

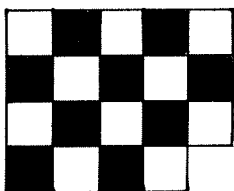
PAVAGES AU CM 2

par Jacques PAINCHAULT

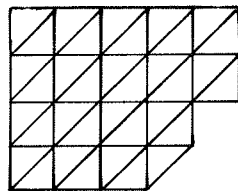
Les activités géométriques et esthétiques décrites dans cet article, ont été développées dans la classe de Monsieur GROS (Ecole de Saint-Siméond à Aix-les-Bains).

I – OBSERVATION DE PAVAGES

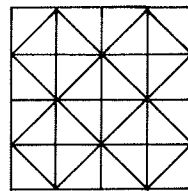
Une documentation sur les carrelages et les revêtements muraux a été réunie par le maître et les élèves. Une observation des différents échantillons a été faite ; les enfants se sont particulièrement intéressés aux pavages dont tous les pavés sont superposables, et, à la demande de leur maître, ont dessiné d'autres pavages du même type. Voici quelques réalisations :



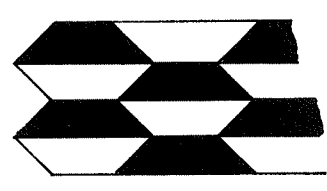
1



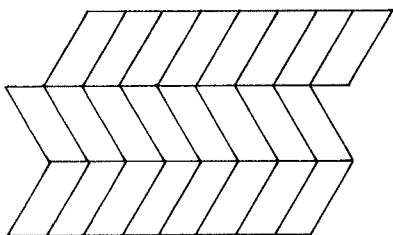
2



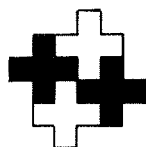
3



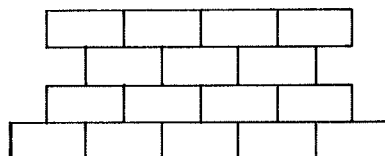
4



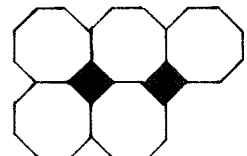
5



6



7

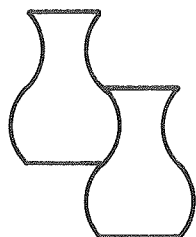


8

Certaines compositions ne sont pas acceptées car tous les pavés ne sont pas pareils, c'est le cas de la réalisation 8 où «il y a des pavés carrés et d'autres pavés qui ont huit côtés».

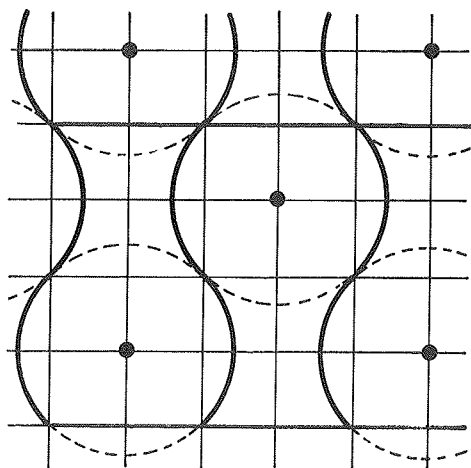
II – INVENTION DE NOUVEAUX PAVAGES

Un enfant propose de dessiner des pavés en forme de «bouteille» et fait un modèle pour ses camarades :



Ce modèle est accepté par les uns et refusé avec indignation par les autres qui affirment que pour ces pavés on ne pourra pas recouvrir parfaitement le sol. Il y aura des «jours», il faudra des joints trop larges entre les pavés. D'autres disent qu'on ne pourra pas paver le long des murs, mais ils admettent finalement, que sur les bords des pavages, on aura le droit de casser les pavés.

Pour savoir s'il est possible de paver avec cette forme, les enfants font des essais. Les uns dessinent simplement les bouteilles sur le papier, mais se font accuser de tricher par ceux qui, après avoir découpé le dessin d'une bouteille, le reportent plusieurs fois sur le papier. De leurs essais, ils déduisent que les parties arrondies doivent s'emboîter. Un élève propose de dessiner les bouteilles avec des cercles de même rayon et réalise sur papier quadrillé ceci :

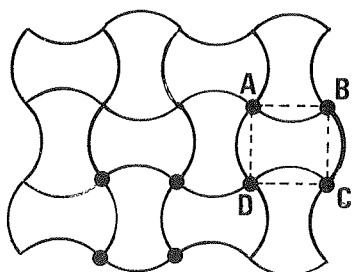


Une nouvelle discussion s'engage : les «bouteilles» ne sont pas disposées comme sur le modèle : «certaines ont la tête en bas». Est-il possible de modifier ce pavage pour en obtenir un autre dans lequel toutes les bouteilles sont dans le même sens ?

