

LES NOMBRES A VIRGULE

par Robert NEYRET

(professeur de mathématique à l'E.N.G. de Valence)

OBJECTIFS GENERAUX.

L'introduction des nombres décimaux, telle qu'elle est proposée dans les commentaires (paragraphe 7) des programmes officiels, n'est en fait qu'un nouveau codage des nombres entiers : en effet les grandes lignes de cette présentation sont les suivantes : si un nombre entier est codé de la manière suivante : 50 000, alors si on prend le millier pour unité, il sera codé 50 ; 000, de la même façon 51 257 sera codé 51,257.

En fait le code 51,257 est identique à l'écriture 51 257 (espace ménagé entre le 1 et le 2).

Cette présentation masque le fait que les nombres décimaux sont de *nouveaux* nombres qui s'intercalent entre les nombres entiers, elle ne permet pas de comparer deux nombres décimaux, enfin elle ne montre pas clairement que 51,25 et 51,250 désignent le même nombre décimal : nous estimons donc qu'elle ne donne pas aux enfants une bonne idée des nombres décimaux.

L'optique adoptée dans cette série de leçons effectuées dans le CM₁ de Monsieur Viallet (école annexe de garçons de Valence) est d'utiliser les nombres à virgule comme codage de points que l'on intercale entre d'autres. A cet effet, la base deux sera beaucoup utilisée, car elle rend les manipulations commodes.

Les grandes parties qui forment cette étude sont :

- I — Initiation à l'utilisation de la base deux. (3 séances)
- II — Travaux préparatoires : exercices d'intercalage. (3 séances)
- III — Introduction des nombres à virgule. (1 séance)
- IV — Utilisation des nombres à virgule pour les mesures (en particulier de surfaces) : problème des changements d'unité.
- V — Lien entre les nombres à virgule et la division.

Cette étude se termine par quelques commentaires sur le travail effectué et quelques réflexions sur la meilleure répartition à adopter pour l'étude des nombres à virgule au CM_1 , ainsi que des suites à donner au CM_2 .

I – UTILISATION DE LA BASE DEUX (3 séances d'une heure).

1) le mardi 27 mars : *présentation et travail sur un matériel binaire (voir annexe I).*

* *Observation du matériel* : il s'agit de faire trouver aux élèves la loi d'échange : 10 élèves en ont conscience.

* *Découpage du matériel* : (un élève a de grosses difficultés pour faire un découpage propre).

* *Manipulation* : les élèves doivent grouper et échanger : ce travail aurait pu être étendu davantage.

* *Essai de codage* : les élèves ne pensent pas à coder les groupements par 1 et 0. Ils cherchent à représenter la collection de la façon suivante :

1 × 2		2
2 × 2		2 × 2
4 × 2	dans un premier temps puis	2 × 2 × 2
8 × 2		2 × 2 × 2 × 2

* *Compteur automatique manuel en base deux* : (6 élèves au tableau lèvent ou baissent un bras pour indiquer la suite des nombres) : exercice qui a un vif succès. A la fin de la séance, seuls quatre élèves n'ont pas très bien compris.

2) le 30 mars 1973 : *construction d'une règle à calculer en base 10.*

Les élèves manipulent d'abord sur la base deux et le matériel fabriqué la veille, puis on leur distribue le matériel fabriqué et photocopié (annexe II).

On leur demande de chercher à quoi il peut servir (réponses fantaisistes) en leur faisant placer face à face les deux réglettes, la recherche devient plus intense : un élève trouve que l'on peut faire des additions. Il explique le procédé et tout le monde essaie.

Pendant ce temps, il continue à chercher et trouve aussi le procédé qui permet de soustraire : nouveaux travaux collectifs.

3) le 2 avril 1973 : *construction d'une règle à calcul en base deux (annexe II).*

1ère partie :

Révision de l'emploi des règles à calcul utilisées la séance précédente : aucune difficulté pour l'addition.

Quelques élèves ont des difficultés pour retrouver la méthode permettant de faire des soustractions.

Le rôle symétrique des deux bandes est souligné.

REMARQUE : un élève utilise la méthode suivante (figure 1) pour faire une soustraction.

