Université de DIJON.

IREM

# Lecture de:

# Isidore Hispalensis Etimologiae

## lib. III. de mathematica

ESSAI DE TRADUCTION D'UN OUVRAGE
DU VIIème SIECLE, A TRAVERS UN
MANUSCRIT DU XIème SIECLE

Henry PLANE

Image du savoir antique" Isidore, mort en 636 fut évêque de Séville à la fin de l'Arianisme du royaume wisigoth. Il rénova la culture hispano-romaine et contribua grandement à la pacification et à l'unité nationale tant du royaume que de l'Eglise d'Espagne. Il a été proclamé "Docteur éminent de l'Eglise".

Son oeuvre annonce les sommes du Moyen-Age. La gigantesque encyclopédie que constituent ses "Etymologies sur l'origine des choses" serviront, pendant un millénaire, de base à la formation des clers et laïcs dans les écoles. leur importance fut telle qu'elles furent copiées et compilées sans cesse et même, ensuite, imprimées jusqu'à la fin du XVIème siècle.

La part des mathématiques est modeste dans l'oeuvre d'Isidore mais il la considère comme "une voie d'accès à la vérité".

---

Sur Isidore de Séville on consultera :
J. FONTAINE : Isidore de Séville et la culture classique de l'Espagne wisigothique - Paris 1959.
Jose OROZ RETA : Isidro de Sevilla - Edicion bilingüe - Madrid 1982.

---

Ce document a été établi à partir du manuscrit de la bibliothèque municipale d'AUXERRE (Yonne).

## LIVRE III

Préface concernant les quatre disciplines qui suivent.

### Au sujet de la mathématique

Mathématique : on appelle ainsi en latin la science de la théorie, celle qui s'intéresse aux grandeurs abstraites. En effet, lorsque nous traitons une question par le seul raisonnement c'est comme quelque chose d'abstrait qui, par le fait de l'intelligence, est distingué de la matière ou d'autres choses accessoires ; ainsi en est-il de l'égalité ou de l'inégalité. De cette espèce sont quatre sciences à savoir arithmétique, musique, géométrie et astronomie. (1)

L'arithmétique est la science de la grandeur que l'on peut effectivement dénombrer.

La musique est la science qui parle des nombres que l'on trouve dans les sons.

La géométrie est la science des grandeurs et des formes.

L'astronomie est la science qui décrit le cours des astres célestes et leur configuration ainsi que tous les états des étoiles.

De ces disciplines nous parlerons maintenant un peu plus amplement afin que leurs origines soient montrées convenablement.

### Chapitre 1

## DE L'ARITHMETIQUE

L'arithmétique est la science des nombres. Les Grecs appellent le nombre *"rithmous"*. Les auteurs pensent qu'elle est la première des sciences et qu'elle même n'a pas besoin des autres sciences pour exister. Par contre la musique, la géométrie et l'astronomie qui la suivent ont besoin de son aide pour exister.

---

(1) Ces quatre disciplines ainsi citées, forment depuis Boèce le "quadrivium". On remarquera que, par la suite Isidore traite la géométrie avant la musique, renversant l'ordre usuel.

Chapitre 2

## DES AUTEURS

On dit que Pythagore fut le premier parmi les Grecs à écrire au sujet de la science du nombre et que celle-ci fut, plus tard, étudiée plus complètement par Nicomaque (2) dont le travail fut traduit en latin par Apuleus (3) et ensuite par Boèce.

Chapitre 3

## QU'EST-CE QU'UN NOMBRE

Un nombre est un ensemble formé d'unités. En effet *un* est le germe des nombres mais n'est pas un nombre (4).

