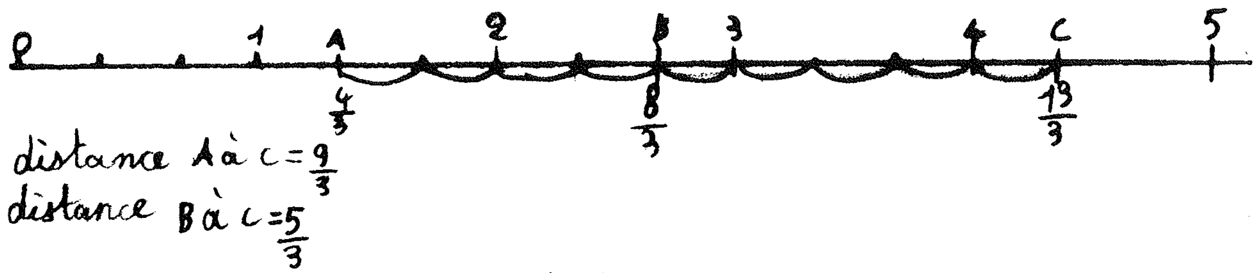
distance AC $\frac{9}{3}$
distance BC $\frac{5}{3}$

martial

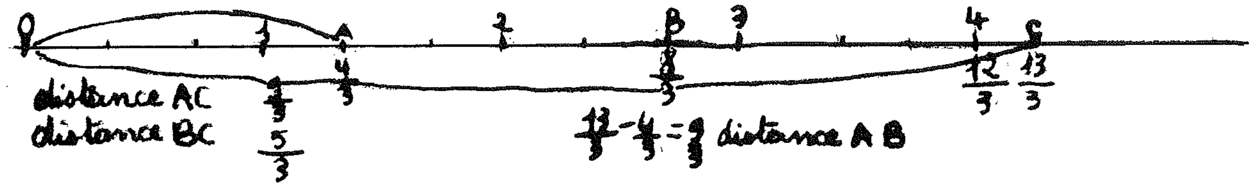


distance A C $\frac{9}{3}$
distance: B C $\frac{5}{3}$

Certains ont compté le nombre de tiers :

