

Effet de levier

Comment gagner plus en investissant moins ?

Jean-Marie Thomassin, Lycée Carnot à Dijon

Résumé : Par le biais d'un emprunt, un investisseur peut augmenter de manière importante, voire spectaculaire, le taux de rentabilité de son apport personnel. Ce processus, appelé effet de levier, décrit mathématiquement dans cet article, est souvent mis en œuvre dans des opérations spéculativement attirantes par les hauts rendements attendus.

Mots clés : effet de levier ; économie ; modélisation ; fonction ; fonction inverse ; fonction homographique ; quotient ; taux d'intérêt ; rentabilité ; profit ; pourcentages.

Remarque préliminaire : un des arguments essentiels mis en valeur par un banquier ou une société recherchant à lever des fonds est le taux d'intérêt (c'est-à-dire la rentabilité) que le client peut espérer du placement proposé. On considèrera donc, dans ce texte, que "gagner plus", c'est augmenter cette rentabilité.

Lorsqu'un acteur économique apporte un capital financier dans une opération à réaliser, il attend en retour un revenu pour le capital investi (c'est-à-dire des intérêts) que l'on appellera rentabilité financière. Lorsqu'une opération est réalisée, le plan de financement de cette opération peut soit ne prévoir que des fonds propres aux investisseurs (ou à l'entreprise) soit comporter une part de financement réalisée par des emprunts. On se propose, dans ce qui suit, d'analyser comment cette dernière part permet d'augmenter la rentabilité des fonds propres consacrés à cet investissement, la rentabilité étant calculée en pourcentage de ces fonds propres. C'est l'effet de levier.

I. Étude d'un exemple

L'étude étant faite pour un même période de référence, quelle que soit la solution choisie, il ne sera pas fait mention de cette période, ce qui évitera des calculs d'intérêts composés qui n'enrichiraient pas l'exemple (si de tels calculs sont nécessaires, ils sont supposés avoir été faits préalablement).

1. L'opération à financer

Un acteur économique souhaite réaliser une opération d'investissement dans un actif nécessitant la somme de 100 000€ ; il en étudie le mode de financement. Il

espère obtenir, pour cet investissement, pour la période de référence, un revenu net égal à 8% de cette somme, c'est-à-dire 8 000€(dont il pourra disposer à sa guise). On parle, pour cette somme, de rentabilité économique (notée R_e). Sur la même période, il peut obtenir un prêt au taux de 3%.

Il reste à trouver les 100 000€ Une part de cette somme sera réalisée par des apports en capitaux (ce sont les fonds propres apportés par l'investisseur), le reste sera financé par un emprunt. Les intérêts de cet emprunt seront déduits du revenu économique de l'investissement et le reste de ces 8 000€ sera consacré à la rémunération des capitaux propres investis dans l'opération.

La situation à étudier		
Somme nécessaire		100 000€
Rentabilité économique R_e	8%	8 000€
Taux de l'emprunt éventuel	3%	

Exemples d'opérations :

- Achat d'une machine
- Achat d'un bien meuble ou immeuble nécessaire à l'entreprise
- Achat en bourse (actions, obligations, produits financiers, produits dérivés....)
- Achat spéculatif
- Achat d'une entreprise "faible" mais à fort potentiel.

2. Cas où l'apport en capital est de 100%

Il faut donc trouver des investisseurs apportant l'ensemble des 100 000€ nécessaires à l'opération. Le bénéfice, c'est-à-dire les 8 000€, revient intégralement aux investisseurs ; le rendement de cette opération est donc de 8%, il n'y a pas de miracle.

3. Cas où l'apport en capital est de 80%

Les investisseurs apportent donc, en capital, 80 000€ et les 20 000€ restant sont couverts par un emprunt au taux de 3%. Sur le revenu inchangé de 8 000€, il faut prélever les intérêts de cet emprunt, c'est-à-dire 600€. Il reste donc 7 400€ qui sont attribués aux investisseurs. Mais ceux-ci n'ont investi que 80 000€ et ils ont reçu la somme de 7 400€; le taux de rémunération réel des fonds propres n'est plus de 8% mais de $7400 \times 100 / 80\ 000$ soit 9,25% ; il a augmenté, ce qui, pour les investisseurs, est intéressant ! (*Ils ont bénéficié d'une partie de la rémunération initiale de la part qu'ils n'ont pas apportée*)

Résumé :