Chapitre 4

## ETYMOLOGIE DES NOMBRES (5)

*Nummus* (6) a donné son nom à nombre *(numerus)* et c'est par un usage fréquent que naquit ce mot. *Unus* (7) tire son nom du grec car les Grecs disent *ena*, de même *duo* et *tres* qu'ils nomment *dia* et *tria*. *Quatuor* tire son nom de la figure carrée *(quadrata)*. *Quinque* a reçu un nom de celui qui a désigné le nombre non selon la nature mais selon sa volonté (8). *Sex* et *Septem* viennent du grec. En effet dans de nombreux noms qui sont en aspiration en Grec, nous mettons un s à la place de l'aspiration. De là vient Sex pour exa, *septem* pour *ebcta*, de la même façon que pour *erpillo* nous avons *serpillum* (9)

---

(2) Mathématicien grec, de la fin du 1er siècle, originaire du Moyen-Orient.
(3) Romain du 2ème siècle.
(4) La contreverse "un est-il un nombre" se poursuivait encore au 18ème siècle. Oui disait Stevin ; Non, disait Buffon.
(5) D'où les nombres tirent-ils leur appellation ?
(6) La pièce de monnaie.
(7) Nous avons conservé les mots latins. Le copiste n'avait pas cherché à utiliser l'alphabet grec pour les termes de cette langue.
(8) Autant dire que l'origine du mot est inconnue d'Isidore.
(9) "Ερπυλλον" désigne le serpollet.

*Octo* est resté, nous avons aussi *octo*. Ils avaient *nea* nous avons *novem* ; eux : *deca* , nous *decem*. Mais decem a aussi une autre étymologie grecque selon laquelle ce nombre lie et unit entre eux les nombres inférieurs car lier, unir se dit en Grec *desmos* (lien).

En poursuivant *vigenti* (vingt) désigne ce qui est dix -deux fois produit *(bis genti)*- la lettre *v* étant mise pour b (10). *Trigenti*, qui est engendré trois fois et ainsi de suite jusqu'à *nonagenti* (quatre vingt dix).

*Centum* (cent) vient de *canthus* parce qu'il est circulaire (11).

*Ducenti* pour duo centum et ainsi de suite jusqu'à mille.

*Mille* de *multitudine* (multitude) comme *militia* de *multicia* et de là *milia* que les Grecs, en changeant une lettre appellent *muridiades* (myriade).

## Chapitre 5

## QUELLE EST LA SIGNIFICATION DES NOMBRES ?

La science du nombre ne doit pas être tenue pour négligeable. Dans de nombreux passages des Saintes Ecritures apparait quel grand secret ils renferment. Ce n'est pas sans raison qu'il est dit en louanges de Dieu : "Tu as ordonné toutes choses avec mesure, nombre et poids" (12). Le "Senaire" (13) qui est parfait en ses parties (14) proclame en quelque sorte la perfection du monde en la signification de son nombre. Egalement les quarante jours de jeûne de Moïse, d'Elie (15) et du Seigneur lui-même (16) ne peuvent être compris sans une intelligence du nombre. Il en est ainsi des autres nombres existant dans les textes sacrés dont seuls les initiés dans cet art peuvent comprendre le sens. On nous permettra de dire que nous vivons en partie sous la dépendance des nombres puisque, par eux, nous désignons les heures, nous évaluons la course des mois, nous maîtrisons la durée de

(10) *v* se prononce b en Espagnol moderne.
(11) On verra par la suite que, pour Isidore, cent est le "circulaire" de dix. Par ailleurs, à cette époque, en Espagne, le canthus désignait le cercle de fer entourant la roue.
(12) Livre de la Sagesse XI-20. Beaucoup estiment que ce passage dénote une influence grecque.
(13) Ce qui est composé de six éléments. La Bible narre en six jours la création du Monde par Dieu.
(14) Nombre parfait, voir la suite, car 6 = 1.2.3 = 1 + 2 + 3
(15) Prophètes de l'Ancien Testament.
(16) Il s'agit de Jésus-Christ.

l'année. Oui, vraiment, grâce aux nombres nous sommes outillés pour ne pas nous tromper.

Enlève le nombre de toute chose et toute chose périt. Ote le calcul du monde et tout est enveloppé d'une sombre ignorance. Celui qui ne trouve pas la voie du calcul ne peut être distingué du reste des animaux.

## Chapitre 6

## SUR UNE PREMIERE CLASSIFICATION DES NOMBRES PAIRS ET IMPAIRS

Les nombres sont partagés en pairs et impairs ; les pairs comme suit, en : "pariter-pairs", "pariter-impairs" et "impariter-pairs" (17) ; les impairs en : premièrement simples, deuxièmement composés, troisièmement intermédiaires qui d'une certaine manière sont premiers et non composés et d'une autre seconds et composés.

