

PRODUIT DE DEUX NATURELS ET MULTIPLICATION AU CE1 ET AU CE2

par Jacques PAINCHAULT (IREM de Grenoble — Lycée d'Aix les Bains)

Cet article relate la présentation proposée par l'équipe de l'I.R.E.M. de Grenoble, d'après les travaux de l'I.R.E.M. de Bordeaux, dans des classes expérimentales en 1973-1974 et 1974-1975.

A) GENERALITES.

I — IDEES DIRECTRICES DE LA PROGRESSION.

Nous verrons dans l'article : «Lois de composition interne» que la multiplication et l'addition sont des lois de composition internes dans $\mathbb{N}$. De même que l'on associe l'addition à la réunion de deux ensembles disjoints, on peut lier la multiplication au produit cartésien de deux ensembles. Nous avons choisi cette introduction de préférence à l'addition réitérée qui présente le produit $a \times b$, comme une abréviation de la somme $a + a + a + \dots + a$ de b termes égaux à a . Cette dernière introduction présente des inconvénients : elle fait jouer un rôle dissymétrique aux deux facteurs et lie aussi dans l'esprit des enfants la multiplication à une répétition souvent traduite par le mot «fois».

Ce point de vue rend délicate la compréhension de nombreux problèmes multiplicatifs, en effet l'addition réitérée ne traduit pas simplement toutes les situations multiplicatives. Dans une présentation liée à la notion d'ensemble produit, l'enfant dispose d'un modèle qui s'applique facilement à de très nombreuses situations et les situations qui se traduisent par des additions réitérées n'apparaissent que comme cas particuliers.

L'introduction que nous avons choisie débouche sur l'étude de quadrillages rectangulaires et le dénombrement de leurs cases. Ce dénombrement se fait par découpage de ces quadrillages. Une étude systématique des découpages efficaces conduit à la technique usuelle de la multiplication.

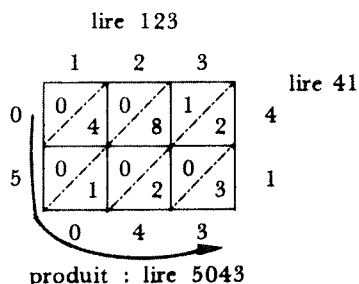
L'équipe de l'I.R.E.M. de Bordeaux aborde ainsi la multiplication. Nous avons pu constater sur place et observer, dans les émissions de la série «Atelier de pédagogie : Répertoire multiplicatif et algorithme de la multiplication», l'intérêt et l'activité intense des enfants dans l'approche d'une technique de la multiplication. Cette activité a en outre l'avantage d'entraîner les enfants à utiliser leurs connaissances relatives à l'addition, la soustraction et à imaginer eux-mêmes des procédés de calcul. Quel que soit l'algorithme choisi par le maître (algorithme à la grecque choisi par l'équipe de Bordeaux (voir exemple en note) ou algorithme classique présenté dans cet article) l'enfant aura auparavant imaginé, inventé, affermi ses connaissances.

II — REPARTITION DES ACTIVITES.

Elles se déroulent, réparties entre le CE1 et le CE2, pendant au moins trois trimestres.

Note : Exemple de multiplication «à la grecque».

$$123 \times 41 = 5043$$



1ère case $1 \times 4 = 4$ on écrit 0/4

2ème case $2 \times 4 = 8$ on écrit 0/8

etc.....

On fait les sommes obliquement à partir de la dernière demi case en bas et à droite sans oublier les retenues.

AU CE1

- * Combinatoire et ensembles-produits.
(On peut supprimer ce point et étudier directement les quadrillages rectangulaires).
- * Classements de quadrillages.
- * Constitution d'un répertoire de produits.
- * Calcul de produits par découpage. Extension du répertoire.
- * Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.
- * Associativité.
- * Produit d'un nombre par 10 ; 100.....
- * Produit d'un nombre par 20 ; 30 ; 40....
- * Technique de la multiplication par un nombre inférieur à dix ⁽¹⁾.

AU CE2

- * Révision très détaillée des activités du CE1.
- * Produit d'un nombre par 20 ; 30 ... ; 200 ; 300 ; etc...
- * Pratique de la multiplication par un nombre inférieur à dix.
- * Etude systématique des découpages les plus efficaces pour le calcul du produit.
- * Pratique de la multiplication.

III – VOCABULAIRE.

Le vocabulaire de spécialiste employé dans ce texte n'a pas cours dans la classe. Nous croyons qu'il est souhaitable de limiter les mots nouveaux pour les enfants à ceux-ci :

couple - multiplié par - produit - multiplication ;
en évitant : ensemble produit, commutatif, associatif, distributif.

(1) (Si cet ordre de présentation vous semble anormal, veuillez lire le détail).

B) DETAIL DES ACTIVITES.

