Perspectives d'un cercle (partie 2)

Marie-Noëlle Racine mnracine@orange.fr
Alain Mascret, collège, Gevrey-Chambertin, mascret@ac-dijon.fr
Groupe Math et Arts de l'IREM de Dijon

Résumé : Comment représenter un cercle en perspective centrale (linéaire) ou en perspective cavalière. Quelques exemples au musée des Beaux-Arts de Dijon.
Cet article est publié en deux parties, perspective cavalière (partie 1) dans le numéro 121 de la *Feuille de Vigne ;* perspective centrale, ou linéaire (partie 2) dans ce numéro 122 de la *Feuille de Vigne.*

Mots clés : Perspective cavalière, perspective centrale, GeoGebra, geowiki, art et maths, perspective linéaire, cercle, perspective, sphère.

Chaque année, le groupe « math et arts » organise une journée musée. Le thème de la dernière, en mai 2011, était la perspective des corps ronds. Cet article reprend la méthode de représentation d'un cercle, présentée par Marie-Noëlle Racine le matin. Nous l'illustrerons par quelques tableaux du musée des Beaux-Arts de Dijon, présentés par Liliane Boccacio-Lecler lors de la visite commentée l'après-midi au musée.

Vous retrouverez la plupart des figures de cet article sur geowiki, le site du groupe « géométrie dynamique », plus précisément à la page :
http://geowiki.u-bourgogne.fr/doku.php?id=activites:perspective_d_un_cercle
Vous pourrez y refaire les constructions pas à pas. Chaque instruction du logiciel GeoGebra est commentée.

Les photos de tous les tableaux, insérées dans cet article, ont été faites sans flash et sans pied-photo au musée des Beaux Arts de Dijon (MBAD) par Marie-Noëlle Racine. Elles sont publiées au titre de la formation d'enseignants, sans but lucratif ou commercial et ne peuvent en aucun cas être copiées ou reproduites, par quelque moyen que ce soit, à titre commercial, sans autorisation préalable de leur auteure et du musée des Beaux Arts de Dijon.

2. Perspective centrale (ou linéaire) : (figure 14)

2.1 Sur chaque face visible d'un cube, nous allons dessiner un cercle tangent aux quatre arêtes.

Méthode de construction :

Sur la face ABCT, située dans un plan frontal, le cercle ***C*** de centre N est en vraie grandeur, sans déformations.

Les représentations des cercles sur les autres faces du cube sont des transformations géométriques de ce cercle ***C*** de centre N. Il s'agit d'homographies (voir des précisions en fin d'article).

Appelons **T** la transformation qui fait passer de ***C*** à son image ***C'*** sur la face ATKI.

Construisons ***C'*** point par point.

Pour tout point P du cercle **C**, traçons la droite (PQ) parallèle à (AB) passant par P, avec Q sur [AT].

Pour obtenir le point E (image de P par **T**), construisons les images des droites (NP) et (PQ) par la transformation **T**.

(QP) étant parallèle à (AB), son image (d) dans la face ATKI passe par le point Q et par le point de fuite principal F.

(NP) coupe (AT) en R. L'image de (NP) est (RO) où O est le point d'intersection des diagonales de ATKI.

E est l'intersection de (RO) et (d).

À tout point P du cercle ***C*** de centre N correspond bien un point E sur la face ATKI (et de la même manière, un point E' sur la face ABJI).

La représentation du cercle ***C'*** tracé sur la face ATKI est le lieu des points E quand P décrit le cercle ***C*** .

