COURRIER

Nous avons reçu de Mademoiselle BURNIER, Professeur d'Ecole Normale à Annecy, le compte-rendu d'un travail effectué en classe de C.M.1 autour de la notion de graphe eulérien. Nous publions ce compte-rendu intégralement.

Voici une description sommaire d'une série de séquences sur les graphes eulériens.

Ces exercices ont eu lieu dans une classe de C.M.1 ; je suis ces élèves depuis le C.E.1, leur consacrant environ une séquence d'une heure par semaine. Nous faisons de la logique : étude de la négation, du «et», du «ou», des quantificateurs (un peu) ; nous leur proposons aussi au cours de ces séquences d'autres exercices les mettant dans une situation de recherche.

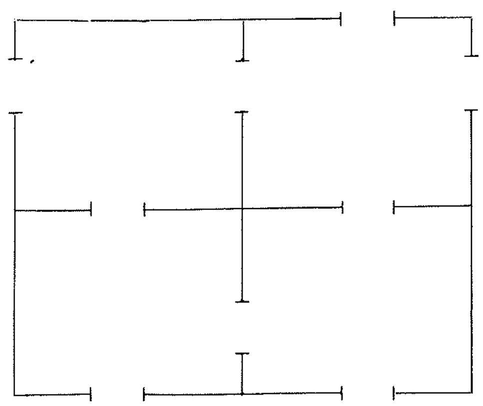
C'est dans cette optique que j'ai proposé à la maîtresse ce thème d'exercices sur les graphes eulériens ; ce sont ensuite les fillettes qui ont orienté parfois leurs recherches dans une direction différente de celle que j'avais prévue ; mais il me semble que ce travail n'a pas été inutile.

PREMIERE SEQUENCE : LE VENDREDI 13 DECEMBRE 1974.

La maîtresse distribue aux élèves une feuille portant le texte et le dessin ci-dessous.

«Un enfant a inventé un jeu : il veut passer une seule fois par chacune des portes. Est-ce possible ?

Sinon, comment modifier le plan de la maison (en ajoutant ou en supprimant des portes) pour que ce soit possible ? ».



Nous donnons à chacune un morceau de papier calque. Pendant environ un quart d'heure, elles essaient de trouver un chemin ; puis déclarent que c'est impossible et décident de fermer une porte.

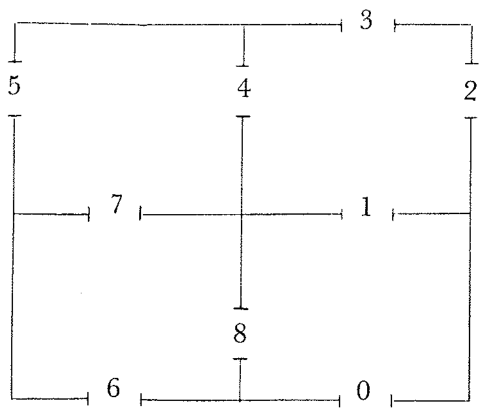
Chacune ferme la porte qu'elle veut ; nous les laissons organiser leur travail comme elles veulent.

Nouveau temps de travail individuel au cours duquel elles trouvent plusieurs chemins répondant à la question.

Puis nous envoyons une élève au tableau où la maîtresse a reproduit le plan de la maison.

Dominique a fermé la porte séparant les deux pièces du bas. Une autre, ayant fermé la même porte, vient tracer un autre chemin. Puis une autre qui fait une erreur. Elles voient ainsi que le dessin devient vite illisible et qu'il est difficile de réparer une erreur.

Comment faire pour remédier à ceci ? Florence propose de coder les portes : proposition adoptée ; Catherine vient numéroter ainsi les portes :

