

Maths et musée

Exemple d'activités à l'école et au collège

Marie-Noëlle RACINE, professeure retraitée,
mnracine@wanadoo.fr

Résumé : activité sur les nombres dits « complexes » (heures minutes), en liaison avec une partie de la visite du musée des beaux arts de Dijon. Raisonnement, justification à partir d'indices trouvés dans un document.

Mots clés : calculs heures minutes, éphéméride, durée jour, midi solaire, éphéméride, lecture graphique

La journée maths et musée de cette année 2012 a eu pour thème *les nombres dans la peinture*. Liliane Boccacio nous a, par exemple, présenté le tableau *Vanité* (voir figure 1), pour évoquer le calendrier éphéméride reproduit par l'artiste.



Figure 1

Anonyme, *Vanité ou Allégorie des cinq Sens*, MBAD, ©photo MN Racine

Parlons d'abord du tableau : on ne connaît pas l'auteur, on sait seulement attribuer cette œuvre à l'école allemande et la dater du XVII^e siècle. C'est une peinture à l'huile, sur toile, de 52 cm de hauteur et 66 cm de largeur. Il s'agit d'une nature morte, plus exactement d'une « vanité », c'est-à-dire d'un tableau évoquant, à travers la présence de certains objets ou symboles, le temps qui passe, qui s'écoule inexorablement vers la mort. Depuis les grandes pestes et plus particulièrement vers

le milieu du XVII^e siècle, on cultive les « vanités » qui font réfléchir à la mort et pour permettre au spectateur une prise de conscience du caractère transitoire autant qu'éphémère de l'existence humaine.

Malgré la présence d'une table, sur laquelle sont posés divers objets, et du calendrier plaqué verticalement, les objets sont amassés les uns à côté des autres sans s'intéresser à la perspective.

Quels indices permettent de confirmer le second titre de ce tableau (*Allégorie des cinq Sens*) ?

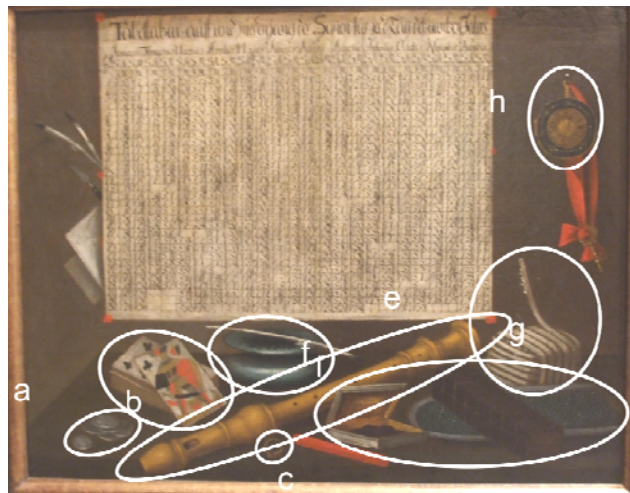


Figure 1 bis

Anonyme, *Vanité ou Allégorie des cinq Sens*, MBAD, ©photo MN Racine

De gauche à droite et de bas en haut, nous reconnaissons : (a) des pièces de monnaie, (b) des cartes à jouer, (c) une bague en or, pour évoquer le toucher ; (d) un encrier, pour l'odorat ; (e) une flûte à bec, pour l'ouïe ; (f) une tabatière, un ballotin de tabac à priser et une râpe, pour le goût ; (g) une bougie appelée « rat de cave », pour la vue. Le calendrier et la montre pour montrer le temps qui passe et le destin de tout un chacun, la mort.

Le calendrier était aussi symbole de connaissance. D'ailleurs le peintre l'a scrupuleusement recopié, de manière précise et lisible (voir figures 2 et 3).

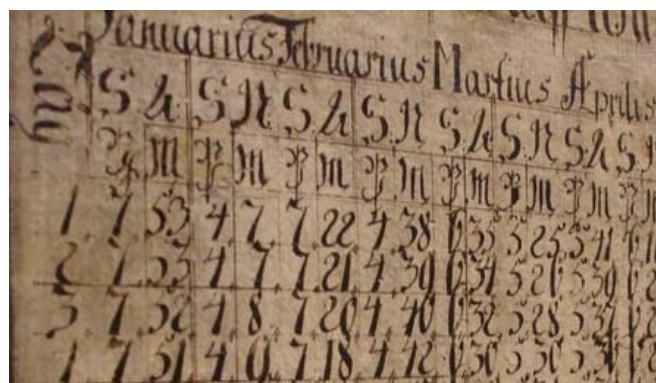


Figure 2

Extrait de : Anonyme, *Vanité ou Allégorie des cinq Sens*, MBAD, ©photo MN Racine