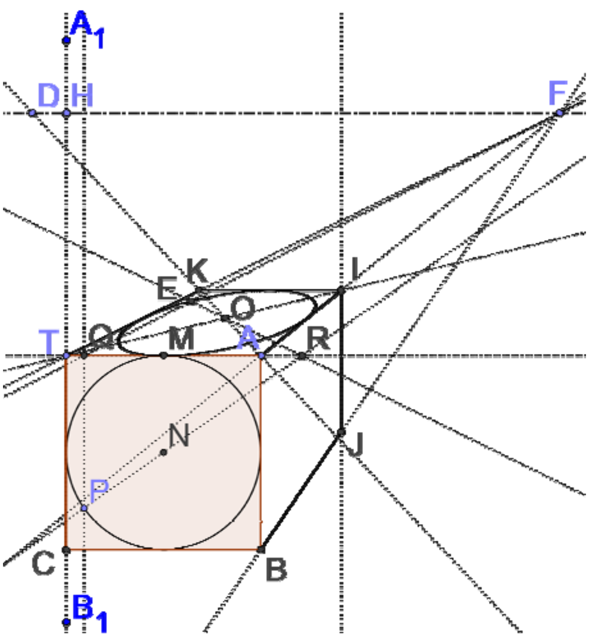


Figure 14

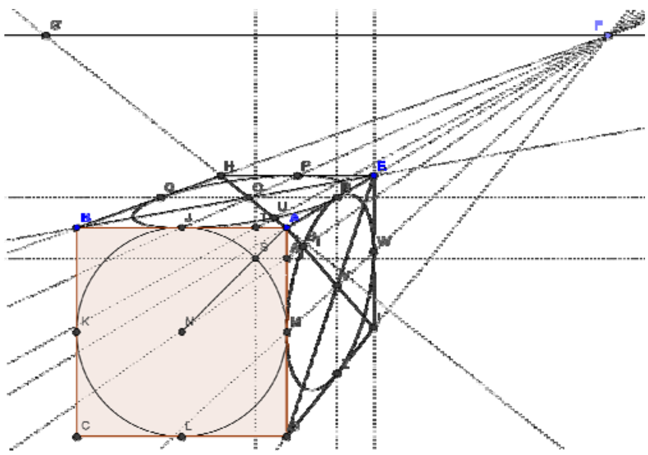
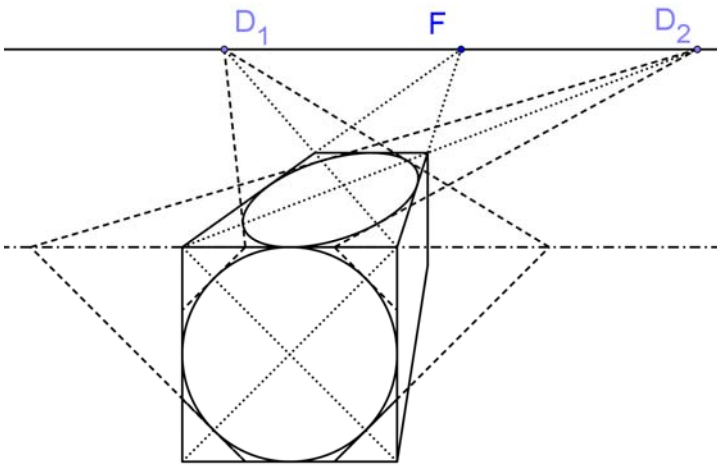


Figure 14 bis

Notons :
1)

aux points d'intersection de ***C*** avec les diagonales [AC] et [BT] de ABCT, les tangentes à ***C*** sont parallèles, respectivement aux diagonales [BT] et [AC]. Ainsi, les tangentes à la représentation de ***C*** ' aux points d'intersection avec les diagonales [AT] et [TI] passent, respectivement, par les points de distances D et D'(voir *figure 15*).

Figure 15



2) la représentation de ***C*** ' est une conique qui peut être ellipse, parabole, hyperbole selon les positions relatives de l'observateur, du cercle à représenter et du plan du tableau (voir figure 16).