Opération à financer	Capital	100 000€	
	Rémunération	8 000€	8%
Part financée par l'emprunt	Somme	20 000€	20%
	Rémunération	600€	3%
Part financée en capital	Somme	80 000€	80%
	Rémunération	7 400€	9,25%

4. Cas où l'apport en capital est de 50%

Les investisseurs apportent donc, en capital, 50 000€ et les 50 000€ restant sont couverts par un emprunt au taux de 3%. Sur le revenu inchangé de 8 000€, il faut prélever les intérêts de cet emprunt, c'est-à-dire 1 500€. Il reste donc 6 500€ qui sont attribués aux investisseurs. Mais ceux-ci n'ont investi que 50 000€ et ont reçu la somme de 6 500€; le taux de rémunération réel des fonds propres n'est plus de 8% mais de $6500 \times 100 / 50\ 000$ soit 13% ; il a encore augmenté, ce qui, pour les investisseurs, est de plus en plus intéressant ! (*Ils ont bénéficié d'une partie de la rémunération initiale de la part qu'ils n'ont pas apportée*)

Résumé de la nouvelle situation financière :

Opération à financer	Capital	100 000€	
	Rémunération	8 000€	8%
Part financée par l'emprunt	Somme	50 000€	50%
	Rémunération	1 500€	3%
Part financée en capital	Somme	50 000€	50%
	Rémunération	6 500€	13%

5. Cas où l'apport en capital est de 20%

Les investisseurs apportent donc, en capital, 20 000€ et les 80 000€ restant sont couverts par un emprunt au taux de 3%. Sur le revenu inchangé de 8 000€, il faut prélever les intérêts de cet emprunt, c'est-à-dire 2 400€. Il reste donc 5 600€ qui sont attribués aux investisseurs. Mais ceux-ci n'ont investi que 20 000€ et ils ont reçu la somme de 5 600€; le taux de rémunération réel des fonds propres n'est plus de 8% mais de $5600 \times 100 / 20\ 000$ soit 28% ; il a beaucoup augmenté, ce qui, pour les investisseurs est très intéressant ! (*Ils ont bénéficié d'une partie de la rémunération initiale de la part qu'ils n'ont pas apportée*)

Résumé de la nouvelle situation financière :

Opération à financer	Capital	100 000€	
	Rémunération	8 000€	8%
Part financée par l'emprunt	Somme	80 000€	80%
	Rémunération	2 400€	3%
Part financée en capital	Somme	20 000€	20%
	Rémunération	5 600€	28%

6. Cas où l'apport en capital est de 10%

Les investisseurs apportent donc, en capital, 10 000€ et les 90 000€ restant sont couverts par un emprunt au taux de 3%. Sur le revenu inchangé de 8 000€, il faut prélever les intérêts de cet emprunt, c'est-à-dire 2 700€. Il reste donc 5 300€ qui sont attribués aux investisseurs. Mais ceux-ci n'ont investi que 10 000€ et ils ont reçu la somme de 5 300€; le taux de rémunération réel des fonds propres n'est plus de 8% mais de $5300 \times 100 / 10\ 000$ soit 53%, ce qui, pour un investisseur un peu rapace est très intéressant !

Résumé de la nouvelle situation financière :

Opération à financer	Capital	100 000€	
	Rémunération	8 000€	8%
Part financée par l'emprunt	Somme	90 000€	90%
	Rémunération	2 700€	3%
Part financée en capital	Somme	10 000€	10%
	Rémunération	5 300€	53%

7. Récapitulation

Pour calculer la rentabilité financière de l'apport en capital qui a été effectivement réalisé par les investisseurs, on considère donc le revenu économique attendu de l'opération diminué des intérêts engendrés par l'emprunt réalisé ; cette somme sera le revenu attribué au capital investi en fonds propres ; on le compare à ce capital pour obtenir le taux de la rémunération financière ainsi dégagée. Les cas précédents sont résumés dans le tableau suivant :

Investissement à réaliser : 100 000€

Rémunération économique : 8%

Part en capital	Rémunération financière
100%	8%
80%	9,25%
50%	13%
20%	28%
10%	53%

On constate donc que, plus la part en capital investi est faible, plus la rémunération, en pourcentage du capital propre investi, est forte.

Pour gagner plus, empruntez plus et faites travailler l'argent des ... autres.

Autres exemples à proposer en exercice complémentaire : traiter le cas où la part en capital est de 5%, de 1%....