- Un nombre pair est celui qui peut être partagé en parts égales, ainsi : deux, quatre, huit (18). Un nombre impair est celui qui ne peut l'être, l'une étant trop petite, l'autre trop grande (19), ainsi : trois, cinq, sept, neuf et la suite.

. Pariter-pair est un nombre qui peut être partagé en parts paires jusqu'à parvenir à l'unité indivisible, par exemple : soixante quatre a pour moitié trente deux qui pour moitié donne seize, seize donne huit, huit : quatre, quatre : deux, deux : un qui est le singulier indivisible.

. Pariter-impair est celui qui peut être partagé en parts égales mais dont celles-ci restent impartageables (20). Ainsi, six, dix, trente huit, cinquante. Si tu divises un tel nombre aussitôt tu tombes sur un nombre que tu ne peux diviser.

. Impariter-pair est un nombre qui peut être partagé mais sans arriver à l'unité tel vingt quatre. En effet partagé en deux cela fait douze, puis six, trois et on ne peut mener au-delà le partage ; avant l'unité arrive le terme que tu ne peux partager.

---

(17) Pariter : correspond à un adverbe : pairement, Peyrard l'utilise dans sa traduction d'Euclide.
(18) Nous respecterons l'écriture des nombres en n'employant des chiffres que lorsque le manuscrit le fera.
(19) L'auteur appelle ces parties "medio" car il est toujours question d'approcher la moitié.
(20) Toujours l'idée de parts égales.

. Impariter-impair (21) est celui qui est évalué inégalement par un impair ainsi vingt cinq, quarante neuf qui sont impairs mais partageables en parts impaires (20) car sept fois sept : quarante neuf et cinq fois cinq : vingt cinq.

- Les nombres impairs sont soit simples, soit composés, soit intermédiaires.

. Simples sont ceux qui n'ont nulle part (20) si ce n'est l'unité. Trois n'est composé que de trois parts, cinq de cinq parts, sept de sept parts. Ils n'ont donc qu'un seul partage (22).

. Composés sont ceux qui ne sont pas seulement mesurés par l'unité mais sont produits par un autre nombre ainsi neuf, quinze et vingt et un, car nous disons trois fois trois et sept fois trois, trois fois cinq et cinq fois cinq (23).

- *"mediocres"* (24) sont les nombres qui d'une certaine mesure sont considérés simples et non composés et d'une autre [manque un mot] et composés. Ainsi neuf par rapport à vingt cinq sera comparé comme premier et incomposé parce qu'il n'a pas de nombre commun si ce n'est l'unité (25) mais par rapport à quinze il sera second, et composé parce qu'il y a un nombre commun autre que l'unité (26). C'est le nombre trois qui pris trois fois mesure neuf et pris cinq fois mesure quinze.

- En outre les nombres pairs sont, certains surabondants, d'autres déficients, d'autres enfin sont parfaits.

. Surabondants sont ceux dont les parties ajoutées les dépassent, tel : douze. Il a cinq parties : douze qui est une fois, six qui est deux fois, quatre, trois fois, et deux, six fois. Un plus deux, plus trois, plus quatre, plus six font seize. Ce total

---

(21) Cette catégorie n'a pas été signalée au début. Il est vrai qu'elle n'entre pas dans les nombres pairs ! Le contexte ne permet pas de savoir si trente cinq, sept fois cinq, est un impariter-impair.
(22) On peut penser qu'apparaît ensuite la notion de diviseur autre que deux et que les impairs simples seraient les nombres premiers.
(23) On remarquera que vingt cinq n'est pas cité mais cinq fois cinq. L'impariter-impair est donc aussi un composé, or trois fois trois n'est cité que comme composé...
(24) "Mediocres" semble prendre ici un autre sens qu'intermédiaire. C'est le qualificatif d'un couple de nombres. On parait aborder la notion de nombres étrangers.
(25) Nous penserions à diviseur ou part commune ; or le texte dit numerum.
(26) Le texte va évoquer ici la monade.

dépasse douze. Il y a beaucoup d'autres cas ainsi dix huit et bien d'autres.

