

Une histoire d'eaux landaises
ou
Dans quel milieu sommes-nous ?

Marie-Noëlle Racine,
Lycée "Le Castel", Dijon.

Samedi 23 décembre 2000, dans une classe de Seconde d'un niveau assez faible (25 élèves sur 32 ont dû redoubler ou ont été réorientés en fin d'année), veille de vacances de Noël, et même dernière heure avant de partir en vacances (de 11h à 12h.)

Neuf élèves absents ! (Faut-il vraiment faire cours dans ces conditions ?)

On venait de passer quelques cours sur le chapitre des statistiques et je pensais terminer par ce petit texte assez sympathique qui permet, à mon sens, de faire le point sur les connaissances des élèves à propos de la signification des mots du vocabulaire "de base". Ce texte permet aussi de donner un éclairage sur les balbutiements et la mise en place des calculs statistiques pour une utilisation en termes de prévisions.

J'avais l'intention de faire étudier le texte (voir ce texte en annexe 1) jusqu'à la ligne 38, je voulais faire repérer par les élèves, dans ce texte, les mots actuels qui se cachent derrière les mots de milieu, moyenne, ... en 1788, leur faire manipuler des données et rechercher de quelle façon, avec quels calculs, on a rendu compte de ces données pour informer la population.

Première séance

Je distribue le document complet. Même si je ne fais étudier que les deux tiers du texte, j'ai décidé de ne pas tronquer ce mémoire, somme toute assez court, pour permettre aux élèves curieux de lire le texte en entier. Je précise oralement que lors de la parution de ce document (je ne donne alors aucune date), les notions et le vocabulaire statistiques n'étaient pas encore bien définis.

Avant de laisser les élèves lire le texte, je leur demande d'étudier la page de couverture pour répondre à deux questions :

1°) De quoi s'agit-il ? Les élèves relèvent les mots *Académie, Sciences, Mémoires*. Je fais alors un point information sur l'histoire de l'Académie Royale des Sciences, créée en 1666 par Colbert en vue de servir le roi et l'état en favorisant les inventions pratiques (brevets, expertises de machines,...) et en développant les connaissances scientifiques auxquelles le roi accordait une grande importance. Elle était constituée de six classes : Anatomie, Chimie et Botanique pour la partie physique, Astronomie, Mécanique et Géométrie pour la partie mathématiques. Les savants y faisaient des communications, relatées dans les *Comptes-rendus*, ou rédigeaient des "mémoires", compilés par années complètes, dans un ouvrage intitulé *L'histoire de l'Académie Royale des Sciences*.

Le texte qui suit est tiré de l'un de ces livres. On pourra trouver en annexe une histoire plus détaillée de l'Académie et d'autres sociétés savantes de la même période.

2°) En quelle année le mémoire a-t-il été confié à l'Académie des Sciences ? Les élèves ont toujours du mal à lire les nombres écrits avec des chiffres romains. Je les laisse discuter et donner les dates qu'ils croient lire. Au cours de leurs discussions, il apparaît qu'ils sont sûrs du fait que "I" signifie "1" et que "M" signifie "1000", que "X" et "V" signifient respectivement "10" et "5". Pour le reste, "D", "C", "L", il y a doute : C pourrait signifier cent et, par déduction, D serait cinq cents et L cinquante. Finalement, ils sont tous d'accord sur le fait que M.DCC.LXXXVIII. est l'année 1788.

L'affaire se corse lorsque je demande la date de parution du livre ! M.DCC., c'est bien 1700, I c'est bien 1 mais XC qu'est-ce que c'est ? Dix avant cent, là, ils sont gênés quelques instants puis la réponse fuse : c'est 90 ! L'année de parution est donc 1791.

Je fais alors un bref point d'information pour leur dire que l'hésitation qu'ils ont eue est bien légitime : dans les textes latins de la période antique, on écrivait IIII pour 4 et VIII pour 9. Assez rapidement, c'est devenu IV pour 4 et IX pour 9 mais, ce n'est que beaucoup plus tard que l'on s'est mis à écrire XL pour 40 ou XC pour 90 ou encore CM pour 900.