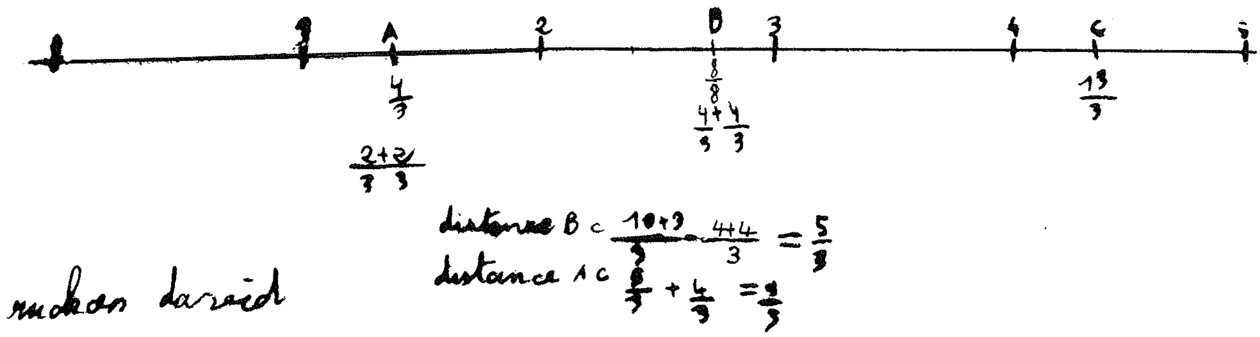


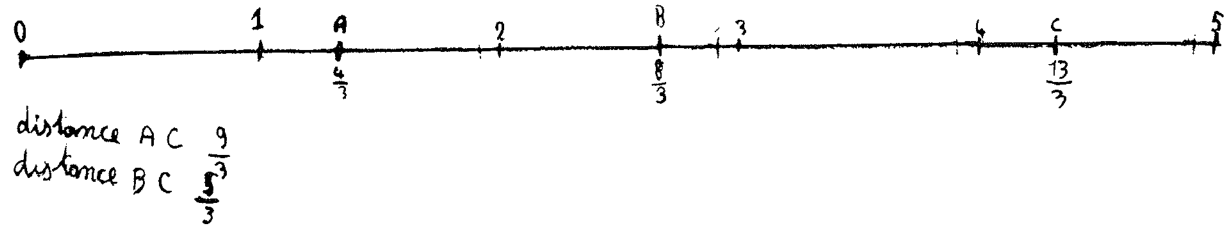
D'autres ont calculé : $\frac{13}{3} - \frac{4}{3} = \frac{9}{3}$



D'autres enfin, ont d'abord cherché la distance B C et l'ont ajoutée à la distance A B qui est $\frac{4}{3}$:

$\frac{13}{3} - \frac{8}{3} = \frac{5}{3}$ (distance B C) et $\frac{5}{3} + \frac{4}{3} = \frac{9}{3}$ (distance A C).





Sixième séquence : Mardi 13 Mars 1979.

Objectif : En liaison avec les activités précédentes, contrôler si les élèves sont capables de trouver avec leur guide-âne des codes de points, seuls 0 et un rationnel quelconque, autre que 1, étant indiqués.

Par exemple : – 0 et $\frac{7}{5}$ étant placés, trouver les points de codes donnés 1 , 2 , 3 4 .

– 0 et 4 étant placés, trouver les points codés $\frac{11}{6}$ et $\frac{23}{6}$.

Déroulement :

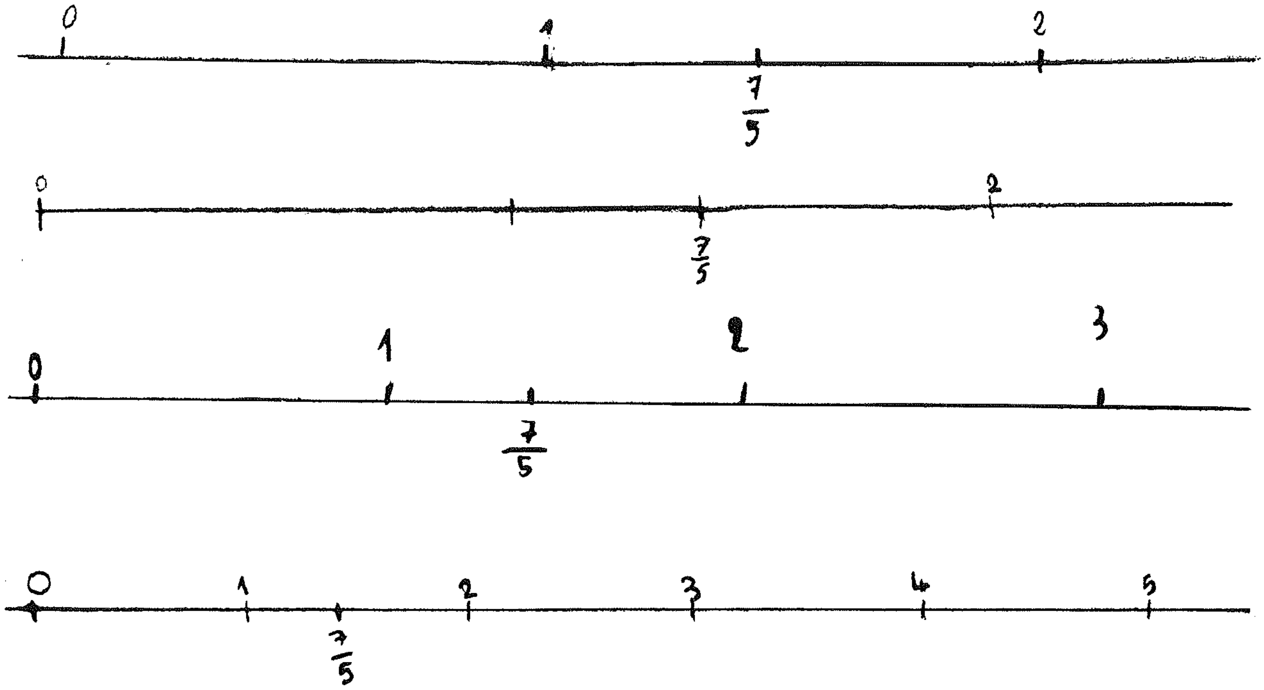
– Premier exercice.