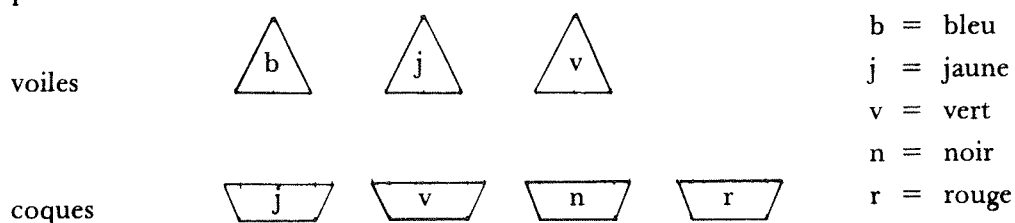
I - COMBINATOIRE ET ENSEMBLES-PRODUITS.

Cette activité n'est pas indispensable pour parvenir à la technique de la multiplication, mais nous pouvons remarquer qu'elle a souvent été abordée dès le CP et que les enfants cherchent spontanément à dénombrer les couples d'un ensemble-produit.

a) Problème.

On se propose de fabriquer des bateaux (tous les bateaux possibles) avec quatre couleurs de coques et trois couleurs de voiles. On utilisera au début des papiers découpés

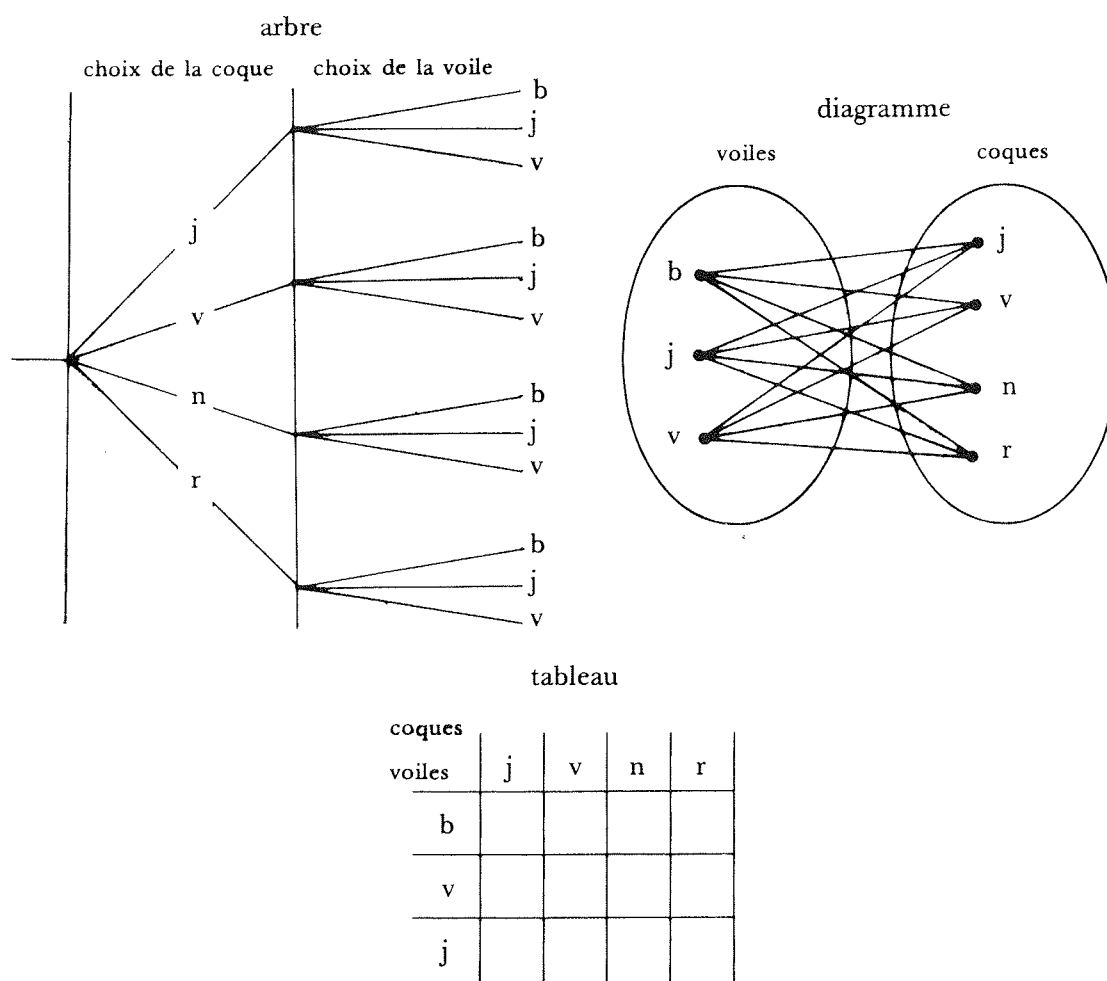
Dans ce texte, les couleurs sont remplacées par des lettres, mais dans la classe, il s'agit de manipulations. Il est indispensable de disposer d'un gros paquet de coques et de voiles de chaque catégorie afin que tous les bateaux possibles puissent être effectivement construits, éventuellement en plusieurs exemplaires.