Remarque : On pourra éventuellement faire remarquer, par un calcul numérique simple, en ajoutant éventuellement une colonne au tableau précédent, que la rémunération brute perçue, quant à elle, sera décroissante (mais pour un apport personnel en diminution). Ce serait alors l'occasion pour les élèves d'observer la différence entre variation relative et variation absolue mais cela peut aussi nuire à l'objectif de l'activité qui est ici de maximaliser un taux d'intérêt.

II. Modélisations

1. Modélisation de l'exemple précédent

On conserve les mêmes données : l'opération à réaliser nécessite 100 000€ le taux de rentabilité économique est de 8%, la rémunération de l'opération est donc de 8 000€ On veut déterminer le taux de rentabilité financière $f(t)$ de l'investissement réalisé par un apport de t % (de la somme totale) en capital propre (ou capital initial), le reste de la somme nécessaire étant obtenue par un emprunt au taux de 3%.

Le capital propre investi est donc : $1000t$.

La somme empruntée à 3% est donc : $1000(100 - t)$.

La rémunération de cette somme est : $30(100 - t)$.

La rémunération du capital propre investi est donc : $8000 - 30(100 - t) = 5000 + 30t$.

Remarques : pour $t = 100$, on retrouve les 8000€ de la rentabilité économique, pour $t > 0$, on trouve une valeur inférieure à 8000€ mais à comparer à une mise en fonds propres inférieure à 100 000€ le maximum possible, et, pour $t = 0$, on peut quand même gagner 5000€.. (Ce dernier cas, peu moral, est souvent exclu par les réglementations). Dans toute la suite, on supposera : $t > 0$.

Le taux de rentabilité financière $f(t)$ du capital réellement investi, exprimé en pourcentage de cet apport, est donc :

$$f(t) = \frac{5000 + 30t}{10t} = 3 + \frac{500}{t} \%$$

avec : $0 < t \leq 100$.

Pour $t=0$, le revenu est de 5000€ qu'on ne peut pas comparer à un capital inexistant...

Pour $t=100$, on retrouve le taux de 8%.

On a ainsi, sur l'intervalle $]0 ; 100]$, défini une fonction homographique f qui peut être facilement étudiée par les élèves, dès la classe de seconde. Elle est strictement décroissante sur l'intervalle $]0 ; 100]$; son minimum est donc $f(100) = 8$, ce qui est cohérent. Il n'y a pas de maximum mais cette dernière notion peut induire quelques remarques judicieuses. En dehors de cet intervalle, on peut mathématiquement l'étudier mais elle perd son sens économique ; on pourra, à ce sujet, faire une remarque sur les limites d'une modélisation mathématique.

On pourra construire et interpréter dans les termes du problème un tableau de valeurs pour cette fonction. Naturellement, une représentation graphique pourra illustrer le problème.

On pourra aussi, ayant fixé a priori un taux de rentabilité à atteindre, chercher la valeur de t correspondante et interpréter économiquement le résultat. En particulier, comment obtenir un taux de rentabilité de 100%, de 200% ?

On pourra de même, ayant fixé a priori un taux minimum de rentabilité à atteindre, chercher les valeurs de t correspondantes et interpréter économiquement le résultat.

On fera la liaison avec le cours d'économie qui, désormais, est destiné à tous les élèves de seconde.

2. Changement de capital

On a, dans ce qui précède, fait l'étude pour un montant particulier (100 000€) à financer ; on souhaite traiter le même problème dans un cadre un peu plus général où le montant de l'opération à financer est de K € ; les autres conditions sont inchangées :

rémunération économique : 8% ; taux du prêt : 3%.

On pourra proposer aux élèves de reprendre les calculs précédents avec d'autres capitaux, par exemple 700 000€ ou 1 200 000€ ; sans réécrire complètement ces calculs, on en fera apparaître les modifications. Les moyens modernes actuels peuvent faciliter ce genre d'activités.

On se propose, dans ce qui suit, de traiter le cas général où le capital à financer K a une valeur quelconque. On veut donc déterminer le taux de rentabilité financière $f(t)$ de l'investissement réalisé par un apport en capital propre de t % de cette somme K , le reste de la somme nécessaire étant obtenue par un emprunt au taux de 3%.

Le capital investi est donc : $C = 0,01tK$.

La somme empruntée à 3% est donc : $0,01(100 - t)K$.

La rémunération à 3% de cette somme est : $0,0003(100 - t)K$.

La rémunération (économique) totale est : $0,08K$.