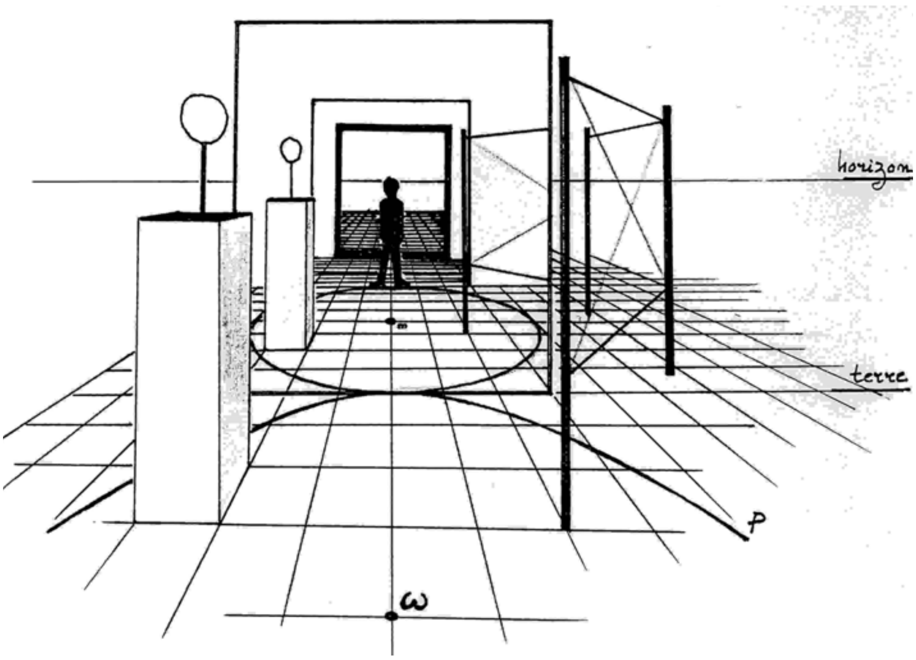


Figure 16
réalisée par Dominique Estève, *Perspectives*, IREM Dijon, 1998

On a installé une glace sur le tableau.
L'observateur se voit dans la glace. On constate qu'il est debout sur le bord d'un disque.
Le dessin du cercle est donc ici une parabole $\mathcal{P}$.
Avec un observateur à l'intérieur du cercle, la conique $\mathcal{P}$ serait une hyperbole.

Les axes de cette conique ne sont généralement pas parallèles aux arêtes de la face ATKI (voir *figure 17*) et le centre C’ de la conique, n’est pas le point O, centre de la face supérieure, image de N.

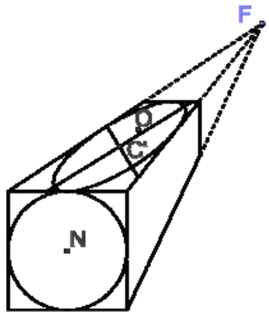


Figure 17

3) certains logiciels comme GeoGebra peuvent tracer la conique représentant ***C'*** à partir de 5 points. Cette possibilité sera notamment utilisée pour tracer les contours de représentations d’objets ronds sur des photos d’œuvres d’art (voir F*igures 19 et 20*)

Figures 18 et 19

Zabobi di Machiavelli, *Le couronnement de la Vierge*, 1473
MBAD, © Photo MN. Racine, tracés A. Mascret.

Figure 18 :

recherche du point de fuite principal et des points de distance.

