

O combien de matins a vus le capitaine

Michel LAFOND,

Mots clé : Âge, capitaine, rallye mathématique.

Résumé : Une compilation d'énoncés dans lesquels on demande à chaque fois l'âge du capitaine, ou de ses filles, quand ce n'est pas le nom du capitaine ou même, comme dans un énoncé délirant, l'endroit où se trouve le capitaine !

Dans Wikipédia, si on sélectionne HUMOUR MATHÉMATIQUE, on peut lire (17 11 2010) :

Gustave Flaubert, dans une lettre à sa sœur, singe les problèmes faussement concrets posés aux écoliers du XIX^e siècle : « *Puisque vous étudiez la géométrie et la trigonométrie, je vais vous soumettre un problème : un bateau vogue sur l'Océan. Il a quitté Boston avec un chargement de laine. Il jauge 200 tonneaux. Il se dirige vers Le Havre. Le grand mât est cassé, le garçon de cabine est sur le pont, il y a douze passagers à bord. Le vent souffle E-NE. L'horloge marque 3h 1/4. On est au mois de mai. Quel est l'âge du capitaine ?* »

Ce problème est insoluble, les données nombreuses étant insuffisantes.

L'expression "l'âge du capitaine" est restée célèbre.

Certains des 11 énoncés qui suivent ont été donnés lors de différents rallyes mathématiques des lycées de Bourgogne, d'autres se trouvent en surfant sur Internet, d'autres encore sont des "classiques".

- Voici les 11 énoncés ; les solutions sont données à la fin de cet article.

1. Rallye 1998. L'ÂGE DU CAPITAINE.

Le capitaine dit à son fils :

"La cabine numéro 1 abrite M. Dupont et ses deux filles. Le produit de leurs 3 âges est **2450** et la somme de leurs 3 âges est égale à **4** fois le tien. Peux-tu trouver les âges des 3 passagers ?"

Après un instant, le fils répond : "Non, il me manque une donnée".

Le capitaine ajoute alors : "Je suis plus âgé que M. Dupont."

Le fils du capitaine en déduit aussitôt les 3 réponses.

Quel est l'âge du capitaine ? De son fils ? De M. Dupont ? Quels sont les âges des deux filles ?

2. Rallye 2001. SÉCURITÉ SOCIALE.

Le capitaine a fait naufrage.

Tout ce qu'on a retrouvé de lui est sa carte de sécurité sociale dont le numéro à 13 chiffres contient 2 chiffres illisibles (ceux des 2 derniers chiffres de son année de naissance) : **1 ♣ ♣ 1 2 7 1 1 5 3 0 4 4** clé **6 7**.

Quel est l'âge du capitaine en 2011 ?

(En France, si on ajoute le nombre à 13 chiffres d'un numéro de sécurité sociale et sa clé, on obtient toujours un multiple de 97. Cela sert de contrôle informatique).

3. Rallye 2006. L'ANNIVERSAIRE DU CAPITAINE.

Pour l'anniversaire du capitaine, son pâtissier s'est surpassé et a frôlé la perfection : il a confectionné un gâteau en forme de polygone ayant autant de côtés que l'âge du capitaine. Quant aux angles, ils sont tous égaux, sauf cinq qui mesurent 1 degré de plus que les autres.

Bien sûr, les angles sont mesurés par un nombre entier de degrés.

Quel est l'âge du capitaine ?

L'énoncé suivant a été trouvé sur

<http://www.prise2tete.fr/forum/viewtopic.php?id=246>

4. *Un capitaine de navire* s'était engagé dans la marine à l'âge de 13 ans et a passé un quart de sa vie comme matelot, un cinquième comme lieutenant de vaisseau, un tiers comme capitaine de corvette et un tiers à dormir. Quel âge avait-il à sa mort ?

L'énoncé suivant a été trouvé sur

<http://enigmes.chez.com/enighisto1.htm>

On le trouve aussi sur le site diophante.fr (exercice numéroté A145.)

Et également dans : Aveline Claude - Le code des jeux - Le Livre de Poche - 1972.

(Voir la biographie de Claude Aveline sur Wikipédia.)