Les élèves reçoivent une feuille de papier calque sur laquelle ils tracent une droite. Le maître demande de placer sur la doite le point codé 0 et un autre point codé $\frac{7}{5}$ que pour des raisons de commodité on place loin de 0.

Il s'agit de trouver les points codés : 1 , 2 , 3 , 4 .

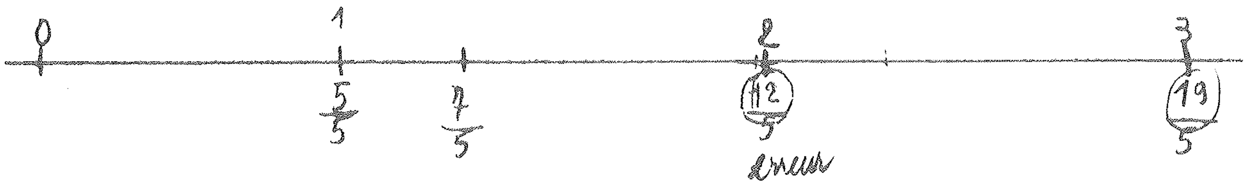
Le maître fait rappeler comment on place $\frac{7}{5}$ avec le guide-âne : Le "segment 0 1" est partagé en cinq morceaux de même longueur. Le point se trouve au bout du septième morceau à partir de 0 .

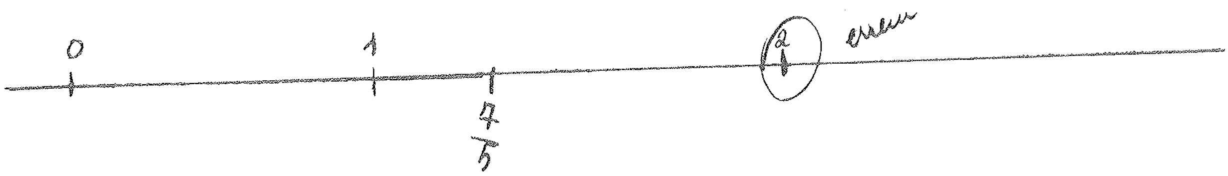
Quinze élèves sur vingt-deux parviennent à placer correctement les points codés 1 , 2 , 3 , 4 .



Trois élèves ne parviennent pas à trouver les points codés 1 , 2 , 3 , 4 .

Les autres placent correctement le point codé 1 mais se trompent pour placer le point codé 2 et le point codé 3. Sans doute ont-ils reporté la distance $\frac{5}{5}$ au-delà du point codé $\frac{7}{5}$ au lieu de la reporter au-delà du point codé 1.

