Université de
DIJON.
IREM

Diplôme Supérieur d'Etudes et de Recherches

Soutenu le 17 juin 1988
à l'Université de Bourgogne
U.F.R. Sciences et Techniques

par Henry PLANE

AVANT-PROPOS EN FORME DE PLAIDOYER

- Ah ! Vous faites de l'histoire des mathématiques.
- Non, mais je me sers d'histoire des mathématiques dans mes cours.
- Vous émaillez de quelques anecdotes vos théorèmes pour intéresser vos élèves ?
- Ce ne serait déjà pas sans valeur que de leur montrer que derrière les mathématiques il y a des hommes.

.....

C'est ainsi que, assez souvent, dans une salle des professeurs, débute un dialogue. Mais de quelle manière se poursuit-il ? Cela dépend de l'interpellateur, curieux, sceptique, intéressé, et de celui qui est interpellé.

Dans les lignes qui suivent, le dialogue va céder la place au monologue, mais le héraut sera-t-il bon ?

Bien des objectifs entrent en jeu dans cette aventure qui consiste à user de l'histoire d'une discipline. Est-ce pour l'enseignement de celle-ci ? pour celui de l'histoire ? Est-ce un apport au fond ? à la méthode ? Est-ce pour la connaissance ? pour la culture ? Est-ce , en ce qui nous concerne, pour l'histoire des mathématiques elle-même ?

Analyser séparément ces objectifs, et d'autres, serait certainement nuire à un projet assez global. Mais peut-on totalement éviter de le faire ! Il vaut mieux procéder par touches et regarder ce que cette pratique peut apporter dans telle ou telle circonstance, à l'un ou à l'autre.

Voici, par exemple, un jeune professeur s'étonnant que les élèves aient tant de mal à assimiler tel point d'un chapitre qui pour le reste passe bien. Il est tout surpris lorsqu'il apprend que ce point avait, l'histoire en faisant foi, mis quelques siècles à être résolu et à s'imposer. Faut-il évoquer les nombres négatifs et Descartes qui les écarte en résolvant une équation du second degré, et tout le débat pour les représenter, débat qui ne cessa guère que conjointement à celui de la représentation des imaginaires au début du XIXème siècle ?

Voici encore un élève qui, un livre à la main -celui dans lequel étudia père ou grand-père- vous demande pourquoi la propriété que vous avez étudiée hier y est démontrée autrement en faisant usage de notions qu'il ignore -égalité de triangles par exemple. Doit-on seulement lui répondre avec autorité que ce que vous avez fait avec lui est meilleur ? Un débat de ce genre aboutit souvent à révéler à plus d'un, et pas seulement à un élève, que la construction de l'édifice mathématique n'est pas

oeuvre achevée et que l'aspect linéaire et logique, séduisant pour les uns et répulsant pour d'autres, n'a pas valeur d'absolu. N'y a-t-il pas là occasion de mettre et de la vie dans les mathématiques et des mathématiques dans la vie ?

Ce désir de libérer, au niveau du secondaire, la présentation des mathématiques de son aspect immuable est certainement partagé par beaucoup d'enseignants qui voient dans l'histoire des mathématiques un moyen d'y parvenir sans déroger aux programmes.

En veut-on un exemple ?

Il est classique, après l'étude du sens de variation des fonctions, étude dans laquelle est apparue la notion de dérivée, de déboucher sur "la signification géométrique de la dérivée". Mais il est également possible d'étudier la notion de tangente à une courbe en s'inspirant de Fermat ou de Huygens. On recherche une droite ne "touchant" cette courbe qu'en un seul point, c'est-à-dire ce qui se passe lorsqu'une sécante à cette courbe pivote autour d'une de ses intersections jusqu'à ce que le deuxième point d'intersection avec la courbe vienne se confondre avec le premier, "ad egaler" le premier, selon l'expression de Fermat. Belle leçon de géométrie dans laquelle l'analytique retrouve la forme dont usait Descartes, sans axes de co-ordonnées, et pour cause. Le lien entre "appliquée" et "ordonnée", entre y et x, équation de la courbe, n'a même pas besoin d'être une relation fonctionnelle. Les accroissements apparaissent très bien, "entièrement évanouissants ou infiniment petits" et le résultat tout aussi bien, résultat qui donne directement la construction de cette tangente. Un beau texte de Huygens de 1667 résume cette démarche (Règle pour trouver les tangentes des lignes courbes) ; les élèves le suivent sans érudition spéciale car la langue française du mathématicien hollandais n'a pas vieilli. Ensuite on montrera toute la richesse du procédé et ses autres applications (recherche des extrema voire calcul d'aires). Et qui alors empêchera de parler de la signification analytique de la méthode en usage pour la tangente et de lui donner le nom de dérivation ? Il est logique de penser, l'expérience faite, que les élèves comprendront autrement, alors, l'importance de l'outil "dérivée" et l'intérêt de ses formules. Nous sommes sans regret d'avoir essayé une telle démarche.

Mais, nombreux sont ceux qui hésitent sur ce point ou sur d'autres. Ils estiment qu'un tel comportement, une telle entreprise est affaire de spécialiste et qu'en tous cas ils n'ont pas reçu une formation suffisante pour s'y aventurer.

On voudra bien accepter sur ce sujet, et pour effacer cette crainte, le témoignage des équipes nées dans les I.R.E.M. et exploitant l'histoire des mathématiques. Certes on ne commence pas par "faire de l'histoire" ce qui impliquerait effectivement une formation, des moyens d'approche et une documentation

dont fort peu de collègues disposent. Un "travail de première main", oeuvre de spécialiste, n'est pas à la portée de quiconque se sent intéressé. Mais, sans chercher à faire un travail original, on peut se servir de ce qui existe en la matière et viser à mettre à la portée des enseignants et des enseignés une partie du savoir accumulé par les spécialistes en leurs travaux, partie bien entendu en rapport avec les possibilités d'utilisation ou de compréhension des intéressés. Ainsi, dans un ouvrage sur Pascal ou concernant les coniques chez les Grecs, tout ne peut pas être utilisé au lycée, mais il existe à n'en pas douter des passages qui peuvent aider à la compréhension de ce qui figure au programme de la classe. Voilà en quoi l'utilisateur de l'histoire des mathématiques a un rôle à jouer, rôle différent de celui de l'historien de la discipline mais qui le prolonge. Et n'est-ce pas là une tâche de l'enseignement que de jouer le rôle d'éveilleur ? En faisant revivre un peu le passé, les impasses et les erreurs n'ont pas à être évacuées, les échecs à être omis. Il ne s'agit pas, par là, de consoler l'apprenti mais de lui montrer comment, d'une part, les obstacles ont été contournés par quelque invention fruit de la réflexion et, d'autre part, comment des fautes furent redressées par un surcroît de rigueur même, et surtout peut-être, si la solution royale d'aujourd'hui est trop facilement qualifiée d'évidente. Le mouvement perpétuel d'oscillation entre "on va de l'avant" et "on contrôle" se répète si souvent au cours des âges qu'il ne peut qu'inciter chacun à le méditer voire à s'en inspirer. En tous cas il n'a pas a être occulté.

L'évolution elle-même de la notion de rigueur est pleine d'enseignements dont l'histoire des mathématiques fournit des exemples. Georges Bouligand questionnait : "La logique n'est-elle pas l'intuition de ceux qui sont venus avant ?".

L'irrationnel, à une époque donnée, ne fut-il pas souvent l'humus du rationnel pour l'époque suivante ?

Lors d'un récent colloque, un universitaire chargé de la formation d'enseignants disait qu'il attendait de l'histoire des mathématiques qu'elle soit cause de rupture du dogmatisme chez le professeur. Lorsque au "Voilà comme il faut faire" on oppose "Ce n'est pas toujours ainsi que le mathématicien s'en est tiré" n'est-ce pas là une belle leçon de modestie ? Les blocages déjà évoqués chez les élèves s'illustrent, peut-être, de précédents célèbres et ayant, en leur temps, joué un rôle capital dans l'avancée scientifique. Le maître gagne certainement à ne pas les ignorer, ne serait-ce que pour donner un sens à ce qui fait le présent.

Lorsqu'on est habitué à faire fonctionner sa pensée d'une certaine manière, on finit par estimer que les autres modes de pensée sont faux ou, tout au moins, on n'est pas loin d'y arriver. L'histoire de la science force à connaître d'autres lectures de la réalité. Alors celle-ci perçue multiple et variée peut avec profit

être approchée de diverses façons. Ne peut-il en être de même, dans un certain sens, pour les mathématiques ? A côté de la rigueur n'y aurait-il pas place à faire à l'audace même aventureuse ?

Au lieu d'opposer Descartes, l'homme qui parle de méthode générale, et Pascal, l'homme qui résout, un à un, des problèmes, ne convient-il pas d'accorder leurs richesses propres et d'en faire la richesse de l'homme ?

Plus généralement n'est-il pas inconcevable de pratiquer une science sans, au moins, connaître les grandes lignes de son histoire ?, à plus forte raison s'il s'agit de l'enseigner, et de l'enseigner lorsque son évolution est si rapide ? Nous touchons là à une lacune certaine dans la formation de beaucoup d'ingénieurs comme de maîtres. La préparation actuelle du métier de professeur de mathématiques ne fait guère de place à une incursion dans le domaine historique. Y aurait-il, au reste, quelques cours en faculté que l'étudiant, trop sollicité par les programmes, ne s'aurait s'y attarder. Reçu, le jeune enseignant se trouve le plus souvent bien isolé dans son début de carrière pour revenir sur ces questions, s'il en a désir et loisir.

Et il y a par ailleurs tous les élèves qui vont faire des études dont la part scientifique sera minime et sans attrait. Ne serait-il pas possible par le biais historique de leur faire approcher sinon les objectifs du moins la tournure d'esprit et quelques moyens de la science voire quelques outils mathématiques ?

De tout temps des mathématiciens dont les noms sont connus à plus d'un titre, furent conscients de ces problèmes et voulurent y porter remède mais leurs efforts n'étaient recueillis que par des cercles restreints d'amateurs. Peut-on actuellement viser plus loin ? Nous n'en sommes qu'à une timide apparition de la dimension historique dans les programmes secondaires et les épreuves du baccalauréat. Ce n'est pourtant pas une innovation. Il y a plus d'un siècle l'histoire de la discipline a figuré à l'agrégation de mathématiques. Des ouvrages scolaires de mathématiques ont comporté des renseignements historiques en notes ou pages entières (J. et P. Tannery, 1905 - Caire et Deltheil, 1939 -pour ne citer que ces auteurs. On notera ici qu'il nous a été donné de retrouver une arithmétique du XVIème siècle débutant par quelques pages consacrées à l'historique de la discipline). L'idée n'est donc pas nouvelle.

Il n'est pas étonnant dans ces conditions que lorsque furent donnés aux professeurs de mathématiques du second degré, des moyens tangibles de recherche sur leur enseignement par la création des I.R.E.M., naquirent dans diverses académies des groupes consacrés à l'histoire de la discipline. Un réseau se mit alors en place à travers la France (Groupe inter-I.R.E.M.). Des rencontres, des colloques, des "Universités d'été" virent le jour. Tout cela permit d'échanger des réflexions, d'épauler et de faire connaître efforts et réalisations, en rompant l'isolement de plus d'un.

C'est ainsi que se sont dégagés plus nettement les principaux points de réflexion sur l'apport de l'histoire des mathématiques à l'enseignement de celles-ci ; points qu'on rappellera ici :

- s'il est concevable que l'usage scolaire de l'histoire des mathématiques puisse et doive revêtir des formes diverses selon enseignants et enseignés il n'apparait nullement opportun, à ce stade, que celle-ci soit enseignée comme partie distincte du cours ;
- il s'avère que l'histoire des mathématiques tend à situer à leur place le rôle de la conjecture, de l'intuition, de la rigueur et de l'erreur dans l'activité et l'enseignement mathématiques ;
- également l'histoire des mathématiques amène à briser la conception dogmatique de l'enseignement de cette discipline et permet alors d'étudier les obstacles épistémologiques afin de mieux surmonter les obstacles pédagogiques ;
- d'autre part l'histoire des mathématiques en montrant que les concepts mathématiques ne sont pas "la vérité tombée du ciel" fait apparaître qu'ils sont édifiés, aujourd'hui comme hier par des hommes qui répondent à des questions se présentant à eux, ainsi les mathématiques deviennent pour les élèves une "science vivante qui progresse" ;
- enfin l'histoire des mathématiques peut "décloisonner" les matières scolaires. Ce dernier point, en particulier, devrait conduire les enseignants de diverses disciplines à rechercher et pratiquer un travail en commun.

Alors, en une formule : humaniser les mathématiques ?

Ce serait plutôt leur enseignement !

Esprit de finesse et esprit de géométrie y ont leur place inaliénable. Si les mots des mathématiques paraissent à bien des élèves -et à d'autres- arides, voire sans vie, leur fixité établie, il n'en est pas de même pour les phrases qui les utilisent. De même si mathématiques et technique firent en plus d'une circonstance, bon ménage -l'histoire là encore le montre- il y a danger à confondre leurs apprentissages et leurs objectifs

Tous ces points qui viennent d'être évoqués ont été confirmés lors de discussions qui, hélas, apparaissent comme le privilège des collègues qui ont pu se rencontrer. Mais, qu'en est-il pour les autres, qui sont majorité ? Ils ont, certes, des comptes-rendus -s'ils en ont connaissance- et, même dans ce cas, est-ce suffisant pour que ces derniers se sentent participants ?

L'équipe d'I.R.E.M. à laquelle collaborait l'auteur de ces lignes a estimé que la priorité pour inciter à user de la "dimension historique", devait être d'apporter aux collègues, surtout aux isolés, des moyens simples d'utilisation

effective de textes d'histoire des mathématiques. Cela est apparu possible sous forme de documents regroupés et de préférence commentés, même modestement. Les brochures furent rédigées et diffusées, pouvant offrir à chacun l'occasion de s'exercer voire d'exercer ses élèves ou au moins de piquer la curiosité puis de susciter la réflexion à défaut d'entraîner la discussion.

Le travail qui suit relève de cette perspective.

Approchera-t-il du but ? En tous cas ses limites seront mesurées sans peine. C'est pourquoi il est précédé du compte-rendu de sa réalisation ; génèse, moyens, cadre y sont évoqués pour ne pas lui faire jouer un rôle qui n'est pas le sien et lui garder son exacte valeur.

C'est un travail non d'historien mais d'utilisateur de l'histoire des mathématiques.

On souffrira ici une comparaison : si parfois le professeur de mathématiques se révèle auteur, au cours de sa carrière, de quelques démonstrations originales, il n'est pas en général un mathématicien mais un guide du bon usage des mathématiques. Il en a été de même avec l'histoire des mathématiques dans les lignes qui suivent. Au lecteur d'en tirer, s'il le peut, le meilleur usage.

Le héraut se retire, la geste débute.

BIBLIOGRAPHIE

Dans le mouvement des actions afin d'"introduire une dimension historique dans l'enseignement des mathématiques" nous avons participé à la rédaction de diverses publications tant à l'IREM de Dijon que du groupe inter-IREM "Histoire et Epistémologie des mathématiques".

Par ailleurs nous avons assuré la reproduction d'ouvrages anciens non réédités actuellement.

_ Dans le cadre de l'IREM de Dijon :

1 - Articles dans la "Feuille de Vigne", bulletin périodique de l'IREM

2 - Brochures éditées :

- Premiers pas,
- Glanes d'histoire de mathématiciens,
- La numération écrite,
- Jeux de géométrie,
- Chose d'algèbre,
- Egale zéro,
- Vecteurs (Recherches de paternité),
- Pages et calculs choisis de Blaise Pascal,
- Lecture d'un texte de Huygens,
- Léon d'Anvers : une arithmétique du XVIème siècle,
- De l'invention des tangentes,
- Mathématiques chez Isidore de Séville,
- Quelques documents de sciences du début du XVIIème siècle,
- Quelques articles de l'Encyclopédie,
- Comptes grecs,
- Calculus populusque romanus,
- Mathématiques et Islam,
- Eclairs sur le Moyen-Age.

3 - Reproductions

Discours de la cause de la pesanteur de Huygens,

Analyse des infiniments petits du Marquis de l'Hospital,

Essai sur la représentation analytique de la direction de Wessel (traduction française du centenaire),

Nouveaux élémens de géométrie d'Antoine Arnauld,

Epistemologiæ - livre III - chapitre : Mathématiques d'Isidore de Séville.

_ **Dans le cadre du groupe inter-IREM :**

- Articles dans le bulletin de liaison inter-IREM
- Documents pour la participation française aux congrés internationaux sur l'Enseignement des Mathématiques (Berkeley 1980, Adélaïde 1984, Budapest 1988).
- Ouvrages en librairie :
  . La rigueur et le calcul (Cédic)
  . Mathématiques au fil des âges (Gauthier-Villars).

DE LA REALISATION D'UNE BROCHURE A FIN D'USAGE D'HISTOIRE DES MATHEMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

Au sein de l'I.R.E.M. s'était formée une équipe de professeurs intéressés par l'histoire des mathématiques, sans doute désir encore mal assouvi du temps qu'ils étaient étudiants. Quelques réunions firent parler d'eux et la demande d'autres collègues de diverses disciplines (histoire, philosophie... mathématiques), amena l'équipe à essayer de rédiger un bref résumé de l'historique des mathématiques en Occident ou, du moins, de la progression des divers courants ayant contribué à l'édification de l'ensemble. La demande tournait autour d'une sorte de synopse des événements mathématiques face aux événements politiques. Un bref résumé, mais celui-ci réclama un assez long travail, car : que résumer ?

Les différences d'évolution entre sciences et sociétés nous apparurent alors nettement. Puis ce fut le "trou" du Moyen-Age en Occident qui sans conteste nous posa problème. Les ouvrages modernes spécialisés dont nous disposions ne consacraient, en fait, que guère de place au millénaire 500-1500. Souvent cinq à dix pour cent au plus de l'ouvrage. Quant aux livres d'"histoire", ils sont eux encore plus avares lorsqu'il s'agit de la science.

La première demande tant bien que mal satisfaite, nous avons été un peu piqués au jeu concernant le Moyen-Age. Nous avons regardé si nous ne pouvions pas en apprendre un peu plus sur cette bien vaste période. Constituait-elle donc un désert scientifique, résultait-elle d'une léthargie de la pensée ? Chasles qui dans les 550 pages de son "Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie" en consacre une cinquantaine au Moyen-Age, écrit : "Pendant que les Arabes fournissaient une rapide et brillante carrière dans les sciences, les Européens étaient plongés dans l'ignorance". Quant à Hégel il parle de "1000 ans d'égarement". Enfin, si on interroge le discours préliminaire de l'édition Panckouche de l'"Encyclopédie", l'abbé Bossut, sur une centaine de pages n'en consacre que quelques-unes à cette période pour parler essentiellement de la science des Arabes et seulement quelques lignes pour le monde chrétien d'alors, ne citant que le nom de Gerbert !

Abordant donc cette recherche, nous avons, assez rapidement, été mis en présence de deux faits, connus certes, mais à notre humble avis, pas assez mis en relief lorsqu'on étudie ces temps, au lycée ou au collège.

L'un, aspect sombre, est la précarité des moyens dont disposait alors celui qui aurait pu devenir homme de science : vie courte, journées brèves et rigueur du

climat mal compensés par les moyens d'habitat (les lieux intellectuels ne sont plus situés aux bords de la Méditerranée, pour les Occidentaux, mais plus au Nord), faiblesse de la documentation (pour user des mots de notre siècle), peu ou presque pas de moyens de communication de la pensée en dehors de déplacements devenus souvent périlleux. Enfin il ne faut pas oublier les invasions et leurs conséquences, en particulier la décomposition des structures des états et des moyens d'enseignement réduits à des îlots isolés.

L'autre, aspect positif, montre que, néanmoins, en science, la résurgence se situe déjà au XIIIème siècle. Le XVIème siècle, avec l'imprimerie est plus celui de l'éclosion que celui d'une nouvelle naissance.

Nous commençions à aperçevoir quelques morceaux de vérité. Si nous ne pouvions apporter des réponses au moins nous fallait-il poser des questions.

Fidèle à son idée directrice qui est de mettre à la disposition des collègues et à la portée des élèves des documents aussi directement utilisables que possible -idée réalisée dans d'autres brochures- l'équipe voulut faire de même avec cette époque. Mais que pouvions-nous réaliser alors réduits à nos seuls moyens, puisque les ouvrages consultés renseignaient peu sur ces siècles ? Les recherches sur la philosophie ou la théologie semblaient l'avoir emporté de loin dans l'esprit des chercheurs. Comment montrer combien était superficiel le jugement encore trop répandu qui fait du Moyen-Age, en science, une période creuse ? Comment montrer qu'il n'y a pas arrêt de pensée scientifique et, surtout mathématique, que, sans cesse, des reprises sont perceptibles à travers les efforts d'hommes qui ont tout fait pour, au moins, transmettre ce qu'ils avaient reçu de l'Antiquité et que, souvent, ils ne s'en sont pas tenus là ?

Donc difficultés de rassembler documents, renseignements et avis autorisés.

Pourtant, petit à petit, nos opinions s'affirmèrent, en particulier sur le fait que les ruptures entre les périodes de l'histoire politique ne se retrouvent pas du tout, au Moyen-Age, dans l'évolution des mathématiques ; petit à petit quelques trouvailles permirent de rédiger un article ou deux, d'illustrer un jugement, d'en modifier un autre.

Tel ou tel collègue nous apporta son aide, souvent hors de notre discipline. le philosophe nous confirma l'importance du XIIIème siècle dans l'évolution de la pensée. Le latiniste nous consola au sujet des échecs en traduction faute de dictionnaire adapté. L'archiviste nous expliqua les difficultés du déchiffrage des manuscrits à certaines époques. L'historien fit progresser notre méthode, ou nous en fit acquérir une. Ainsi nous nous trouvions pris dans un autre jeu que le simple usage de l'histoire des mathématiques, mais en même temps nous ne mesurions que mieux

nos limites. Fallait-il renoncer ?

Deux éléments alors incitèrent à poursuivre.

Le premier résidait dans la structure même de l'I.R.E.M. où le contact entre professeurs d'Université et professeurs de Lycées et Collèges engendre appuis et conseils, ne serait-ce que dans le choix des lectures. Mais surtout il provoque la confrontation directe entre ceux qui font progresser histoire et épistémologie des mathématiques et ceux qui utilisent leurs travaux. Avant même de parler des pistes de travail découvertes, nous dirons seulement : que de livres consultés dont nous ignorions même l'existence ! Que d'aspects insoupçonnés à nous révélés ! Nous n'étions donc pas livrés à nous-mêmes. Il fallait néanmoins mettre au niveau voulu, celui de nos destinataires, tout ce que nous récoltions ou plutôt glanions, mais n'est-ce pas un des rôles et un des buts de l'enseignement secondaire ?

Le second élément apparaissait sous la forme de deux voisines de nos cours, à savoir deux bibliothèques : celle de la ville et celle du lycée. Il faut dire qu'elles ne sont pas banales. Le lycée est héritier d'un collège fondé il y a quatre siècles par Jacques Amyot et qui a continué sans interruption depuis lors. La ville conserve des biens sécularisés à la Révolution provenant des abbayes de Saint Germain et de Pontigny. Le rôle d'Auxerre et de l'école de l'Evêque, avec les sept arts libéraux déjà enseignés au Xème siècle, fut grand au Haut Moyen-Age. Certes ces bibliothèques furent partiellement pillées il y a deux siècles. Le niveau de culture local a subi des éclipses, nous le constations de près, mais tout ce patrimoine a laissé les traces d'une vie que nous pouvions presque partager avec nos prédécesseurs de quelques siècles. De nombreux livres, des tout premiers imprimés à ceux du "siècle des lumières", voire quelques incunables et manuscrits, étaient à portée de main.

Alors se manifesta vraiment pour nous, sur le plan des mathématiques et de la science ce qui est la thèse des historiens contemporains : "le Moyen-Age n'est pas un vide". Parler de la Renaissance de la science au XVIème siècle est impropre. Renaître imposerait mort, or la science a vécu pendant tout ce temps. Le renouveau et non la renaissance est à situer au XIIIème siècle, celui des université naissantes ; de loin on ne voyait que les cendres mais le feu couvait sous elles.

Pourquoi la raison humaine aurait-elle subi une éclipse ? sous quelle influence ? Ce sont quand même les hommes de ces temps qui ont bâti les églises romanes puis gothiques. N'étaient-ils que des répétiteurs ? N'avaient-ils que des techniques sans art ? La foi qui les animait ne concernait-elle qu'un Au-delà ?

D'autres que nous diront si telle ou telle période, telle ou telle école a voulu jeter un discrédit sur le Moyen-Age et, pour mieux valoriser ses productions, a voulu étouffer les témoignages et rejeter ce qui avait été produit au préalable. Quant à nous, sans entrer plus avant dans ce débat qui dépasse nos moyens

d'appréciation, nous avons pu découvrir des hommes, artisans et maîtres. N'était-ce pas l'essentiel : pouvoir montrer à nos élèves tous ces efforts, relais inappréciables, sur le chemin qui mène aux mathématiques que nous leur transmettons à notre tour ?

Nous avons pu faire sortir de l'ombre :

des copistes -mais cela est déjà beau de transmettre-

des compilateurs -mais comparer, classer, extraire la substantifique moëlle n'est pas rien-

des commentateurs -mais ceux-là ont préservé le droit de raisonner, de discuter, d'autant que maints commentaires apparaissent marqués du sceau d'une grande liberté-

et il y avait également des créateurs.

Dans l'avant-propos nous avons écrit que l'histoire des mathématiques mettait en relief le rôle de l'erreur, combattait le dogmatisme, révélait la présence de l'homme ; c'est à chaque pas, dans ce millénaire étudié que nous pouvions alors illustrer ces aspects.

Certes, résumer nos impressions, bien utiliser ce que nous avions rencontré ne fut pas aisé. Notre jugement se savait trop souvent mal assuré puisque modestement documenté. Il fallait aussi veiller à ce que les opinions reçues d'historiens des mathématiques -et des sciences- que nous voulions transmettre à collègues et élèves n'étaient pas trop trahies par les documents produits.

Il fallait encore prendre garde à certaines interprétations, à certains commentaires sur les textes retenus. Commentaires pertinents ou commentaires hasardeux ?

Citons un simple exemple. Thomas d'Aquin a écrit :

"Si dans un corps, lourd ou léger, on supprime par la pensée la forme donnée par ce qui a engendré le mobile, il reste un corps doué d'une certaine grandeur". Un commentateur en déduit : "Thomas d'Aquin distinguait masse et poids". N'est-ce pas une interprétation selon notre seul mode actuel de perception de la réalité évacuant celui sans doute fort différent du lecteur du XIIIème siècle ?

Rapporter les faits -la res gesta- engendre souvent par l'interprétation proposée une historique dans laquelle s'implique l'historien, surtout si l'opération herméneutique vise à en dégager la signification pour le seul présent de la science. C'est alors la chasse au "premier qui a fait comme on fait aujourd'hui". Cette voie n'est pas forcément la bonne pour donner son sens au passé. Nous avons donc eu à choisir, mais choisir est bien un des premiers gestes de l'enseignement.

Choix également celui à faire parmi les documents réunis pour rester à la

mesure du but recherché. En veut-on encore un exemple ? Il est recensé une quinzaine de méthodes qui furent en usage au Moyen-Age pour effectuer une multiplication. Chacune révèle une amélioration dans la technique ou dans la maîtrise de l'opération de la table à poussière au calcul mental. L'un et l'autre non directement représentables mais sous-jacents dans le calcul sur papier, ce papier qu'il fallait économiser en égard à son prix. Tout est donc intéressant ; tout ne pouvait trouver place dans le projet.

Nous ne prétendons pas avoir fait preuve dans ces options d'une vigilance et d'une perspicacité suffisantes, du moins nous nous y sommes efforcés, conscients des risques.

En ayant pour but de fournir au lecteur des documents et d'attirer son attention sur tel ou tel personnage moins connu de lui, nous avons cherché à libérer son propre jugement.

Avons-nous réussi dans ce travail de seconde main ?

Il reste enfin que notre recherche de commentaires autorisés sur tel ou tel sujet s'est quelquefois révélée vaine, surtout lorsque nous avons eu entre les mains des pièces rares. Citons un manuscrit copie médiévale des "Etymologiae" d'Isidore de Séville ou l'arithmétique de Léon d'Anvers -ou plus précisément Edouardus Léon Mellema, citoyen d'Anvers-. Il fallait alors se faire un peu "inventeur". Traduire l'un, analyser l'autre. Cela n'est-il pas un modeste travail de première main ?

Voici donc, résumés, les événements qui ont entouré la naissance de la brochure qui suit et qui ont accompagné sa réalisation. Veut-on y voir une sorte de plan-guide pour un éventuel travail similaire, travail dans lequel la rédaction va se teintant peu ou prou d'une atmosphère de recherche ? Ce n'est qu'un rôle de témoin qu'il faut lui faire jouer.

Hélas les crédits en temps à consacrer à ce genre de labeurs ne sont accordés aux enseignants du secondaire que nous sommes, que fort parcimonieusement. De plus le rôle des I.R.E.M. apparaît en l'occurence mal apprécié, mal reconnu. Pour pallier à ces manques il faut que la volonté de l'entreprenant reste, elle au moins, en sa durée, fonction continue... Et l'on ne parle pas du regret de ne pouvoir accueillir d'autres collègues dans la voie d'une recherche -même modeste comme celle de ce travail- et l'on pense, ici, aux jeunes professeurs surtout s'ils sont un peu éloignés de ces centres universitaires et l'on évoque encore, mais oui, la perte pour leurs élèves.

Oui, que ce genre de travail ne rencontre pas meilleur soutien logistique, c'est bien de regret dont il faut parler. En effet qui l'entreprend, successivement copiste, compilateur, commentateur, tel un escholier du Moyen-Age franchissant les étapes et grades de l'initiation, se retrouve à la fin quelque peu découvreur, rime de créateur.

C'est ainsi qu'en une telle aventure, me poussant vers l'avant, et vers le haut, l'IREM a, à mon égard, joué son rôle de stimulateur en recherche.

Je l'en remercie.

H. PLANE
Auxerre 1987

Mais l'IREM est mieux qu'une simple institution : depuis quinze ans que dure et, malgré tout, perdure l'aventure, ce sont des hommes et des femmes qui s'encouragent, s'épaulent et agissent.

Il convient donc ici que, à divers titres, ma gratitude s'exprime en citant, au moins quelques noms :

- ceux des directeurs qui se sont succédés, Messieurs Arbault, Durier, Marchivie, Cortet ;
- celui qui avait mis en place la section de l'Yonne : D. Reisz ;
- ceux qui m'ont apporté l'aide de leur connaissance de vrais amateurs en la matière : R. Durier, D. Tyvaert ;
- celle dont le nom est symbole des tâches quotidiennes de l'IREM menées à bien : Madame Besse ;
- et enfin ceux pour qui signer ce travail avec moi aurait été simple équité : Christiane Bouat et Alain Bataille.

ECLAIRS SUR LE MOYEN-AGE

Documents pour une approche de l'histoire des mathématiques en Occident entre VIème et XVIème siècles.

L'objectif donné à ce travail a été de regrouper puis de présenter, avec quelques commentaires, des documents ayant trait à la période envisagée.

En offrant à professeurs et élèves des moyens pour étayer une perspective historique, il est à espérer que le contenu culturel des mathématiques sera davantage mis en valeur. Pourra également se développer une réflexion sur les efforts, encore très méconnus, des hommes de ces temps ; efforts pour conserver, puis accroître, à divers titres, le patrimoine dont nous-mêmes héritons.

La période étudiée est vaste : un millénaire. Elle débute lorsque Rome, les Barbares et l'Eglise sont mis en contact. Du brassage qui en découle va naître la civilisation médiévale avec tous les à-coups que comporte une telle gestation. Une vaste communauté s'étendra à travers l'Europe occidentale. Si les grands moments de cette communauté couvrent un siècle autour de 1250, le XIIIème siècle voit déjà une autre gestation, celle des Temps Modernes. Vague après vague, sommets et creux vont déferler au cours de ces siècles.

Le XVIIème siècle, pour diverses raisons, peut-être simple réaction, peut-être volonté délibérée, a voulu recouvrir d'un voile la période qui nous intéresse en appelant renaissance ses propres origines. Le mot "Renaissance" évoque une mort qui l'aurait précédée. En nous tenant aux seules mathématiques nous avons voulu essayer de montrer que ces siècles ont, au contraire, transmis en continuité une vie de science malgré les innombrables difficultés qui furent les leurs. S'il y eut, certes, des périodes affaiblies, elles ne furent pas de néant. Des reprises individuelles ou collectives ont surgi. Les hommes du Moyen-Age en étaient parfaitement conscients. N'est-ce pas Héric d'Auxerre, au Xème siècle, qui écrit de Charlemagne : "Charles est celui qui fit jaillir les flammes des cendres" ?

La grande reprise en mathématiques -voire en sciences- précède largement l'heure de cette imprimerie qui, elle, assurera l'irruption de la science moderne au creuset du Moyen-Age. C'est pourquoi nous avons poursuivi le travail jusqu'aux jours des premiers livres imprimés.

Le millénaire que nous allons survoler est donc marqué au coin d'incessantes reprises plus ou moins fécondes, plus ou moins originales, plus ou moins vivaces mais qui interdisent le mépris.

Comment, du reste, pouvoir imaginer que cette période, pétrie en Occident par le christianisme, ait été, malgré ses moyens souvent, à nos yeux, très limités,

une période passive ? Comment le christianisme qui prêche l'homme debout et en libération aurait-il pu accepter de laisser ce même homme se détourner des efforts de l'esprit ?

Quand bien même la foi qu'il appelle serait-elle d'un autre ordre que la raison, elle ne peut vouloir écraser cette raison. Ce n'est pas sans motif que, le plus souvent ce sont des hommes d'Eglise qui vont entretenir la flamme de l'esprit et de la science malgré les errements de certains d'entre eux. L'entretien se limite, souvent hélas, à conserver, recopier, peut-être traduire, mais, dès que les circonstances le permettent, il débouche sur le commentaire et suscite la marche en avant conjointement au regard vers le haut ; créativité pas morte.

Quatre points d'ancrage ont été choisis pour diviser l'étude. On les nommera VIIIème, XIème, XIVème, XVIème siècle ou bien Charlemagne, Gerbert, les universités, l'imprimerie. On verra que les limites sont prises au sens large. Chacun les modifiera à sa guise, comme chacun puisera à sa convenance.

Nous n'avons pas écrit une histoire ; nous avons cherché à apporter des témoignages de la vitalité cachée des temps qui sont comme l'armature des nôtres.

Notre travail, nous le savons, est modeste et simplificateur. Nous avons tenu à rester dans un tel cadre afin que le lecteur débutant en la matière y soit à l'aise. Peut être d'aucuns auront alors envie d'en combler les lacunes : nous accueillerions une telle réaction comme la meilleure récompense de nos efforts.

Mais il convient ici de dire que l'oeuvre entreprise n'aurait pas pu être menée à terme sans l'apport du savoir de professeurs d'histoire dont l'intérêt pour le rôle de la science nous a permis d'abuser de leur aide amicale : nos collègues Christiane Bouat et Alain Bataille.

PREMIERE PARTIE

Du sixième au neuvième siècle, malgré les invasions, le partage des dépouilles de l'Empire romain et un morcellement des centres actifs de l'Europe occidentale, des vestiges du monde romain ne cessent de ressurgir en divers lieux et en divers domaines. Le rétablissement de la dignité impériale pour Charlemagne en est une illustration.

C'est pourquoi nous titrons "Dans le moule romain" notre quête des traces du savoir mathématique en ces siècles. Survol rapide, traces ténues mais qui récusent le vide.

DANS LE MOULE ROMAIN

Pendant plusieurs siècles ce qui fut le domaine du César romain a été progressivement envahi et démantelé. Rome même fut occupée dès le début du Vème siècle. Il ne semble pas que les envahisseurs aient alors apporté avec eux des connaissances scientifiques et spécialement mathématiques. Or si l'aspect extérieur et administratif de l'Empire s'effondre, néanmoins tout ce qui peut constituer un patrimoine technique surnage plus ou moins au flot de l'envahisseur et même capte son intérêt à travers ses besoins. Les mathématiques essentiellement pratiques des Romains vont donc survivre, voire être entretenues. Par ailleurs l'Eglise, "passée peu ou prou aux barbares", se fit devoir de transmettre, aussi modestes soient-elles, les connaissances acquises. Ces connaissances aideront, peut être, à affronter ces temps rudes et participeront ainsi à la gestation de ce qu'on nomme la civilisation occidentale.

Mais, que reste-t-il au début du VIème siècle de ce qui fut pour les Grecs la science par excellence, les mathématiques ?

Sous l'influence des communautés chrétiennes d'Afrique du Nord, l'Eglise est passée de la langue grecque, jadis comprise dans tout le bassin de la Méditerranée, au seul latin. La science suivit ce mouvement et tout ce que les Romains étudiaient en grec se trouva traduit dans la langue de Cicéron ou plutôt celle d'Ambroise ou d'Augustin. Le savoir de la Grèce se perdit alors petit à petit faute d'en retrouver les sources mais surtout parce que la demande de savoir ne portait plus que sur les applications pratiques de cette science. Les utilisateurs en sont essentiellement les "agrimensores", arpenteurs et agents de conservation des routes, ponts et ports, ainsi que quelques constructeurs de bâtiments.

Toutefois, au début du VIème siècle, un nom émerge : BOECE (1).

Boèce aurait traduit en latin une géométrie d'Euclide -ce travail est aujourd'hui perdu- (2) mais c'est surtout avec son "Institutio arithmetica" -adaptation d'une oeuvre grecque- qu'il influença son époque. Il laissa un outil durable de calcul aux siècles suivants. On en possède de nombreuses copies jusqu'à son impression au XVIème siècle ! Boèce ne connaissait pas le zéro, mais usait d'apices, c'est-à-dire de jetons numérotés, perfectionnant le calcul à l'aide d'abaques (3).

(1) Voir document n° 2.

(2) Pendant longtemps un manuscrit de géométrie fut attribué à Boèce, mais il est établit maintenant qu'il lui est postérieur.

(3) I.R.E.M. (Le renvoi IREM concerne une des brochures publiées par l'IREM de Dijon et dont la liste figure en bibliographie).

On citera également l'ouvrage de CASSIODORE (4), sorte de compendium du savoir de son époque.

Ensuite l'Italie scientifique tomba pratiquement en léthargie jusqu'à la Renaissance.

Comment va donc se transmettre ce qui demeure de savoir scientifique ? Des écoles ? Il n'y en a guère, si ce ne sont celles que des évêques installent près de leur siège. Ceux-ci estiment que si leurs clercs, ministres de la Parole, se doivent d'être riches de savoir religieux et nourris en cela par les connaissances dites du "Trivium" (grammaire, rhétorique, dialectique), ils ne doivent pas ignorer les "arts libéraux" du "quadrivium" (arithmétique, géométrie, astronomie, musique) (5). Tout ce qui est oeuvre de l'homme ne doit pas être ignoré des hommes de Dieu.

D'autres raisons concourent à cet effort d'enseignement du quadrivium. Les nombres ne sont pas dépouillés de toute valeur symbolique, voire religieuse. Un verset du "Livre de la Sagesse" ne dit-il pas de Yawhé "Tu as tout disposé avec mesure, nombre et poids" ? (6). La musique en tant que rapport entre les sons est indispensable à une belle liturgie. La détermination exacte de la date de Pâques est nécessaire pour établir un calendrier correct dans toute la Chrétienté et qui dit astronomie pense souvent à astrologie...

C'est alors que débute le temps de la compilation des textes anciens ou, du moins, de ceux qui ont été conservés, compilations souvent laborieuses, puis compilations de compilations...

Citons "Etymologiae" l'encyclopédie d'ISIDORE DE SEVILLE (7), le "Computus" de BEDE (8) et un ouvrage qui a exercé une grande influence sur l'époque : "De nuptiae philologiae et Mercurii". Ce dernier ouvrage au contenu souvent obscur est également une sorte d'encyclopédie (9).

Il est certain qu'au VIIème siècle, la culture est, en Occident, en plein déclin pour de multiples raisons : morcellement de l'Italie, faiblesse des successeurs de Dagobert, suites des invasions, enfin l'Eglise concentre ses efforts

---

(4) Cassidore ou Cassiodorus, calabrais, mort vert 564. On lui doit aussi un traité sur la date de Pâques.

(5) Il n'est pas rare de voir, sculptées sur les cathédrales, des figures représentant -trivium et quadrivium-.

(6) Sagesse XI-20. Ce passage est apparu à certains comme une réminiscence de la culture hellénistique de son rédacteur.

(7) Isidore, évêque de Séville, mort en 636 ; voir document nº 3.

(8) Bède le Vénérable (673-735). Beda Venerabilis, connu comme "The father of English learning". Moine anglais qui selon ses propres dires a "passé sa vie à enseigner et écrire".

(9) Voir document nº 1.

sur la conversion des Barbares. Certes on évoque toujours Saint Augustin (10) qui avait recommandé de former les jeunes aux arts libéraux mais pouvait-on le suivre ?

C'est toutefois en Angleterre et en Irlande que le patrimoine culturel apparait conservé à l'abri des invasions, dans maints monastères, tels Cantorbéry, Exeter ou Nursling. On a pu se demander si un missionnaire irlandais ou anglosaxon formé à Cantorbéry n'était pas, débarquant, au VIIIème siècle, en Austrasie, comme un civilisé arrivant chez les sauvages tant l'inculture était grande dans les royaumes francs.

Vint l'époque de Charlemagne. A travers sa forte personnalité, l'Occident pensa faire renaître l'Empire. Il fallait pour cela, outre un chef, des cadres. Excellent organisateur, Charles estima qu'à côté des écoles où l'évêque formait ses clercs, l'Empire devait avoir ses propres écoles pour former ses administrateurs. En plus de la connaissance de l'écriture et de la grammaire, ces derniers devaient savoir compter. Pour organiser cet enseignement, Charles fit venir d'Angleterre des moines, en particulier ALCUIN (11). Vers 775 le roi des Francs écrit : "Nous invitons nos sujets, pour autant qu'ils en sont capables, à cultiver les arts libéraux". Vers 780 les assemblées capitulaires imposent dans chaque évêché la création d'une école enseignant au moins la grammaire et le comput -(règles de calcul pour fixer les fêtes religieuses de l'année). On connaît une liste des questions étudiées dans les écoles alors organisées, toutes relèvent plus ou moins du savoir des Romains (12). L'Empire n'était-il pas, sur ce plan également, le modèle recherché ? Ne fallait-il pas former l'"homme chrétien" sur le modèle du "doctus orator" de Cicéron ?

Mais cet empire d'Occident ne survécut guère à son fondateur, mort en 814. La fin de cette renaissance entraîna, pour plus d'un siècle, celle de maintes écoles et l'on retourna aux simples "commentaires".

---

(10) Augustin (354-430) évêque d'Hippone. Il était assez cultivé lui-même pour avoir écrit sur l'arithmétique et la géométrie mais comme l'a noté H.I. Marrou : il apparaît comme un littéraire aventuré sur un terrain où il n'est pas sûr de lui.

(11) Alcuin (735-804) originaire d'York, fut abbé de Saint Martin de Tours. Il souhaitait "bâtir en France une Athènes nouvelle" et comparait "les sept arts libéraux aux sept dons du Saint Esprit".
De même fut attiré en France par Charles II -le chauve- le philosophe irlandais Jean SCOT ERIGENE.

(12) Voir document nº 4.

Une nouvelle fois le savoir se réfugia dans les monastères -bénédictins en particulier- où les moines conservaient ce patrimoine parfois, voire souvent, sans pouvoir l'utiliser sauf si, de loin en loin, l'un d'eux s'élevait en savoir et en science. Tels furent HEIRIC (841-876)) et REMI (841-908) à Auxerre ou ABBON (Xème siècle) à Fleury-sur-Loire (13) ou encore ODON abbé de Cluny (mort en 943).

Suivent maintenant cinq documents qui se rapportent à :

1 - Martianus Capella,

2 - Boèce,

3 - Isidore de Séville,

4 - Alcuin,

5 - Rémi d'Auxerre.

(13) Rémi d'Auxerre eut un grand rayonnement comme commentateur tant des auteurs sacrés que de Boèce ou de Capella. "Pour faire fleurir les sciences" il ouvrit une école à Paris dans laquelle d'aucuns voient l'ancêtre de l'Université de la Cité.
Fleury-sur-Loire est aujourd'hui Saint-Benoît-sur-Loire.

Document n° 1

Dans "Les noces de la Philologie et de Mercure" de MARTIANUS Mineus Felix CAPELLA, on relève le passage qui suit, passage qui ne fut pas ignoré au long du Moyen-Age. Copernic lui-même a présenté son système de l'univers comme "une extension des vues ingénieuses de Martianus Capella".

Certes des savants grecs avaient déjà envisagé un système héliocentrique -au contraire du système géocentrique de Ptolemée (vers 150)- ainsi en était-il pour Aristarque de Samos (vers 250 avant Jésus Christ). Mais le système de ce dernier n'était et n'est connu que par l'"Arénaire" d'Archimède (vers 225 avant Jésus Christ) dont le seul manuscrit retrouvé au XVème siècle ne fut accessible qu'après la mort de Copernic (1520).

...Bien que Vénus et Mercure aient chaque jour un lever et un coucher, leurs orbites ne décrivent pas du tout un cercle autour de la terre, mais autour du soleil, d'un mouvement libre. En fait, ils ont le soleil comme centre de leur orbe et de telle sorte que parfois ils se déplacent en dessus de lui et d'autres fois en dessous et plus près de la terre. Vénus s'écarte du soleil en largeur d'un signe et demi. Mais, quand ils sont en dessus du soleil Mercure est le plus rapproché de la terre et lorsqu'ils sont en dessous du soleil, c'est Vénus qui est la plus proche car elle tourne sur une orbite plus grande et plus large".

Martianus Capella originaire de Numidie, vécut au Vème siècle. Son ouvrage fut recopié tout au long du Moyen-Age comme rare source du savoir antique. Il fut également "commenté" par de nombreux maîtres en renom tel Rémi d'Auxerre (début Xème siècle).

Document n° 2

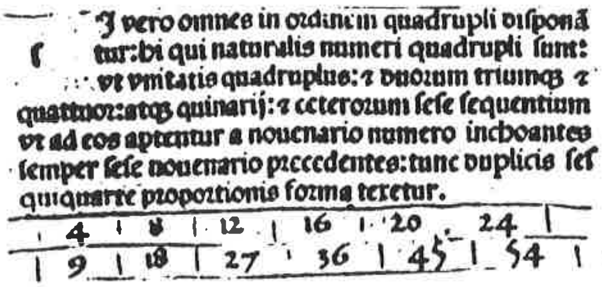
BOECE

Les historiens considèrent Boèce -Anicius Boethius- comme un des "derniers romains" du monde occidental déjà soumis aux "Barbares".

Boèce fut iniquement condamné et sauvagement éxécuté à Pavie en 524 sur l'ordre de Théodoric -roi ostrogoth de Ravenne- qu'il avait servi de son grand savoir et de sa compétence dans de nombreuses tâches. Fut-il une victime du conflit Byzance-Ravenne ? ou plus vraisemblablement un chrétien martyr de l'arianisme ?

Philosophe, poète, compilateur scientifique, Boèce a inspiré tout l'enseignement scholastique à travers le Moyen-Age. Il a sa place dans notre étude car au IXème siècle nombreuses étaient les copies de son "de institutione arithmetica" dont les spécialistes, même s'ils s'accordent à la trouver inspirée de NICOMAQUE (mathématicien du 1er siècle, originaire de Palestine), reconnaissent que Boèce a su y pousser à l'extrême sa science des nombres.

Nous reproduisons des extraits d'un incunable de 1499. L'influence de Boèce était restée telle, un millénaire après sa mort, que son oeuvre fut parmi les tout premiers textes imprimés.


J vero omnes in ordinem quadrupli disponātur: hi qui naturalis numeri quadrupli sunt: vt vnitatis quadruplus: ⁊ duorum triumque ⁊ quattuor: atque quinarij: ⁊ ceterorum sese sequentium vt ad eos aptentur a nouenario numero incohantes semper sese nouenario precedentes: tunc duplicis sesquiquarte proportionis forma teretur.

4	8	12	16	20	24
9	18	27	36	45	54

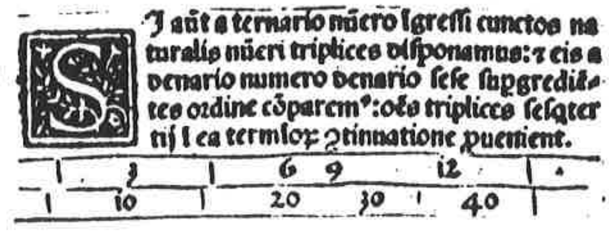
Boèce met en relief plusieurs propriétés des nombres.

Ainsi :

Si on met en ligne, dans l'ordre, les multiples de quatre, le premier, le second... etc, et en dessous ceux de neuf dans le même ordre on constate que chacun de ces derniers est égal au double du correspondant augmenté du quart de celui-ci.

$9 = 2.4 + \frac{1}{4}\ 4$, $45 = 2.20 + \frac{1}{4}\ 20...$

et plus loin, de manière analogue, on passe des multiples de trois à ceux de dix en les triplant et en ajoutant leur tiers.


J aūt a ternario nūero ingressi cunctos naturalis nūeri triplices disponamus: ⁊ eis a denario numero denario sese supgredientes ordine cōparem⁹: oēs triplices sesquitertij ea terminorū cōtinuatione puenient.

3	6	9	12
10	20	30	40

$10 = 3.3 + \frac{1}{3}.3$, $40 = 3.12 + \frac{1}{3}.12$

(avec Viète, 1000 ans plus tard, nous écririons $9n=2(4n)+\frac{4n}{4}$ et $10n=3(3n)+\frac{3n}{3}$ ...)