Il s'agit d'effectuer $13 - 5$.

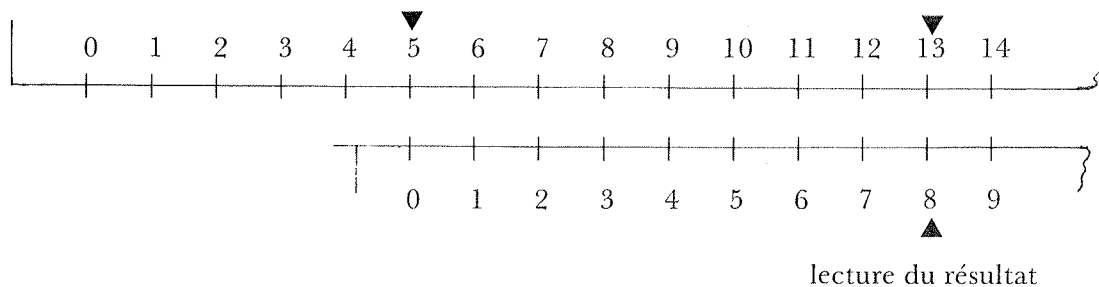


figure 1

2ème partie :

Deux bandes sont fournies aux enfants (annexe II) : il s'agit de graduer les bandes en base deux afin de pouvoir faire des additions dans cette base.

Quelques élèves ont des difficultés pour passer de l'addition réalisée avec la règle à calcul à l'addition réalisée avec le matériel introduit la fois précédente.

3ème partie :

Le maître fait remarquer que les traits des bandes photocopiées sont espacés et que l'on pourrait introduire davantage de nombres : seuls six élèves s'intéressent à cette nouvelle activité (entre deux traits précédents, ils en introduisent deux nouveaux) les autres continuent à faire des additions en base 2.

La fin de la séance est une vérification des nouvelles règles ainsi construites avec le compteur manuel utilisé les fois précédentes.

II – TRAVAUX PREPARATOIRES : EXERCICES D'INTERCALATION.

1) le 3 avril 1973 :

* Révision et vérification de l'utilisation des règles à calcul en base deux : certains avaient fait des erreurs pour construire les règles à calcul plus « fines » (séance précédente).

Une figure identique à celle représentée en annexe III a été dessinée au tableau.

Remarques des élèves :

- Il y a beaucoup de figures.
- Il y en a de plus en plus.
- De part et d'autre du carré, on met deux ronds, de part et d'autre du rond on met deux triangles.

Intervention du maître pour signaler qu'on reste toujours entre 0 et 1 et qu'il s'agit de trouver un système pour tous les points que l'on fait intervenir successivement.

Le système le plus souvent proposé est le suivant (figure 2).

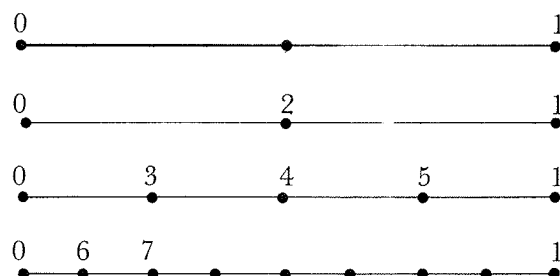


figure 2

Les deux systèmes qui furent retenus par le maître et soumis à la discussion furent les suivants (figure 3 et figure 4).

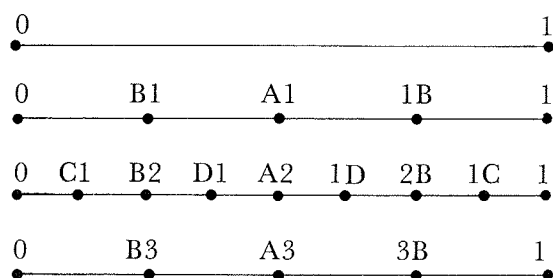


figure 3

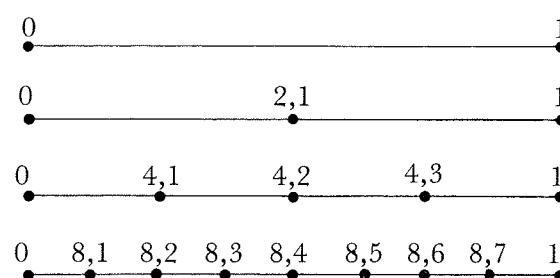


figure 4

Il faut noter la symétrie adoptée pour le système de gauche, quant au système de droite l'élève le justifie par les raisons suivantes : à la première étape, on coupe en deux, puis en quatre, puis en huit, le chiffre à gauche de la virgule représente le nombre de segments, celui de droite la position des différents points.