Il existe sous de nombreuses versions.

5. *Le pertuisanier*. Connue aussi sous le nom "**La pertuisane**".

Pendant la guerre de 1914-18, des travaux de fortification mirent au jour une pertuisane enterrée lors d'un très ancien combat. Si on multiplie la longueur L de la pertuisane exprimée en pieds, par la moitié de l'âge A du capitaine qui se distingua au cours de cette bataille, puis par le nombre de jours M que comporte le mois où la pertuisane fut trouvée, enfin par le quart du nombre d'années écoulées entre la bataille et la découverte de la pertuisane, on obtient le nombre 225 533.

Comment s'appelait le capitaine et au cours de quelle bataille fut enterrée la pertuisane ?

Aide :

- Une pertuisane est une hallebarde légère du XVI^e siècle
- Un pied = 33 cm.

L'énoncé suivant a été trouvé sur

<http://pagesperso-orange.fr/gilles.costantini/enigmes.htm>

6. Le X^e jour du Y^e mois de l'année 1900 + Z, un bateau ayant U hélices, V cheminées et W hommes d'équipage est lancé.

Sachant que le produit UVWXYZ augmenté de la racine cubique de l'âge du capitaine (qui est grand-père) est égal à **4 002 331**, trouver l'âge du capitaine ainsi que toutes les caractéristiques du bateau.

L'énoncé suivant a été trouvé sur

<http://www.ilemaths.net/forum-sujet-284760.html>

7. Si je vous dis que le lieutenant a 55 ans, que l'adjudant a 35 ans, que le colonel a 34 ans et que l'officier a 44 ans, quel est l'âge du capitaine ?

L'énoncé suivant a été trouvé sur :

http://forum.aufeminin.com/forum/loisirs1/_f21921_loisirs1-L-age-du-capitaine.html

J'ai modifié l'énoncé qui supposait que les années avaient toutes 365,25 jours...

8. C'est l'anniversaire du capitaine aujourd'hui !

Mais lorsqu'on lui demande à quelle heure il est né, il répond :

"Ce soir, à minuit pile, j'aurai vécu 31 561 050 fois plus de secondes que d'années.

Le nombre de mes années est un nombre premier et je suis né un après-midi...".

Donnez l'âge du capitaine et son heure de naissance à la seconde près.

9. POPY BIRTHDAY. (extrait de "100 gourmandises mathématique", Ferachoglou, R. et Lafond, M., Ellipses, Paris 2010)

Pour le gâteau d'anniversaire du popy (ancien capitaine qui va vers ses 100 ans), on a mis :

- des bougies rouges (autant que de dizaines dans l'âge du popy) ;

- des bougies bleues (autant que d'unités dans l'âge du papy).

Toutes les bougies durent un nombre entier de minutes. Comme les rouges durent plus longtemps que les bleues, après avoir allumé simultanément toutes les bougies, on décide de remplacer chaque bougie qui s'éteint par une bougie neuve identique qu'on rallume immédiatement. Au bout d'une heure et quart, alors que l'on a changé 174 bougies, toutes s'éteignent en même temps. Il est alors temps de manger le gâteau.

Quel est l'âge du papy ?

10. LES DESCENDANTS DU CAPITAINE. (*extrait de "100 gourmandises mathématiques", Ferachoglou, R. et Lafond, M., Ellipses, Paris 2010*)

Le 1er janvier 2007, toute la famille est réunie pour l'anniversaire du capitaine, né au siècle dernier. Celui-ci est particulièrement satisfait car, pour la troisième année consécutive, son âge est égal à la somme des carrés des âges de deux de ses descendants âgés d'au moins un an.

Quel est l'âge du capitaine en 2007 ?

L'énoncé suivant a été trouvé dans l'ouvrage cité en bibliographie.

11. MAIS OÙ EST DONC PASSÉ LE CAPITAINE ?

La femme du capitaine a 21 ans de plus que son fils. Dans 6 ans, le fils sera 5 fois plus jeune que sa mère.

Question : Où se trouve le capitaine ?