__ On peut se demander si ces exemples, il y en a plusieurs autres, sont de simples remarques ou si une règle plus générale était en vue ?

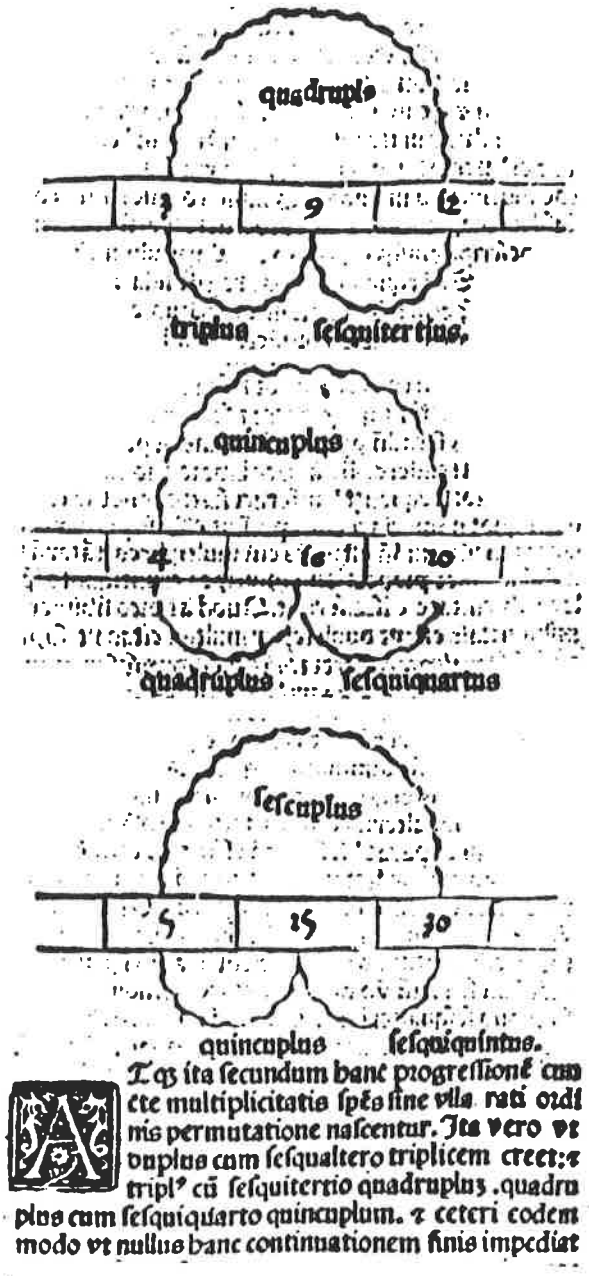
Dans un autre chapitre on trouve comment, en considérant un nombre quelconque, faire, de deux manières, naître les multiples de ce nombre. (On remarquera les schémas imprimés).

- Quadrupler c'est tripler et ajouter le tiers (du résultat).
- Quintupler c'est quadrupler et ajouter le quart.
- Sextupler c'est quintupler et ajouter le cinquième.

Mais ici Boèce conclut : "et ceteri de la même manière car nulle limite n'empêche de continuer sans fin".

(Sans doute avec Viète il n'y aurait pas eu lieu de disserter sur la formule $na + \frac{an}{n} = (n+1)\ a$).

___ On pourra noter le vocabulaire. Cicéron, Vitruve écrivent "sesquilatus" pour exprimer une fois et demi, mais il semble bien que ce soit Boèce qui ait forgé "sesquitertius", "sesquiquartus" et autres.



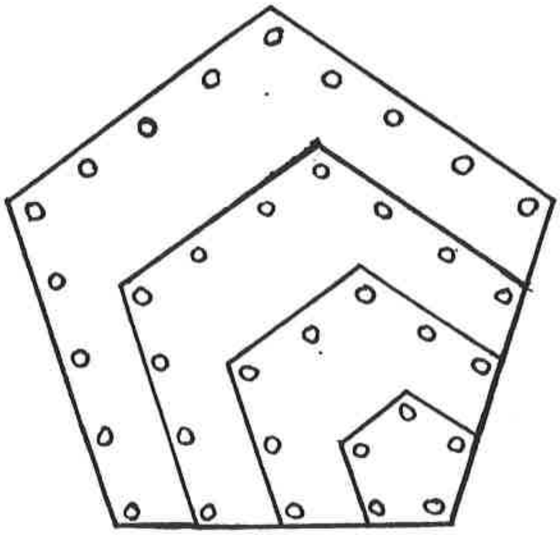
De même si "quadruplus" est classique, "quincuplus" parait une nouveauté.

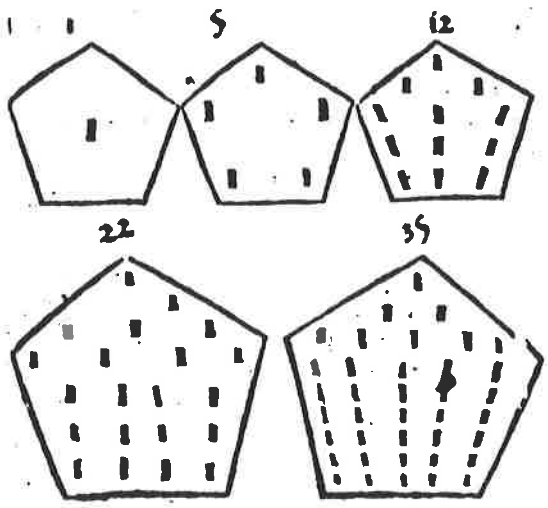
Boèce encore, désigne le carré (figure géométrique ou produit d'un nombre par lui-même) par "tetragonus" alors que les latins avaient "quadra" ou "quadratus".

D'un autre genre est l'étude des "nombres polygonaux".

On peut envisager ainsi le problème.

On part d'un polygone régulier défini par un piquet à chaque sommet. Il y a donc deux piquets par côté. Puis on englobe ce polygone dans un autre, ayant le même nombre de côtés mais ayant 3, 4, 5 piquets par côté. Dénombrer combien il faut de piquets en tout. La figure ci-contre, moderne, se veut explicative dans le cas du pentagone.





Par contre l'imprimeur du XVème siècle et certainement les copistes qui le précédèrent ne saisirent plus du tout la figure et entassèrent seulement le nombre de "points" nécessaires.

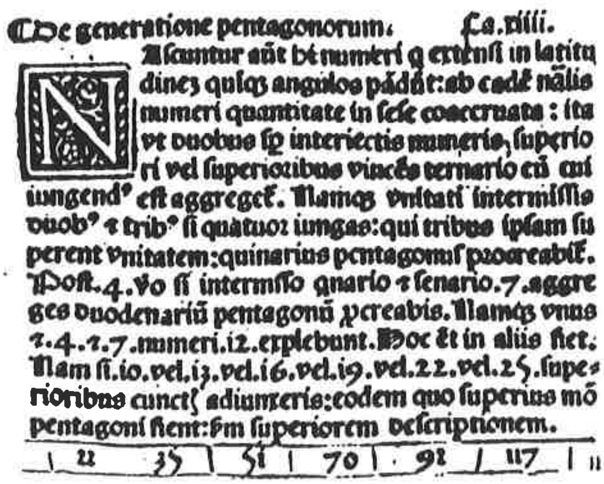
On peut du reste se demander si tous ces intermédiaires, pendant un millénaire, connurent le latin ?

Boèce comprend que, dans le cas des pentagones, -"De generatione pentagonorum"- les différences entre deux nombres pentagonaux successifs forment ce que nous appelons une suite arithmétique de raison trois :

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

et qu'on obtient les nombres pentagonaux comme sommes successives de termes de cette suite :

5, 12, 22, 35, 51, ...

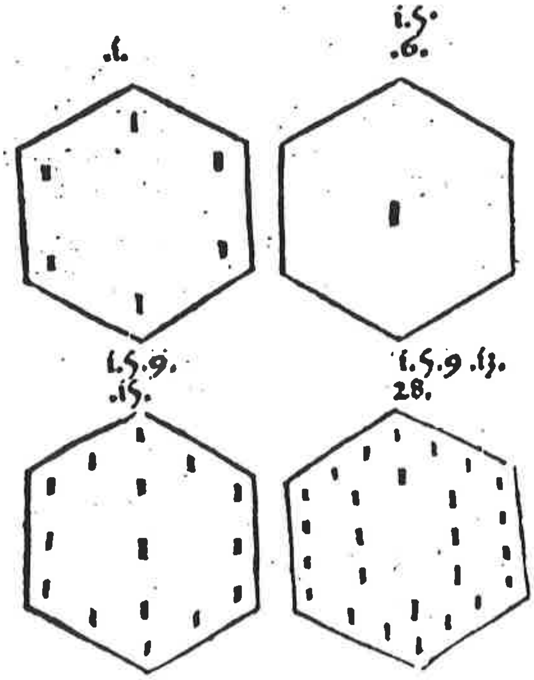


De generatione pentagonorum. Ca. xiiii.
Nascuntur aūt hī numeri q extēsi in latitu
dinē quīqz angulos pādūt: ab eadē nālis
numeri quantitate in sese concreuata: ita
vt duobus sp interiectis numeris, superio
ri vel superioribus vincēs ternario cū cui
iungend⁹ est aggregēt. Namqz vnitati intermissis
duob⁹ & trib⁹ si quatuor iungas: qui tribus ipsam su
perent vnitatem: quinarius pentagonus procreabit.
Post. 4. vo si intermisso quario & senario. 7. aggre
ges duodenariū pentagonū procreabis. Namqz vnus
&.4.&.7. numeri.12. explebunt. Hoc et in aliis fiet.
Nam si.10.vel.13.vel.16.vel.19.vel.22.vel.25.supe-
rioribus cunctis adiunxeris: eodem quo superius mō
pentagoni fient: sm superiorem descriptionem.
1 | 22 | 35 | 51 | 70 | 92 | 117 | 1..

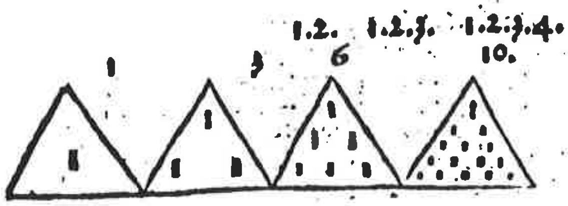
Boèce termine son étude en écrivant : "Il sera permis de faire de même pour les autres formes de polygones - et il généralise : hexagone, suite de raison quatre (1, 5, 9, 13, ...) heptagone, suite de raison cinq (1, 6, 11, 16, ...).

Similiter autem licebit et aliarum formarum que pluribus angulis continetur: quantitates ascribere. Sed quoniam facilius oculis subiecta retinentur: supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

triangoli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	65	81	112



Descriptio figuratorum numerorum in ordine.
Capitulum.xvii.



Arithmetica

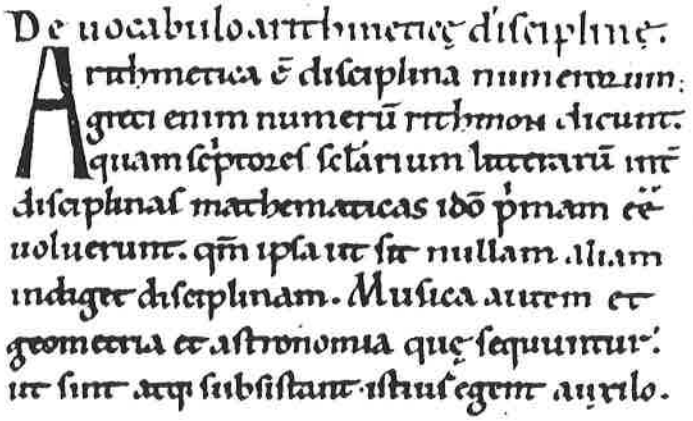
Document n°3

ISIDORE le jeune, fut, aux VI/VIIème siècles, évêque d'Hispalis, colonie romaine de Bétique (aujourd'hui Séville). Ecrivain fécond, il tient une place importante en tant que philosophe néo-platonicien et théologien. Parmi d'autres oeuvres, il écrivit, sur la fin de sa vie (636) et à la manière de Martianus Capella une sorte de résumé encyclopédique du savoir de son temps : "Etymologiae".

Le lecteur pourra se reporter à notre essai de traduction française des chapîtres des "Etymologiae" concernant les mathématiques. Cet essai est publié à part.

Voici trois extraits avec reproduction de la copie des XI/XIIème siècles qui a servi de base à la traduction (Copie actuellement à Auxerre).

I)



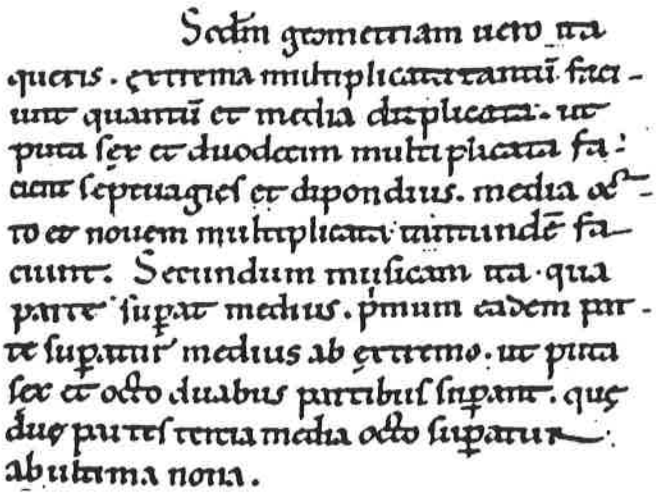
L'arithmétique est la science des nombres. Les Grecs appellent le nombre "rithmon". Les auteurs anciens pensent qu'elle est la première des disciplines scientifiques et qu'elle n'a pas besoin des autres disciplines pour exister. Par contre la musique, la géométrie et l'astronomie qui la suivent ont besoin d'elle pour exister (1).

---

(1) On reconnait ici les quatre branches scientifiques du quadrivium.

II)

(2)


Sedm geometriam uero ita queris. extrema multiplicata tantū faciunt quantū et media duplicata. ut puta sex et duodecim multiplicata faciunt septuagies et dipondius. media octo et nouem multiplicata tantundē faciunt. Secundum musicam ita. qua parte superat medius. pmum eadem parte superatur medius ab extremo. ut puta sex et octo duabus partibus superant. que due partes tercia media octo superatur ab ultima nona.

En ce qui concerne la [moyenne] géométrique tu procèdes ainsi. Les extrêmes sont multipliés entre eux et font autant que la moyenne multipliée par elle-même. Soient six et douze multipliés, ils font soixante douze. Les "media" huit et neuf multipliés entre eux font autant. (3)

Pour la [moyenne] en musique il en est ainsi : le terme moyen dépasse le premier terme d'une même part que ce terme moyen est dépassé par le terme extrême. Ainsi six et huit [qui le] dépasse de deux parts, ces deux parts [sont] des tiers et le moyen huit est dépassé [d'autant] par le plus grand neuf.

(Il s'agit, bien sûr, de la moyenne harmonique $\frac{2}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ qui peut être définie par $c = a + \frac{a}{k} = b - \frac{b}{k}$

Ici : $8 = 6 + \frac{6}{3} = 12 - \frac{12}{3}$

donc deux, défini comme part $(\frac{6}{3})$ et quatre = même part "tierce" $(\frac{12}{3})$ double de la précédente.

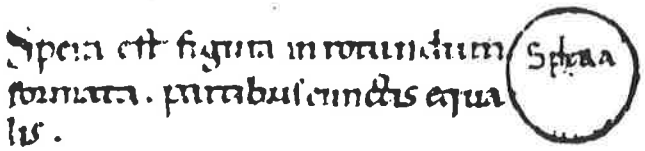
Cet exemple illustrerait, si besoin était, tout ce qu'apportera Viète au discours mathématique mais cela près d'un millénaire plus tard).

---

(2) On remarquera que soixante douze est dit "septuagies et dipondius" littéralement soixante dix et deux as, l'as pièce de monnaie. On sait que les nombres abstraits sont évités, l'usage est alors de parler comme pour les sommes d'argent, on trouvera selon les auteurs des comptes en as ou drachmes.

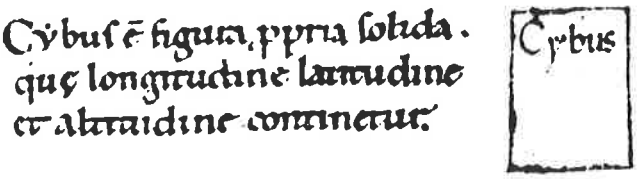
(3) Il doit y avoir confusion entre moyenne proportionnelle et termes moyens d'une proportion $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$. Mais le problème n'est sans doute pas de trouver une moyenne (qui serait $6\sqrt{2}$) mais un couple "analogicum geometrica" jouant un rôle analogue ?... Le texte hélas ne donne pas d'autres exemples. Il en sera de même pour la "musique".

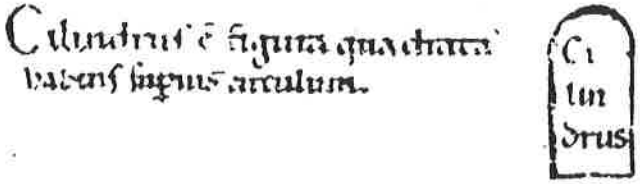
III) Des figures géométriques figurant dans le manuscrit dont ils proviennent, avec les légendes explicatives.



La sphère est une figure de forme arrondie, de toutes parts égales.

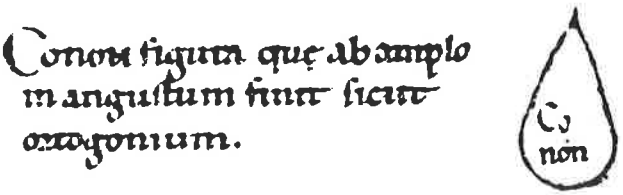
Le cube est une figure particulière qui est définie (limitée) par une longueur et une hauteur.

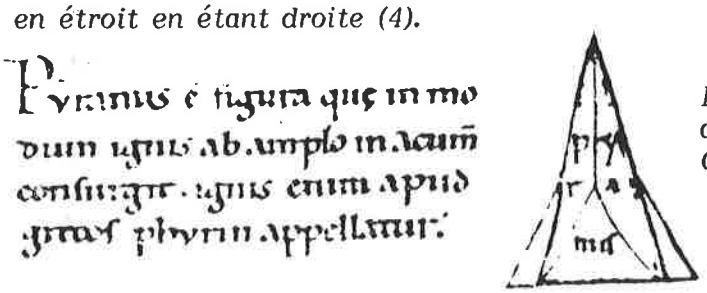




Le cylindre est une figure de base droite ayant un cercle plus au dessus.

Le cône est la figure qui d'ample se termine en étroit en étant droite (4).





La pyramide est la figure qui, tel le feu, d'ample s'élève en pointe. Feu car chez les Grecs il est dit "phyrin". (5)

[Les images évoquées (et celles dessinées par le copiste) peuvent poser quelques questions quant à l'interprétation... Ces solides ne devaient jouer qu'un rôle de collection, à moins qu'au contraire, partant d'une figure dessinée en perspective dans un manuscrit antérieur, perspective qu'il ne comprenait pas, Isidore n'ait tenté une description...].

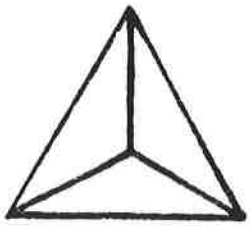
On imagine mal l'importance que des textes comme celui d'Isidore de Séville eurent sur tout le Moyen-Age. Les copies, avec des variantes, furent nombreuses au cours des siècles. Précisément les variantes, voire les transformations, renseignent les spécialistes sur la manière dont pouvait, bien ou mal, être compris le texte initial puis celui-ci recopié. Nous pouvons donner deux exemples concernant ce petit extrait géométrique.

---

(4) Le terme conus est en général attesté pour désigner le cône et la pomme de cyprès qui lui a donné son nom : conou (?).

(5) Phyrin (?) on penserait plutôt à pyros. Il ne faut pas oublier que le grec a à peu près disparu, à cette époque, en Occident.

__ En face de Pyramis, une copie (actuellement en Espagne) donne le simple dessin suivant :
Serait-ce un tétraèdre vu du dessus ?
Alors l'interprétation est plus claire que celle de la copie d'Auxerre.



__ En 1580 les Etymologiae furent imprimées; voici ce qui est dit du cylindre dans cette édition : "Cylindrus est figura quadrata habens superius semicirculum in solidum". Ce texte avec "semicirculum" (demi-cercle) est devenu, sans doute, plus conforme au dessin que l'éditeur avait alors entre les mains.

Cette édition de 1580 montre qu'au bout de près de dix siècles Isidore de Séville reste source de savoir (6). Ce dictionnaire, en tout cas, est pour nous le témoin des restes des connaissances de la culture latine au VIIème siècle.

On peut enfin, discuter la traduction d'"Etymologiae". D'aucuns proposent : "Origines". Isidore, quant à lui, pensait que la nature et l'essence des choses se reconnaissent à l'étymologie des noms qui les désignent. Cela explique le travail qu'il entreprit.

(6) Voir en fin de quatrième partie, document nº 14.

Document n° 4

Les exercices qu'ALCUIN destinait à la formation des élèves des écoles de Charlemagne ont été regroupés dans "Propositiones arithmeticae ad acuendos juvenes". Ce recueil a servi de modèle à maints livres de problèmes pendant des siècles s'il n'en sert encore... Qui donc a inventé le livre d'exercices ?

C'est en 782 qu'Alcuin, alors maître de l'école épiscopale d'York, vint diriger la "schola palatina" que Charles, roi des Francs, avait organisée dans son palais pour former les administrateurs du royaume.

Voici quelques exemples :

1 - Un chien court le lièvre lequel a 150 pieds d'avance. Il fait des bonds de 9 pieds alors que ceux du lièvre ne sont que de 7 pieds. Au bout de combien de bonds le rattrapera-t-il ?
2 - Un conduit emplit une citerne en 3 jours, un autre en 4 jours et un troisième en 6 jours. Combien de temps les trois conduits ensemble mettront-ils à remplir la citerne ?
3 - Partager entre trois héritiers 21 tonneaux dont 7 vides, 7 à moitié pleins et 7 pleins, de telle sorte que chacun ait autant de futailles et de vin.
4 - Un groupe de 100 personnes, hommes, femmes et enfants, reçoit 100 mesures de blé à raison de 3 mesures par homme, 2 mesures par femme et une demi-mesure par enfant. Combien y-a-t-il d'hommes, de femmes, d'enfants ?

On notera que les ouvrages des copistes du Moyen-Age ne donnent, en général, que des indications pour résoudre. Ainsi pour l'exercice n° 1 : "On divisera 150 par 2". Ailleurs les solutions sont incomplètes. Pour le n° 4 une seule réponse, alors qu'il en existe sept ((3n - 1) hommes). L'exercice n° 3 est retrouvé tel quel dans "Problèmes plaisants et délectables" de Bachet de Méziriac, publié en 1612... Quant à celui de la citerne, s'il figure dans le "Traité de l'abaque" de Raoul de Laon (XIIème siècle) sous la même forme, le XXème siècle préfèrera en user avec des robinets...

Mais Alcuin proposait également des problèmes de calculs d'aires. On voit alors que les formules utilisées à cette époque sont incertaines pour ne pas dire inéxactes. Un des grands problèmes est de connaître un rectangle d'aire égale à "un" et de périmètre donné ou encore dont on donne la diagonale. Il ne faut pas oublier que l'équation du second degré n'est pas familière aux gens du IXème siècle.

On trouve enfin des questions ne demandant pas des connaissances en calcul mais de la réflexion. C'est le célèbre problème du loup, de la chèvre et du chou : comment les faire passer tous trois, d'une rive à l'autre d'un fleuve, dans une barque ne pouvant transporter, outre le passeur, qu'un seul des trois à la fois, et sans laisser ni la chèvre manger le chou, ni le loup dévorer la chèvre.

Il faudrait ici noter que les problèmes d'héritage, de partage de bénéfices ou de pertes ont, de tous les temps, eu non seulement leur place en mathématiques, mais bien plus, ont été un agent moteur de la recherche. Depuis la plus haute antiquité, des traités juridiques donnent des méthodes arithmétiques, voire géométriques, pour résoudre les questions délicates de cette nature. Les fractions n'ont-elles pas leur origine dans le partage d'un reste ?

Charlemagne

Louis le Débonnaire

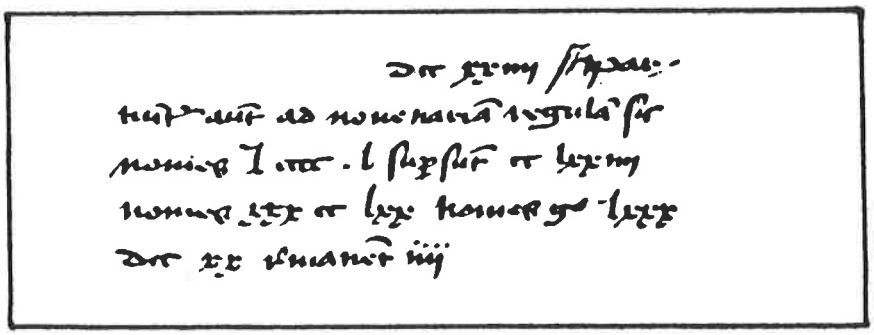
Charles le Chauve

Monnaies carolingiennes

Document n° 5

Nous présentons ici un document original*, la reproduction de quelques lignes d'un manuscrit du XIIème siècle, copie des commentaires par REMI d'AUXERRE des "Nuptiae" de Capella.

Ce document montre comment était conduite et écrite une division. Ici celle de 724 par 9.



Après avoir "déchiffré", on peut traduire :

DCCXXIIII (724) sont partagés en neuf parties égales ainsi : neuf fois L (50), soit CCCCL (450), les dépassent CCLXXIIII (274) ; neuf fois XXX (30) : CCLXX (270) donc neuf fois LXXX (80) : DCCXX (720) restent IIII (4).

La traduction ci-dessus respecte l'écriture en "chiffres" (romains) et en lettres du document étudié.

On peut déceler une procédure d'essais sur des restes successifs.

* Ce manuscrit est détenu par la Bibliothèque Municipale d'Auxerre (Yonne).

DEUXIEME PARTIE

L'an mil n'est qu'un symbole, d'autres parlent du siècle de Gerbert, d'autres du siècle des Ottons -les empereurs du Saint-Empire.

Le réveil carolingien, évoqué en première partie, ne fut qu'un intermède dans des temps troubles. La féodalité qui règne alors n'est pas que politique. Les lieux de science se referment à nouveau dans les monastères dont les abbés ne sont pas oublieux de leurs devoirs ou près des cathédrales dans les villes dont les évêques arrivent à assurer un pouvoir garant d'une certaine stabilité. Tout cela représente une grande dispersion entre Loire et Rhin qui ne facilite pas un grand épanouissement de la culture, même réduite, aux arts libéraux.

Si certains, après l'an mil, vont afficher leur mépris pour les sciences profanes, il s'agit surtout, dans la quête de la vérité, d'une méfiance à l'égard des audaces de la raison. Pourtant savoir davantage devient le souci d'un nombre croissant de clercs et non des moindres.

Nous essayerons donc au long de ces pages de partager un peu de la vie de ces hommes qui, si au sortir du "trou du Xème siècle" comme l'ont écrit certains historiens -suivent encore les traces de plus en plus ténues du monde romain, ils manifestent déjà quelques signes de l'approche d'un autre monde. Signes encore hésitants mais sans cesse repris puis, petit à petit, amplifiés, assurés et assemblés.

Il faudra, après le XIème siècle, des dizaines de lustres pour que ces efforts trouvent leur aboutissement. Etait-ce une raison pour ne pas en témoigner ?

L'AN MIL

Connaître les productions, les demeures, les nourritures, les costumes, les moeurs, le savoir des populations européennes autour de l'An 1000 n'est pas chose aisée.

Si autour de l'An 800, le temps de l'Empereur Charlemagne offre des polyptyques, des contrats, des testaments, des traces nombreuses de bâtiments, ici peu de tout cela : quelques manuscrits, quelques miniatures, quelques éléments d'harnachement de chevaux, des armes...

C'est qu'entre ces deux périodes il y a eu des migrations normandes, magyares, sarrasines fort destructrices : en témoigne l'incendie de l'abbaye Saint Martin de Tours en automne 853 et de sa bibliothèque, à cette époque, une des plus riches d'Occident.

Fort destructrices, mais porteuses aussi de quelques changements : une circulation plus active des êtres et des choses, de nouvelles formes sociales, une amorce de résurrection des villes et peut-être un christianisme plus exigent, et contrairement à une présentation postérieure apocalyptique l'An 1000 fut plutôt un fragile redémarrage : redressement de la courbe démographique, essor des chantiers de construction et des ateliers de peintres, renouveau des écoles... (1).

Ces transformations ont lieu alors que l'Occident est amputé au sud (en Espagne et en Sicile) par l'Islam, et harcelé à l'est par les Slaves polythéistes. De plus, cet Occident est en morceaux : Germanie où la famille des Otton a repoussé les Hongrois et remis de l'ordre en Italie (en 962 un de ses descendants est sacré Empereur de Rome), Italie avec Rome, Francie occidentale où les Capétiens accèdent en 987 à la suzeraineté suprême, Bourgogne qui s'étend de Bâle au delta du Rhône ; Pologne, Hongrie, dont les chefs se convertissent au christianisme romain... Autant de pays où l'autorité de l'Empereur, du Pape et des Rois est toute théorique : les pouvoirs politiques s'étant fragmentés en de multiples mains.

Cette fragmentation des pouvoirs politiques s'explique par l'insécurité généralisée qui a conduit les populations à se recommander sur place à des défenseurs locaux : les seigneurs laïques ou, clercs, qui ont accaparé droits de commandement et de contrainte.

---

(1) D'ailleurs, de l'An 1000, les populations n'en ont pas connu l'année précise. L'Eglise qui dit le temps chrétien, et que nous percevons monolithique et fortement hiérarchisée, est, en fait, fort diverse dans ses rites, ses pratiques et sa fixation du "comput de l'Incarnation". Voir document n° 7.

Que ressentent les familles paysannes qui constituent 90 à 95% de la population ? Leur faible nombre, l'irrégularité du temps défini par le trajet quotidien du soleil, la forêt voisine, la clairière difficilement ouverte avec des outils dérisoires, le château où il faut apporter beaucoup et d'où ne sort que peu de bien, l'église, le cimetière, ... et toujours des dangers : la pluie, la sécheresse, les brigandages des seigneurs environnants dont les méthodes consistent d'abord à ravager. Le château devient alors un refuge.

La société occidentale est agricole, militaire, religieuse, fort peu commerçante ; très hiérarchisée avec un peuple paysan tragiquement démuni, et quelques chefs maîtres de la guerre ou de la prière.

Parmi ces chefs de la prière, les moines sont les plus instruits. La règle de Saint Benoît les oblige à lire chaque jour des passages bibliques, à savoir compter (voir documents n°2 et n°3). Ils disposent de nombreux loisirs qu'ils utilisent à recopier, à conserver, à rassembler des bribes en logique, rhétorique, astronomie, géométrie...

Ces monastères sont les seuls foyers de culture, ils accueillent dans leurs écoles les futurs moines et quelques nobles. Les professeurs demeurent fort rares et en trouver un compétent nécessite de parcourir l'Occident. En l'An 1000, trois pôles dominent :

- au sud : Bobbio, Rome et le Mont Cassin se maintiennent,
- au nord : au coeur de l'ancien monde carolingien, en Neustrie : les monastères de Corbie, d'Amiens, de Chartres, de Fleury-sur-Loire... (ils ont adopté une écriture : la caroline, régulière et rapide qui prévaudra peu à peu dans tout l'Occident malgré la progressive différenciation des langues latine, tudesque, romanes, ...),
- plus à l'est et au centre les écoles épiscopales telles Reims ; la fondation clunisienne qui à la fin du Xème siècle contrôle plus de 40 monastères en Francie occidentale auxquels sont adjointes des écoles que fréquentent les enfants oblats. C'est précisément au monastère de Saint Géraud, à Aurillac, réformé par Cluny, qu'entre, enfant, GERBERT (voir document n°1).

La fondation clunisienne et ses filiales sont certes en conflit avec le monde musulman mais ont aussi avec lui des échanges, par l'intermédiaire des pélerinages, voire des croisades vers Rome, Jérusalem et déjà Saint Jacques de Compostelle (voir document n°4).

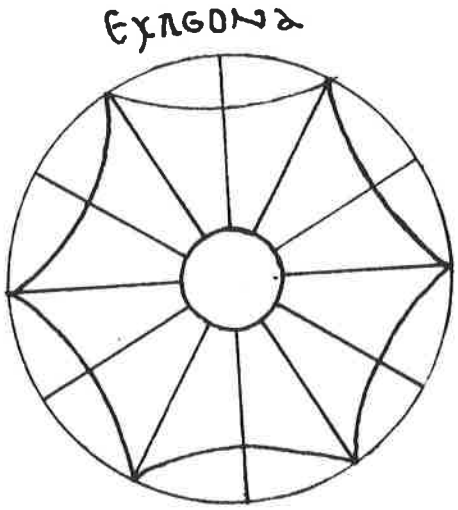
Dans quel esprit ont été rassemblés les documents qui suivent ?

Il fallait présenter Gerbert puisque le nom de cet auvergnat a été donné à l'époque (document n°1) mais son nom a été également attribué à une méthode de division (document n°2). On le retrouve aussi dans maints débats mathématiques de l'époque (document n°3).

Le document n° 4 revient sur l'apport des mathématiciens islamiques à l'Occident chrétien en particulier au XIème siècle par la voie espagnole (document n°5).

Un point pouvant paraître curieux au premier abord, est ensuite présenté : pendant longtemps on n'énonça pas toujours les nombres, on les figura par gestes (document n°6).

Enfin le document n° 7 soulève le problème de la datation des évènements et de la mesure du temps.



Une figure de géométrie dans un manuscrit du haut Moyen-Age.

Document n° 1

GERBERT

Gerbert est né vers 950, en Auvergne, aux environs d'Aurillac. C'est là que, très jeune, sa vive intelligence est remarquée par les moines de l'abbaye de Saint-Géraud. Le comte de Barcelone, venu en 967 en pélerinage à Saint-Géraud, l'emmène en Catalogne, qui possède alors des écoles monastiques de haut renom. Les bibliothèques de Ripoll et de Vich contiennent des traductions de traités scientifiques traduits de l'arabe. Sans avoir besoin d'aller dans le califat de Cordoue, Gerbert acquiert en trois années d'études de quadrivium (arithmétique, géométrie, musique, astronomie) de larges connaissances scientifiques où se brassent l'apport arabe et les restes de la culture romaine.

Il accompagne le comte de Barcelone à Rome. Son savoir étonnant fait que le Pape veut lui confier un poste de professeur, que l'Empereur Otton 1er, de passage à Rome, veut faire de lui le maître de son fils, mais Gerbert préfère s'instruire encore en allant à Reims tout en y étant écolâtre (directeur d'études d'une faculté des arts libéraux).

En 983, il accepte de l'Empereur Otton II l'abbaye de Saint-Colomban de Bobbio car elle possède une collection de manuscrits accumulés depuis le VIIème siècle. Les difficultés de la direction d'une telle abbaye lui laissant peu de temps pour l'étude, il revient vite à Reims.

Aux côtés de l'archevêque de Reims, Adalbéron, il sert la politique de l'Empereur Otton III en facilitant, en 987, l'avènement à la suzeraineté suprême chez les Francs d'Hugues Capet au détriment de l'héritier carolingien. A la mort d'Adalbéron, le roi de France ne nomme pas tout de suite Gerbert au siège de Reims. Il lui préfère Arnoul qu'il accuse rapidement de félonie et remplace par Gerbert, nomination non validée par la Papauté.

Robert le Pieux, fils d'Hugues Capet, excommunié pour affaire matrimoniale, échangerait volontiers le rétablissement d'Arnoul contre son absolution et Gerbert juge alors habile de devenir l'éducateur de l'Empereur Otton III. Cet empereur lui offre l'archevêché de Ravenne en 998 puis la couronne pontificale en 999.

Gerbert, devenu le Pape Sylvestre II, s'il facilite l'installation d'évêchés en Pologne et en Hongrie, a bien du mal à s'imposer à Rome où il meurt en 1003.

Gerbert se définit lui-même *"comme un pauvre, un étranger qui n'avait pour lui ni la naissance, ni la fortune"* et s'il est devenu pape c'est grâce certes à son habileté politicienne, mais aussi et surtout grâce à son prestige intellectuel obtenu notamment par ses travaux scientifiques.

Homme de foi, il parait avoir deviné le rôle de la science : *"La foi fait vivre le juste mais il est bon qu'on y joigne la science"*. A Reims comme à Ravenne, Gerbert développe l'enseignement, encourageant évêques et monastères à y consacrer des moyens importants. A Reims (de 972 à 983), Gerbert enseigne la rhétorique mais aussi la dialectique. A partir des traités d'Aristote, des oeuvres de Boèce, il entraîne ses élèves à la discussion et à la controverse. Il rédige un traité de musique et afin d'illustrer ses leçons d'astronomie, il fait construire des sphères pleines en bois présentant la révolution des planètes et des étoiles et il se sert de l'astrolabe comme le pratiquaient les savants musulmans.

Il fait accumuler les manuscrits et copies d'ouvrages rares. C'est ainsi qu'il écrit à l'abbé Saint-Martin de Tours :

"Je mets tous mes soins à former une bibliothèque : depuis longtemps j'ai acheté à grand prix d'argent à Rome et dans les autres parties de l'Italie, en Germanie et en Belgique, des manuscrits d'auteurs, aidé de la bienveillance et du zèle de mes amis de chaque province. Permettez-moi de vous prier de me rendre le même service. Les auteurs que je désire faire recopier sont indiqués au bas de cette lettre. J'enverrai aux copistes le parchemin et l'argent nécessaire selon vos ordres et je me souviendrai toujours de vos bienfaits".

Il veut que la place du calcul soit importante dans les écoles, au delà du simple comput. Gerbert favorise l'emploi des chiffres indo-arabes. On possède de lui des textes relatifs au calcul par l'abaque mais aussi sur l'arithmétique et sur la géométrie. Ceci tend à prouver qu'il voit dans cette démarche plus un moyen de développer la pensée que de simplement améliorer l'outil.

C'est sans doute à travers les manuscrits des *"agrimensores"* latins qu'il connut la géométrie, manuscrits riches en figures qu'il va exploiter. On s'accorde en effet à dire qu'une lettre de Gerbert à l'évêque d'Utrecht, Adolbode, est le premier texte du Moyen-Age qui mérite le qualificatif de mathématique. Il y expose la raison pour laquelle l'aire d'un triangle équilatéral obtenue géométriquement en prenant le produit de la base par la demi-hauteur diffère de l'aire calculée par les arpenteurs ; -lorsque le côté du triangle est "a" ceux-ci évaluaient l'aire à "$\frac{1}{2}$ a (a+1)"-. On dispose là d'une démonstration. Il en est de même pour sa méthode de division (1) (lettre à Rémi de Trèves).

---

(1) Voir document n° 2, la méthode de division qui porte son nom.
Il convient de noter que la "formule" $\frac{1}{2}$ a.h pour le calcul de l'aire du triangle figure sans démonstration dans des textes antérieurs, tels les "Etymologiae" d'Isidore de Séville (7ème siècle). Mais alors qu'il ne s'agissait dans ces textes que d'une compilation, Gerbert, en présence de documents de sources différentes -compilations et procédés d'arpenteurs- recherche, lui, quelle formule est exacte.

Ses successeurs, et souvent disciples, lui rendirent longtemps hommage par le fait que nombre d'ouvrages du XIème siècle virent le jour sous son nom (2). Son oeuvre et son action ont suffisamment marqué son époque pour que des historiens parlant du XIème siècle l'appellent "le siècle de Gerbert", même si Ben Sina -ou l'Avicenne des textes chrétiens- commence alors sa remarquable oeuvre scientifique.

Une géométrie a été attribuée à Gerbert. Est-ce une compilation d'un texte de Boèce ? En est-il l'auteur ? Bien des questions restent posées à ce sujet. Pour nous, il s'agit des reflets d'une époque.

Dans cet ouvrage figurent beaucoup de définitions à la manière des "Etymologiae" d'Isidore de Séville, mais des raisonnements s'y dessinent. Gerbert parait plus proche de Boèce. Ainsi dans cet extrait du chapitre VI (3) :

Du triangle en tant que principe des figures planes

Comme Boèce l'a établi d'une manière bien claire dans ses écrits concernant l'arithmétique, le triangle est le principe des figures planes. La raison en est qu'il faut au moins trois lignes droites pour pouvoir comprendre une surface, c'est-à-dire une étendue quelconque. Deux lignes droites seules ne peuvent, en effet, entourer aucune portion d'espace, et donc le triangle, comme il est formé dans son extention ou étendue par trois lignes, est le premier assemblage de lignes qui soit de nature à former des figures pourvues d'angles et planes. Aussi est-ce à bon droit que, parmi ces mêmes figures, il obtiendra une place prééminente, qui le situera au premier rang.

.....

Si l'on marque par un point le centre de la surface, c'est-à-dire de l'aire d'un triangle, d'un tétragone, d'un pentagone ou d'un hexagone ou encore de toutes les figures qui suivent avec un nombre d'angles croissant à chaque fois d'une unité, et si l'on trace à partir de ce même point des lignes droites joignant le sommet des angles, on remarquera que chacune de ces figures se compose d'autant de triangles et se divise en autant de triangles qu'elle contient elle-même d'angles. En effet, de cette manière, le triangle se divise en trois autres triangles, le tétragone en quatre, le pentagone en cinq et tous les autres polygones qui suivent en un nombre de triangles qui correspond à celui de leurs angles.

---

(2) C'est dans un tel manuscrit que Chasles attribuait à Gerbert que se trouve la solution du problème : connaissant l'aire et l'hypoténuse d'un triangle rectangle donner ses côtés. (Cf. Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie -Bruxelles, 1837).

(3) Le texte original figure dans "Gerberti Opera" édition Olleris, -Clermont-Ferrand, 1867- Nous usons de la récente traduction de J.P. Levet de l'Université de Limoges.

Il arrive encore de façon précise, parce que chacune de ces figures se divise en triangles, qu'il soit possible de trouver aussi, lorsque l'on est attentif, la surface de chacune d'entre elles d'après les règles qui permettent de calculer la superficie des triangles.

Témoin également, cet autre extrait, au chapitre IV.

Il ne s'agit pas ici de démonstration mais d'une méthode s'appuyant sur des constructions avec souci de rigueur ; ce souci que l'on trouve également dans la lettre à Rémi de Trèves.

Comment peut-on distinguer les trois sortes d'angles ?

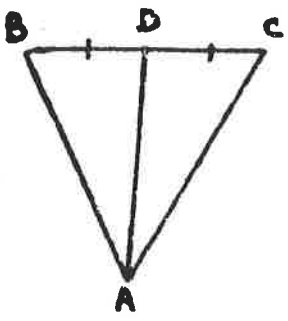
Si tu veux savoir si un angle, dont la mesure fait naître en ton esprit des hésitations, est droit, obtus ou aigu, tu pourras utiliser le procédé suivant.

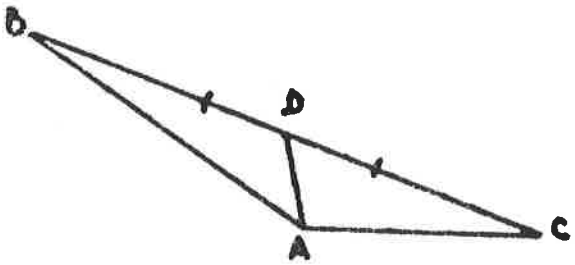
De l'angle pour lequel tu éprouves un doute, sur les deux lignes qui se réunissent en son sommet, marque de chaque côté par des points une mesure de n'importe quelle longueur et trace une ligne joignant ces deux points.

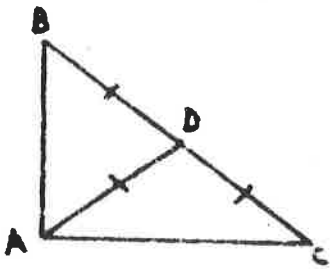
Divise-la en deux parties égales et marque son milieu par un point.

De ce point jusqu'au sommet de l'angle si la distance est la même que celle qui constitue la moitié de la ligne que tu as tracée, l'angle sur lequel tu t'interrogeais sera droit. Si la distance est plus grande et ne peut être atteinte par la dimension de la moitié de la ligne, l'angle sera aigu. Si elle est plus courte et dépassée par cette dimension, l'angle sera obtus.

A titre d'exemple, soit A l'angle sur lequel tu t'interroges. De ce sommet A, sur les deux côtés, B et C sont placés à une égale distance. Le point D se trouve placé sur la ligne BC à égale distance de B et de C. Si la distance qui sépare A de D est égale à celle qui sépare D de B et D de C, l'angle sera droit. Si AD est plus petit que BD et CD, l'angle est obtus ; si AD est plus grand que BD et CD, l'angle est, à coup sûr, aigu.

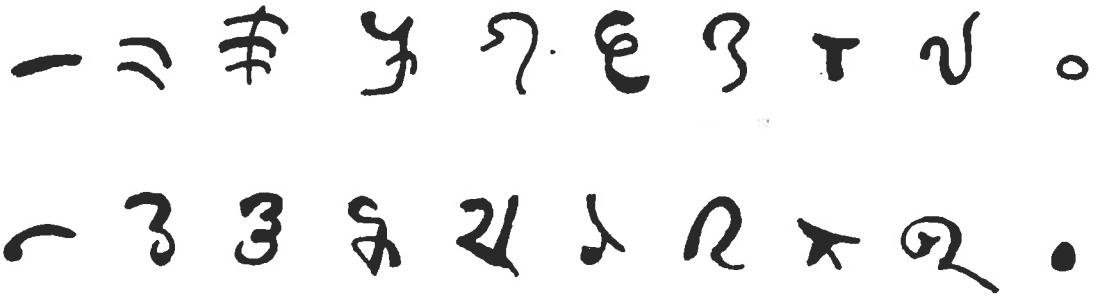






Les neuf chiffres indo-arabes occidentaux tels que Gerbert a dû les connaître. D'après un manuscrit espagnol de 976 (Bibliothèque de l'Escurial).

Et leurs "ancêtres" en Inde, vers le IXème siècle... avec le "zéro".



(On trouvera dans cette deuxième partie quelques aspects des "chiffres" rencontrés dans divers manuscrits).

Document n° 2

LE CALCUL

Pour les additions et soustractions simples on a certes toujours pu compter sur ses doigts. Qui était un peu instruit avait à sa disposition le boulier et pouvait donc manipuler des nombres plus importants, voire aborder la multiplication (1).

Il semble néanmoins que les produits des nombres jusqu'à cinq aient été appris par coeur.

Pour quatre fois huit on disait quatre fois (cinq plus trois) -au besoin en levant trois doigts d'une main-. Alors : quatre fois cinq : vingt, plus quatre fois trois : douze donc vingt plus douze égale trente deux.

Si les deux facteurs sont entre six et neuf on procédait ainsi : par exemple 9 fois 8

on lève 4 doigts à gauche et 3 à droite ("au-delà" de 5)
restent replié 1 doigt à gauche et 2 à droite ("en decà" de 10)
on dit 4 + 3 = 7 ce sont les dizaines
et 1 x 2 = 2 ce sont les unités

$$9 \times 8 = 72$$

Démonstration (moderne) :

$$9 \times 8 = (10-1)\,(10-2) = 10\,(10-1-2) + 1.2$$
$$= 10\,(5-1+5-2) + 1.2$$
$$= 10\,(4+3) + 1.2 = 10.7 + 1.2 \quad (2)$$

En ce qui concerne la division, voici la méthode que Adélard de Bath donnait au XIIème siècle comme venant de Gerbert.

(1) I.R.E.M.

(2) Il faut croire que ce prodédé simple avait du bon car l'auteur de ces lignes en a été lui-même instruit oralement comme fruit d'une longue tradition, vers 1950 en Auvergne, par une vieille paysanne qui en avait elle-même été instruite de même.

Division de 557 par 7

Disposition de l'opération :

(Dividende)			(Quotient)	
C	X	I	X	I
~~5~~ 1	5 5	7	5	
~~2~~	0 6	7	2	
	~~6~~ 1	7 8		6
	~~2~~	5 6		2
	~~1~~	1 3		1
		4		

Commentaire :

7 = 10 - 3

Donc :

en divisant par 10 les 5 centaines (dividende) donnent 5 dizaines (quotient) mais pour diviser par sept il faut rendre 5 x 3 = 15 dizaines au dividende
Il y a alors encore 2 centaines qui donnent 2 dizaines à condition de rendre 2 x 3 = 6 dizaines dividende

de même les 6 dizaines du dividende donnent 6 unités mais on rend 6 x 3 = 18 au dividende

et encore 2 dizaines donnant 2 unités au quotient en rendant 2 x 3 = 6

pareillement 1 dizaine donne 1 unité et il revient 1 x 3 = 3

Le reste est 4 et le quotient 79
79.7 + 4 = 553 + 4 = 557.

Bien entendu nous avons écrit l'opération en chiffres indo-arabes alors qu'elle fut d'abord écrite avec les symboles romains ou simplement des bâtons dans chaque colonne.

Sur le boulier une manipulation, qui s'appuie sur le même principe, se révèle relativement aisée, les bâtons évoqués étant remplacés par les boules (3).

Cette méthode fut utilisée jusqu'au XVIIème siècle où la remplaça la méthode dite de "la galère" venue de l'Inde semble-t-il (4).

Enfin il faut savoir que nombre de calculs se faisaient par essais successifs se rapprochant pas à pas du résultat.

