« La malédiction des maths » en cm1/cm2

Nicole BONNET, professeur de mathématiques à l'IUFM de Dijon, IREM de Dijon, membre de la COPIRELEM[1] Adresse mel : nicole.bonnet@dijon.iufm.fr
Elisabeth OUDON, professeur des écoles, maître formateur à l'école Petit Bernard de Dijon et ses élèves (années 2004-2005 et 2005-2006)

Résumé : *l'article propose la description et les commentaires didactiques de cinq séances mises en œuvre dans une classe de CM1/CM2. Ces séances portent sur la résolution de problèmes complexes dont les énoncés racontent une histoire en lien avec l'album « La malédiction des maths ». Cet album nous a paru riche en possibilités et notre objectif est de donner envie aux maîtres de l'utiliser en leur fournissant quelques pistes de réflexion. Quant aux élèves, ils ont pris grand plaisir à répondre aux questions parfois loufoques de l'album et sont rentrés plus facilement dans les problèmes que nous leur avons proposés.*

Mots clés : *problèmes pour chercher ; procédure personnelle ; différenciation pédagogique ; système d'équations multiples ; fractions.*

Pour une meilleure compréhension nous conseillons au lecteur de lire « La malédiction des maths » de Jon Scieszka et Lane Smith. Edition Seuil Jeunesse, cependant l'article devrait se suffire à lui seul. Nous souhaitons cependant que le lecteur n'ait qu'une envie : exploiter dans d'autres directions cet album qui offre un grand nombre de possibilités pour le cycle 3.
Dans ce que nous allons décrire, l'album sert de prétexte à poser des problèmes. Si les élèves ont eu la possibilité de consulter l'album, la dévolution des problèmes se fait de manière plus contextualisée. Les élèves entrent mieux dans la compréhension des énoncés car ils se sont déjà appropriés l'histoire.
A partir de l'album, nous avons choisi quelques situations posant problème et nous avons proposé aux élèves d'en chercher alors une solution.

Le document d'accompagnement sous la rubrique « les problèmes pour chercher » met en évidence quatre fonctions pour la résolution de problèmes :

1. *des problèmes dont la résolution vise à la construction d'une nouvelle connaissance,*
2. *des problèmes destinés à permettre le réinvestissement des connaissances déjà travaillées, à les exercer,*
3. *des problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances,*
4. *des problèmes centrés sur le développement de la capacité à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne disposent pas encore de solution experte.*

Dans ce dernier cas, nous parlons de « problème pour chercher » alors que dans les précédents, nous parlons de « problèmes pour apprendre », en soulignant l'aspect réducteur de ces dénominations, puisque dans tous les cas, l'élève mobilise des connaissances et se trouve placé en situation de recherche.

Les «problèmes pour chercher» sont des problèmes pour lesquels les élèves ne disposent pas d'un modèle de résolution qui aurait été enseigné auparavant. Ils permettent le développement de stratégies de recherche.
Face à une tâche de résolution de problème «ordinaire», les élèves se contentent en général de chercher quelle est la bonne opération à utiliser avec les nombres donnés dans l'énoncé et ils attendent que le maître leur dise si leur résultat est correct…

Dans le cas de «problèmes pour chercher», il va être nécessaire d'expliquer aux élèves quelles sont leurs tâches : élaborer une solution personnelle, en laisser une trace écrite, formuler une réponse dans les termes du problème, vérifier et justifier par eux-mêmes leurs résultats, essayer d'expliquer leur méthode, établir la preuve d'une proposition.

[1] COPIRELEM : Commission Inter-IREM Pour l'École Élémentaire

1. OBJECTIFS GENERAUX QUE NOUS NOUS ETIONS FIXE POUR LES ELEVES

- Formuler des conjectures, émettre des hypothèses.
- Améliorer la gestion des procédures par essais de calculs successifs : garder la trace des essais, faire des ajustements au voisinage du but, vérifier que les solutions sont compatibles avec les contraintes de l'énoncé.
- S'organiser pour produire les solutions, contrôler qu'on a toutes les solutions.
- Etablir la preuve d'une proposition.

Dans cette classe de CM1/CM2, la maîtresse a conservé un coin de regroupement comme dans les classes maternelles. Ce n'est pas très courant et nous voudrions en souligner l'intérêt. Cet endroit permet non seulement de raconter ou de lire des histoires, mais aussi de donner des consignes collectives avant que les élèves ne s'impliquent dans une tâche. Lors de la résolution de problèmes, la maîtresse lit le problème, certains enfants le reformulent : racontent l'histoire, puis essaient de mémoriser les nombres en jeu. Ils ne vont à leur place que s'ils savent exactement ce qu'il faut chercher. La recherche se fait le plus souvent individuellement dans un premier temps, puis par groupe si le problème est suffisamment «résistant».

***Première séance :** découverte de l'album.*

La lecture est faite par la maîtresse dans le coin de regroupement. La manière est traditionnelle : la maîtresse lit et montre les images.
Compréhension générale : reformulation par les élèves : «Qui peut raconter l'histoire que je viens de lire ?»
Compréhension plus fine :
- Le narrateur dit «Tout est problème». Est-ce que ce sont des problèmes ? Les élèves répondent qu'il y a plusieurs questions, certaines sont faciles comme «Combien y a-t-il de minutes dans une heure ?» ; d'autres sont farfelues : «Combien de dents dans une bouche ?» ; «Quel est l'âge du conducteur ? » ; «A quoi vous fait penser cette tache d'encre ?».
- La maîtresse attire l'attention sur la syntaxe : « qui parle ? Est-ce un garçon ou une fille ? ». Les élèves doivent tirer du texte des indications pour justifier leur réponse. Il s'agit d'une fille car il est écrit : «A quelle heure serai-je prête ? »
- La page «Le dîner ne m'apporte aucun répit» est l'occasion de se poser des problèmes de logique :
  - *Maman dit : tout ce que dit votre père est faux.*
  - *Papa dit : tout ce que dit votre mère est vrai...*
  - *Si ce que dit maman est vrai, ce que dit papa est faux. Mais si ce que dit papa est faux, ce que dit maman n'est pas forcément vrai. Et si ce que dit maman n'est pas vrai, ce que dit papa n'est pas faux...*

***Séance 2 :** Produire des énoncés de problèmes*

La maîtresse a distribué aux élèves la photocopie de l'extrait de page suivant.

> Je me réveille à 7 h 15.
> Il me faut 10 minutes pour m'habiller,
> 15 minutes pour prendre mon petit déjeuner,
> et 1 minute pour me brosser les dents.
>
> SOUDAIN, C'EST UN PROBLÈME :
> 1. Sachant que mon bus part à 8 h 00, parviendrai-je à l'attraper ?
> 2. Combien y a-t-il de minutes en 1 heure ?
> 3. Combien de dents dans une bouche ?

Après lecture silencieuse et reformulation des élèves, la maîtresse demande de résoudre les deux premières questions. Cela est fait très rapidement. Quant à la troisième question, après discussion, on s'accorde à dire qu'on ne peut pas répondre car cela dépend de la dentition de chacun. Dans l'absolu, les élèves savent qu'ils ont 32 dents, mais… De plus cette question n'a pas vraiment de rapport avec les précédentes.

La maîtresse propose alors de modifier le texte de façon à ce que cela devienne un «vrai problème».
En italiques, voici les textes de quelques groupes de trois élèves, les critiques et la reconstruction des énoncés qui ont été faites lors de la phase collective.