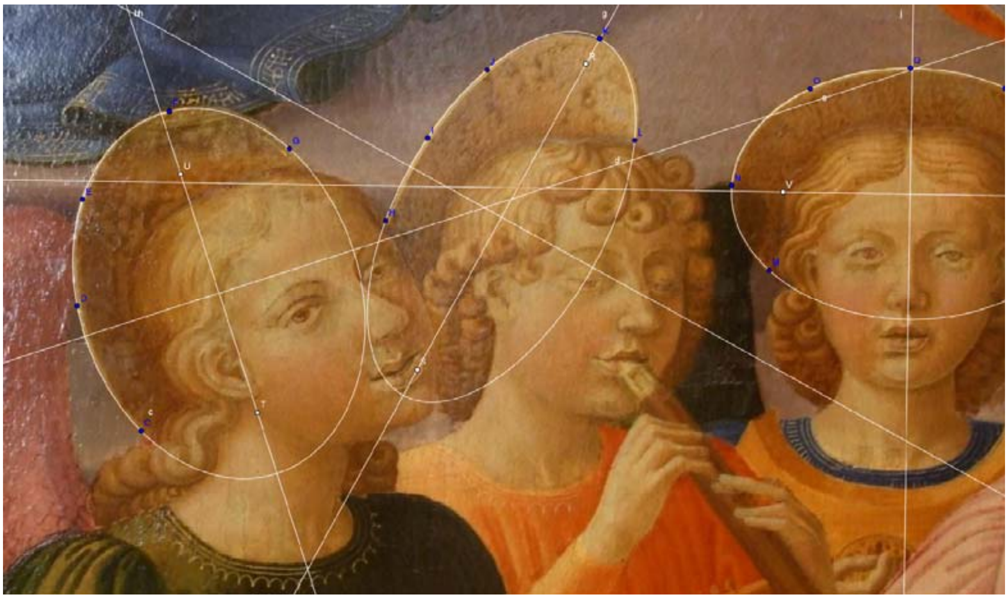


Figure 19 :
les auréoles des anges sont de parfaites ellipses

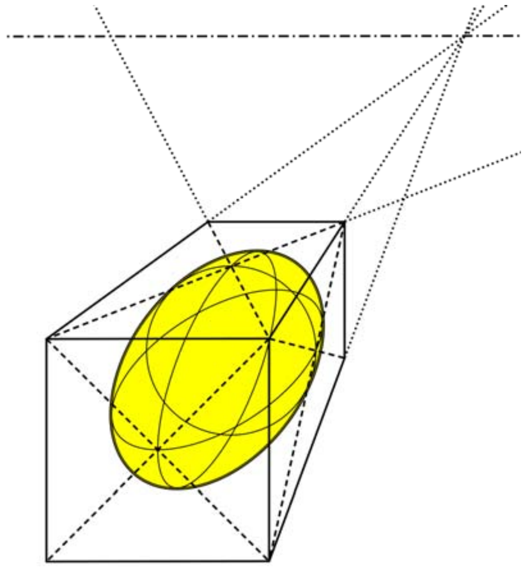
Figure 20

Le Maître des Ronds de Cobourg, (actif à Strasbourg, fin XV[e]), *Retable de sainte Marguerite,* MBAD © Photo MN. Racine, tracés A. Mascret

ici, on aurait du mal à faire correspondre le tracé de l'ouverture du baquet avec celui d'une ellipse.

2.2 Représenter une sphère devient réalisable (*figure 20*). Il est important de remarquer qu'en général, on ne « voit » pas en même temps le pôle nord et le pôle sud d'une sphère lorsqu'elle est représentée en perspective linéaire.

Figure 21
Sphère inscrite dans un cube quand la face supérieure du cube est visible.



Le contour apparent de la sphère, tracé ici en trait plein, est tangent aux cercles tracés sur la sphère. C’est encore une ellipse qui, sauf exception, n’est pas un cercle.
Les 3 « cercles » en traits fins passent chacun par les centres de quatre faces du cube. Celui qui est dans un plan frontal n’est pas déformé. Les deux autres sont ses transformés par une homographie.

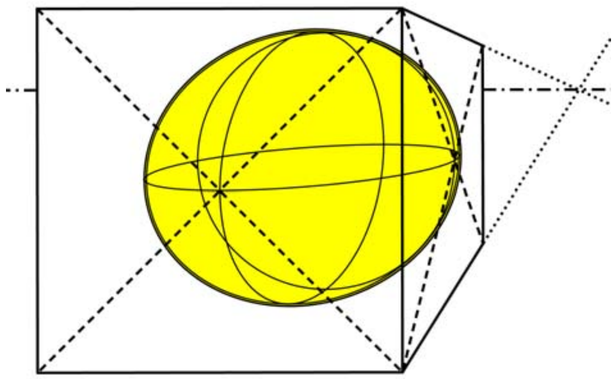


Figure 22
Sphère inscrite dans un cube quand la face supérieure du cube n’est pas visible