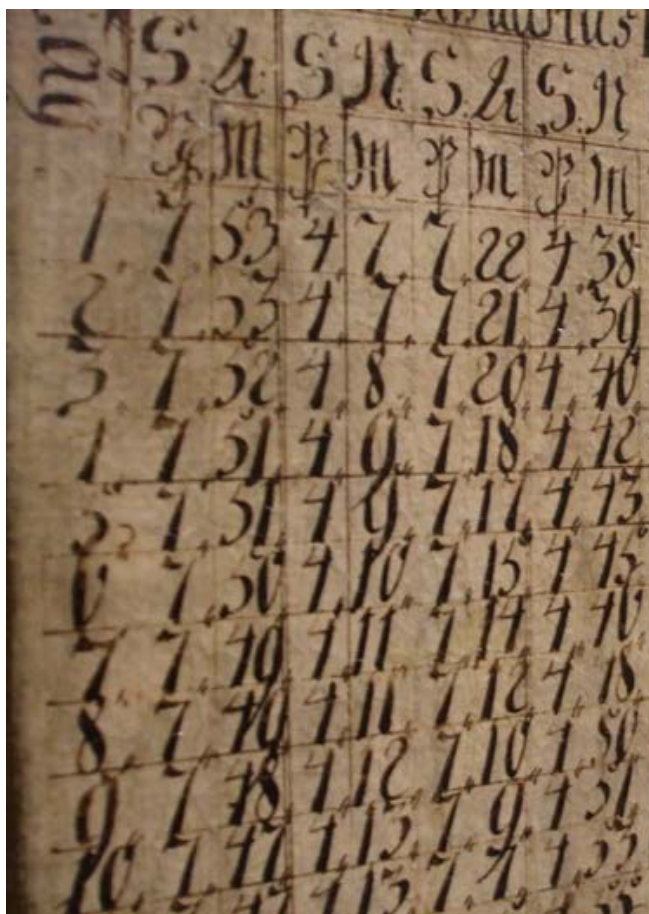
On lit ici beaucoup de chiffres et de nombres. Voyons ce qu'ils représentent :

Le titre du calendrier est *Tabellatur auf und Niedergang der Sonnen für jede Tag des gantzen Jahrs*, qui signifie « tableau du lever et du coucher du soleil pour chaque jour de l'année entière ». La lecture de ces nombres va être aisée et nous allons pouvoir faire quelques calculs.

Les heures de lever et de coucher du soleil sont indiquées en heures et minutes (Stunden und Minuten).

Par exemple, pour le 1^{er} janvier, le soleil s'est levé à 7 h 53 min et s'est couché à 4 h 7 min. Le 2 février, le soleil s'est levé à 7 h 21 min et s'est couché à 4 h 39 min.

Quelle fut la durée de chacun de ces deux jours ?



Tag	Aufgang	Niedergang
1. Jan.	7 53	4 7
2. Jan.	7 53	4 7
3. Jan.	7 53	4 7
4. Jan.	7 53	4 7
5. Jan.	7 53	4 7
6. Jan.	7 53	4 7
7. Jan.	7 53	4 7
8. Jan.	7 53	4 7
9. Jan.	7 53	4 7
10. Jan.	7 53	4 7
11. Jan.	7 53	4 7
12. Jan.	7 53	4 7
13. Jan.	7 53	4 7
14. Jan.	7 53	4 7
15. Jan.	7 53	4 7
16. Jan.	7 53	4 7
17. Jan.	7 53	4 7
18. Jan.	7 53	4 7
19. Jan.	7 53	4 7
20. Jan.	7 53	4 7
21. Jan.	7 53	4 7
22. Jan.	7 53	4 7
23. Jan.	7 53	4 7
24. Jan.	7 53	4 7
25. Jan.	7 53	4 7
26. Jan.	7 53	4 7
27. Jan.	7 53	4 7
28. Jan.	7 53	4 7
29. Jan.	7 53	4 7
30. Jan.	7 53	4 7
31. Jan.	7 53	4 7

Figure 3

Extrait de : Anonyme, *Vanité ou Allégorie des cinq Sens*,
MBAD, ©photo MN Racine

Sur la figure 3 : relever, comme précédemment, les heures de lever et de coucher du soleil pour d'autres jours du mois de janvier.

Calculer la durée de chacun de ces jours.

On dit qu'en janvier, « les jours rallongent ». Expliquer.

Avec les heures de lever et de coucher du soleil, on peut calculer l'heure du midi solaire : pour le 1^{er} janvier par exemple on aurait :
 $(7h53min + 16h07min) : 2 = 12h00min$;
 pour le 2 février, $(7h21min + 16h39min) : 2 = 12h00min$.
 Rien de très surprenant, direz-vous ! Midi est toujours à midi !
 Quoique !...