- Déficients sont les nombres dont la somme des parties est moindre qu'eux tel dix qui a trois parties : dix qui est une fois, cinq qui est deux fois, deux qui est cinq fois. Un plus deux, plus cinq font huit, somme inférieure à dix. De même huit et plusieurs autres dont la somme de leurs parties leur est inférieure.
- Un nombre parfait est celui dont la somme des parties lui est égale. Ainsi six qui a trois parties, le sixième, le tiers et la moitié. Le sixième un, le tiers deux, la moitié trois. En additionnant ces parties, c'est-à-dire un, deux et trois, ils forment exactement six. Il y a d'autres nombres parfaits : moindre que dix, il y a six ; moindre que cent : vingt huit, moindre que mille : quatre cent quatre vingt seize.

## Chapitre 7

## D'UNE DEUXIEME CLASSIFICATION DE TOUT NOMBRE

Tout nombre est considéré soit par rapport à lui-même, soit par rapport à un autre. Dans ce second sens on partage les nombres ainsi : les uns sont égaux, d'autres inégaux. Il y a alors des plus grands et des plus petits.

On classe les plus grands en "*multiplices, superparticulares, superpartientes, multiplices-superparticulares, multiplices-superpartientes*".

On classe les plus petits en "*submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpartientes, submultiplices-subsuperparticulares, submultiplices-superpartientes*" (27).

Un nombre est "en lui-même" (per se) qui est sans relation avec les autres ainsi 3, 4, 5, 6 et les autres pareils.

Un nombre est comparé aux autres s'il est lié à ceux-ci. Ainsi sera dit quatre par rapport à deux lorsqu'il lui est comparé ; il est dit le double et multiple, et aussi six pour 3 (cf note 18), huit pour 4, dix pour cinq. De même 3 pour un est dit le triple et 6 pour deux, et neuf pour 3 etc (28).

(27) Multiples, sous-multiples mais quels autres équivalents ?
(28) *et ceti* - pour le copiste du 12ème siècle !..

Des nombres sont dits égaux s'ils sont constitués de quantités égales ainsi lorsqu'on compare 2 à 2, 3 à 3, 10 à 10, 100 à 100.

Des nombres sont inégaux lorsque comparés ils font apparaître une inégalité (29) tels 3 pour 2, 4 pour 3, 5 pour 4, 10 pour 6 et toujours le plus grand pour le plus petit ou le plus petit pour le plus grand, lorsqu'ils sont comparés, sont dits inégaux.

Un nombre est plus grand s'il contient un plus petit auquel il est comparé et autre chose en plus. Ainsi en comparant cinq à trois il est plus grand parce que le nombre cinq contient le nombre trois et qu'il y a en plus deux.

Moindre est celui qui est contenu dans un plus grand et auquel s'ajoute quelque part de lui. Ainsi trois pour cinq qui est contenu dans celui-ci plus deux parts.

Un nombre est multiple s'il contient deux, trois ou quatre ou plusieurs fois un plus petit. Par exemple 2 pour un sera le double, 3 pour 1 le triple et 4 le quadruple et ainsi de suite. Par contre un nombre est sous-multiple s'il est contenu dans le multiple deux, trois ou quatre ou plusieurs fois, par exemple un pour deux car il est contenu deux fois, pour trois, trois fois et à d'autres plusieurs fois.

Un nombre est *"superparticularis"* lorsque, plus grand, il contient en lui le plus petit auquel il est comparé et en plus une part de celui-ci. Par exemple lorsque 3 est comparé à 2 il contient deux et un qui est la moitié de deux (30). De même quatre pour 3, il contient 3 et un qui en est le tiers ; 5 pour 4 qui contient 4 et un qui en est le quart et ainsi de suite (31).

*"Superpartiens"* est un nombre qui contient en entier un plus petit et en plus une part de celui-ci deux, trois, ou quatre ou plusieurs fois. Par exemple cinq comparé à trois car cinq contient trois et deux parts de celui-ci, sept pour quatre car il contient 4, plus petit, et trois parts ; neuf pour cinq car il contient 5 et 4 parts (32).