2.3 Précisons ce que nous entendons par homographie.
Reprenons pour cela la construction de la perspective cavalière d’un cercle : nous avions vu (cf n° 121 de la *Feuille de Vigne*) que la transformation géométrique qui transforme un cercle frontal en sa représentation sur une autre face du cube était une affinité dont l'axe est l'arête commune aux deux faces et dont la direction est la droite qui passe par les centres des deux faces.
Cette fois, la notion de direction perd son sens puisque les « parallèles » se coupent. En particulier les horizontales qui ne sont pas dans un plan frontal se rencontrent sur la ligne d’horizon.
Prenons l'exemple de la face supérieure : l'axe de l'homographie est la ligne de terre (AT). Tous les points de cette droite sont invariants.
Choisissons deux points dont nous connaissons les images, par exemple le centre N du cercle frontal dont l’image est l’intersection O des diagonales [AK] et [TI] de la face supérieure du cube et le milieu de l’arête [CB] dont l’image est le milieu F’ de [KI].

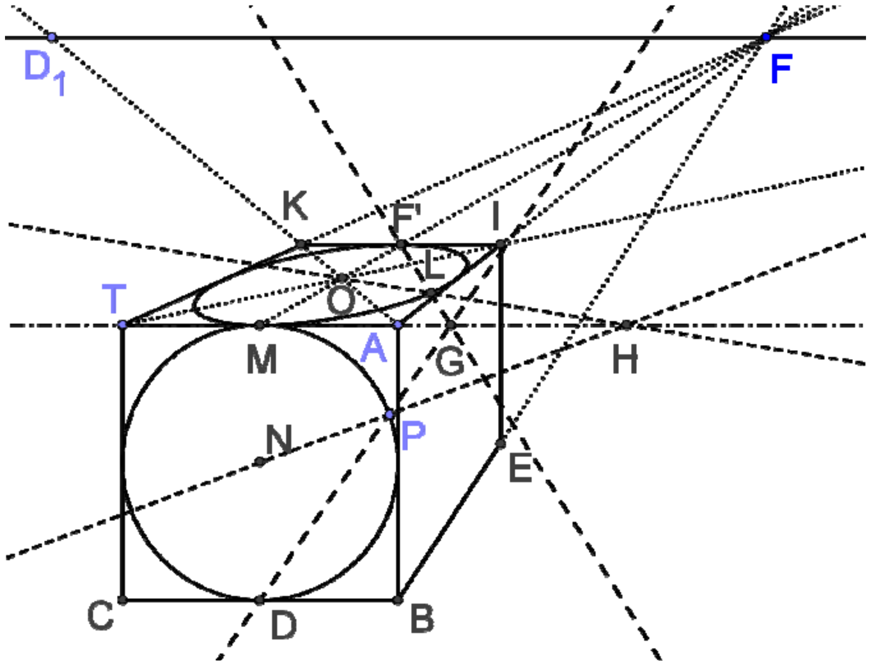


Figure 22

Le point P décrit le cercle ***C*** .

(DP) coupe l’arête (AT) en G. L’image de (DP) est (GF’)
(NP) coupe l’arête (AT) en H. l’image de (NP) est (HO).
L’image L de P est à l’intersection de (F’G) et (OH).

Lorsque P décrit le cercle ***C*** , L décrit l’image du cercle ***C'***.

La transformation géométrique qui associe L à P s’appelle une homographie. C’est une « bijection projective » comme l’affinité était une « bijection affine ».

Voici, à titre d’exemples, d’autres représentations de cercles inscrits sur les faces d’un cube construit dans diverses perspectives linéaires ou, figure 26, représentation d’une sphère en perspective linéaire.