(3) Pour les diviseurs supérieurs à dix il n'apparait guère de règle générale. Pour diviser par 15, on divise par 3 puis par 5.
(4) I.R.E.M.

Document n° 3

Quelques problèmes en discussion au XIème siècle.

Les documents de cette époque qui nous sont parvenus, montrent un indéniable effort dans le sens de la rigueur en particulier en géométrie. Les écoles épiscopales semblent, en divers lieux, témoigner d'un réveil de la science ou, du moins, d'une curiosité scientifique. Elles ne se contentent pas toujours de reproduire quelques affirmations glanées dans les copies de manuscrits mais parfois les commentent et les discutent à la hauteur de leurs moyens.

Ce qui est certain également, est l'importance donnée dans les monastères à la bibliothèque. On disait "un monastère sans bibliothèque est un château fort sans arsenal" (jeu de mots sur armarium (armoire à livres, et armamentarium, arsenal). On cite également ce prieur qui lors d'un incendie criait "Ad libros, ad libros !" pour encourager les frères à sauver les livres.

Voici donc quelques exemples de questions débattues à cette époque. = Les fractions de l'unité = Les romains usaient pratiquement des seuls douzièmes (uncia) et douzièmes de douzièmes (obole) etc... Chaque douzième avait, du reste, un nom particulier (1). Ce sont les "minutae usitatae". On disait : 9 divisé par 16 donne 5 douzièmes et 21 douzièmes de douzième ($\frac{5}{12} + \frac{7}{48}$). A défaut on approchait : 180 divisé par 7 donne 25 et $\frac{8}{12}$ et $\frac{34}{12.12}$ et un reste. C'est alors qu'apparaissent les "minutae intellectuales". La correspondance de Gerbert en témoigne où l'on trouve : CLXXX partagé en VII donne XXV et quinqueseptimas (cinq-septièmes). D'autres exemples montrent le passage d'une solution pratique, les douzièmes, à la fraction théorique (fractions de dénominateur quelconque).

= La quadrature du cercle, le volume de la sphère = L'archevêque d'Utrecht Abebold questionne Gerbert : le volume de la sphère est-il les $\frac{11}{21}$ de celui du cube circonscrit ou les $\frac{2}{3}$ de celui du cylindre circonscrit ? Il avait trouvé ces formules chez deux agrimenseurs mais n'arrivait pas à les justifier aussi en appelait-il à l'autorité de son maître. On remarquera que dans les deux cas le rapport de la circonférence au diamètre du cercle est évalué à $\frac{22}{7}$. Il semble, du reste, que l'accord pour fixer l'aire du cercle aux $\frac{11}{14}$ de celle du carré du diamètre soit général. Le problème de la quadrature du cercle se ramène alors à la forme suivante : Combien de doigts doit avoir le côté du carré équivalant à un rectangle de 11 doigts

(1) IREM

sur 14 doigts ? (2). C'est alors qu'en constatant que, pour doubler l'aire d'un carré, la multiplication du côté par $\frac{7}{5}$ ou $\frac{17}{12}$ n'est pas satisfaisante, qu'un raisonnement, approché des nombres irrationnels, se fait jour. Certains résultats vieux de trois mille ans mais perdus font leur réapparition.

= La somme des angles d'un triangle = Elle est également l'objet de débats, d'autant qu'une mauvaise interprétation du mot "angle extérieur" égare les chercheurs d'alors.

= Ailleurs on cherchera à perfectionner l'abaque reçue des Romains en gravant des valeurs (gobar) sur les jetons. (On s'appuiera sur l'autorité de Gerbert pour user de ces symboles d'origine arabe).

= Ailleurs la construction d'un astrolabe retiendra l'attention. On se déplacera de loin pour voir un tel instrument et le copier. L'écolastre de Liège (3) invite, non sans fierté, celui de Cologne à venir voir son astrolabe.

= Notons encore les premières traductions d'ouvrages de médecine arabe par les Juifs de Catalogne ou du Languedoc.

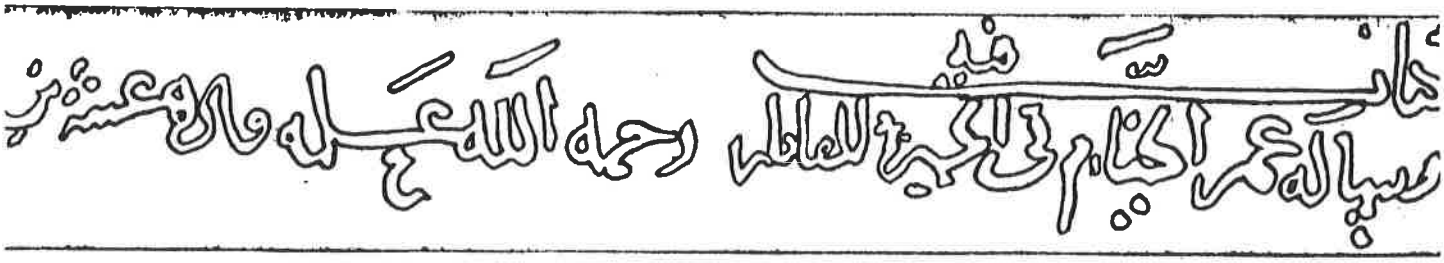
= Un problème n'a pas été évoqué : celui du rapport de la longueur du cercle à son diamètre. Il semble que la valeur $3 + \frac{1}{7}$ qu'avait utilisée les Grecs n'en posait pas (4). Loin était l'effort de Ptolemée pour être plus précis avec $3 + \frac{2}{15} + \frac{1}{120}$. On en jugera en sachant que Michael Psellus (1020 - 1110) proclamé à Constantinople "prince des philosophes" lui donnait la valeur $\sqrt{8}$!

(2) Les mesures de longueurs sont encore très romaines. Le doigt (digitus), le pied (pes) de 16 doigts, le pas (passus) de 5 pieds, le stadium de 125 pas, et leuca (qui donnera lieue) de 12 stadium.

(3) Ecolastre : responsable de l'école de l'évêque. Gerbert fut écolastre de Reims.

(4) On notera que dans la Bible (Premier livre des Rois ; 7,23) le vase sacré -la Mer- est décrit comme ayant : "10 coudées de diamètre et un cordeau de 30 coudées en faisant le tour". Au Moyen-Age aucun savant, laïc ou clerc, ne pensait trahir sa foi en ne donnant pas la valeur 3 au rapport que nous désignons par π, et nul fondamentaliste ne songea alors à déclancher une affaire Galilée...

Document n° 4



Il n'est pas possible de parler des mathématiques autour de l'An 1000 sans évoquer tout ce que le monde soumis à l'Islam avait alors développé en la matière. Les échanges sur le plan culturel entre la Chrétienté occidentale et le monde arabe dans le bassin méditerranéen, étaient loin d'être négligeables, ne serait-ce que dans la péninsule ibérique où se côtoyaient cités islamiques et cités "reconquises".

Avec le recul dont nous disposons, il est possible d'estimer ce que les mathématiques doivent aux scientifiques des pays islamiques des IXème et Xème siècles (1), mais il est bien difficile de reconnaître ce que, à un moment donné les Occidentaux avaient recueilli des Arabes (2). Une raison essentielle à cela réside dans le morcellement du savoir. Nous pouvons dire : tel ou tel auteur a traité telle ou telle question dans un de ses ouvrages datant de telle année. Mais est-ce que son apport était connu ou non, dix ans ou vingt ans après, de tel autre auteur travaillant dans la même ville ou à une grande distance ? La multiplicité des avis des spécialistes en fait douter (3). Le vocabulaire même de chaque auteur est souvent employé par lui seul ou avec un sens variant d'un auteur à l'autre (4). Enfin il ne faut pas oublier que la durée moyenne de la vie était très courte -une trentaine d'années- que les communications étaient incertaines, ...etc...

Donnons ici quelques exemples de questions traitées par les savants islamiques d'alors.

La reproduction en tête de cet article est celle du titre d'une copie de l'ouvrage qui, on s'accorde à le penser, a révélé l'algèbre à l'Occident. Il signifie : *Le livre de Mohammed ibn Musa aljabr wa muqabala. Qu'allah le miséricordieux*

(1) I.R.E.M.

(2) Curieusement, il semble que les documents scientifiques islamiques connus et étudiés, postérieurs au Xème siècle soient beaucoup moins riches que ceux qui les précèdent. Est-ce baisse du niveau culturel ? Est-ce mauvaises conservations et transmissions des documents ? Voire interdit religieux quant à la détention de documents étrangers à la religion ?

(3) Cette remarque est vraie non seulement pour le monde islamique mais un peu partout.

(4) Ainsi le terme "mal" peut signifier parfois l'inconnue, parfois son carré.

fasse misèricorde". (L'invocation finale est rituelle). Mohammed, fils de Musa, originaire de Khwarezm est connu en Occident sous le nom de le Khwurezmien, en arabe : "al khwarizmi" dont la déformation et la latinisation ont donné le mot algorithme. Il vécut au IXème siècle. Al jabr -qui par la même voie a donné algèbre- et muqabala sont les deux procédés de réduction et d'annulation que ben Musa préconise dans les égalités. Ainsi

$$x - 4 = 5 - 2x$$

Al jabr : $x + 2x = 5 + 4$

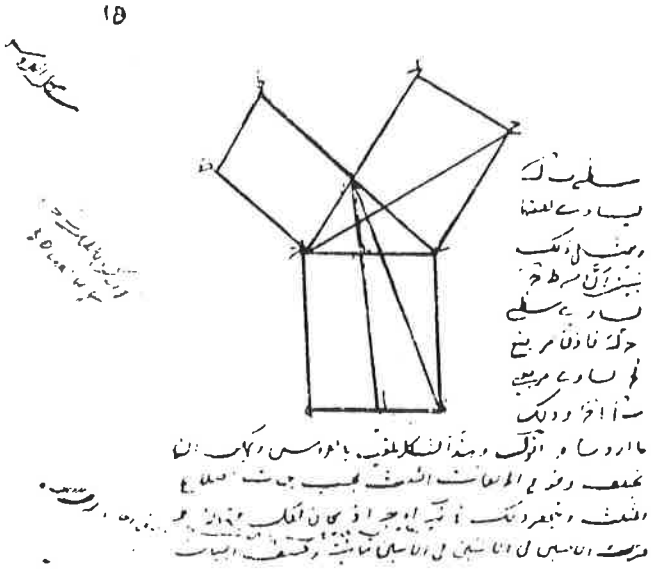
muqabala : $3x = 9$

Du même auteur voici un extrait concernant une équation du second degré (d'après la transcription de F. Rosen, 1831).

"Que faut-il que soit le montant d'un carré qui, lorsqu'on lui ajoute vingt et un dirham (5) devient égal à dix racines de ce carré ?

Solution : Partage en deux le nombre des racines, la moitié est dix. Multiplie cette moitié par elle-même, le produit est vingt-cinq, soustrait lui vingt et un qui va avec le carré, il reste quatre. Prends-en la racine, c'est deux. Soustrais de la moitié du nombre des racines -qui est cinq-, le reste est trois. C'est la racine du carré cherché lequel est neuf".

Il ne reste qu'à vérifier. On voit qu'on a plus à faire à un procédé qu'à une démonstration (6). De la géométrie de Tâbit ibn Qorra (7) voici une reproduction -d'après une copie du XIVème siècle-. Elle concerne le théorème de Pythagore. La figure, elle-même, montre que le livre est inspiré d'Euclide dont les copies circulaient dans le monde islamique (8).



(5) Dirham -unité monétaire- désigne toujours les nombres connus par rapport à carré ou racine qui se rapportent à l'inconnue. Les textes grecs disent, eux : "drachme", dans le même sens.

(6) I.R.E.M.

(7) Vécut en Mésopotamie au Xème siècle. Il a également étudié les carrés magiques.

(8) En effet la démonstration de ce théorème par les Grecs reposait sur un découpage et des équivalences d'aires que caractérise nettement cette figure.

C'est certainement par une telle voie que des rudiments de la géométrie des Grecs furent connus en Occident.

Citons encore, par exemple, Abul Wefa (9) qui étudia et fit connaître l'almagest de Ptolemée (10). Il chercha à donner à la trigonométrie son autonomie, la séparant de l'étude des polygones. On peut lui attribuer des formules comme : $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$, $2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1 - \cos x$; $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x$ (11).

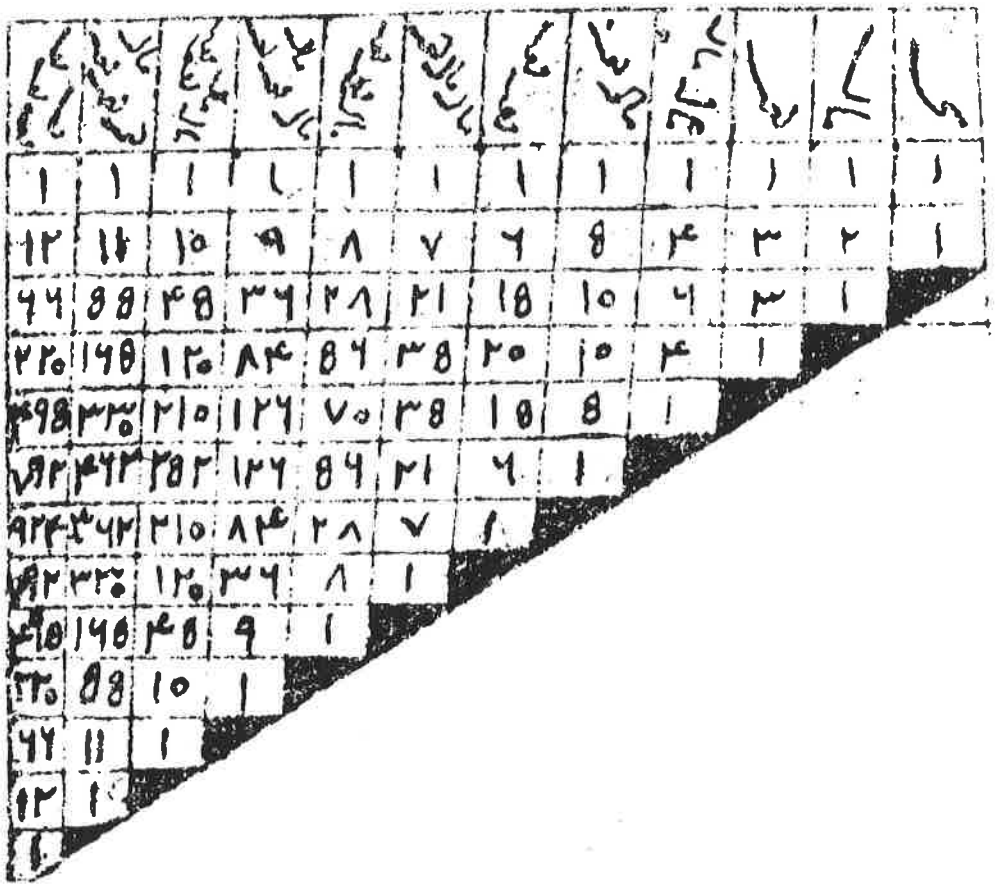
Ce sont principalement les astronomes qui firent avancer cette branche des mathématiques car ils étaient très nombreux en Orient (12).

Pour achever cet article, nous reproduirons un document provenant d'un manuscrit assez récemment étudié et qui était conservé dans une bibliothèque d'Istambul (13). Il s'agit du triangle arithmétique. Le document est du XIIème siècle ; son auteur déclare le tenir de Al-Karaji, mathématicien arabe du Xème siècle.

On sait que Pascal étudia les nombreuses propriétés de ce triangle connu également en Chine (14).

On remarquera que la numération est décimale (15), que les nombres s'écrivent avec les chiffres dans le même ordre que pour nous -à savoir de droite à gauche unités, dizaines, centaines,...-, que c'est une numération de position, enfin que le zéro est figuré par un rond et le cinq par un symbole différent du symbole classique arable actuel -qui, lui, est voisin d'un rond- (16).

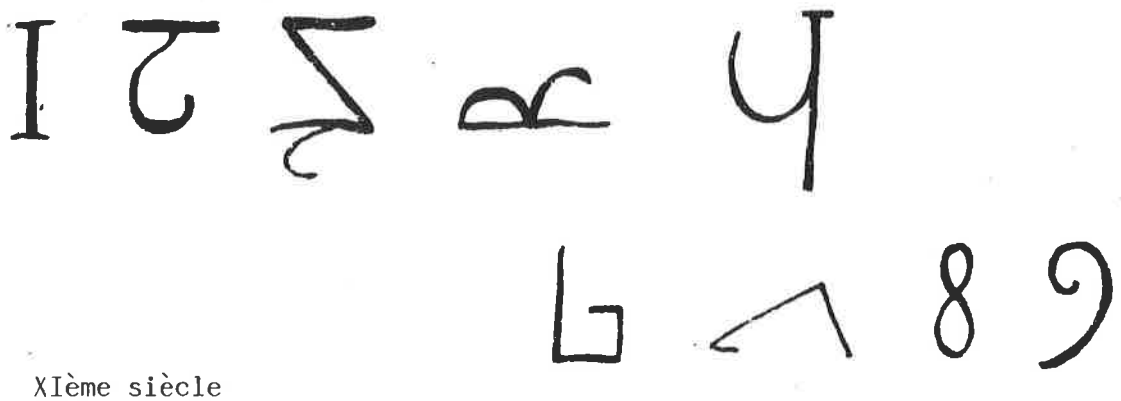
(9) Astronome perse du Xème siècle.
(10) Almagest : vient de "Mégisté syntaxis", en grec la "grande collection".
(11) Il s'agit, bien sûr, de la formulation moderne de celles-ci -bien postérieure (XVIème siècle)- L'équivalent du sinus est en arabe le "jaib" ; pour le cosinus, ceux-ci parlaient du jaib du complément.
(12) Le premier véritable traité de trigonométrie plane est celui de Nasir ed-din al Tusi -persan du XIIIème siècle.
(13) Bibliothèque "Aya Sofia". Le document a été reproduit par l'U.N.E.S.C.O.
(14) A défaut d'ouvrages sur Pascal et son oeuvre, on pourra, sur ce point, consulter notre brochure IREM.
(15) En ce qui concerne les décimaux, leur invention (attribuée à Al Uqlidisi) et leur usage par les savants islamiques dès le Xème siècle, on ne peut mieux faire que de se reporter à l'étude de M. Abdeljaouad parue dans "Fragments d'histoire des mathématiques", brochure de l'APMEP (décembre 1981).
(16) I.R.E.M.



*

* Cette seconde ligne se lit :

12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1



XIème siècle

Document n° 5

L'ESPAGNE

Spécialement au sud, l'Espagne a constitué, à cette époque un foyer culturel important du fait de la présence arabe. Certes l'astronomie y fut une préoccupation majeure mais les autres sciences y avaient leur place.

De cette période nous sont parvenus des ouvrages à la fois d'auteurs maures, en particulier de Cordoue, et d'auteurs juifs lesquels vont jouer un rôle important. D'une part ces derniers traduisent en hébreu le savoir arabe qu'ils commentent et diffusent à travers la Diaspora ; d'autre part, au fur et à mesure de la reconquête de la péninsule ils instruiront les chrétiens de ce savoir.

Au XIème siècle on citera quelques noms :

Un juif, *Abraham bar Chiia* -encore appelé *Savarsor'da* (mort en 1136) nous a laissé une sorte d'encyclopédie d'arithmétique, de géométrie et aussi de géographie. Il était en relation avec ses co-réligionnaires du sud de la France auxquels il reprochait de négliger la géométrie... On pense que Fibonacci s'inspira de son oeuvre (1).

Le sarrasin *Jabir ibn Aflah* vécut à la fin du siècle, à Séville. On lui sait une bonne connaissance des triangles sphériques ainsi que du théorème dit de Ménélaüs sur les transversales. Son nom déformé en Gaber par les latins, fit longtemps croire qu'il était le père de l'algèbre !...(2).

Prolongeons cet arrêt en Espagne en dépassant le XIème siècle.

Au début du XIIème siècle un autre juif *Rabbi ben Ezra*, originaire de Tolède écrit sur la théorie des nombres, les carrés magiques, le calendrier, l'astrolabe. Dans son principal ouvrage "Sefer ha Mispar" (le livre du nombre) il explique la preuve par neuf, il use du zéro, quoique employant des lettres à la place de chiffres à la manière hébraïque, il sait calculer la somme des termes d'une suite arithmétique.

Mais deux noms dominent ici le XIIème siècle :

- AVERROES (1126-1199), un arabe, Mohamed Abû Velid, vécut à Séville et Cordoue. Tant en astronomie qu'en médecine, il fait redécouvrir l'oeuvre d'Aristote : chercher à comprendre le monde, organiser une observation de la nature. En cela il prépare les

(1) Voir en troisième partie.

(2) Autre aventure des mots : les Hindous appelaient "jiva" la demi-corde d'un arc, les arabes transcrivirent le mot en "dshi'ba" or ce mot signifie repli, par suite en traduisant ce repli en latin, on ne peut dire que "sinus".

règles de la connaissance scientifique, connaissance pouvant se développer sans découler de la foi. C'est, sans doute, pour cette raison qu'au siècle suivant l'évêque de Paris -et non l'Université naissante- condamnera dans l'oeuvre d'Averroès cette attitude toute laïque malgré, justement, les efforts d'harmonisation de la raison et de la foi d'un Albert le Grand ou d'un Thomas d'Aquin (*).

- Rabbi Moses ben Masmum, plus connu sous le nom de MAIMONIDES (1135 -1204) médecin du sultant à Cordoue puis rabbin au Caire après sa fuite d'Espagne devant la persécution. Théologien et philosophe il a cherché également à montrer, à travers son oeuvre scientifique, l'accord possible entre la raison et la foi.

Certes l'Espagne vécut alors, et pour cause, en marge du monde occidental mais son rôle charnière fut capital dans la transmission de la science.

Planisphère
selon Al Idrîsî
Cordoue
XIIème siècle

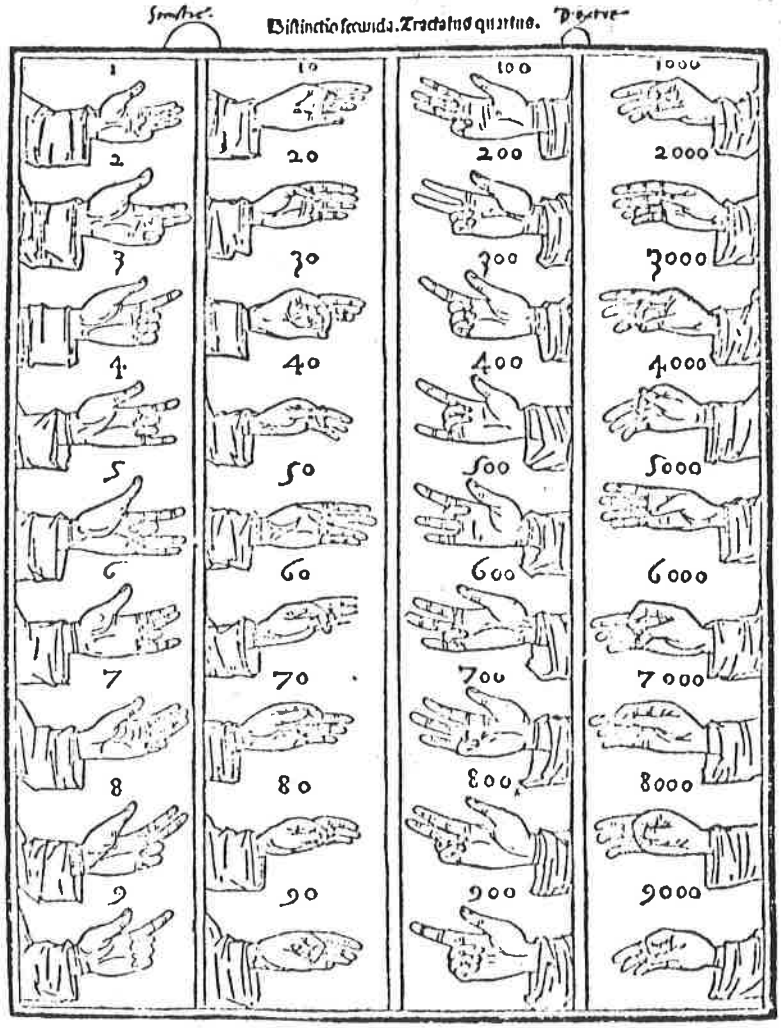
(*) C'est au sujet de cette condamnation de 1277 que P. Duhem a pu écrire qu'elle "marque l'acte de naissance de la science moderne". (In "Etudes sur Léonard de Vinci") -Voir troisième partie.

Document n° 6

LA COMMUNICATION DES NOMBRES

Les textes du Moyen-Age montrent soit des nombres écrits "en toutes lettres", soit les symboles romains (I, V, X, etc...). Mais écrire était chose rare, très rare. Comment s'entendre sur un nombre, ne serait-ce que lors d'une transaction commerciale (1) ? Les mots pour exprimer un nombre un peu grand, quelques dizaines voire centaines, devaient être assez difficiles à retenir et à combiner, c'est pourquoi il apparait qu'une figuration avec les doigts, des deux mains, ait eu plus de succès.

Le procédé n'était sans doute pas unique. Voici la reproduction d'un dictionnaire -on devrait dire d'un "gestionnaire"- tel qu'on le trouve dans une planche d'un des tout premiers livres imprimés (La Suma de Pacioli, Venise, 1494).

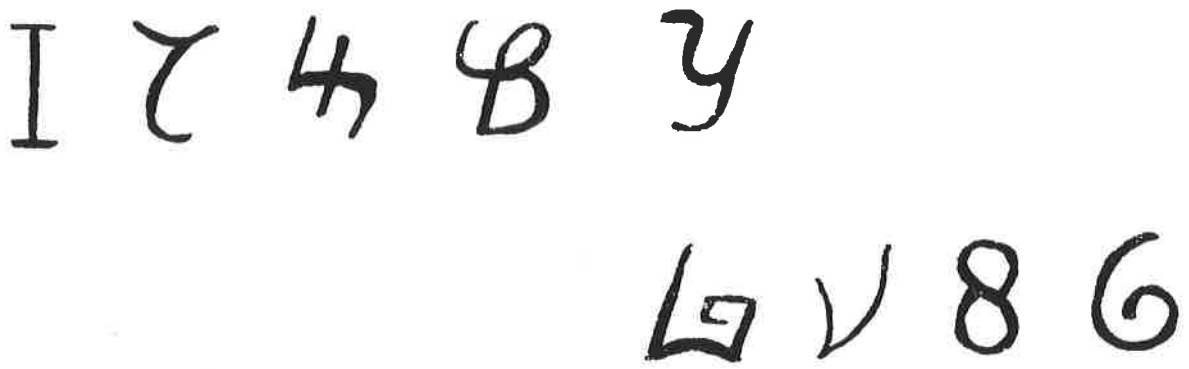


(1) En se répandant dans la grande foule, la monnaie a pu simplifier les choses. Telle pièce avec un écusson valait douze plus petites, mais il en fallait six pour égaler une plus grosse avec "fleur de lys" et vingt pour une en argent avec une croix -si toutefois elle sonnait clair...
Sans aller chercher l'or, faussaires et simples tricheurs, trop souvent, pour exercer leurs talents, avaient... libre cours !

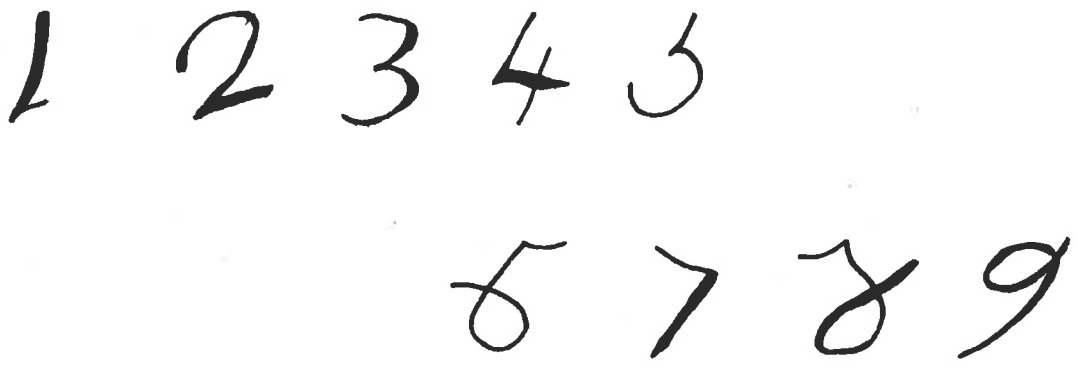
On voit que les figures de la main droite valent 100 fois les même figures faites de la main gauche.

Il faut s'attacher aux moindres détails, ainsi : entre le "1" et le "7", l'index s'est séparé du majeur.

Il ne s'agit, répétons-le, que d'une figuration des nombres et non d'opérations de calcul.



Chiffres XIIème et XIIIème siècle



Document nº 7

DATATION ET MESURE DU TEMPS

Il est certain que, parmi les demandeurs de calculs, il y a tous ceux qui s'occupent du temps ou des dates à fixer ; service du prince ou de l'évêque. Certainement ne s'agit-il pas de tous les clercs, mais d'une élite qui, pour établir, par exemple, la suite des fêtes liturgiques annuelles devait savoir au moins fixer la date de Pâques. La règle édictée au concile de Nicée en 325 -[Premier dimanche après la première pleine lune suivant l'équinoxe de printemps]- n'était pas utilisable sans connaissances astronomiques sérieuses. Apparut alors un calcul simplifié de la date de Pâques : le "computus paschalis" qui devint le comput ecclésiastique, -fondé sur un cycle solaire de 19 ans-, lequel demande déjà quelques connaissances de calcul pour être utilisé (1).

On sait du reste qu'au Moyen-Age certains diocèses étaient en désaccord sur la date retenue pour Pâques, s'ils savaient la calculer ! On se référait bien à la table de calcul donnée par Isidore de Séville dans ses "Etymologiae" (2), mais on n'arrivait pas toujours à l'appliquer. Depuis le VIème siècle, Noël était à date fixe mais sans lien avec Pâques.

Par ailleurs, l'année commençait à des dates variables selon les lieux. Jules César avait bien décidé son commencement au 1er janvier, mais l'Occident use surtout du 1er mars et l'est de l'Europe du 1er avril. Byzance du 1er septembre. Charlemagne voulut imposer Noël. Florence était pour le 25 mars. En France, Charles IX adopta le 1er janvier en 1564, l'Angleterre en 1575, Venise attendit 1787 ! Le pape Innocent XII l'imposa à l'Egise en 1691 ; quant à l'année liturgique, elle commence toujours le quatrième samedi avant Noël...

Pour mesurer le temps, les cadrans solaires (gnomon) étaient assez répandus ; encore fallait-il savoir les bien construire et les bien disposer ; mais leur usage n'était pas sans poser d'autres problèmes car le "midi au soleil" n'est pas régulier au cours de l'année. Les clepsydres (connues des Egyptiens), ancêtres des sabliers, donnent un temps plus régulier mais nécessitent un entretien et une surveillance que seule une communauté bien établie pouvait assurer. Toutefois, si celle-ci disposait d'une cloche, elle pouvait rythmer régulièrement le temps.

(1) En pratique la date de Pâques est toujours fixée par la règle du "comput ecclésiastique". Il en résulte, si on tient compte des données astronomiques modernes, que l'application du décret de Nicée fixerait certaines années la date de Pâques avec 28 jours d'écart. Ainsi en 1943, Pâques qui fût célébrée le 25 avril aurait dû l'être le 28 mars.
Enfin, remarquons que lorsqu'il est déjà dimanche à Rome, il n'est encore souvent que samedi à l'île de Pâques...
(2) Voir la première partie.

Les horloges ne sont pas totalement inconnues en l'An 1000. D'aucuns attribuent la création de celle à poids à un archidiacre de Vérone au IXème siècle et Boëce (VIème siècle) évoque le problème de rouages d'horloge. Il faudra toutefois attendre encore deux ou trois siècles pour que les cathédrales se disputent l'honneur de détenir une horloge ; quant à l'usage pratique du pendule, il n'interviendra qu'avec Huygens, en 1657.

Les historiens ont parfois du mal à dater avec précision des évènements de moins d'un millénaire. Heureusement, Johannes Gensfleisch, dit Gutemberg, a permis depuis la diffusion des "al manākh" venus des pays musulmans.

Denier parisis
(Charles III)

Denier d'argent
Louis V (?)

Monnaies du Xème siècle

TROISIEME PARTIE

L'augmentation du nombre d'articles dans cette partie n'est que le reflet d'une documentation naturellement plus riche et surtout plus facile à rassembler que pour les siècles précédents. Il s'en suit que l'exposé sur la situation sociale et intellectuelle est également plus important. Les multiples témoins du renouveau de la science révèlent l'approche de la science moderne.

Les siècles écoulés avaient transmis et commenté. Le terrain est maintenant prêt pour discuter et créer. Dans le pays de Philippe-Auguste et de Saint-Louis, la situation d'une partie de la nation devenue libre de se consacrer à l'étude, sollicitait cette discussion et cette créativité. De plus l'état, par son organisation, en offrait l'occasion voire les moyens. D'autres contrées vont suivre dans cette voie de telle sorte que, si les évènements à venir mettent un moment en veilleuse l'un ou l'autre de ces foyers intellectuels, il en restera toujours en activité et le flambeau ne cessera plus de briller en Occident.

Il fallait insister, en ce véritable moment de la "Reprise scientifique", sur le rôle capital joué par certains personnages dont l'influence sur la science n'est souvent pas assez mise en relief. C'est ici que nous devons remercier notre collègue philosophe D. Tyvaert dont la compétence nous a permis de le faire avec aisance.

LE TEMPS DES UNIVERSITES

DU XI AU XIVEME SIECLE EN EUROPE OCCIDENTALE (1)

A - L'ECLOSION D'UN MONDE NOUVEAU

Le chroniqueur bourguignon R. Glaber écrit : "Comme approchait la troisième année qui suivi l'an mil on vit des peuples sur toute la terre, mais surtout en Italie et en Gaule, réédifier les bâtiments des églises, bien que la plupart fort bien construits n'en eussent nul besoin ; une véritable émulation poussait chaque communauté à en avoir une plus somptueuse que celle des voisins...".

Ce texte évoque les fragiles signes de redémarrage économique : (cf 2ème partie).

Ce redémarrage résulte :

- pour une part de la demande en matières premières : bois, fer, blé, et en esclaves... que suscitent les villes du monde musulman ;
- pour une autre part de l'essor interne de cet Occident chrétien où le grand mouvement de construction a probablement joué, entre le XIème et le XIVème siècle un rôle capital.

Cet élan de construction en Europe est lui-même la conséquence :

- de l'accroissement démographique spectaculaire : 23 millions d'habitants en 1000 (?) 55 millions en 1348 (?)
- de la relative pacification qui s'instaure dès la fin du Xème siècle : fin des invasions, institutions de "paix" qui règlementent quelque peu la guerre ;
- de la fin des brigandages des féodaux canalisés vers la reconquête du monde musulman (qu'il s'agisse de l'Espagne ou de la Palestine) et vers l'évangélisation forcée d'une partie des confins slaves.

Cette diminution de l'insécurité facilite un intense mouvement de défrichement qu'accompagnent la fondation de villages neufs et la renaissance des villes. Certes des villes existaient avant l'an mil, mais recroquevillées dans leurs enceintes et réduites à leur fonction politique et religieuse. Les nouvelles cités sont des villes de faubourgs, alimentées en vivres et en population par l'essor agricole, par l'introduction de la division du travail dans l'artisanat et le commerce.

Désormais les villes assument des fonctions de guide, de ferment, de moteur intellectuel. Au XIIème siècle c'était encore à la campagne que prédominait la voix des moines (Pierre le Vénérable à Cluny, Saint-Bernard à Citeaux). Au XIIIème et XIVème siècles, Dominicains, Franciscains et autres s'installent dans les villes, dans le choeur des cathédrales (pouvoirs religieux) et dans les chaires des écoles

(1) Cette Europe occidentale serait limitée à l'Est par une ligne joignant Cracovie, Vienne, Venise.

supérieures (pouvoirs intellectuels).

A côté des clercs, s'imposent des laïcs qui ont appris à lire, écrire, compter pour rédiger les us et coutumes, les chartes, les traités de droit et pour tenir la comptabilité (usage grandissant de la monnaie, des lettres de change et contrats d'assurance...). Par ailleurs, dès la fin du XIème siècle, la réforme grégorienne s'est accompagnée d'une meilleure connaissance de l'univers mental des fidèles. Notamment aux XIIème et XIIIème siècles les clercs doivent fournir efforts de prédication, de persuasion, de rédaction de textes de foi, de manuels d'enquête en cas d'hérésie... avec emploi des langues dites vulgaires.

Ces évolutions sont facilitées par l'outil qu'est devenu le livre avec l'emploi d'une écriture cursive moins soignée, plus rapide ; avec la multiplication des exemplaires par la pratique de la pecia (2), par l'absence de miniatures remplacées par des illustrations faites en série. Ces évolutions sont amplifiées par les traductions en latin des textes scientifiques grecs et arabes, traductions réalisées par des équipes d'érudits en Espagne et Sicile reconquises (document nº 1).

Avec les transformations dans les activités économiques, dans les conditions de travail, de nouveaux besoins se font sentir. Certaines écoles urbaines s'affranchissent du contrôle royal, seigneurial et surtout épiscopal et sont ainsi à l'origine d'institutions nouvelles : les Universités (3).

Reproduction d'une miniature extraite d'un manuscrit daté de 1387 à Paris : Distribution par bons seigneurs et gentes dames de chaussures aux escholiers.

(2) La pecia est une copie autorisée de l'ouvrage (ou exemplar), mise en circulation ; elle est réalisée sur des cahiers. Chacun de ces cahiers en parchemin est plié en 4 et porte le nom de pecia. Ces cahiers sont empruntés par des copistes, l'un après l'autre. La diffusion de l'ouvrage est ainsi multipliée, plusieurs copistes pouvant travailler simultanément sur le même exemplar. Quoique encouragé par les universités, ce système ne représente cependant qu'un progrès relatif ; il fallait du temps pour transcrire un exemplar et les manuscrits restent coûteux (le plus souvent les étudiants les louent).

(3) Le mot Université provient de l'expression "Universitas Magistrorum et scolarium parisiensum" qui apparait pour la première fois en 1221 dans un texte relatif au sceau du studium.

B - RICHESSE ET FECONDITE DE LA VIE INTELLECTUELLE

Nous avons essayé de montrer dans les chapitres précédents que le lien avec la culture antique n'avait jamais été coupé.

L'époque carolingienne et le XIIème siècle avec, en particulier l'école de Chartres, avaient même marqué des retours aux lettres anciennes. Le XIIIème siècle va être jalonné d'efforts de traduction, de tous genres, de textes grecs. C'est ainsi que, si le mot Renaissance doit être prononcé, il est légitime de le faire concernant le XIIIème siècle bien avant le XVIème siècle.

Durant toute la période médiévale le recours à la raison humaine ne fut pas rejeté. Dans ce temps pétri de chrétienté, des théologiens, eux-mêmes ont cherché, autant que faire se pouvait, à établir par la seule raison la complète validité du message chrétien.

Certes le XIIIème n'est pas celui de l'explosion scientifique mais des études sérieuses et originales existent dans le domaine de la science : JORDANUS NEMORARIUS étudie les leviers, l'arc-en-ciel reçoit un début d'explication à l'aide de la double réfraction des rayons du soleil dans les gouttes de pluie par DIETRICH de FREIBERG, le magnétisme intéresse PIERRE de MARICOURT, ALBERT le GRAND observe les insectes et la nutrition des plantes, ALBERT de SAXE étudie l'érosion et le lent soulèvement continu des continents.

Quand à la philosophie, loin de s'effondrer, elle développa les systèmes originaux de grande ampleur. On citera, parmi bien d'autres :

au IXème siècle, JEAN SCOT

au XIème siècle, Saint ANSELME de CANTORBERY, ABELARD

au XIIème siècle, GILBERT de la POREE, GUILLAUME de SAINT THIERRY, HUGUES de SAINT VICTOR

au XIIIème siècle, Saint BONAVENTURE, Saint ALBERT le GRAND, Saint THOMAS d'AQUIN, ROBERT GROSSETETE, SIGER de BRABANT

au XIVème siècle, RAYMOND LULLE, DUNS SCOT, Maître ECKHART, GUILLAUME d'OCCAM, BRADWARDINE, BURIDAN, GERSON

au XVème siècle, NICOLAS de CUES.

La philosophie médiévale est assurément originale ; Leibniz, Hegel, Kant ne rejettent pas son héritage et rendent hommage aux maîtres du Moyen-Age. N'est-ce pas Albert le Grand qui sépare le domaine de la pure Raison du domaine de la Révélation, libérant ainsi la raison de la surveillance paralysante des théologiens ? Pour lui, dans le domaine de la raison, seule l'expérience fournit la certitude et, en conséquence toute autorité humaine est relativisée, fût-elle celle d'Aristote.

La pensée médiévale a préparé un terrain propice à l'éclosion des idées qui triompheront au XVIIème siècle même si la physique médiévale ne prédisposait guère à la physique moderne. En effet, elle restait trop dominée par la physique d'Aristote.

Avec celui-ci on pensait alors que si les mathématiques étaient une merveilleuse construction de l'esprit humain, la réalité obéissait à une toute autre logique. Il faudra attendre Galilée pour que s'opère une révolution dans ce domaine. Mais, précisément cette révolution n'aurait pas été possible sans une refonte de l'image du monde opérée par la pensée médiévale ; le monde créé chrétien remplaçant le cosmos sacré de l'antiquité Gréco-romaine (document n° 11).

La vie intellectuelle du Moyen-Age constitue donc une étape décisive dans le progrès des lumières en Occident. Ce prodigieux essor culturel résulte de la vie universitaire des XIII/XIVème siècles et constitue sa principale raison d'être.

Une opération de l'oeil et l'extraction
d'un polype du nez.
Miniature du XIIème siècle - British Museum.

C - LES UNIVERSITES

1 - LA GENESE

Bien des obscurités demeurent par insuffisance de documentation : les textes officiels, les bulles papales, les privilèges royaux confirment une situation de fait ancienne et oublient les aspects sociaux : ainsi on connait mal les rapports entre les écoles monastiques, les écoles épiscopales et ces centres à vocation européenne que sont les universités.

On connait mal aussi les préoccupations nouvelles du monde des marchands, des pouvoirs politiques royaux ou princiers.

Cependant un principe est évident : l'Université médiévale a un caractère ecclésiastique affirmé : maîtres et étudiants ont le statut de clerc, ils ont prétention à des bénéfices ecclésiastiques ce qui leur assure sécurité matérielle, ils sont le plus souvent exempts d'impôts. Cette situation n'est pas sans contradictions : si l'université est enregistrée comme une corporation urbaine, elle reste institution d'Eglise. Si elle est une corporation locale, elle recherche un rayonnement international, faisant éventuellement appel à la papauté qui est ressentie aux XIIème et XIIIème siècles comme lointaine, peu gênante dans la mise en place de ces corporations singulièrement autonomes.

Apparemment unifiées dans leurs préoccupations intellectuelles, ces universités sont en réalité fort diverses dans leur personnalité parce que certaines sont nées spontanément du regroupement d'écoles urbaines prestigieuses ; exemples : Oxford, Paris, Bologne. D'autres proviennent également de ces écoles mais du fait d'une partition avec spécialisation ; exemples : Padoue, Cambridge. D'autres encore ont été créées par volonté papale ou impériale ; exemples : Naples, Toulouse, Salamanque (Document n° 2).

2 - L'ORGANISATION

A la tête de l'université, il y a un Recteur et des docteurs en théologie, droit, médecine, mais aussi peuvent siéger dans les assemblées et conseils des maîtres licenciés et des étudiants. Les universités contrôlent également les gens de la mouvance intellectuelle : appariteurs (bedeaux), copistes, libraires, barbiers, apothicaires...

Au cours du XIIIème siècle apparaissent des subdivisions :

- les facultés qui sont des subdivisions administratives du studium (corporation intellectuelle) : théologie, droit canonique et civil, médecine, faculté préparatoire des arts libéraux (beaucoup d'universités n'ont que deux ou trois facultés).
- les nations qui dans la corporation universitaire correspondent au désir naturel

des étudiants de même origine de se regrouper pour assurer accueil, aide, constituant ainsi une espèce d'immatriculation à l'université. Dans une université le nombre de ces nations reflète le plus ou moins grand rayonnement. Chaque nation est dirigée par un proviseur.

Recteur, docteurs, conseillers sont désignés à ces fonctions de direction par élections à plusieurs tours, fort complexes, sources d'innombrables conflits avec les autorités hiérarchiques épiscopales ou royales.

Leurs pouvoirs sont multiples : gestion de l'université (de ses finances), garde des statuts, juridiction civile sur les membres de l'université, collation des grades : bacheliers, licenciés, maîtres, docteurs (4). En faculté de droit canonique et civil, les textes relèvent des Pères de l'Eglise ou des livres romains et byzantins (code Justinien du VIème siècle).

En faculté de médecine : Hippocrate (460 avant Jésus-Christ), Galien (131 - 201) mais aussi le Canon d'Avicenne (980 - 1037) font autorité. C'est au XIVème siècle seulement que sont pratiquées, à fin d'étude, les premières dissections de cadavres (toujours de sexe féminin), à Montpellier et à Salerne.

Les études en faculté de théologie reposent sur la Bible, les sentences de Lombard (c.1160), les commentaires des Pères de l'Eglise. Le recours à Aristote et à Averroès est toléré ! Et pourtant il sera créateur de tout un courant rationaliste à l'intérieur de la foi et de la connaissance par la foi. Paradoxalement, c'est à l'intérieur du christianisme que se sont développées les discussions philosophiques concernant la raison, l'explication du fonctionnement de la nature : lointains prémices de la science moderne.

Ce travail intellectuel dans les universités s'organise selon une méthode lentement codifiée : la scolastique dont Abélard peut être considéré comme l'initiateur. Cette méthode lie foi, logique et raison.

Dans son traité, "le Oui et le Non", il trouve, entre les Ecritures et les Pères de l'Eglise, 158 "contradictions" se rapportant à des points de doctrine. Dans l'introduction, il expose les principes d'une critique rationnelle des textes par la

(4) Le bachelier pouvait se spécialiser dans ses études.
Le maître (magister) pouvait donner un enseignement limité à certaines disciplines et facultés.
Le docteur pouvait enseigner en toutes universités.
On estime à la fin du XIVème siècle qu'un étudiant sur trois est bachelier, un sur 15 ou 20 est licencié. Un bachelier est âgé de 21 ans, 6 à 8 ans sont nécessaires pour obtenir la licence, 15 ans pour prétendre au doctorat de théologie ! A une époque où la vie est brève, ces chiffres étonnants s'expliquent par le sérieux des études, la grande place conservée à l'oral, le coût des études (exemple : à Bologne, l'examen de licence coûte 60 livres, un doctorat 500 livres ou plus) (la réception du grade et de ses insignes, barette, anneau d'or pour un docteur, s'accompagne en effet de banquets, divertissements, cadeaux, ...).

pratique de la mise en doute "car en doutant, nous sommes amenés à questionner et en questionnant nous arrivons à la vérité". J. Le Goff écrit dans "les intellectuels du Moyen-Age (Edit. Seuil) : "avec le Sic et Non de 1122, Abélard a donné à la pensée occidentale son premier Discours de la Méthode".

Cette scolastique repose sur une leçon, c'est-à-dire des questions et des réponses, accompagnée parfois d'une "dispute" entre maîtres ou entre étudiants et maître et là, face à l'argument d'autorité, le recours au raisonnement prend peu à peu une place grandissante. Enfin la dispute s'achève par une conclusion donnée par le maître. Sans doute cette conclusion s'appuie sur un argument d'autorité mais le maître peut engager sa responsabilité personnelle : la dispute a aidé en effet les esprits à s'habituer à la coexistence d'opinions différentes, à l'ajout de l'observation, voire de l'expérimentation.

3 - LE CONTENU DES ETUDES ET DES METHODES DE TRAVAIL

Généralement les programmes comportent la lecture de textes qui font "autorité". S'y ajoutent des commentaires anciens et modernes qui en facilitent la compréhension.

Les programmes des facultés des Arts ne sont pas toujours connus avec précision (5).

Le trivium regroupe grammaire, rhétorique (le plus fréquemment dits de Cicéron), dialectique ou logique : ici Aristote, ailleurs Abélard (c. 1142)... A Paris, Albert le Grand (c. 1280) et Thomas d'Aquin (c. 1274) s'efforcent d'innover, bâtissant une philosophie et une théologie qui concilient raison et foi (apports antiques et dogmes médiévaux).

Le quadrivium se compose de l'arithmétique, de l'astronomie, de la géométrie, de la théorie musicale. Ici aussi il peut y avoir nouveauté (ex : Oxford). Grosseteste (c. 1253) et Bacon (c. 1292) recourent à l'observation afin de déterminer les propriétés des éléments naturels, refusant en partie les "autorités", faisant leurs ces paroles d'un autre anglais Adélard de Bath (c. 1160 ?) :
"moi, j'ai en effet appris de mes maîtres arabes à prendre la raison pour guide ; mais toi, soumis aux faux-semblants de l'autorité, tu te laisses conduire par le licou. Quel nom en effet, pouvons nous donner à l'autorité sinon celui de licou ? De même que les animaux stupides sont menés par un licou et ignorent où et pourquoi on

(5) Ces facultés des Arts ou premier étage d'un enseignement universitaire peuvent exister dans des villes qui ne deviendront pas universitaires (ex : Auxerre, au XIIème siècle où les 7 statuettes du portail droit occidental de la cathédrale Saint-Etienne révèlent l'existence d'une école épiscopale pratiquant l'enseignement des Arts libéraux).

les conduit, se contentant de voir et de suivre la corde qui les tient, de même la plupart d'entre vous, prisonniers et enchaînés par une crédulité animale, se laissent conduire à des croyances dangereuses... Car ils ne comprennent pas que la raison a été donnée à chaque individu afin qu'il puisse discerner le vrai du faux, utilisant la raison comme juge suprême" (6).

