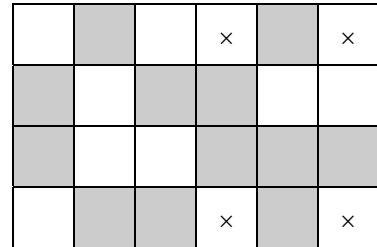


Jeux et Problèmes

Michel LAFOND, Lycée Le Castel à Dijon

JEU - 46.

Trouver un rectangle de 4×6 cases, chacune colorée en blanc ou noir, de telle sorte qu'il ne contienne aucun rectangle ayant ses 4 sommets unicolores.



La schéma proposé ne marche pas car il y a un rectangle "blanc".

PROBLÈME- 46.

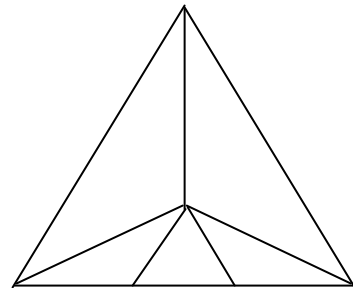
Démontrer dans l'ensemble des nombres réels l'implication :

$$\begin{cases} a + 2b \leq 3 \\ b + 3c \leq 4 \\ c + 4a \leq 5 \end{cases} \Rightarrow a + b + c \leq 3$$

Solutions des jeux du numéro précédent

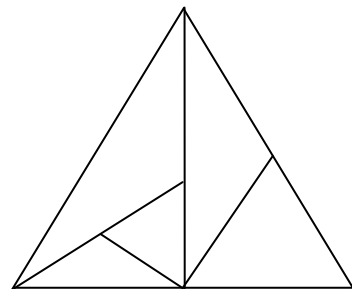
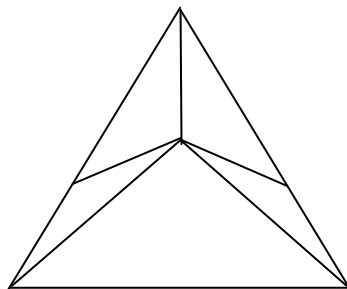
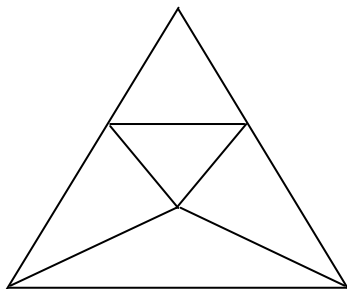
JEU - 45.

Il y a 4 manières de partager un triangle équilatéral en 5 triangles isocèles.
L'une d'elles est ci-contre, trouvez les 3 autres.



Solution :

Voici les 3 autres manières :



PROBLÈME- 45.

Avez-vous une bonne calculette ?

Démontrer que : $2985984^{2985984} \times 1679616^{1679616} = 4478976^{4478976}$.

[C'est la plus petite solution non évidente de $x^x y^y = z^z$ en nombres entiers]

Solution :

$$\begin{aligned} \text{Posons } x &= 12^6 = 2985984 \\ y &= 6^8 = 1679616 \\ z &= 2^{11} 3^7 = 4478976 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On a } x^x y^y &= (12^6)^{12^6} \times (6^8)^{6^8} = ((2^2 \times 3)^6)^{12^6} \times ((2 \times 3)^8)^{6^8} \\ &= (2^{12} \times 3^6)^{12^6} \times (2^8 \times 3^8)^{6^8} = (2^{12 \times 12^6} \times 3^{6 \times 12^6}) \times (2^{8 \times 6^8} \times 3^{8 \times 6^8}) \\ &= 2^{12^7 + 8 \times 6^2} \times 3^{6 \times 12^6 + 8 \times 6^2} = 2^{2^{14} \times 3^7 + 2^{11} \times 3^8} \times 3^{2^{13} \times 3^7 + 2^{11} \times 3^2} \\ &= 2^{2^{11} 3^7 (2^3 + 3)} \times 3^{2^{11} 3^7 (2^2 + 3)} \\ &= (2^{2^{11} 3^7})^{11} \times (3^{2^{11} 3^7})^7 \\ &= (2^{11})^{2^{11} 3^7} \times (3^7)^{2^{11} 3^7} = (2^{11} 3^7)^{2^{11} 3^7} = z^z \end{aligned}$$

C Q F D