REMARQUE : cette leçon a marqué un certain échec.

** Causes pédagogiques.*

Il semble qu'elle aurait pu se placer à un autre moment de la progression. On aurait pu envisager d'abord le rangement de mot (séance du 6 avril 1973) puis le codage des positions des maisons le long d'une rue, puis cet exercice.

** Causes matérielles.*

Différentes représentations du même segment sur la même feuille ont jeté les enfants sur de fausses pistes.

Il faudrait être plus directif et faire tracer un segment de 16 carreaux puis le faire tracer une seconde fois et placer un point à 8 carreaux et demander, de le coder. On continuerait ainsi ce qui permettrait de montrer que c'est toujours le même point qui est codé.

Le travail de synthèse serait effectué sur un stencil du type utilisé lors de cette séance.

2) le 5 avril 1973 :

** But de la leçon.*

Il s'agit de présenter aux enfants une situation concrète qui nécessite de trouver un codage pour désigner des maisons que l'on construit entre d'autres.

** Situation initiale.*

Des maisons sont construites le long d'une rue (allée Verdi) et sont numérotées comme l'indique la figure numéro 5.

Vincent décide de construire une maison entre le numéro 3 et le numéro 5, propositions : 7, 1, 3 bis.

Franck veut construire une maison entre celle de Vincent et celle numérotée 5, propositions : 3 bis bis, 3 bis 2, 3 double bis, 3 bis : 2, $3 \frac{1}{4}$ bis, $3 \frac{1}{2}$ bis

longue discussion : le bis est ennuyeux, car comment faire pour appeler la maison de Richard (voir figure 5).

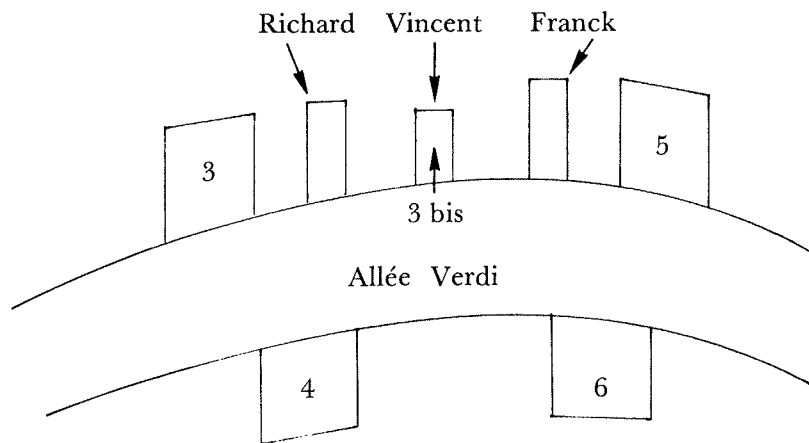


figure 5

Finalement les propositions sont résumées (figure 6).

3		3.1		3.2		3.3		5
---	--	-----	--	-----	--	-----	--	---

3		$3 \frac{1}{4}$		$3 \frac{1}{2}$		$3 \frac{3}{4}$		5
---	--	-----------------	--	-----------------	--	-----------------	--	---

3		3a		3b		3c		5
---	--	----	--	----	--	----	--	---

figure 6

Le maître oriente la recherche sur la dernière proposition et demande comment on pourrait appeler une maison qui se construit entre 3a et 3b, propositions : 3 a 1, 3 a bis, $3 \frac{1}{2}$ a, $3 a \frac{1}{2}$, 3 a a.

Finalement un gamin propose de l'appeler 3ab : ce code est accepté et les schémas suivants sont obtenus (figure 7).