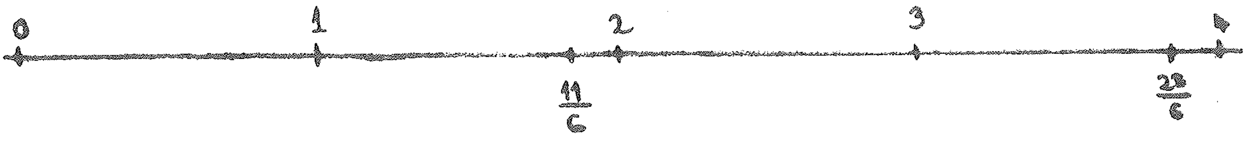


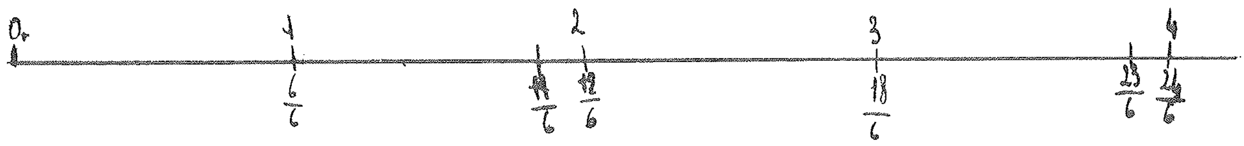


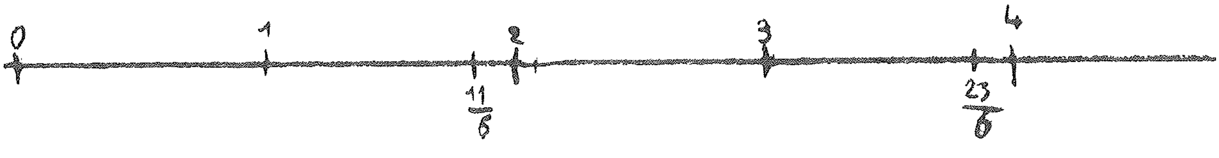
– **Second exercice.**

Les élèves reçoivent une autre feuille de papier calque sur laquelle ils tracent une droite. Il s'agit maintenant de placer les points codés $\frac{11}{6}$ et $\frac{23}{6}$ connaissant les points codés 0 et 4. Pour cela, ils placent à une extrémité de la droite le point codé 0 et à l'autre extrémité le point codé 4 .

Voici quelques résultats :







L'exercice paraît plus difficile car une dizaine d'élèves seulement réussissent à placer correctement les points codés $\frac{11}{6}$ et $\frac{23}{6}$.

Certains placent les points codés 1 , 2 , 3 mais ne réalisent pas qu'il faut ensuite partager le "segment 0 1" en six morceaux d'égale longueur.

Trois élèves enfin, ne parviennent pas à placer les points codés 1 , 2 , 3 .

A l'issue de la séance, le maître procède à une correction au tableau.

Septième séquence : Samedi 17 Mars 1979.

Objectifs : Savoir désigner des naturels par des écritures sous la forme $\frac{a}{b}$.
Savoir utiliser les remarques faites au cours de la troisième séquence pour trouver d'autres écritures de rationnels de la forme $\frac{a}{b}$.

Déroulement :

1) Dans un premier temps, le maître demande aux élèves de rappeler les remarques faites au cours de la séance du 9 Mars.

Le maître : – Lorsque vous partagiez avec votre guide-âne le "segment 0 1" en trois morceaux d'égale longueur, comment codiez-vous le point codé 1 ?

Un élève : – On le codait $\frac{3}{3}$.

Le maître : – Et le point codé 2 ?

Un élève : – On le codait $\frac{6}{3}$.

Le maître : – Et le point codé 3 ?

Un élève : – On le codait $\frac{9}{3}$.

Les égalités suivantes sont écrites au tableau :

$1 = \frac{3}{3}$ $\qquad$ $2 = \frac{6}{3}$ $\qquad$ $3 = \frac{9}{3}$

Un élève remarque que les termes du haut des fractions sont des multiples de 3 .

Le maître utilise la même démarche pour la recherche des autres écritures des points codés 1 , 2 , 3 , 4 , lorsque le segment "0 1" est partagé en deux, trois, quatre, cinq, six, huit, neuf, dix parties d'égale longueur. Si bien qu'au tableau sont écrits les nombres suivants :

1 ou $\frac{2}{2}$ ou $\frac{3}{3}$ ou $\frac{4}{4}$ ou $\frac{5}{5}$ ou $\frac{6}{6}$ ou $\frac{8}{8}$ ou $\frac{9}{9}$ ou $\frac{10}{10}$

Un élève remarque que le terme du haut est le même que celui du bas.