Énoncé	Commentaires
Problème 1 : *Je me réveille à 7 h 15. Je mets 2 min pour descendre les escaliers. Il me faut 10 min pour m'habiller et 3 min pour me coiffer. Je mets 15 min pour déjeuner, 1 min pour me brosser les dents. Mon bus met 5 min pour arriver à l'école.* 1. *Sachant que mon bus part à 8 h 02, parviendrai-je à l'attraper ?* 2. *Arriverai-je en retard ?*	La première question est jugée facile car il n'y pas de conversion à faire. La discussion porte ensuite sur la deuxième question : elle ne peut être résolue car il manque une donnée. Il s'agit de déterminer l'heure de fermeture de la grille. Les élèves se rendent compte que celle-ci ne peut pas être donnée au hasard pour que le problème puise être cohérent. En outre, les données déterminent si la question peut être résolue facilement de tête ou par un calcul. Après concertation, ils proposent : «Arriverai-je en retard si la grille ferme à 8 h 32 ?»
Problème 2 : *Je me réveille à 7 h 15. il me faut 10 min pour m'habiller, 15 min pour déjeuner, 1 min pour me brosser les dents et 5 min pour faire mon lit. Je mets 25 min pour descendre les marches et 40 min pour aller à l'école.* *Sachant que ça sonne à 8 h 13, arriverai-je avant la sonnerie ?*	La discussion porte sur la cohérence du problème. Une donnée gêne les élèves : «25 min pour descendre les marches». Ce n'est pas possible ! Un élève propose de rajouter 14 étages. Les autres rétorquent que c'est tout de même peu probable. Un autre élève propose : « mon pied pourrait être cassé ». La phrase devient donc : « l'ascenseur est en panne et j'ai très mal au pied, alors je mets 25 min pour descendre les 14 étages.
Problème 3 : *Je me lève à 7 h 15. Il me faut 5 min pour faire mon lit, 5 min pour me laver, 10 min pour m'habiller, 15 min pour prendre mon petit déjeuner, 1 min pour me brosser les dents, 2 min pour me coiffer, 12 secondes pour mettre mon bracelet, 2 min pour enfiler mon manteau, 2 min pour mettre mes chaussures, 2 min pour mettre mon cartable sur mon dos ? Je mets 10 min pour aller à l'école. La cloche sonne à 8 h 50. Est-ce que je vais être en retard ?*	Le problème est jugé plus complexe que les précédents car les élèves qui ont rédigé l'énoncé ont rajouté des secondes. «c'est plus compliqué les soustractions avec des minutes et des secondes» La maîtresse profite de cette réflexion pour proposer une autre question : «si je suis en avance, peux-tu me dire de combien de temps ?» Tous les élèves en résolvant le problème se rendent compte de la difficulté effective des opérations nécessaires.
Problème 4 : *Je me réveille à 7 h 15. il me faut 10 min pour m'habiller, 15 min pour prendre mon petit déjeuner et 1 min pour me brosser les dents.* *Mon bus part à 8 h, mais je dois apporter une leçon à 14 min d'ici, mais il l'a justement oubliée chez lui au milieu du chemin. Donc il retourne chez lui. Il met 2 min à la trouver. Donc il y retourne et met 7 min à expliquer la leçon. Le deuxième passage du bus est à 8 h 16.* *Prendra t-il ce bus ou le suivant ?*	La réécriture de ce problème sera quasi totale… Elle porte moins sur les données numériques que sur la rédaction elle-même. Tout d'abord, le narrateur passe du «je» au «il», puis il y a répétition de «mais» et de «donc» mal employés. Enfin le texte en lui-même n'est pas très cohérent. Tout le monde s'approprie de l'histoire et une élaboration collective est faite. La maîtresse veille au bon usage des connecteurs, à la syntaxe et à la grammaire. Les données numériques sont modifiées et les élèves introduisent des secondes comme dans le problème précédent. Puis le nouvel énoncé est donné à résoudre à tous.

Rédiger des problèmes est une activité riche :

- Pour la maîtrise de la langue.
  - Les élèves prennent conscience de l'importance de la clarté de la rédaction et donc de la reformulation. La cohérence d'un récit, par notamment un meilleur usage des substituts et des connecteurs logiques est largement abordée.
  - Les élèves se rendent compte que certaines formulations aident à la compréhension des questions. Ainsi certaines phrases peuvent permettre de résoudre une question, alors que d'autres pourraient concerner une autre question.
  - Enfin, les problèmes rédigés étant destinés à être résolus par des élèves d'une autre classe, les rédacteurs sont particulièrement sensibles à la correction de la grammaire et de l'orthographe.
- Pour la résolution de problèmes.
  - Les élèves qui ont écrit l'énoncé le comprennent aisément. Il en va de même pour tous ceux qui ont participé activement à son élaboration. Le problème a du sens.
  - Les élèves prennent conscience de l'impact des données numériques qui peuvent complexifier ou simplifier la (les) opération (s) à effectuer.
  - Tous les problèmes fabriqués appartiennent à une même classe et auront pour titre de référence « Le problème du départ à l'école ». Les élèves pourront s'en souvenir : il fait partie de la culture commune.

Séance 3 : Résoudre un problème complexe : « le problème des chemises »

1. PRESENTATION DE LA PAGE ET DU PROBLEME EN COLLECTIF ORAL

La maîtresse montre de nouveau les pages de l'album et lit l'histoire à partir de «J'ouvre mon armoire… « jusqu'à «Tout semble faire problème».
D'un commun accord, les élèves trouvent les deux premières questions faciles. En revanche, ils ne peuvent pas répondre à la troisième. La maîtresse leur propose donc le problème suivant :

Je décide de renouveler ma garde robe car je n'en peux plus de l'immonde chemise de l'oncle Zeno.
Je casse ma tirelire. Elle contient 110 €
Le commerçant me dit :
Avec l'argent que tu possèdes, tu peux acheter

Quatre chemises vertes et deux chemises à carreaux

Cinq chemises à carreaux

Deux chemises vertes, une chemise à carreaux et deux chemises à fleurs

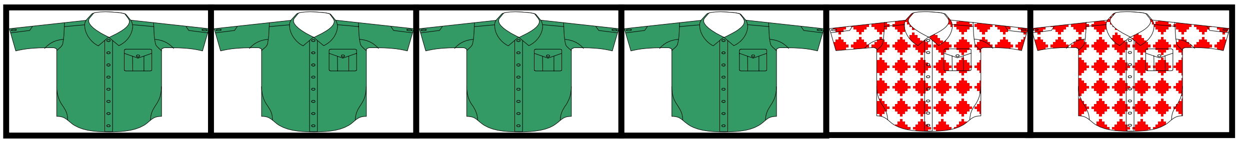
Oui, mais combien coûtent donc une chemise verte, une chemise à carreaux et une chemise à fleurs ?
Je sens que je vais exploser.
Le lecteur peut-t-il m'aider ?

Une reformulation rapide de l'énoncé du problème permet de s'assurer que les élèves ont compris tous les termes utilisés par les auteurs.
L'annexe 1 distribuée aux élèves, propose un montage de la page photocopiée de l'album sur laquelle nous avons collé l'encadré précédent.

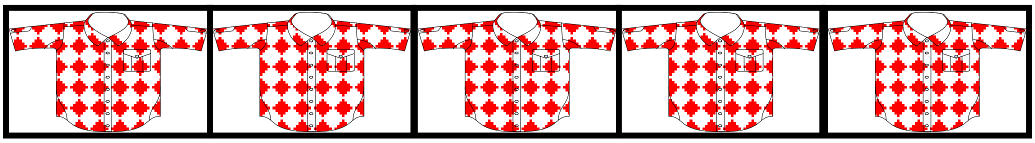
2. LA RECHERCHE

Cinq minutes sont consacrées à la réflexion individuelle afin de s'approprier l'énoncé puis la recherche se poursuit par groupes de trois élèves. Un rappel est fait sur le rôle de chacun dans le groupe : «vous devez désigner un rapporteur, un secrétaire et un gardien du silence».