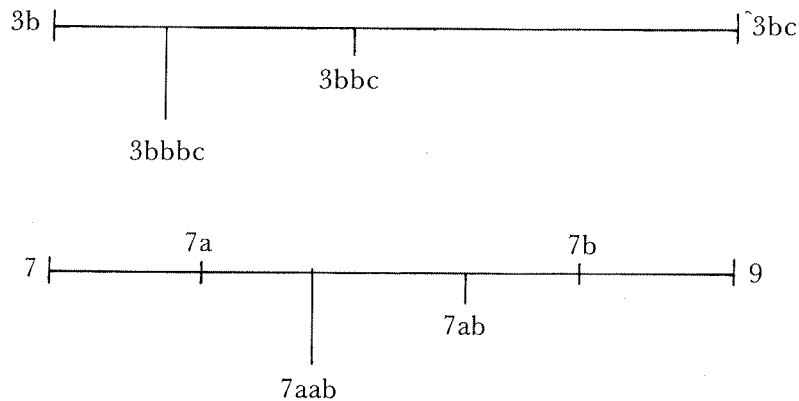


figure 7

Le maître attire l'attention des enfants sur le fait que le code adopté ne «marche» pas entre 5 et 5a par exemple, d'où la nécessité de dire que 5, 5a, 5aa ... désignent la même maison : ce point ne semble pas bien compris par la majorité des enfants.

** Remarques générales :*

Le contexte «concret» est finalement plus une gêne qu'une aide pour l'activité des enfants : en effet la situation n'est pas suffisamment épurée pour conduire rapidement au codage souhaité. Par contre le code type «rose des vents» proposé par les enfants, s'il n'est pas pratique, n'en est pas moins intéressant, car il habitue les enfants à manier des codes de même nature que les nombres à virgule.

3) le 6 avril 1973 :

** Etude de l'ordre du dictionnaire.*

- La liste des dix premières lettres est établie.
- Des mots sont composés au tableau avec ces lettres, puis sur le cahier d'essai.
- Le maître demande de classer ces mots : l'ordre du dictionnaire est naturellement utilisé ; en particulier des mots de 2 ou 3 lettres initiales identiques sont comparés.
- Le maître donne une liste de mots : les élèves doivent placer les mots dans la liste précédemment établie.

** Remarques.*

Les élèves n'ont aucune difficulté au cours de cette leçon : elle vise à faire manier de nouveaux codes aux enfants et à les faire travailler sur l'ordre des nombres à virgule qui seront vus plus tard.

Les élèves perçoivent une analogie entre le travail demandé au cours de cette séance et celui de la séance précédente.

III – INTRODUCTION DES NOMBRES A VIRGULE.

le 14 mai 1973 :

** But de la leçon.*

Après la série d'exercices qui visaient à faire utiliser différents codes pour désigner des points qu'on intercale entre d'autres — les codes étudiés étant au maximum ceux proposés par les enfants — il s'agit à présent de faire travailler les enfants sur les nombres à virgule. Le maître suggère donc aux élèves le code approprié ; charge leur est faite d'en découvrir le mode de formation et d'en généraliser l'emploi.

** Principales étapes.*

- 1) Codage par des nombres à virgule écrits en base deux de points situés sur une droite.
- 2) Recherche de codes pour de nouveaux points intercalés entre les précédents.
- 3) Comparaison des nombres à virgule
 - en les plaçant sur une droite
 - en utilisant les signes $>$ et $<$.

** Compte-rendu.*

- 1) Le maître trace un segment de 16 carreaux (figure 8) : des points sont marqués tous les quatre carreaux et sont codés par des nombres écrits en base deux. (5 petites erreurs pour l'ensemble de la classe). Une ligne est tracée en dessous (même figure) avec les codes indiqués.