Après tout ce travail, les enfants sont persuadés que, pour savoir si, avec une certaine forme le pavage est possible, il faut faire des dessins très précis.

III – REALISATION PRECISE D'UN PAVAGE

Un modèle de revêtement mural est recopié à main levée (par le maître !) au tableau.



Les enfants doivent tracer ce pavage, précisément avec un compas, sur une feuille non quadrillée. Pour les aider le maître leur fait observer que les coins des pavés sont disposés selon les quatre sommets d'un carré.

(Nous avons tracé en pointillé le carré A B C D, mais cette indication n'avait pas été fournie aux enfants).

Cette observation est immédiatement utilisée : le

dessin précis du pavage sera plus facile à réaliser sur

une feuille quadrillée. Or chaque enfant dispose d'une feuille blanche 21 X 29. Le problème se pose de choisir la taille des carrés du quadrillage sachant que :

- on ne veut pas dessiner trop de pavés (certains proposent de choisir des carrés de 1 cm de côté !)

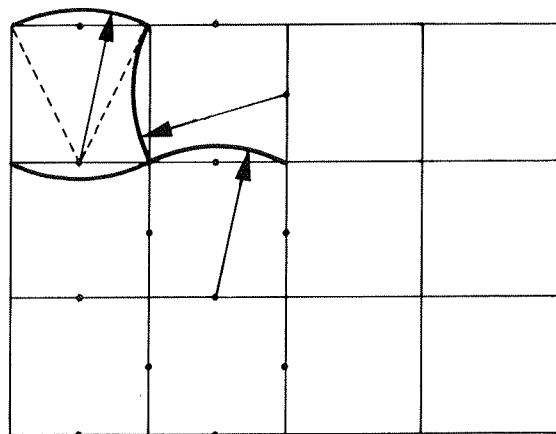
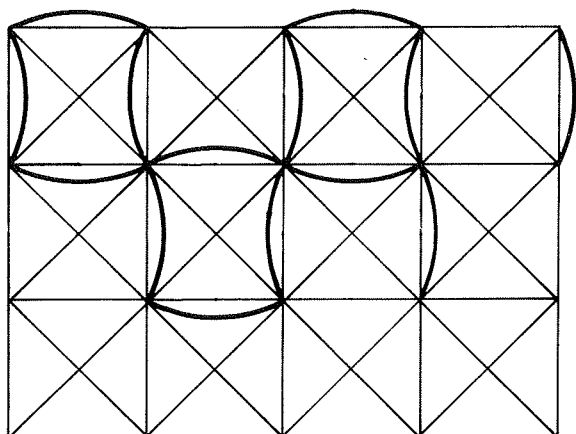
- on veut bien voir le pavage.

Les enfants se mettent d'accord pour quadriller un rectangle de 25 X 30 avec des carrés de 5 cm de côté. Le maître les invite à centrer ce quadrillage dans leur grande feuille.

Ce quadrillage est fait soigneusement en utilisant les instruments habituels : double-décimètre, équerre ; les côtés des carrés sont reportés à l'aide du compas. Au cours d'activités précédentes diverses les enfants ont compris l'importance de la précision du dessin et il est essentiel d'accorder à ces tracés l'attention et le temps nécessaire pour que chacun parvienne à exécuter un travail soigné. Le maître circule dans la classe, montre comment tenir une règle, un compas, voire un crayon. Il vérifie l'emploi de l'équerre, signale les erreurs et au besoin rectifie le dessin des plus maladroits.

Ce travail étant exécuté il reste à tracer les bords des pavés. Aucune indication n'est donnée aux enfants relativement aux centres des arcs de cercles. Les enfants mettent un certain temps à concevoir que les centres des cercles ne sont pas quelconques et font des essais maladroits en gardant une même ouverture de compas. Cependant presque tous placent finalement les centres des cercles aux centres des carrés, certains découvrent que les centres des carrés sont alignés sur les diagonales. Un enfant place le centre au milieu du côté opposé à l'arc.