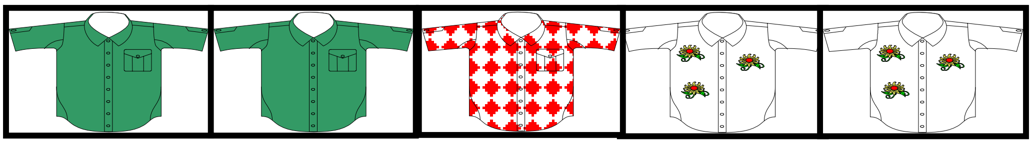
Au tableau est affiché la traduction **des contraintes dans l'ordre de l'énoncé** :



110 €



110 €



110 €

Dans un but de différenciation pédagogique, les groupes n'ont pas le même type de matériel

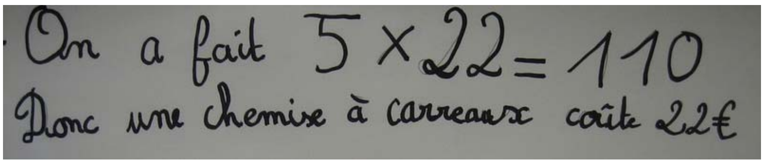
- Certains groupes disposent de trois enveloppes dans lesquelles sont mises les étiquettes des chemises correspondant aux trois contraintes (annexe 2). Sur les enveloppes ne figure que le prix total : 110 €.

L'intérêt pour les élèves est la mobilité des enveloppes qui peut permettre aux élèves de calculer en premier le prix des chemises à carreaux.

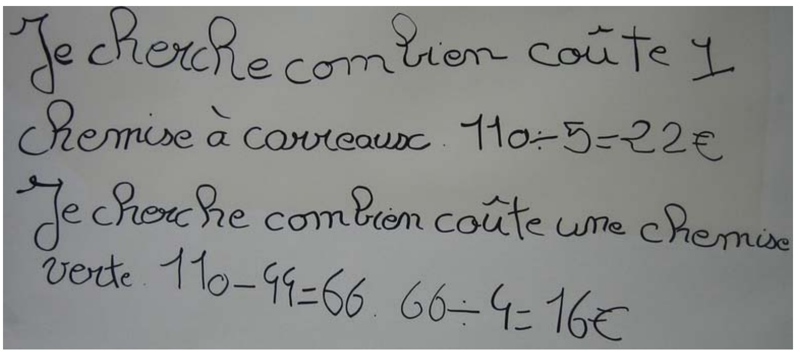
- A d'autres groupes d'élèves, la maîtresse suggère de faire des schémas avec des crayons de couleur.
- Les derniers groupes n'ont aucun matériel.

Nous avons sélectionné deux groupes A et B dont les productions nous paraissent significatives.
Au bout de trois quarts d'heure, le groupe A, n'a trouvé que le prix d'une chemise à carreaux en utilisant une multiplication à trous, alors que le groupe B a été plus loin dans sa recherche. Cependant, le groupe B ne formule pas de phrase réponse après chaque opération. Ci-dessous les affiches de ces deux groupes.

Groupe A



Groupe B



3. PHASE DE SYNTHESE

Toutes les productions sont affichées, aucun groupe n'est laissé en échec. Tous ont pris en compte la deuxième contrainte et ont trouvé le prix d'une chemise à carreaux soit 22 €.
Les élèves rapporteurs expliquent leurs démarches à l'aide des affiches. Tous se rendent comptent de l'importance des contraintes données. Il ne faut pas forcément les prendre dans l'ordre de l'énoncé.
Une autre séance sera nécessaire pour terminer le problème et pour que chaque élève rédige sa solution finale.

Cependant au bout de deux séances, il est illusoire de croire :

- que tous les élèves ont compris le problème ;
- qu'ils sont capables de réinvestir ces nouvelles connaissances dans d'autres problèmes du même type[2] .

Deux problèmes de réinvestissement sont proposés dans une séance ultérieure.
En voici les énoncés :
Problème 1 (complexe) :
«Pour équiper un collège en matériel informatique, une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun.

- ♦ Le premier chargement contient 15 ordinateurs et 30 chaises.
- ♦ Le deuxième contient 25 ordinateurs.
- ♦ Le troisième contient 10 ordinateurs, 20 chaises et 5 armoires.

Combien pèse un ordinateur, une chaise, une armoire ?»

Problème 2 (plus simple car on peut matérialiser les objets) :
«On a acheté du matériel pour une classe : des feuilles de bristol, des crayons et des gommes.

- ♦ 2 feuilles et 3 crayons coûtent 70 centimes d'euro ;
- ♦ 6 feuilles coûtent 30 centimes d'euro ;
- ♦ 3 feuilles, 2 crayons et 4 gommes coûtent 95 centimes d'euro ;
- ♦ Combien coûte une feuille, un crayon, une gomme ? »

Conclusion :

Il est illusoire de penser que des élèves de fin de cycle 3 pourront dorénavant résoudre des systèmes triangulaires de trois équations à trois inconnues. Cependant, c'est un premier pas et nous pouvons espérer que ces problèmes où il faut lire tout le texte et mettre en ordre les différentes contraintes ne les laisseront plus en échec complet.

Séance 4 : *résoudre un autre problème complexe : « le problème des dinosaures »*

1. PRESENTATION DE LA PAGE ET DU PROBLEME EN COLLECTIF ORAL

Dans un premier temps, en collectif, la maîtresse montre les pages de l'album et lit le texte à partir de «la matinée... » jusqu'à « 2 rangées ? »
Les élèves résolvent facilement les questions résolues. Elle leur propose le problème suivant qui est comme la première fois, rédigé sur une photocopie de la page de l'album (annexe 3).

Le problème des rangées me tourne la tête. Depuis ce matin, je range les petites voitures dans mon garage, j'aligne les capsules de bière de ma collection, j'ordonne en rangées les dinosaures de mon autre collection.

J'ai remarqué que si je mets les dinosaures par rangées de 6, il en reste trois
Si je les place par rangées de cinq, il n'en reste pas.
Et voilà que j'invente des problèmes maintenant !

1. **si je les mettais par rangées de trois, en resterait-il ?**
2. **si je les mettais par rangées de deux, en resterait-il ?**
3. **Finalement, combien est-ce que je possède de dinosaures ? Je me souviens seulement que j'en ai un nombre inférieur à 50, mais proche de 50.**

La malédiction des maths m'est réellement tombée dessus !

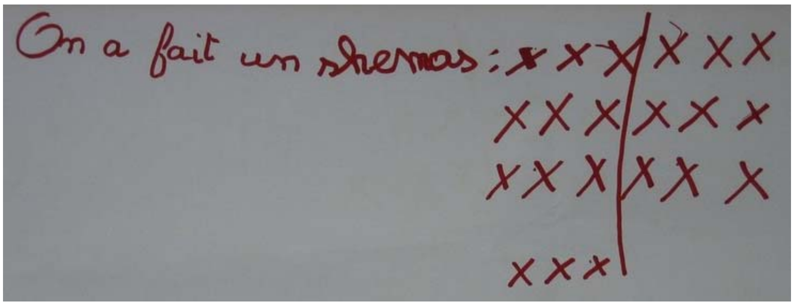
2. RECHERCHE

Il est demandé aux élèves de ne chercher que les deux premières questions et de ne répondre à la troisième que si les deux premières ont trouvé une solution.
On prépare une cinquantaine de haricots dans des gobelets comme aide éventuelle, mais cela ne servira pas dans cette classe.

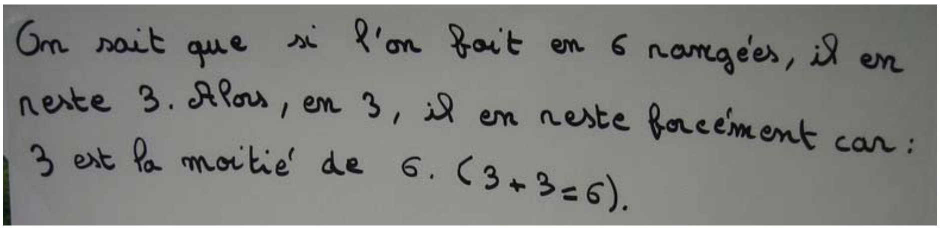
[2] Voir l'article « Séquences de résolution de problèmes complexes : quelle mise en œuvre » dans grand N n° 77.