Il est souhaitable qu'il y ait des couleurs communes pour les voiles et les coques pour être amené à distinguer par la suite, au niveau de la désignation, les bateaux  et  par exemple.

La recherche des enfants, d'abord désordonnée, s'organise dès que l'on veut trouver tous les bateaux et être sûr qu'on les a bien tous. On aboutit éventuellement à des arbres, des diagrammes ou des tableaux. Si cela est nécessaire on demande aux enfants de classer les bateaux obtenus ; ce classement aboutit au tableau que nous souhaitons voir apparaître pour la suite de notre étude. Bien entendu les autres activités ne seront pas rejetées sans avoir été examinées et approuvées par l'ensemble de la classe.

Procédés observables.



Remarque.

Un bateau n'est pas un couple. Il est indifférent de placer d'abord la coque et ensuite la voile ou l'inverse ; si on considère un bateau la voile en bas, les enfants considèrent avec juste raison qu'il s'agit du même bateau. C'est la désignation des bateaux à l'aide des couleurs qui crée les couples, si je parle du bateau jaune et vert je ne sais pas de quel bateau il s'agit.

On évitera donc d'employer le mot couple pour bateau mais, si les enfants utilisent déjà le mot, on insistera sur la nécessité de se mettre d'accord sur la signification de la première couleur énoncée et l'on pourra dire

que le couple (j, v) désigne le (ou est le signe du) bateau dont la coque est jaune et la voile verte. On pourra alors utiliser ces signes au bout des branches de l'arbre ou sur les traits du diagramme ou dans les cases du tableau. On remarquera ensuite qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser ces signes ou de dessiner le bateau correspondant.

En montrant une branche de l'arbre ou une case du tableau, faire décrire le bateau correspondant et, réciproquement, décrire un bateau et le placer correctement dans une des figures choisies.

En fait, on établit une bijection entre un ensemble de bateaux et un ensemble de couples et on dénombre les couples. Il est inutile de faire entrer les enfants dans ces subtilités.

b) Généralisation du problème.

* Changer le nombre des coques et le nombre des voiles.

Construire le tableau et compter les bateaux.

* Varier la situation et le type de présentation du problème.

Exemples.

— Pour goûter on peut choisir entre du pain, ou bien une biscotte ou bien de la brioche, ou bien un gâteau, sur lesquels on peut tartiner du beurre, ou bien de la confiture, ou bien de la crème au chocolat... Dans ce texte les cardinaux des deux ensembles ne sont pas énoncés mais camouflés par des énumérations.

— On veut fabriquer des drapeaux avec deux carrés de tissu. On dispose de quatre couleurs (bleu, rouge, vert, jaune). (Faire dessiner ou découper des drapeaux). Préciser que l'on a le droit de prendre deux carrés de même couleur (drapeau numéro 1) et que les drapeaux numéro 2 et numéro 3 ne sont pas «pareils» car la hampe ne touche pas la même couleur.

vert	vert
numéro 1	

vert	bleu
numéro 2	

bleu	vert
numéro 3	

Dans ce texte le nombre 2 n'est pas le cardinal d'un des ensembles. Il faut éviter que les enfants construisent systématiquement un tableau en utilisant sans réfléchir les nombres du texte. (A la lecture du texte de nombreux enfants construisent un tableau 2 lignes, 4 colonnes ou un tableau 4 lignes, 2 colonnes : laisser trouver pourquoi cela ne convient pas).

Autres exemples.

- * Des menus avec 2 plats du jours et 5 desserts au choix.
- * Des médailles avec les formes    
- et des motifs $\times$  $\bullet$  etc... exemple : 
- * Des «mots» de deux lettres avec les lettres a, b, c, d, e.
- * De combien de façon peut-on habiller une poupée avec 7 jupes différentes et 4 corsages différents ?
- * Pour illustrer un récit on colle un dessin et une photo. On dispose de 8 dessins et 4 photos concernant ce récit. De combien de façons peut-on illustrer le récit ?

Les premières recherches se font en manipulant du matériel et progressivement les enfants ne dessinent plus que le tableau.

Remarque.

Peut-être est-il utile pour éviter le réflexe systématique de construction du tableau d'introduire des problèmes parasites destinés à leur montrer que la solution n'est pas toujours la même et demande à être examinée soigneusement.

Exemple.

Avec des carrés de 4 couleurs on fabrique des tapis de 2 carrés. Combien de tapis peut-on fabriquer ? Faire décider si les tapis

v	b
---	---

 et

b	v
---	---

 sont «pareils». Ce problème est difficile, mais des enfants de CE1 ont proposé la solution suivante.

Formons le même tableau que pour les drapeaux et rayons les tapis déjà rencontrés sur les lignes précédentes en parcourant le tableau ligne par ligne. Il reste 10 tapis.