Les autres écritures de 2 permettent de trouver :

2 ou $\frac{4}{2}$ ou $\frac{6}{3}$ ou $\frac{8}{4}$ ou $\frac{10}{5}$ ou $\frac{12}{6}$ ou $\frac{16}{8}$ ou $\frac{18}{9}$ ou $\frac{20}{10}$

Les élèves remarquent que le terme du haut (numérateur) est le double de celui du bas (dénominateur).

De même, les écritures de 3 permettent de trouver :

3 ou $\frac{6}{2}$ ou $\frac{9}{3}$ ou $\frac{12}{4}$ ou $\frac{15}{5}$ ou $\frac{18}{6}$ ou $\frac{24}{8}$ ou $\frac{27}{9}$ ou $\frac{30}{10}$

Les élèves remarquent que le terme du haut (numérateur) est le triple de celui du bas (dénominateur) .

De même, pour 4 :

4 ou $\frac{8}{2}$ ou $\frac{12}{3}$ ou $\frac{16}{4}$ ou $\frac{20}{5}$ ou $\frac{24}{6}$ ou $\frac{32}{8}$ ou $\frac{36}{9}$ ou $\frac{40}{10}$

Le terme du haut est le quadruple de celui du bas.

De plus, les élèves disent que si l'on divise le terme du haut par celui du bas, on trouve le nombre en question , par exemple, si l'on divise 8 par 2 , on trouve 4 ; de même, si l'on divise 24 par 8 , on trouve 3 .

2) Le maître rappelle, par la suite, les remarques qui ont été faites lors des codages des points, au cours de la séance du 9 Mars.

Un point avait été codé $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ ou $\frac{6}{9}$, ce qui avait permis d'écrire :

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\qquad$ $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

Les élèves redisent qu'on peut trouver, par le calcul, une autre écriture de $\frac{2}{3}$ en multipliant ses deux termes par 2 et le montrent ainsi :

$$\frac{2}{3} \overset{\times 2}{\underset{\times 2}{=}} \frac{4}{6}$$

ou bien,en multipliant ses deux termes par 3 :

$$\frac{2}{3} \overset{\times 3}{\underset{\times 3}{=}} \frac{6}{9}$$

Un élève rappelle aussi une remarque signalée ce jour-là :

pour $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, $2 \times 6 = 3 \times 4$

pour $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$, $4 \times 9 = 6 \times 6$

Pour $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$, $2 \times 9 = 3 \times 6$

3) A la suite de tous ces rappels, le maître donne à la classe l'exercice suivant :

1 – Ecrivez sous la forme de fractions :

$5 = \frac{\cdot}{6} = \frac{\cdot}{10} = \frac{25}{\cdot}$ $13 = \frac{\cdot}{2} = \frac{\cdot}{3} = \frac{130}{\cdot}$

$8 = \frac{\cdot}{100} = \frac{32}{\cdot} = \frac{\cdot}{1000}$ $15 = \frac{\cdot}{10} = \frac{45}{\cdot} = \frac{60}{\cdot}$

2 – Complétez :

$\frac{5}{8} = \frac{\cdot}{32}$ $\frac{35}{15} = \frac{\cdot}{3}$ $\frac{4}{5} = \frac{\cdot}{100}$

$\frac{3}{10} = \frac{\cdot}{30}$ $\frac{58}{10} = \frac{\cdot}{10000}$ $\frac{49}{25} = \frac{\cdot}{100}$

4) Résultats.

a) Par rapport à l'ensemble des deux exercices :

Nombre d'élèves	Nombre de réponses exactes
2	18
2	17
3	16
1	15
1	13
2	12
3	10
4	9
1	8
2	7
1	5
22	

b) 8 élèves sur 22 ont trouvé leurs réponses exactes au premier exercice.

8 élèves sur 22 n'ont pas trouvé de réponse exacte au premier exercice.

Le maître procède à une correction collective et pense revoir cet exercice au cours de la prochaine séance en proposant des fractions plus simples.

Huitième séquence : Lundi 19 Mars 1979.