Ci-dessous nous proposons les affiches de quatre groupes d'élèves.

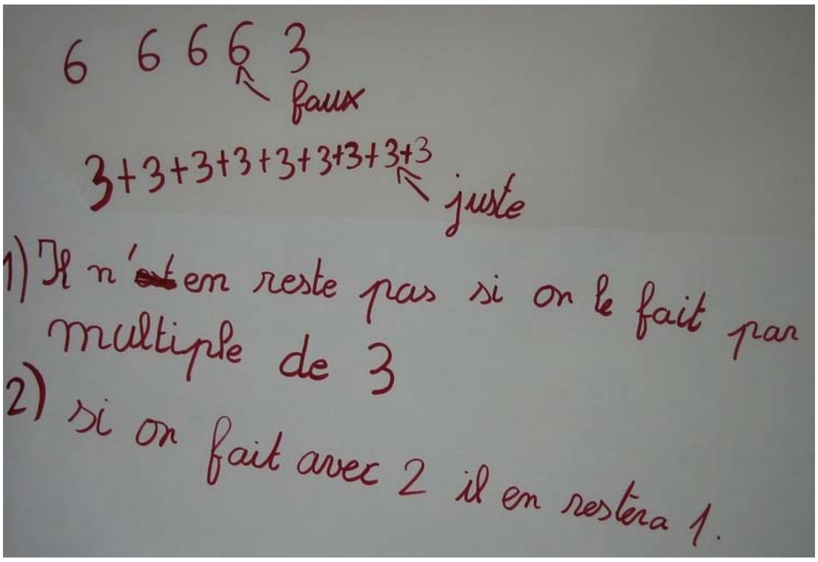
Groupe A



Groupe B

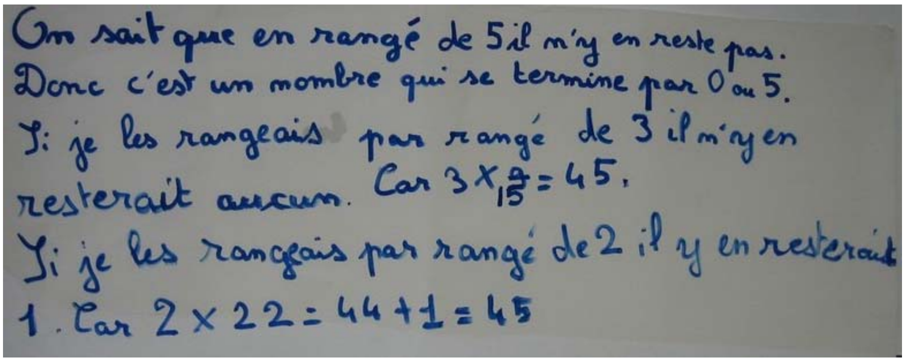


Groupe C



Pour répondre à la première question, le groupe A schématise les dinosaures par des croix, même s'il ne conclut pas par écrit, on voit bien qu'il a compris et il sera capable d'expliquer oralement qu'il ne reste pas de dinosaures si on les met par groupe de trois.
Le groupe B a un raisonnement plus élaboré car il met en évidence une propriété multiplicative : « 6 est le double de 3 ».
Le groupe C a un raisonnement additif : « 3 + 3 = 6 » pour la première question et ne donne qu'une réponse sans justificatif pour la deuxième question.

Groupe D



Le groupe D a d'abord cherché à répondre à la troisième question avant de répondre aux deux premières malgré nos consignes de départ.

Remarques :

- Nous nous sommes rendu compte que la notion en jeu était implicite chez ces élèves de CM1/CM2. La maîtresse a du insister pour de nouveau donner du sens au mot **multiple**. Par un questionnement approprié elle a su faire en sorte que les élèves le prononcent, l'utilisent dans des phrases, même si le schéma leur parait suffisamment clair.

- La production du groupe D nous ayant alertées, lors d'une séance ultérieure, un problème de réinvestissement sera donné en deux étapes :

<u>Première étape</u> : recherche du problème suivant :
«Nicolas reçoit des chocolats pour Pâques.
Quand il les range par paquets de 5, il ne lui en reste aucun.
Quand il les range par paquets de 12, il lui en reste 4 qu'il ne peut pas ranger.

1. s'il les mettait par paquets de 4 lui en resterait-il ?
2. S'il les mettait par paquets de 3, lui en resterait-il ?»

<u>Deuxième étape</u> : ajout d'une question supplémentaire.
Lorsque les deux questions ont été résolues, la maîtresse écrit au tableau la troisième :
«Nicolas m'a dit qu'il avait moins de 100 chocolats, mais plus de 60 chocolats. Combien de chocolats a reçu Nicolas ?»

Conclusion :

Les notions de multiples de 2, 5 et 10 complètent les connaissances des élèves sur la structuration arithmétique des entiers naturels. Il nous semble important de traiter ces problèmes à la fin de l'école primaire car au collège d'autres problèmes arithmétiques plus complexes seront proposés dont ceux de proportionnalité.
Les programmes de 2002 ont réduit la connaissance de « multiples et de diviseurs » à celle de multiple. Le mot «diviseur» ne devant pas être utilisé en cycle 3 dans le sens «5 est diviseur de 35 est une formulation équivalente à 35 est un multiple de 5». Cela rend les formulations ou reformulations assez complexes et les maîtres doivent en être conscients.

***Séance 5 :** résoudre un troisième problème complexe : « le problème des tartelettes »*

1. PRESENTATION DE LA PAGE ET DU PROBLEME EN COLLECTIF ORAL

La maîtresse montre aux élèves les pages de l'album et lit celle de gauche : à partir de
« Malheureusement pour moi » jusqu'à « que je croque 2 par 2 ».
Les avis sont partagés pour répondre à la question 3, mais là n'est pas le problème de la maîtresse qui leur propose le problème suivant (annexe 4) qui est comme les deux fois précédentes, rédigé sur une photocopie de la page de l'album.

> Je n'arrive plus à digérer les pizzas et les tartes. Je somnole en classe quand tout à coup, me voilà propulsé dans un cauchemar.
> Il y a des tartelettes qui voltigent autour de moi. En les comptant le tournis augmente. Il y en a 20.
> Le boulanger me dit : tu vas les placer dans des boites. Bing, je reçois cinq boites sur la tête. Il y en a deux jaunes et trois vertes.
> Le boulanger continue : il faut utiliser toutes les boites et les boîtes d'une même couleur doivent contenir le même nombre de tartelettes. Tu peux, si tu veux, partager les tartelettes en deux ou en trois parts égales, mais pas plus.
> Je me mets au travail, mais j'hésite car il y a plusieurs façons.
> Tout ça augmente mon mal de cœur. Je vais vomir si tu ne m'aides pas…

Souhaits pédagogiques :

Nous voulons systématiser une attitude pédagogique en trois étapes

- Phase d'action : les élèves cherchent des solutions de façon non organisée. Nous avions souhaité qu'ils en trouvent «beaucoup».
- Formulation des résultats par les élèves. La maîtresse observe et fait remarquer la pertinence des procédures.
- Vers la notion de preuve : l'objectif est méthodologique. Peut-on s'organiser pour trouver toutes les solutions ?