---

(29) C'est la même expression qui est employée : "inequales,inequalitatem".
(30) Dans toute la suite de ce chapitre il s'agit toujours de la qualification d'un nombre comparé à un autre. Le terme "contenir" a été utilisé pour traduire les expressions *"habet in se"* et "continet in se" employées indifféremment.
(31) On notera que les seuls exemples sont ici du type $a = b + 1$.
(32) Les seuls exemples sont du types $a = 2b - 1$.

*"Subsuperpartiens"* est un nombre contenu dans le "superpartiens" et auquel s'ajoute une de ses parts prise deux, trois, quatre ou plusieurs fois. Ainsi cinq pour 9 (33) avec 4 parts.

*"Subsuperparticularis"* est le plus petit contenu dans un plus grand avec une part ou une moitié ou un tiers ou un quart. Ainsi deux pour trois, trois pour quatre, quatre pour cinq, etc... (34).

*"Sous multiple-superparticularis"* est celui qui, lorsqu'il sera comparé à moindre que lui en contiendra un multiple en entier avec une part de celui-ci. Exemples : cinq par rapport à deux, il le contient deux fois, soit 4, ainsi qu'une part ; 9 par rapport à 4 contient deux fois quatre plus une part.

Un nombre *"sous multiple ~ subsuperparticularis"* est celui qui comparé à plus grand est contenu plusieurs fois dans le plus grand avec une partie de lui. Par exemple deux par rapport à cinq, deux est contenu deux fois avec une part.

*"Multiple ~ superportionalis"* est le nombre qui comparé à plus petit que lui le contient en multiple avec des parts de celui-ci. Exemple 8 par rapport à trois, après comparaison contient trois, deux fois plus deux parts ; 14 par rapport à 6 contient deux fois six et deux parts ; 16 par rapport à 7 le contient deux fois plus deux parts ; 19 par rapport à 8 (35) le contient deux fois plus trois parts (36).

*"Sous multiple ~ sous superportionalis"* est le nombre qui comparé à un plus grand est contenu par lui plusieurs fois avec un certain nombre de parts. Par exemple : 3 par rapport à 8 est contenu deux fois plus deux parts ; 4 pour 11 contenu deux fois avec trois parts.

---

(33) On notera que la copie porte VIIII et non IX.
(34) Ces deux dernières définitions se calquent exactement sur les précédentes.
(35) Le copiste a écrit 9.
(36) Dans ces derniers paragraphes la part, la partie du nombre étudié s'avère être toujours l'unité. Il se dégage aussi : "particularis" lorsqu'il faut ajouter un ($a = mb + 1$) et "portionalis" lorsque la différence avec le multiple n'est pas l'unité. La division euclidienne apparaît ici ($a = mb + r$, $r < b$), le paragraphe suivant le confirme.

Chapitre 8

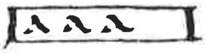
## TROISIEME CLASSIFICATION DE TOUT NOMBRE

Les nombres sont ou bien "discrets" ou bien "continens" (37). Ces derniers se partagent en 1° de ligne, 2° de superficie, 3° de volume (38).

Un nombre est "discret" parce qu'il est relié à des monades isolées ainsi 3, 4, 5, 6 et la suite.

Un nombre est "continens" qui est relié par des monades conjointes. Ainsi est le nombre trois s'il est conçu pour une grandeur, c'est-à-dire dans une ligne ou bien employé pour une étendue ou un volume. Pareillement [peuvent être] "continens" les nombres quatre et cinq.

Un nombre *"linealis"* (39) est celui qui commençant par l'unité se poursuit en ligne jusqu'à l'infini d'où pour la désignation d'une ligne on prend alpha parce que cette lettre signifie un chez les Grecs

(40)  .

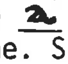
Un nombre de superficie est celui qui est enclos non seulement en longueur mais aussi en largeur. Ainsi les nombres triangulaires, carrés, pentagonaux, ainsi les nombres circulaires et les autres toujours disposés dans un plan c'est-à-dire enclos dans une surface.

(37) Les deux adjectifs *"discretus"* et *"continens"* dont le sens usuel est "séparé, isolé" pour le premier et "joint relié" pour le second évoquent dans la suite du texte les notions d'abstrait et de concret.