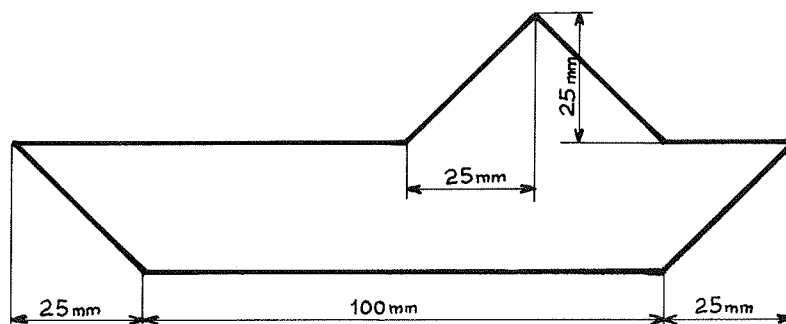
A.



Certains centres sont extérieurs au quadrillage. Les enfants sont amenés à imaginer des procédés permettant de les construire avec précision. Un coloriage termine l'exécution de ce travail. On répond à la question : Quelle est l'aire d'un pavé ? Tous sont surpris de découvrir que l'aire est la même que celle d'un carré du quadrillage bien que beaucoup aient imaginé sans indication de la part du maître un découpage démontrant cette propriété. Le plus surpris est celui qui a placé les centres au milieu des côtés ; ses pavés paraissent assez différents de ceux obtenus par ses camarades.

IV – PAVAGE A L'AIDE DE «BATEAUX».

Chaque enfant reçoit deux feuilles polycopiées de couleurs différentes. Sur chaque feuilles sont imprimés sept «bateaux» superposables préparés par le maître. (Les dimensions sont ici données à titre indicatif et ne sont pas portées sur les dessins distribués aux enfants).



- Quelle est l'aire d'un bateau ?

On peut en découper un et réassembler les morceaux comme on le désire pour calculer l'aire en faisant le moins de mesure possible.

● **Peut-on réaliser un pavage avec les bateaux découpés ?**

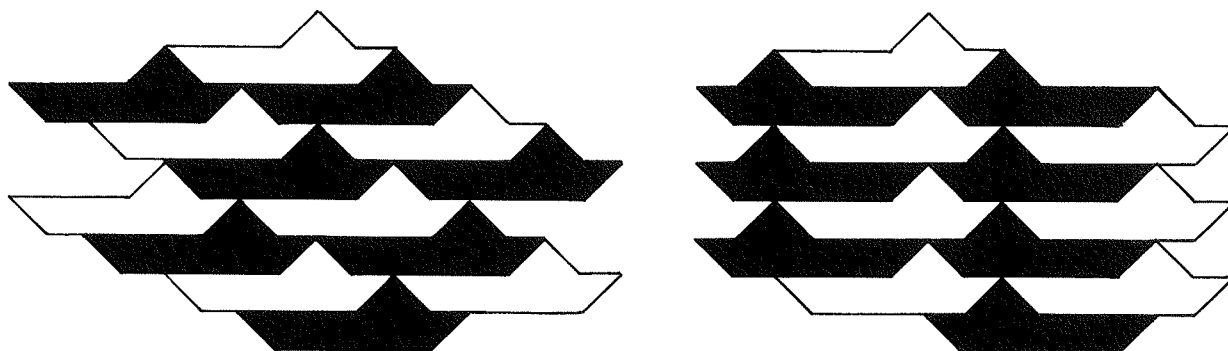
(Il est utile de disposer de feuilles supplémentaires pour pouvoir étendre les pavages dans certains cas).

Pour rendre les pavages plus esthétiques on adoptera la règle : Si deux bateaux ne se touchent que par une «pointe» on pourra les choisir de même couleur sinon ils devront être de couleur différente. On peut trouver des pavages très divers dont certains ne peuvent être étendus dans le plan.