Le problème et ses contraintes :

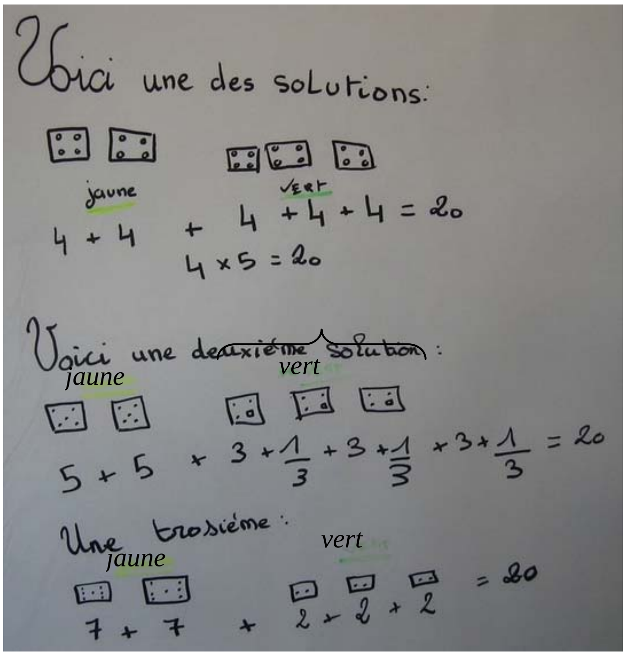
Il a fallu un certain temps pour que les élèves s'imprègnent de toutes les contraintes. On a 2 boîtes jaunes et 3 boîtes rouges, 20 tartelettes. Il s'agit de prévoir la répartition de toutes les tartelettes dans les boîtes avec les contraintes suivantes :

- **On utilise toutes les boîtes.**
- **Les boîtes d'une même couleur contiennent le même nombre de tartelettes.**
- **On peut partager les tartelettes en deux ou en trois parts égales.**

Remarque : les élèves doivent prendre conscience que dans les deux boîtes jaunes on peut mettre des tartelettes entières ou des demis, mais pas des tiers et que dans les trois boîtes rouges, on peut mettre des tartelettes entières ou des tiers, mais pas des demis.

Les aides :
Nous avons prévu des carrés (format A5) de couleurs jaune et vert découpés dans du bristol qui symbolisent les boîtes. Nous les avons plastifiés afin que les élèves puissent écrire avec des feutres effaçables. Cette idée s'est avérée utile car ils ont ainsi pu faire de nombreux essais.
De plus, quelques groupes d'élèves se sont aidés de dessins comme le groupe A.

Groupe A

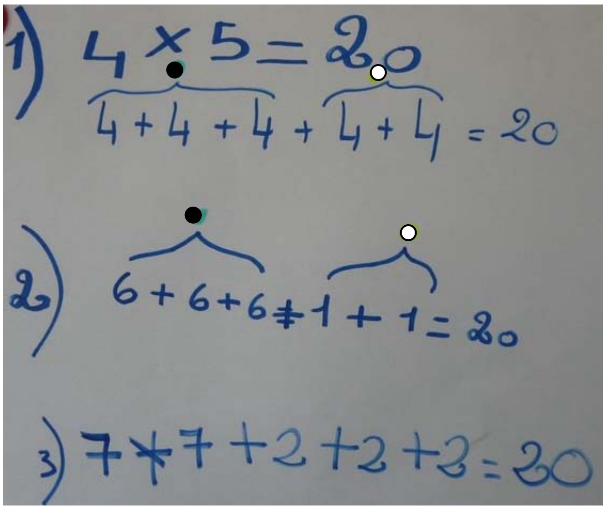


Les élèves ont écrit en jaune le mot « jaune » au-dessus de ces deux schémas

Les élèves ont écrit en vert le mot « vert» au-dessus de ces schémas

Ce problème possède 19 solutions et parmi lesquelles, trois donnent des valeurs entières.
De nombreux élèves, comme le groupe B, ont d'abord trouvé celles-ci.

Groupe B

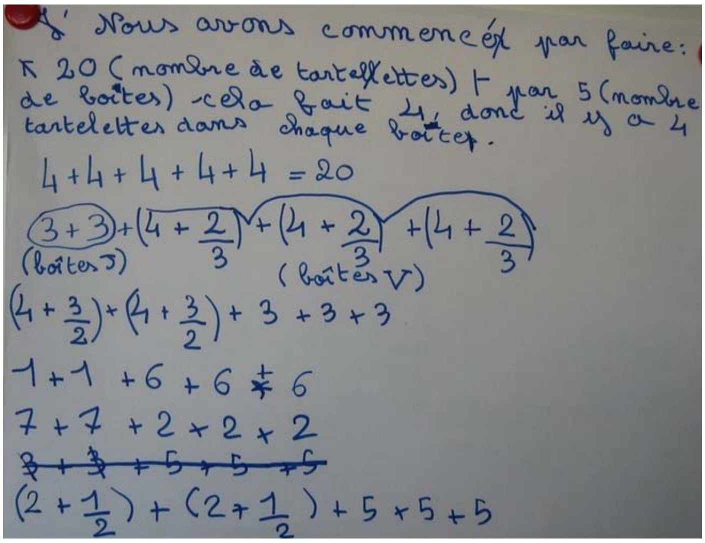


Les élèves ont placé un point vert ● et un point jaune ○ au-dessus de leurs accolades

Certains ont eu du mal à dépasser ce stade, mais une fois les tartelettes découpées virtuellement, le jeu les a motivés et ils ne voulaient plus s'arrêter.

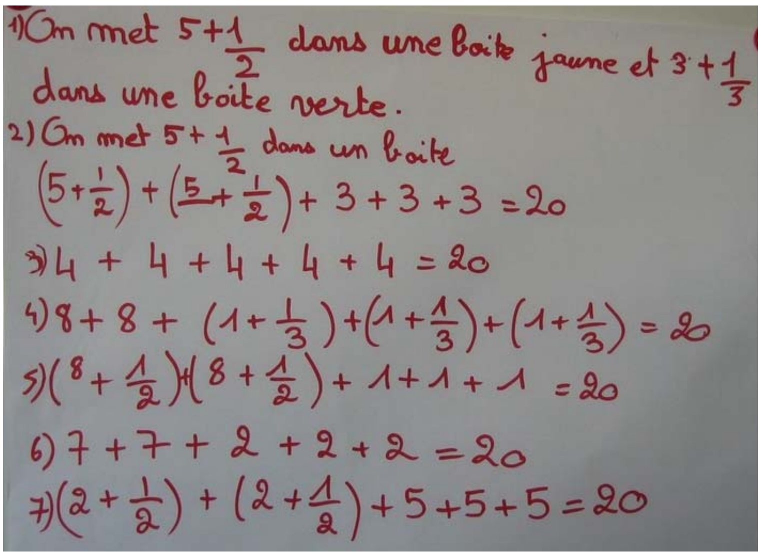
Le groupe C trouve trois solutions supplémentaires avec des fractions.

Groupe C



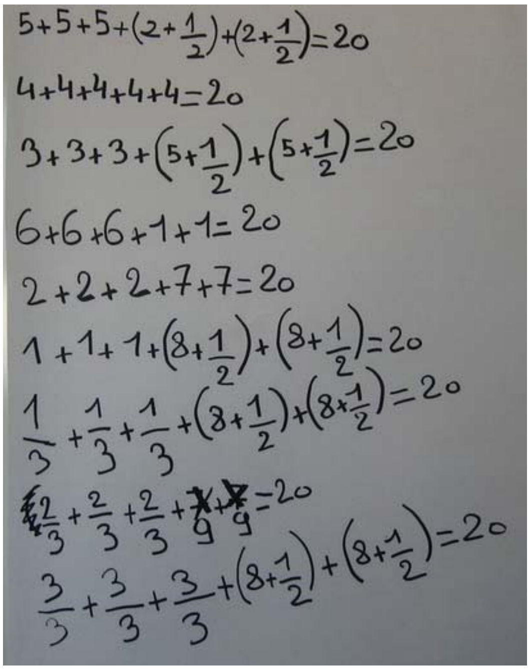
La première solution du groupe D est originale, mais le total fait 21 au lieu de 20. Cette non prise en compte d'une contrainte du problème est assez fréquente chez les élèves de cycle 3. Nous pouvons tout de même remarquer que ce groupe trouve six solutions exactes.