Les étudiants
Cathédrale Notre Dame de Paris

Albert le Grand
Fresque du XIVème siècle

(6) Mais il convient de ne pas généraliser cette attitude novatrice. Le savoir scientifique demeure limité, peu rigoureux ; ainsi les Etymologies d'Isidore de Séville (cf première partie) sont constamment utilisées, commentées aux XIIème et XIIIème siècles et si les apports et traductions des Musulmans sont moins suspects d'autorité, ils n'en demeurent pas moins fragmentaires.
Néanmoins cette société traditionnelle rurale et urbaine s'habitue à regarder de manière différente la Nature, les techniques de travail. Celles-ci ne sont plus seulement des forces mystérieuses, expression de la volonté divine, mais deviennent susceptibles d'être exploitées (défrichements des XIème et XIIème siècles), transformées (artisanat actif), améliorées ou découvertes (assolement triennal, collier d'épaule, ...). Les miniatures des calendriers, les sculptures végétales et animales des cathédrales, le vocabulaire (le mot ingénieur est inventé au XIème siècle) témoignent de cette qualité d'observation, de ce souci de l'exact. Cela ne conduit pas à une véritable science de la nature mais progressivement la connaissance des phénomènes naturels acquiert de l'importance et une certaine autonomie.
Enfin la multiplication et la transformation de la fonction du livre (abordée au paragraphe A) reflète un mouvement plus large, diffusant et reconnaissant une plus grande valeur à la preuve (l'ordalie ou preuve-supplice par l'eau ou le feu est interdite par l'Eglise en 1215 et progressivement remplacée par des preuves écrites, ce qui bouleverse ainsi la justice).

D - LES MATHEMATIQUES A L'UNIVERSITE

Nous avons vu que c'est à partir de traductions de manuscrits arabes reproduisant eux-mêmes des textes grecs, ou des documents indous, que vont surgir les progrès du savoir mathématique, en Occident, après l'an mil.

D'autres traductions, directement du grec celles-ci, verront le jour au XIIème siècle (par exemple avec Adélard de Bath) puis en Italie (avec Léonard de Pise) au début du XIIIème siècle (cf document n° 1).

Mais, également à cette époque, des hommes de savoir entreprennent de longs voyages en quête de connaissances nouvelles (cf documents n° 3 et 4).

Ainsi donc, à partir du XIIIème siècle les écoles d'Occident se trouvent riches de documents (parchemins et gros volumes) que les escholiers vont, avec intérêt et passion, étudier sous la conduite de maîtres de valeur. Ils vont non seulement les étudier, les apprendre, mais les discuter. Les réponses catégoriques aux grands problèmes, par oui ou par non, cèdent, pour l'heure, le pas à des attitudes de recherche propices à un esprit scientifique (7).

Si l'enseignement des mathématiques (8) est encore, en ces temps où règnent la scholastique, subordonné à l'étude de la philosophie et de la théologie, il n'en devient pas moins indépendant au milieu du XIIIème siècle (9), avec Grossetête, Albert le Grand et Roger Bacon en particulier (10).

A cette époque, l'élément moteur du progrès intellectuel fut certainement la diffusion de la pensée d'Aristote, en opposition aux tenants du néo-platonicisme de Saint-Augustin. Dans sa "Physique", Albert le Grand écrit :

"En matière de foi je m'en tiens à Saint Augustin, mais en matière de Sciences, je préfère croire Aristote et ses commentateurs arabes".

---

(7) On constatera, par exemple, que c'est à cette époque que les théologiens chrétiens conçoivent un Purgatoire, intermédiaire entre Paradis et Enfer, pour répondre au problème du jugement des fidèles après leur mort, notamment des "marchands et financiers".

(8) Le mot mathématiques n'est que peu employé. On parle d'arithmétique, de science des nombres, de géométrie. Avec la naissance du français, celui qui fait des mathématiques s'appellera un géomètre.

(9) C'est sans doute dans ce sens qu'à partir de 1336 aucun grade ne sera conféré à Paris à qui ne fera la preuve d'avoir étudié les premiers "livres" d'Euclide.

(10) Robert Grossetête (1175 - 1252) enseigna à Oxford où sa méthode fait de lui un précurseur de la méthode expérimentale dans les sciences physiques.

Albert le Grand (Albert le Teuton, Maître Albert) (mort en 1280), enseigna à Paris, Fribourg, Ratisbonne et Cologne. Dominicain, il fut légat du pape en Pologne et évêque de Ratisbonne. Il s'attacha à montrer que la prétention de la science à la vérité, grâce à son fondement rationnel, était légitime.

Robert Bacon (mort en 1294) fut à Oxford l'élève de Grossetête, puis étudia à Paris. Il voulut faire, dans ses oeuvres, une large part à l'expérience mais, celles-là sont d'un abord difficile et les jugements sur leur auteur, de ce fait, très divergents.

Contribuèrent à cette diffusion, tant les oeuvres d'Averroès (11) que les traductions d'autres auteurs grecs faites, elles, pour soutenir Thomas d'Aquin (12) ou son opposant Duns Scot (13).

L'Occident connut alors également d'autres fragments d'Euclide et d'Archimède. On discuta à nouveau d'indivisible et de continu, d'infiniment grands et d'infiniment petits, et de ce que nous appelons le passage à la limite. Les traités de Thomas Bradwardine (14) et d'Oresme (15) en portent témoignage ainsi que l'oeuvre d'Albert de Saxe (16).

A côté de ces débats, le calcul, sous toutes ses formes, ainsi que la trigonométrie se répandirent grâce à leurs applications, en particulier à l'astronomie (astronomie bien souvent mêlée à astrologie et gématrie (17).

Les compilations sont alors très nombreuses et certaines de grande valeur, telles celles de Levi ben Gerson (18).

---

(11) Averroès (ibn Rusd) né à Cordoue, vécut au Maroc. Toute son oeuvre scientifique et philosophique est empreinte de la pensée d'Aristote. Il exerça une grosse influence sur l'Islam occidental à son époque et mourut en 1194 (voir deuxième partie).

(12) Thomas d'Aquin (1225 - 1274). Dominicain italien qui professa essentiellement à Paris, auteur d'une "Somme théologique", source du "Thomisme". Il n'est pas sans intérêt de noter sa prise de position pour une autonomie de la raison. Le Dominicain Marie-Dominique Chenu écrit en 1980 : "Alors que les théologies médiévales voulaient que les sciences humaines ne soient que des servantes, Saint Thomas a innové. Selon sa ligne de pensée plus la foi est foi, plus la raison est raison. Saint Thomas a favorisé la première sécularisation de la science".

(13) L'Ecossais John Duns Scot (mort en 1308) combat les idées de Saint Thomas sans pour autant libérer encore sa propre pensée du moule d'Aristote.

(14) Voir document nº 8.

(15) Voir document nº 10.

(16) Voir document nº 7.

(17) Dérivant de cette interprétation mystique de la Bible qu'est la Cabale, la gématrie s'appuyait sur des coïncidences entre les mots et la valeur des lettres dans le système de numération d'abord hébraïque, ensuite grec.
Ainsi le mot amen -en grec αμηυ- comme α = 1, μ = 40, η = 8 et υ = 50 a pour valeur 99 (voir notre brochure "La numération écrite"). Il est donc, pour la gématrie, on ne peut plus normal de conclure une prière comme se conclut la première centaine...
En mettant les propriétés de l'arithmétique au service de la gématrie, apparurent rapidement, au Moyen-Age, toutes les fantaisies nécessaires au service de la divination et des horoscopes... Toutefois, c'est, peut être, à ces recherches qui se voulaient ésotériques, qu'est dû le renouveau d'intérêt pour les "carrés magiques".
Ainsi le plus simple de ceux-ci :

2	7	4
9	5	1
6	3	8

a en son centre 5, symbole de la loi mosaïque (Pentateuque), et son total en tous sens est égal à 15, or 10 et 5 ont pour écriture les lettres י et ה qui sont l'abréviation de Yawhé : Dieu...

(18) Gerson, juif français, mort en 1344, étudia également des problèmes de combinaisons d'objets.

Mais l'élan vers la science ne se limite pas aux mathématiques. Albert le Grand s'est aussi occupé des sciences de la nature. Les manuscrits laissés par les alchimistes et les médecins montrent tout l'intérêt porté à ces disciplines. Ainsi apparait, au XIIIème siècle, la recette de "l'eau-de-vie" dont le nom indique l'usage médicinal. De toutes parts se lèvent des hommes pour encourager leurs semblables à lutter contre l'ignorance.

Les temps précédant la naissance des Universités n'ignoraient pas le savant. Témoin : cette figure, (Pythagore ?) du portail royal de la cathédrale de Chartres. Il est vrai qu'aux XIème et XIIème siècles, l'école épiscopale de Chartres -créée par Fulbert sous l'influence de Gerbert- comptait, peut être, comme la plus célèbre de la Chrétienté.

C O N C L U S I O N

Après avoir joué un rôle moteur aux XIIème et XIIIème siècles, la vie des Universités s'essouffle à la fin du XIIIème et se sclérose au XVème. A cela plusieurs raisons :

- La scolastique ne devient stérile qu'à compter du moment où, ayant perdu tout dynamisme interne, on peut dire qu'elle se redouble ; en d'autres termes, on se met à commenter les grands commentateurs des siècles précédents (Saint Thomas d'Aquin, Jean Duns Scot ou Guillaume d'Occan) avec le but avoué de les répéter purement et simplement. Ce qui, en réalité, ne se fait pas sans simplifications abusives ou, au contraire, complications superflues : d'où une décadence réelle de la qualité de la réflexion.
- Le milieu social des maîtres de scolastique prédispose peu aux liaisons entre arts libéraux et arts mécaniques, entre sciences et techniques.
- L'Eglise hiérarchique est plus que réticente face aux audaces des docteurs en théologie.
- Des conditions historiques précises hâtent ce déclin : la grande crise des XIVème et XVème siècles, les querelles religieuses, les débuts de la guerre de Cent Ans augmentent la mortalité générale et gênent les échanges et le rayonnement intellectuel des universités.

Les contemporains ont pourtant observé la multiplication de ces dernières : une quinzaine vers 1300, une soixantaine vers 1500 (cf document n° 2), mais de plus en plus impliquées dans la vie des états. Ce réseau ne sera guère modifié avant la fin du XVIIIème siècle.

Le lecteur trouvera maintenant des documents pour illustrer ou préciser quelques problèmes évoqués dans l'article précédent.

1 - Les grandes traductions des XIIème et XIIIème siècles.

2 - La naissance et la répartition géographique des Universités.

Des personnnages du XIIIème siècle

3 - Léonard de Pise ou Fibonacci

4 - Jordanus Némorarius ou Jordan de Namur

5 - Jean de Holywood ou Sacrobosco

6 - Raymondo Lull ou Raymond Lulle.

Des personnages du XIVème siècle

7 - Nicolas Oresme

8 _ Thomas Bradwardine

9 - Albert de Saxe.

---

10 - Un peu de trigonométrie

11 - Le problème de l'infini

12 - Chiffres et calculs

13 - Les progrès techniques.

Document n°1

LES TRADUCTIONS (quelques exemples)

Auteur	Traducteur	Date
a) Sources arabes		
AL KHWARIZMI (IXème siècle)	Jean de Séville	1140
	Adélard de Bath	1150
	Gérard de Crémone	1150
AVICENNE (Xème siècle) (IBN SÎNÂ)	Gundissalinus et Sareshel	XIIème siècle (Tolède)
AVERROES (XIIème siècle) (IBN RUSB)	Michel Scot	début XIIIème siècle
b) Sources grecques		
ARISTOTE (IVème siècle avant Jésus-Christ)	Aristippe	1156 (Sicile)
EUCLIDE (IIIème siècle avant Jésus-Christ)	Adélard de Bath (sur traductions arabes)	début XIIème siècle
	Campanus de Novare (sur traductions arabes)	1260
ARCHIMEDE (IIIème siècle avant Jésus-Christ)	G. de Crémone (sur traduction arabe)	XIIème siècle (Tolède)
	Guillaume de Moerbeke (sur texte grec)	1269
MENELAUS (1er siècle)	Gérard de Crémone	1150
PTOLEMEE (IIème siècle)	Adélard de Bath (sur texte grec)	1160 (Sicile)
	Gérard de Crémone (sur texte arabe)	1175

c) Passage : Inde → Arabes → Occident

BRAHMAGUPTA (628) → AL FAZARI (775) → ADELARD DE BATH (1150)

Numération indienne de position VIII/IXème siècle → Arabes IX/Xème siècle → FIBONACCI (Liber abaci) 1202

On notera que, souvent, on ne dispose plus que de copies des premières traductions latines, ce qui rend incertaines leurs datations. Ces traductions étant, la plupart du temps, faites, elles-mêmes, à partir de copies, les originaux étant perdus.

Document nº 2

DATES DE DÉLIVRANCE DE STATUTS OFFICIELS D'UNIVERSITÉS AVANT 1500

(La naissance d'une université apparait souvent à travers plusieurs statuts officiels remaniés).

	1300	1400
Paris (1120-1174-1231)		
	Avignon 1303	Aix 1409
Montpellier (1181-1289)		
	Cahors 1332	Dôle 1423 - Besançon 1485
Angers (1219-1229-1364)	Grenoble 1339	Poitiers 1431
Toulouse 1229	Perpignan 1349	Caen 1432
Orléans 1235	Orange 1365	Bordeaux 1441
Narbonne 1247		Valence 1452
Lyon 1292		Nantes 1460
		Bourges 1463
Oxford (1130-1214)		
	Dublin 1311	Glasgow 1454
Cambridge (1229-1284)		
Bologne XIIème siècle	Pérouse 1307	Turin 1405
Padoue 1222	Pise 1343	Florence 1438
Naples 1224	Sienne 1380	Catane 1445
Rome 1244	Palerme 1394	Parme 1482
Salerne	Trevise	
Ravenne	Ferrare	
Vicence		
Plaisance		
Verceil		
Reggio (Emilie)		
Arezzo		
Valence 1209	Valladolid 1346	Saragosse 1474
	Huesca 1354	Avila 1482
Salamenca (1218-1239)	Lerida	Alcala de Henares 1499
Palencia		Palma
Séville		
Lisbonne 1290	Coïmbre 1308	
	Vienne 1365	Leipzig 1409
		Trêves 1454
	Cologne 1385	Fribourg 1456
	Heidelberg 1386	Tubingen 1477
	Erfurt 1392	Mayence 1477
		Bâle
	Prague (1348-1384)	Presbourg
	Cracovie 1308	
	Funfkirchen (Pecs)	
		Louvain 1425
		Uppsala 1476
		Copenhague 1478

Les Universités

Document n° 3

LÉONARD DE PISE

Fibonacci, c'est-à-dire fils de Bonacci, est également connu sous le nom de Léonard de Pise, ville dont il était originaire. Il vécut au début du XIIIème siècle. Il se présente lui-même dans son ouvrage "liber abaci" (1) (le livre du calcul).

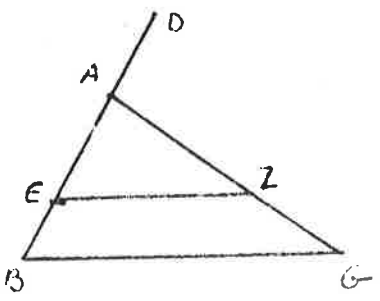
"... Ayant été initié par un admirable enseignement à l'art de calculer avec les neuf signes des Indiens, j'ai pris un tel plaisir à cet art que je voulus savoir tout ce qu'on enseignait là-dessus en Egypte, en Syrie, en Grèce, en Sicile et en Provence, avec ses diverses variétés. Je parcourus donc ces contrées pour m'y instruire, mais je considérais tout cela, et même l'algorithme de Pythagore, comme défectueux, en comparaison du système indien. C'est pourquoi, étudiant de plus près ce système, y ajoutant quelque chose de mon propre fonds et y appliquant quelques artifices géométriques d'Euclide, j'ai travaillé à la composition de cet ouvrage (en 1202), que j'ai divisé en quinze chapîtres. J'ai tout accompagné de raisonnements démonstratifs, afin que ceux qui aspirent à connaître cette science puissent s'instruire, et que désormais la race latine ne s'en trouve pas dépourvue comme elle l'a été jusqu'à présent. Je demande de l'indulgence pour les défauts qui pourraient s'y trouver".

Léonard écrivit également un traité de géométrie ("Practica geometriae") longtemps égaré et redécouvert vers 1850. Le texte que nous proposons à la suite en est extrait.

On attribue à Fibonacci la solution de nombreux problèmes proposés, dit-on, dans des tournois de gens de science. Ce sont des problèmes sur les nombres tels le calcul de la somme des carrés des entiers jusqu'à un certain rang, ou l'étude de la suite (dite de Fibonacci) dans laquelle chaque terme est la somme des deux termes le précédent (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,...). De Fibonacci est également un "liber quadratorum" où il étudie des relations entre carrés d'entiers ou de rationnels par exemple du type $x^2 + a = y^2$ (2).

Nous proposons un extrait de son traité de géométrie :

"Si tu désires partager un triangle par une "équidistante" (3) à un des côtés, la manière de faire sera démontrée sur le triangle suivant ABG partagé en deux parties égales par une équidistante à la base BG. Sur le côté AB prolonge au-delà du triangle jusqu'au point D et soit AD égale à la moitié de AB enfin soit

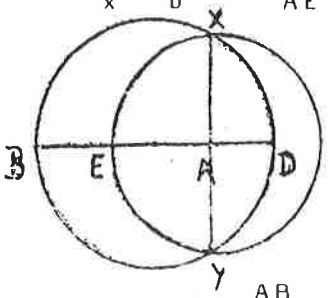


(1) Le "liber abaci" a dû être composé vers 1202.
(2) D'aucuns pensent trouver dans l'oeuvre de Fibonacci la démonstration de la relation $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$.
(3) "équidistante" : parallèle.

AE en proportion continue (4) entre AB et AD. On trace une droite EZ à partir de E et équidistante à la base BG. Je dis que le triangle ABG est partagé en deux parts égales par la ligne EZ, une part est le triangle AEZ, l'autre le quadrilatère EBGZ. Cela se prouve ainsi. Les triangles AEZ et ABG sont semblables car les angles AEZ et AZE sont égaux respectivement à ABG et AGB, à savoir les angles extérieurs et intérieurs et l'angle BAG est commun aux deux. Les triangles semblables sont en "duplex ratio" (5) de leurs éléments homologues, c'est-à-dire les côtés semblables [AB et AE]. Alors comme AB est à AD ainsi est le triangle ABG au triangle AEZ (6). Comme AB est le double de AD de même le triangle ABG est double du triangle AEZ".

---

(4) "proportion continue" : x est proportion continue à a et b si $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$. Ici $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{AD}$. On savait construire AE, c'est pourquoi on trace AD. Le cercle de diamètre BD recoupe la corde orthogonale en A aux points X et Y. Les triangles semblables ADY et AXB permettent d'écrire $\frac{AB}{AX} = \frac{AY}{AB}$ or AX = AY, AX est proportion continue... Le cercle de diamètre XY recoupe BD en E. AE = AX.



(5) "duplex ratio" : désigne le produit d'un rapport par lui-même. Ici $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{AD}$ alors $\frac{AB}{AE} \cdot \frac{AB}{AE} = \frac{AB}{AE} \cdot \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AD}$ ce qui explique la phase suivante.

(6) On ne disposait pas de l'écriture $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. On disait a est à b ainsi c est à d. Plus tard on écrira a : b :: c : d qui se lisait également a est à b comme c est à d.

Document n° 4

JORDANUS NEMORARIUS

Jordanus Némorarius ou encore Jordanus le Teuton fut à la tête de l'ordre des Dominicains en 1222. On connait très peu de choses sur sa vie, mais il laissa une oeuvre mathématique importante en plusieurs ouvrages : "L'algorithme démontré" (1), "Des nombres donnés", "Des triangles" et un ouvrage de physique "Des poids".

Voici quelques lignes relevées dans son oeuvre.

"Définitions"

"Un nombre est une collection d'êtres distincts.

"Une suite de nombres est dite naturelle si son calcul est fondé sur l'addition d'une unité.

"Le nombre par lequel un plus grand dépasse un plus petit est appelé la différence entre ces nombres.

"Des nombres sont dits équidistants d'autres nombres lorsque les différences sont égales.

"Un nombre est multiplié par un autre lorsqu'il est ajouté à lui-même autant de fois qu'il y a d'unités dans celui qui le multiplie.

"Un nombre est dit mesurer un autre lorsqu'il l'engendre après avoir été multiplié par un certain nombre.

"Un nombre est dit partie d'un plus grand lorsqu'il mesure ce plus grand et le mesuré est dit multiple de celui qui le mesure.

"Un nombre est divisible lorsqu'il est partageable en entiers".

.....

"Petitiones" (2)

"Tout nombre peut être divisé en parties égales.

"On peut avoir un nombre plus grand que tout nombre que tu choisisses.

"Les suites de nombres peuvent se poursuivre indéfiniment".

.....

"Communes animi conceptiones" (3)

"De deux "parts" la plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur.

"L'unité est "part" de tout nombre divisé par lui-même.

"La différence des extrêmes d'une suite est la somme des différences entre le terme moyen et ces extrêmes".

(1) Jordanus fait dans cette oeuvre usage de lettres pour désigner au long du discours des grandeurs mais il n'opère pas avec celles-ci. Le texte est en latin.

(2) On pourrait traduire : axiomes...

(3) Il n'y a pas de démonstrations. Etait-ce communément admis ou évident ?

On pourra comparer ces extraits avec ceux d'Isidore de Séville figurant dans la première partie (4).

Voici maintenant deux "problèmes" extraits du même ouvrage.

"Si un nombre est partagé en deux parties et que leur différence est donnée, chaque partie peut être connue.
En effet, la petite partie plus la différence égale la grande. Alors la petite partie plus elle-même plus la différence forme le tout. Donc lorsqu'on retranche la différence du tout on obtient le double de la petite partie. Alors en divisant ce reste par deux on obtient la petite partie et par suite la grande".

On trouve ici un raisonnement.

Il n'en est pas de même pour cet autre extrait :

"Lorsque un nombre est partagé en deux autres et que le produit de l'un par l'autre est donné, ces deux nombres sont connus. Soit le nombre divisé en deux nombres qui donnent un certain produit. Soit le quadruple du produit, on le retranche du carré du nombre. Alors le reste est le carré de la différence des deux nombres. Lorsqu'on extrait la racine on connait cette différence et par suite les deux nombres. Ainsi 10 partagé en deux nombres de produit 21. Le quadruple de 21, c'est-à-dire 84 laisse 16 si on le retranche du carré de 10 -donc de 100-. La racine de 16 est 4 qui est la différence des deux nombres. Si on retranche 4 de 10 le reste 6 donne la moitié 3 qui est le plus petit nombre, le plus grand est 7".

On voit là une simple règle et un exemple justificatif (5).

---

(4) Ainsi que dans notre traduction du chapitre "mathématiques" des "Etymologiae" d'Isidore de Séville". (I.R.E.M.)

(5) Cette méthode repose-t-elle sur la connaissance de $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$?

Document nº 5

SACROBOSCO

Jean de Holywood est un anglais du début du XIIIème siècle. Il alla en Espagne pour traduire les ouvrages arabes, suivant en cela l'exemple de nombreux Occidentaux cherchant à s'instruire (1). Ensuite il enseigna à Paris où il mourut.

Sous le nom latinisé de Sacrobosco il écrivit un "Tractatus de arte numerandi" dont les deux règles de calcul qui suivent ont été extraites :

"Multiplication de deux "digitus" (2) lorsque l'un d'eux dépasse cinq. Multiplie le petit par la différence entre le grand et dix puis soustrais le produit de l'"articulus" (3)".

Ainsi 4 fois 8 : 8 c'est 10 moins 2. On retranche 4 fois 2 de 40 (4 dizaines). Il apparait que les tables de multiplication au delà de cinq n'étaient pas choses communes à l'époque.

"Lorsqu'un "compositus numerus" (4) multiplie un autre "compositus numerus" chaque partie du multiplicande doit être multipliée par chaque partie du multiplicateur et les produits seront ajoutés selon leur ordre".

Ainsi	76 x 23	(7*6) par (2*3)		
On fait :	7 x 2	6 x 2	7 x 3	6 x 3
Soit :	1400	120	210	18
En additionnant			1748	

On peut penser que cette règle provenait directement de l'arithmétique grecque (5).

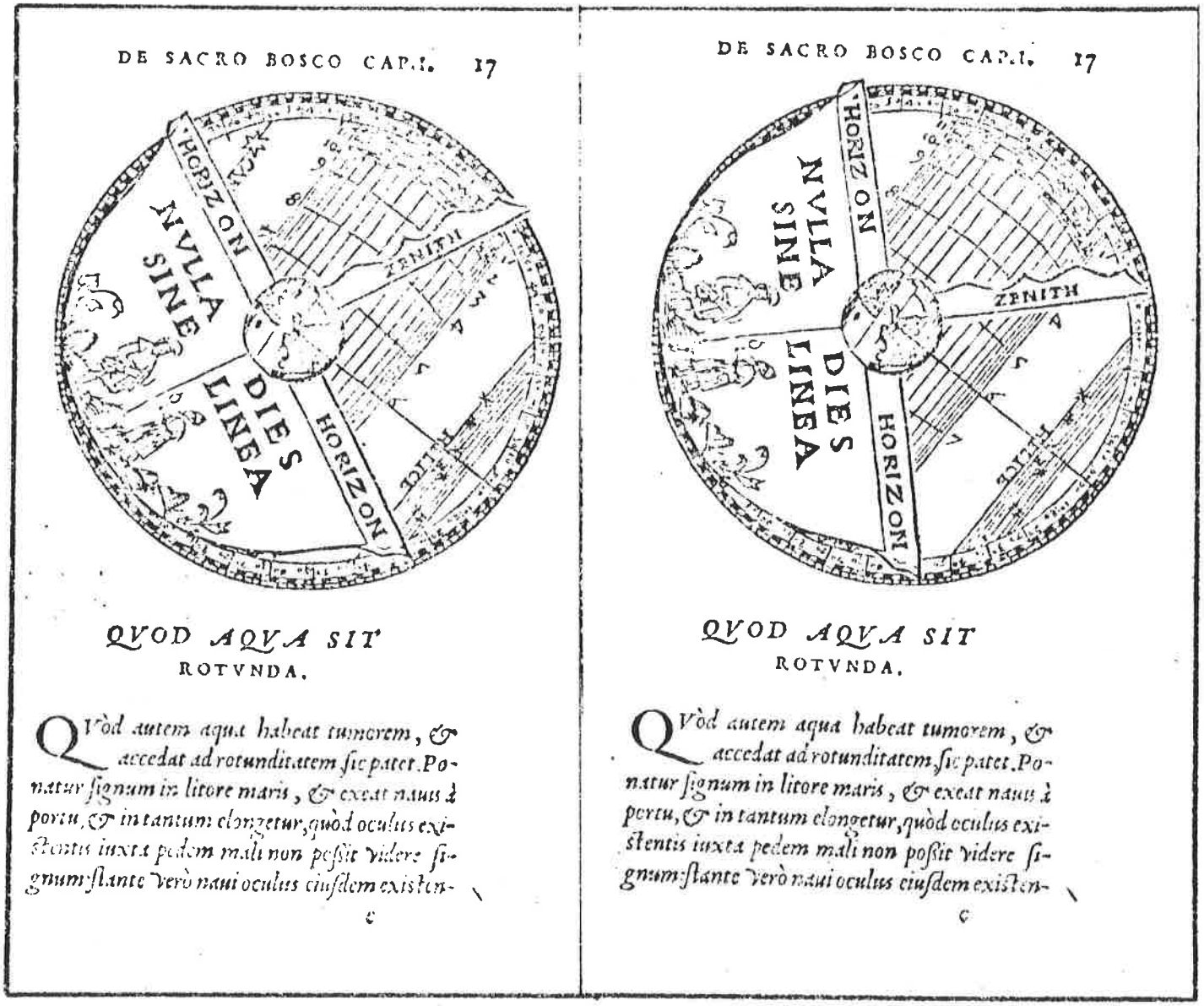
Mais Sacrobosco fut surtout célèbre par un "traité de la sphère" emprunté aux astronomes arabes et qui eut un retentissement considérable pendant plusieurs siècles. Il fut copié, commenté et enfin imprimé plusieurs fois depuis l'invention de l'imprimerie jusqu'au début du XVIIIème siècle. Certaines éditions comportaient même des figures mobiles -chef d'oeuvre de technique pour l'époque-.

(1) Tolède s'illustra tout spécialement comme centre de traductions aux XIIème et XIIIème siècles. Ainsi le roi de Castille, Alphonse X, y fit établir, à partir de documents arabes, les célèbres tables astronomiques dites "alphonsines".
(2) Nombres à chiffre donc exprimables avec les doigts sans technique appropriée.
(3) "articulus" : nombre de dizaines formées par le petit nombre car on comptait les dizaines sur l'articulation des doigts.
(4) Nombre composé de dizaines et d'unités -nombre à deux chiffres-.
(5) I.R.E.M.

A titre de curiosité nous reproduisons ici une telle page d'un exemplaire de 1559 avec deux positions de la figure mobile.

Il s'agissait de montrer comme variait, selon la latitude, le ciel observé.

Helice est le nom latin de la Grande Ourse (que les Chinois appellent la Grande Casserole...).

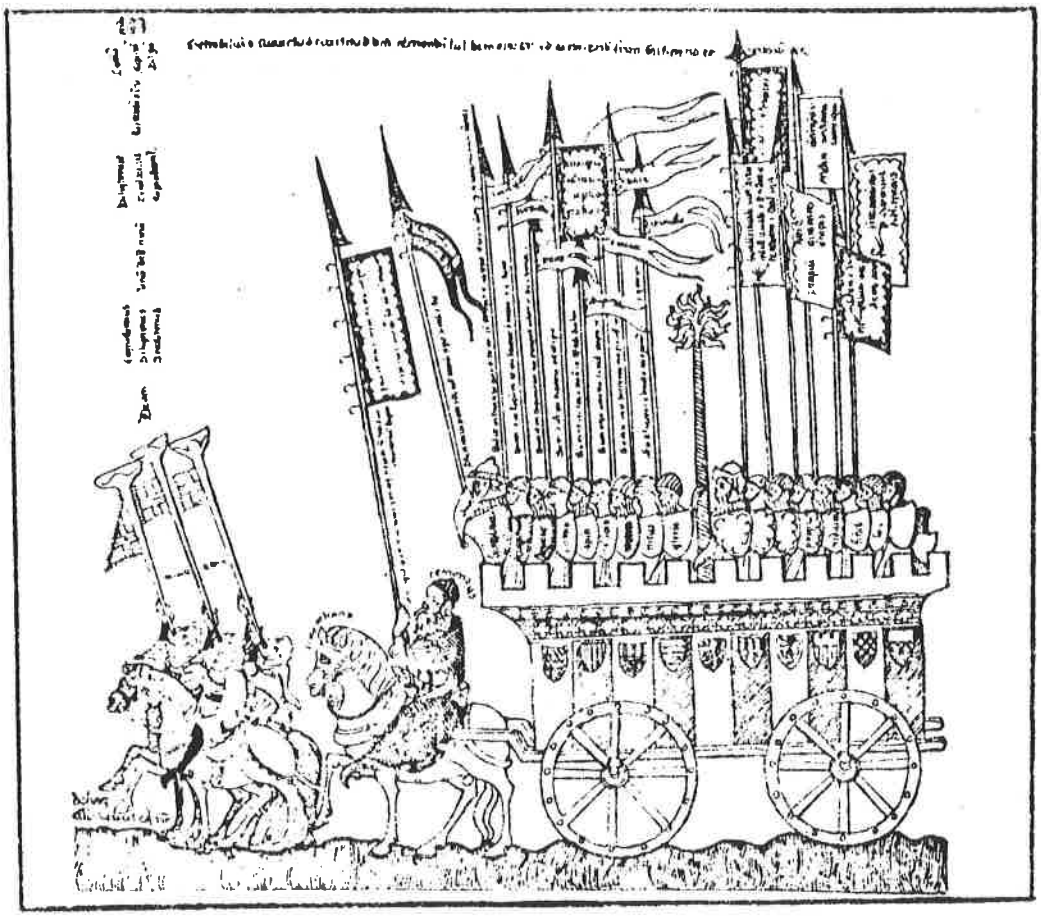


(Document : Bibliothèque municipale d'Auxerre)

Document n° 6

RAYMOND LULLE

Penseur chrétien de la fin du XIIIème siècle, né en Catalogne et élaborant son oeuvre au confluent de trois cultures : la chrétienne, l'arabe et la juive, Raymond Lulle, moine missionnaire et théologien franciscain, poète et philosophe, homme de sciences et grand mystique, surnommé par ses amis "le docteur illuminé", a largement influencé par ses idées innombrables les penseurs de la Renaissance tels Nicolas de Cues, Raymond de Sebond, Giordano Bruno. Il est, en outre, connu, bien que ce ne soit pas son principal titre de gloire, pour avoir inventé une nouvelle méthode de démonstration logique qui soit en même temps une technique efficace et facilement assimilable d'invention et non plus seulement -Aristote est ici visé- un procédé rigoureux et compliqué de déduction. Cette nouvelle méthode, consignée dans un ouvrage intitulé "Ars Magna", a été élaborée dans un but apologétique : établir une religion universelle (bien entendu, chrétienne), grâce à des argumentations elles-mêmes universelles et irréfutables. Elle est fondée sur une analyse combinatoire universelle, de toutes formes possibles de points de vue et d'interrogations à propos de la réalité. Citons ici E. Gilson : cet art "consiste en tables sur lesquelles sont incrits les concepts fondamentaux, de telle manière qu'en combinant les diverses positions possibles de ces tables les unes par rapport aux autres, on puisse obtenir mécaniquement toutes les relations de concepts correspondant aux vérités essentielles de la religion". Cette tentative, sans lendemains immédiats, a été considérée rétrospectivement comme une préfiguration de la formalisation logique moderne, qui se met en place dans la deuxième moitié du XIXème siècle et du début du XXème siècle. Avant Leibniz, qui avait précisément pour Lulle une admiration et un respect certains, le "docteur illuminé" rêvait de constituer une "Science générale qui aurait ses principes généraux dans lesquels les principes des autres sciences, les particulières, seraient implicitement contenus comme le particulier dans l'universel". (cf début de "l'Ars Magna").



- Gravure ancienne illustrant le rôle du "docteur illuminé".
- Raymond Lulle, en catalan Raymondo Lull, est mort en 1315, à Tunis, au cours d'une de ses missions.

Document nº 7

NICOLAS ORESME

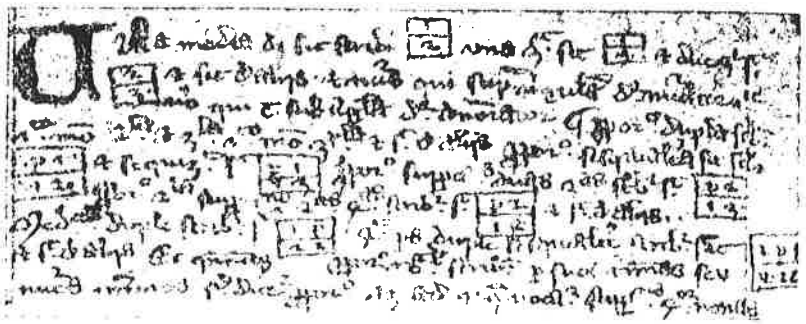
Ignoré, sinon mal connu pendant longtemps, celui qui se révèle, peut être le plus grand mathématicien du XIVème siècle, est Nicolas Oresme. Une histoire des mathématiques du début du XXème siècle ne le cite pas alors que, pour des questions comme un système de coordonnées, la notion de fonction, les débuts de la mécanique moderne, les exposants, certaines sommations de suites, d'aucuns voient, aujourd'hui, en lui le grand ancêtre, le premier à en user. Cantor insiste sur l'importance de son rôle.

Nicolas Oresme serait né en Normandie, vers 1323. Il étudie à Paris lorsque Buridan est Recteur de l'Université, puis il enseigne au collège de Nevers -toujours à Paris- vers 1355. (Il semble être un conseiller du roi Charles V). Il devient évêque de Lisieux en 1377 et meurt en 1382. Ses oeuvres ont été regroupées, semble-t-il par ses élèves, en "Tractatus de latitudinis formarum" (1) "De uniformitate et difformitate intensionum" et "Algorismus proportionum". Ces titres latins de copies manuscrites ne doivent pas nous tromper, Oresme le premier à traiter des sujets scientifiques en français, grâce à la rigueur qu'il imposait à cette langue (2), son "Traité du Ciel et du Monde" en est la preuve.

Nous nous contentons ici de présenter quelques lignes de son oeuvre.

Il existe plusieurs manuscrits de "Algorismus proportionum". On y trouve une étude des puissances (c'est le sens de "proportiones") des nombres avec une notation proposée à cette fin, notation incluant des exposants fractionnaires.

"History of mathematical notations" de F. Cajori nous livre les lignes suivantes provenant d'un manusqcrit que possédait la bibliothèque de Torun (Thorn) sur les bords de la Vistule.



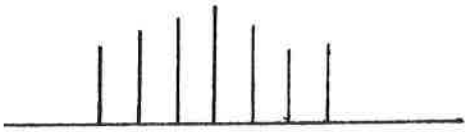
(1) Ce fut un des tout premiers ouvrages scientifiques imprimés en Italie au siècle suivant (Padoue 1482).

(2) C'est ainsi que nous lui devons les mots : longitude et latitude.

On peut lire : Una media debet sic scribi $\boxed{\frac{1}{2}}$... (3) ce qui signifie : On doit ainsi écrire une moitié $\boxed{\frac{1}{2}}$, un tiers $\boxed{\frac{1}{3}}$ et deux tiers $\boxed{\frac{2}{3}}$ et ainsi de suite. Le nombre au-dessus du trait est appelé numérateur et celui en-dessous dénominateur. Une puissance "double" est notée de cette manière 2^{la}, une triple 3^{la} et ainsi des autres. Une puissance sesquialtère (4) est ainsi notée $\boxed{\frac{p1}{12}}$ et sesquiterse $\boxed{\frac{p\ 1}{1\ 3}}$. Une puissance deux tiers au delà de l'unité $\boxed{\frac{p\ 2}{1\ 3}}$, une puissance deux quarts au delà de la seconde $\boxed{\frac{1\ p}{2\ 2}}$(5), la racine quatrième de la sesquialtère au delà de la double $\boxed{\frac{1\ p\ 1}{4\ 2\ 2}}$(6) et ainsi des autres.

En ce qui concerne coordonnées et lien fonctionnel, voici ce que D.E. Smith écrit au sujet d'Oresme dans son "History of mathematics" :

"Oresme considère une suite de points qui ont des "longitudes" uniformément réparties et des "latitudes" (7).



La suite des points déterminée par les extrémités de latitudes est appelée "forme" et la différence entre deux latitudes successives est appelée "gradus". Si les latitudes sont constantes, la suite des points est dite "uniforme" mais si les latitudes varient, la forme est, par opposition, dite "difforme". La différence entre deux latitudes peut être constante ou non ; dans le premier cas la forme est "uniformément difforme", dans l'autre "difformément difforme". Les formes étudiées par Oresme sont rectilignes, circulaires ou de genre parabole. Nous nous trouvons ici en présence du premier pas décisif dans le développement du concept de système de coordonnées (8)".

Ailleurs Oresme dit que le maximum ou le minimum d'une forme est le point où la latitude varie le moins.

Enfin, avec Oresme, la mécanique se précise.

---

(3) Le texte comporte beaucoup d'abréviations : $\overline{mo}$ pour modo, ppor^{to} : proprotio (c'est-à-dire puissance).

(4) Sesquialtère : trois demis - sesquiterce : quatre tiers.

(5) Sens incertain.

(6) Pour Oresme $\boxed{\frac{p\ 1}{1\ 2}}$ 4 c'est 8 ($4^{\frac{3}{2}} = 8$) ; $\boxed{\frac{1\ p\ 1}{4\ 2\ 2}}$ 256 c'est 32 ($\sqrt[4]{(256)^{\frac{5}{2}}}$).

(7) On retrouve ici nos abscisses et ordonnées. Toutefois latitude désigne le segment dressé au-dessus de la ligne des longitudes.

(8) L'importance n'en échappa pas à tout le monde puisque dès 1398 l'Université de Cologne mettait "le traité de la latitude des formes" sur la liste des ouvrages à étudier pour acquérir le grade de bachelier.

Buridan expliquait déjà la chute d'un corps d'abord lancé vers le haut par l'action de l'"impetus", sorte de force motrice qui communiquée initialement à un corps allait s'affaiblissant sous l'action de la "gravitas".

Pour Oresme, l'impetus est une "qualité accidentelle" du corps que va détruire la "qualité naturelle" qu'est la pesanteur.

On disait aussi à cette époque à l'Université de Paris (9) que les corps célestes avaient reçu du Créateur un "impetus" initial mais que ne combattait aucune "gravitas". C'est pourquoi ils continuaient leur route sous l'action de cet "impetus". En cela on s'opposait à la position d'Aristote selon laquelle l'état naturel des corps est le repos (10).

Il n'est pas interdit de penser que c'est pour étudier les variations de l'"impetus", en des laps de temps réguliers, qu'Oresme imagina ce en quoi nous avons reconnu une représentation graphique.

(9) Et également à Oxford.

(10) On rejetait ainsi l'idée qu'il ne peut y avoir mouvement que sous l'action directe d'un agent extérieur attaché au corps.

Document n° 8

THOMAS BRADWARDINE

Thomas Bradwardine, philosophe, logicien, physicien, astronome, grand théologien et grand mathématicien, anglais, surnommé "Doctor profundus" est mort de la peste noire en 1349. Prorecteur de l'Université d'Oxford, il deviendra, juste avant sa brutale disparition, archevêque de Cantorbéry, c'est-à-dire primat d'Angleterre.

Il a multiplié dans ses nombreux traités mathématiques et philosophiques, des remarques importantes sur le continu, l'infini et l'indivisible ; remarques qui influencèrent, indéniablement Nicolas de Cues, Descartes et Leibniz (*). Il affirme notamment que les grandeurs continues sont composées d'un nombre infini d'éléments continus de la même espèce, indivisibles, mais que l'on ne doit pas considérer comme des unités de type atomique (points), car celles-ci n'appartiennent pas à l'ordre du continu et ne sauraient donc constituer par agrégation (réunion) une grandeur continue.

Il fut, en outre, le premier à formaliser mathématiquement l'un des aspects fondamentaux de la physique d'Aristote, à savoir la loi fondamentale de la dynamique : pour ce faire, il rattachait la variable υ (vitesse) à deux autres variables indépendantes p (puissance motrice) et r (résistance) dans une formule qui, en termes modernes, pourrait s'écrire $\upsilon_n = \log(\frac{p}{r})^n$, où $\upsilon_o = \log(\frac{p}{r})$ est la vitesse initiale. Même si cette loi ne devait jamais être contrôlée expérimentalement par la suite -et pour cause, puisqu'elle est fausse- elle devait marquer considérablement les esprits -la plupart des savants l'adoptèrent- et introduire l'idée tout à fait nouvelle à l'époque, que, faire de la physique, c'était écrire des équations mathématiques.

C'est à sa suite que se développa la théorie mathématique de la latitude des formes. Il s'agit, selon les expressions de l'époque, de mettre en rapport les degrés d'intensité variable d'une forme (chaleur, lumière, couleur, distance, vitesse, etc...) avec leur extension (quantité de matière, temps, etc...). Les extensions sont représentées sur une droite par des segments appelés longitudes et les degrés d'intensité par d'autres segments appelés latitudes, segments perpendiculaires à la première droite. Cette méthode sera reprise et développée à l'Université de Paris par Albert de Saxe et surtout Nicolas Oresme (voir document n° 7).

(*) Voir également document n° 11.

Document nº 9

ALBERT DE SAXE

Albert de Saxe, philosophe, logicien, moraliste, mathématicien, physicien, astronome et géologue d'origine allemande, est mort en 1390. Il fut le successeur de Buridan comme Recteur de l'Université de Paris et avec lui l'un des maîtres de Nicolas Oresme, avant de devenir, à la fin de sa vie, premier Recteur de l'Université de Vienne et évêque d'Halberstadt. Il adopta la "théorie de l'impetus" élaborée par Buridan et l'appliqua au mouvement des projectiles, en inventant la théorie de l'impetus composé qui devait plus tard, après avoir été acceptée par Nicolas de Cues et Léonard de Vinci, être remaniée mathématiquement par Tartaglia et Galilée. Il s'approcha, en outre, fort près de la bonne théorie en ce qui concerne la chute des corps, puisque, s'il est vrai que sa représentation cinématique est erronée -il y conçoit la vitesse et la chute comme s'accroissant proportionnellement à la distance parcourue-, sa conception dynamique est en revanche pertinente ; il y parle d'un accroissement de la vitesse en fonction du temps. Là encore, il eut certainement une influence sur Galilée, qui connaissait, au moins indirectement, ses principales thèses. Mais l'un de ses principaux titres de gloire, en dehors de ses remarquables travaux en géologie dont nous avons déjà parlé (voir la section intitulée "richesse et fécondité de la vie intellectuelle"), fut d'avoir dégagé la notion de centre de gravité (*). On lui doit encore les premiers calculs concernant la notion de limite non atteinte. Enfin, outre son opposition à Aristote sur la notion d'infini, Albert de Saxe discute, comme tous les savants de son époque, les thèses du "Philosphe" sur l'impossibilité du vide et examine le problème d'une rotation éventuelle de la Terre sur elle-même. Mais en réalité, sur ces sujets, il ne fait pas preuve d'une grande audace, et d'une façon générale, il ne remet pas en cause les grands principes de la physique aristotélicienne.

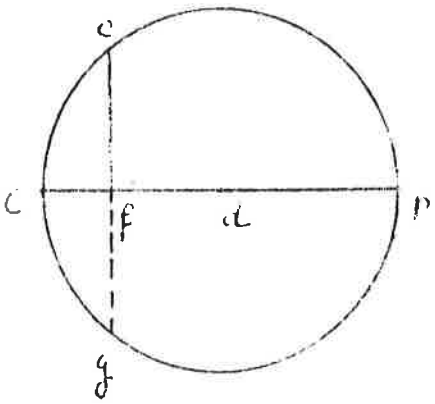
Sur Albert de Saxe, voir également document nº 11.

(*) Il distinguait centre de gravité et centre du volume du corps.

Document n° 10

UN PEU DE TRIGONOMETRIE (1)

De la fin du XIIIème siècle voici un exemple, extrait d'une oeuvre anonyme, de trigonométrie.



"Proposition : le sinus droit d'un arc étant connu, on peut connaître son sinus verse (2). Dans le cercle cgpe soit connu le sinus droit fe de l'arc ce. Je dis que je peux trouver le sinus verse cf de ce. Je prouve selon Euclide (3) que le carré de ef égale cf en fp (4), ou encore cf en fd plus cf en cd puisque cd et dp sont égaux (5). Mais cf en cd égale le carré de cf plus cf en fd. Alors le carré de ef égale le carré de cf plus deux fois cf en fd. Mais le carré de cd égale le carré de cf plus le carré de fd plus deux fois cf en fd. Alors, il manque au carré de ef le carré de fd pour égaler le carré de cd. Donc si cd est connu, comme étant le rayon, je retrancherai du carré de cd le carré de fe qui est connu, j'extrairai la racine du reste qui sera la valeur de fd. Je retrancherai alors fd de cd et le reste cf sera connu. Cela est preuve de notre proposition : trouver le sinus verse d'un arc connaissant son sinus droit".

On constatera, curieusement, qu'il n'est pas fait appel à Pythagore dans les calculs. Peut être est-il bon de reprendre ces calculs avec notre écriture...

$ef^2 = cf.fp = cf(fd + dp) = cf.fd + cf.dp = cf.fd + cf.cd = cf.fd + cf\ (cf + fd)$

$= cf.fd + cf^2 + cf.fd = cf^2 + 2cf.fd$

$cd^2 = (cf + fd)^2 = cf^2 + fd^2 + 2cf.fd$

$cd^2 = ef^2 + fd^2$

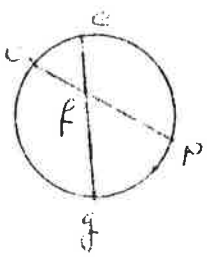
$fd^2 = \sqrt{cd^2 - ef^2}$ et $cf = cd - fd$.

---

(1) Le mot trigonométrie n'aurait vu le jour que vers 1610, sous la plume de B. Pitiscus d'Heidelberg.

(2) Sinus droit, sinus verse : la figure justifie ces vocables. (Le mot cosinus est moins ancien). Sinus était alors un terme récent. La pratique avait rendu l'usage de la demi-corde plus fréquent que celui de la corde, or demi-corde ou corde pliée, en latin pli = sinus.

(3) Relation importante tirée d'Euclide : si deux cordes cp et eg d'un cercle se coupent en f, on a cf.fp = fe.fg (nous parlerions de puissance du point f par rapport au cercle). La propriété est démontrée par les triangles semblables fgp et fce. Dans le problème fe est le pli de la corde eg (pc diamètre) donc fg = fe.

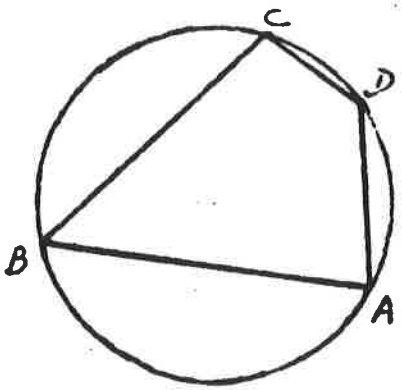


(4) cf en fp désigne le produit de cf par fp (en latin cf in fp).