Le maître propose, dès le début de la séance, l'exercice suivant :

1 – Complétez :

$$6 = \frac{12}{\cdot} = \frac{\cdot}{3} = \frac{\cdot}{4} \qquad 11 = \frac{\cdot}{2} = \frac{\cdot}{3} = \frac{\cdot}{4}$$

$$7 = \frac{\cdot}{2} = \frac{28}{\cdot} = \frac{}{5} \qquad 13 = \frac{\cdot}{2} = \frac{\cdot}{10} = \frac{1300}{}$$

2 – Complétez :

$$\frac{3}{4} = \frac{\cdot}{8} \qquad \frac{\cdot}{2} = \frac{30}{20} \qquad \frac{5}{10} = \frac{\cdot}{2}$$

$$\frac{4}{\cdot} = \frac{6}{9} \qquad \frac{2}{3} = \frac{\cdot}{15} \qquad \frac{15}{10} = \frac{6}{\cdot}$$

Les résultats semblent meilleurs car quinze élèves sur vingt-deux trouvent des réponses exactes.

Nous publierons dans un prochain numéro de Grand IN la suite du compte rendu des activités dont les titres seront :

- *Comparaison de rationnels.*
- *Somme, différence de rationnels dans des cas simples.*
- *Introduction des décimaux.*
- *Ordre dans les décimaux.*
- *Somme, différence de décimaux.*

JEU.

A la campagne, dès l'arrivée de la foire, tout le monde s'agite (sauf les vaches, bien sûr).

Cette année un nouveau jeu, «Le quinze», occupe l'allée centrale du champ de foire.

M. Carton : Par ici, bonnes gens ! Les règles du jeu sont simples. Il suffit de poser, à tour de rôle, des pièces de monnaie sur ces chiffres entre 1 et 9 . Peu importe qui commence.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

M. Carton : Vous déposez des pièces d'un franc ; moi, je dépose des pièces de 10 francs. Le premier qui couvre trois chiffres différents dont la somme est 15 gagne tout l'argent déjà déposé.

Suivons une partie. Cette dame commence : elle pose un franc sur le 7 . Comme le 7 est couvert, aucun des joueurs ne peut plus y déposer de pièce.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
						1		

Le forain pose 10 francs sur le 8.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
						1	10	

** "(Intitulé du jeu retenu)". "HAHA" OU L'ECLAIR DE LA COMPREHENSION MATHEMATIQUE. Bibliothèque scientifique POUR LA SCIENCE. Copyright SCIENTIFIC AMERICAIN et POUR LA SCIENCE, Août 1979. Tous droits réservés.*

Au tour suivant, la dame pose un franc sur le 2 : ainsi, avec un autre franc sur le 6, les 3 chiffres qu'elle aura couverts auront pour somme 15, et elle aura gagné.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1					1	10	

Mais M. Carton pose une pièce de dix francs sur le 6. A présent, il peut gagner en jouant sur le 1 au tour suivant.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1				10	1	10	

La dame voit le danger et entrave sa victoire avec un franc sur le 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1				10	1	10	

Le forain rit sous cape et pose sa pièce suivante sur le 4. La dame, s'apercevant qu'il gagnerait en jouant ensuite sur le 5, doit bloquer ce chiffre.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1		10		10	1	10	

Elle pose donc un franc sur le 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1		10	1	10	1	10	

Mais l'homme pose 10 francs sur le 3 et gagne, puisque $8 + 4 + 3 = 15$.
La dame a perdu quatre francs.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	10	10	1	10	1	10	

Le maire de la ville était fasciné par le jeu. Après l'avoir longuement observé, il conclut que le forain devait utiliser un système qui le faisait gagner à coup sûr (sauf quand il voulait bien perdre).

Le maire resta éveillé toute la nuit pour trouver le système.

Soudain, il sauta du lit. **Le maire** : haha ! Je savais bien qu'il y avait un truc. J'ai compris comment il procède. Il n'est vraiment pas possible de gagner contre lui.

Comment le maire comprend-il le problème ? Si vous le découvrez, vous saurez comment jouer au quinze avec vos amis sans jamais perdre.