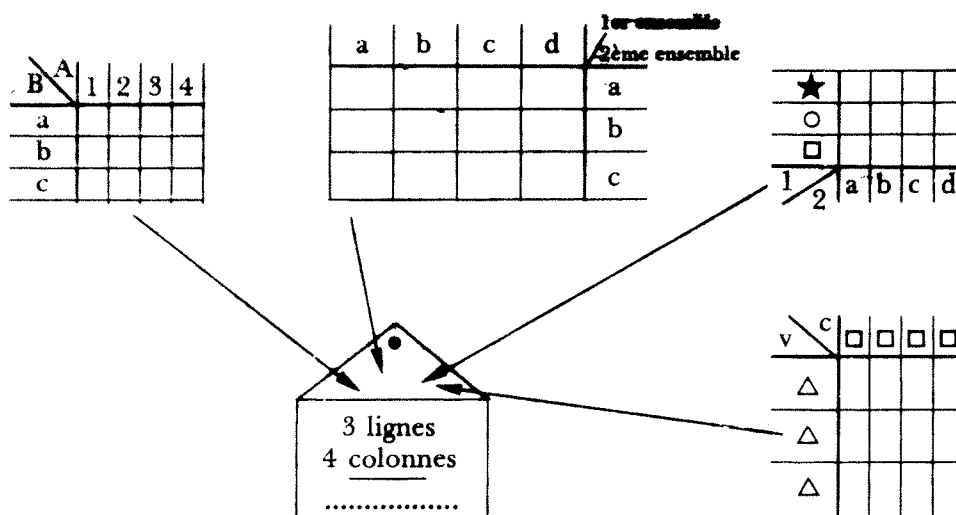
2 \ 1	b	r	v	j
b				
r				
v				
j				

Toutes ces situations s'étudient d'abord en préparant un matériel de manipulation. Pour ce problème des tapis on pourra d'abord dessiner et il sera sans doute nécessaire de découper les dessins pour les comparer.

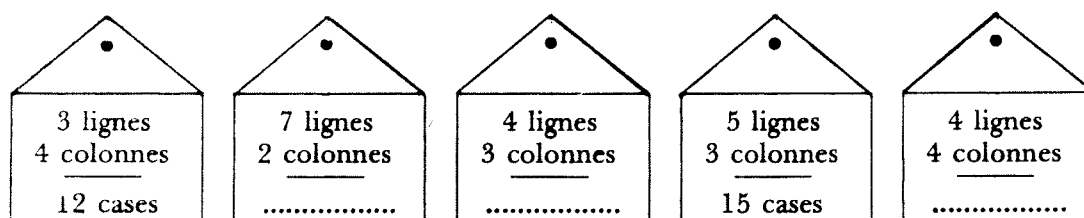
Eventuellement certains textes décrivent une situation sans poser de question. Les enfants ne se lanceront pas nécessairement dans une étude combinatoire et il est intéressant d'observer le genre de questions qu'ils se posent eux-mêmes, en particulier, sur les objets qu'ils considèrent comme «pareils» ou «pas pareils».

II — CLASSEMENT DE TABLEAUX.

Dans tout ce qui suit nous nous intéressons au nombre des couples que l'on peut inscrire dans un tableau. Les divers tableaux dessinés au cours des activités précédentes n'ont pas tous des carreaux de même dimension, certains sont dessinés plus ou moins régulièrement à main levée. Après avoir précisé sur des exemples le sens que nous donnerons, pour cette activité, aux mots «ligne» et «colonne» (mots que l'on n'essaiera pas de définir de façon abstraite) nous allons classer les tableaux dans des enveloppes. On placera ensemble dans la même enveloppe les tableaux qui ont le même nombre de lignes et le même nombre de colonnes.



Sur cette enveloppe on écrit d'abord le nombre des lignes et le nombre des colonnes puis, les enfants comptent les cases de tous les tableaux de l'enveloppe, découvrent que ce nombre est toujours le même. On écrit alors le nombre des cases sur l'enveloppe. Les enveloppes peuvent être fixées par des punaises sur le bord du bureau. On aboutit à un classement de ce type :



On constate donc que le nombre des cases de tous les tableaux d'une enveloppe ne dépend ni de la «grandeur» du tableau ni de la régularité du dessin. On fabrique une nouvelle enveloppe chaque fois qu'un enfant trouve un tableau qu'il ne peut placer dans les enveloppes qui existent déjà.

Classement de quadrillages.

Le premier classement nous a montré que le nombre des couples ne dépend que du nombre des lignes et du nombre des colonnes, aussi nous découpons les intitulés pour ne conserver que l'intérieur du tableau. On insistera sur l'équivalence, quant au nombre des cases, des tableaux p lignes, q colonnes et des tableaux q lignes, p colonnes. Nous désignerons ensuite le nombre des cases par un signe rappelant le nombre des lignes et le nombre des colonnes.