(5) d est le centre du cercle.

Pour rester dans le domaine de la trigonométrie nous proposons maintenant de suivre les métamorphoses d'une formule, de l'antiquité grecque aux temps modernes, en passant par Alexandrie, les islamo-arabes, l'Andalousie puis les traducteurs des XIII/XIVème siècles.

Les Grecs avaient obtenu de nombreux résultats quant au calcul des aires. Ces résultats conduisirent à des relations entre produits de longueurs. A leur suite Ptolémée établit le théorème qui porte son nom :



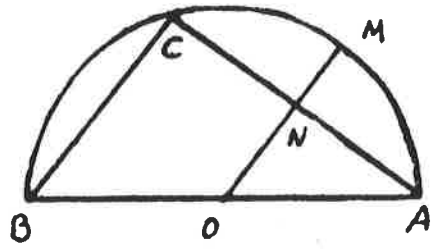
"Si un quadrilatère ABCD est inscrit dans un cercle on a : AB.CD + BC.AD = AC.BD". (I)
Ce résultat est obtenu en calculant de plusieurs façons l'aire du quadrilatère.
Partant de cette formule et en considérant les côtés du quadrilatère en tant que cordes soutendant des arcs du cercle, les géomètres islamiques donnèrent dans les commentaires de l'oeuvre de Ptolémée (6) la relation (II) :

2.corde (c-d) = corde (c).corde (π-d) - corde (d).corde(π-c)

Pour cela on écrit (I) AB.CD = AC.BD - BC.AD

On suppose AB diamètre d'un cercle de rayon 1 donc AB = 2. On appelle c et d les mesures des arcs $\overset{\smile}{AD}$ et $\overset{\smile}{AC}$. ($\overset{\smile}{AC} > \overset{\smile}{AD}$) ; l'arc $\overset{\smile}{AB}$ a pour mesure π.

Ensuite arrivèrent de l'Inde les notions de sinus et de cosinus. On remplaça la corde par la demi-corde qui était le sinus de l'arc-moitié.



Ainsi si $\overset{\smile}{AC} = 2\overset{\smile}{AM} = 2c$

corde AC = 2AN = 2 sinus $\overset{\smile}{AM}$ = 2 sin x

corde BC = 2ON = 2 cosinus $\overset{\smile}{AM}$ = 2 cos x

et la formule (II) devient

4 sin (x-y) = 2sin x.2 cos y - 2 sin y.2 cos x

ou sin(x-y) = sin x.cos y - sin y.cos x (III).

Cette relation qui est à la base de la trigonométrie plane a pris alors place dans les traités de trigonométrie du monde occidental lorsqu'elle y fut connue. Certes on en donna d'autres démonstrations par la suite, mais notre but était de montrer que les résultats et leur enchaînement actuel sont loin de correspondre à ce qu'ils furent à leur origine.

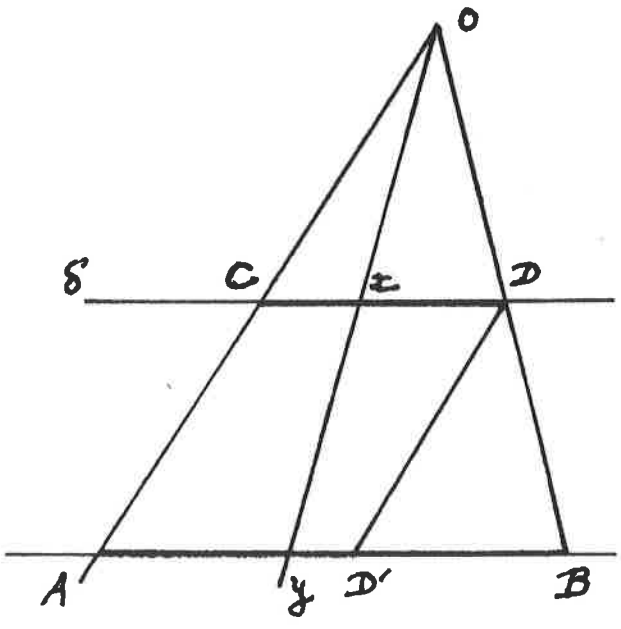
(6) L'oeuvre de Ptolémée nous est parvenue dans un ouvrage appelé Almagest. En fait les arabes et persans prirent l'habitude de regrouper les documents en leur possession concernant les travaux de Ptolémée sous le titre de "le traité qui est le plus important, le plus docte" d'où Mégistè (en grec) qui avec l'article arabe al a formé al-magest.

Document n° 11

LE PROBLEME DE L'INFINI

A partir du XIIIème siècle, le problème de l'infini préoccupe vivement les intellectuels qu'ils soient théologiens, métaphysiciens, logiciens ou mathématiciens. La notion d'infini prenait, en effet, une valeur positive tout à fait nouvelle par rapport à l'Antiquité gréco-romaine, dès lors que Dieu était considéré, dans la perspective judéo-chrétienne, comme un Etre infini. Mais ce qui faisait surtout l'objet de débat, c'était la possibilité ou la non possibilité d'un infini réel en ce qui concerne le monde créé, c'est-à-dire dans le domaine des grandeurs sensibles. La plupart des théologiens, avec par exemple Saint Thomas d'Aquin, niaient cette possibilité, en raison même de la distinction Dieu-Infini/créature finie, mais malgré tout certains firent déjà valoir avant G. Bruno (XVIème) et Leibniz (XVIIème) que seul un monde créé infini témoignait adéquatement de la puissance infinie du Dieu créateur : si nous mettons de côté le cas exceptionnel de Thomas Bradwardine (XIVème) car il avance pour sa part l'idée d'un espace certes infini, mais incréé -solution qui se retrouve bien plus tard chez Newton- il nous reste au moins les thèses assez nettes de Jean de Ripa (XIVème), où il est question d'un univers créé infini subtilement distingué de l'immensité de Dieu.

D'autre part, des penseurs, tel Grégoire de Rimini au XIVème siècle, firent valoir que les mots "tout", "partie", "plus grand", "plus petit", n'avaient pas le même sens selon qu'on les rapporte à des grandeurs finies ou infinies et qu'en conséquence les contradictions logiques qu'on se plaisait à souligner au sujet de la notion d'infini réel -en particulier, le fait troublant qu'un tout infini contenait des parties elles aussi infinies, ce qui contredisait le 5ème axiome d'Euclide, selon lequel le tout est plus grand que la partie- n'étaient en réalité qu'apparentes et qu'on pouvait toutes les lever. Mais ici, c'est aux mathématiciens que nous nous intéressons en choisissant deux exemples justificatifs. Nous présenterons tout d'abord l'une des contributions de Thomas Bradwardine (XIVème siècle) à la réflexion sur l'infini. Ce remarquable mathématicien d'Oxford fut l'un des premiers à souligner, en l'illustrant mathématiquement, le paradoxe dont nous venons précisément de parler. Si l'on construit le triangle OAB et une droite quelconque δ, parallèle à la base AB du triangle et coupant les deux côtés OA et OB, respectivement aux points C et D, il est clair que nous avons affaire à deux segments -AB et CD- que l'on

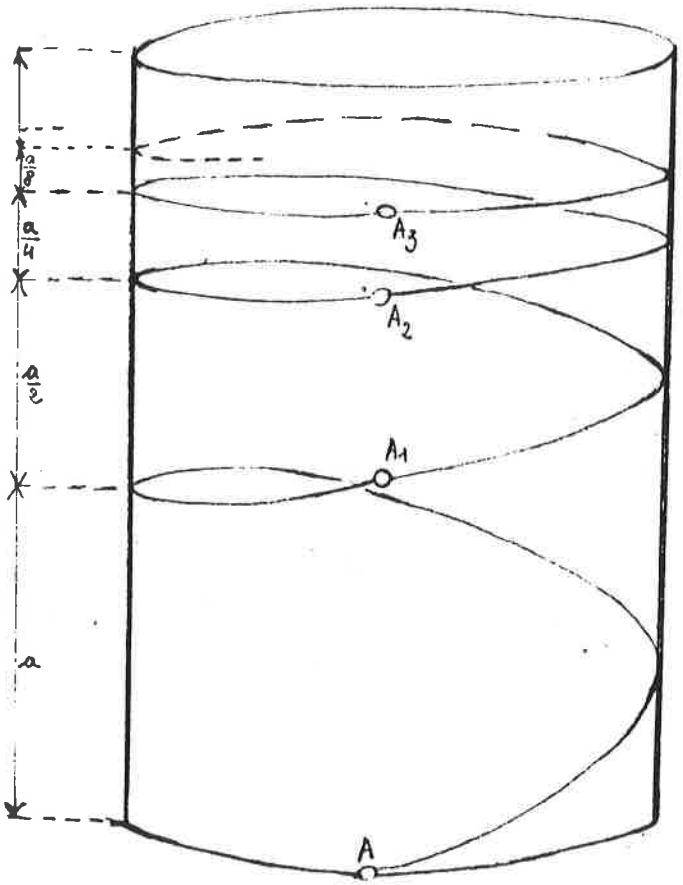


peut même mettre en bijection : par le biais d'une droite Oz, à chaque point x du segment CD correspond un point y du segment AB ; et nous savons de plus -Bradwardine l'affirmait nettement- qu'une droite (entendez ici un segment de droite) comporte une infinité de points ; nous avons donc deux ensembles infinis de points, le segment AB et le segment CD.

Mais il est clair, par ailleurs, que le segment CD est "plus petit" que le segment AB : ce qui peut apparaître immédiatement si l'on opère une translation CA de CD sur AB ; l'on obtient en effet le segment AD' compris dans le segment AB beaucoup "plus grand". Nous voilà donc avec deux segments aussi infinis l'un que l'autre et pourtant de grandeur inégale. Inutile de souligner qu'un tel paradoxe attisait la réflexion sur la possibilité d'un infini réel dans les grandeurs continues, en incitant même à adopter en la matière une position négative.

Analysons ensuite l'un des problèmes les plus célèbres de l'époque que l'on doit probablement à Albert de Saxe, encore qu'à ce sujet un doute subsiste et que l'on avance parfois les noms de Saint Albert le Grand ou de Jean Buridan. Il s'agit d'un cas très particulier de géométrie dans l'espace : la construction sur un cylindre fini, d'une spirale à première vue infinie. Pierre Duhem résume comme suit cette construction :

"On prend un cylindre fini dont on divise la hauteur [AB = n] en parties décroissantes selon une suite géométrique de raison un demi [$AA_1 = a = \frac{h}{2}$; $A_1A_2 = \frac{a}{2}$; $A_2A_3 = \frac{a}{4}$; ...]. Sur la première tranche du cylindre on trace un spire d'hélice ayant donc pour pas "a", puis sur la deuxième tranche une deuxième spire de pas $\frac{"a"}{2}$ et ainsi de suite, tranche après tranche. On forme de la sorte une spirale de longueur infinie".



Ce cas très particulier remettait complètement en cause le point de vue Aristotélicien sur l'infini, qui avait été très largement repris et accepté par les penseurs de l'époque médiévale, dès qu'ils eurent en main une traduction de la physique d'Aristote, soit à partir du XIIème siècle.

Pour Aristote, en effet, il ne peut pas y avoir d'infini réalisé ou selon

ses propres termes d'infini en acte et ceci est vrai, en particulier, pour les réalités sensibles, qui seules nous intéressent ici. Il ne reste donc plus à ses yeux comme infini qu'une tendance à aller indéfiniment au-delà du fini, sans que l'on parvienne jamais à un terme, où l'infini serait effectivement accompli, ce qu'il appelle l'infini en puissance. Encore faut-il préciser, qu'en ce qui concerne les grandeurs continues, l'infini en puissance n'existe que sous forme de divisibilité à l'infini et non pas d'accroissement à l'infini. Cette seconde possibilité est en effet exclue pour deux raisons :

1) Si dans un sens on va d'une grandeur finie à de l'infiniment petit, à l'inverse, l'on doit en bonne logique, aller en retour de l'infiniment petit vers une grandeur finie (pure proposition réciproque selon Aristote) ;

2) Si l'infini n'existe pas réellement -en acte- dans les grandeurs sensibles, alors le processus d'accroissement se heurtera tôt ou tard à une limite et ne saurait se poursuivre indéfiniment (impossibilité de fait).

Or la spirale inventée par Albert de Saxe manifeste un couplage absolu entre l'infiniment petit et l'infiniment grand, couplage que n'avait du tout vu Aristote. De telle sorte que quelle que soit la conclusion que l'on tire de ce cas particulier, le "Philosophe" était contredit. Si l'on considère que la courbe, ne pouvant pas être tracée en entier matériellement, n'est pas de ce fait réellement infinie, alors, par contrecoup, la divisibilité infinie "en puissance" du continu se trouve niée, ce qui revient à réfuter la thèse aristotélicienne en faveur de l'existence d'une telle divisibilité. Si, en revanche, on accepte par principe cette divisibilité infinie "en puissance" du continu, alors nécessairement, il faut accepter, au moins, l'idée d'un accroissement infini "en puissance" de la longueur de la courbe, ce qui revient à rejeter la thèse aristotélicienne qui excluait une telle idée. Il semble bien, en outre, que cet exemple échappe complètement à la critique d'Aristote :

1) L'extension à l'infini n'est que le strict "envers" de la divisibilité à l'infini ; en d'autres termes, le lien entre les deux processus existe bien, mais pas sous la seule forme "réciproque" qu'avait envisagée Aristote ;

2) L'argument fondé sur les limites de l'univers devient ici inopérant, puisque c'est précisément et explicitement dans un cadre fini -les dimensions du cylindre- que cet infini là fait son apparition.

Dès lors, l'on comprend l'inévitable perplexité des intellectuels de l'époque face à un tel cas : il semble bien, d'ailleurs, qu'ils préfèrent supprimer l'existence de tout infini "en puissance", plutôt que d'oser affirmer l'existence d'un accroissement indéfini : telle serait en tout cas, selon Duhem, la conclusion d'Albert de Saxe.

Ces deux exemples témoignent bien d'un très net regain d'intérêt au sujet des débats sur l'infini : la question n'apparaissait plus comme définitivement

tranchée et surtout les termes du problème étaient largement modifiés par rapport à la perspective antique. Mais il faudra attendre le XVIIème siècle pour que soient réunies les conditions permettant l'apparition du calcul infinitésimal. Les mathématiciens du XIVème siècle, qui approchèrent très près d'un maniement explicite et réglé de l'infini ne pouvaient pas en réalité y parvenir, pour au moins deux raisons. D'abord il y avait un handicap technique quasi insurmontable. Comme le note P. Yousckewitch "une disproportion manifeste se développe entre le haut niveau des spéculations abstraites théoriques et la faiblesse de l'appareil mathématique". Les mathématiciens de l'époque médiévale ne furent pas capables d'exploiter et peut être même de comprendre les textes d'Archimède, pourtant traduits dès les XIIème et XIIIème siècles, et dont la "redécouverte" au XVIème siècle joua un rôle décisif dans la lente élaboration du calcul infinitésimal. Ensuite, la physique mathématique n'existait pas et en raison d'un aristotélisme toujours dominant, malgré les critiques et les remaniements, personne ne songeait un seul instant qu'un rapport fonctionnel mathématique pouvait être la structure même de la réalité empirique. Or c'est dans le cadre d'une telle physique, qui fera son apparition avec Galilée, que la nécessité absolue de manier l'infini se fit jour, dès lors que l'on cherchait à maîtriser théoriquement les phénomènes du mouvement réel. Au XIVème siècle on ne se soucie guère de la réalité empirique, on discute en revanche beaucoup des genres possibles du mouvement : aucune contrainte résultant d'une volonté d'élucidation des phénomènes réels ne pèse sur l'analyse mathématique. Le Moyen-Age n'a donc fait que la moitié du chemin, mais sans ces débats théoriques, les mathématiques modernes des XVIème, XVIIème siècles n'auraient jamais existé. N'oublions pas, en effet, l'influence indéniable et souvent avouée de ces spéculations abstraites à propos de l'infini, sur des mathématiciens qui ont joué, au XVIIIème siècle, un rôle de premier plan en ce qui concerne l'invention du calcul infinitésimal : on veut parler ici de Cavalieri, de Wallis et de Leibniz. Ce dernier en particulier connaissait fort bien les oeuvres de Bradwardine. Cantor bien plus tard, lorsqu'il produira le concept de transfini, considèrera comme ses précurseurs, les philosophes scolastiques de l'Université de Paris aux XIIIème et XIVème siècles. Ainsi donc, à cette époque, les penseurs médiévaux, qui n'étaient jamais simplement des mathématiciens, contribuèrent à former une mentalité nouvelle, ouverte a priori aux problèmes de l'infini, ce qui constitue une évolution culturelle indispensable à tout progrès futur de la technique mathématique en la matière.

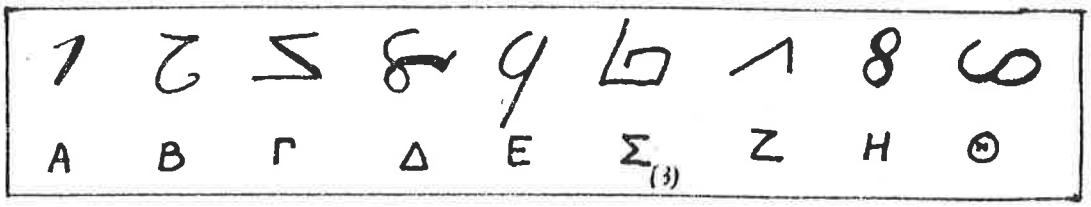
Assurément, en science, et en particulier en mathématiques, le Moyen-Age fut loin d'être la nuit.

Document n° 12

LES CHIFFRES (1)

Les symboles que nous utilisons sont, assez certainement, sauf le zéro, les héritiers des marques -apices- tracées sur les jetons des abaques qui succèdèrent aux bouliers. Au prix d'une "table d'addition" apprise par coeur il fut plus simple sur la table à calculs de manipuler un jeton marqué 4 ou 7 que quatre ou sept cailloux ou boules. Mais l'évolution de la forme des symboles a été plus ou moins grande et rapide au cours des âges.

Voici la reproduction d'une table de correspondance entre ces apices et les notations du grec. Elle date des XII/XIIIème siècles (2).



(On se reportera également aux reproductions dans la seconde partie).

Bien entendu la notation romaine est restée en usage surtout lorsqu'on se contentait d'écrire des nombres sans avoir à compter avec eux.

L'emploi des jetons pour calculer dura très longtemps dans le commerce. Ils n'étaient pas de la monnaie. Ainsi Argan, le Malade Imaginaire de Molière, ne met pas dans une bourse ce qu'il doit à Monsieur Florant, son apothicaire, mais il fait seulement la somme de ses dettes (4).

Quant à la forme du "zéro" certains croient en trouver l'origine dans l'abréviation du mot grec ουδευ (rien) dont usait Archimède. Toujours est-il que les Arabes, actuellement, usent pour zéro d'un point • ; en effet, le rond ressemble à leur symbole "cinq".

---

(1) Le mot arabe "Sifr" qui a donné "chiffre" est aussi à l'origine des mots "zéro" et "zéphyr".
(2) I.R.E.M.
(3) On notera la confusion du copiste entre Σ (sigma) et la lettre "fau" (ϛ) disparue à l'époque.
(4) Certains jetons étaient travaillés dans des matériaux de valeur voire des métaux nobles mais ils n'avaient pas valeur légale. Ce n'étaient que de "faux jetons" d'où l'expression qualifiant ceux qui essayaient de les faire passer comme vraie monnaie.

Document n° 13

QUELQUES MOTS SUR LES PROGRES TECHNIQUES

Soeur de la science, la technique, même si elle repose beaucoup sur une pratique empirique, doit être évoquée dans ce survol des XIIIème et XIVème siècles.

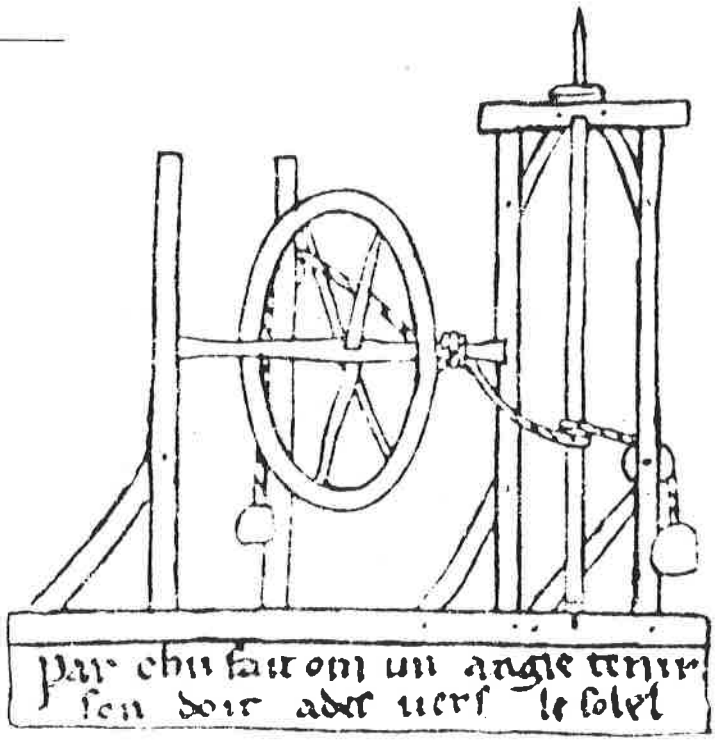
Les documents rassemblés de nos jours montrent que celle-ci enregistre de nombreux progrès à cette époque.

Cela se traduit :

- dans la maîtrise de l'énergie hydraulique (moulins de rivière et de bord de mer) et de l'énergie éolienne ;
- dans l'exploitation des mines (charbon ou minerais) en galerie ou carrière ;
- dans la construction (charpente, maçonnerie, taille de la pierre) et la métallurgie (fer, fonte, plomb, etc...) ;
- dans l'agriculture : assolement triennal nécessité par la culture de l'avoine, elle-même imposée par le remplacement du boeuf par le cheval dans les travaux des champs, ou bien sélection des productions (céréales, viande, laine, etc...). C'est le lieu de citer le rôle des fermes des moines cisterciens.

Il n'est pas jusqu'à la mécanique qui n'enregistre de judicieuses inventions techniques dans, par exemple la transmission des mouvements. On pensera aux horloges astronomiques des cathédrales (*).

Dans un carnet de notes laissé par un "ingénieur" du XIIIème siècle on relèvera le dessin ci-contre (carnet de Villard de Honnecourt conservé à la Bibliothèque Nationale à Paris).



Il s'agit du mécanisme "Par quoi on fait un ange tourner son doigt dirigé vers le soleil". Il y avait jadis, sur le toit de la cathédrale de Chartres, une statue mobile figurant un ange dont le doigt suivait le soleil dans la course. Pour cela il fallait entraîner conjointement un axe vertical et un axe horizontal. On voit un poids tirant une corde

(*) On pourra noter les dates suivantes d'apparition des grandes horloges dans les cathédrales. Beauvais : 1325 ; Strasbourg : 1355 ; Lyon : 1385 ; Rouen 1390. Une horloge publique existait à Paris vers 1370.

enroulée successivement sur les deux axes et qui,en descendant, provoquait les deux mouvements nécessaires au mécanisme.
On sait que les cathédrales, déjà en elles-mêmes fruit des progrès techniques des métiers du bâtiment, renfermaient sur les vitraux et les sculptures comme des témoins du savoir de l'époque (voir également la reproduction de la sculpture "Pythagore et la géométrie").

En lien avec les progrès techniques, il y a lieu d'évoquer brièvement l'histoire du papier, agent indispensable du renouveau.

Après avoir gravé sur des os, de l'ivoire ou du cuivre, puis laissé des traces sur des tablettes d'argile, puis peint sur du papyrus ou des tissus fins, l'homme écrivit sur du parchemin. Les Chinois peignaient sur de la soie lorsque l'un d'eux, Cai-Lun, en 105 dit la légende, inventa le papier fait à partir de chiffons de lin ou de soie selon une technique gardée secrète dans le Céleste Empire.

Cette technique ne fut révélée au gouverneur de Samarkande qu'au milieu du VIIIème siècle, par des prisonniers chinois. Le monopole demeura alors longtemps aux mains des Musulmans.

Les premières fabrications européennes ne furent que de mauvaise qualité, les ouvriers chrétiens n'ayant pas, après le départ des Arabes, tous les secrets de préparation. L'amélioration fut lente malgré une demande croissante faisant monter les prix. C'est ainsi que l'usage du bois pour fabriquer le papier ne s'est répandu qu'au XIXème siècle.

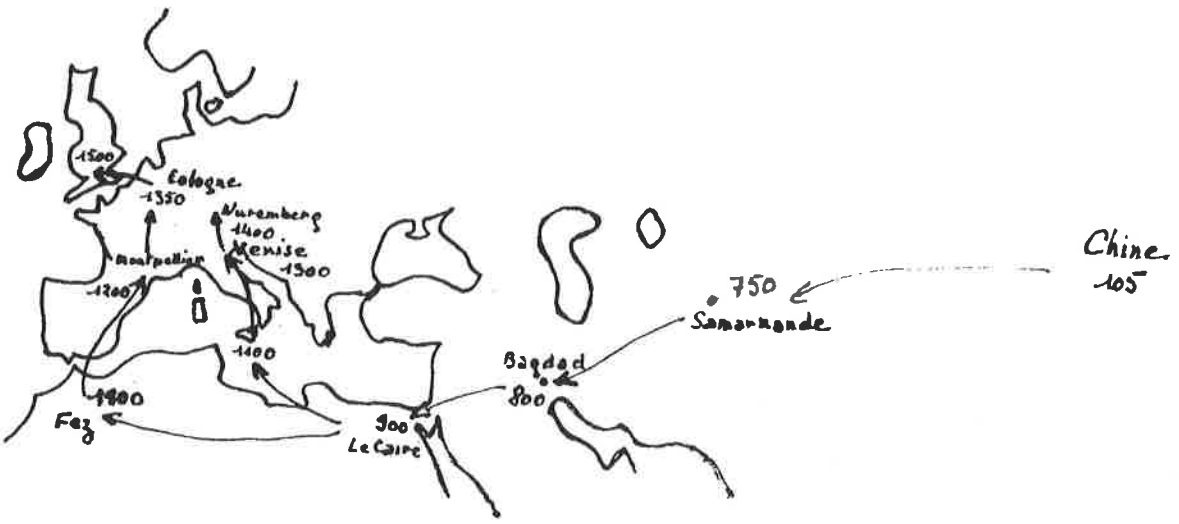


Schéma montrant le développement des premières fabriques de papier vers l'Europe.

Le mot "papier" n'est qu'une déformation du mot "papyrus".

QUATRIEME PARTIE

Il y a peu à dire pour présenter cette quatrième partie. Certes nous débordons ici le classique Moyen-Age des historiens, mais notre option a été de faire apparaître une continuité et non une disparition de la science pendant des siècles. Il fallait donc voir l'aboutissement de cette période où, puisque nous faisons des mathématiques, parler de la limite atteinte, étant donné que nous avons admis la continuité...

Nous arrivons donc à l'époque qui voit éclore et se répandre l'imprimerie et, avec elle, par elle, une nouvelle perception du savoir.

Le nombre des documents augmente, plus variés en nature et plus directement utilisables car conçus dans un esprit plus proche du nôtre.

Nous avons pu offrir des reproductions de pièces rares ou peu utilisées et espérons ainsi fournir matière aux collègues introduisant une dimension historique dans leur enseignement.

A LA NAISSANCE DE L'IMPRIMERIE

Si le XVIIème siècle peut être désigné comme siècle de la révolution scientifique fondant la science actuelle, le XVIème est celui où se mettent en place les conditions de son avènement.

Ce XVIème siècle durant lequel d'autres réponses sont apportées aux plus vieilles questions que l'Homme se posait, provoquant par là-même d'autres questions plus pertinentes et plus assurées -processus sans cesse répété depuis lors.

Ce XVIème siècle enfin où arrivent à maturité des faits et des méthodes de travail qui font surgir maints sujets d'étude de la torpeur où un enseignement devenu trop scolastique les retenait depuis plus d'un millénaire. Dans le cas de la pensée scientifique, de la "mathema", il ne faut pas oublier que de nombreux et importants signes de changement se manifestent dès les XIIIème et XIVème siècles. Ces prémices ne restèrent cependant que trop isolées faute de moyens de diffusion (1).

En effet le contexte historique général montre parallèlement au maintien de traditions séculaires des innovations dans maints domaines : parmi les autorités religieuses et politiques, parmi l'encadrement intellectuel, dans les rapports sociaux, dans les moyens techniques mis à la disposition de ceux qui prennent la parole, de ceux qui écoutent ou qui lisent. Dans les décennies 1500-1580 ces connexions illustrent le basculement d'un monde à un autre.

Quelles sont ces innovations ?

Pensées, rêves, actions de la minorité savante s'exercent dans un renouvellement de la vision judéo-chrétienne de Dieu et de la Création, dans un monde qui s'est prodigieusement élargi, dans des pratiques techniques qui conduisent à une réflexion théorique, dans la maîtrise de l'imprimerie, révolution de la communication.

A - Le renouvellement de la vision du monde et de la place qu'y occupe l'homme

Le Moyen-Age d'Augustin (IVème siècle) à Thomas d'Aquin (XIIIème siècle) a privilégié l'idée que l'Homme, être déchu, est avant tout une créature en situation de péché. Ainsi les lettrés, s'ils aspirent à la connaissance, d'ailleurs non séparée du savoir divin, admettent ne pas pouvoir en saisir la plénitude, car leurs capacités d'investigation sont imparfaites.

La Renaissance construit progressivement une autre représentation du passé et partant de la liberté humaine. Les Humanistes des XVème et XVIème siècles élaborent un domaine intellectuel nouveau : l'Histoire en tant que manifestation humaine profane, saisie dans son passé et son présent. Ils n'admettent pas que

(1) Voir Troisième Partie.

méthodes et contenus de savoir soient limités ; ils pourvuivent deux buts : non seulement mieux comprendre le plan divin de la Création mais aussi mieux diriger la conduite humaine.

Il mettent en place un autre statut pour la "nature matérielle", la soumettant à l'observation, à la comparaison et cherchent d'autres rapports entre cette "nature" et son Créateur.

Lentement le cosmos clos et hiérarchisé de la conception antique et médiévale méditerranéenne explose et Galilée pourra affirmer en 1594 : "La Terre et le Ciel se confondent en un lieu unique où règnent les mêmes lois".

Quels sont les soubassements de cette perception radicalement différente ?

D'abord la vie intellectuelle en recherche tend à échapper à l'organisation ecclésiale qui alors se ferme sur l'exploitation de pouvoirs édifiés à partir de son seul savoir antérieur. Les nouveaux intellectuels sont pour la plupart issus de familles marchandes (péninsule italienne, Saint Empire romain-germanique, France, ...). Ce sont des magistrats laïcs qui accumulent rentes foncières et loisirs, des conseillers, des historiographes, des astrologues mais aussi des astronomes, des géographes qui côtoient des princes volontiers critiques envers les normes religieuses imposées par l'Eglise d'alors (tout en conservant par ailleurs des comportements archaïques, voire magiques).

Ces gens se passionnent désormais pour les propriétés réelles des objets, pour la nature des choses (en témoigne un plus grand nombre de "collections"), pour le spectacle de l'univers singulièrement et soudainement varié, pour la ressemblance des corps, des visages... (préoccupations esthétiques de proportion, de perspective rencontrées dans les multiples tâtonnements des peintres de la Renaissance). Ces gens pensent pouvoir agir sur les êtres et les choses : prémices lointaines de l'idée de progrès. Pierre FRANCASTEL, dans "Techniques et Arts" (1942) écrit : "L'ordre réaliste et bourgeois est sensible aux détails de la vie matérielle et donc au pouvoir de la changer. Jadis l'unité des activités humaines se faisait dans un absolu divin, favorable aux cloisonnements du savoir. Désormais cette recherche du réel ne peut se faire que par l'expérience, par des procédés inductifs et déductifs... Cela nécessite un effort d'imagination qui se substitue à l'esprit scolastique".

Dans la société des savants, quelques-uns abandonnent l'idée que le monde infini est un attribut de Dieu : liberté de penser et d'agir exceptionnellement novatrice (prolongeant un Albert le Grand qui au XIIIème siècle concevait le monde "comme une réalité autonome et objective qui, ayant sa logique propre analysable comme telle, s'offre à la manipulation théorique et pratique par l'Homme"). (2)

(2) Voir Troisième Partie

B - Le prodigieux élargissement du monde connu

Ces audaces accompagnent ou précèdent en quatre générations de 1500 à 1600 une extension spatiale des terres et des océans qui a dû apparaître extraordinaire aux gens de l'époque. Les anciennes valeurs sont bousculées : l'européen doit relativiser, réinventer sa place dans la Création. Choc probablement déterminant dans les craquelures du cosmos clos et hiérarchisé -déjà évoqué- et tremplin pour l'esprit scientifique.

Des gouvernements des rivages méditerranéen et atlantique, dans un contexte de reprise économique, suscitent et organisent parfois les moyens nécessaires aux recherches et innovations. Un lent travail s'est effectué, tout particulièrement dans les milieux princiers et/ou maritimes, partout où la demande des instruments de connaissance est grande : ainsi la confection de cartes plus précises que les portulans côtiers des XIVème et XVème siècles, le perfectionnement des instruments de navigation, une réflexion sur les assurances maritimes... (3).

Les exigences nouvelles du commerce : les échanges lointains (par exemple : galions espagnols naviguant entre l'archipel philippin, le Mexique et l'Espagne), les procédés de paiements, ont accéléré les méthodes comptables, bousculant les connaissances mathématiques élémentaires.

C - Le savoir technique, support de la réflexion théorique

Là n'est pas l'explication suffisante des spectaculaires progrès accomplis au XVIème siècle en métallurgie, en hydraulique, dans l'art militaire, dans des machines telles qu'appareils de levage, moulins à grains...

Des hommes ont alors recentré leurs questions, borné plus fréquemment leurs recherches aux problèmes physiques plutôt que métaphysiques, observé plus précisément les choses en action dans un monde réel.

Durant ce XVIème siècle, deux exemples fournissent une bonne illustration du passage d'une conception empirique à une conception raisonnée.

- Un exemple d'art militaire :

L'emploi du canon en bronze oblige à considérer le problème du "tir tendu"

(3) Deux exemples éloquents :
- Dès 1503 le roi d'Espagne Ferdinand V fonde à Séville la "Casa de Contratacion de Las Indias". Ce véritable bureau d'études hydrographiques et commerciales a dépouillé et exploité les rapports de plus de 1800 voyages effectués entre 1580 et 1620.
- Toujours dans les dernières années du XVIème siècle, les Etats Généraux de Hollande et le roi d'Espagne Philippe II créent concurremment un concours doté ici d'un prix de 6000 ducats, là d'un prix de 10000 florins visant à la mise au point d'une méthode pour mesurer la longitude.

et donc à mesurer une hauteur simplement observée à distance. Les "maîtres d'engins" avaient accumulé assez d'expériences pour saisir les données du problème et en fournir des solutions approximatives qui se révèlaient satisfaisantes. Mais il aurait été surprenant que ces hommes n'aient pas cherché à améliorer leurs "recettes" et donc à comprendre ce qui se passait effectivement : pratiquer des mesures, apprécier des vitesses de projection selon les étapes du tir... Au XIVème siècle un Kyeser (4), au XVème siècle un Valturio, un Ghiberti témoignent de cette curiosité. Ils établissent un étalonnage des divers calibres. A l'imprécision se substitue une cote parfaitement observée et décrite et, au simple coup de chance, une déduction logique.
- Un autre exemple : la fabrication des cloches.

Le même souci de rationalisation existe dans cet élément familier de l'environnement religieux. Il n'est pas seulement question de procédés de fabrication notamment des moules mais une sorte de diagramme est tracé indiquant les principales caractéristiques d'une cloche de forme déterminée : caractéristiques à la fois universelles et spécifiques. Ces "tables" marquent un effort pour donner au travail des règles. Ainsi aux XVIème et XVIIème siècles un savoir technique comparable sera accumulé pour la construction des bateaux.

A la fin du XVIème siècle, la "mathématisation" de la technique a donc fait un pas de plus, procurant des formules qui peuvent permettre pour un ensemble de données de construire intellectuellement le résultat cherché. Ainsi Simon STEVIN se livre-t-il à des calculs concernant la force des moulins à vent. Ainsi Léonard de VINCI est-il un vif partisan de ces approches ponctuelles des savoirs. Enfin cette "mathématisation" ne pouvait que se renforcer dans sa rencontre avec l'imprimerie.

D - L'imprimerie ouvre le monde à la communication

La connaissance par compilation de vieux manuscrits réservés à quelques privilégiés des abbayes, par lecture "ex cathedra" des universités cède alors la place à de nouvelles voies du savoir.

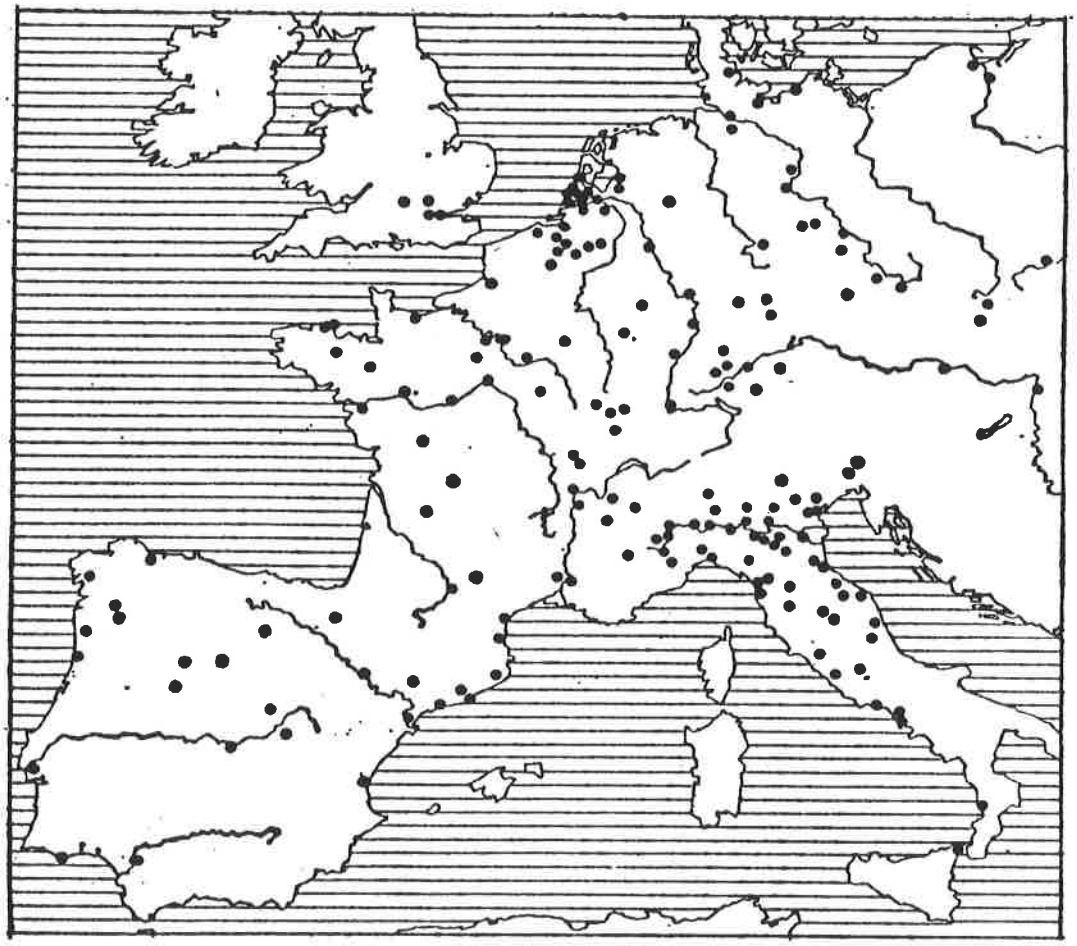
Au début du XVème siècle, le copiste bénédictin a été remplacé par des ateliers de copistes qui produisent en séries de plusieurs centaines d'exemplaires

(4) KYESER (1366-vers 1410). Officier et maître d'engins, en relations avec les principaux souverains et princes du Saint Empire romain germanique. Il écrit un traité de la science des machines à feu, le Bellifortis. Tout au long du XVème siècle des illustrateurs reprennent ses dessins.

VALTURIO (né vers 1413), fils d'un chargé de chancellerie auprès du Vatican. Il nous reste 22 manuscrits de son oeuvre où l'influence de Kyeser est nette.

GHIBERTI (1378-1455) est le bronzier connu pour les portes du baptistère de Florence. Les commentaires qu'il écrit à la fin de sa vie indiquent tout l'intérêt qu'il porte aux questions techniques et scientifiques (optique, perspective, problèmes d'un fondeur de bronze).

VILLES POSSÉDANT UN OU DES ATELIERS
D'IMPRIMERIE VERS 1500



les manuels en usage à l'université voisine. Certes ces ouvrages ne sont pas de grande qualité et restent très chers mais déjà au parchemim imputrescible se substitue parfois le papier, mis au point en Italie, qui entraîne une baisse des coûts. L'écriture manuelle a atteint son ultime degré de productivité et la demande ne cesse de croître. Ces ouvrages ne comportent pas d'enluminures mais parfois des pages estampées, c'est-à-dire passées à la presse sur des formes taillées dans du bois.

Le progrès final vient des métiers du métal. Vers 1425 à Haarlem (Pays-Bas) Laurens Janszoon dit Coster imprimait des planches gravées et il semble bien qu'il commença à cette date à utiliser des lettres en caractères mobiles (poinçons) adjoints à ces planches. Un de ses ouvriers, Johann Gensfleich perfectionna le système à Strasbourg vers 1440 puis à Mayence : il est connu sous le nom de Gutemberg. Dès lors les livres imprimés peuvent être multipliés à l'infini et leur prix baisse spectaculairement. Bibliothèques privées et universitaires se développent. (5).

Les débats fondamentaux voient ainsi leur public s'accroître, public exerçant désormais sa critique sur pièces et à distance. Celui qui a lu peut connaître, comprendre et discuter tout aussi rapidement et peut être plus sûrement que celui qui a entendu. Il n'est donc pas étonnant que la transmission du savoir commence parfois à fuir les grandes universités dans la mesure où celles-ci ne savent pas évoluer, ne savent plus répondre aux demandes d'un monde qui bouge.

L'habileté technique croissante des imprimeurs est mise au service de la diffusion d'ouvrages littéraires et scientifiques. Désormais il est devenu possible pour un auteur de toucher un vaste public en un temps relativement court. Une foule d'idées excessivement diverses peuvent être répandues (6). Enfin ces artisans ingénieux que sont Frolen à Bâle, Manuce à Venise, Plantin à Anvers constituent autour d'eux une véritable ruche de savants érudits (Erasme d'Anvers assure les corrrections chez Manuce de Venise).

Dans ce grand remuement d'idées, quels sont les grands problèmes mathématiques dont la Renaissance hérite du Moyen-Age finissant ?

---

(5) En France, Charles V (1364-1380) possédait une librairie importante qui fut mal entretenue jusqu'à François 1er (1515-1547) lequel nomma Guillaume Budé, premier "libraire" au Roi en 1522 et rendit obligatoire le dépôt par l'édit de Montpellier en 1537.
Si au IVème siècle il y avait à Rome plus de deux douzaines de bibliothèques publiques, les bibliothèques modernes ne furent ouvertes au public qu'au XVIIème siècle.
La première ouverte en France est la "Mazarine" gérée par Naudé (1643) imitant en cela l'"Ambrosiana" (Milan) et l'"Angelica" (Rome) ainsi que celle léguée par Lord Bodley à Oxford en 1613 (plus de 200 000 volumes).
La "Nationale" a été ouverte au public en 1692 : elle possède deux "Bibles" de Gutemberg.
(6) La hâte d'imprimer, de diffuser conduit à "trop" publier d'où les dangers de l'encyclopédisme dénoncé par Rabelais et le non contrôle qui laisse passer des affirmations déjà reconnues fausses ou sans intérêt (voir document nº 12, l'article sur Champfleury).

Le problème du vide : il n'évolue guère, le rejet du vide va subsister tel quel jusqu'à Torricelli et Pascal au XVIIème siècle.

L'infini : son refus dans la science d'Aristote a déjà été vivement combattu dès le XIIIème siècle et les notions de limite non atteinte et de processus infini de calcul ont été discutées dès le XIVème siècle (7). Mais ce sont la redécouverte et la publication, au cours du XVIème siècle, des oeuvres d'Archimède qui vont attirer les hommes de science vers des approches nouvelles. C'est ainsi que Jean Butéo (8) publie en 1559 une recherche sur la quadrature du cercle qui revient à approcher la valeur de π et que Viète (9), en 1593, recherche ce même nombre par un produit infini. Le processus de passage à la limite se trouve en fin de siècle dans des recherches sur le centre de gravité (Luca Valerio ou Simon Stévin (10)). Ce ne sont, peut-être, que tentatives isolées mais elles existent déjà en ce siècle.

Le mouvement : la progression des idées en ce domaine est encore plus nette. Léonard de Vinci (11) utilise la notion de moment et exploite la notion d'"impetus" due à "Buridan" (7). La notion de polygone de sustentation ressort de ses propres études sur le centre de gravité. Vinci et, plus tard, Cardan (12) étudient le mouvement d'un corps abandonné sur un plan incliné ce qui les conduit à une sorte de décomposition de la pesanteur (ou plus exactement du poids du corps). Mais, et cela est le fait capital, -au lieu d'explications qualitatives apparaissent alors des règles quantitatives. Dans le même esprit travaillent l'italien Tartaglia (13) et l'espagnol Soto (14).

Le système du monde : on sait que, dès l'époque de la science grecque, des savants se posaient la question : est-ce le soleil ou la terre qui tourne l'un autour de l'autre ? Le système géocentrique de Ptolemée (15) parut longtemps le plus simple sinon le plus normal. Il s'accordait à la doctrine d'Aristote et donnait, en quelque sorte une supériorité à l'homme plaçant la terre au centre de l'univers. Mais au fur

---

(7) Voir Troisième Partie.

(8) J. Butéo ou Butéon ou encore Jean Borrel, originaire du Dauphiné écrivit des ouvrages de géométrie et d'arithmétique. Il désignait déjà les inconnues par des lettres.

(9) François Viète (1540-1603). Conseiller de Henry IV est considéré comme le père de l'algèbre moderne car il a introduit la notion (et l'écriture) de formule générale.

(10) Valério (1552-1618) enseigna les mathématiques à Rome.
Stévin (1548-1620) ingénieur et mathématicien hollandais.

(11) Vinci (né près de Florence, 1452, mort à Clos Lucé près d'Amboise, 1519 (voir document n° 7)

(12) Girolamo Cardano (1501-1576). D.E. Smith, l'historien des mathématiques, dit de lui : "Ce coquin-là était parfois un homme dépourvu de principes et parfois un génie". Il a publié, enseigné et vendu du droit, de la médecine, de l'astrologie, de la philosophie, de l'algèbre et de la physique. (Voir document n° 8).

(13) Nicolas Tartaglia (1506-1557), autodidacte, est, peut être le plus grand mathématicien italien de son époque.

(14) Soto (1494-1570) enseigna à Salamanca.

(15) Ptolemée enseigna à Alexandrie au IIème siècle.

ARITHMETICAE PRACTICAE METHODus facilis, per Gemmam Frisium, medicum ac mathematicũ, iam recens ab ipso authore emendata, & multis in locis insigniter aucta.

HVC ACCESSERVNT IACOBI PELETARII Cenomani annotationes: Eiusdem item de Fractionibus Astronomicis compẽdium: Et de cognoscendis per memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Festis mobilibus, & loco Solis et Lunæ in Zodiaco.

PARISIIS,

Apud Gulielmum Cauellat, in pingui gallina, ex aduerso collegij Cameracensis.

1553.

Margarita philosophica

cũ additionibus nouis: ab auctore suo studiosissima reuisiõe tertio superadditis.

Jo. Schottus Argen. lectori S.

Hanc [illegible] mendaci stigmate Lector:

[illegible]

Basilee. 1508

- Adaptation latine de l'arithmétique de Gemma Frisius (1553 à Paris)
- La Margarita Philosophica (édition de 1508 à Bâle).

On remarquera entremêlés les disciplines du trivium et du quadrivium. Voir document n° 3.

et à mesure que s'accumulaient les observations il fallait apporter au système pré-établi des modifications le compliquant à l'extrême si on désirait avoir un outil respectant les données quantitatives de ces observations et non seulement des explications qualitatives.

Le retour à un système héliocentrique comme celui d'Aristarque de Samos (16) voire celui de Philolaos de Crotone (17) était déjà proposé par Oresme au XIVème siècle. Le pas décisif fut franchi par Nicolas Copernic (18) qui regroupa ses observations et présenta son hypothèse dans son ouvrage "De revolationibus orbium celestium" paru à l'heure de sa mort.

Mais, à côté de ces grands problèmes il faut penser plus simplement à l'outil, alors en gestation, dont disposera l'homme de science dès la fin de ce siècle. L'outil : c'est la langue de cette science, fruit de toute une pratique mathématique.

Citons-en les principales expressions :

Le calcul et son écriture font d'énormes progrès, le texte écrit et imprimé prenant la place du discours oral comme moyen de transmission. S'imposaient ainsi davantage de rigueur et de concision. C'est avec la "Disme" de Simon Stévin qu'apparait en 1585 le premier ouvrage préconisant et utilisant systématiquement les fractions décimales (19). Avec l'imprimerie vont se répandre les tables de calcul fort utiles sinon indispensables pour résoudre des problèmes lorsqu'on sait que la pratique de la multiplication est encore peu usuelle et celle de la division presque affaire de spécialiste (20).