La rémunération du capital investi est :

$$R = 0,08K - 0,0003(100 - t)K = K(0,05 + 0,0003t).$$

Remarques : pour $t = 100$, on retrouve les $0,08K$ € de la rentabilité économique, pour $t > 0$, on trouve une valeur inférieure à $0,08K$ €, le maximum de revenu possible, mais à comparer à une mise en fonds propres inférieure à K €, et, pour $t = 0$, on peut quand même gagner $0,05K$ €. Sans apport personnel.... Il s'agit là de l'écart entre la rentabilité économique et les intérêts financiers dus pour un prêt à 3%.

Le taux de rentabilité financière du capital réellement investi est donc :

$$f(t) = 100 \frac{R}{C} = 100 \frac{(0,05 + 0,0003t)K}{0,01tK} = 100 \frac{0,05 + 0,0003t}{0,01t}$$

Il y a simplification par K ; la valeur du capital K à financer n'intervient donc pas dans ces calculs de pourcentages ; on fera remarquer aux élèves que cela est dû à la proportionnalité.

On peut modifier l'écriture précédente :

$$f(t) = 100 \frac{5 + 0,03t}{t} = 3 + \frac{500}{t}.$$

avec :

$$0 < t \leq 100.$$

On retrouve donc la fonction f du paragraphe précédent et les mêmes commentaires.

3. Changement du taux d'intérêt de l'emprunt

a. Cas où le taux de l'emprunt est de 2%

On pourra reprendre ce qui précède avec un emprunt au taux de 2%. On trouvera alors pour fonction :

$$2 + \frac{600}{t}$$

C'est encore une fonction homographique décroissante que l'on pourra comparer à la précédente. Les résultats sont analogues : **plus la part en fonds propres est faible, plus le taux de rentabilité financière est élevé.**

b. Cas où le taux i % de l'emprunt est une autre valeur

On pourra reprendre ce qui précède avec divers taux d'emprunt : 0,5%, 1%, 1,5%, 3,5%, 5%, etc. Avec un tableur, on pourra construire un tableau donnant pour un capital fixé, les taux de rentabilité financière pour diverses valeurs de t et de i . On

fera remarquer que le problème est sans intérêt (...financier...) si $i > 8$. On ne considèrera donc que des valeurs de i prises dans l'intervalle $[0 ; 8]$.

c. Cas général

On se propose, ci-dessous, de traiter le cas général où le capital à financer K a une valeur quelconque. On veut donc déterminer le taux de rentabilité financière $f(t)$ de l'investissement réalisé par un apport en capital de t % de cette somme K , le reste de la somme nécessaire étant obtenue par un emprunt au taux de i %. Le capital total nécessaire à l'opération a toujours une rentabilité économique de 8%.

Le capital investi est donc : $C = 0,01tK$.

La somme empruntée à i % est donc : $0,01(100 - t)K$.

La rémunération à i % de cette somme est : $0,0001i(100 - t)K$.

La rémunération (économique) totale est : $0,08K$.

La rémunération du capital investi est :

$$R = 0,08K - 0,0001i(100 - t)K$$

$$R = K(0,08 - 0,01i + 0,0001it).$$

Le taux de rentabilité financière du capital (propre) réellement investi est donc :

$$f(t) = 100 \frac{0,08 - 0,01i + 0,0001it}{0,01t}$$

$$f(t) = 100 \frac{8 - i + 0,01it}{t} = \frac{800 - 100i + it}{t}$$

Donc :

$$f(t) = i + \frac{800 - 100i}{t}$$

c'est-à-dire :

$$f(t) = i + 100 \frac{8 - i}{t}$$

avec :

$$0 < t \leq 100.$$

(Ne pas oublier que $f(t)$ est un pourcentage du capital propre réellement investi).

Pour i choisi dans l'intervalle $[0 ; 8]$, on trouve à nouveau une fonction f de la variable t homographique décroissante sur $]0 ; 100]$. On retrouve naturellement les fonctions déjà trouvées pour $i = 3$ ou $i = 2$.

Une explication simple du phénomène serait de dire que l'investisseur récupère à son profit, sur la partie financée par un emprunt, l'écart entre les intérêts versés et le bénéfice économique produit par l'investissement. Il vaut donc mieux que cet écart soit positif, c'est-à-dire que :

$$0 < i < 8$$

Pour $i = 8$, quelle que soit la valeur de t , on trouve : $f(t) = 8$. Cette valeur correspond à la rentabilité économique des fonds propres de l'investisseur, il ne fait aucun bénéfice sur les fonds empruntés.

