

Album à colorier

Françoise POISSON, Jean TERRERAN, Lycée de Sens

2nde (04-05)

Lors d'un stage « HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES », animé par Frédéric METIN et Patrick GUYOT, en 2004, nous avons découvert les démonstrations illustrées des propositions d'Euclide par BYRNE : « The elements of Euclid » (édition 1847).

Il s'agit d'utiliser des couleurs pour faire apparaître les propriétés utiles à une démonstration.

On peut trouver de tels exemples sur le site :

<http://www.math.ubc.ca/people/faculty/cass/Euclid/byrne.htm/>

Nous avons choisi de mettre en place une activité s'inspirant de cette méthode ; elle vient après le cours sur les TRIANGLES en Seconde.

A l'origine elle était prévue pour l'AIDE INDIVIDUALISÉE ; elle a finalement été testée dans deux classes de Seconde sur une séance de module d'une heure, une classe de 2nde Arts plastiques et une 2nde option SES.

Le matériel utilisé :

- une fiche 1 donnant la liste des configurations utiles à la résolution des deux exercices proposés ;
- une fiche 2 comportant deux exercices, le premier étant un exercice guidé ;
- des crayons de couleur (au moins quatre : rouge, vert, bleu et jaune) ;
- un transparent de la fiche 1 en couleur et un rétroprojecteur.

Déroulement de la séance :

Les élèves sont en binôme.

Premier temps (10 à 15 mn maximum) : travail sur la fiche n° 1.

On commente collectivement les configurations n° 1 à 4, les élèves coloriant au fur et à mesure leur version qui est en noir et blanc (coût des photocopies oblige...).

Pour la configuration n° 1, les élèves repèrent bien la propriété attendue

On leur donne alors la consigne de coloriage.

Ils adoptent le même principe pour la configuration n° 2.

Pour la suite, on précise que : « deux éléments (angles ou segments) sont de la même couleur si et seulement si leurs mesures sont égales ».

Ils appliquent ce principe à la configuration n° 3 sans difficulté.

Pour la configuration n° 4, il est nécessaire de les aider car peu connaissent cette propriété.

On les laisse ensuite colorier leur fiche en projetant le transparent en couleur au rétroprojecteur.

Deuxième temps (environ 30 mn) : résolution de l'exercice guidé.

Il faut d'abord rappeler les trois principes suivants :

- 1) « on ne colorie deux éléments de la même couleur que si l'on sait par hypothèse qu'ils sont égaux ou si on l'a justifié » ;
- 2) « à partir du moment où deux éléments sont de la même couleur, on peut se servir de leur égalité pour les questions suivantes » ;
- 3) « faute d'information, on laisse les éléments sans couleur.

Question 1) : aucun problème.

Question 2) a) : certains élèves colorient déjà en bleu les angles $\widehat{FBK}$ et $\widehat{FKB}$: leur rappeler la première consigne.

D'autres attribuent déjà une autre couleur à ces deux angles : leur rappeler la troisième consigne.

Question 2) b) et c) : l'obtention d'une équation où l'inconnue est une couleur les amuse

Question 2° d) : quelques élèves ont du mal à reconnaître la propriété... au milieu de tous les angles bleus.

Question 3) : pour l'écriture des rapports, la consigne semble moins claire aux élèves.

SVP : proposez-nous une meilleure formulation !

Troisième temps (le temps restant) : résolution de l'exercice non guidé.

Quelques élèves seulement ont le temps de terminer cet exercice.

Aux très rapides (!) on peut demander si le triangle POQ est rectangle.

En prolongement, on pourrait leur demander de rédiger le deuxième exercice (on ne l'a pas fait...).

Bilan :

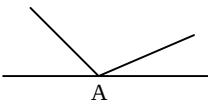
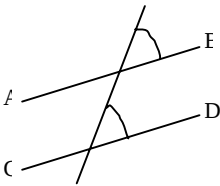
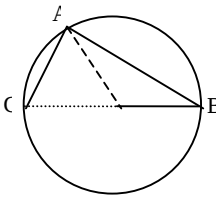
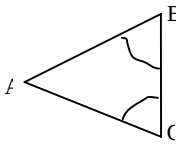
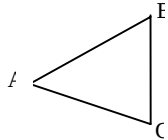
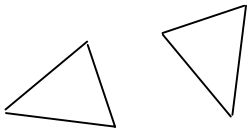
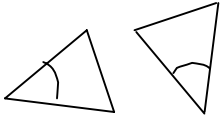
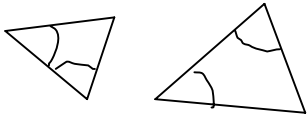
Cette activité a plu aux élèves.

Elle a permis de donner du sens à certains « cas d'égalité » des triangles.

Le respect des consignes leur a mieux fait sentir ce que l'on appelle **la rigueur** dans une démonstration, notamment la nécessité de donner le bon argument au bon moment : « j'ai colorié cet angle en bleu parce que ... ».

Cependant il ne faudrait pas que les élèves croient que cette technique les dispense d'apprendre le cours : elle s'appuie en effet sur une parfaite connaissance des configurations. Les résultats aux évaluations sont là pour leur rappeler cette dure réalité !