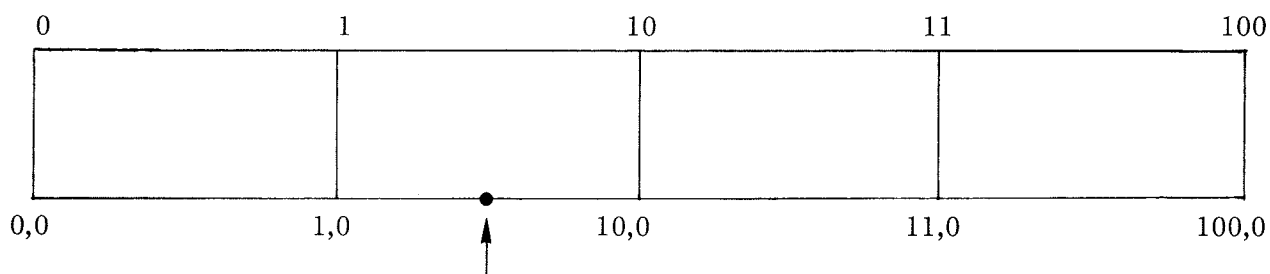


figure 8

Plusieurs remarques des élèves : la ligne d'en dessous, c'est exactement la même chose qu'en dessus.

Problème posé par le maître : peut-on donner un nom au point marqué d'un rond et d'une flèche (en couleur au tableau).

Propositions des élèves 1,01 ; 1,11 ; 10,1 et 1,1 : on retient 1,1 et la méthode est utilisée pour coder les autres points (pas de difficulté pour les trois quart de la classe).

Vérification pour ceux qui ont des difficultés avec les points situés entre 100 et 111.

De nouveau le maître introduit une ligne supplémentaire (figure 9).

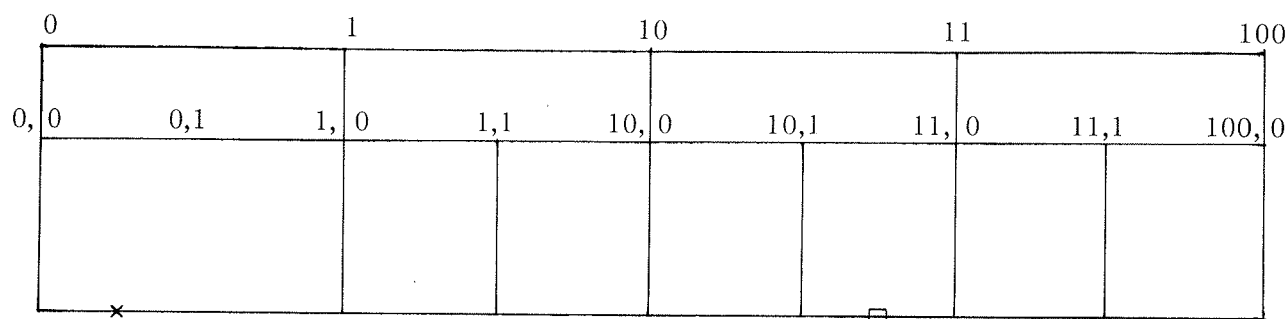


figure 9

Avez-vous des idées pour coder le point marqué d'une croix ?

Un élève propose 0,00 mais ceci est contesté car c'est la «même chose» que 0,0; finalement on opte pour 0,01 et tous les élèves cherchent la suite des codes (le travail est fait sur une droite disposée verticalement)

Problème pour terminer : comment coder le point marqué $\square$? Un certain nombre (3, 4) d'élèves trouvent la réponse.

2) *Série d'exercices sur ardoise.*

a) * On donne 1 et 10 ; quels nombres peut-on intercaler entre ces deux nombres ? (8 réponses justes : beaucoup répondent 0,1).

* On donne 100 et 101. (16 réponses justes).

* On donne 11,1 et 100. (14 réponses justes).

b) Placer les points sur une droite, du «plus petit au plus grand».

a = 11,01

b = 1,01

c = 11,1

d = 0,10

(10 réponses justes ; beaucoup de réponses fausses sont d b c a).

$$\left| \begin{array}{l} a = 10 \\ b = 11,01 \\ c = 0,10 \\ d = 11,1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (17 \text{ réponses justes ; des erreurs} \\ \text{encore c a d b}). \end{array}$$

c) Indiquer quel signe ($>$ ou $<$) il faut mettre entre deux nombres donnés (exemple 11,00 et 1,100) : pas d'erreur.

La suite de cet article paraîtra dans le bulletin numéro 2.