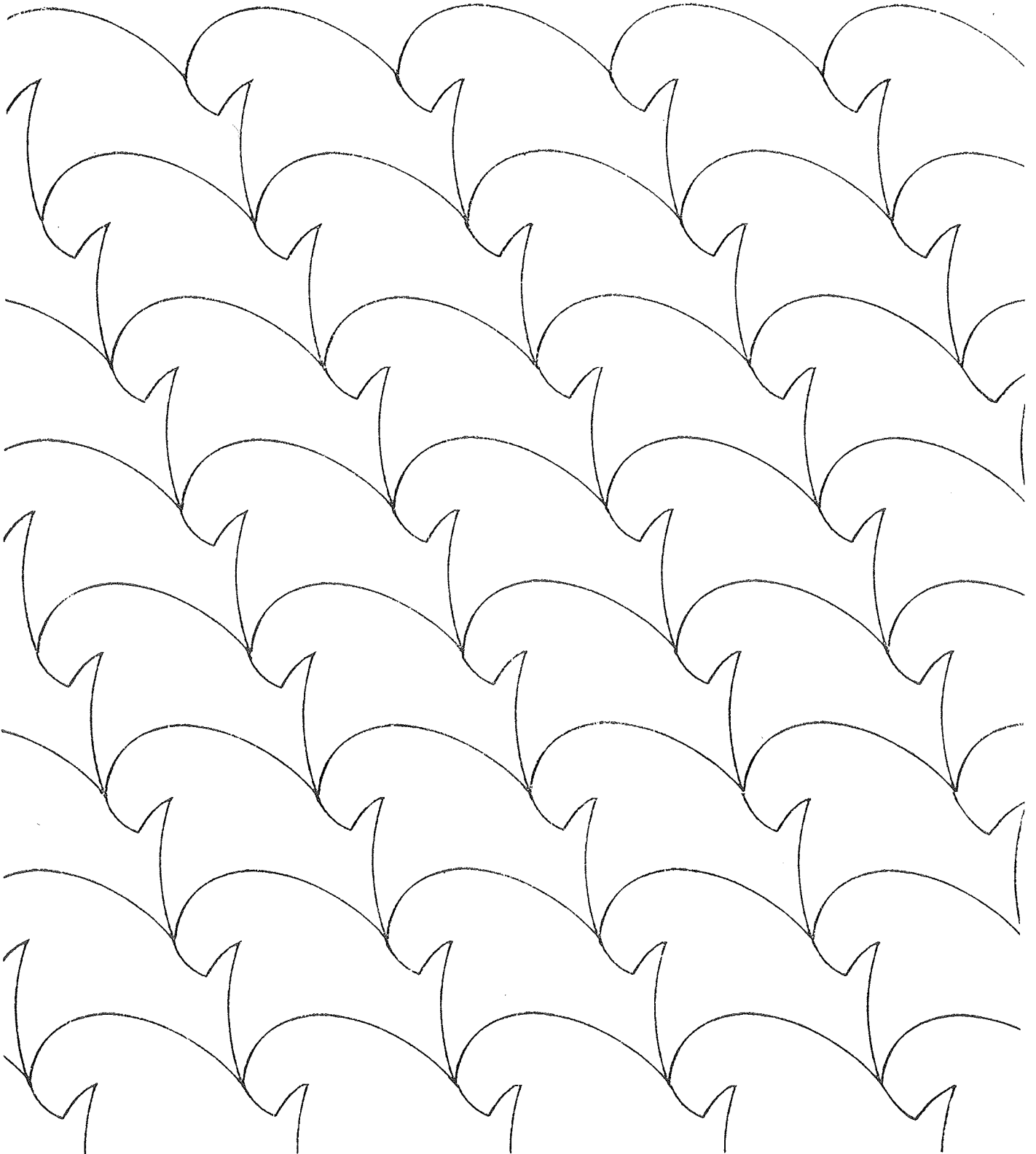
il est impossible de placer un bateau de façon à prolonger le pavage dans la région marquée.

Nous nous intéressons par la suite aux pavages qui pourraient être étendus indéfiniment dans le plan, par exemple :