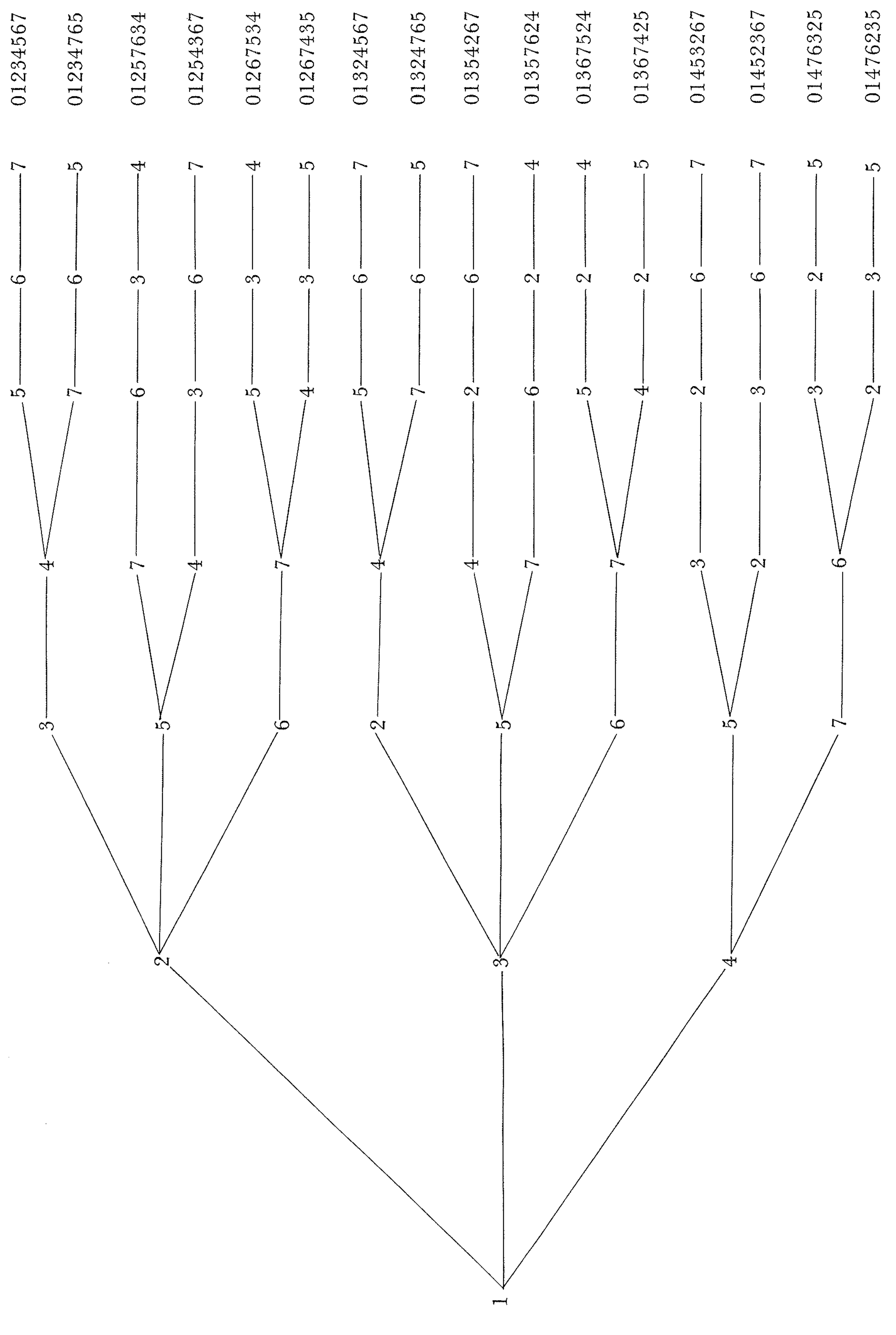


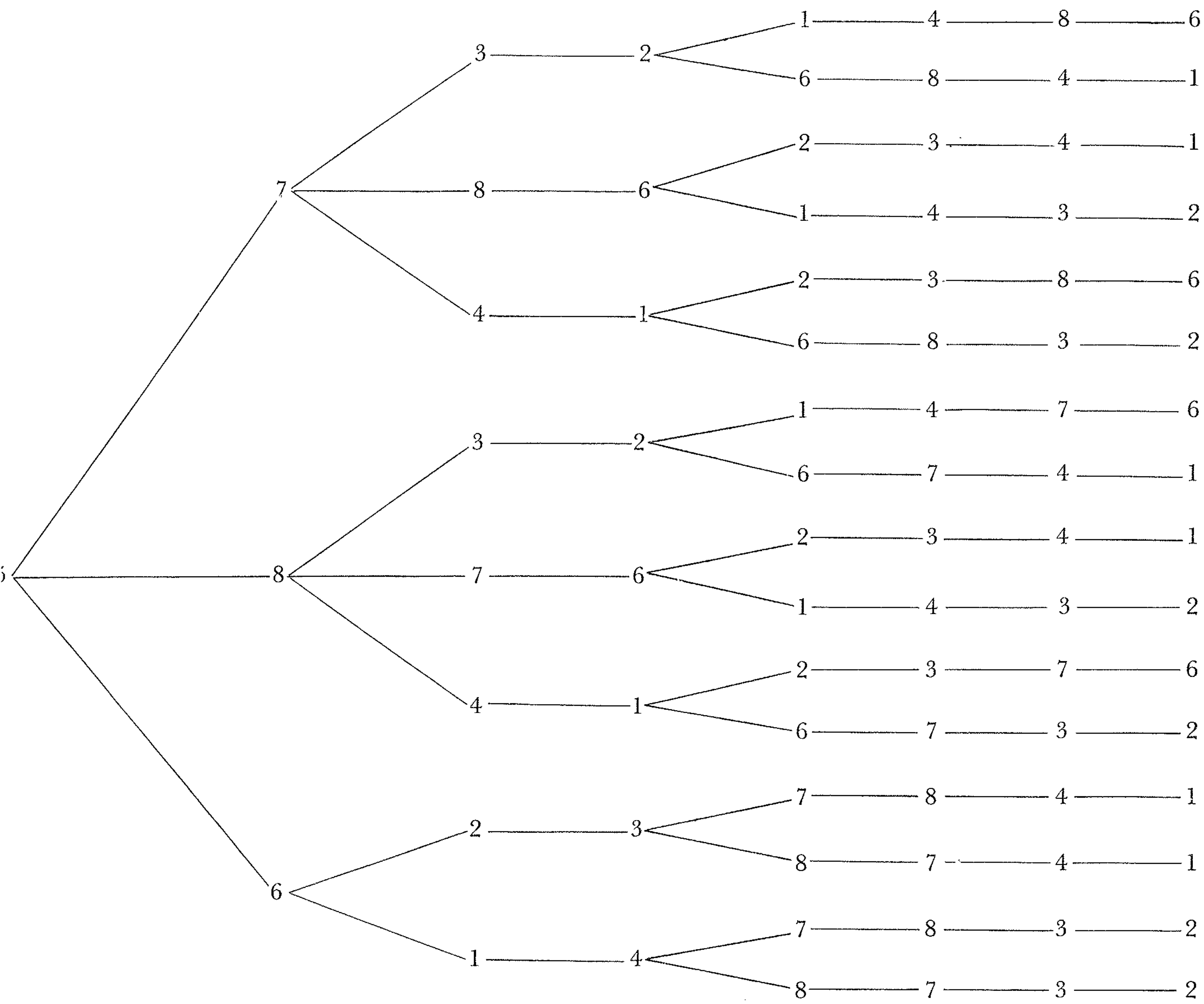
Elles décident que chaque fois qu'elles auront trouvé un chemin, elles pourront le coder par un nombre de 8 chiffres (la porte 8 est toujours fermée).

Nouveau temps de travail individuel : elles codent un certain nombre de chemins ; nous passons à côté d'elles pour en vérifier quelques uns.

Puis elles décident de dénombrer tous les chemins partant de l'extérieur, la porte 8 étant toujours fermée, en faisant un arbre. Comme il y a en tout 72 chemins, je leur impose d'entrer dans la maison par la porte 0. Elles commencent leur arbre ; mais doivent interrompre leur travail ; car il est 16h35. Elles décident de continuer en étude ou chez