Et maintenant les solutions :

Solution 1

Les diviseurs de

$$2450 = 2 \times 5^2 \times 7^2 \text{ sont } \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 25, 35, 49, 50, 70, 98, 175, \dots\}.$$

Les possibilités raisonnables sont résumées ci-dessous :

Âge de M. Dupont	Produit des âges des deux filles.	Âges des 2 filles	Somme des 3 âges	Âge du fils
98	25	1 - 25	124	31
98	25	5 - 5	108	27
70	35	1 - 35	106	
70	35	5 - 7	82	
50	49	1 - 49	100	25
50	49	7 - 7	64	16 ↑
49	50	2 - 25	76	19
49	50	5 - 10	64	16 ↓
35	70	5 - 14	54	
35	70	7 - 10	52	13
25	98	7 - 14	46	

Si l'une des filles est plus âgée que le père, cela ne convient pas.

Si la somme des 3 âges n'est pas multiple de 4, cela ne convient pas.

Par ailleurs, puisque le fils ne peut conclure du premier coup, c'est qu'il y a ambiguïté, ce qui se produit uniquement lorsque le fils a 16 ans, les âges étant soit (50, 7, 7) soit (49, 5, 10).

Le fait que le fils peut conclure avec l'information supplémentaire que son père est plus âgé que M. Dupont signifie que **le capitaine a 50 ans**.

Donc M. Dupont a 49 ans, et ses deux filles ont 5 et 10 ans.

Solution 2

Cette solution utilise la notion de congruence, du niveau de Terminale S (enseignement de spécialité).

D'après l'énoncé, $1 \clubsuit \clubsuit 1271153044 + 67 \equiv 0 \pmod{97}$.

Cela peut s'écrire aussi : $(1 \clubsuit \clubsuit) \times 10^{10} + 1\ 271\ 153\ 044 + 67 \equiv 0 \pmod{97}$.

Or, modulo 97 :

$$10^{10} \equiv 49 \text{ et } 1271153044 \equiv 54 \text{ donc } 1 \clubsuit \clubsuit \times 49 + 54 + 67 \equiv 0 \pmod{97}.$$

On en tire : $1 \clubsuit \clubsuit \times 49 \equiv -121 \equiv 73 \pmod{97}$.

Puisque $49 \times 2 \equiv 1 \pmod{97}$, multiplions membre à membre la congruence précédente par 2.

On obtient $1 \clubsuit \clubsuit \equiv 73 \times 2 \equiv 146 \pmod{97}$.

La seule possibilité satisfaisant à cette condition est : $1 \clubsuit \clubsuit = 146$.

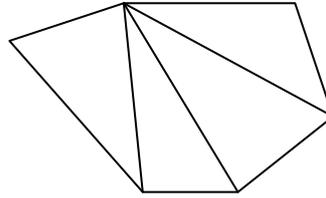
L'année de naissance du capitaine est 1946. En 2011 il a 65 ans.

Solution 3

Notons n l'âge entier du capitaine.

Le premier point est de savoir calculer la somme des angles d'un polygone convexe.

Un truc facile à retenir, est qu'un polygone de n côtés peut être partagé en $n - 2$ triangles, puisque d'un sommet quelconque, on peut mener $n - 2$ diagonales situées strictement à l'intérieur du polygone.



Comme la somme des angles d'un triangle est de 180° , celle des angles du polygone est de $180(n - 2)$ degrés.

Il y a n angles dont, par hypothèse, $n - 5$ sont égaux et mesurent disons a degrés, et les 5 autres mesurent $a + 1$ degrés.

On en déduit l'équation du problème : $a(n - 5) + 5(a + 1) = 180(n - 2)$.

Le second point est de savoir résoudre cette équation ; en développant, elle s'écrit : $an - 5a + 5a + 5 = 180n - 360$, soit encore : $(180 - a)n = 365$.

Cette égalité ne permet pas de calculer l'inconnue n , mais on peut en déduire que l'entier n est un diviseur de 365 ce qui limite les possibilités, car $365 = 5 \times 73$ premiers.

L'âge du capitaine est à rechercher parmi l'ensemble des 4 diviseurs de 365, à savoir $\{1, 5, 73, 365\}$.