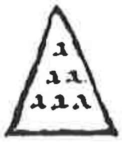
La traduction la plus immédiate de "discret" et "continu" ne semble pas être parfaitement adaptée au contexte, encore que...

(38) On peut donc penser à un nombre lié à une ligne, une surface...

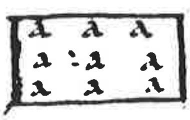
(39) Le qualificatif "linealis" ne se rapporte-t-il pas ici à autre chose qu'à une mesure de longueur ?

(40) Sur le dessin accompagnant cette description, et les suivantes, figure la lettre . On peut comprendre qu'il s'agit ici de monades (unités) en ligne. S'il s'agit de mesure ce ne serait que mesure d'entiers.

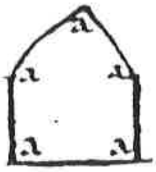
nombre *"trigonus"*



nombre *"quadratus"*

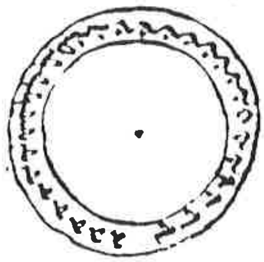


nombre *"quinquiangulus"* (41)



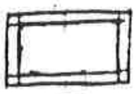
Nombre circulaire.

C'est celui qui a été multiplié par lui-même, se terminant comme il a commencé, par exemple : cinq fois cinq, c'est-à-dire 25 (42).

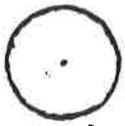


Un nombre "solide" est enclos par longueur, largeur et hauteur, tels sont les pyramidaux qui s'élèvent comme une flamme, ainsi : (43)

Les nombres "cubes" sont comme les dés :



Les nombres sphériques sont arrondis, étant égaux de toutes parts.



Un nombre sphérique est en outre celui qui est multiplié par son circulaire -partant de lui, il y revient- par exemple, le nombre circulaire

---

(41) On remarquera que les polygones dessinés ne sont pas réguliers. La notion de "quadratus" était donc imprécise pour le copiste.
(42) On a déjà vu cette idée pour le nombre 100 (cf note 11). Avant d'écrire XXV le copiste a écrit *"vies quiengies"* sans doute vingt cinq ?
(43) Voir au chapitre géométrie.

cinq fois cinq vingt cinq, multiplié par ce même fait un sphérique qui est cinq fois 25 : 125 (44).

## Chapitre 9

### DE LA DIFFERENCE ENTRE ARITHMETIQUE, GEOMETRIE ET MUSIQUE

En arithmétique, géométrie et musique il y a une différence quand tu recherches la moyenne. En arithmétique d'abord tu procèdes comme suit : Ajoute les extrêmes et partage en deux, tu as la moyenne. Suppose que les extrêmes soient six et douze, tu les ajoutes, ils font dix huit (45). Partage par le milieu, tu obtiens neuf qui est la moyenne arithmétique (46) car ce terme moyen dépasse le premier d'autant d'unités qu'il est dépassé par l'extrême (47). En effet neuf dépasse six de trois unités comme il est dépassé par douze.

En ce qui concerne la [moyenne] géométrique tu procèdes ainsi. Les extrêmes sont multipliés entre eux et font autant que la moyenne multipliée par elle-même (48). Soient six et douze multipliés, ils font soixante douze. Les "media" huit et neuf multipliés entre eux font autant (49).

Pour la [moyenne] en musique il en est ainsi : le terme moyen dépasse le premier terme d'une même part que ce terme moyen est dépassé par le terme extrême. Ainsi six et huit [qui le] dépasse de deux parts, ces deux parts [sont] des tiers et le moyen huit est dépassé [d'autant] par le plus grand neuf (50).

---

(44) Si nous comprenons ce que Isidore désigne par nombre sphérique dans ce deuxième paragraphe, qu'en est-il au premier paragraphe, ainsi que du nombre "cube" ?

(45) Le copiste a écrit *decem et octo*, un latin aurait dit "duodevigenti".

(46) Le mot employé ici est *analogicum*.

(47) Le premier désigne le plus petit des termes dont on calcule la moyenne.

(48) On distingue ici *multiplicatus* et *duplicatus*. On remarquera toutefois que le second terme désignait, en général, la "multiplication par deux", opération étudiée à part de la multiplication.