elles. Le lendemain matin la moitié de la classe apporte un arbre : deux sont entièrement faits sans erreur ; d'autres ont oublié deux ou trois branches ; seule Florence a fait un arbre incorrect, ne se souvenant pas, quand elle a passé une porte, de quel côté de la porte elle se trouve.

Voici deux exemplaires de ces arbres.

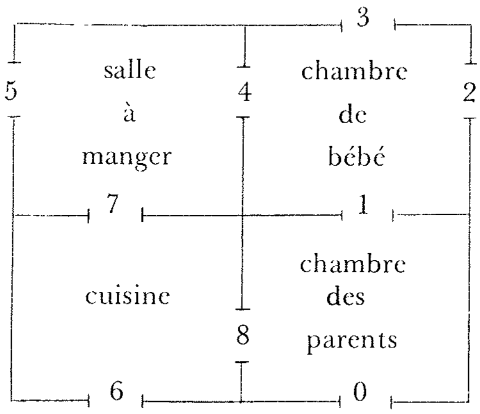




DEUXIEME SEQUENCE : LE VENDREDI 20 DECEMBRE 1974.

Le vendredi suivant, la séquence a commencé par l'étude de l'arbre. Amina (l'une des deux qui avaient fait un arbre exact) est venue faire l'arbre au tableau en expliquant sa démarche ; en même temps, les élèves qui ont quelques difficultés sont venues au tableau suivre chaque chemin sur le plan de la maison.