Pour $i > 8$, on aura $f(t) < 8$. La situation est donc à éviter (on cherchera alors soit à ne pas faire d'emprunt, soit un autre placement plus rentable), surtout si cette valeur vient à devenir négative.

Remarque : l'affirmation précédente pourra donner lieu, en classe de seconde, à des activités algébriques et une étude de signes. En effet, on peut écrire :

$$f(t) - 8 = i - 8 + 100 \frac{8 - i}{t}$$

c'est-à-dire :

$$f(t) - 8 = \frac{(i - 8)(t - 100)}{t}.$$

Pour $i > 8$ et $0 < t < 100$, on aura donc : $i - 8 > 0$ et $t - 100 < 0$.

On en déduit donc :

$$\begin{aligned} f(t) - 8 &< 0 \\ f(t) &< 8. \end{aligned}$$

Par le même calcul, on peut aussi retrouver que si $0 < i < 8$ et $0 < t < 100$, on a :

$$f(t) > 8.$$

On obtient donc une justification algébrique de l'intérêt de l'opération financière.

III. Un autre point de vue

1. Le problème

Dans les parties précédentes, on a choisi pour variable t le pourcentage de l'apport en capitaux dans la somme totale à financer. On a alors construit une fonction décroissante représentant la rentabilité financière de l'opération.

Une autre pratique consiste à prendre pour variable la part de la somme empruntée dans l'ensemble de l'opération à financer. C'est ce qui est proposé dans cette partie, d'abord sur le premier exemple traité puis dans le cas général.

2. Étude d'un exemple

On conserve les mêmes données : l'opération à réaliser nécessite 100 000€ le taux de rentabilité économique est de 8%, la rémunération totale de l'opération est donc de 8 000€

On note t la part, en pourcentage, de la somme empruntée dans le capital total à financer.

On veut déterminer le taux de rentabilité financière $g(t)$ de l'investissement réalisé en utilisant un apport de t % couvert par un prêt bancaire au taux de 3%, le reste de la somme nécessaire étant apportée en capital (propre) par les investisseurs.

La somme empruntée à 3% est donc : $1000t$.

Le capital propre investi est donc : $C = 1000(100 - t)$.

La rémunération du prêt est : $I = 30t$.

La rémunération du capital (propre) investi est donc : $R = 8000 - 30t$.

Remarques :

- Pour $t = 0$, il n'y a pas d'emprunt, on retrouve donc pour rémunération du capital investi : 8000€
- Pour $t = 100$, les investisseurs, sans engager la moindre somme, retire un bénéfice de 5000€
- Pour $0 < t < 100$, on a $5000 < R < 8000$ à comparer à une somme investie variable.

Le taux de rentabilité financière du capital réellement investi est donc la comparaison, en pourcentage, de R à C , donc :

$$g(t) = 100 \frac{R}{C} = \frac{8000 - 30t}{10(100 - t)} = \frac{800 - 3t}{100 - t}.$$

Avec : $0 \leq t < 100$.

N'oublions pas que $g(t)$ est un pourcentage...

On vérifie que, pour $t = 0$, on obtient bien 8%. On pourra faire l'exploration ou l'étude directe de la fonction g ainsi définie sur $]0 ; 100[$ ou proposer une transformation algébrique préalable de ce quotient.

On peut, par exemple, écrire :

$$g(t) = \frac{800 - 8t + 5t}{100 - t}$$

c'est-à-dire :

$$g(t) = 8 + \frac{5t}{100 - t}.$$

Cette expression prouve que, sur $]0 ; 100[$, on a :

$$g(t) > 8.$$

8 est donc le minimum de la fonction g sur l'ensemble $]0 ; 100[$.

Le recours à l'emprunt permet donc d'obtenir une rentabilité financière supérieure à la rentabilité économique attendue. **C'est précisément l'effet de levier.** On pourrait envisager d'utiliser le nombre $g(t) - 8$ pour mesurer cet effet.

Les opérations élémentaires sur les fonctions (somme d'une fonction constante et du produit de deux fonctions croissantes) permettent de prouver facilement que la fonction g est croissante sur l'ensemble $]0 ; 100[$. Ainsi :

Plus la part de la somme empruntée augmente, plus la rentabilité financière augmente.

Une autre transformation algébrique possible est la suivante :

$$g(t) = \frac{500 + 300 - 3t}{100 - t} = 3 + \frac{500}{100 - t}.$$

Cette expression met, cette fois, le nombre 3, c'est-à-dire le taux de l'emprunt en valeur. Pour la recherche du minimum, elle est plus difficile à manipuler mais,

construite à partir d'une fonction inverse, son sens de variation est facile à établir et son étude peut se faire dès la classe de seconde. De plus, cette expression algébrique est très semblable à celle obtenue dans la partie II.