Voici un éphéméride concernant la ville de Dijon et des jours de l'année 2012 :
 Tableau des levers et couchers de soleil à Dijon deux dates :

10 mai 2012	28 juin 2012
Lever : 06h09, Coucher : 21h03	Lever : 05h46, Coucher : 21h40

Calculer la durée du jour pour chacune de ces deux dates.

Calculer l'heure de midi pour chacune de ces deux journées.

On constate que midi solaire ne se produit pas à 12h et que midi n'est pas toujours à la même heure ! (13h36 pour le 10 mai et 13h43 pour le 28 juin)

Aujourd'hui, les montres sont réglées sur un temps moyen qui diffère quelque peu de l'heure solaire. En effet :

1) L'heure temps moyen est en avance sur l'heure solaire d'une heure en hiver et de deux heures en été. C'est-à-dire, en hiver, lorsqu'il est 13h à notre montre, il est environ midi solaire.

2) Dijon est à une latitude d'environ 5°Est par rapport au méridien de Greenwich. 5° égalent $\frac{1}{3}$ de fuseau horaire, soient 20 minutes. Le midi solaire se produit à Dijon 20min avant qu'il soit midi solaire à Greenwich, c'est-à-dire environ 20min avant qu'il soit 13h (ou 14h) à notre montre.

3) L'axe de la terre est incliné par rapport à la perpendiculaire au plan de l'écliptique, plan de son mouvement annuel autour du soleil. Ce décalage, appelé obliquité, est de 23°26'. De plus, le mouvement de la terre autour du soleil n'est ni tout à fait circulaire (il est elliptique) ni tout à fait uniforme (la Terre va plus vite lorsqu'elle est proche du soleil et va moins vite lorsqu'elle en est plus éloignée, en raison de la loi des aires). Ces variations sont les mêmes d'une année sur l'autre. Pour tenir compte de ces variations, les astronomes ont construit une courbe appelée *équation du temps* reproduite ci-dessous, voir figure 4. En abscisse, on lit la date, en ordonnée, on lit l'avance, en minutes, du temps moyen (de la montre) sur le temps vrai.

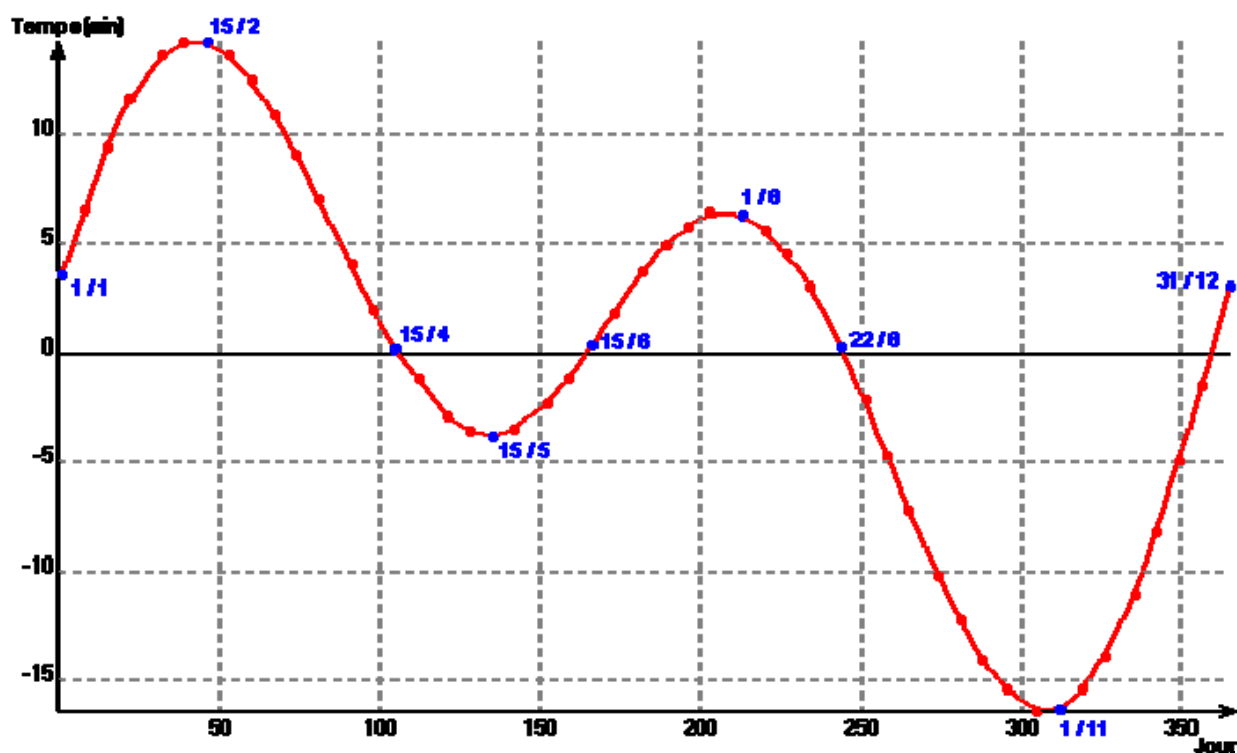


Figure 4

Equation du temps, document tiré du site de l'académie de Dijon.