(49) Il ne semble donc pas que la notion de moyenne géométrique soit atteinte ici. On peut penser que "media" désignait peut-être les termes moyens d'une proportion dont on donnait les extrêmes $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$. L'ouvrage ne donne pas d'autre exemple...

(50) Cet exemple est soit mal compris, soit mal recopié. On peut penser que l'exemple veut montrer que $8 = 6 + \frac{1}{3}(6)$ et que $8 = 12 - \frac{1}{3}(12)$. Il faudrait alors remplacer neuf (nona) par douze.
La définition de la moyenne -que nous appelons harmonique- répond bien à cette définition. Si m est la moyenne harmonique de a et b $(\frac{2}{m} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ on a : $m = a + \frac{a}{k} = b - \frac{b}{k}$ ou $\frac{m - a}{a} = \frac{b - m}{b}$.

Chapitre 10

## QU'IL EXISTE DES NOMBRES INFINIS

Il est plus que certain qu'il existe des nombres infinis puisque, quel que soit le nombre auquel tu penses, je dis que, non seulement on peut l'accroître d'une unité mais, si grand soit-il et contenant une multitude immense, il peut par la méthode et la science des nombres non seulement être doublé mais encore être multiplié (51).

Chaque nombre est fixé par ses propriétés propres de telle sorte qu'aucun ne peut être égal à un autre. Ils sont donc différents entre eux et variés. Séparément ils sont finis mais en leur ensemble ils sont infinis.

--------

Commencent ici les chapitres de Géométrie (52)

Chapitre 1

## DES INVENTEURS DE LA GEOMETRIE ET DE SON NOM

On dit que la géométrie a été trouvée en premier par les Egyptiens. Au début, par suite des inondations du Nil et lorsque le limon recouvrait toutes leurs terres, le fait de partager celles-ci en lignes et mesure donna le nom de cet art. Ensuite, grâce à celui-ci perfectionné par la perspicacité des sages, furent mesurées les superficies de la mer, du ciel, de la nuée.

En effet, provoqués dans leurs études, les sages entreprirent la mesure de la terre et cherchèrent celle des espaces célestes, la distance

---

(51) Longtemps furent distinguées les deux opérations duplication et multiplication ; la seconde se faisant souvent à l'aide de la première (voir note 48).
Dans ce chapitre, malgré la formulation, il semble qu'Isidore veuille souligner que l'ensemble des nombres est infini et non pas qu'il existe des nombres infinis.

(52) Revoir la note 1.

de la terre à la lune, celle du soleil à la lune et jusqu'à mesurer la hauteur du ciel. Ainsi furent évaluées en un nombre raisonnablement probable de stades les grandeurs du ciel et de ce qui l'entoure (53). Ainsi, parce-qu'elle conçoit la dimension de la terre et à cause de son origine, cette discipline en porte le nom. En effet "géométrie" est formé de terre et de mesure ; terre qui se dit "ge" en grec et mesure "metra".

Cet art embrasse par son enseignement lignes, distances, grandeurs et figures et, à propos des figures dimensions et nombres.

## Chapitre 2

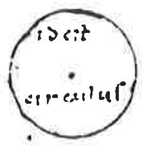
## DES QUATRE PARTIES DE LA GEOMETRIE

La géométrie est divisée en quatre parties (54). Ce qui a trait au plan, aux grandeurs nombrables, aux grandeurs rationnelles, aux figures solides. Sont figures du plan celles qui ont longueur et largeur lesquelles selon Platon sont au nombre de cinq (55). Est grandeur nombrable celle qui peut être exprimée en nombre arithmétique. Les grandeurs rationnelles sont celles dont nous pouvons connaître la mesure ; les irrationnelles sont celles dont nous ne pouvons connaître la grandeur de la mesure (56).

## Chapitre 3

## DES FIGURES DE GEOMETRIE

Les figures solides sont celles qui ont longueur, largeur et hauteur tel le cube ; de cette espèce il y en a cinq dans le plan (57). La première de celles-ci est le cercle, figure plane qui est appelée circonférence (58) au milieu de laquelle est un point vers lequel tout converge, que les géomètres appellent centre. Les Latins le nomment "point du cercle".