Compte tenu de la remarque précédente, un tableau 3 lignes 4 colonnes aura un nombre de cases désigné par 3×4 ou 4×3 .

Remarque.

On pourrait bien sûr convenir que 3×4 est le nombre des cases d'un tableau : «3 lignes, 4 colonnes» et 4×3 le nombre des cases d'un tableau «4 lignes, 3 colonnes» mais c'est imposer aux enfants une convention particulière à la classe bien inutile puisque tous finiront par l'oublier sans inconvénient.

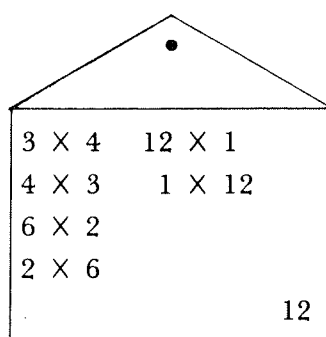
Tous les quadrillages (intérieurs de tableaux) ayant le même nombre de cases seront placés dans une même enveloppe.

Exemple.

Le quadrillage précédent sera placé dans une enveloppe sur laquelle on écrira les divers signes du nombre des cases des quadrillages qu'elle contient 12 ; 3×4 (lu «trois multiplié par quatre») 4×3 etc...

On évitera le mot «fois» et à plus forte raison des conventions du style $3 \text{ fois } 4 = 4 \times 3$ ou $4 \text{ fois } 3 = 3 \times 4$, de telles conventions (qu'il est toujours possible de justifier) surchargent inutilement l'apprentissage et font perdre beaucoup de temps.

On obtient ainsi des enveloppes comme celles-ci :



On trouve d'autres désignations du nombre des cases en fabriquant des quadrillages rectangulaires de 12 cases sans revenir à un problème de combinatoire. Chaque signe porté par une enveloppe désignant le même nombre on peut écrire, par exemple : $3 \times 4 = 12$; $1 \times 12 = 12$; $2 \times 6 = 4 \times 3$ etc... Les signes portés sur les enveloppes permettent de constituer un premier répertoire de produits :

$3 \times 4 = 12$; $4 \times 3 = 12$; $5 \times 6 = 30$ etc...

III – CONSTITUTION D'UN REPERTOIRE DE PRODUITS. CALCUL DE PRODUITS PAR DECOUPAGE.

Ces deux activités sont au début menées parallèlement. On se propose d'abord de dénombrer les cases d'un quadrillage assez «grand» (9×13 par exemple). Les enfants comptent d'abord les cases une par une avec les doigts, d'où de nombreuses erreurs, certains marquant les cases déjà comptées. Enfin on propose d'utiliser le répertoire existant et on obtient des découpages plus ou moins anarchiques avant d'arriver à des découpages du style :

		13
	5×8	5×5
9	4×8	4×5

Au début on découpera effectivement le quadrillage avec des ciseaux pour éviter l'erreur fréquente d'enfants qui dessinent des parties non disjointes comme ci-dessous.

		13
	7×10	
9		5×4

Il est alors plus facile de comprendre que les morceaux ne doivent pas se chevaucher et qu'il faut considérer tous les morceaux qui permettent de reconstituer le quadrillage initial. Quand le découpage est effectué certaines parties utilisent le répertoire déjà constitué (ex : $5 \times 8 = 40$; $4 \times 8 = 32$; $4 \times 5 = 20$). D'autres parties permettent en comptant les cases une par une d'augmenter ce répertoire (ex : 5×5). Pour calculer le nombre des cases du quadrillage 9×13 , on pourra faire plusieurs additions successives si la technique de l'addition n'a été étudiée que pour deux nombres.

Si l'addition a été abordée comme loi de composition sans examen de l'associativité, l'écriture $40 + 25 + 20$ est dépourvue de signification. Comme elle est cependant commode il est nécessaire d'avoir examiné auparavant les réductions d'écriture sur des lois numériques ou non et montré que les divers programmes de calcul de $a + b + c...$ symbolisés par $(a + b) + c$ ou $a + (b + c)$ aboutissent au même nombre. On justifie ainsi la suppression des parenthèses dans des calculs bien particuliers. (Voir Grand IN numéro 3 : Le parenthésage au CE1). Il est commode par la suite de présenter alors la technique classique d'addition de plusieurs nombres écrits en colonne sans chercher à la justifier.

Les enfants constatent alors que le répertoire existant est très peu pratique à utiliser puisqu'il faut, en général, en lire une grande partie pour trouver le produit demandé et des propositions sont faites pour organiser ce répertoire comme la «table d'addition».

On obtient alors un tableau comme ci-dessous.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0													
1				3									
2			4	6			12			18			24
3					12				24				
4				12									
5													
6													
7													
8													
9													

Cette table contient alors des résultats isolés et est, en principe, illimitée. Toutefois on se souviendra que la technique de l'addition nous a permis de ne retenir qu'une partie de la table qui nous permet de calculer toutes les sommes

possibles. De même on admettra que l'on pourra par la suite inventer une méthode de calcul du produit qui nous permettra d'arrêter notre répertoire à 9. C'est cette partie de la table de multiplication limitée aux produits de deux nombres d'un chiffre qui sera improprement appelée «*table de multiplication*» puisqu'elle ne donne pas les images de tous les couples de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

On entreprend alors de compléter cette «*table*».