Liste des configurations utiles

- n°1  $\triangle + \triangle + \triangle = 180^\circ$
- n°2  $\triangle + \triangle + \triangle = 180^\circ$
- n°3  $\triangle = \triangle \quad (AB) \parallel (CD)$
- n°4  ABC rectangle : $\text{---} = \text{---} = \text{---}$
- n°5  $\triangle = \triangle \quad \text{ABC isocèle en A}$
- n°6  $\text{---} = \text{---} \quad \text{ABC isocèle de sommet A}$
- n°7  $\text{---} = \text{---}$
 $\text{---} = \text{---}$
 $\text{---} = \text{---}$ Les deux triangles sont isométriques
- n°8  $\text{---} = \text{---}$
 $\text{---} = \text{---}$
 $\triangle = \triangle$ Les deux triangles sont isométriques
- n°9  $\triangle = \triangle$
 $\triangle = \triangle$ Les deux triangles sont semblables
- n°10  $\text{---} = \text{---} = \text{---}$
 $\text{---} = \text{---} = \text{---}$ Les deux triangles sont semblables

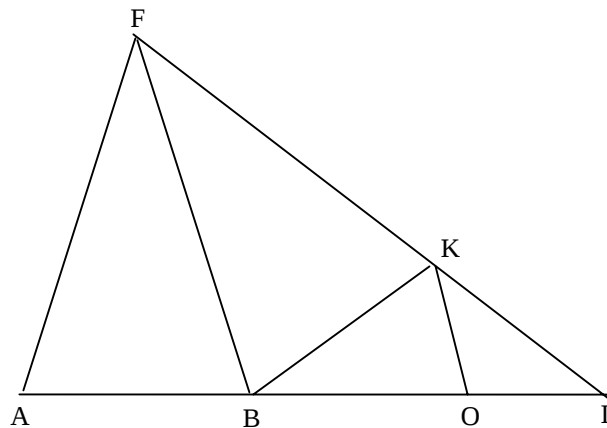
Fiche n°2

Se munir de crayons de couleur.

Exercice guidé

Sur la figure ci-dessous :

- les triangles ABF et BFK sont isocèles de sommet F et OBK est isocèle de sommet B ;
les points A, B, O et L sont alignés ;
- AF = 5 et AB = BO = 3.



Le but de cet exercice est de démontrer que les côtés [BF] et [OK] sont parallèles et de calculer la longueur exacte de KO.

1° a) Repasser en rouge tous les segments de longueur 5.

Repasser en vert tous les segments de longueur 3.

b) En observant ces couleurs, donner la propriété qui permet d'affirmer que les triangles ABF et BFK sont isométriques :

2° Dans ce qui suit, on va colorier les angles < avec la couleur adéquate, sinon on laissera en blanc puis on reportera cette couleur sur la figure ci-dessus.

a) Colorier en bleu tous les angles égaux à $\widehat{FAB}$ et en jaune tous les angles égaux à $\widehat{AFB}$

b) On veut savoir si l'angle $\widehat{OBK}$ doit être colorié en bleu, en jaune ou rester en blanc.

Pour cela :

dans le triangle ABF : $\angle + \angle + \angle = 180^\circ$ d'après

pour les trois angles de sommet B : $\angle + \angle + \angle = 180^\circ$ d'après

donc $\angle = \angle$: la couleur de $\widehat{OBK}$ est donc $\angle$.

c) Les angles $\widehat{BKO}$ < et $\widehat{BOK}$ < sont de la même couleur d'après

dans le triangle BOK : $\angle + \angle + \angle = 180^\circ$ d'après

et pour les trois angles de sommet B : $\angle + \angle + \angle = 180^\circ$ (vu en 2°b)

donc : deux fois l'angle < = deux fois l'angle <

donc les angles $\widehat{BKO}$ et $\widehat{BOK}$ sont <

d) $\widehat{FBA}$ < = $\widehat{BOK}$ <

On en déduit que les côtés [BF] et [OK] sont d'après

3° Dans les triangles ABF et BKO : $\angle = \angle$ et $\angle = \angle$

Les triangles ABF et BKO sont doncd'après

Dans ce qui suit, colorier les pointillés avec la couleur adéquate (se reporter au 1°a))

Le trait noir "épais" représente KO : on peut écrire les rapports ci-contre : $\frac{\text{épais}}{\text{dotted}} = \frac{\text{thin}}{\text{dotted}} = \frac{\text{dotted}}{\text{dotted}}$

On a donc : $\frac{\text{épais}}{\text{dotted}} = \frac{\text{dotted} \times \text{dotted}}{\text{dotted}}$; en déduire la longueur KO.

Exercice non guidé

ABC est un triangle rectangle isocèle en A.

O est le milieu de [BC].

On place les points P sur [AB] et Q sur [AC] tels que AP = CQ.

Le but de cet exercice est de démontrer que le triangle OPQ est isocèle de sommet O.

1° Sur la figure ci-dessous, illustrer les données de cet énoncé en coloriant les segments de même longueur d'une même couleur.

- 2° a) En justifiant, colorier en bleu les angles aigus qui sont égaux.
 b) On colorie le segment [AO] en d'après
 c) Les triangles ABO et ACO sont d'après
 d) On peut colorier d'autres angles en bleu : le faire et justifier.

3° Quelle propriété permet de justifier que les triangles OCQ et OAP sont isométriques ?

4° En déduire que le triangle OPQ est isocèle en O.