Figure 23

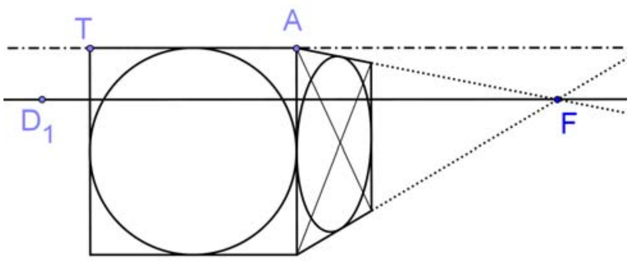


Figure 24

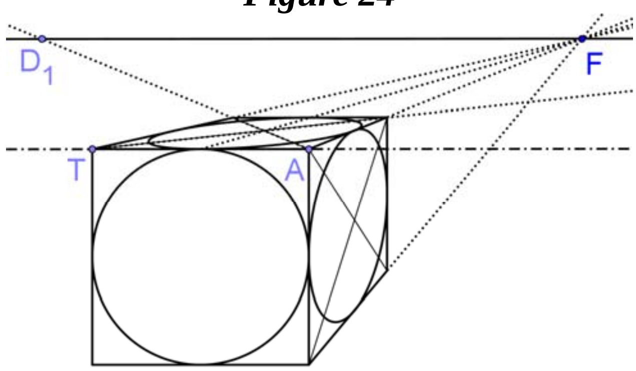


Figure 25

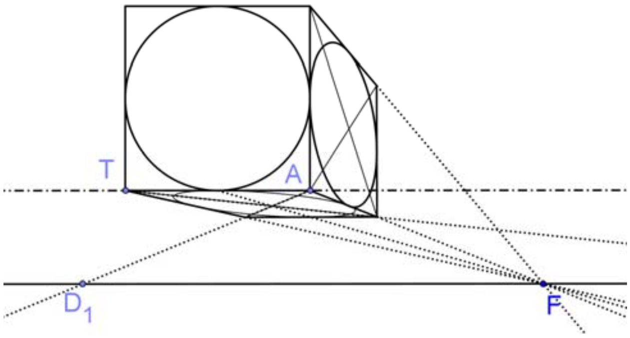
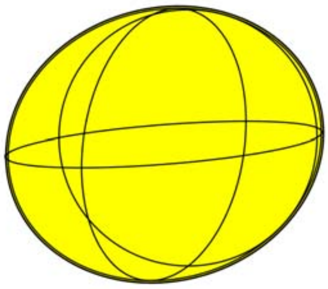


Figure 26



Saint Christophe
MBAD, © Photo MN. Racine

Figures 27 et 28

Figure 29

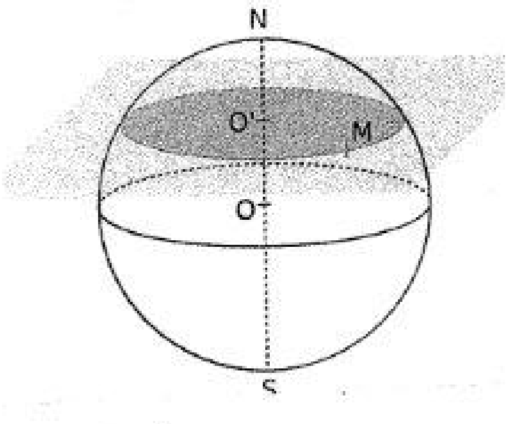
Portugal, *Le Christ bénissant*, début XVI[e] siècle,
MBAD, © Photo MN. Racine

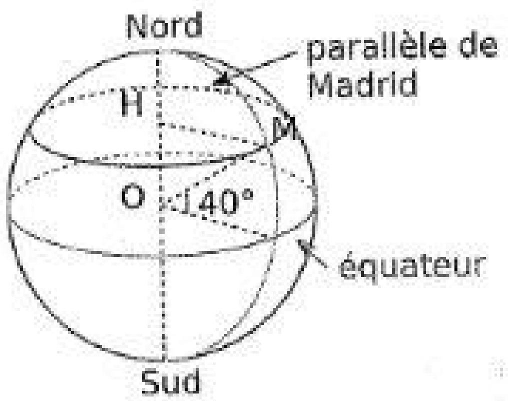
Figure 30

Maître de la Passion de Darmstadt, *sainte Dorothée et sainte Catherine*, (MBAD).
©Photo MN Racine, tracés A. Mascret.

Figures 31 et 32

Photos MN Racine





Figures 33 et 34

Images tirées d'un ouvrage scolaire.
Lecteur, toi qui es devenu spécialiste es perspectives,
sauras-tu dire si ces figures sont exécutées correctement ?