Les fillettes constatent que, s'il part de l'extérieur (le jardin), il arrive toujours dans la même pièce. Nous leur demandons s'il pourrait partir d'une autre pièce de la maison. L'une propose de coder les pièces et vient les coder ainsi au tableau :



Temps de travail individuel. Elles constatent qu'il ne peut partir que de la salle à manger. Pourquoi ? En quoi les autres pièces diffèrent-elles de la salle à manger ?

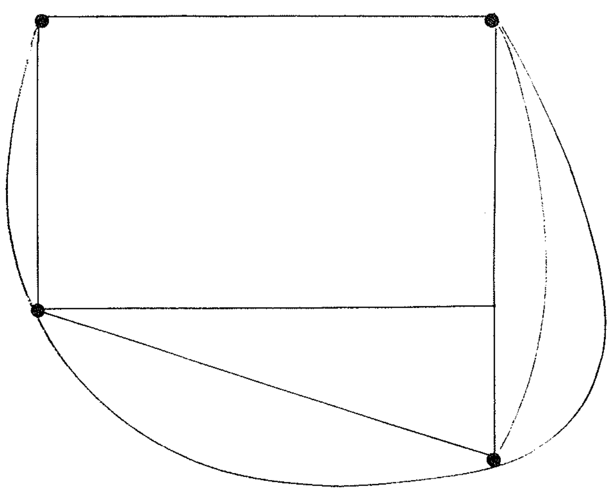
Florence constate que la salle à manger a un nombre impair de portes et les autres pièces un nombre pair (la porte 8 est toujours fermée). Il est 16h30 et nous n'avons pas le temps d'exploiter cette remarque ce jour-là.

TROISIEME SEQUENCE : LE VENDREDI 10 JANVIER 1975.

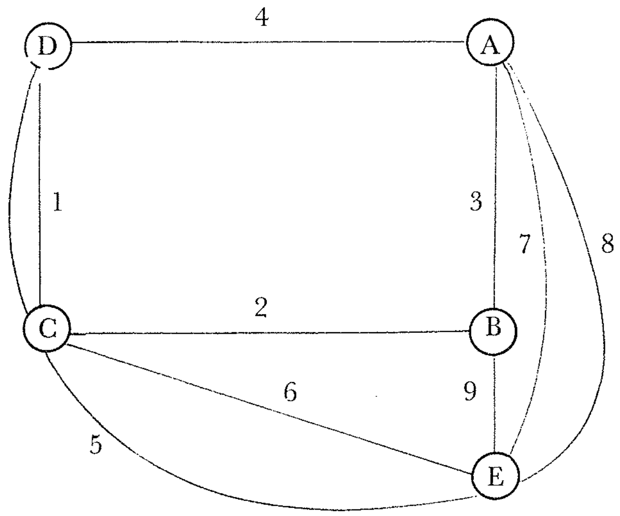
Les deux premières séquences ont eu lieu avant les vacances de Noël. La maîtresse craignant qu'elles ne se lassent de l'exercice des portes, nous leur proposons un autre exercice sur les graphes eulériens.

La maîtresse leur distribue une feuille sur laquelle il y a le texte et le dessin suivant :

«Ceci est le plan du quartier. L'employé d'un magasin doit livrer un colis dans chacune des rues. Comme il veut économiser son essence, il décide de ne passer qu'une fois dans chaque rue. Est-ce possible ? Sinon, que peut-il faire ? »



Temps de travail individuel. Très vite elles voient que c'est impossible et décident de laisser une rue. Plusieurs ont numéroté les rues. Pour que toutes aient les mêmes numéros, Claire vient les numéroter au tableau et toutes adoptent ce codage ; une autre vient coder les carrefours :



Travail individuel, chacune cherchant comme elle l'entend. Certaines essaient de déterminer les chemins partant d'un carrefour donné. D'autres essaient de faire un arbre, mais n'auront pas le temps de le terminer.

Au cours de leur recherche, plusieurs parlaient non de rues, mais de portes ; ont-elles fait le rapprochement avec le travail précédent ?

QUATRIEME SEQUENCE : LE VENDREDI 17 JANVIER 1975.

Le vendredi suivant, nous décidons de revenir à l'exercice des portes, leur demandant s'il peut fermer une autre porte que la porte 8. Elles se répartissent en 8 groupes, chaque groupe fermant une porte différente ; elles ont pour consigne de découvrir s'il y a des chemins possibles, et, si oui, quel est le point de départ et le point d'arrivée ?