Groupe D



Le groupe E montre déjà certaines performances dans le calcul des fractions. Une solution parmi les neuf trouvées est erronée en raison de la non prise en compte du total des tartelettes.

Groupe E



Cette phase de recherche s'est terminée par une vérification des solutions trouvées : « respectent-elles bien toutes les contraintes ? ».
Lors de la séance suivante, la maîtresse a repris les solutions et a tenté de faire trouver une organisation possible afin de ne pas en oublier. Il s'agit d'un travail méthodologique adapté au cycle 3.
Le travail a pu être réalisé à partir de l'affiche du groupe E où l'on voit un début de recherche systématique à gauche de la feuille : 5, 4, 3, puis une rupture à cause du 6, puis de nouveau 2 et 1, avant le partage en tiers.

Une disposition sous forme de tableau nous a semblé pertinente car elle aide à la visualisation.

Boîte verte	**Boîte verte**	**Boîte verte**	**Boîte jaune**	**Boîte jaune**	**Total**
$6+\frac{1}{3}$	$6+\frac{1}{3}$	$6+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	20
6	6	6	1	1	20
$5+\frac{2}{3}$	$5+\frac{2}{3}$	$5+\frac{2}{3}$	$1+\frac{1}{2}$	$1+\frac{1}{2}$	20
Etc.	…	…	…	…	

Remarque : Nous voulons attirer l'attention sur le retour au sens nécessaire. En effet, les élèves les plus en difficulté, même s'ils ont écrit l'égalité mathématique 2 + 2 + 2 + 7 + 7 = 20, ont du mal à la formuler oralement : « 2 tartelettes dans chacune des boîtes vertes et 7 tartelettes dans chacune des boîtes jaunes », et à la rédiger.

Conclusion :
Ce problème a été l'aboutissement d'un travail préalable sur les fractions simples. Il s'inscrit dans la dynamique instaurée par les I.O. de 2002. Les fractions prennent encore plus de sens au travers de la résolution de problèmes. Les fractions utilisées ici ont des dénominateurs « simples » : ce sont des demis et des tiers.
Les élèves ont mieux intégré le concept difficile formulé de la manière suivante : « Pour prendre un tiers, il faut partager une unité en trois parties égales et prendre une part. Pour prendre deux tiers, il faut partager une unité

en trois parties égales et prendre deux parts. Mais pour prendre trois demis, il faut partager chacune des deux unités en deux parties égales, et prendre trois parts. »

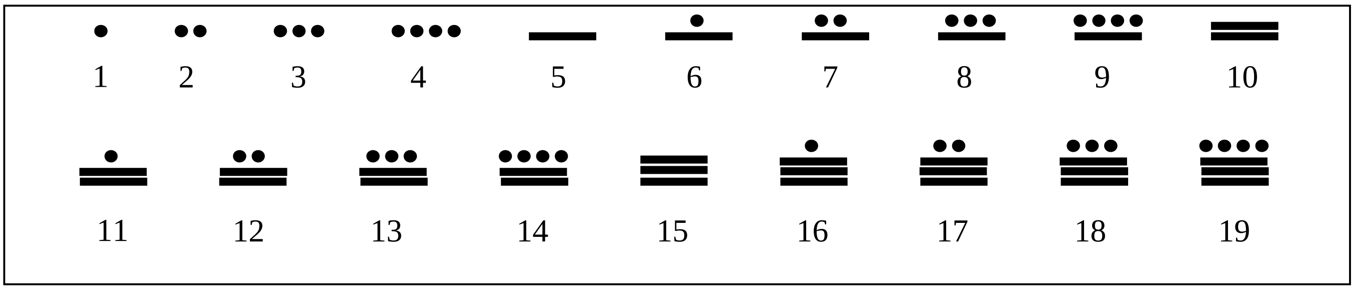
Le problème des tartelettes prolonge celui peut être donné avec des jetons (dans l'énoncé, on remplace seulement le mot « tartelette » par le mot « jeton »). Les solutions sont alors entières. A notre avis, ce problème relève davantage du début du cycle 3.
Nous avons pu constater que les élèves sont motivés pour chercher des combinaisons linéaires convenables, et à la fin de ces séances, ils réclamaient encore de nouveaux problèmes.

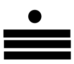
Perspectives
Il est nécessaire que le lecteur possède l'album « la malédiction des maths » pour comprendre ce qui suit.

- Nous avons fait une proposition pour les deux premières doubles pages : le problème des chemises (Annexe 1).
- Des doubles pages suivantes offrent des ouvertures vers les mesures de longueur anciennes ou les mesures anglo-saxonnes (inch, foot, yard). Nous trouvons également des questions concernant les conversions des mesures légales françaises en mesures anglaises et on peut observer la ou non-proportionnalité de ces échelles de mesure. Des recherches sur internet et/ou dans le dictionnaire peuvent être entreprises.

Ces pages permettent aussi de se questionner sur d'autres masses et mesures.
On peut aussi *« Je ne prends même pas la peine de sortir les céréales, je ne veux pas savoir combien il y a de flocons dans un bol ».* Un problème intéressant à poser sur les grands nombres peut-être « Combien y a t-il de grains de riz dans un kilo de riz » ou « Combien de cheveux avons-nous sur la tête » ou « Combien de franges à le châle en soie de la maîtresse » (si celle-ci possède un châle !).

- Les doubles pages suivantes sont propices à l'étude du calendrier et on peut proposer de chercher « Quel était le nom du jour de ta naissance ? » ; « Quel était le nom du jour du 14 juillet 1789 ? ». La consultation de calendriers perpétuels permet de valider les résultats.
- Nous avons fait une proposition pour les deux doubles pages suivantes : le problème des dinosaures (Annexe3).
- Nous avons également fait une proposition pour les deux doubles pages suivantes : le problème des tartelettes (Annexe 4).
- Les doubles pages suivantes permettent l'étude du système de numération maya avec une ouverture vers les autres systèmes de numération (Egyptien ou Romain)



Calculer par exemple  +  et  - 

Les pages permettent en outre de se poser des problèmes sur la proportionnalité : problème de la gym et de réfléchir à la langue française : problème des mots qui peut être le point de départ de jeux d'écriture sur les mots-valises.

- Les doubles pages suivantes s'ouvrent vers l'étude des systèmes de numération de la planète Tétra et de la planète Binaire. Faire des additions et des soustractions dans la langue des planètes Tétra ou Binaire permet de mieux comprendre nos systèmes de retenues. On peut aussi s'amuser à répondre à la question : « au bowling j'ai marqué 1 237 points dans notre système à base 10, combien ai-je marqué de points dans la planète Tétra ? Et dans la planète Binaire? »

On peut aussi compléter la suite de Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, … , compléter d'autres suites numériques.

- Les doubles pages suivantes accordent une pause et un peu de bon sens. En effet partager 24 choux à la crème en 25 relève de l'incongruité mathématique, il vaut bien mieux qu'une personne n'en veuille pas.
- Les doubles pages suivantes renvoient aux systèmes monétaires, puis aux problèmes de logique…
- Cela se termine par une pirouette : « casser la craie en deux et soustraire les deux moitiés, il reste un zérofice pour sortir du cauchemar. Ouf. Enfin libre ! »

Conclusion heureuse : une fois brisée la malédiction des maths. On peut résoudre n'importe quel problème en sachant que dans notre vie *« presque tout peut s'envisager comme un problème de mathématiques »*.

Bibliographie :

- « Faut-il enseigner les mathématiques à tous les élèves ? » article de Roland Charnay, Plot n°8.
- Mathématiques et problèmes (extraits de "pourquoi des mathématiques à l'école", Roland Charnay, ESF 1996).
- « En mathématiques, l'utilisation des connaissances se manifeste à travers la résolution de problèmes », Roland Charnay, article dans SNUipp.
- « Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes », Jean Julo, Grand N n°69.
- « Mise en œuvre d'un problème pour chercher en CM2 : analyse et perspectives », Nicole Bonnet, Grand N n°77.
- « Séquences de résolution de problèmes complexes : quelle mise en œuvre ? » G. Geudte, G. Lepoche, Grand N n° 77.
- « Le rôle des problèmes dans l'enseignement des mathématiques » François Boule, IREM de Dijon.
- Document d'Accompagnement des Programmes « Les problèmes pour chercher » :

www.eduscol.education.fr/prog

Annexe 1

Je me réveille à 7h15. Il me faut 10 minutes pour m'habiller, 15 minutes pour prendre mon petit déjeuner, et 1 minute pour me brosser les dents.