La trigonométrie, outil privilégié de l'astronomie s'est développée non seulement dans les pays de l'Islam durant le Moyen-Age, mais, sur la fin de celui-ci en Occident. Des tables comparables à nos tables de fonctions trigonométriques vont apparaître dès le début de l'imprimerie, ainsi la "Tabula directionum" de Regiomontanus sortie en 1485 (21). Cet auteur, astronome lui-même, donna à la trigonométrie une forme indépendante de l'astronomie. A sa suite les relations dans les triangles, tant plans que sphériques, furent mises au point pour elles-mêmes (22).

---

(16) Astronome grec du IIIème siècle avant Jésus-Christ.

(17) Mathématicien grec du Vème siècle avant Jésus-Christ.

(18) Copernic (1473-1543). Voir document n° 9.

(19) Stévin (1548-1620) fut surtout connu de ses contemporains pour ses travaux de statique et d'hydrostatique, en particulier au sujet des digues et polders des Pays-Bas.

(20) I.R.E.M.

(21) Johann Müller (1426-1475) né à Koenigsberg, en Bavière, est désigné sous la forme latine de son lieu de naissance : Regiomontanus. On trouvera un exemple d'une table similaire, au document n° 8.

(22) Les arabes connaissaient sin 2a = 2 sina cosa. C'est dans un texte de Viète, en 1591, qu'apparaît $\sin 3a = 3\cos^2 a.\sin a - \sin^3 a$.

L'algèbre, enrichie de l'apport arabe, est mieux assimilée et devient, au XVIème siècle, un outil fécond. Tartaglia résout l'équation du troisième degré en 1535 (23) et Ferrari (24) celle du quatrième degré vers 1545 (25).

En géométrie, l'Occident redécouvre la science des Anciens. Les géométries dites d'Euclide vont être éditées un peu partout, en toutes langues, au cours du siècle (26). Avec Albrecht Dürer (1471-1528) apparaissent les premières véritables épures d'une géométrie de l'espace qui utilisent la perspective.

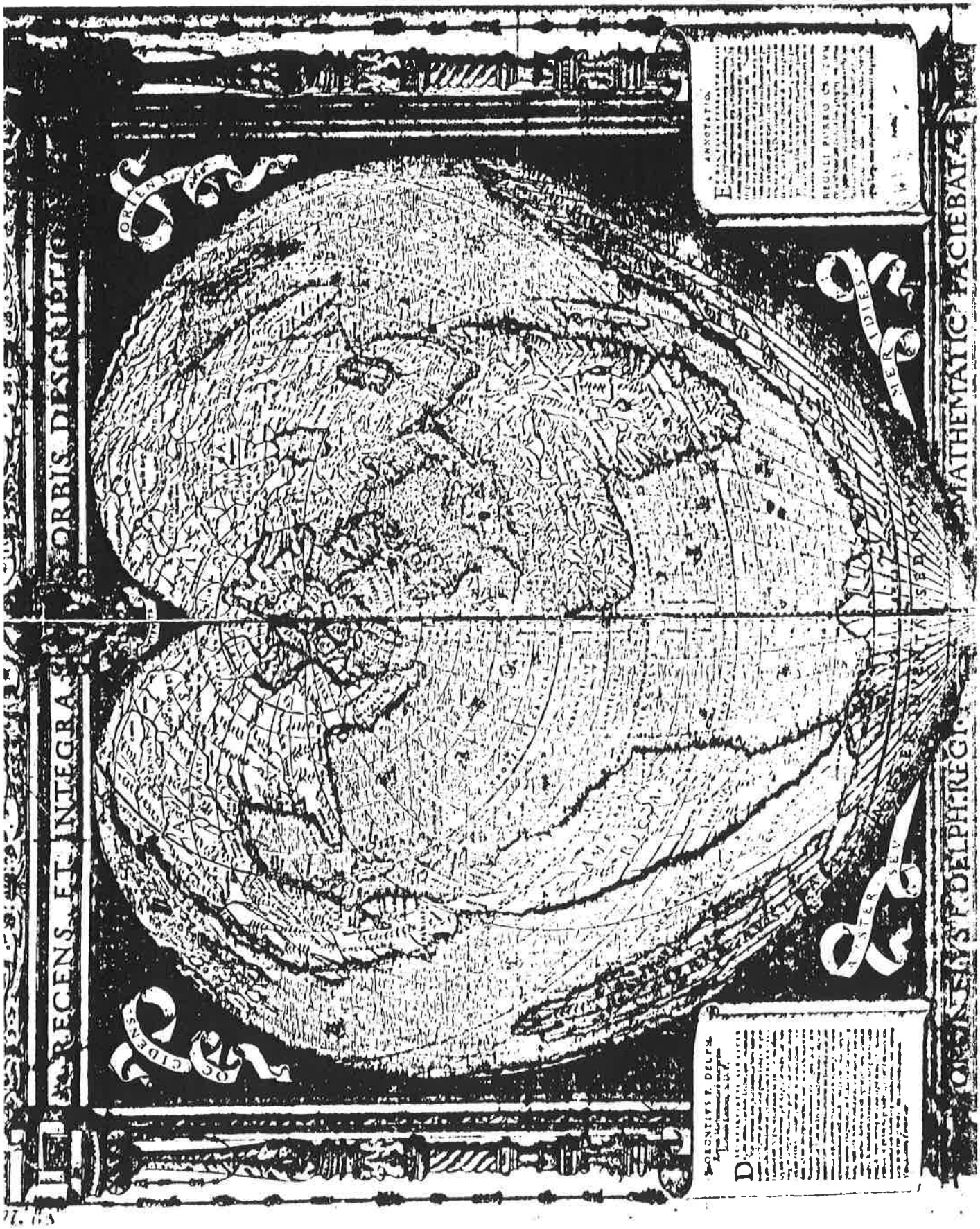
C'est en 1543 qu'est édité le livre de Copernic qui renverse le vieux système descriptif du monde pour laisser place simplificatrice aux calculs astronomiques et, coïncidence, en cette même année, parait également la première édition des oeuvres d'Archimède, oeuvres pratiquement ignorées depuis quinze siècles. On découvre chez Archimède non pas le savant d'un système mais l'homme de problèmes ponctuels. L'homme du XVIème siècle se retrouve dans cette attitude. Les outils forgés par et pour l'homme de science, sont aussi demandés par tout un monde qui n'attend pas un système de descriptions qualitatives mais des résolutions de problèmes pratiques. Cela illustre bien le passage d'une "physique des qualités" à une observation quantitative des phénomènes qui va s'accélérer au cours du siècle. Le cadre de la seule discussion à partir d'un système quasi monolithique va éclater au profit de jugements forgés à l'aide de preuves et d'expériences que chacun, presque individuellement, peut apporter sinon vérifier.

Un nouvel esprit scientifique est mûr.

Le siècle suivant ouvrira toute grande la porte aux Galilée et autres Pascal... On ne saura les nommer tous.

Cependant le passé perdure, spécialement en Sciences, d'autant qu'il était déjà porteur d'avenir. D'autre part la mathématisation du monde n'est possible que parce que la plupart des savants mettent entre parenthèses les conditions politiques et surtout religieuses. Séparation féconde mais aussi gênante car les sourdes rivalités entre savants sont avivées par tout un appareil de censures, appareil plus ou moins redoutable dirigé par les autorités ecclésiastiques de Rome ou de la Réforme, parfois renforcées par les autorités des Etats.

(23) C'est lui-même qui fixe la date de sa découverte : la nuit du 12 au 13 février, à Venise.
(24) Ferrari : élève de Cardan (1522-1565).
(25) I.R.E.M.
(26) Voir au document nº 3 quelques rappels des premières éditions. Toutes les géométries d'Euclide provenaient de manuscrits plus ou moins complets, plus ou moins exacts, plus ou moins authentiques. Certains comprenaient des apports postérieurs surtout après la redécouverte de l'oeuvre d'Archimède, inconnue au Moyen-Age. On trouvera au document nº 10 un exemple classique d'une méthode s'inspirant du Syracusien.



Carte de 1530 du mathématicien briançonnais ORONCE FINE (1494-1555). Professeur au Collège Royal en 1532. On lui doit l'édition de nombreuses oeuvres scientifiques étrangères, ainsi qu'un ouvrage de géométrie pratique. Il crut comme beaucoup d'autres avoir résolu la quadrature du cercle.

Fidèles à notre méthode, nous présentons maintenant des documents pour que le lecteur établisse son propre jugement et trouve matière à illustrer ses connaissances.

Outils de caractères généraux :

I Concordance d'évènements,

II Concordance de "Géomètres",

III Quelques dates de premières éditions,

IV L'écriture mathématique,

V La numération écrite au début du XVIème siècle,

VI Les mesures françaises.

Deux biographies :

VII Léonard de Vinci,

VIII Cardan.

Suivent :

IX Une note sur l'Est de l'Europe pour saluer Copernic,

X Une démonstration inspirée d'Archimède,

XI Des extraits d'une "probissima merx" du XVIème siècle : l'algèbre de Gosselin,

XII Et le calcul ?

XIII Une vieille histoire des maths.

Et pour terminer :

XIV Une promenade à travers les rayons de sciences d'une "librairie", lointain reflet de cette époque.

Document n° 1

XVIème SIECLE : UNE CONCORDANCE

1482 1ère édition d'Euclide

1484 "Arithmétique" de Chuquet

1492 Christophe Colomb : 1er voyage vers les Indes occidentales.

1494 Pacioli : équation du 2ème degré.

1500 Vasco de Gama contourne l'Afrique et gagne les Indes orientales.

1506 "La Joconde", Léonard de Vinci

1510 Dürer : Perspective et géométrie

1511 "Eloge de la folie", Erasme

1515 François 1er Roi

1516 Charles Quint Empereur

1517 Luther. Manifeste des "95 propositions".

1530 Collège royal (de France).

1532 "Gargantua", Rabelais.

1534 Création de la Compagnie de Jésus.

1535 Equation du 3ème degré.

1539 Carte de Mercator.

1542 "Botanique", Fuchs.

1543 Copernic.

1549 "Défense et illustration de la langue française", Du Bellay.

1558 Elizabeth 1ère Reine d'Angleterre

1558 Circulation pulmonaire, M. Servet.

1560 Sommation de séries Tartaglia (édition).

1562 Début des Guerres de Religion en France.

1571 Bataille de Lépante.

1577 El Gréco à Tolède.

1580 Palissy : émaux Montaigne : "Essais".

1582 Réforme grégorienne du calendrier

1588 Défaite de l'"Invincible Armada"

1589 Galilée : Oscillations du pendule.

1590 Viète : "écriture algébrique".

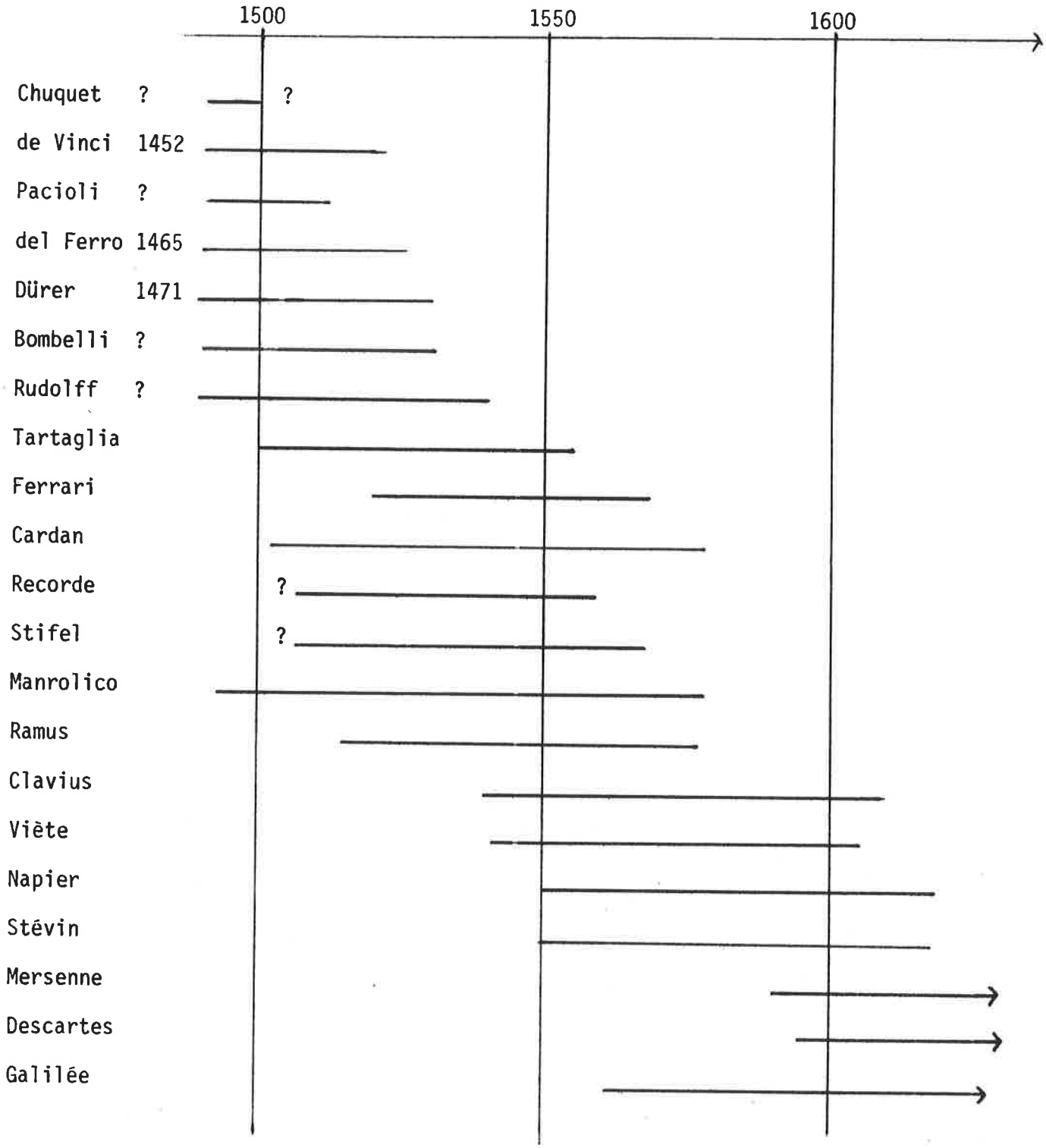
1590 Premières lunettes.

1591 "Henry VI", Shakespeare

1598 Edit de Nantes : Tolérance des Réformés.

Document n° 2

"GEOMETRES" (Mathématiciens) AU LONG DU XVIème SIECLE



Document n° 3

QUELQUES DATES DE "PREMIERE EDITION"

Cette liste, qui bien évidemment n'a rien d'exhaustive, n'est dressée que pour illustrer la diffusion des Mathématiques, à travers l'imprimerie, de par le monde du XVIème siècle. Elle est aussi un reflet de l'intérêt ou des besoins alors ressentis pour cette discipline.

1478	Trévisse	Ellibro che tracta de Mercatantie (Anonyme) - Arithmétique
1482	Venise	Géométrie d'Euclide en latin
	Padoue	Tractatus latitudinibus formarum (Oresme)
	Bamberg	Arithmetick (Anonyme allemand)
1488	Lyon	Arithmetica selon Boëce
1489	Leipzig	Arithmétique pratique en allemand (Widmann)
	Tolosa	Dela arismethica (Delatore)
1491	Florence	Arithmétique avec illustrations (Calandri)
1493	Ferrane	Almageste de Ptolemée
1494	Venise	Suma - première algèbre (Pacioli)
1499	Paris	Géométrie attribuée faussement à Boëce (Le Fevre d'Estaples)
1503	Fribourg Strasbourg	Margarita Philosophica - Première encyclopédie (Reisch)
1506	Noyon ?	Opéra (Charles Bouëlle)
1512	Barcelone Lyon	Suma de arithmetica (Ortéga)
1514	Heidelberg (?)	Rechnenbiechlen - arithmétique - (Jakob Köbel)
1520	Lyon	Larismétique (Estienne de la Roche) (*)
1525	Königsberg	Die Coss - algèbre (Rudolff)
1533	Bâle	Euclide, édition en grec
	Nuremberg	De triangulis - trigonométrie (Regiomontanus)
1540	Londres	The ground of artes - arithmétique (Recorde)
	Anvers	Arithmeticae praticae (Gemma Frisius)
1543	Venise	Archimède, édition Tartaglia
	Nuremberg	De revolutionibus orbium celestum (Copernic)
1545	Nuremberg	Ars magna (Cardan)
	Paris	Elements d'Euclide (Pierre de la Ramée)

(*) Ce livre ne serait qu'une copie du manuscrit "Triparty en la science des nombres" de Nicolas Chuquet de 1484, première algèbre en français.

1556	Mexico	Sumario Compendiosa - arithmétique pratique
1557	Londres	The whestone of witte - algèbre (Recorde)
1571	Paris	Canon mathematicus (Viète)
1572	Bologne	Diophante - Edition en italien par Bombelli
1577	Paris	De arte magna (Gosselin)
1585	Leyde	Arithmétique (Stévin)
.....		
1603		Traduction en chinois d'Euclide (Matteo Ricci (S.J.)).

Oeuvres originales et "classiques" paraissent concurremment. On peut ainsi suivre la percée des langues vulgaires.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΙΕ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δέ, ΥΨΙΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ ΠΛΑΤΩΝΙΚΩΝ σωμάτων, δεύτερον.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVINTVM, ET SOLIDORVM QVINTum, vt nonnulli putant: vt autem alij, Hypſiclis Alexandrini, de quinque corporibus,

LIBER SECVNDVS.

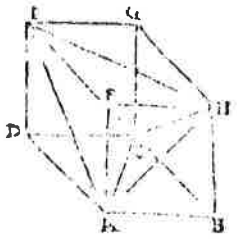
Προτάσις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πυραμίδα ἐγγράψαι.

Problema 1. Propoſitio 1.

In dato circulo pyramidem inſcribere.

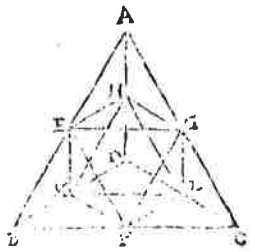


β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 2. Propoſi. 2.

In data pyramide octaëdrum inſcribere.

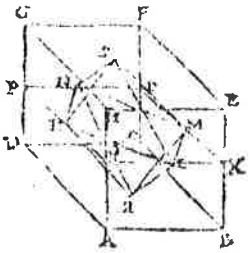


γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 3. Propoſi. 3.

In dato cubo octaëdrũ inſcribere.



δ

Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.

Deux pages d'un "Euclide" en 1573, en latin et grec (voir document n° 14)

Document n° 4

L'ECRITURE MATHEMATIQUE

C'est au cours du XVIème siècle que se situe l'apparition des actuels symboles mathématiques (*).

. Les signes + et - se trouvent dans un ouvrage allemand de 1489 mais ne s'imposent que lentement. On leur préfère p et m ou P et M.

. $\surd$ (radical) est de Rudolff (1525).

. L'anglais Recorde use du symbole = pour l'égalité en 1557 mais pour certains auteurs a = b signifiera, longtemps encore, ce que nous notons $|a-b|$. Les deux traits seront longs à l'emporter pour l'égalité.

D'autres éléments de notre écriture n'apparaissent pas encore au XVIème siècle.

Si un nombre, connu ou inconnu est noté A -(ce qui est un progrès sur "res" ou "coss")- son carré est Aq (abréviation de quadratus) et son cube Ac (cubus). Le plus souvent même le mot reste en entier et d'autres notations se rencontrent. C'est ainsi que Cardan écrit : A in C in quadratum B, pour notre AB^2C ; in désignant la multiplication.

Dans la pratique les opérations, si elles ne sont plus faites avec l'abaque -et ce par les géomètres car les comptables usent presque toujours de bouliers- elles ne se disposent pas encore comme nous le faisons.

La multiplication se fait souvent à l'aide de la duplication. Ainsi, pour effectuer 135 x 21 on dresse une table des "doubles" de 135 : (opération facile)

135	270	540	1080	2160
1	2	4	8	16

car 21 = 1 + 4 + 16

donc 135 x 21 = 135 + 540 + 2160 = 2835.

Ce procédé dérive directement de la pratique du boulier.

La division est encore une opération délicate peu répandue ; on ne connait pas les nombres décimaux. On partage en nombres "rompus" -en fractions-.

Dans la pratique commerciale on utilise des tables de résultats, tables qui vont rapidement être imprimées, en grand nombre et pendant très longtemps. L'auteur de plusieurs d'entre elles -au siècle suivant- ne s'appelait-il pas J.F. Barrême ; il y laissa son nom.

(*) I.R.E.M.

Voir également le document Gosselin, n° 11.

Document n° 5

LA NUMERATION ECRITE AU DEBUT DU XVIème SIECLE

Les copistes du Moyen-Age ne faisaient que suivre la notation des nombres selon les rares auteurs originaux qu'ils reproduisaient. Lorsque l'imprimerie apparut, toutes ces notations furent confrontées, et affrontées à la notation indo-arabe. Mais les survivances du passé furent tenaces (elles le sont encore au XXème siècle).

On distingue, en gros, deux écoles pour adapter l'écriture des nombres aux caractères de l'imprimerie naissante.

Le système latin

Un se note j, deux ij, trois iij, quatre iiij, cinq v, etc...

La forme soustractive n'est pas généralisée, ainsi :

LXviiij = 69 DCLXXXX = 690

Mais l'emploi de grands nombres s'avère davantage nécessaire au XVème siècle qu'au Ier siècle. Si M c'est mille, on imprime :

$\overline{ij}$ pour 2000, $\overline{X}$ pour 10 000, $\overline{C}$ pour 100 000

par suite on trouve :

$\overline{c}$ $\overline{\overline{c}}$

X pour 1 000 000 XXXX pour 4 000 000

$\overline{\overline{c}}$ —

Xiiij ij ccc L vj c'est 1 402 356

et encore :

$\overline{c}$ $\overline{\overline{c}}$

C = 10 000 000 $\overline{C}$

$\overline{XXX}$ = 300 000 000 (car 30 x 100 x 100 000)

alors

$\overline{\overline{c}}$

1 000 000 000 est noté $\overline{C}$

C

Mais d'autres utilisent plus simplement :

Cm pour 100 000 XCm pour 1 000 000

voire $\bar{\bar{v}}$ pour 5 000 000.

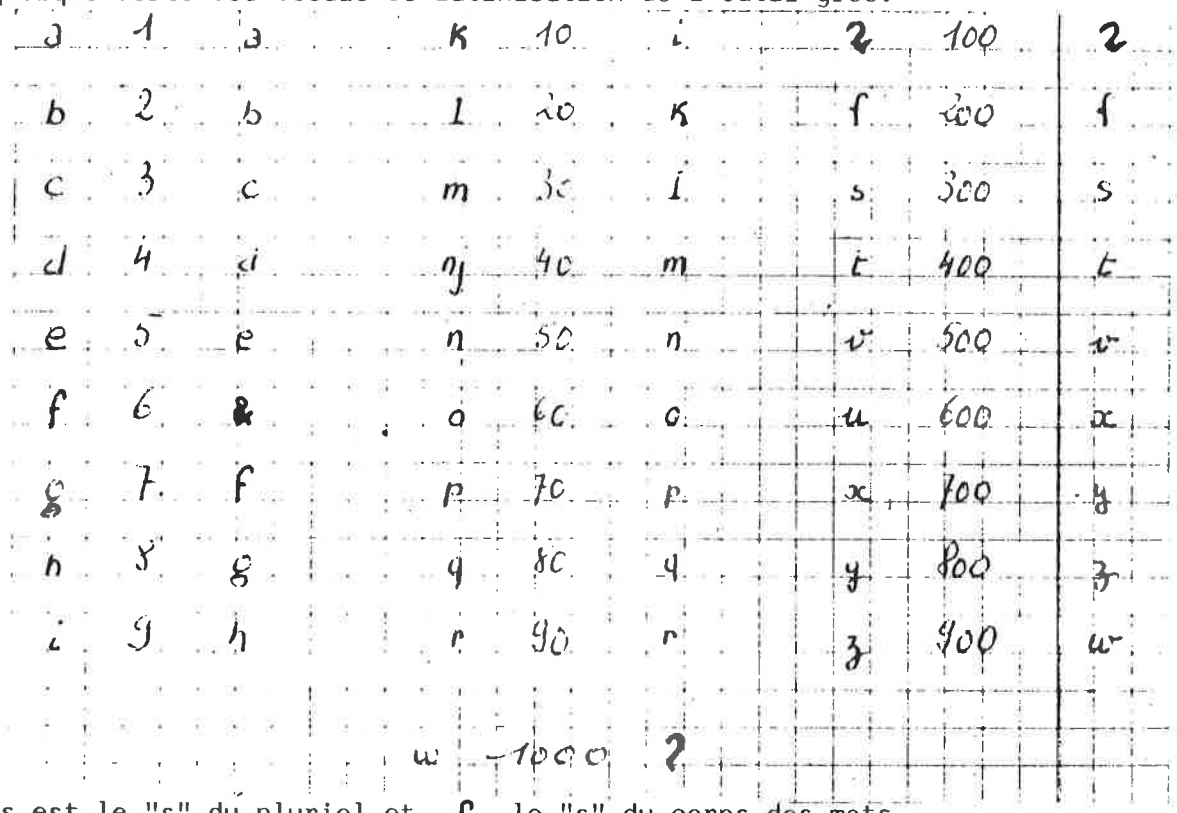
Le système grec

Il s'agit du système littéral (ordo literarum numéralium) (*).

Une difficulté se fait alors jour car on ne dispose pas de vingt sept caractères-lettres (i et j d'une part, u et v d'autre part, sont souvent confondus).

On trouve alors deux notations résumées dans la table suivante. Ce sont en quelque sorte des essais de latinisation de l'outil grec.

a	1	a	k	10	i	ʔ	100	ʔ
b	2	b	l	20	k	ſ	200	ſ
c	3	c	m	30	l	s	300	s
d	4	d	nj	40	m	t	400	t
e	5	e	n	50	n	v	500	v
f	6	&	o	60	o	u	600	x
g	7	f	p	70	p	x	700	y
h	8	g	q	80	q	y	800	z
i	9	h	r	90	r	z	900	w
			w	1000	ʔ			



-s est le "s" du pluriel et ſ le "s" du corps des mots.

- ʔ et ʔ paraissent des créations.

Donc, selon les imprimeurs :

LC ou KC pour 23 ; njh ou mg pour 49

uof ou xo& pour 666 ; xw ou y pour 700 000.

On comprend aisément comment le système indo-arabe l'emporta ! ...

Certes les imprimeurs eurent très tôt des caractères grecs, mais certains, ignorant sans doute la numération littérale grecque, eurent à côté de l'alphabet grec, des caractères numériques dont les formes furent copiées sur des copistes ignorant, eux, le grec.

Un de ces imprimeurs produit :

pour α β ✓ δ′ ε ϙ ʒ ⊢ ⊖

c'est-à-dire α β γ δ ε ϛ ζ η θ

1 2 3 4 5 6 7 8 9

(*) I.R.E.M.

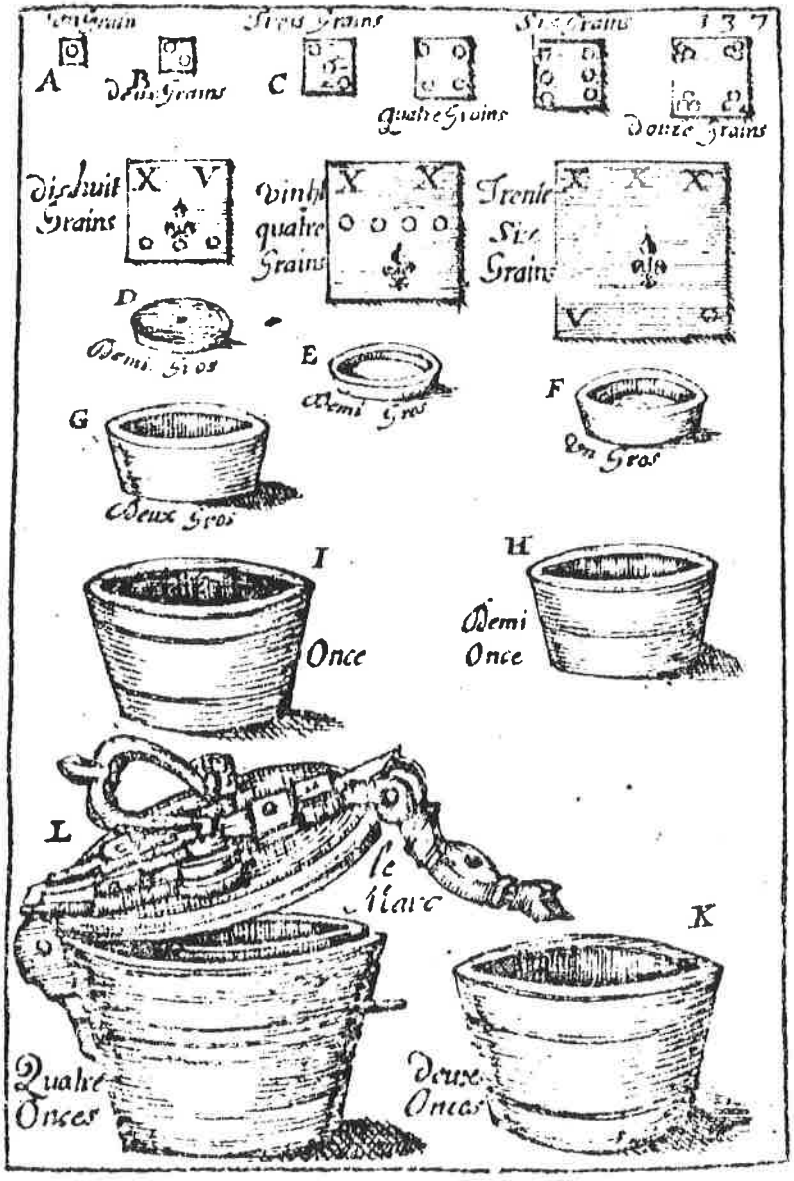
Document n° 6

QUELQUES MOTS SUR LES ELEMENTS DE MESURE

On comprendra sans peine que nous nous en tenions seulement à la France et encore faut-il préciser que si, en gros, nous avons fait le point au XVIème siècle, c'est toute une évolution qu'il aurait sans doute fallu suivre, mais cela aurait immédiatement dépassé le cadre de notre travail.

Les poids

La livre "pèse" 16 onces, l'once pèse 8 gros, le gros pèse 72 grains (1).

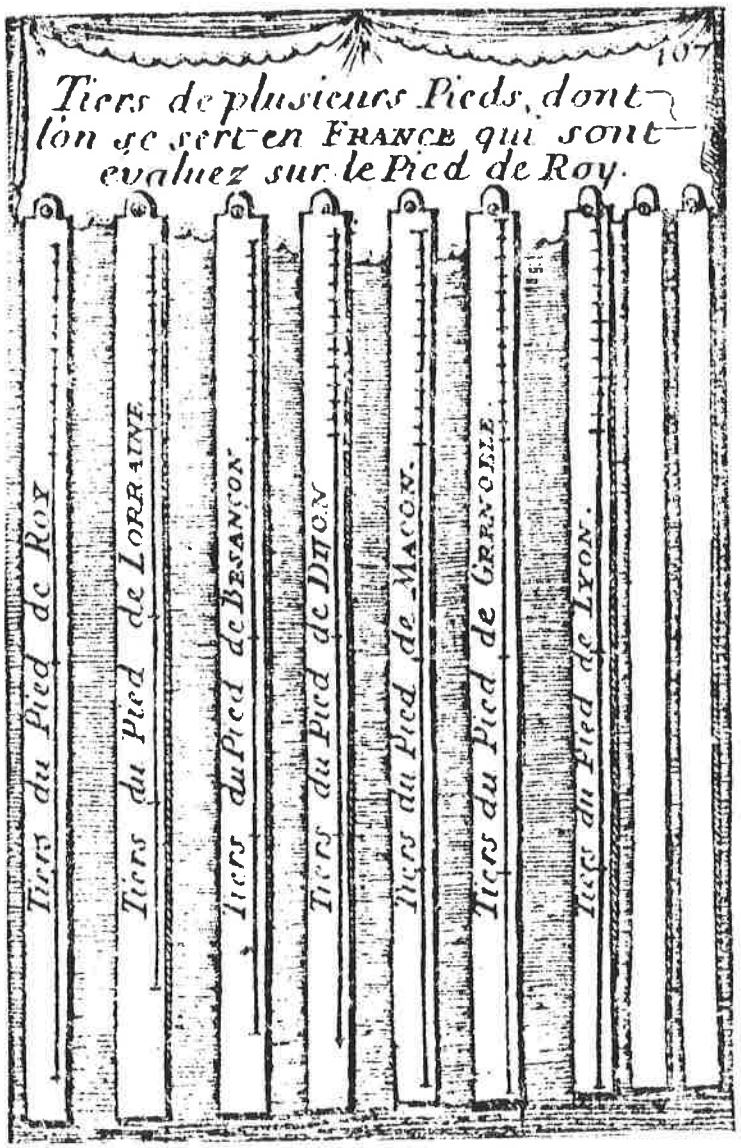


La planche ci-contre -extraite d'un ouvrage du XVIème siècle- figure les poids utilisés.
On trouve donc des petites plaques (en général en laiton) pour les grains. Le Marc se présente sous forme d'une boîte (L) laquelle enferme des godets emboîtables E, F, G, H, J, K et un couvercle D. Le tout pèse 8 onces. On constatera que le jeu de ces divers "poids" permet les évaluations de grain en grain jusqu'à la demi-livre.
Par ailleurs, 100 livres valent un quintal (ou quinte).
Si l'on ajoute seulement que, par exemple, à Paris, la livre de soie n'a que 15 onces on comprendra qu'il vaut mieux ne pas chercher à entrer dans le jeu des exceptions et des privilèges des corporations...

(1) A la Révolution, la livre de Paris fut évaluée à 489,5 g.

Les longueurs

Une toise vaut 6 pieds, un pied 12 pouces, le pouce 12 lignes, la ligne 6 points.



Une lieue de poste (poste à chevaux) valait 2 000 toises (2). Mais que vaut le pied ?

La vieille gravure ci-contre montre la complexité du problème. Il n'y avait pas qu'un pied dans le royaume !

Pour les étoffes, par exemple, il y avait l'aune (1,19 m). On usait aussi de la coudée, de la palme (largeur de la main) ou de l'empan (9 pouces), etc...

Les aires

Question : De combien le pied carré de Mâcon excède-t-il le pied carré de Dijon ? (3).

La perche (de Paris) valait 9 toises carrées soit un carré de 18 pieds de côté.

L'arpent (de Paris) valait 100 perches. Mais la perche des eaux et forêts était un carré de 22 pieds de côté... Et il fallait un acre et demi pour faire une perche.

Les volumes

Il y a le pied cube, le pouce cube.

Mais les "vinotiers" servent la chopine et la pinte (2 chopines) et ont en cave le muid (300 pintes) (4).

Les grains s'évaluent en muids ou en setiers ou en boisseaux (12 setiers).

Les bois coupés se mesurent en cordes de 2 voies.

(2) A la Révolution la toise de Paris fut évaluée à 1,949 m.

(3) Réponse : 22 pouces carré et 111 lignes carrées... du Roy.

(4) A la Révolution la pinte de Paris fut évaluée à 0,93 l, à peu près équivalent était le "litron"...

Les monnaies

C'est là, encore plus, affaire de spécialiste que de suivre l'évolution, ne serait-ce que des monnaies françaises, des temps mérovingiens au XVIème siècle. Les pièces ont porté des noms en presque aussi grand nombre qu'il y eut de lieu où fut battue monnaie. Rien qu'en France circulèrent des deniers, des oboles, des gros, des agnels, des mailles, des doubles, des francs, des carolus, des blancs, des florittes, des écus, des douzains, des testons... noms souvent pittoresques aux origines multiples.

A la fin du Moyen-Age on peut, en gros, évoquer le système suivant pour évaluer les valeurs :

La livre comporte 20 sols, le sol ou sole comporte 12 deniers. Il n'existe plus comme pièce que des doubles (deux deniers) et des blancs (5 deniers). Si Charlemagne frappa des deniers d'or, Charles IX usa de doubles sols en billon, voire en cuivre.

Il n'existe pratiquement pas de pièce d'une livre. Mais on dispose d'écus d'argent de 3 livres, de demi-écus (30 sols) et de quarts d'écu (15 sols). L'écu d'or vaut 10 livres.

Ecu d'or Philippe VI (milieu XIVème siècle).

Pile et Croix d'un denier d'argent de Louis VI (début XIIème siècle).

En général beaucoup de gens ne savent que mal compter mais évaluent leur avoir à l'aspect des pièces de monnaie. Montaigne, lui-même, dit qu'il "ne sait compter ni à ject ni à plume" (1).

Mais c'est surtout le poids des pièces en métal précieux qui en fait sa valeur d'échange et pas seulement d'un pays à l'autre. On comprend alors qu'à côté des faux-monnayeurs évoluaient les "rogneurs".

(1) Essais II 17 - ject = jeton ; compter avec des jetons. Voir Troisième Partie. Il serait, à ce sujet, instructif de relire, par exemple dans le théâtre de Molière, les divers comptes que font ses personnages de Jourdain à Argan, en passant par Dorante.

Testons en argent (10 sols) François 1er (XVIème siècle).

du Dauphiné, (fleur de lys et dauphins)

On ne peut être assuré qu'une pièce ait été frappée du vivant du souverain surtout lorsque les "faces" apparurent (Louis XII) car, après leur mort, il fallait attendre que fut prêt le "coin" officiel du successeur.

et de Bretagne (écu et hermines).

En ce qui concerne les taux d'intérêt on stipulait ceux-ci en denier douze ou denier quinze ; c'est-à-dire que, par exemple, au denier douze, pour douze écus empruntés, il fallait en rendre treize, à moins qu'on ne vous en ait prêté que onze et que vous ayiez dû signer un billet de douze. Les rois de France ont en général imposé un taux officiel pour leurs emprunts variant du denier vingt au denier seize (soit de 5% à 6,25%). Quant à l'Eglise, elle essaya longtemps d'obtenir que soit prêté à celui qui en avait besoin, sans usure...

Document n° 7

UN GRAND SCIENTIFIQUE : LEONARD DE VINCI

"La Joconde", "L'Annonciation", "La Cène"... en tout une douzaine de toiles, mais quelles toiles, ont suffit à rendre célèbre cet homme qui se range parmi les plus extraordinaires de l'humanité.

En effet, l'étude, tardive, des multiples notes qu'il prit toute sa vie, révèle maintenant quelle est l'ampleur de son héritage scientifique. Ses notes, regroupées en carnets après sa mort, dispersées ensuite à travers l'Europe, font découvrir non seulement l'incroyable fécondité et la vaste curiosité de son esprit, mais aussi la rigueur de son observation et sa méthode de travail.

On comprendra, sans doute, le retard mis à étudier les papiers de Léonard de Vinci lorsqu'on saura que, gaucher, il écrivait de droite à gauche en renversant les caractères. Il faut donc le lire en regardant dans une glace. Etait-ce désir de garder secrètes ses découvertes ?

En suivant, autant que faire se peut, l'évolution chronologique des notes de Léonard de Vinci, on constate que, dans un premier temps, celui-ci inscrit des résumés de nombreuses lectures, celles-ci suivies d'observations, puis que ces dernières se renouvellent, se modifient, sont accompagnées de critiques, deviennent ce que nous appellerions des expériences et que, toujours dans notre langage, des lois sont formulées souvent en opposition à la doctrine aristotélicienne en vigueur.

Un siècle avant Galilée, le recours à l'expérience fait, avec Léonard de Vinci, son apparition comme méthode scientifique cherchant ainsi à libérer le savoir de l'autorité des Anciens, voire de la tradition ecclésiale.

Le grand projet de Léonard de Vinci était d'écrire une encyclopédie du savoir de son temps. Ses notes, assorties de nombreux dessins, n'en étaient que les éléments constitutifs. Il ne put les mettre en forme ; il ne publia jamais.

Il n'est pas totalement surprenant de voir Léonard de Vinci versé dans tant de disciplines. Les "artistes" attachés à tel ou tel grand seigneur de cette époque devaient non seulement peindre ou sculpter mais se montrer architectes, ingénieurs ou entrepreneurs des travaux, tant civils que militaires, de ceux qu'ils servaient. On ne s'étonnera donc pas de savoir que les peintres célèbres du Quattrocento attendaient de leurs élèves qu'ils étudiassent et l'anatomie et les lois de la nature et, pour les besoins de la perspective, quelques mathématiques.

Léonard de Vinci poussa ses études plus loin que d'autres et ne les cessa jamais au cours de ses déplacements près de ses protecteurs : Sforza, Este, Borgia, Médicis, pape, roi de France, à Florence, Mantoue, Venise, Milan, Rome et au bord de la Loire -où il mourut près d'Amboise.

Figure 1

Pour accompagner une étude de balistique. Selon la vitesse initiale la trajectoire et donc le point de chute du boulet, seront différents.
On notera l'écriture retournée de Léonard de Vinci. Le long de la trajectoire ascendante il faut lire : FbSNkp.

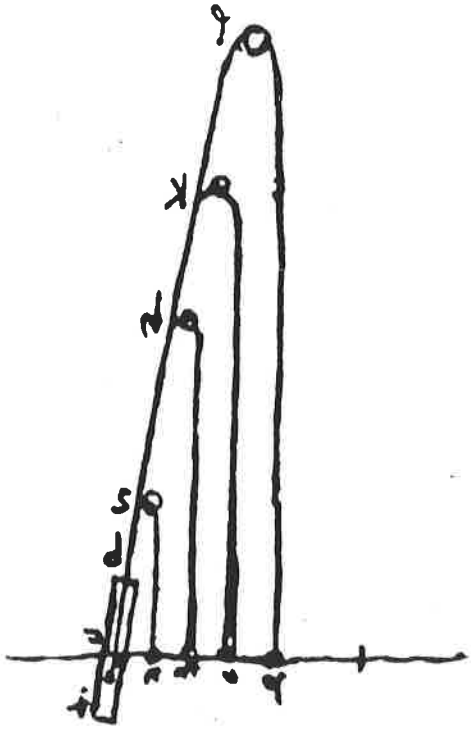


Figure 1

Figure 2

Projet d'engrenages.
Doit-on évoquer un dispositif de changement de vitesse ?

Figure 3

Un système de suspension qui n'est pas sans faire penser à Cardan.

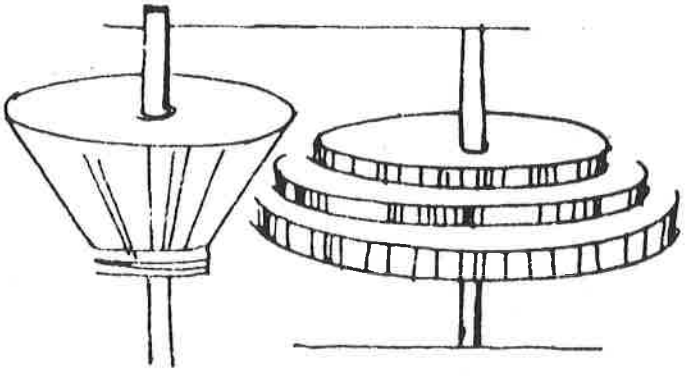


Figure 2

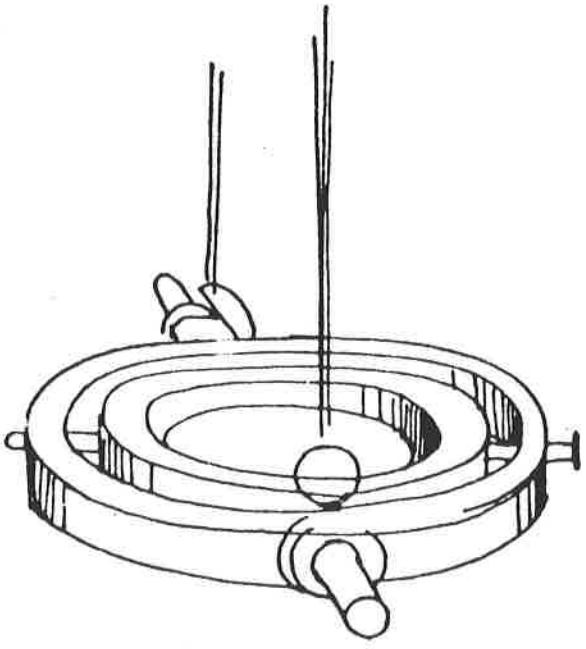


Figure 3

Que nous révèlent donc les manuscrits du peintre ?

Nous les citerons, un peu pêle-mêle, à défaut de bien connaître comment l'esprit du maître passa d'un sujet à l'autre.

Certes, certaines de ses notes peuvent constituer un traité de peinture, un traité d'anatomie, voire une grammaire latine...

On a cité des plans de machines : machine à voler, qu'il étudia toute sa vie, machine sous-marine ; techniques d'engrenages, moulins à vent, roues hydrauliques. Il réalisa des améliorations à des écluses, et à des fortifications. La suspension "à la Cardan" figure, sans conteste, dans certains de ses papiers dont justement il est avéré que Cardan eut connaissance...

Dans la "Divina proportione" de Pacioli, son ami, les dessins sont de lui, préfigurant ses études qui furent regroupées et publiées au XXème siècle en un "Traité sur la transformation des figures".

Léonard de Vinci chercha à domestiquer la force de la vapeur d'eau.

Il semble qu'il fut le premier à évoquer les nappes souterraines comme cause des sources et à émettre l'hypothèse des plissements terrestres pour expliquer la présence de fossiles au sommet de montagnes.

Egalement des notes d'optique, de géographie, de botanique (l'insertion en hélice des feuilles sur une branche).

Mais nous retiendrons surtout certaines de ses idées qui montrent tout l'esprit neuf, révolutionnaire, apporté par Léonard de Vinci :

- Le rôle du centre de gravité en géométrie, les propriétés devenues classiques, des droites concourantes du tétraèdre ; il écrit : *"Les axes du tétraèdre se coupent en un même point qui est le centre de gravité du tétraèdre"*,
- L'idée d'une certaine inertie des corps en accord avec l'"impetus" de Buridan (1) : *"Tout mouvement se maintient en ligne droite tant que dure en lui l'effort de son moteur"*,
- L'idée d'une égalité entre action et réaction : *"Le corps oppose à l'air autant de force que l'air oppose de force au corps"*,
- L'idée que les ondes dans l'air et dans l'eau laissent ceux-ci à la même place ; il compare au mouvement d'ondulation des épis dans un champ de blé,
- L'idée que l'air est compressible et soutient ainsi l'oiseau en vol,
- On trouve enfin cette note de sa main : *"Le soleil est fixe"*.

Depuis le début du XXème siècle une commission "Léonardo da Vinci Sabe" s'efforce de recenser, de classer et de publier tout ce qui est retrouvé provenant de cet homme dont la valeur scientifique est au moins égale à la valeur artistique.

(1) Jean Buridan, recteur de l'Université de Paris vers 1350. Voir Troisième Partie.

Document nº 8

UN CURIEUX PERSONNAGE

On le trouve tant à Pavie, Milan, Bologne, Venise qu'à Rome ; il se nomme Girolamo Cardano. Sa vie (1501-1576) est pleine d'incohérences. S'y mêlent le génie et la démence, la vanité et le mysticisme, la rigueur de l'observation et la déloyauté envers ses confrères. Il enseigna la médecine puis les mathématiques ; on le signale comme ingénieur et comme astrologue. Il fut emprisonné pour dettes, poursuivi pour hérésie et pensionné par le pape. On parle de la formule de Cardan pour résoudre une équation du troisième degré : ce procédé est de Tartaglia (*). On parle de transmission mécanique à la Cardan : celle-ci est dans les papiers de Léonard de Vinci...

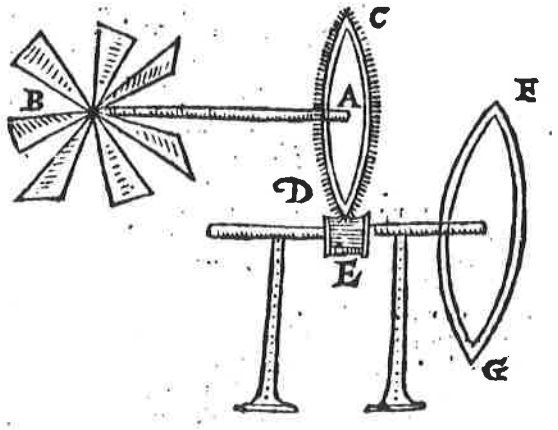
Et pourtant son "Ars magna" (1545) ainsi que les divers papiers (**) qu'il écrivit sont riches d'enseignements de toutes sortes.

D'un livre paru en 1580, peu après sa mort, sous le titre "De rerum varietatae" nous proposons quelques rapides extraits pouvant illustrer l'oeuvre et le personnage.

- Une figure accompagnant un exposé sur les engrenages :

Si la roue A a 84 dents et la roue E 7 dents, la roue E tourne 12 fois plus vite que le moulin B...

Sit igitur quę mouēt pinnæ ab aqua motæ AB axis, circum eū rota CD cū denticulis: qui si sint respicientes centrū A, & axem eius in circumferētia exteriore, faciēt motū eiusdem rationis. Si autē essent ad perpēdiculum super superficie laterali CD & paralleli axi, translationē motus faciēt. Erit autē vtriusq; mōtus, quo ad numerum par ratio. Sint ergo denticuli in rota CD exteriores, grātia exempli, LXXXIIII. agentes curriculum E, cuius sint denticuli septē: manifestum est igitur, quòd dum reuoluitur rota ab aqua cum pinnis, reuoluitur eodem tēpore AB axis, & cū eo CD rota, & ideo LXXXIIII. denticuli: sed pro quibuslibet septem dēticulis CD, reuoluitur curriculū E: igitur E duodecies vertitur, dū CD semel. Sit igitur rota versus FB super axe in quo curriculū E: dum igitur vertitur F, vertitur FB: sed dum rota cū pinnis semel vertitur, FB duodecies vertetur.