On remarquera que, comme précédemment, pour des raisons de proportionnalité, l'expression algébrique de la fonction g est indépendante de la valeur du capital total à financer pour l'opération étudiée.

On pourra construire et interpréter un tableau de valeurs pour cette fonction.

3. Généralisation

Dans le paragraphe précédent, on a traité le cas particulier où le taux de l'emprunt est de 3% ; on se propose maintenant de généraliser la situation au cas où le taux de l'emprunt est de i %.

On conserve les mêmes données : l'opération à réaliser nécessite 100 000€ le taux de rentabilité économique est de 8%, la rémunération de l'opération est donc de 8 000€
On note t la part, exprimée en pourcentages, de la somme empruntée dans le capital total à financer. (Rappel : $0 \leq t < 100$)

On veut déterminer le taux de rentabilité financière $g(t)$ de l'investissement réalisé en utilisant un apport de t % de l'opération financière couvert par un prêt bancaire au taux de i %, le reste de la somme nécessaire étant apportée en capital (propre) par les investisseurs.

La somme empruntée à i % est donc : $1000t$.

Le capital investi est donc : $C = 1000(100 - t)$.

La rémunération du prêt est : $I = 10it$.

La rémunération du capital (propre) investi est : $R = 8000 - 10it$.

Le taux de rentabilité financière du capital réellement investi est donc :

$$g(t) = 100 \frac{8000 - 10it}{1000(100 - t)} = \frac{800 - it}{100 - t}.$$

On peut écrire cette expression sous la forme :

$$g(t) = \frac{800 - 8t + 8t - it}{100 - t} = 8 + \frac{(8 - i)t}{100 - t}. \quad (*)$$

Ceci prouve que, i étant fixé, avec $i < 8$, le minimum de la fonction g de la variable t ainsi définie, sur l'intervalle $[0 ; 100[$ est encore 8 ; de même, on trouve encore une fonction croissante sur cet intervalle dans le cas où $i < 8$.

On peut aussi écrire :

$$g(t) = \frac{100i - it + 800 - 100i}{100 - t} = i + 100 \frac{8 - i}{100 - t}.$$

Sous cette forme, i étant fixé, on obtient une fonction de la variable t facile à étudier dès la classe de seconde.

On remarquera à nouveau que, comme précédemment, pour des raisons de proportionnalité, l'expression algébrique de la fonction g est indépendante de la valeur du capital total à financer pour l'opération étudiée.

Remarque :

Si $i > 8$, l'égalité (*) implique : $g(t) < 8$.

L'utilisation d'un emprunt induit alors une baisse de la rentabilité financière par rapport à la rentabilité économique ; l'emprunt n'a plus alors un but spéculatif et ne se fera que par nécessité ; il ne s'agit plus alors d'un investissement à but spéculatif ; cet objectif n'étant pas atteint, on cherchera un autre cadre où faire fortune...

IV. Généralisation

Tout ce qui précède a été établi avec un taux de rentabilité économique fixé à 8%. Naturellement, on peut reprendre le problème lorsque l'investissement à réaliser rapportera 7% ; il suffit de remplacer 8 par 7 dans les calculs réalisés. Nous ne reprendrons pas ces calculs ici mais nous écrirons, ci-dessous, sans calculs fastidieux, les formules attendues dans le cas général.

Version 1 :

Le capital à financer K a une valeur quelconque. On veut donc déterminer le taux de rentabilité financière $f(t)$ de l'investissement réalisé par un apport en capital de t % de cette somme K , le reste de la somme nécessaire étant obtenue par un emprunt au taux de i %.

Le taux de rentabilité économique espéré du capital total à financer est de R_e %.

La rentabilité financière s'écrira :

$$f(t) = i + 100 \frac{R_e - i}{t} \%.$$

Cette formule généralise celle écrite au paragraphe II-3-c.

Version 2 :

L'opération à réaliser nécessite une somme de K €, le taux de rentabilité économique est de R_e %.

On note t la part, en pourcentage, de la somme empruntée dans le capital total à financer.

On veut déterminer le taux de rentabilité financière $g(t)$ de l'investissement réalisé en utilisant un apport de t % couvert par un prêt bancaire au taux de i %, le reste de la somme nécessaire étant apportée en capital par les investisseurs.