* Les enfants remarquent et utilisent la commutativité.

* Le découpage de quadrillages en lignes ou en colonnes permet d'examiner le produit écrit sous forme d'addition répétée
 $9 \times 4 = 9 + 9 + 9 + 9$ ou $9 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$.

* L'examen de la «*table*» permet de découvrir que dans la colonne 4 par exemple on compte de 4 en 4... même propriété en ligne. On expliquera cette propriété par construction et examen des quadrillages correspondants.

* Cas de la multiplication par zéro.

On peut imaginer une histoire dans laquelle on ne peut former aucun couple.

Exemple.

Un goûter pour lequel on a de la confiture, ou du beurre ou de la crème au chocolat mais pas de pain, ni de biscotte, ni... Combien peut-on faire de sortes de tartines ? (Ne pas se cacher à soi-même le caractère «*va-seux*» de cette «*démonstration*» mais nous ne disposons pas au CE de moyens plus efficaces).

La «*table*» sera utilisée par la suite pendant au moins trois mois pour tous les exercices qui suivent. L'idéal serait que la mémorisation de la table soit obtenue sans apprentissage particulier. Dans ce but on examinera cette table très souvent en insistant sur ses propriétés. Des ilots mémorisés apparaîtront : $5 \times 8 = 40$ par exemple, et on exercera les enfants à en déduire 5×7 ; 5×9 ; 6×8 ; 4×8 etc... Ce travail semble plus formateur que la récitation de la table. Les enfants devront donc disposer en permanence d'une table de Pythagore claire, bien présentée, construite par eux-mêmes puis imprimée. Au CE1 et au début du CE2 la table est sous les yeux, par la suite elle est rangée mais toujours disponible en cas de besoin. (Quelle que soit la méthode employée il restera toujours, jusqu'en terminale, quelques élèves qui auront des doutes sur 7×8 et quelques autres produits).

IV – DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION PAR RAPPORT A L'ADDITION.

La propriété résulte pour les enfants de découpages particuliers qui se traduisent par des programmes de calcul ou des écritures avec parenthèses. Les enfants s'habituent rapidement à rechercher les découpages les plus efficaces pour la rapidité du calcul en ne possédant comme répertoire que la table de Pythagore. En même temps, ils peuvent s'habituer progressivement à ne plus travailler sur des quadrillages mais à faire des schémas semblables à ceux-ci.

13 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">9</td> <td style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; vertical-align: middle;">7</td> <td style="padding: 5px; vertical-align: middle;">14</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$9 \times 7 = 43$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$4 \times 7 = 28$</td> </tr> </table>	9	4	7	14	$9 \times 7 = 43$	$4 \times 7 = 28$	6 <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$7 \times 6 = 42$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$7 \times 6 = 42$</td> </tr> </table>	$7 \times 6 = 42$	$7 \times 6 = 42$
9	4								
7	14								
$9 \times 7 = 43$	$4 \times 7 = 28$								
$7 \times 6 = 42$									
$7 \times 6 = 42$									

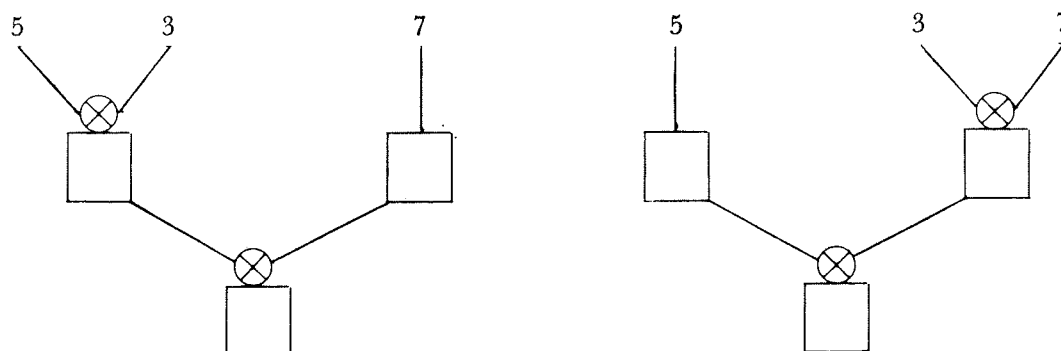
$(9 + 4) \times 7 = (9 \times 7) + (4 \times 7)$

$(7 + 7) \times 6 = (7 \times 6) + (7 \times 6)$

Nous écrirons des parenthèses autour des produits contrairement aux conventions admises par la suite en 6ème. Cette activité doit être prolongée assez longtemps pour que la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, sans être énoncée de façons abstraite, soit assimilée par les enfants.