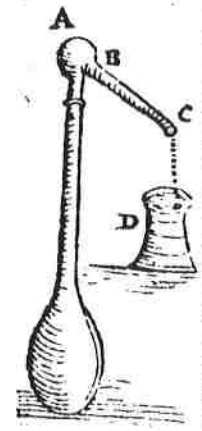
(*) Cardan recherchait la résolution de l'équation du troisième degré. Tartaglia avait découvert un procédé. A force de prières et de tromperies Cardan obtint de Tartaglia communication de la découverte en promettant de ne la point révéler, et il partit à Venise, et il la publia.

(**) Les divers ouvrages publié par Cardan ont nom : Commentaires d'Hippocrate, traité de l'immortalité de l'âme, arithmétique pratique, de la subtilité, de la sagesse, le courtier de la prudence...

- Un appareil pour distiller l'"eau ardente" dans les meilleures conditions :

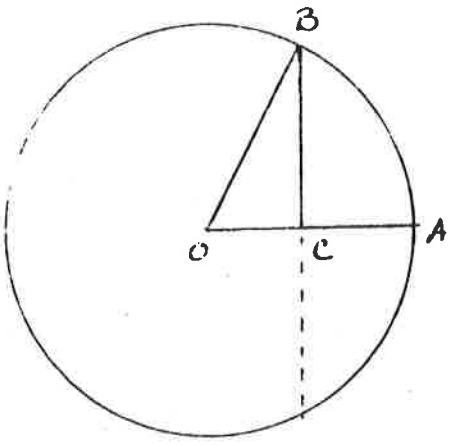
Aquæ ardentis optimæ extractio.

Aquam igitur ardentem vnica deſtillatione optimam ſic faciemus : vinum purum ætatis mediæ, elegantiſſimum & odoratum, in vaſe vitreo, cuius collum non minus ſit cubitis tribus, deſtillabimus lento admodum ſeu potius exiguo igne. Videbitur autem primùm in toto ſpatio A B C, velut ordo quidam fumium, ſic guttæ continuantur guttis: atq; eouſque colligenda eſt aqua ſynceriſſima, donec funiculi illi continuabuntur. Demum verò auferendum vas D, cùm viderimus funiculos illos quaſi interruptos. Id continget, cum ferme duodecima pars vini exierit. Ergo hæc aqua puriſſima eſt, quoniam quod ſolùm eſt in vino tenuiſſimum, & efficax, & acre, aſcendit. Non tamen hæc aqua facillimè ardet, aut calidiſſima eſt, vel ſiccisſima, quoniam non omnem prorſus, nec repetitam vim ignis experta eſt. Optimè igitur vinum referet, nec ſuauitate carebit, quoniam eſt flos (vt ita dicam) animáque vini. Nec quintum corpus dici poteſt: non enim niſi poſt multas circulationes puriſſima euadere poteſt. Igitur puriſſima non eſt, eſt tamen ſynceriſſima, id eſt totam vim vini referens.



- Une table de sinus :

Le "sinus rectus" est encore la mesure d'une demi-corde (en latin sinus c'est le pli) ; le "sinus versus" est la mesure de la flèche correspondante.



. arc AB

. sinus droit BC

. sinus verse CA.

Selon l'usage de l'époque la mesure du rayon est de 3600, (nombre commode pour les divisions fractionnaires) alors pour 30º, le sinus verse mesure 1800, et pour 45º : 2546.

La précision est souvent supérieure à 10^{-3}.

Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus
mi.	min.	secun.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.
15	16	2	15	810	93	29	1745	451	45	2546	1055	61	3149	1856	77	3508	2789
30	31	8	14	871	108	30	1800	483	46	2590	1100	62	3179	1911	78	3521	2850
45	47	18	15	932	123	31	1854	515	47	2633	1145	63	3208	1967	79	3534	2911
60	63	33	16	992	139	32	1908	547	48	2675	1191	64	3236	2023	80	3545	2973
90	95	75	17	1053	157	33	1961	580	49	2717	1238	65	3263	2080	81	3556	3036
par. 1	126	132	18	1112	176	34	2013	615	50	2758	1286	66	3289	2137	82	3565	3098
3	188	minu. 5	19	1172	196	35	2065	651	51	2798	1335	67	3314	2194	83	3573	3160
4	251	9	20	1231	217	36	2116	688	52	2837	1384	68	3338	2252	84	3580	3222
5	314	14	21	1290	239	37	2166	725	53	2875	1434	69	3361	2311	85	3586	3284
6	376	20	22	1349	262	38	2216	763	54	2912	1485	70	3383	2370	86	3591	3346
7	439	27	23	1407	287	39	2266	802	55	2949	1536	71	3404	2429	87	3595	3410
8	501	35	24	1464	312	40	2314	842	56	2985	1587	72	3424	2488	88/0	3597/49	3475
9	563	44	25	1521	338	41	2362	883	57	3019	1639	73	3443	2549	84/30	3598/48	3506
10	625	54	26	1578	365	42	2409	925	58	3053	1692	74	3461	2610	89/0	3599/87	3537
11	687	66	27	1634	393	43	2455	967	59	3086	1746	75	3477	2669	89/21	3599/44	3556
12	748	79	28	1690	421	44	2501	1011	60	3118	1800	76	3493	2729	89/40	3599/34	3573
															90	3600	3600

- Les "lignes" de la main pour complément d'horoscope... à moins que ce ne soit observation médicale...

- Les livres de mathématiques d'une bonne bibliothèque, avec musique et astronomie :

Procli mechanica.
Apollonius Pergeus de conicis elementis. Qui enim editus eſt, ne vmbram ſenſus retinet.
Serenus de cylindri ſectione.
Nicomachi Geraſeni geometria.
Manuelis Moſcopuli commentaria in Quadranguli inuentionem.
Vitruuij liber de hexagonis & heptagonis. Hic parum boni præter exercitationem continet.
Geminus in Phænomena.
Manuelis harmonicorum libri tres.
Euclidis muſica.
Ptolemæi muſicæ libri tres, cum Ariſtidis expoſitione Græca, & Porphyrij Latina: item Perſpectiua: de Arte ſphærica: & regulæ manuales aſtronomiæ. Sic enim vertere cogimur.
De magnitudine & annua conuerſione, cum ſcholiis.
Matthæi Hieromachi aſtrologia.

- Quelques commentaires sur les grandes villes de l'époque : Rome, Venise, Milan et pour finir Lutèce...

Roma meliore ſitu ac pulchriore: nobilior, quia Italica: nobiliſſima, quia mundi domina fuit. Venetiarum laudem aliàs diximus. Mediolano multa deſunt ad ſitum, *Mediola-* ſed ingeniis feliciſſima, vtilitatis publicæ negligentiſſima. *num.*
Reliquorum aliàs fecimus mẽtionem: Lutetia, maxima eſt *Lutetia.*
Gallicarum vrbium, parũque differt ab vrbe noſtra: diuidi- *laus.*
tur enim à flumine Sequana, is ibi facit inſulã, in qua Vrbs eſt cõſtituta; à dextra pars vrbis, quam Villam vocant: à ſiniſtra, academia, quam Vniuerſitatem: ita vrbs ipſa in tres diuiditur partes. Luteriæ lutum ſemper eſt in via: vnde & teter odor, & inſalubris aër, & ramen populoſiſſima. Inde à luto forſan, Lutetia dicta eſt, alij etymon aliunde ducunt.

Lutèce la plus grande ville des Gaules. Elle diffère peu de notre Cité (Rome). En effet elle est aussi partagée par un fleuve, la Seine. Celle-ci y forme une île où la cité prit naissance. Sur la (rive) *droite de la cité est ce qu'on appelle la Ville* (quartier des résidences), *sur la* (rive) *gauche est l'Académie qu'on nomme l'Université. Dans les rues de Lutèce il y a sans cesse de la boue, l'odeur y est abominable, l'aire insalubre et enfin elle est très populeuse.*

Très tôt Cardan a été traduit en français. Dès 1555 Richard le Blanc dédicaçait à la Duchesse de Berry, soeur du roy, sa traduction "des livres de Hierone Cardan, médecin milannois, intitulez de la subtilité et subtiles inventions".

Nous en extrayons ce passage ayant trait à la géométrie,

La geometrie eſt la plus ſubtile de toutes ſciences.

Ce n'eſt, doncques merueille ſi la geomertie eſt la plus ſubtile de toutes ſciences, laquelle veu qu'elle prend ſon commencement des choſes treſmanifeſtes, à bon droit elle a donné l'occaſion qu'elle fuſt enſeignée aux enfans la premiere de toutes. C'eſt choſe admirable qu'en bref elle attire de peu d'axiomes & propoſitions conditionelles treſapertes, à choſes treſobſcures & difficiles. Ainſi pareillement de choſes treſbaſſes elle ſeleue incontinent à choſes treshautes. Toutesfois les demonſtrations imparfaictes, & aucunement les paralogiſmes ou deceptions par fauſſes ratiocinations ſont trouuées aux mathematiques.

priuilege toutes les ures de oite li- e.

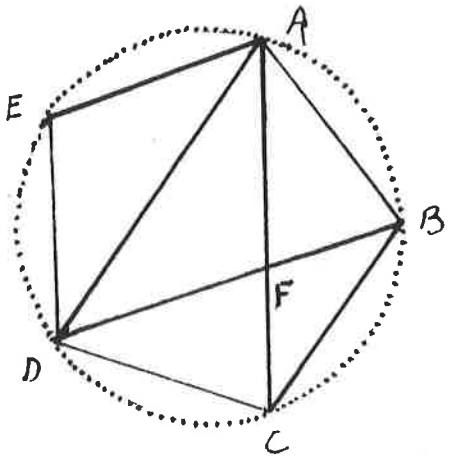
Toutes les figures de droicte ligne ont cecy commun, que quand tous les coſtés ſont pourtraits & tirés, tous les angles exterieurs receus enſemble, quoy qu'il fuſſent mil, ſont egaux aux quatre angles drois. Et cecy depend de ce que tous les angles qui ſont contenus dedans, ſont egaux à autant de drois, qu'eſt le nõbre double des coſtés, ou des angles, quatre exceptés, ce qui depend de la proportion des triangles, auquelz la figure eſt diuiſée. Car les trois angles de tout triangle aſſemblement pris ſont egaux à deux drois: & l'angle exterieur eſt egal aux deux interieurs mis à l'oppoſite, & pris aſſemblement. L'aire auſſi & ſuperficie eſt egale à l'angle produit de la moitié de l'aggregat de tous les coſtés iuſqu'à la difference de chaque coſté, en multipliãt le tout enſemble de puis la meſme moitié, non en ioignant, à fin que trois multiplications ſoient faictes.

Les priuileges des triangles.

La proprieté du quarré.

La proprieté du quarré eſt, que le coſté d'iceluy cõſiſte par la proportion mediante entre l'aggregat depuis le dict coſté, & le diametre, & entre la difference d'iceux meſmes. Cecy aduient, pource que le diametre du quarré faict vn quarré double au meſme quarré, duquel il eſtoit le diametre. Le coſté du pentagone, c'eſt à dire, de cinq angles, equilateral, & d'angles egaux, eſt la plus grande partie de la ligne diuiſée ſelon la proportion aiant milieu, & deux extremitez, en la comparaiſon à la ligne qui eſt ſouſeſtendue aux deux coſtés du meſme pentagone. Le coſté de l'hexagone, c'eſt à dire, qui a ſix angles, lequel eſt, comme i'ay dict, equilateral, & equiangle, ou d'angles egaux, eſt egal au demi diametre du cercle enuironnant le meſme hexagone.

La proprieté du pentagone equilateral, & d'angles egaux.



Il s'agit des propriétés suivantes :

. la somme des angles d'un polygone de n côtés

1droit x 2n moins 4 droits soit 2(n-2) droits

. la formule de l'aire d'un triangle dont les côtés mesurent a, b et c (2p = a+b+c)

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}\, p(p-a)(p-b)(p-c)$$

. le diamètre (d) d'un carré, c'est sa diagonale.

Si c est le côté :

$$\frac{d+c}{c} = \frac{c}{d-c}$$

. Dans un pentagone régulier ABCDE, AF étant la bissectrice de $\widehat{DAB}$ (droite ayant milieu) on a $\frac{DF}{DA} = \frac{FB}{AB}$

puisque les triangles DAB et AFB sont semblables et isocèles DF = FA = AB.

Notre langue mathématique a bien évolué...

Document n° 9

A PROPOS DES MATHEMATIQUES A L'EST DE L'EUROPE AU MOYEN-AGE

On peut se demander quelle part était réservée aux mathématiques à l'Est de l'Europe et, en particulier chez les peuples slaves.

Pour les Slaves catholiques, principalement polonais, l'influence occidentale n'a pas cessé d'être prépondérante et les documents apparaissent le plus souvent comme traductions de textes latins.

Pour les Slaves rattachés à Byzance, les manuscrits connus ne révèlent que très peu de renseignements sur les mathématiques (1).

La place de l'astronomie est importante dans la science des Slaves et les mathématiques, au moins pratiques, n'en furent pas absentes même si beaucoup de cosmographies sont seulement des commentaires de la Bible. N'oublions pas Copernic ! (2). Mais là encore, les conceptions sont différentes entre Slaves polonais et byzantins. C'est ainsi qu'au XVIIème siècle, les textes utilisés en Russie sont toujours à base de théories géocentriques.

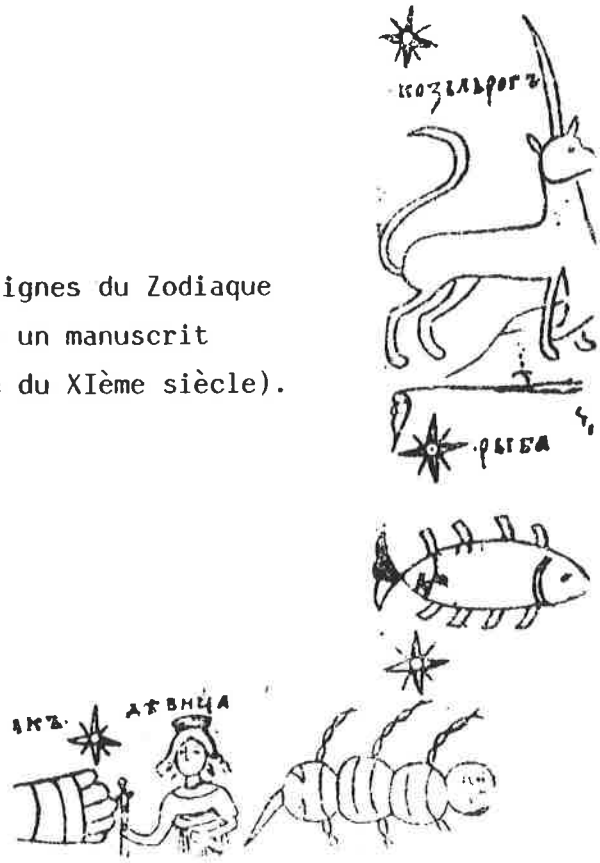
Partout le problème du calendrier (comput pour fixer la date de Pâques) a demandé aux clercs utilisateurs des connaissances pratiques de calcul que le décalage de dates, après la réforme grégorienne en Occident, au XVIème siècle, ne rendit pas caduques (3). Il faut ici rappeler que Byzance conserva tout au long du Moyen-Age

(1) Il existe encore beaucoup de bibliothèques, en Turquie et en Russie par exemple, dont l'avoir est peu révélé.
En évoquant l'école byzantine, on peut citer le nom de Manuel Moschopulus qui vécut au XIVème siècle et semble être celui qui introduisit en Europe la notion de "carrés magiques" (originaires de Chine ?) soulevant ainsi nombre de problèmes s'y rapportant tant mathématiques que magiques voire mystiques. Voir Troisième Partie.

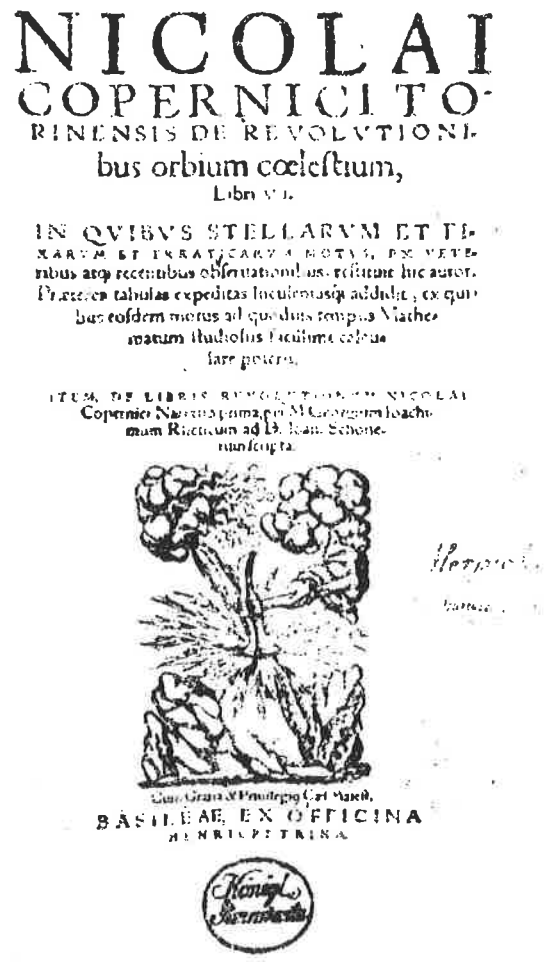
(2) Nicolas Copernic (1473-1543) chanoine de Frombork en Mazurie polonaise. Il avait acquis tant à Cracovie qu'à Bologne et Padoue une vaste érudition humaniste qui lui avait fait connaître maints auteurs anciens, d'Apollonus de Perga ou d'Archimède à Martianus Capella, auteurs ayant émis l'hypothèse que la Terre et les planètes tournaient autour du soleil immobile, et ce, à l'encontre de la théorie de Ptolemée universellement répandue. Pendant vingt ans il confronta donc ses observations à la théorie officielle de l'Eglise avant que de, sur invitation expresse de son évêque, et "contre l'opinion reçue des mathématiciens", oser imaginer "quelque mouvement de la terre".
Dans cette invitation et dans la réponse de Copernic, il est, par ailleurs, encore malaisé de mesurer la place des informations rapidement cartographiées rapportées par les navigateurs du XVIème siècle. Copernic livra son opinion dans le "De revolutionibus" paru à l'heure de sa mort.
C'est au séminaire de Tübingen, où il était élève, que Képler fut initié à l'oeuvre de Copernic par un de ses maîtres, Mästlin, qui en était l'ardent défenseur.

(3) La prise de Constantinople par les Turcs va obliger l'Eglise orthodoxe à procéder elle-même à la fixation de la date de Pâques.

l'écriture et le calcul des nombres selon le procédé populaire grec (4). On citera Cyriacus de Novgorod (début XIIème siècle) qui fit montre d'une bonne tecnnique d'opération sur les grands nombres. Pour cet auteur qui se pencha sur le problème de l'infiniment petit et de l'infiniment grand, le temps serait composé de particules indivisibles.



Des signes du Zodiaque (dans un manuscrit slave du XIème siècle).



"De revolutionibus" de Copernic (exemplaire de la 2ème édition - Bâle 1566).

(4) Toutefois le grec Maximus Planudes usait au début du XIVème siècle des symboles indous. (On pourra consulter notre brochure "Comptes grecs"). Il vivait à Constantinople et mourut en 1340.

Document n° 10

L'AIRE DU SEGMENT DE PARABOLE

Il ne s'agit pas d'une traduction d'un texte d'Archimède mais d'un schéma de la solution de ce problème, avec notre écriture, dans l'esprit du géomètre de Syracuse.

En fait dans les divers manuscrits retrouvés concernant l'oeuvre d'Archimède figurent deux démonstrations, l'une mécanique où les surfaces sont assimilées à des masses et l'autre entièrement géométrique.

Archimède ne sait pas, comme nous, calculer la somme S des termes d'une suite géométrique mais il présuppose sa valeur (ici $\frac{4}{3}$). Il montre que S ne peut être ni supérieure, ni inférieure à $\frac{4}{3}$. Pour cela il démontre que les différences $S - \frac{4}{3}$ et $\frac{4}{3} - S$ peuvent être rendues plus petites qu'une valeur fixée à l'avance, donc par l'absurde que $S = \frac{4}{3}$. C'est la méthode dite d'exhaustion.

Soit le segment de parabole (P) limité par la corde AB. Les tangentes en A et B se coupent en T.

Archimède démontre que la droite joignant les milieux a de [TA] et b de [TB] est également tangente à (P). Il montre aussi que le point de contact C de cette dernière est sur la médiane TI du triangle TAB et que C est le milieu de TI (ab parallèle à AB).

[Toutes ces propriétés sont obtenues maintenant par d'autres voies que celles utilisées par Archimède, lequel faisait appel, entre autres, à un procédé que nous ferions relever de la mécanique ou de la notion de barycentre].

L'aire S_o du triangle CAB est la moitié de l'aire du triangle TAB. (Même base et hauteurs dans le rapport $\frac{1}{2}$).

Si on envisage le triangle aCA, la médiane aJ recoupe l'arc AC au milieu D de aJ (la figure aCA est analogue à la figure TBa) ; aJ est parallèle à TC par suite :

$$DJ = \frac{1}{2} aJ = \frac{1}{4} TC = \frac{1}{4} CI$$

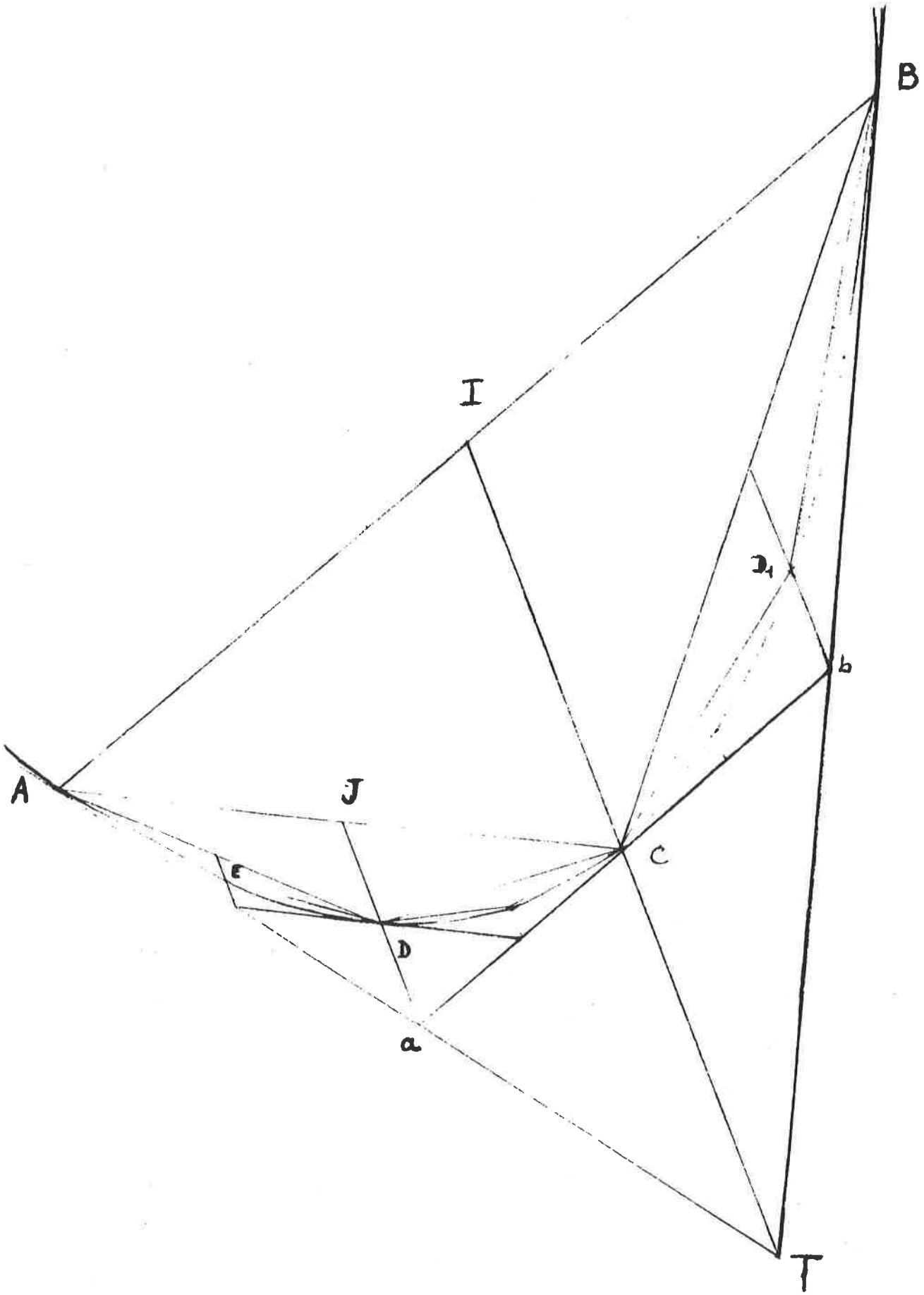
et Aire triangle (DAC) = $\frac{1}{4}$ Aire tr. (TAC) = $\frac{1}{4}$ Aire tr. (CAI).

D_1 étant l'intersection de (P) avec la médiane du triangle bCB on a de même :

Aire triangle (D_1CB) = $\frac{1}{4}$ Aire tr. (CIB).

On approche ainsi l'aire du segment de parabole par l'aire S_1 du polygone inscrit ADCD_1B dont l'aire est égale à :

$$S_1 = \text{Aire tr. (ACB)} + \text{Aire tr. (DAC)} + \text{Aire tr. } (D_1\text{CB})$$
$$= S_o + \frac{1}{4} [\text{Aire tr. (ACI)} + \text{Aire tr. (CIB)} = S_o + \frac{1}{4} S_o].$$


B
I
A
J
E
D
C
a
b
T

En réitérant le procédé à l'aide des tangentes en D et D_1 à (P) on approche S par l'aire S_2 d'un polygone inscrit obtenu en adjoignant au polygone précédent quatre triangles tels que AED avec :

Aire tr. (AED) = $\frac{1}{4}$ Aire tr. (ADC) = $(\frac{1}{4})^2$ Aire tr. (ACI)

Par suite

$$S_2 = S_o + \frac{1}{4} S_o + (\frac{1}{4})^2 S_o$$

En continuant "à l'infini" -et c'est là l'originalité d'Archimède- cette inscription de polygones dans le segment de parabole on est en présence d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

Rappelons comme on procède à la somme des termes de cette suite (1).

Soit $S_n = S_o + \frac{1}{4} S_o + (\frac{1}{4})^2 S_o + \ldots\ldots + (\frac{1}{4})^{n-1} S_o + (\frac{1}{4})^n S_o$

mais

$$\frac{1}{4} S_n = \frac{1}{4} S_o + (\frac{1}{4})^2 S_o + \ldots\ldots + (\frac{1}{4})^n S_o + (\frac{1}{4})^n S_o + (\frac{1}{4})^{n+1} S_o$$

par soustraction membre à membre :

$$\frac{3}{4} S_n = S_o - (\frac{1}{4})^{n+1} S_o$$

Lorsque n augmente indéfiniment $(\frac{1}{4})^{n+1}$ a pour limite zéro et S_n l'aire S.

Donc $\frac{3}{4} S = S_o$

ou

$$S = \frac{4}{3} S_o$$

Aire du segment de parabole égale $\frac{4}{3}$ Aire du triangle (ACB)

ou $\frac{2}{3}$ Aire du triangle (TAB).

(1) Cette méthode de sommation de la série géométrique apparaît chez le français N. Chuquet (vers 1484).

Document n° 11

Sont présentés ici quelques passages d'un des premiers livres d'algèbre qui furent imprimés.

Son titre : "De arte magna seu de occulta parte numerorum quae et algebra et almucabala vulgo dicitur".

Son auteur : Guillaume Gosselin de Caen.

Imprimé à Paris en 1577 chez Aegidium Beys, rue Jacob, il est considéré comme un des meilleurs ouvrages de cette époque sur le sujet.

Inutile d'y chercher des "formules". Tout est dans le texte écrit, les symboles apparaissent à peine plus qu'une abréviation. Pourtant des règles opératoires sont énoncées.

Par ailleurs, il faut se rendre compte que, dans une adaptation, notre "écriture" ne peut se substituer totalement à celle de Gosselin car, nous, nous opérons sur les symboles ce que cet auteur ne faisait pas.

Dans la "traduction" nous respectons certaines "notations" :

M pour moins, P pour plus, L pour l'inconnue et Q pour son carré. En effet, le côté L (latus) est la racine de Q (quadratus) comme Q est le carré de côté L.

I - La soustraction d'un nombre négatif

Ce n'est pas encore chose acquise : témoin, cette critique (justifiée) de l'ouvrage d'un confrère. [Jean Borrel dit Butéo, mort en 1572, lequel semble avoir été le premier, en France, à avoir introduit des lettres pour représenter les inconnues].

ſi deducas M 2 L ex P 10 L, reſiduum erit P 12 L, in quo lapſus eſt Ioannes Buteo qui ex P 7 auferens M 3, reſiduum eſſe dicit P 4 at certe ſuperſunt P 10 : huius deductionis demonſtrationẽ attulimus in Arithmeticis.

Si tu retranches M2L (-2x) de P10L (+10x) le reste sera P12L (+12x). En cela Butéo se trompe qui retranchant M3 (-3) de P7 (+7) dit que le reste est P4 (+4) alors qu'en réalité il reste P10(+10). Nous avons fait démonstration de cela dans nos chapitres d'arithmétique.

Il ne semble pas que les règles énoncées soient très explicites. Ainsi :

Si denique ex ſigno M auferas ſignum M, reſtat quantitas deducẽda cũ ſigno P, altera vero cũ ſigno M, vt ſi ex M6L deducas M4Q reſiduũ erit M6LP4Q, & auferẽdo M2 ex M6, reſiduũ eſt M4.

Si d'un signe M (nombre négatif) tu ôtes un signe M il reste une quantité précédée du signe P ou du signe M. Ainsi si de M6L(-6x) tu retranches M4Q (-4x²) le reste sera M6LP4Q (-6x + 4x²) mais en retranchant M2(-2) de M6 (-6) il reste M4 (-4).

II - Un problème avec trois inconnues

Celles-ci sont désignées par les trois lettres A, B et D.

Problema. 11.

Partiamur 100 in tres partes, vt prima cum ſecunda ſit triplum tertiæ, tertia cum ſecunda ſit primę quadruplum.

Sint illę partes 1 A 1 B 1 D æquales 100, & vt precipit quæſtio, 1 A 1 B æqualia 3 D, 1 B 1 D æqualia 4 A, pro 1 A 1 B ponamus 3 D, erunt 4 D æqualia 100, atque adeo D 25. hoc eſt pars vltima, pro 1 B 1 D ponamus 4 A, erunt 5 A æqualia 100, ſit 1 A & prima pars 20, ſecunda ergo erit 100 M 25 M 20 hoc eſt 55.

Partageons 100 en trois parts telles que la première avec la deuxième soit le triple de la troisième et la troisième avec la deuxième, le quadruple de la première.

Soient ces parts 1A, 1B et 1D égales à 100 (A + B + D = 100) et, comme le dit la partition, 1A1B égalent 3D (A + B = 3D) ; 1B1D égalent 4A. Au lieu de 1A1B posons 3D, on aura 4D égalent 100 et ainsi je trouve D25 (D = 25). C'est la dernière part. Au lieu de 1B1D posons 4A alors 5A égalent 100 ; soit 1A et première part 20. La deuxième part sera donc 100M25M20 (100 - 25 - 20) qui est 55.

III - Dans cet autre problème à trois inconnues l'"écriture" n'est pas la même. Seules deux inconnues sont désignées l'une par L, l'autre par q. On notera la transformation des équations (enlever, ajouter).

Veſtigemus tres eiuſmodi numeros, vt primus & ſecundus ſuperent tertiũ 20, ſecundus & tertius primum 30, primus & tertius ſecundum 40.

Sit primus 1 L, ſecundus 1 q, tertius ergo erit 1 L P 1 q M 20, ſed ſecundus & tertius ſuperant primum 30, quare 1 L P 2 q M 20 æqualia ſunt 1 L P 30, & ſublato ſuperfluo additoque quod deficit 2 q æquales 50, ſit 1 q 25. Iam ſit

Cherchons trois nombres tels que le premier avec le deuxième dépassent le troisième de 20, le deuxième et le troisième le premier de 30, le premier et le troisième le deuxième de 40. Soient le premier 1L, le deuxième 1q ; alors le troisième sera 1LP1qM20 (L + q - 20) mais le deuxième et le troisième dépassent le premier de 30, par là 1LP2qM20 égale 1LP30 (L + 2q - 20 = L + 30). Enlevant ce qui dépasse et ajoutant ce qui manque 2q égale 50 soit 1q25 (q = 25). Alors le premier comme avant

primus vt ante 1 L, fecundus 25, tertius ergo 1 L P 25 M 20, hoc eſt 1 L P 5, ſed & tertius & primus ſuperant ſecundum 40, quare 2 L P 5 æqualia ſunt 65, & ſublato ſuperfluo 2 L æqualia 60, ſit vnum latus 30, primus itaque eſt 30, ſecundus 25, tertius 30 P 5, hoc eſt 35.

1L, le deuxième 25, le troisième est donc 1LP25M20 soit 1LP5. Mais le troisième et le premier dépassent le deuxième de 40, alors 2LP5 sont égaux à 65 ; enlevant ce qui dépasse 2L égalent 60 ; ainsi l'inconnue est 30. Le premier est 30, le deuxième 25, le troisième 30P5 c'est-à-dire 35.

IV - Problème aboutissant à une équation du second degré

Problema.

Partiamur 12 in duas eiuſmodi partes vt Quadratũ vnius cũ altera faciat 54, Sit vna pars 1 L, altera ergo erit 12 M 1 L, addamus Quadratũ 1 L, hoc eſt 1 Q, ad 12 M 1 L, exiſtent 1 Q P 12 M 1 L æqualia 54, vtrobique addatur 1 L, exiſtẽt 1 Q P 12 æqualia 54 P 1 L, vtrinque demantur 12, reſtabũt 42 P 1 L æqualia 1 Q, ſicque eſt 1 æquatio in hoc canone: addemus ergo quadratũ ſemiſſis 1 hoc eſt $\frac{1}{4}$ ad 42, exurgent $\frac{169}{4}$, quorum latus erit $\frac{13}{2}$, addamus $\frac{1}{2}$ ſemiſſem 1 numeri latẽrũ, exiſtẽt $\frac{14}{2}$ hoc eſt 7, ac tãtus eſt valor lateris, quã igitur partẽ ex 12 fecimus eſſe 1 L erat 7, altera ergo 5, vel 12 M 7 hoc eſt 5, & quidem 49 & 5 faciunt 54.

Partager 12 en deux parts telles que le carré de l'une avec l'autre fasse 54.

Soit 1L une part, l'autre sera 12ML. Ajoutons le carré de 1L, qui est 1Q, à 12ML il vient 1QP12ML égale 54 et en ajoutant L aux deux il vient 1QP12 égale 54PL puis, retranchant 12 il reste 42PL égale à Q. (42 + x = x²) *Cette équation relève de notre règle de résolution : Ajoutons donc le carré de la moitié de 1, soit* $\frac{1}{4}$, *à 42 on obtient* $\frac{169}{4}$ *dont la racine est* $\frac{13}{2}$; *ajoutons* $\frac{1}{2}$, *moitié de 1, coefficient du côté* (latus est l'inconnue côté du carré), *on trouve* $\frac{14}{2}$ *c'est-à-dire 7 qui est la valeur de l'inconnue. Alors nous retranchons ce 1L, qui était 7, de 12, l'autre part est 5 car 12M7 est 5, et on a bien 49 et 5 font 54.*

La règle (canon) évoquée est la suivante : la racine (il n'en est évoqué qu'une) de $a + bx = x^2$ est

$$\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2} - a + \frac{b}{2}$$

(L'autre racine serait ici -6. Mais Descartes répugnait aussi aux racines "sourdes" des équations du second degré).

V - Un autre problème du second degré

La troisième règle invoquée correspond aux équations de la forme $ax = b + x^2$. On peut l'énoncer : "Tu prends le carré de la moitié de a, tu retranches b, tu prends la racine du tout que tu ajoutes à la moitié de a. (Toujours la seule racine positive)".

La notation LV désigne le radical de l'expression qui la suit. L ne désigne pas ici l'inconnue mais a tout son sens de côté du carré Q.

Problema.

Partiamur 20 in duo Quadrata, quorum latera inuicem multiplicata producant 8.

Sit prima pars 1 Q, ſecunda ergo 20 M 1 Q, multiplicemus eorum latera inuicem, fiet L V 20 Q M 1 QQ æquale 8, & Quadratis paribus 20 Q M 1 QQ æqualia 64, & addito vtrinque 1 QQ, 20 Q æqualia 64 P 1 QQ, ſicque exiſtit æquatio proportionalis ad tertium canonem, operare ex eo & habebis 4 & 16 pro valore laterum quę hic ſunt Quadrata, vnum ergo Quadratum ex 20 eſt 4, alterum 16, & eorum latera inuicem ducta gignunt 8.

Partageons 20 en deux carrés dont chaque côté multiplié l'un par l'autre donne 8. Soit la première part 1Q la seconde sera 20M1Q, multiplions les racines de celles-ci, soit LV20QM1QQ égale $8[\sqrt{(20 - x^2)x^2} = 8]$. *En élevant au carré 20QM1QQ égale 64 ajoutons 1QQ aux deux (membres) 20Q égale 64LP1QQ. Ainsi apparaît une équation relevant de la troisième règle. En opérant selon celle-ci tu auras 4 et 16 pour valeur des inconnues lesquelles sont des carrés. Donc un des carrés qui sont dans 20 est 4, l'autre 16 dont le produit des racines donne bien 8.*

Les textes en latin sont la reproduction d'un exemplaire du livre de Gosselin.

Document n° 12

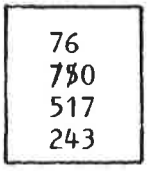
Tout au long de ces pages nous avons essayé d'évoquer plusieurs aspects des mathématiques au cours du millénaire étudié. Mais qu'en fut-il du calcul ? Comment comptait-on ? Ce serait toute une fort longue histoire à conter. Mais nous ne l'étudierons ici que très brièvement.

L'Antiquité avait laissé en héritage presque exclusivement l'abaque et ses dérivés : planche à calcul (poussière ou sable), boulier, jetons. Le calcul à la plume qui nécessitait de savoir tenir la plume et de disposer de papier ne prit que lentement place dans la vie usuelle après la vulgarisation du papier lorsque son prix baissa suffisamment et que l'Occident n'eut plus à l'acheter dans les pays de l'Islam.

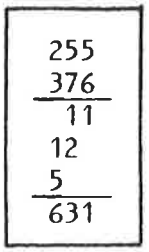
La disposition des opérations dont nous sommes familiers est loin d'être celle du Moyen-Age. Sans entrer dans les détails nous proposons, à titre d'exemple, quelques dispositions relevées dans des manuscrits ou dans les tout premiers livres, laissant au lecteur le plaisir de chercher les justifications...

Addition :

Maximus Planudes au XIVème siècle écrit en suivant une méthode inspirée des Arabes : (517 + 243)
(on commence par la gauche)

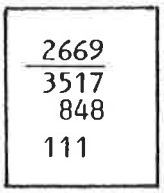


Gemma Frisius au début du XVIème siècle :
(255 + 376)
(on commence à droite).



Soustraction :

Encore Planudes
(3517 - 848)



Duplication et Dimydicion (ou médiation).

Les plus anciens manuscrits tels "The Crafte of Nombrynge" (manuscrit anglais vers 1300) citent ces deux opérations avant la multiplication. Elles

consistent à doubler un nombre ou à le partager en deux (parties égales s'il est pair, différant d'une unité s'il est impair). Cette opération était aisée sur le boulier et ne demande pas grande mémoire à la plume.

On voit de suite le rôle de la duplication dans la première forme de multiplication (Stifel et maints ouvrages du XVIème siècle) (19 x 23)
(tout nombre est somme de puissances de 2)

1	23	
2	46	
·		92
·		184
16	368	
19	437	

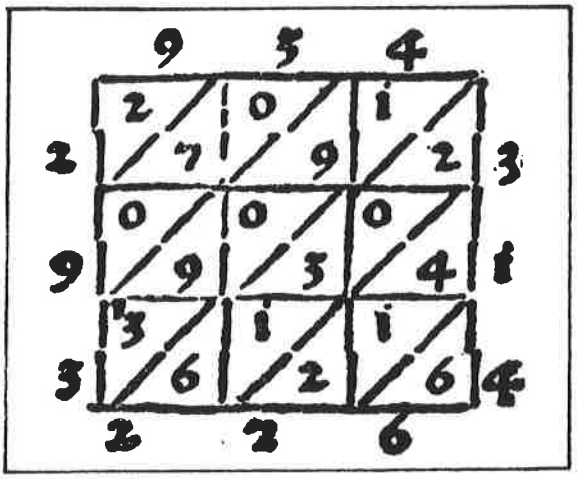
La médiation apparait dans une seconde méthode :
(41 x 49)

$(ab = 2a\ (\frac{b\ -1}{2}) + a)$

41	49	
20		98
10		196
5	392	
2		784
1	1568	
	2009	

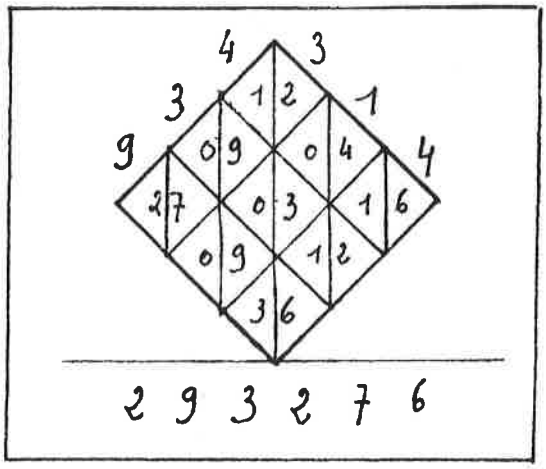
Dans l'"Arithmétique de Trévise" de 1478 on trouve la multiplication sous la forme suivante :

(934 x 314)



On peut opérer dans n'importe quel ordre.

Ailleurs, (à un quart de tour près), cela devient :



puis en intégrant les retenues partielles :

```
  934
  314
 ----
 2802
  0934
   3736
 ------
 293276
```

Notre disposition en découle.

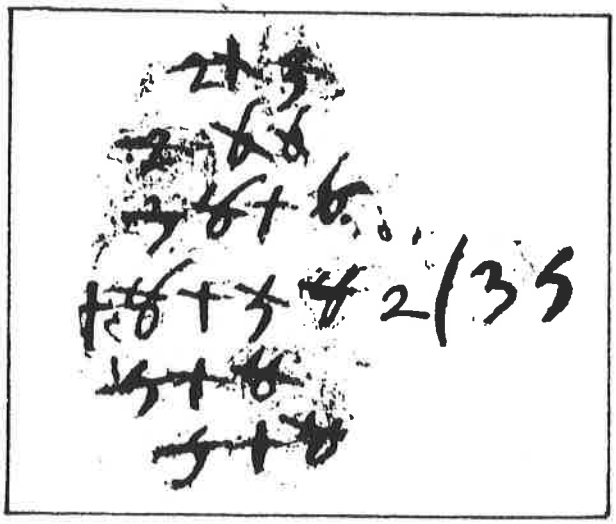
Division :

C'est une opération délicate. Les premiers imprimeurs ont fourni à son sujet des tables de partage, des "comptes faits" et cela pour longtemps. L'un d'eux nous est bien connu, il s'appelait François BARREME...

Fibonacci (XIIIème siècle) puis Planudes opéraient par la méthode "de la galère". Ce dernier nous dit qu'elle est "très difficile à réaliser sur le papier avec de l'encre, mais aisée sur le sable où l'on peut effacer un chiffre avec le doigt et le remplacer par un autre". Il faut croire que la méthode avait quand même du bon, on la retrouve encore au XVIIIème siècle. Leibniz s'en servait.

Nous reproduisons l'une d'elle retrouvée sur un papier du XVIIème siècle.

Il s'agit de diviser 181582 par 518. (On notera les graphies du 5 et du 8). On décrit le diviseur 518 sous 1815. On retranche (3 x 5) de 18 : il reste 3 ; puis, après avoir barré 1, 8 et 5, on retranche (3 x 1) de 31 : il reste 28 ; on barre 3, 1, 1 puis on retranche (3 x 8) de 285 il reste 261 ; on barre et on recommence avec 518 en dessous de 268... etc...



On notera que le calculateur en enlevant (5 x 8) de 68 trouve 30... Il s'est du reste arrêté là... Qu'était-il allé faire dans cette galère ?

Document nº 13

UNE VIEILLE HISTOIRE DES MATHS...

Au début de son "Arithmétique" -datée de 1586- Léon d'Anvers (1) fait mémoire des "Géométriens et Arithméticiens" qui l'ont précédé. Nous reproduisons l'essentiel de ces pages. Cela se présente sous la forme d'un dialogue entre le disciple et son maître.

Chapitre III. *Disciple.*

REcenſez nous, quelqu'vns, s'il vous plait, de ces Arithmeticiens. Car il me prend grand talent, d'en ouir quelque recit, & pource ie vous ſupplie, de prendre la peine, de nous en reciter les principaulx, ou tous.

Maiſtre.

Parquoy ie vous loue à cauſe de telle requeſte, & le feray treſ volõtiers, tant qu'en moy ſera. Ains pour reciter tous les Geometriens & Arithmeticiens, ce ſeroit indicible peine & choſe ſuperflue, voire impoſsible. Tant y a que pour vous cõplaire, & ne faillir en rien, ie m'eſuertueray d'en reciter les plus fameuſes, la memoire deſquels, s'il faire ſe peult, ne doibt iamais eſtre reticeé mais diuulguée à la poſterité. Donc nous les diuiſerons en ſix parties ou ſiecles, dont les premiers ſeront

Dicearchus. Eudoxus. Eupompus. Timoſthenes. Scylax. Dioniſiodorus. Plato. Hippias. Eleens. Theon. Pythagoras.

Peu d'interualle apres iceulx ont le meſme art entretenus, pour le ſecond aage ou ſiecle

Cyrenens. Leodamas. Eratoſthenes. Proclus. Aratus. Nicephorus. Iſacius. Cenſorinus. Ptolomæus. Pappus. Polemon. Mamertinus. Archimedes. Dioniſius. Pauſanias.

Et *Diophantus*, comme il eſt à veoir en ſes lucubrations, qui iournellement ſont entre les mains des Geometriens & Arithmeticiens.

Ains par deſſus tous les aultres eſt fort à honnorer & priſer le paragon Euclides, les 15. liures duquel ſont pour le iourd'huy encore extans, qui traictẽt de la Geometrie & de l'Arithmetique (combien par lignes & non par nombres exprimee) leſquels certainement nul aage ni poſterité ſcauroit ſuffiſamment louer & celebrer

S'enſuiuent cincq du ſiecle troiſieſme, à ſcauoir.

Caj. Halifax. Arnobius. Alexandrinus. Hieron. Adrianus Imp.

Puis *Muris* a fleury longuement apres, lors que les lettres & Muſes furent en haine, & que les guerres les ſupprimerent.

S'enſuit le ſiecle ou aage antepenultieſme.

Iſidorus, Boëtius, Villa Dei, & quelque temps apres les dits auſsi

Nemorarius. I. de Sacrobuſto. Beda auecq l'Autheur [illegible], qui a fait la Margarite Philoſophique. Item *de Beneditis.*

Au penultieſme aage ont veſcus

Pacciolus. Albertus Magnus Nonius. Moriſotus. Beaudouinus. Hyperius. Stiborius. Calaber. Zambertus. Campanus. Bouillus. Tartaglia. Butcon. Daſipodius. Reinholdus. Lazeſius. Cardanus & Fernelius. mais les 6. derniers pouroient bien eſtre nombrez au ſiecle dernier ou vltime.

Le dernier aage ou ſiecle a eu ces ſuiuants.

Maurolycus. Nunſea. I. Rheticus. Rufus. Abb. Hirſangius. Barbarus. Pſellus. Cremonenſis. I. Carolus. Driander. Stapulenſis. Chartophylax. Gramaticus. Penna. Picus. Gauricus. Roſius. Tanſnerus. Finæus. Peletarius. Gemma lequel a laiſſé quelques oeuures en Arithmetique, Geometrie & Aſtronomie, mais plus en euſt il delaiſſé, ne fuſt que l'intempeſtiue mort l'euſt preuenue. Il eſtoit mon conterrain, natif de Doccum.

(1) I.R.E.M. et voir document nº 14.

Forcadelius. Strigelius. Recordus. VValinforth. Iunius. Rogerius.
Suicetus. S.Bredon. Staniſlaus. Carucouius. ThaddeusDun.Leonicerus.
Branduandin.T.Zingenb. Neomagus. Clichtoueus. Th.Morſianus.Sandbechus.
Edon. Hildrichus. Tonſtallus. Eggerdem. Delenius. Morley.
Eraſ.Oſualdus Peurbachius. Glareanus. Hangeſthus. Freigius. Auonius Carmelita.
Micyllus. Io.Demerlier.Gothardus. Io.Gemūdus.Kylingwar. Schouerus.
Vogelinus. Siliceus. Io.Lupus. Scaliger. Luc.Gauricius.Eſchenburg.
Beauſardus. P.Circel. P.de Dacia. Pomp.Aſalus.Richardus. Candeſch.
Ch.Rudolfs. M.Stiffel. Hortegua. Apianus. Moia. Grammateus.
Roche, & Iuan Andres.