La rentabilité financière s'écrira :

$$g(t) = \frac{100R_e - it}{100 - t} \quad (1)$$

c'est-à-dire :

$$g(t) = R_e + \frac{(R_e - i)t}{100 - t} \quad (2)$$

ou encore :

$$g(t) = i + 100 \frac{R_e - i}{100 - t}. \quad (3)$$

Avec ces formules, qui généralisent celles écrites au paragraphe III-3, pour nos élèves, on pourra facilement construire d'autres activités sur le même thème.

V. Un dernier point de vue

Dans ce qui précède, on a comparé une partie (le capital investi ou le capital emprunté) à un tout, l'ensemble de référence (la somme totale à financer pour réaliser l'investissement envisagé). Une autre pratique consiste à comparer l'une des parties à l'autre partie, comme dans les courses où la cote d'un cheval peut être de 5 contre 2, par exemple. On va donc, dans ce qui suit, comparer la somme empruntée à la somme investie en capitaux propres ; on en calculera le quotient.

Le capital total à financer K a une valeur quelconque. Il est supposé apporter une rentabilité dite économique proportionnelle à cette somme. On note R_e cette rentabilité, exprimée en pourcentage de l'investissement total. On va exploiter les résultats de la situation précédente. On veut donc déterminer le taux de rentabilité financière $g(t)$ de l'investissement réalisé en ayant recours à un prêt bancaire de t % de cette somme K au taux de i %, le reste de la somme nécessaire étant obtenue par un apport en capital (propre) fourni par les investisseurs.

D'après ce qui précède, on peut écrire :

$$g(t) = R_e + \frac{(R_e - i)t}{100 - t} \quad (2)$$

c'est-à-dire :

$$g(t) = R_e + \frac{(R_e - i)tK}{(100 - t)K}$$

c'est-à-dire :

$$g(t) = R_e + (R_e - i) \frac{tK}{(100 - t)K}. \quad (**)$$

La somme D empruntée est égale à :

$$D = tK.$$

L'apport en capital propre C est :

$$C = (100 - t)K.$$

Le taux de rentabilité financière R_f , exprimé en pourcentage de la somme apportée, s'écrit donc, d'après la formule (**):

$$R_f = R_e + (R_e - i) \frac{D}{C}.$$

En considérant pour variable le quotient D/C , obtient cette fois une fonction affine. Dans l'hypothèse où $R_e > i$, cette fonction est croissante et, plus ce rapport est élevé, c'est-à-dire plus la part de C est faible par rapport à D , plus la rentabilité est élevée.

Reprenons, à titre d'exemple, la situation évoquée initialement :

$$R_e = 8 \% \quad i = 3 \%$$

On peut alors construire le tableau suivant :

D/C	0	1	2	5	9	10	24
Rentabilité financière	8%	13%	18%	33%	53%	58%	128%
Écart absolu $R_f - R_e$	0%	5%	10%	25%	45%	50%	120%
Hausse de la rentabilité financière	0%	62,5%	125%	312,5%	562,5%	625%	1500%

NB : on entend par "hausse de la rentabilité financière" l'augmentation, en pourcentages, de la rentabilité du capital propre. Pour le calcul, on utilise donc la formule :

$$100 \frac{R_f - R_e}{R_e}.$$

Cette hausse est un argument fort pour attirer un éventuel investisseur et peut servir à mesurer l'effet de levier.

VI. Conclusion

L'effet levier consiste donc en fait à reporter sur le capital propre investi une partie de la rentabilité de la somme empruntée ; il faut donc que ce report soit conséquent pour voir augmenter de manière significative et attirante le taux de rémunération du capital investi en propre par l'investisseur spéculatif, d'où l'augmentation de la part empruntée. Il en découle, en outre, une baisse de l'apport, en fonds propres, pour réaliser une opération définie à priori (par exemple : achat d'un appartement en vue de le louer, cet appartement ayant un prix déjà fixé) ; minimiser l'apport personnel et l'associer à un taux de rentabilité élevé sont deux arguments de poids souvent utilisés pour attirer le client.

Pour réaliser un investissement, compléter un apport en capital S par un apport sous forme d'un emprunt peut donc permettre d'augmenter considérablement la rentabilité de la somme S et atteindre des taux très rémunérateurs et attrayants. Cet

effet de levier est très utilisé dans les opérations à but spéculatif où l'objectif essentiel est de réaliser un maximum de gain en un minimum de temps en orientant le capital disponible vers des opérations financières à très haut rendement.