V – ASSOCIATIVITE.

On propose aux enfants des arbres de calcul, ou suivant le niveau de la classe, des écritures à parenthèses ; exemples :



ou

$$(5 \times 3) \times 7 \text{ et } 5 \times (3 \times 7).$$

De nombreux calculs semblables dans lesquels on peut placer des opérations du type $(a \times b) \times c$; $a \times (b \times c)$; $(a + (b \times c))$; $(a + b) + c$; $a + (b + c)$ conduisent à réviser l'associativité de l'addition et à découvrir celle de la multiplication.

On reconnaîtra des programmes de calculs équivalents et des programmes non équivalents. On aura donc, dans des cas bien précis, le droit de choisir le programme de calcul qui nous conviendra. Il faudra donc faire préciser ces cas pour pouvoir les reconnaître.

Ainsi les écritures $7 + 3 \times 4$ ou $7 \times 5 + 4$ n'ont pas de sens car en l'absence de renseignements supplémentaires sous forme de parenthèses ou de programme de calcul on ne peut les réduire et trouver quel nombre elles désignent.

Les écritures $7 + 3 + 4$ ou $7 \times 3 \times 4$ sont aussi, a priori, dépourvues de sens, toutefois on découvre que la réduction de $(7 + 3) + 4$ et celle de $7 + (3 + 4)$ aboutissent au même nombre et c'est par convention que nous pouvons décider de ne pas faire figurer les parenthèses, l'écriture $7 + 3 + 4$ prenant le même sens lorsqu'on les place où cela nous plait : $(7 + 3) + 4 = 7 + (3 + 4)$. Cette propriété s'étend à la somme et au produit de quatre, cinq... nombres.

Remarquons que l'on pourra remplacer 14×4 par $(7 \times 2) \times 4$ puis par $7 \times (2 \times 4)$ enfin par 7×8 . Ces remarques importantes pour le calcul mental seront également utilisées au paragraphe VII.

VI – MULTIPLICATION PAR 10, 100...

Un quadrillage 7×10 ou 10×7 peut être considéré comme la juxtaposition de 7 groupements du premier ordre (on emploiera le vocabulaire utilisé par les enfants : barre, baguette, etc...) le nombre des cases est donc 7 dizaines et s'écrit 70. On pourra éventuellement, même au CE1, examiner les cas du type 7×100 . Cela sera indispensable au CE2. On énoncera clairement la règle qui en découle en n'oubliant pas de l'appliquer à des cas du type 13×10 ou 13×100 .

A la suite de cette activité les enfants placent de nombreuses bandes de «largeur 10» dans leurs découpages. On leur propose d'ailleurs de calculer des produits de plus en plus «grands» : (exemple 27×19). On peut observer :

	27				27			
	10	10	7		10	10	7	
19	10							
	9							

Les enfants calculent volontiers et sont fiers des résultats qu'ils obtiennent le plus rapidement.

VII – MULTIPLICATION PAR 20, 30, 40... 200, 300 etc...

On propose de calculer 7×30 . Après des essais sur quadrillage qui donnent le résultat, on demande si on peut trouver une propriété de la multiplication qui permettrait d'obtenir ce résultat sans dessiner un quadrillage. L'associativité fournit la méthode :

$$7 \times 30 = 7 \times (3 \times 10) ;$$

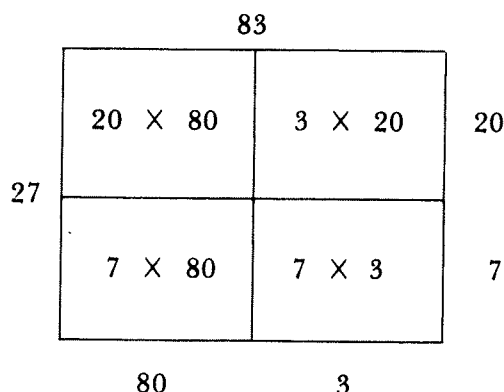
$$7 \times (3 \times 10) = (7 \times 3) \times 10.$$

De nombreux exercices iront jusqu'au type 50×70 que l'on peut écrire successivement $(5 \times 10) \times (7 \times 10)$; $5 \times (10 \times 7) \times 10$; $5 \times (7 \times 10) \times 10$; $(5 \times 7) \times (10 \times 10)$ par application des propriétés étudiées.

Comme suite à cette activité, les découpages des enfants deviennent de plus en plus efficaces et on leur propose des produits du type 27×83 . On peut obtenir :

	83		
	20×80	20×3	
27	7×80	7×3	

Les dessins faits sur papier blanc sont seulement des schémas de découpage et les enfants ne tiennent bientôt plus compte des largeurs relatives des diverses bandes. On peut voir chez certains :



VIII – TECHNIQUE DE LA MULTIPLICATION PAR UN NOMBRE D'UN CHIFFRE.