Ceulx de noſtre temps ou ſiecle ſont.

Io.Schenbelius. Xylander. Rhegius. Ringelbergius.S.Iacobs. I.Trenchant.
Steimmetz. Kobel. Spanlin. Gulfringen. Kaltenbrun. Hobel.
Rieſen. Riſen. VValliſſer. I.Fortunatus.Borghius. Piſcator.
VVerners. Velpius. Sauona. Hoecke. Goſtinus. Guchtus.
Slichtung. I.Albertus.Raets. Fr.Galigay. Salignacus, & noſtre bon & doct *Menher de Kempten*, auſsi le ſcauant *Michiel Coignet* encore viuant. Item *Iean Paul Friſon* reſidēt à Middelbourg. *Chriſtianus* à Coulogne. Et les renommez Maiſtres d'eſcoles en l'Arithmetique à Anuers, *Pierre Heins, Iean Borrekens, Iacques de Vos, Antoine vanden Broeck*, auecq mes deux familiers amis Iean Raymaker, & Martinus vanden Dijck, leſquels combien que ie les ay mis au dernier rang (comme encore viuans) toutefois ie ne les ay en moindre mais pluſtoſt en maieure reputation, que grande partie de ſuſdits.

On constate qu'il s'agit de listes aussi exhaustives que les moyens de l'auteur le lui permettaient.

Certains noms n'ont pas laissé de traces de nos jours. Pour d'autres les voisinages nous étonnent.

Diccarchus : Diccarque fut géographe et philosophe vers -300.

Eleaus : est-ce Zenon d'Elée (-Vème siècle) ?

Timosthene ! Démosthène ?

Dans l'"aage antépénultiesme" :

Isidore (de Séville) : VIIème siècle, Boèce : VIème siècle, Villa Dei ?

Nemorarius : Jordanus fut général des dominicains en 1222,

Sacrobosco : traducteur de science arabe, XIIIème siècle,

Bède : VIIIème siècle,

La Margarite philosophique fut publiée en 1503 par Reisen cité dans "Ceulx de nostre temps".

De même au "pénultièsme aage" :

Paccioli est mort en 1509 et Albert le Grand en 1280. Campanus (de Novare) est du XIIIème siècle et Bouillus (Charles de Bouelle) début XVIème siècle.

Fernelius qui le premier mesura entre Paris et Amiens un degré de méridien avec une étonnante précision fut médecin de Henri II et Dasypodius qui calcula l'horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg ne mourra qu'en 1600... siècle ultime être !

Document n° 14

RETROSPECTIVE

Souvent les bibliothèques des villes de province, éloignées des universités, renferment de précieux ouvrages qu'un amateur peut exploiter sans peine et avec grand profit.

Le présent article a été réalisé à l'aide des ouvrages des bibliothèques d'Auxerre.

Voici quelques témoins se rapportant à notre étude des débuts de l'imprimerie scientifique. Il ne s'agit que de mettre à la disposition du lecteur des documents assez peu répandus afin que celui-ci s'imagine,

"Dedans Paris, ville jolie
un jour passant mélancolie" (*),

en échoppe de libraire, rue des francs bourgeois Saint Michel ou au second pilier de la grand salle du Palais, butinant pages en livres de sçavoir voisinants beaux oeuvres de Marot, Ronsard et Rabelais, lors qu'Henri ou François de Valois règne sur le pays.

(*) Début d'un poème de Clément Marot à Anne d'Alençon.

Premier témoin : un incunable **Geometrie**

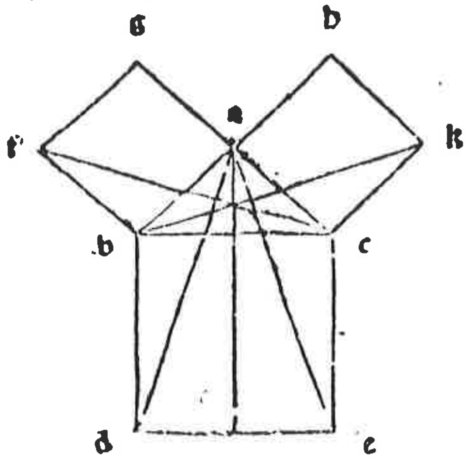
Dans l'engouement assez naturel pour une nouveauté prometteuse, un peu tout ce qui tombait sous la main de l'imprimeur était édité.

Ici, à Venise, on disposait d'un manuscrit attribué à Boèce (1) en tant que traducteur d'une géométrie d'Euclide. Une étude moderne révèla que cela était faux et qu'il ne s'agissait que d'une compilation du haut Moyen-Age.

On y trouve des résultats et quelques exemples de calculs.

¶ In his triangulis: in quibus unus rectus est angulus: que rectiangula nominamus: quadratum quod a latere rectum angulum sub tendente describitur: equum est his quadratis: que a continentibus rectum angulum lateribus conscribuntur.

Dans un triangle qui a un angle droit que nous appellerons rectangle, le carré construit sur le côté opposé à l'angle droit est égal aux deux carrés construits sur les côtés de l'angle droit.



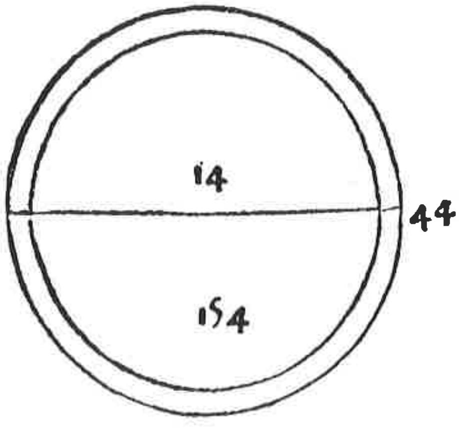
Suit la figure, les angles ne sont pas tous droits... les carrés non plus. Les droites accessoires rappellent certes la démonstration (par équivalence d'aires) mais celle-ci ne figure pas (est-elle perdue ?).

Sans doute le dessinateur, et le graveur, ne savaient-ils pas lire et le "producteur" n'était pas exigeant !

Plus loin, l'article sur le cercle : De circulo Rubrico.

¶ De circulo Rubrica :

Et quia de angularibus figuris studioso lectori sufficienter disputavimus. Restat ut breviter de circunductione spere vel circuli explicemus. Ponatur circulus itaque . xliiii. pedibus in circunductione designatus. Diametrus autem. xiiii. pedum protensionibus describatur. Cuius summa si per se excreverit. cxcvi. nascentur. hos per. xi. multiplicans. ii. clvi. efficies. quorum quartadecima pars. idest. cliiii. aream huius circuli pandit: ut infra potest cerni. Est alia huius circuli inveniendi embadalis spatii ratio sumatur enim circunductive quantitatis medietas. vel. xxii. que est medietas Et per medietatem diametri idest per. vii. multiplicetur: et quod ex hac multiplicatione provenerit: embadum pandit. (2)



(1) Homme d'Etat, philosophe, poète et mathématicien, persécuté puis éxécuté en 524 à Pavie par le roi visigoth Théodoric dont il avait été ministre. Voir première partie.

(2) C'est nous qui avons souligné les mots cités dans le texte.

Il est seulement dit :

Si on donne un cercle de 44 pieds de circonférence alors le diamètre mesure 14 pieds. Quant à l'aire on l'obtient en multipliant la demi circonférence soit 22 par le demi diamètre 7 donc 154.

Et c'est tout pour le cercle.

On remarquera aussi combien l'écriture des nombres est peu assurée.

Le texte sur les calculs relatifs au triangle isocèle parle de la mesure des côtés égaux 25 ou XXV. La mesure de la base quatorze (quatordecim) et la demi-base (medietas basis) : 7. La hauteur (cathetum) mesure XXIIII.

On utilise le théorème de la géométrie d'Euclide (Pythagore ?)

XXV au carré : DCXXV

moins : XLVIIII

c'est : D76

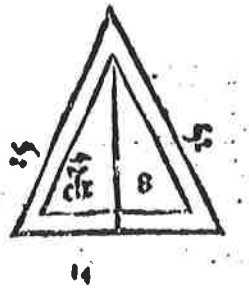
L'aire vaut VII fois 24 soit 168.

Mais on lira la figure :

un côté : 25 l'autre : 52 !

comme la hauteur 42 ! et l'aire CLX 8...

¶ Isosceles autem: qui ab euclide geometrice peritissimo duo tantũ latera hſis equalia eſt determinat⁹ ſecundus in ordine trigonorum conſtituitur. Cuius ſi latera bina imparibus numeris. i. 25. protendantur pedibus: quatuordecim pedalia ſpatia baſis habere pernotatur: Reſtat igitur vt quot pedes arealis cathetus colligat: requiramus. ſi vero medietas baſis, hoc eſt. 7. per ſe multiplicetur. 49. naſcentur. Menſuram autem vni⁹ lateris ſi per ſe ideſt. xxv. multiplicaueris. D. c. xxv. Reddes: ex quibus ſi. xlviiii ſeposueris. D. 76. relinquuntur. Quorum ſi latus acceperis. xxiiii. erunt tot pedibus cathetum huius trigoni conſtat protendi. Area autem quot pedes habeat: ſic eſt faciendum vt inueniatur. Medietas rurſum baſis ſumenda eſt ideſt. vii. quos. vii. ſi per cathetum ideſt per. 24. multiplices: 168. efficies: tot pedum eſt ſupradicti trigoni area.



(inversion des caractères)

Il est vrai qu'à la page suivante du même ouvrage 784 est écrit :

D.200 84.

(On pourra se reporter au document n° 5 concernant les variétés des écritures des nombres).

1506 - Carolus Bovillus

¶CAROLI BOVILLI SAMAROBRINI LIBELLVS DE MATHEMATICIS

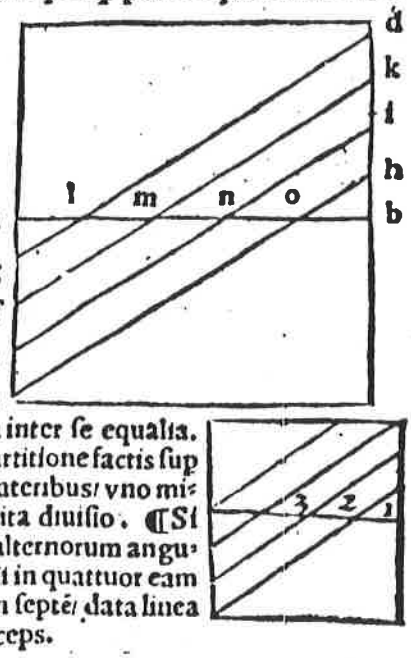
Le Picard Charles Bouelle, professeur de théologie à Noyon écrivit divers ouvrages de mathématiques. Nous avons relevé deux passages de ceux-ci.

Bouelle écrit : *"On sait partager une ligne droite en deux parties égales, Euclide l'a démontré ; mais comment partager en plusieurs parties égales ?"*

I

REctam lineam in quotlibet partes eqtiales diuidere.

¶Quo pacto rectã lineã liceat in duo equa partiri: demõstrat Euclides. Quo autem modo sit quotlibet equalium partium numero diuidenda: hactenus quod norim proposuit demonstrauitq; nemo. huius tamẽ scientia: haud parum Geometricis conducit disciplinis. Nam frequentiuscule in geometricis demonstrationibus: expetitur recte linee quãtalibet sectio atq; diuisio. Si igitur recta linea a b: in quinq; partes equas diuidenda.



Super puncta a et b educo in diuersam partẽ: duas perpendiculares cuiuscũq; quãtitatis (Nã nil differt debent tamen esse inter se equales) a c et b d. que super lineã a b: creant rectos angulos coalternos c a b et a b d. Partior deinde ambas lineas a c et b d: in quattuor partes equales a e in punctis e f g: b d vero punctis h i k. Et duco lineas quattuor: c h e i f k et g d. quib9 ppposita linea a b: erit in quinq; partes equales secta atq; diuisa: in punctis l. m. n. o. ¶Huius enim rationẽ facile colligo per lineas equidistantes et coalternos angulos. Erunt enim linee c h e i f k et g d: inuicem equidistantes. quare et coalterni anguli qui ab ipsis super lineam a b: in punctis l m n o facti sunt: erunt equales: et intercepte inter equidistãtes linee c l l m m n n o et o b: angulorum coalternorum latera inter se equalia. ¶Et eodem modo procedetur in quãtalibet recte linee partitione factis super eam diuersa ex parte rectis angulis coalternis eorũq; lateribus vno minore numero equaliter sectis: q̃ sit proposite linee expetita diuisio. ¶Si enim diuidenda est proposita linea ternario: partire coalternorum angulorũ perpendicularia super datã lineã latera binario. Si in quattuor eam partiri volueris: eadẽ latera in tria sunt partienda. Si in septẽ data linea est diuidenda: latera eadem diuide senario. Et ita deinceps.

Il propose alors, avec justification, une méthode. Peut-on à son sujet parler de récurrence ?

Pour diviser en cinq parties égales, on élève aux extrémités ab du segment deux perpendiculaires elles-mêmes partagées en quatre parties égales et on mène les parallèles équidistantes. Or pour diviser en quatre parties égales on peut utiliser le même procédé avec des perpendiculaires partagées en trois et pour partager en trois...

Il termine :

"Si en sept la ligne donnée doit être partagée de même sur les côtés on divise en six".

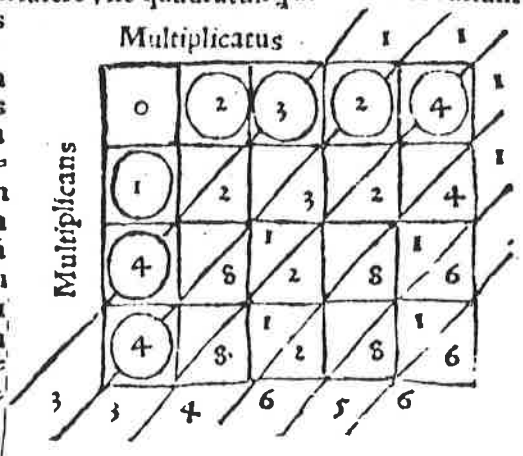
Et ita deinceps...

Ailleurs Bouelle présente un procédé pour effectuer une multiplication. Ce procédé vient, on le sait maintenant, des Arabes. (Il précède les baguettes à multiplier de Napier).

Pour multiplier 144 par 2324 on dresse un rectangle de 5 cases sur 4. Les nombres sont écrits dans les cases marginales, un chiffre par case. Les autres cases sont coupées par des diagonales parallèles. 4 fois 4 égale 16, on écrit le produit dans la case intersection de la ligne et de la colonne correspondantes, unités en bas, dizaines en haut. De même 2 fois 4, 3 fois 4. (Peu importe l'ordre des opérations, du reste). Ensuite on additionne selon les diagonales, le résultat s'écrit à l'extérieur du rectangle. Il y a place pour les retenues. Ainsi 144 x 2324 = 334 656.

59 ¶ Multiplicationis modus promendus eſt: maiorib⁹ numeris / vt perfectis eliciendis: vulgato modo accommodatior.

¶ Is quo paſſim vtuntur multiplicationis modus: in ingentioribns/numeris/confuſionem facile parit. ob eas vnitates que priuſq; ſcribantur: mente ſunt reſeruande. Hic autem quem promemus: illo et certior et apertior eſt: nullaſq; menti commendat vnitates. ¶ Sit igitur numerus quicunq; vt 1 + 4: in alium quēuis: vt in 2 3 2 4: multiplicandus. Diſpono ambos numeros per ſuas vnitates/in angulo recto. cuius anguli recti vertex/ſit hec nota (c) que in numeris nichil exprimit. ita vt hec nota c / precedat vtriuſq; numeri caput/capitalē ue notam. Deinde compleo totius recti anguli/parallollegrāmum. quem ſecundū vtriuſq; numeri vnitates: per rectas lineas partior/in minores quadratos. Si enim ambo numeri fuerint (notarum ſuarum numero) equales: totus parallollegramus erit quadratus. Si inequales: erit altera parte longior plurelq; fient latere vno quadratuli q̄ alio. Diuido rurſum minores mediosue quadrates per dyametros ductas a toti⁹ parallollegrāmi ſiniſtro inferiore angulo/ad eiuſdem angulum oppoſitum ſcilicet ſuperiorem dextrū. haſq; dyametros protendo in vtramq; partem/extra totum parallollegrammum/vni⁹ minorum quadratorum ſpacio. ¶ Duco igitur imprimis primam vnius notā/ in primā alterius: ſcilicet vnū in 2. et productū 2 : ſcribo in angularis ambarū notarum quadrati inferiore triangulo. Deinde eandem/ſiniſtri numeri primam notam 1 duco in alterius: ſcilicet ſuperioris ſecundam vt in ternarium. Et productum tertium/ſcribo rurſum in angularis ambarū notarū quadrati inferiore triangulo. Rurſum eādem/duco in tertiam vt in 2: productumq; binarium/in angularis earum quadrati inferiore triangulo diſpono. Poſtremo duco eandem in quartam/vt 1 + et productum + / eodem modo in angularis quadrati iferiore medietate ſtatuo. Rurſum ſecundam ſiniſtri numeri figuram + / duco in ſuperioris primam 2: et in angularis quadrati inferiore medietate: productum 8 ſcribo. Eandem ſecundam/duco in alterius ſecundam 3: et producti duodenarij ambas notas/in angulari ſcribo quadrato: in ſuperiore eius triangulo vnitatem in inferiore vero 2. ¶ Et ita perge multiplicans quodlibet vnius in quodlibet alterius: quoaduſq; totus vnus numerus/in totum alium ductus ſit. Nam quicunq; numerus ex vnius note in aliam ductu concreſcit: in angulari ambarum notarū quadrato/eſt collocandus. Si inferior denario fuerit in inferiore triangulo: ſi denarius aut denario maior conſtans tamē ſimplici figura: i ſuperiore eius triangulo. Si vero duas notas habuerit: ſuperiorē in ſuperiore triangulo: inferiorem vero in inferiore: collocare debes. Hoc enim pacto nichil mente ſeruandum eſt: ſed productus numerus illico ſcribendus.



¶ Perfecta autem multiplicatione tota: addendi ſunt ſimul cuncti numeri qui inter parallelas et eqdiſtātes dyametros cōtinētur. Et qd ex corū additiōe denariū ſupat: ferēdū ē ad ſuperiores dyametros/parallelas: et in earum interuallo/ac ſpacio collocandū: quoaduſq; totam collegeris producti numeri ſummam. ¶ Eſt autem inchoanda huiuſmodi additio/ab angulo dextro inferiore: aſcendendo ad oppoſitum angulum. Numerus quippe qui eſt in vltimi angularis quadrati inferiore triangulo: per ſe ſumendus eſt: et ſtatuendus pro vltima et inferiore figura/colligende ſumme. vt numerus .6.

Tout est expliqué et justifié dans le texte... mais encore en latin dans cet ouvrage.

Mais le public ne lisant pas, ou mal, le latin commence à intéresser les imprimeurs-libraires. Aussi, trouve-t-on des ouvrages dans lesquels langue vernaculaire et latin, voire grec, se côtoient.

Un curieux ouvrage de 1529 en témoigne.

Son nom "Champfleury", son auteur un certain Tory. On y trouve de tout. En effet beaucoup couchent sur le papier tout leur savoir, grand ou modeste. Ces livres furent certainement utiles à ceux qui sachant juste lire et écrire avaient soif des connaissances que le livre répandait.

Relevons ici ce passage de définitions de géométrie. Latin et grec ne sont-ils pas là comme garantie ?

Euclides

» PVnctus, dit Il, eſt cuius pars nõ eſt. Ceſt a dire. Le point eſt vng ſigne qui
» ne peut eſtre diuiſe. Et cõme dit meſſire Charles Bouille en ſa Geometrie Charles
en Francois. Le point ne ſapelle ne quantite ne meſure, mais le terme de tou- Bouille. (3)
te quantite, le quel na longueur ne largeur, ne parfond. Le point

La Li-
» LInea. dit Euclides, eſt longitudo ſine latitudine, cuiuſquidem extremitates gne.
» ſunt duo puncta. La Ligne eſt vne longueur ſans largeur, de la quelle les
extremites ſont deux points. & comme dit Bouille. La ligne eſt la premiere/ & Aulus
» la moindre quantite de toutes ayant ſeulle longueur ſans largeur ne parfond, Gellius.
» ainſi comme eſt. A ——————— B. Aulus Gellius au. XX. Cha
» pitre de ſon premier liure, pareillement dit, Linea autem a noſtris dicitur, quã Linea
» ΓΡΑΜΜΗΝ, Græci vocãt. Eam. M. Varro ita definit. Linea, eſt Inquit, longi Illatabi-
» tudo quædam ſine latitudine, & altitudine. Ευκλειδης, autem breuius, præter lis.
» miſſa altitudine. ΓΡΑΜΜΗ, eſt inquit, μηκος απλατες. Id eſt longitudo illa
» tabilis. quod exprimere vno latine verbo non queas, niſi audeas dicere, Illata- Varro.
bilis. Ceſt a dire. Ce q̃ les Latins diſent & appellent Linea. les Grecz la diſent
γραμμην. Marc⁹ Varro la diffinit & deſcript aiſi. La ligne, dict il, eſt vne cer- Euclides
taine lõgitude ſãs latitude ne altitude. Euclides auſſi la deſcript pl⁹ bref, en laiſ
» ſant latitude, quãt il dit, γραμμη εστι μηκος απλατες. Ceſt a dire. La li
gne, eſt vne longueur Illatable, & qui ne peut eſtre elargie, La quelle choſe ne Ligne
pouues bonnement dire en langage Latin, ſi vous ne vous hardiez de dire, droitte.
Illatabilis.

C'est alors qu'un désir de mieux remonter aux sources, qu'une recherche plus poussée appelèrent l'impression de livres au texte plus rigoureux. C'est ainsi qu'en 1573, paraît à Paris, chez Hieronymum de Marnef, à l'enseigne du Pellican, un "Euclide" en latin et en grec qui veut, livre par livre, donner l'enseignement du géométre grec. On y trouve des définitions, des problèmes -en grec puis en latin : theorema. C'est un livre de théorèmes, ces théorèmes qu'on apprenait par coeur. Aucune démonstration n'y figure, c'est une sorte d'aide mémoire, de qualité.

(3) Il s'agit de Charles Bouelle dont nous venons de parler.
- Aulu Gelle, érudit latin du IIème siècle. La citation faite ici paraît inconnue.
- Marcus Terentius Varro, mort en 28 avant Jésus-Christ, érudit latin auteur d'un "De Mensuris", source de compilations.

Des définitions :

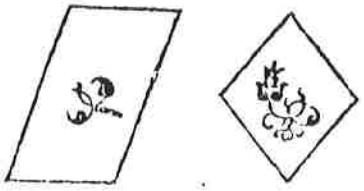
Le losange (Rhombus) *est le quadrilatère aux côtés égaux mais qui n'est pas rectangle. Les autres quadrilatères sont appelés : trapèze, ...*

λβ

Ῥόμβος δὲ, ὁ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32

Rhombus autẽ, quæ æquilatera, sed rectangula non est.

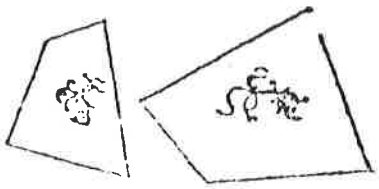


λδ

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα, τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34

Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ, trapezia appellentur.



Un théorème :

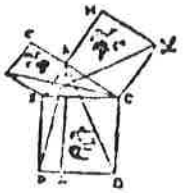
Le théorème de Pythagore.

μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theor. 33. Propo. 47.

In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.



On remarquera : la numération littérale grecque : (4)

λ = 30	β = 2	λβ = 32
	δ = 4	λδ = 34
μ = 40	ζ = 7	ζμ = 47

Les petits dessins en forme de pampre de vigne, qui sont là pour meubler les blancs des figures, sont les premières "vignettes". Elles furent ensuite utilisées par les imprimeurs en fleuron ou en cul-de-lampe (viñeta en espagnol). Le mot glissa ainsi vers son usage actuel.

Dans le même temps du retour aux sources pour gens de sçavoir, bourgeois et commerçants voulurent s'instruire ou du moins faire instruire leurs enfants et successeurs. En effet le livre avait été d'abord un appel à apprendre à lire qui maintenant portait ses fruits. Ce sont alors des livres de pratique qui virent le jour. Livres dans lesquels il est surtout question de méthodes. Après un exposé de celles-ci, suivent beaucoup d'exemples pratiques. Ce modèle se perpétuera longtemps,

(4) I.R.E.M.

telles, jusqu'au XXème siècle, les "arithmétiques" de l'enseignement primaire.

Témoin ce livre polylingue en latin, flamand et français. "De l'arithmétique de Eduard Léon, natif de Leeuwarden en Frise, citoien d'Anvers et à présent maistre d'Escole à Harlem en Hollande" imprimé en 1586 ; il répond aux besoins des riches cités flamandes et rhénanes (5).

On notera au passage la devise de l'auteur : "Fide sed vide" (Crois mais vois).

Nous avons extrait trois problèmes. Des symboles commencent à apparaître, un langue algébrique nait.

"ꝛ" est l'inconnue, "ʒ" son carré

"÷" est le signe moins, il n'y a pas de signe pour l'égalité.

L'aggregat est la somme ; quant à la "cofs" (lire coss) c'est l'algèbre, la science de la "chose" (6).

726. Deux chargent 2 bateaux de draps en Angleterre. A, a 70 draps au premier bateau, dont il paie au peager 12 draps + 2 £. de Sterlins. B, aiãt chargé 170 draps, paie au gabellier 30 draps. Parquoy il luy rend 10 £. Sterlins. La question est apres la valeur d'vn drap? Facit $17\frac{1}{3}$ £.

$$\frac{7\cancel{0} - - 12\,ꝛ + 2 - - 17\cancel{0}}{\text{Facit } \frac{204\,ꝛ + 34}{7}} \qquad \frac{\frac{204\,ꝛ + 34}{7} \text{ esgaulx à } 30\,ꝛ \div 10}{\frac{204\,ꝛ + 34 \text{ à } 210\,ꝛ \div 70}{\frac{104 \text{ à } 6\,ꝛ}{17\frac{1}{3}\,£. \text{ à } 1\,ꝛ}}}$$

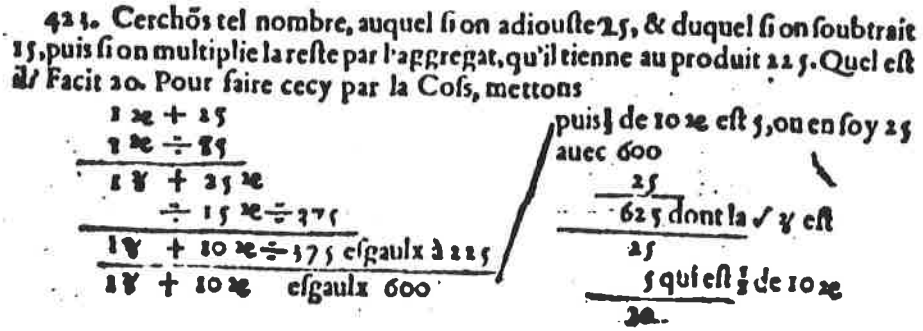
On notera ici la "règle de trois" préalable pour évaluer l'équivalence des frais pour 170 draps par rapport à ceux pour 70 draps et la simplification par dix (les zéros barrés). On payait souvent le transport en nature à cette époque.

727. Vn marchaud voulant faire 3 voiages prend auec certain argent. En A, il despend les $\frac{3}{5}$ de son argent ÷ 10 fl. En B, il debourse $\frac{1}{4}$ de la reste + 6 fl. En C. il despend $\frac{4}{9}$ de la reste de son argent ÷ 5 fl. Finalement retournant en son logis, il trouue 20 fl. de reste. Combien d'argent auoit il prins auec de son logis? Fac. $56\frac{2}{5}$ fl. Or de 1 ꝛ tirons $\frac{2}{5}$

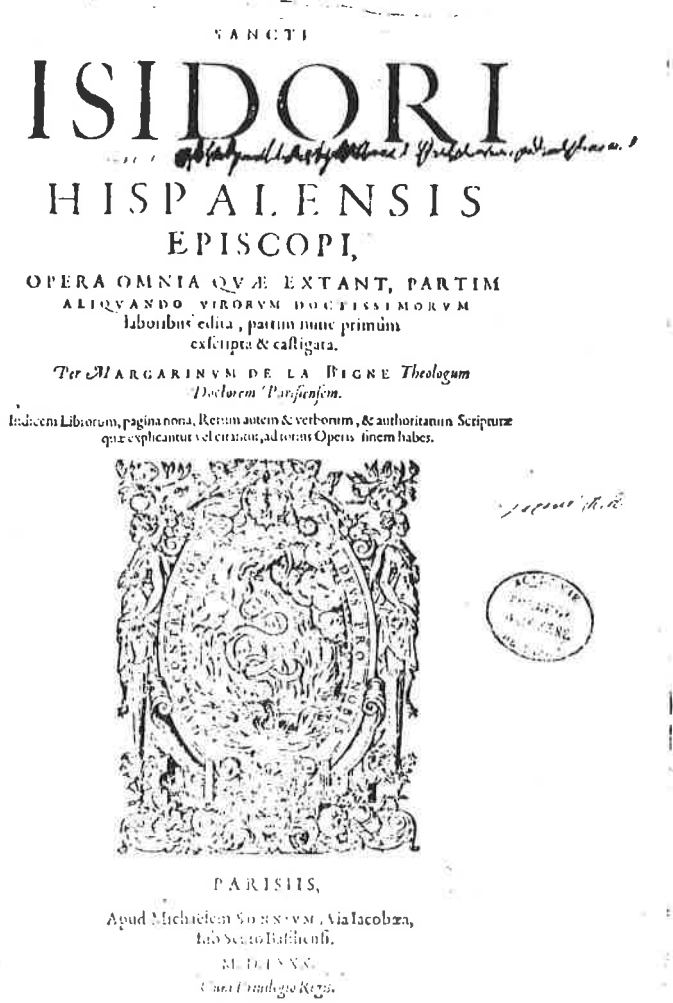
$$\frac{\frac{1}{5}\,ꝛ + 10, \text{ dont } \frac{1}{4}\,ꝛ + 6 \text{ tirez, si restẽt } \frac{45\,ꝛ + 1050}{180} \text{ ou } \frac{3\,ꝛ + 70}{12}}{\frac{\frac{3\,ꝛ + 70}{12} \text{ esgaulx à } 20}{\frac{3\,ꝛ}{1\,ꝛ} \text{ à } \frac{170}{56\frac{2}{5}\text{ fl.}}}}$$

(5) et (6) I.R.E.M.

Second degré :



Au début de notre ouvrage nous avons évoqué le rôle joué tout au long de l'époque envisagée par les "Etymologiae". Au terme de la promenade dans notre librairie, voici l'édition de 1580 de l'oeuvre d'Isidore de Séville : première page (réduction) et articles étudiés dans la première partie (il n'y a plus de figures). On comparera.


SANCTI

ISIDORI

HISPALENSIS

EPISCOPI,

OPERA OMNIA QVÆ EXTANT, PARTIM
ALIQVANDO VIRORVM DOCTISSIMORVM
laboribus edita, partim nunc primùm
excerpta & caſtigata.

Per MARGARINVM DE LA BIGNE *Theologum*
Doctorem Pariſienſem.

Indicem Librorum, pagina nona. Rerum autem & verborum, & authoritatum Scripturæ quæ explicantur vel citantur, ad totius Operis finem habes.

PARISIIS,

Apud Michaëlem SONNIVM, Via Iacobæa,
Sub Scuto Baſilienſi.

M. D. LXXX.

Cum Priuilegio Regis.

De vocabulo Arithmetice disciplinæ.

ARITHMETICA est disciplina numerorũ. Græci enim numerum ἀριθμὸν dicunt. Quam scriptores secularium literarum inter disciplinas mathematicas ideò primam esse voluerunt, quoniam ipsa vt sit, nulla alia indiget disciplina. Musica autẽ & geometria & Astronomia quæ sequuntur, vt sint atque subsistãt, istius egent auxilio.

Secundum verò geometriam ita quæris. Extrema multiplicata tantum faciũt, quantum & media multiplicata, vt puta, vj & xij multiplicata facient septuagesies dipondius, media, viij & ix. multiplicata tantundem faciunt. Secundum musicam ita: Qua parte superat medius primum, eadem parte superatur medius ab extremo, vt puta, vj & viij. duabus partibus media superant: quæ duæ partes tertia media viij. superantur ab vltima nona.

Sphæra est figura in rotũdum formata, partibus cunctis æqualis in solidum.

Cubus est figura propria solida: quæ longitudine & latitudine & altitudine continetur in solidum.

Cilindrus est figura quadrata, habens superius semicirculum in solidum.

Conon: figura quæ ab amplo in angustum finit, sicut orthogonium.

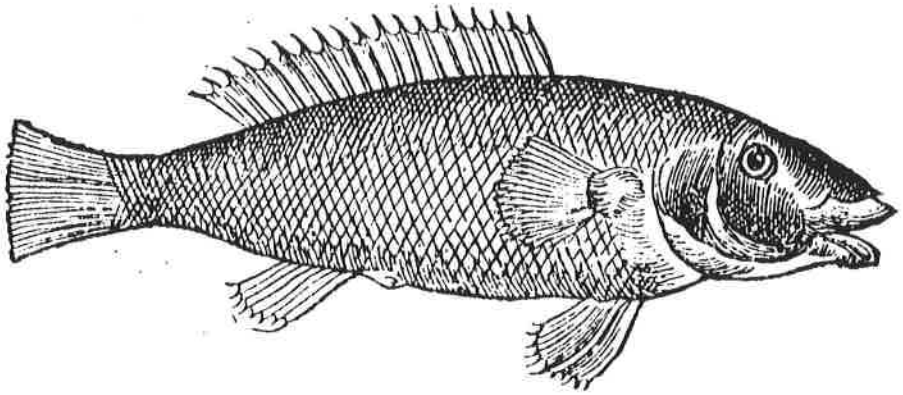
Piramis est figura, quæ in modum ignis ab amplo in acumen consurgit.

Ignis enim apud Græcos πῦρ. appellatur. Si-

Mais les premières éditions scientifiques ne se limitaient pas à arithmétique, algèbre et géométrie. A fin de preuve nous joignons ici quelques reproductions diverses prises dans les ouvrages contemporains des précédents.

Coſſiphos, *en Grec*: Merula, *en Latin*: Merlo, *en Italien*: *lon pourroit dire*, Merle de mer.

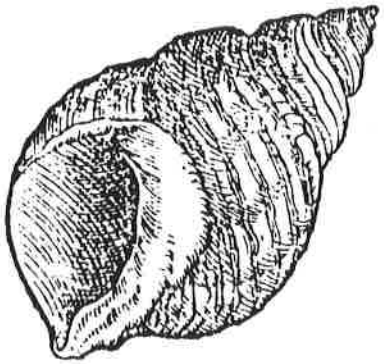
En français dans un ouvrage de 1556 consacré aux poissons...

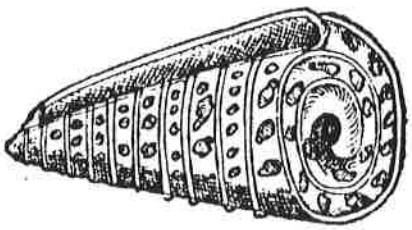


Le poiſſon Pic.

Tout ainſi que l'oiſeau, nommé un Pic, *eſt coulouré de blanc, de noir, & de rouge: auſſi une eſpeœ de poiſſon ſaxatile, different a toutes autres en œrpulenœ, meurs & bigarrures, eſt nommé a Marſeille un* Pic. *Il eſt bien vray que commaneement ils ne le diſtinguent d'auec les* Roquaux, *lequel pourœ que ie l'ay paſſé legierement, ſans auoir obſerué toutes ſes particularitez, me ſuffit d'en auoir touché legierement œſte petite mention.*

Pourtraict du Limaces de mer, que Pline nomme Cochea marina.



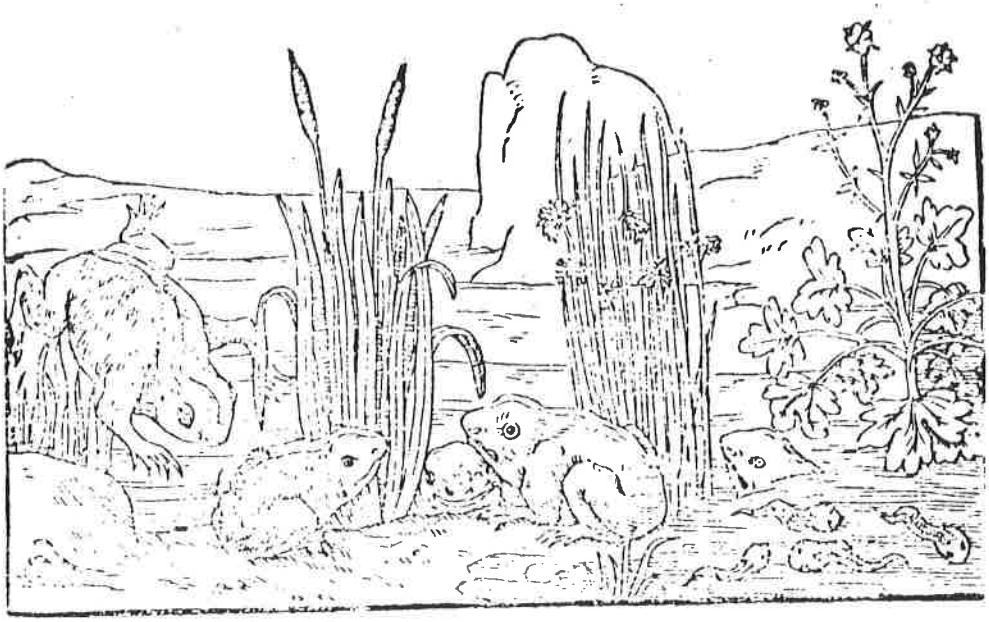


Du Nombril de mer.

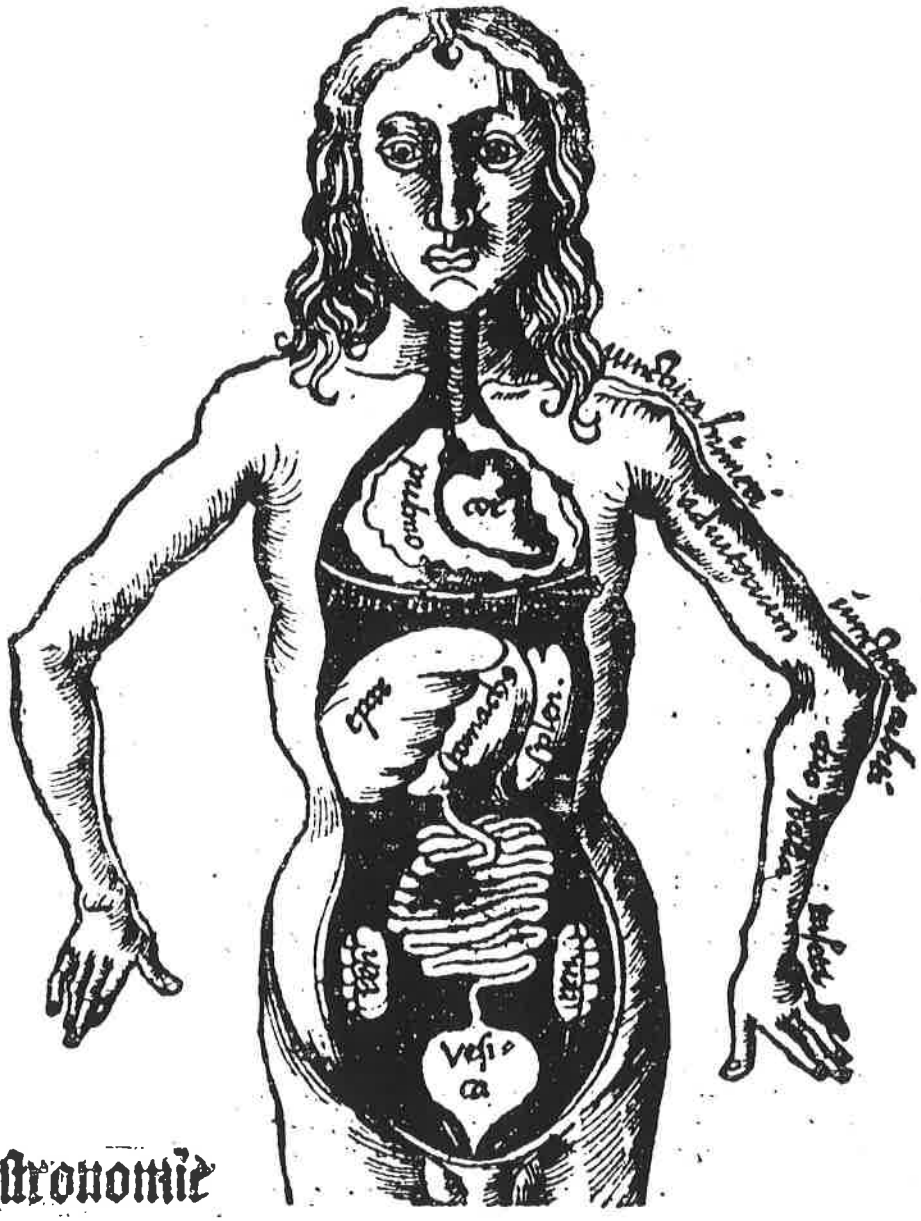
Ce qui eſt attaché a la chair de œ Limaces, dont eſt queſtion, ſe nomme en toutes bouticques des marchands & apothicaires, Vmbilicus marinus, *mais les orfebures nõment toute la coquille* Febue de mer.

De Ranis.

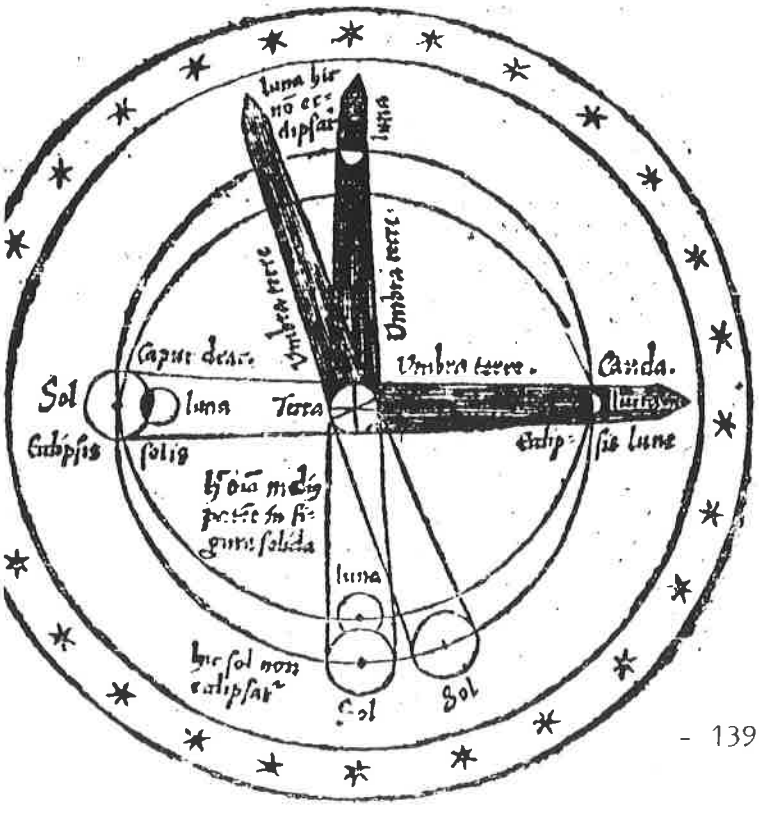
Dans un autre "De natura aquatica" (en latin) de 1558.



De la "Margarita philosophica". Une encyclopédie de poche (format 21 x 15) édition de 1508, cette planche d'anatomie.



et cette explication des éclipses.



On remarquera qu'ici les caractères sont gothiques. Le texte est en latin.
Bien entendu la terre est fixe et le soleil, comme la lune, tournent en cercle autour d'elle. Mais ceci est une autre histoire...

BIBLIOGRAPHIE

On consultera à ce sujet le bulletin inter-IREM n° 18, consacré à l'histoire des mathématiques. Il constitue la plus complète bibliographie en histoire des mathématiques.

A - Ouvrages généraux

DAHAN-PEIFFER	Routes et dédales - (Points Sciences - Seuil)
Collectif	Le matin des mathématiciens (Belin)
BECKER et HOFMANN	Histoire des mathématiques - Traduction française (Lamarre)
COLLETTE	Histoire des mathématiques - Tome I (Vuibert)
B. LEFEBVRE	Histoire des mathématiques - Antiquité Moyen-Age (Société scientifique de Louvain)
MONTUCLA	Histoire des mathématiques (Réédition Blanchard) - deux siècles d'existence mais toujours enrichissant.
Collectif IREM	Mathématiques au fil des âges (Gauthiers-Villars)

En langue anglaise :

SMITH	History of mathematics (Boover)
CAJORI	A history of mathematics (Chelsea)
GRANT	Source book in medieval science (Harvard University Press).

B - Ouvrages se rapportant plus spécialement à l'une ou l'autre partie mais non spécialement aux mathématiques :

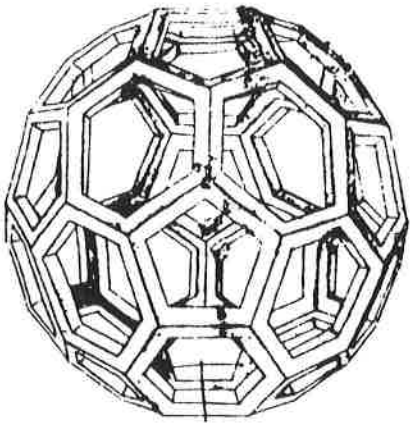
P. RICHE	Les carolingiens (Hachette)
P. RICHE	De l'éducation antique à l'éducation chevaleresque (Flammarion)
P. RICHE	Ecoles et enseignement dans le haut Moyen-Age (Aubier)
P. RICHE	Gerbert d'Aurillac (Fayard 1987)
E. PAGNON	La vie quotidienne en l'an 1000 (Hachette)
P. WOLF	L'éveil intellectuel de l'Europe (Points Seuil)
G. DUBY	L'an mil (Archives - Juillard)

J. LEGOFF	La civilisation de l'Occident médiéval (Arthaud)
G. GIMPEL	La révolution industrielle au Moyen-Age (Points Seuil)
S. GOENEE	Les universités françaises (Picard)
"La Recherche"	nº 136 -Septembre 1982
P. DUHEM	Le système du monde (Hermann)
A. KOYRE	Le vide et l'espace infini au XIVème siècle
G. BEAUJOUAN	La science dans l'Occident médiéval chrétien (P.U.F.)
E. GILSON	La philosophie au Moyen-Age (Payot)
M.D. CHENU	La théologie comme science au XIIIème siècle (Vrin)
A. VIRIEUX-REYMOND	Les grandes étapes de l'épistémologie jusqu'à Kant (Patiño)
A.C. CROMBIE	Histoire des sciences de Saint Augustin à Galilée (P.U.F.)
J. DELUMEAU	La civilisation de la Renaissance (Arthaud)
B. GILLES	Les ingénieurs de la Renaissance (Points Seuil)
U.N.E.S.C.O.	Histoire de l'humanité Tome VI
L. GENICOT	Les lignes de faîte du Moyen-Age (Castermann)
P. SERGESCU	Origines de la science exacte moderne (Sedes)
T. LEVY	Figures de l'infini (Seuil) 1987

C - L'Institut de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques de Dijon a publié, dans le même esprit que ce travail, des brochures concernant l'histoire des mathématiques et consacrées à certaines questions évoquées ici. Voici la liste de celles correspondant aux renvois "I.R.E.M." :

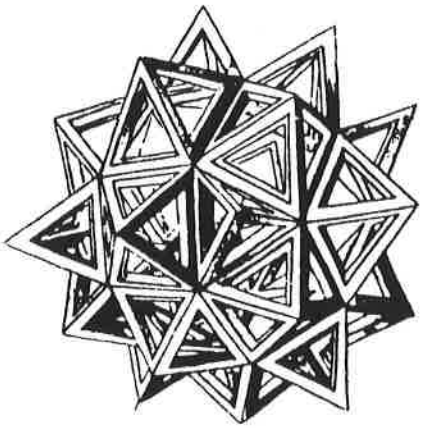
Egale zéro : petit historique des équations.
Choses d'algèbre : aperçu historique des notations.
Pages et calculs choisis de Blaise Pascal.
Léon d'Anvers : une arithémtique du Moyen-Age.
Calculus populusque romanus : le calcul au temps des Romains.
Comptes grecs : le calcul au temps des Grecs.
Mathématiques et Islam.
Mathématiques in "Epistemologiae" d'Isidore de Séville : traduction française avec reproduction d'un manuscrit du XIIème siècle.

Dessins de Léonard de Vinci



Polyèdre convexe semi-régulier : on démontre que les faces, si elles ont la même forme (pentagone) ne peuvent avoir mêmes dimensions car leur nombre dépasse vingt (résultat connu de Platon).
S'agit-il d'une fiction graphique pour montrer une illusion d'optique et faire croire à la régularité ?

Même remarque pour le polyèdre "étoilé".
On admirera la maîtrise de la figuration de l'espace !



Directeur de la publication :

J.C. CORTET, Directeur de l'IREM
Université de Bourgogne
B.P. 138 - 21004 DIJON Cédex

Dépôt légal n° 85 - 1er semestre 1988