La seule réponse plausible est bien sûr 73 ans.

Le capitaine a 73 ans.

Solution 4

C'est un problème très simple qu'on peut poser dans de petites classes :

état	avant 13 ans	matelot	lieutenant de vaisseau	capitaine de corvette
temps passé	13 ans	$a / 4$	$a / 5$	$a / 3$

Soit a l'âge du capitaine.

Le fait qu'il ait passé un tiers de sa vie à dormir est sans intérêt pour le problème

Par hypothèse, on a l'équation $\frac{a}{4} + \frac{a}{5} + \frac{a}{3} + 13 = a$ de laquelle on tire $a = 60$.

Le capitaine a 60 ans.

Solution 5

Le capitaine s'appelait **Gaston de Foix**. Il est né à Mazères le 10/12/1489 et est mort à Ravenne le 11/04/1512.

Il fut duc de Nemours, comte d'Étampes et vicomte de Narbonne. Surnommé *Le Foudre d'Italie* à cause de ses hauts faits, il gagna la bataille de Ravenne mais y fut tué en poursuivant les vaincus.

En effet : $N = 225\,533 = 7 \times 11 \times 29 \times 101$.

Le seul facteur de N qui convient pour désigner le nombre M de jours dans un mois est 29.

La découverte a donc été faite en février d'une année bissextile.

La seule année bissextile de la période 1914-1918 est 1916.

S'agissant de l'âge du capitaine, le seul nombre raisonnable est $A / 2 = 11$. Le capitaine avait donc 22 ans.

La longueur de la pertuisane ne peut pas atteindre 101 pieds.

Sa mesure est $L = 7$ pieds.

Enfin, $4 \times 101 = 404$ années séparent l'enterrement et la découverte de la pertuisane.

La bataille a donc eu lieu en $1916 - 404 = 1512$, et en effet, en 1512, Gaston de Foix a été tué à la bataille de Ravenne en Italie à l'âge 22 ans et 4 mois !

Solution 6

Il est clair que tous les nombres sont entiers, il faut donc trouver l'âge du capitaine comme étant un cube.

8 et 27 sont exclus car c'est un peu jeune pour être grand-père, reste 64.

4 002 331 – la racine cubique (4) = 4 002 327 que l'on décompose en facteurs premiers : $3^2 \times 7 \times 17 \times 37 \times 101$.

Si on suppose qu'il y a autant de moteurs (et donc de cheminées) que d'hélices, on a 3 hélices (U) et 3 cheminées (V), donc forcément 101 hommes d'équipage (W), et tout ceci se passe le 17 / 07 / 1937...

Solution 7

"lieutenant"	possède 5 voyelles et 5 consonnes	→ 55 ans
"adjudant"	possède 3 voyelles et 5 consonnes	→ 35 ans
"colonel"	possède 3 voyelles et 4 consonnes	→ 34 ans
"officier"	possède 4 voyelles et 4 consonnes	→ 44 ans
"capitaine"	possède 5 voyelles et 4 consonnes	→ 54 ans

Ce capitaine devrait avoir 54 ans (avec 5 voyelles et 4 consonnes dans son nom).
C'est plus une devinette qu'un problème de maths. Mais pourquoi pas ?

Solution 8

À un certain moment de la journée, le capitaine a vécu exactement n années.
Durant ces n années, il y a eu b années bissextiles.

b est égal soit à $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ soit à $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor + 1$ où $\lfloor x \rfloor$ désigne la partie entière de x .

Il y a 86400 secondes dans une journée, donc à minuit ce même jour, soit h heures, m minutes et s secondes plus tard que son anniversaire, il a vécu

$$(365n + b) \times 86400 + 3600h + 60m + s \text{ secondes.}$$

Par hypothèse $(365n + b) \times 86400 + 3600h + 60m + s = 31561050n$ (1)

En développant, (1) s'écrit : $3600h + 60m + s = 25050n - 86400b$ (2)

La quantité $3600h + 60m + s$ doit être positive ou nulle et inférieure à 86400, nombre de secondes dans une journée.