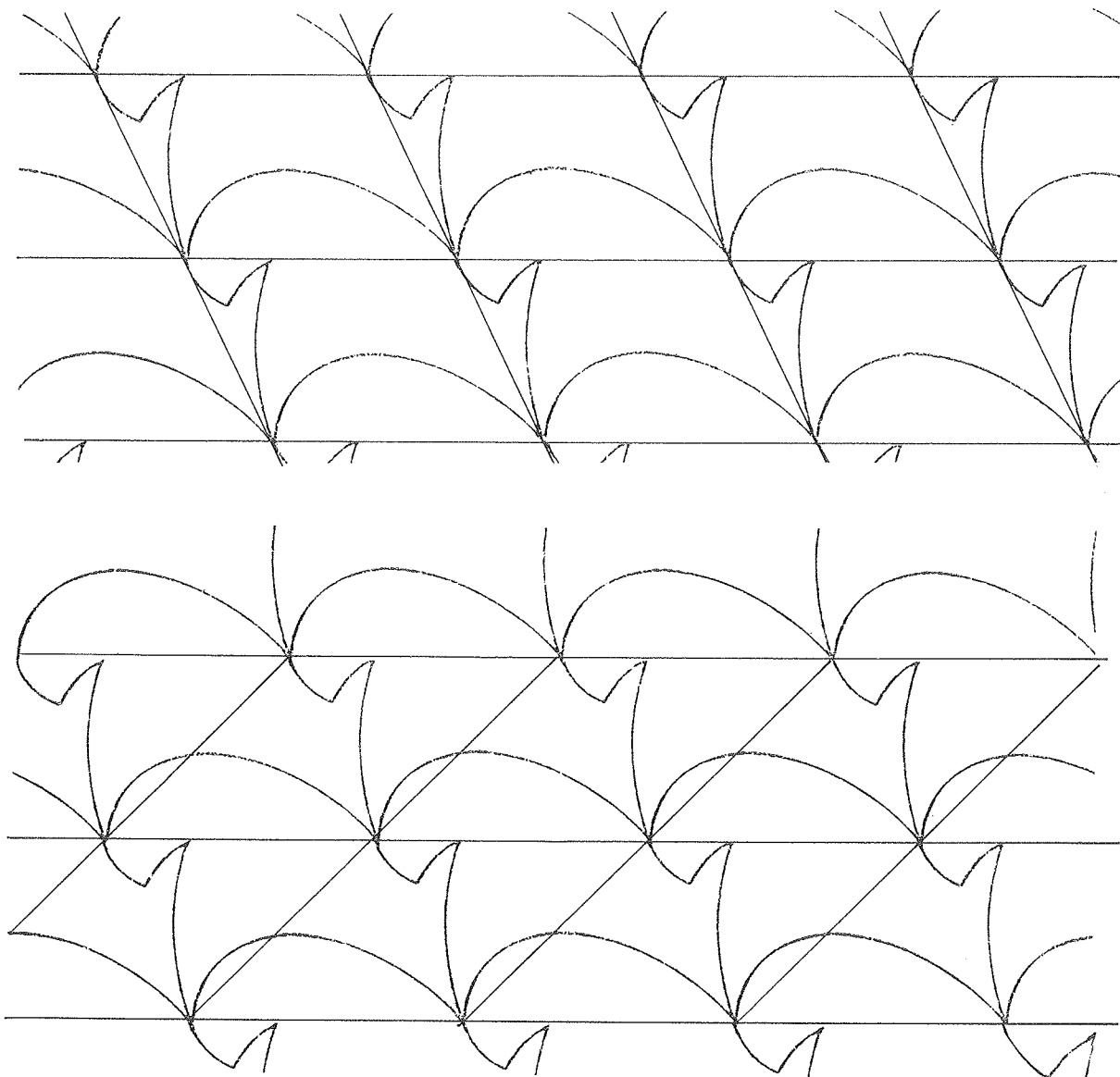
V – OBSERVATION D'UN NOUVEAU PAVAGE.

On distribue à chaque enfant le pavage suivant :

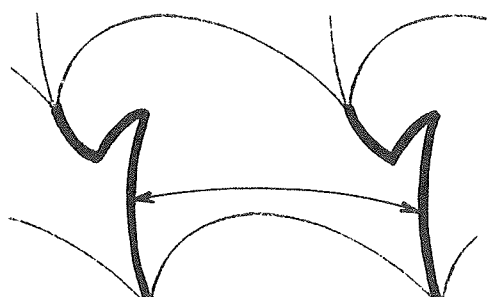


● Comment a été construit ce pavage ?

— Les activités précédentes donnent à quelques élèves l'idée de joindre des points qui jouent le même rôle dans tous les pavés et qui sont alignés. Ils obtiennent alors des parallélogrammes (plusieurs réponses sont proposées).