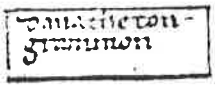


(53) Le stade est l'unité de longueur des Grecs.
On trouve ici un reflet de la cosmographie de l'époque.
(54) Cette division se retrouve chez tous les commentateurs d'Euclide antérieurs à Isidore.
(55) Phrase curieuse car ce sont de cinq polyèdres réguliers dont parle Platon !
(56) Cette ligne sur les irrationnels n'est pas prévue dans la division initiale...
(57) La confusion parait ici totale.
(58) Le terme "circumducta" est sans doute la traduction de périphérie qui en grec évoque le tracé de la courbe.

Un quadrilatère est une figure, dans le plan, carrée, qui est contenue entre quatre lignesdroites.

(59)

*"Danatheton"* (60)
figure plane



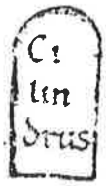
*"Orthogonium"* c'est-à-dire angle droit, figure plane, c'est aussi un triangle et il a un angle droit.

"Isocèle" figure plane, droite, et précisée en dessous (61).

La sphère est une figure de forme ronde, en toutes parts égales.


Le cube est une figure particulière qui est définie par longueur, largeur et hauteur.

Le cylindre est une figure de base droite ayant un cercle plus au dessus.

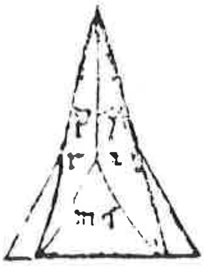


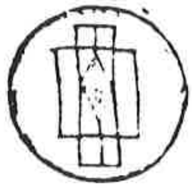
---

(59) Les "définitions" qui suivent montrent à quel point les notions de Géométrie étaient devenues incertaines à l'époque d'Isidore. Si d'autre part on se reporte aux dessins, on peut penser que le copiste comprenait encore beaucoup moins le sens des mots utilisés.
(60) Mot inconnu ; cathétos désigne dans certains textes grecs ce qui est mené droit, de haut en bas, perpendiculaire (?).
(61) La figure était, peut-être, dans un manuscrit antérieur, placée en dessous du texte. *"Isopleros"* signifie équilatéral chez d'autres auteurs.

Le cône est la figure qui, d'ample se termine étroitement en étant droite.

La pyramide est la figure qui, tel le feu, d'ample s'élève en pointe. Feu car chez les Grecs il est dit *"phyrin"* (62).





De même que tout nombre est en-dessous de dix, dans ce cercle s'achèvent le tour des figures (63).

Par ailleurs la première figure de cet art [la géométrie] est le point qui n'a nulle partie. La seconde : la ligne, en longueur sans largeur. La ligne droite est celle qui va également entre ses points (64). La surface est seulement longueur et largeur. Les lignes sont les limites des surfaces dont les formes ne sont pas exposées dans les dix figures qui précèdent parce qu'on les retrouve entre elles.

## Chapitre 4

## DES NOMBRES EN GEOMETRIE

Tu trouveras ainsi les nombres en géométrie (65). Les extrêmes multipliés entre eux font autant que les moyens multipliés entre eux (66). Ainsi six et douze multipliés font soixante douze ; les moyens 8 et 9 multipliés font autant.

Fin de la géométrie

(62) Les figures des solides dénotent que la perspective est complètement perdue, au moins au temps du copiste, mais vraisemblablement à l'époque d'Isidore.
(63) Sans doute la décade doit-elle être privilégiée donc cinq figures planes et cinq solides ?
Que représente le dernier dessin ?
On notera, d'autre part, que le point au centre des cercles n'est pas figuré sur le manuscrit étudié mais n'est que la trace de la pointe d'un instrument qui a perforé le parchemin.
(64) La ligne droite désigne, et désignera longtemps, le segment de droite qui relie ses extrémités (points), le qualificatif étant *"ex equo"*.
(65) Il s'agit à nouveau de proportions. Notion déjà évoquée comme moyenne géométrique (voir note 49).
(66) Le terme *"duplicata"* employé dans le second cas, dans le manuscrit, ne correspond pas à une duplication (voir note 48).