De nombreuses opérations financières spéculatives sont élaborées sur ce principe : on choisit un produit financier dont on attend un revenu (ou une hausse) important ; on apporte un petit capital et on complète la somme nécessaire par un emprunt à un taux faible ; l'effet de levier entraîne, en fin d'opération, un revenu très conséquent.

Cet effet de levier renforce le pouvoir et la rentabilité des fonds spéculatifs souvent nuisibles à l'économie, surtout dans les périodes où les taux d'intérêts sont très bas.

Un autre exemple est le financement par les sociétés d'investissement des LBO où ce levier est très fortement utilisé : ces sociétés, dans le but de réaliser un rapide profit rachètent des entreprises à fort potentiel de développement mais en difficulté financière. Elles financent ces achats en recourant massivement à l'emprunt, restructurent la société et la revendent rapidement (éventuellement après découpage) avec une importante plus value ; il arrive même que l'investisseur fasse rembourser par la société cible l'emprunt qui a servi à la racheter. On peut aussi spéculer sur le pétrole ou les matières premières...

On peut aussi signaler certaines opérations d'investissement immobilier où, en jouant sur les différentes primes ou remises d'impôts, sur des prêts à taux faibles, sur des promesses de rentrée d'argent par location du bien, des promoteurs font miroiter à leurs clients des rentabilités intéressantes pour un apport initial minimum.

Les limites du processus :

Par l'usage d'un emprunt, on peut donc obtenir une rentabilité très intéressante mais il y a quelques précautions à prendre :

L'opération n'a de réel intérêt que si le taux de rentabilité économique est supérieur au taux de l'emprunt souscrit.

Il est préférable que le prêt réalisé soit à taux fixe afin de se prémunir des pertes liées à une hausse non prévue d'un taux indexé. On évitera donc les emprunts à taux variables (surtout si ces taux ne sont pas encadrés), les emprunts à taux progressifs, etc... Certains acheteurs dans l'immobilier en ont fait les frais.

Il faut être assuré de la valeur du taux de rentabilité économique sur lequel peuvent peser certaines incertitudes (retournement de conjoncture économique, produit mal positionné, avantages fiscaux disparus...). Ainsi certaines personnes ayant acheté un bien immobilier en vue de le mettre en location se sont retrouvées propriétaires d'un local sans locataire car situé dans un lieu où le marché de la location était inexistant (par exemples : logement pour étudiant dans une ville sans

université proche ou dans un quartier non recherché ou dans un secteur où il y a déjà pléthore de logements à louer) et n'ont pas pu bénéficier des avantages fiscaux promis et des rentrées d'argent liées à la location du bien. Dans le même registre, on peut citer certaines locations de vacances ou de loisirs...

Il faut être assuré de la valeur du bien à l'échéance : l'investisseur retrouvera-t-il son capital ? Pourra-t-il rembourser le prêt ? On peut encore citer le cas d'investissements immobiliers où, suite à une crise, le bien, au lieu de prendre de la valeur, en a perdu et ne permet pas, par la revente, de couvrir les dettes ; on citera aussi certains placements en bourse ou les parts dans la propriété de certains bateaux de croisière (qui n'ont aucune valeur à la revente).

Ainsi, dans certains cas, cet effet levier peut se retourner contre son utilisateur et devenir un "effet massue".

Remarque

Dans ce qui précède, on a procédé de la manière suivante :

1. on définit d'abord l'opération à financer et donc la somme à trouver,
2. on étudie ensuite la répartition entre apport personnel et emprunt à réaliser.

On a donc adopté le point de vue du promoteur de l'opération financière ayant un soutien bancaire et cherchant à attirer des apports en capitaux propres.

On pourrait étudier un autre point de vue, celui de la personne qui dispose d'un capital, déterminé à priori, et qui cherche un placement à haut rendement pour ce capital. Reprenons, par exemple un des cas cités en page 3 :

Avec un apport de 20 000€ dans l'opération décrite, on obtient un rendement de 28% dans cette opération où le budget global est de 100 000€. Mais, s'il dispose de 60000€, que lui conseiller ? Par exemple : financer 3 opérations identiques ou une seule au budget global de 300 000€.. On pourrait donc reprendre tout ce qui précède dans le contexte suivant : on dispose d'une somme S fixée à priori, on réalise un emprunt d'une somme de E € variable au taux de 3% et on étudie le taux de rémunération financière, en fonction de E , de cette somme dans une opération financière dont le montant total est de $S+E$ € et la rentabilité économique 8%. A vos crayons...