SOUDAIN, c'est un problème :

1. Sachant que mon bus part à 8h00, parviendrai-je à l'attraper?
2. Combien y a-t-il de minutes dans 1 heure?
3. Combien de dents dans 1 bouche?

J'ouvre mon armoire et les problèmes se multiplient :

Je possède 1 chemise blanche, 3 chemises bleues, 3 chemises à rayures et l'immonde chemise à carreaux que m'a envoyée mon oncle Zeno.

1. Combien ai-je de chemises en tout ?
2. Combien m'en resterait-il si je jetais cette immonde chemise à carreaux ?
3. Quand mon oncle Zeno cessera-t-il de m'envoyer des chemises aussi immondes ?

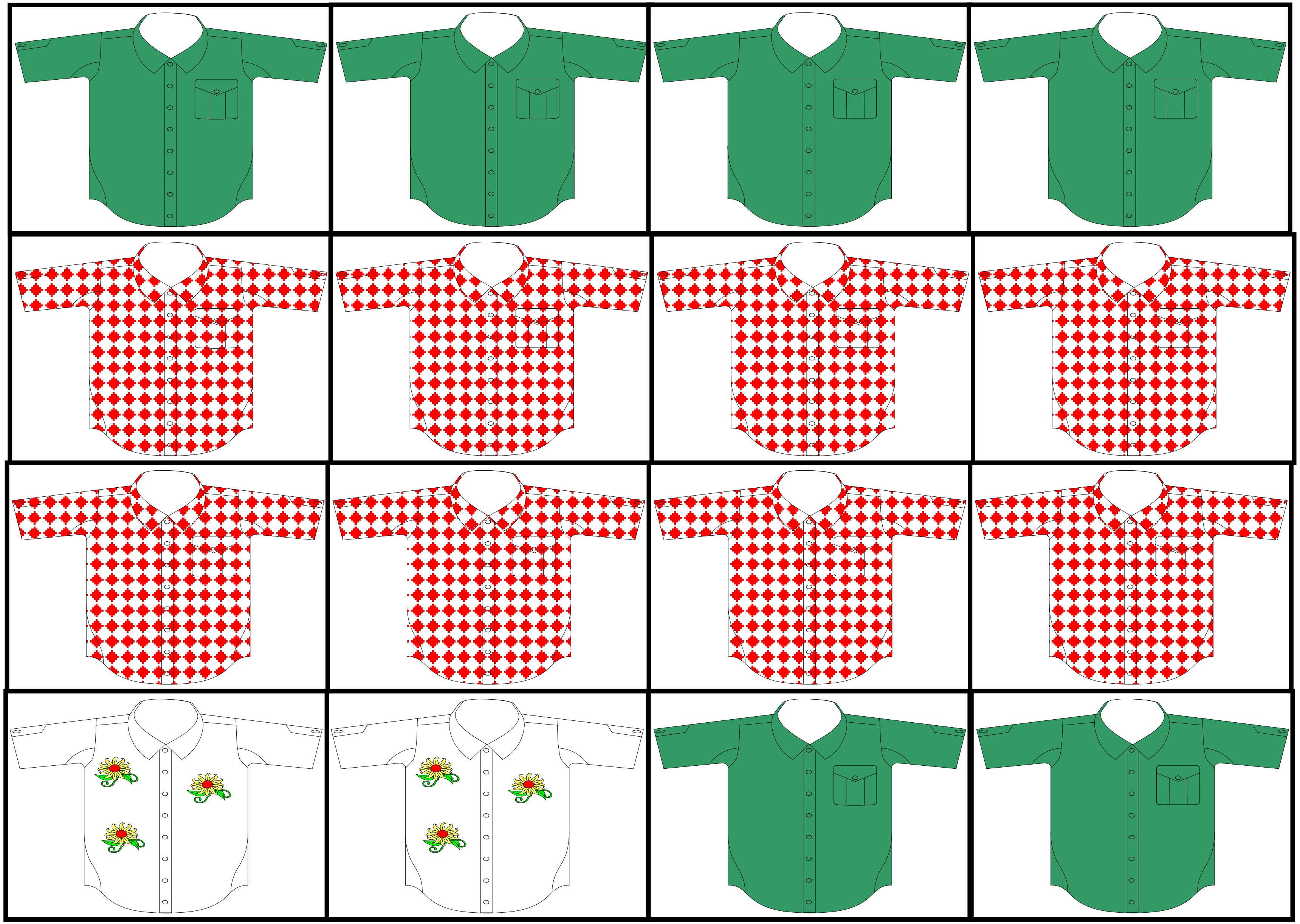
JE COMMENCE à m'inquiéter un peu.
Tout semble faire problème.

Je décide de renouveler ma garde robe car je n'en peux plus de l'immonde chemise de l'oncle Zeno.
Je casse ma tirelire. Elle contient 110 €
Le commerçant me dit :
Avec l'argent que tu possèdes, tu peux acheter

- Quatre chemises vertes et deux chemises à carreaux
- Cinq chemises à carreaux
- Deux chemises vertes, une chemise à carreaux et deux chemises à fleurs

Oui, mais combien coûtent donc une chemise verte, une chemise à carreaux et une chemise à fleurs ?
Je sens que je vais exploser.
Le lecteur peut-t-il m'aider ?

Annexe 2



Annexe 3

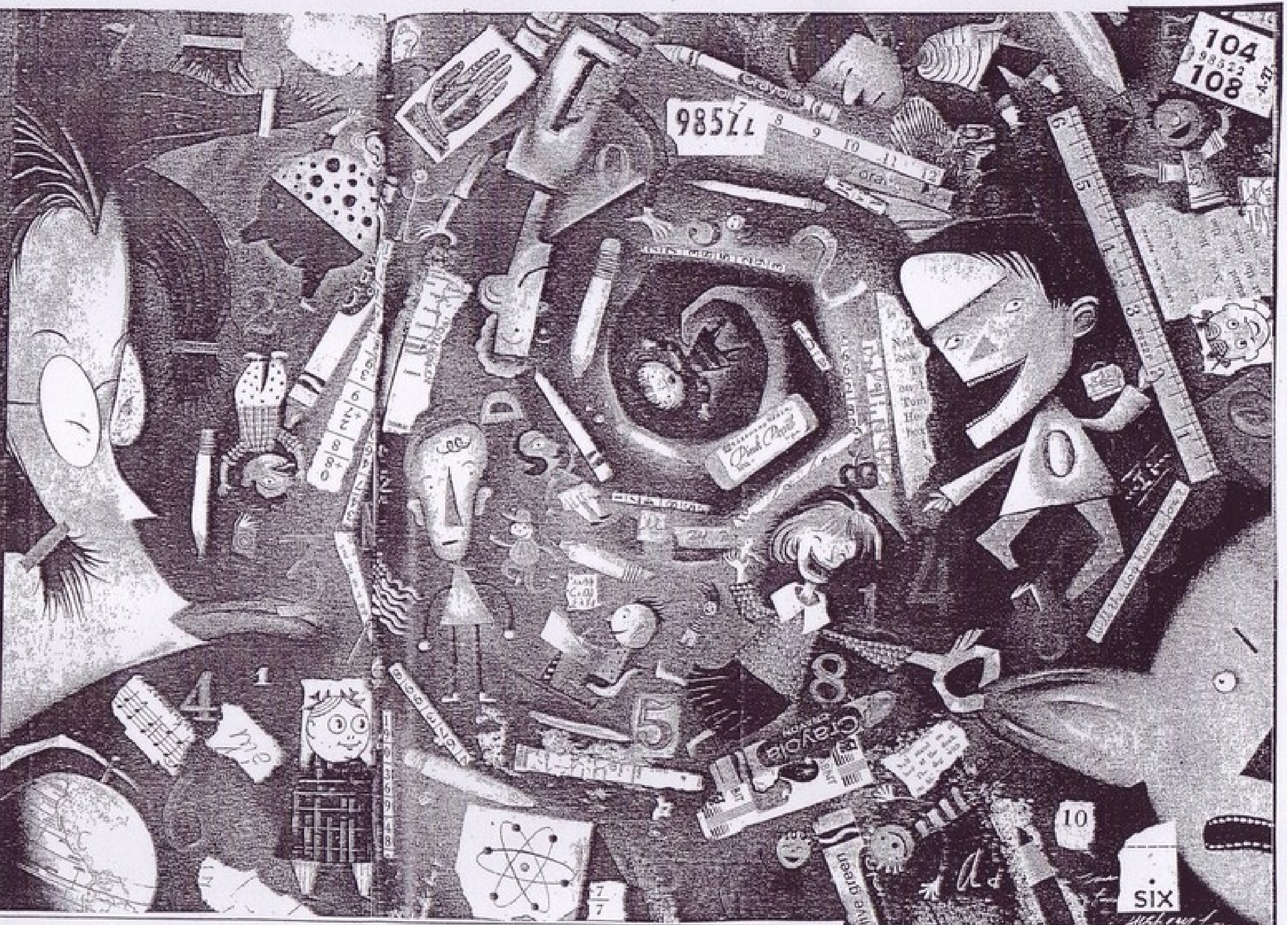
LA MATINEE entière n'est qu'une suite de problèmes.
Il y a **24 élèves** dans ma classe.
Et je sais de source sûre que quelqu'un va apporter des choux à la crème à partager.
Nous occupons **4 rangées** de **6 pupitres** chacune.