— D'autres essaient de reconnaître dans les contours des pavés une «même forme»

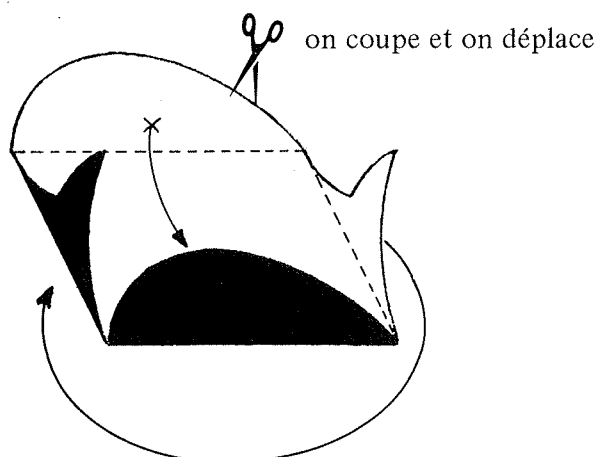


Ils ont vu des chiens et disent :

— le «museau du chien», son cou, et sa patte avant, sont «pareils» qu'un morceau de son dos sa queue et sa patte arrière.

— sa tête et son dos sont «pareils».

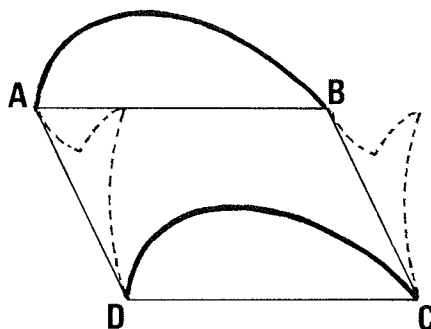
— Quant aux enfants qui n'expriment aucune idée, le maître leur suggère de chercher l'aire d'un pavé en le découpant de façon astucieuse.



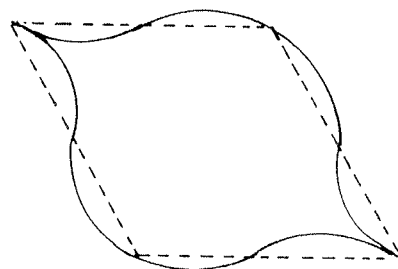
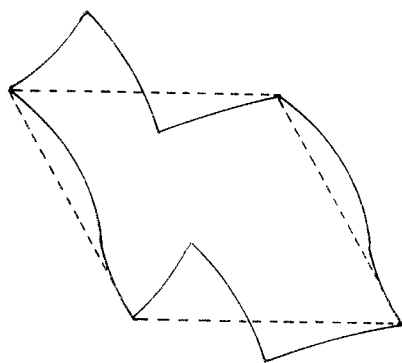
Ils constatent que l'aire d'un «chien» est celle d'un parallélogramme.

(Le découpage du parallélogramme pour le transformer en rectangle a déjà été rencontré).

Une mise en commun permet de faire l'inventaire et la synthèse des propriétés observées. Les «chiens» sont construits de la façon suivante : On trace un parallélogramme $A B C D$ puis une ligne entre A et B que l'on recopie entre D et C , enfin une ligne entre A et D que l'on recopie entre B et C .



Il reste à inventer et à exécuter un pavage en s'inspirant de ce procédé. On peut remarquer que les contours entre A et B , entre A et D peuvent être très variés. Toutefois, pour qu'on obtienne bien un pavé en une seule pièce il est nécessaire que les copies de ces contours entre DC et BC ne recoupent pas les premiers.

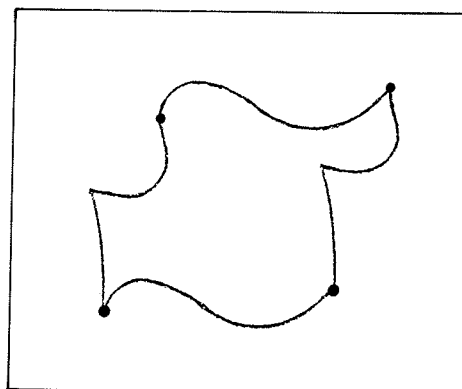
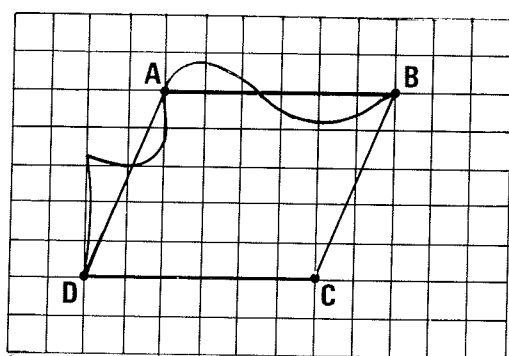


VI – INVENTION ET REALISATION D'UN PAVAGE.

