

Jeux et Problèmes

Michel LAFOND
mlafond001@yahoo.fr

JEU – 79.

Combien y a-t-il de façons de mettre b bagues à d doigts ?
Les bagues sont toutes distinctes, et à chaque doigt, l'ordre des bagues doit être considéré.

PROBLÈME – 79.

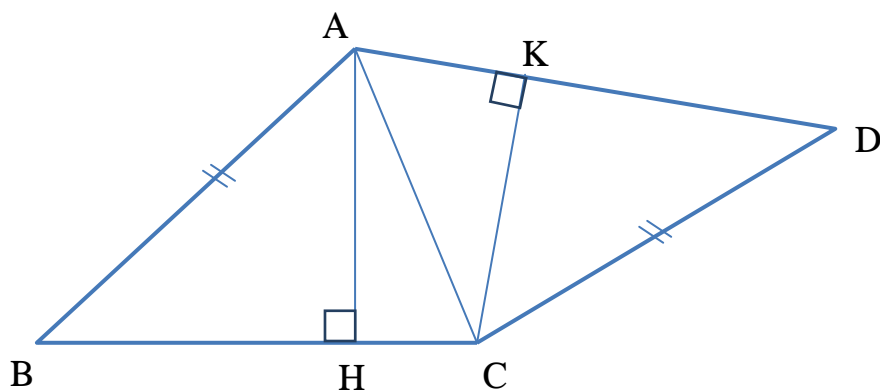
Soit $x = \frac{180\pi}{180+\pi}$. Démontrer que $\sin(x \text{ degrés}) = \sin(x \text{ radians})$.

Solutions du numéro précédent.

JEU – 78.

Soit le "théorème" : un quadrilatère convexe qui a deux côtés opposés égaux et deux angles opposés égaux est un parallélogramme.

Démonstration :



Par hypothèse : $AB = CD$ et les angles $[\alpha]$ en B et D sont égaux.
Projetons A sur BC et C sur AD [figure].
Les triangles ABH et CDK ont ce qu'il faut pour être égaux.
Donc $AH = CK$ et $HB = KD$.

Les triangles AHC et CKA sont égaux. [Ils sont rectangles avec 2 côtés resp. égaux].

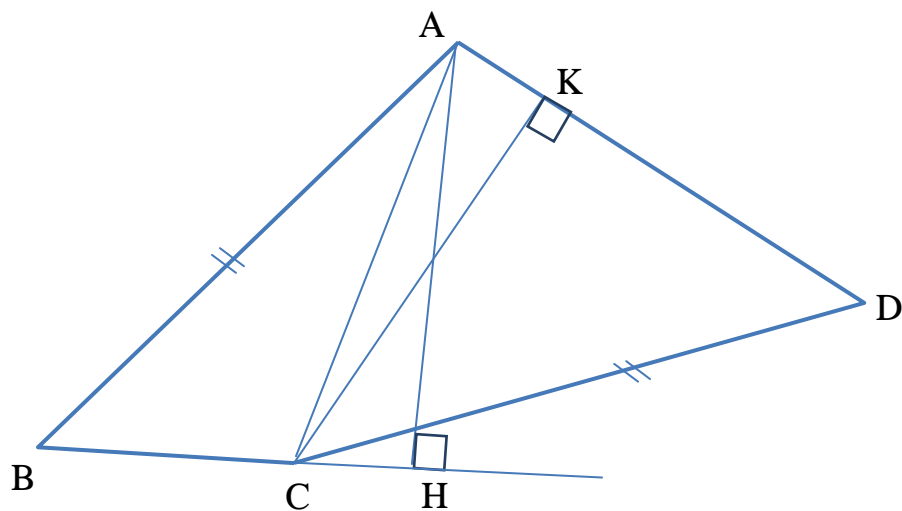
Donc $CH = AK$. De plus les angles $[\beta]$ sur la figure sont égaux ce qui entraîne le parallélisme de AD et BC.

Comme $AD = AK + KD = CH + HB = CB$, AD et BC sont parallèles et égaux. CQFD.

Solution :

Le "théorème" précédent est faux. Et comme dans presque toutes les "fausses démonstrations géométriques", l'explication est dans la figure (fausse).

Si on fait une figure exacte qui vérifie les hypothèses, on a par exemple :



Tout va bien dans la démonstration de l'énoncé sauf que l'égalité des angles $[\beta]$ n'entraîne plus le parallélisme de AD et BC. De plus l'égalité $CH + HB = CB$ ne fonctionne plus.

PROBLÈME – 78.

Sachant que les nombre réels a et b vérifient $2^a = 3$ et $3^b = 5$, comparer a et b sans calculatrice ni table d'aucunes sortes.

En fait, on peut le faire mentalement sans être calculateur prodige.

Solution :

$$\begin{array}{ll} \text{On a :} & 2^{1,5} = 2\sqrt{2} < 3 = 2^a \quad \text{donc } 1,5 < a. \quad [2\sqrt{2} < 3 \text{ car } 8 < 9] \\ & 3^{1,5} = 3\sqrt{3} > 5 = 3^b \quad \text{donc } b < 1,5. \quad [3\sqrt{3} > 5 \text{ car } 27 > 25] \end{array}$$

Par conséquent $b < 1,5 < a$.