Que se passera-t-il si Mme Fibonacci décide d'aligner les pupitres en 6 rangées ?
8 rangées ? 3 rangées ? 2 rangées ?

JE COMPTE à nouveau les 24 élèves de notre classe, mais cette fois 2 par 2.

Jacques gratte sa copie du bout du doigt.
➧ **Combien y a-t-il de doigts dans notre classe ?**
Kevin tire l'oreille d'Eric.
➧ **Combien y a-t-il d'oreilles dans notre classe ?**
Sandrine, la nouvelle, me tire la langue.
➧ **Combien y a-t-il de langues dans notre classe ?**

JE sens que je vais péter les plombs quand sonne l'heure de la cantine.



Le problème des rangées me tourne la tête. Depuis ce matin, je range les petites voitures dans mon garage, j'aligne les capsules de bière de ma collection, j'ordonne en rangées les dinosaures de mon autre collection.

- **J'ai remarqué que si je mets les dinosaures par rangées de 6, il en reste trois**
- **Si je les place par rangées de cinq, il n'en reste pas.**

Et voilà que j'invente des problèmes maintenant !

1. **si je les mettais par rangées de trois, en resterait-il ?**
2. **si je les mettais par rangées de deux, en resterait-il ?**
3. **Finalement, combien est-ce que je possède de dinosaures ? Je me souviens seulement que j'en ai un nombre inférieur à 50, mais proche de 50.**

La malédiction des maths m'est réellement tombée dessus !

Annexe 4

Malheureusement pour moi, LE DEJEUNER se compose de pizza et de tarte aux pommes. Chaque pizza est divisée en 8 parts égales. Chaque tarte est divisée en 6 parts égales. Vous voyez ce que ça implique ?

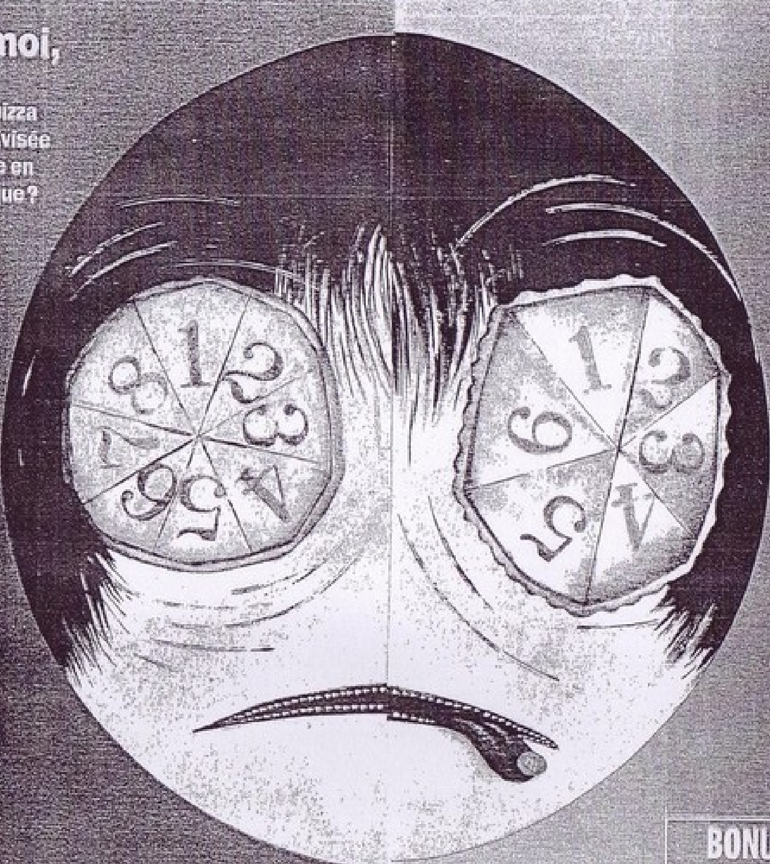
Des fractions.

1. Si je veux 2 parts de pizza, dois-je réclamer :
   - a. 1/8
   - b. 2/8
   - c. 2 parts de pizza

2. Quel est l'autre moyen de réclamer 1/2 tarte aux pommes ?
   - a. 2/6
   - b. 3/6
   - c. fifty-fifty apple pie

3. Qu'est-ce qui est meilleur ?
   - a. 1/2 pizza
   - b. 1/2 tarte aux pommes

Comme nous n'avons pas encore étudié les fractions, je picore 12 radis 3 par 3 que je croque 2 par 2.



L'après-midi, chaque matière pose un problème.

LA GEOGRAPHIE

pose un problème de poids et mesures :

Le fleuve Mississippi est long de 4 000 kilomètres.

Un M&M's est long d'un centimètre.

Sachant qu'il y a 100 centimètres dans un mètre et 1 000 mètres dans un kilomètre :

1. Evaluez le nombre de M&M's qui seraient nécessaires pour mesurer le fleuve Mississippi.
2. Evaluez le nombre de M&M's que vous mangeriez s'il vous fallait mesurer le fleuve Mississippi à l'aide de M&M's.

BONUS : Peut-on épeler Mississippi sans M&M's ?

Je n'arrive plus à digérer les pizzas et les tartes. Je somnole en classe quand tout à coup, me voilà propulsé dans un cauchemar.

Il y a des tartelettes qui voltigent autour de moi. En les comptant le tournis augmente. Il y en a 20.

Le boulanger me dit : tu vas les placer dans des boites. Bing, je reçois cinq boites sur la tête. Il y en a deux jaunes et trois vertes.

Le boulanger continue : il faut utiliser toutes les boites et les boites d'une même couleur doivent contenir le même nombre de tartelettes. Tu peux, si tu veux, partager les tartelettes en deux ou en trois parts égales, mais pas plus.

Je me mets au travail, mais j'hésite car il y a plusieurs façons.

Tout ça augmente mon mal de cœur. Je vais vomir si tu ne m'aides pas…