• Construction d'un pavé.

Les enfants dessinent avec soin un parallélogramme et tracent deux «côtés» du pavé. La copie de ces côtés pose quelques problèmes techniques. Tous sont convaincus que si l'on opère à main levée le pavage sera mal réalisé. Finalement on se met d'accord pour «décalquer». Des morceaux de papier calques sont distribués et après quelques essais il est convenu de dessiner le pavé sur le papier calque. La technique adoptée par tous est donc la suivante :

On trace un parallélogramme A B C D sur papier quadrillé (pour faciliter la construction). Sur ce papier on trace les bords AB et AD du pavé. On décalque le dessin obtenu, puis en déplaçant le calque, on le recopie. S'il y a des recouvrements on modifie le premier motif.



Certains enfants changent l'orientation du calque ou le retournent. Les pavés obtenus ne conviennent pas. Ils prennent alors conscience que le déplacement du calque doit se faire sans retournement de la feuille.

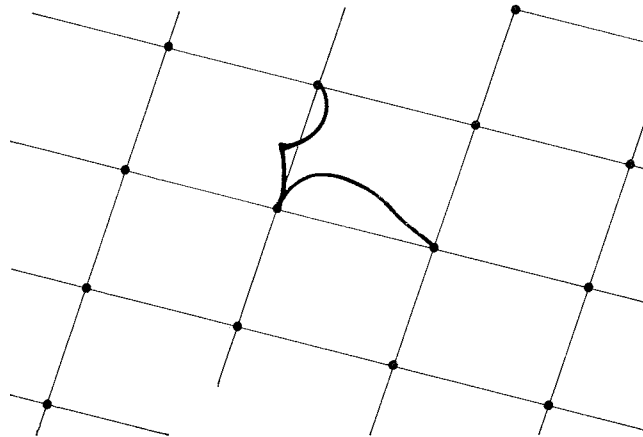
● Réalisation du pavage.

Diverses techniques sont proposées.

- On peut découper le pavé dans du carton et en le déplaçant sur une feuille de papier en faire le tour avec la pointe d'un crayon.
- On peut découper de nombreux pavés en prenant plusieurs épaisseurs et les coller côte à côte.
- On peut décalquer un pavé puis en déplaçant le calque, en décalquer un autre à côté et ainsi de suite.

Tous ces procédés se révèlent assez délicats à utiliser, surtout le deuxième. Les erreurs s'accumulent quand on s'éloigne du premier pavé dessiné et il devient de plus en plus difficile de raccorder les pavés. Nous procédons donc de la façon suivante :

- Sur une feuille de papier (quadrillé) nous traçons un pavage de parallélogrammes. Pour un de ces parallélogrammes nous traçons deux bords d'un pavé.



Les sommets de ces parallélogrammes sont soigneusement décalqués sur une feuille $21 \times 29,7$. Ils servent de repères pour déplacer le papier calque et tracer les pavés sans déformation.

Les enfants exécutent alors complètement le pavage sur la feuille de calque. Beaucoup ont tendance à tracer des pavés de forme très tourmentée ce qui n'est pas souhaitable. (la reproduction demande trop de temps). Le maître rectifie les traits trop sinueux mais évite de montrer des modèles. Les enfants doivent en effet imaginer eux-mêmes et individuellement les contours qu'ils adopteront. Il est particulièrement intéressant de demander aux enfants de paver le calque jusqu'aux bords de la feuille, d'observer et de mettre en commun les procédés qu'ils imaginent pour cela. Les activités se terminent par un coloriage des pavages obtenus.

Ce travail qui utilise des notions mathématiques mais comporte des activités de travail manuel (découpage) et de dessin a été poursuivi pendant une dizaine de séances réparties sur un mois, soit pendant les heures réservées aux mathématiques, soit pendant les activités d'éveil. Il s'agit d'un travail long, méthodique, comportant l'exécution de diverses tâches techniques ; il est impossible de n'y consacrer que quelques séances. Il doit donc être mené parallèlement à d'autres activités.