Donc il faut avoir : $0 \leq 25050n - 86400b \leq 86400$ (3)

Comme dans (2), le coefficient de b est 86400, au plus une valeur de b conviendra parmi $\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$ et

$$\left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor + 1.$$

Il reste à explorer toutes les valeurs de n comprises, par exemple, entre 12 et 120, intervalle suffisamment large.

Ainsi, si $n = 29$, b est égal soit à 7 soit à 8.

Si $b = 7$, (2) devient $3600h + 60m + s = 121650$ valeur non convenable.

Si $b = 8$, (2) devient $3600h + 60m + s = 35250$.

On en tire $h = \left\lfloor \frac{35250}{3600} \right\rfloor = 9$ puis $60m + s = 2850$ d'où

$$m = \left\lfloor \frac{2850}{60} \right\rfloor = 47 \text{ et donc } s = 2850 - 47 \cdot 60 = 30.$$

Il se serait donc écoulé 9 heures, 47 minutes et 30 secondes entre l'anniversaire et minuit, ce qui donnerait par différence une heure de naissance égale à 14 heures 12 minutes et 30 secondes.

En examinant de même les autres valeurs de n premier, on ne trouve avec la condition (3) que 8 âges :

Âge du capitaine	Nombre d'années bissextiles vécues	heure de naissance		
		heure	minutes	secondes
13	3	05	32	30
17	4	01	42	30
19	5	11	47	30
23	6	07	57	30
29	8	14	12	30
31	8	00	17	30
37	10	06	32	30
41	11	02	42	30

Le capitaine a 29 ans, et il est né à 14h 12' 30'' seule heure située l'après-midi.

Solution 9

Notons a et b le chiffre des dizaines et le chiffre des unités dans l'âge du papy. On a donc $1 \leq a \leq 9$ et $1 \leq b \leq 9$. Puisque le papy va sur ses 100 ans, on peut raisonnablement penser que a est proche de 9.

On a placé initialement sur le gâteau a bougies rouges et b bougies bleues.

Si chaque bougie rouge est changée x fois et chaque bougie bleue est changée y fois, alors x et y sont des entiers strictement positifs vérifiant l'égalité : $ax + by = 174$.

Puisque au bout de 75 minutes les bougies s'éteignent en même temps, il en résulte que le nombre $x + 1$ est un diviseur de 75. De même $y + 1$ est un diviseur de 75.

La liste des diviseurs de 75 est : $\{1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75\}$.

Compte tenu de ce que $0 < x < y$ (puisque une bougie rouge dure plus longtemps qu'une bleue), il en résulte que les seuls couples (x, y) possibles sont les suivants : $(2, 4)$, $(2, 14)$, $(2, 24)$, $(2, 74)$, $(4, 14)$, $(4, 24)$, $(4, 74)$, $(14, 24)$, $(14, 74)$, $(24, 74)$.

Il reste à examiner, pour ces dix couples, les solutions entières éventuelles (a, b) de l'équation correspondante $ax + by = 174$, qui satisfont aux conditions $1 \leq a \leq 9$ et $1 \leq b \leq 9$.

Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant.

(x, y)	Équation correspondante simplifiée	Valeurs possibles des couples (a, b) avec $1 \leq a \leq 9$ et $0 \leq b \leq 9$
(2, 4)	$a + 2b = 87$	Impossible car a et b sont trop petits
(2, 14)	$a + 7b = 87$	Impossible car a et b sont trop petits
(2, 24)	$a + 12b = 87$	La seule possibilité est $a = 3$ et $b = 7$
(2, 74)	$a + 37b = 87$	Impossible, par balayage des différents cas
(4, 14)	$2a + 7b = 87$	Impossible, par balayage des différents cas
(4, 24)	$2a + 12b = 87$	Impossible car le nombre de gauche est pair, celui de droite impair
(4, 74)	$2a + 37b = 87$	Impossible, par balayage des différents cas
(14, 24)	$7a + 12b = 87$	La seule possibilité est $a = 9$ et $b = 2$
(14, 74)	$7a + 37b = 87$	Impossible, par balayage des différents cas
(24, 74)	$12a + 37b = 87$	Impossible, par balayage des différents cas

Les deux seuls couples (a, b) solutions sont donc $(3, 7)$ et $(9, 2)$. Le premier donnerait un âge de 37 ans pour le papy, ce qui est un peu court pour quelqu'un qui va sur ses 100 ans. Seul le deuxième couple est retenu.