Prenons par exemple 123×7 . On se propose d'arriver progressivement à la disposition usuelle de l'opération. Il nous semble que la pratique classique de cette opération doit être effective vers le début du second trimestre de CE2. La disposition intermédiaire décrite ci-dessous étant seule abordée au CE1.

a) Examen du quadrillage.

On trouve $123 \times 7 = (100 \times 7) + (20 \times 7) + (3 \times 7)$.

b) Disposition provisoire (CE1, début CE2).

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 \underline{7} \\
 100 \times 7 = 700 \\
 20 \times 7 = 140 \\
 3 \times 7 = 21 \\
 \hline
 123 \times 7 = 861
 \end{array}$$

Les enfants ayant été orientés dans le sens d'une plus grande efficacité de leurs découpages écrivent d'abord spontanément les produits qui correspondent aux bandes les plus importantes. Il sera commode pour la suite de modifier cette habitude. En effet la disposition classique de la multiplication à laquelle nous souhaitons arriver commence par le calcul du produit du chiffre des unités du multiplicande par le multiplicateur. (Ces deux derniers mots ne sont pas employés dans la classe mais seulement utilisés ici pour faciliter la communication avec le lecteur).

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 \times \quad 7 \\
 \hline
 3 \times 7 = 21 \\
 20 \times 7 = 140 \\
 100 \times 7 = 700 \\
 \hline
 123 \times 7 = 861
 \end{array}$$

Ces exercices s'accompagnent d'une révision de la numération utile à la décomposition du multiplicande. Progressivement la référence au quadrillage disparaît.

AU CE2 on aboutira à la disposition classique.

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 \times \quad 7 \\
 \hline
 861
 \end{array}$$

Cette disposition correspond à 2 opérations simultanées : la recherche des produits dans la table de Pythagore et l'utilisation des retenues de l'addition. Elle ne pourra donc être obtenue que si l'enfant a une bonne mémorisation de cette table et une bonne pratique de l'addition. On pourra exercer la mémorisation des retenues par des additions dans lesquelles il n'écrit pas les retenues (on opérera sur des nombres assez grands même s'il ne sait pas les lire) par exemple : $9872 + 979$. On pourra provisoirement écrire les retenues de l'addition à côté de l'opération en les rayant après utilisation. Une disposition soignée des chiffres du multiplicande et du produit en colonnes évitera les erreurs et permettra de savoir où «on en est dans le calcul».

1	2	3	retenues
$\times$		7	2
..	6	1	1

On évitera de placer les retenues au-dessus du multiplicande ce qui serait gênant pour la suite (multiplicateur de plus d'un chiffre).

De nombreux exercices assureront la fiabilité de la technique. Parmi ceux-ci on peut choisir des produits ayant des propriétés remarquables, ce qui incite les élèves les plus rapides et curieux à faire de nombreuses opérations pendant que le maître s'occupe des élèves les plus lents. Les grands nombres favorisent la mémorisation de la table.

Exemples.

* Produits par 2, 3, 4, 5, 6, 7 de 142857.
 * Produits par 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 de 12345679, puis produits par 9 des résultats obtenus.

* Calculer $(9 \times 1) + 2$.
 $(9 \times 12) + 3$.
 $(9 \times 123) + 4$.
 $(9 \times 1234) + 5$.

 $(9 \times 12345678) + 9$.

* Calculer $(8 \times 1) + 1$.
 $(8 \times 12) + 2$.
 $(8 \times 123) + 3$.
 $(8 \times 1234) + 4$.

* Calculer $(9 \times 9) + 7$.
 $(9 \times 98) + 6$.
 $(9 \times 987) + 5$.
 $(9 \times 9876) + 4$.

(On n'oubliera pas de faire lire ces nombres).

IX – NOUVEAUX DECOUPAGES ET PRATIQUE DE LA MULTIPLICATION.

La technique utilisée dans le cas où le multiplicateur n'a qu'un chiffre conduit naturellement à des découpages de ce type :

157	157×70
72	157×2

On est très près de la technique classique de la multiplication.

$$\begin{array}{r}
 157 \\
 72 \\
 \hline
 157 \times 2 = 314 \\
 157 \times 70 = 10990 \\
 \hline
 157 \times 72 = 11304
 \end{array}
 \quad (\text{multiplication par } 7 \times 10).$$

Peut-être n'est-il pas utile de supprimer les zéros écrits à droite des produits partiels ?

Remarque.

Ce document ne traite pas en général des problèmes utilisant la multiplication. Il convient de les incorporer dans la progression surtout au CE2. Un choix judicieux de problèmes dans l'enseignement élémentaire est une des questions délicates posées par cet enseignement.

Matériel.

Papier quadrillé en carreaux de 1 cm de côté puis de 5 mm de côté, en carreaux de 2 mm de côté au CE2. On construira en classe des réglettes utilisables pour «mesurer» les «longueurs» des lignes et des colonnes des «grands» quadrillages.