Pendant ce temps de travail individuel, la maîtresse prépare au tableau le tableau ci-dessous :

numéro des portes fermées	départ	arrivée	nombre de portes					nombre de pièces ayant un nombre impair de portes
			CP	C	SM	CB	J	

Vous trouverez à la page suivante le tableau rempli par Catherine DU.

nombre des portes fermées une par une	départ	arrivée	nombre de portes					nombre impair de portes ouvertes
			chambre parents	cuisine	salle à manger	chambre bébé	jardin	
0	salle à manger cuisine	cuisine salle à manger	2	3	3	4	4	2
1	impossible	impossible	2	3	3	3	5	4
2	impossible	impossible	3	3	3	3	4	4
3	impossible	impossible	3	3	3	3	4	4
4	impossible	impossible	3	3	2	3	5	4
5	cuisine chambre parents	chambre parents cuisine	3	3	2	4	4	2
6	chambre parents salle à manger	salle à manger chambre parents	3	2	3	4	4	2
7	jardin chambre parents	chambre parents jardin	3	2	2	4	5	2
8	jardin salle à manger	salle à manger jardin	2	2	3	4	5	2

Il y a des chemins possibles quand

- il y a deux pièces qui ont un nombre impair de portes ouvertes (le jardin est considéré comme une pièce),
- il faut alors partir d'une pièce qui a un nombre impair de portes ouvertes. On arrive dans l'autre pièce qui a un nombre impair de portes ouvertes.

Chaque groupe remplit la ligne le concernant.

On commence à regarder le tableau, mais sans arriver à une conclusion, car il est l'heure de s'arrêter. La dernière colonne ne sera mise qu'à la séquence suivante.

CINQUIEME SEQUENCE : LE VENDREDI 24 JANVIER 1975.

Examen du tableau.

On cherche à voir en quoi les situations où il n'y a aucun chemin possible différent des autres.

Après un temps assez long pendant lequel elles font un certain nombre de remarques que je n'ai pas notées, l'une découvre que, lorsque la porte 1 est fermée, il y a 4 pièces ayant un nombre impair de portes ouvertes. C'est alors qu'on fait la dernière colonne du tableau. Et on peut alors commencer à énoncer la règle que la maîtresse écrit au tableau :

«Il y a des chemins possibles quand :

– il y a **deux** pièces qui ont un nombre impair de portes ouvertes (le jardin est considéré comme une pièce) ;

– il faut alors partir d'une pièce qui a un nombre impair de portes ouvertes. On arrive dans **l'autre** pièce qui a un nombre impair de portes ouvertes».

Puis nous leur donnons d'autres plans de maisons, leur demandant s'il y a des chemins possibles. Mais elles n'utilisent pas spontanément la conclusion de leur tableau – sans doute la découverte était-elle trop récente et pas encore assimilée – mais, comme je ne serai pas libre les vendredis suivants, nous avons décidé que ce serait la dernière séquence.

Parmi les plans, l'un est tel que toutes les pièces aient un nombre pair de portes, si bien qu'elles peuvent compléter leur conclusion :

«Il n'y a pas de pièce ayant un nombre impair de portes ouvertes. On peut alors partir de n'importe quelle pièce, et on arrive dans la pièce d'où on est parti».

REMARQUE.

Elles auraient aussi pu trouver la deuxième partie de la loi — en utilisant le plan de la maison proposé au début — si elles avaient étudié ce qui se passe si on ferme une deuxième porte ; c'est ainsi que l'étude s'est orientée lorsque j'ai proposé le même exercice à mes normaliennes de FP1. Je crois que cela aurait été préférable — l'étude d'autres plans de maisons étant prématurée.

On aurait pu aussi ajouter une porte ; mais aucune n'a proposé cette solution pourtant suggérée par l'énoncé.

CONCLUSION.

Dans cette série d'exercices, toutes les fillettes ont travaillé avec enthousiasme et je pense qu'elles auraient continué volontiers si j'avais été libre (lorsque j'ai repris avec elles au début du mois de mars, la coupure avait été trop longue pour revenir à cet exercice).

Chacune a aidé à la recherche et participé, selon ses moyens, à la découverte de la loi.

On peut sans doute faire de nombreux exercices sur les graphes eulériens. Je pense que ce genre d'exercices est très profitable pour les enfants car il développe leur faculté de raisonnement.