Le vieux capitaine a 92 ans.

Solution 10

Soit n l'âge du capitaine en 2007 ; celui-ci étant né au XX^e siècle, on a $7 \leq n \leq 107$. (Il faut se souvenir que le XXI^e siècle a débuté en 2001.)

Les données de l'énoncé imposent que les nombres n , $n - 1$ et $n - 2$ sont des sommes de deux carrés d'entiers non nuls, qui ne correspondent pas nécessairement aux mêmes descendants du capitaine (dont on ne connaît pas le nombre d'ailleurs).

Le problème est donc ramené à dresser la liste des entiers compris entre 2 et 107 qui sont sommes de deux carrés. Ces nombres ont été complètement étudiés au XVII^e siècle par Pierre de Fermat, qui a dégagé la propriété suivante :

« Pour qu'un entier supérieur ou égal à 2 soit somme de deux carrés, il faut et il suffit que dans la décomposition en facteurs premiers de cet entier, l'exposant de tout facteur premier de la forme $4n + 3$ soit pair. »

La liste cherchée des sommes de deux carrés en résulte rapidement, mais on pourrait également l'établir par une recherche plus laborieuse :

{2, 4, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 25, 26, 29, 32, 34, 36, 37, 40, 41, 45, 49, 50, 52, 53, 58, 61, 64, 65, 68, 72, 73, 74, 80, 81, 82, 85, 89, 90, 97, 98, 100, 101, 104, 106}.

Il faut trouver trois nombres consécutifs dans cette liste.

Il y a quatre possibilités : {8, 9, 10}, {16, 17, 18}, **{72, 73, 74}**, {80, 81, 82}.

Pour la première, le capitaine serait trop jeune pour avoir des enfants ; de plus la seule décomposition de 9 en somme de deux carrés est $9 = 3^2 + 0^2$. Pour la deuxième possibilité, la seule décomposition de 16 en somme de deux carrés est $16 = 4^2 + 0^2$ et pour la dernière, la seule décomposition est $81 = 9^2 + 0^2$, mais la valeur 0 est exclue par l'énoncé.

Seule la troisième possibilité convient, avec par exemple :

$$72 = 6^2 + 6^2, \quad 73 = 8^2 + 3^2, \quad 74 = 7^2 + 5^2.$$

Le capitaine a eu 74 ans en 2007.

Solution 11

Soit a l'âge du fils aujourd'hui, exprimé en années.

On a le tableau des âges présents ou futurs ci-dessous :

	fils	mère
Aujourd'hui	a	$a + 21$
Dans 6 ans	$a + 6$	$a + 27$

Par hypothèse, on a $a + 27 = 5(a + 6)$ ou $4a = -3$ d'où l'on tire $a = -3/4$.

$-3/4$ d'années, cela fait -9 mois, et si le fils a aujourd'hui -9 mois, c'est que le capitaine (père supposé) n'est pas très loin de la mère.

Bibliographie :

- * Lhullier S. *Énigmes mathématiques diaboliques*, Marabout, 2007.
- * Ferachoglou R. et Lafond M., *100 friandises mathématiques*, Ellipses, Paris 2002, ISBN 2-7298-1019-6.
- * Ferachoglou R. et Lafond M., *100 gourmandises mathématiques*, Ellipses, Paris 2010, ISBN 978-2-7298-6173-5.

Sitographie :

Les énigmes trouvées sur les sites cités ci-dessous, étaient encore présentes le 19 novembre 2010.

<http://www.prise2tete.fr/forum/viewtopic.php?id=246>

<http://enigmes.chez.com/enighisto1.htm>

<http://pagesperso-orange.fr/gilles.costantini/enigmes.htm>

<http://www.ilemaths.net/forum-sujet-284760.html>

<http://forum.aufeminin.com/forum/loisirs1/>