Voici comment lire un tel graphique :

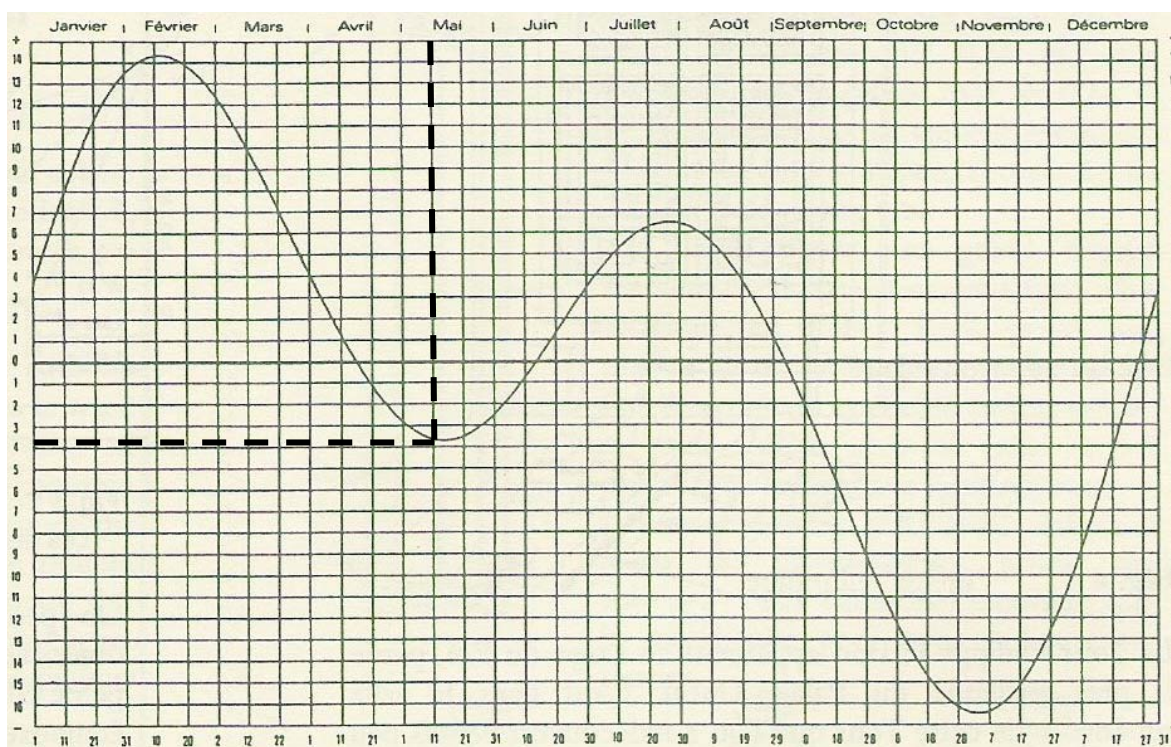


Figure 5

Équation du temps, extrait de la brochure Science et Patrimoine éditée par la ville de Dijon, 2000.

Prenons, sur la figure 5 ci-dessus, l'exemple du 10 mai. Le graphique indique, pour cette date et à Dijon, un décalage de - 4 min. par ailleurs, nous sommes en heure d'été. Midi solaire se produira donc à :

12 h	+ 4 min	- 20 min	+ 2 h	= 13 h 36 min
Midi solaire	Compensation du décalage par rapport au temps moyen	Avance de Dijon par rapport à Greenwich	Décalage dû à l'heure d'été	Heure lue sur la montre lorsqu'il est midi solaire

Vérifier, en utilisant l'équation du temps, que midi solaire se produit bien à 13h40 le 28 juin 2012.



Lorsqu'on regarde une méridienne comme l'une de celles du palais ducal de Dijon (ci-contre, figure 6), à midi solaire, chaque jour, un point lumineux éclaire le filet central de la méridienne. Le 10 mai 2012, il fallait donc regarder la méridienne à 13h36 pour apercevoir ce point lumineux.

Figure 6
Méridienne, palais des
Ducs de Bourgogne