Je leur demande maintenant de chercher l'auteur et le sujet du mémoire. Tout le monde passe ainsi à la page 2, au début du texte. Pour les élèves, tout est clair "état moyen" signifie que l'on cherche des hauteurs d'eau. Quant à l'auteur, M. de la Lande, c'est pour eux, un illustre inconnu. Le dictionnaire (Larousse) indique : "LALANDE (Joseph Jérôme Lefrançois de) : astronome français né à Bourg-en-Bresse (1735-1807)." En fait, il a commencé par être avocat, puis il se passionne pour l'astronomie, il part à Berlin, à l'Académie des Sciences. Il fut aussi un révolutionnaire enthousiaste et un athée convaincu. Avec son neveu Michel Jean Jérôme de LALANDE (1766-1836), il s'est intéressé à l'histoire des mathématiques. Compte tenu des dates, nous pensons que c'est l'oncle qui a écrit le mémoire que nous allons lire, mais nous n'avons pas les éléments nécessaires pour en être certains.

Je laisse alors un long temps aux élèves pour lire les deux premières pages du document.

Comme toujours lorsque nous lisons des textes anciens, je demande aux élèves ce qu'ils ne comprennent pas bien à la lecture du texte, les questions qu'ils ont envie de poser à propos de certains mots.

Même si on l'a déjà vu dans un autre texte, ils éprouvent le besoin de me parler des *s* imprimés avec une lettre qui ressemble à un *f*. Veulent-ils par-là, me signifier qu'il y a des difficultés et que je dois en être consciente par la suite ? Ils parlent ensuite de *tenoît*, *falloît*, *connoître*. Pour mieux retrouver ces mots dans le texte, je demande aux élèves de numérotter les lignes du texte. J'aurais dû penser à cela et numérotter moi-même les lignes avant de photocopier le texte pour les élèves.

Le seul mot de vocabulaire que les élèves me demandent d'expliquer est le mot *nivellement* (ligne 2.) Les élèves, habitués à discuter, se répondent entre eux : "C'est quand on remet tout au même niveau", "alors, pourquoi il parle de mesures (*on a rapporté à ce point des nivellements et des mesures*) ?", "ça veut plutôt dire qu'il s'agit de mesurer des différences de niveau".

Les élèves demandent des explications sur les pieds et les pouces. Certains pensent qu'il s'agit des mesures anglo-saxonnes actuelles. De plus, ils s'étonnent des dixièmes de pouces. Je demande si les élèves savent quand a été adopté le système métrique en France. Aucun élève ne connaît la réponse. Ils pensent tous que c'est au XX^e siècle !

Je fais alors une 3^{ème} parenthèse information pour raconter que le système métrique a été adopté en France pendant la Révolution, d'abord avec un mètre provisoire puis en 1799, le mètre devint la dix-millionième partie du quart de méridien terrestre (Condorcet, dont une rue de Dijon porte le nom, voulait "une unité pour tous les Hommes".) Il avait donc fallu mesurer un méridien terrestre ; pour cela, l'assemblée législative a donné l'ordre à deux astronomes, Delambre et Méchain, de mesurer le méridien, passant par Paris, de Dunkerque à Barcelone. Ils sont partis en juin 1792, en pleine Révolution, avec des ordres signés par le Roi, ce qui les rendra suspects quand, quelques mois plus tard, le roi a été arrêté puis guillotiné. Leur travail consistait à mesurer des angles pour en déduire, après avoir mesuré un côté, les longueurs d'autres côtés de triangles et ainsi calculer la longueur du méridien, de Dunkerque à Barcelone, puis en extrapolant, celle du méridien tout entier.

Les élèves ont été étonnés et intrigués par ces mesures d'angles, je leur promets de reparler avec eux de cette méthode, dite "par triangulation", quand on étudiera le chapitre sur les triangles. J'espère peut-être, en laissant cette part de mystère et en faisant cette promesse alléchante, avoir des élèves plus attentifs et réceptifs quand on abordera ce chapitre de géométrie. Le périple de Delambre et Méchain a duré 7 ans au cours desquels ils ont été pris pour des royalistes ou pour des espions (la France a été en guerre), durant ce laps de temps, Condorcet est mort sous la Terreur.

En 1782 et 1787, les mesures de longueurs encore employées à Paris sont la lieue, la perche, le pas mais surtout la toise, le pied, le pouce, la ligne et le point :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ toise} = 6 \text{ pieds} (= 1,949 \text{ m}) \\ 1 \text{ pied} = 12 \text{ pouces} (= 0,325 \text{ m}) \\ 1 \text{ pouce} = 12 \text{ lignes} (= 2,707 \text{ cm}) \text{ (ce qui est différent de la valeur de 1 inch anglais qui vaut 2,54 cm)} \\ 1 \text{ ligne} = 12 \text{ points} \\ 1 \text{ point} = 0,188 \text{ mm.} \end{array} \right.$$

On peut remarquer que les sous-multiples du pouce existaient mais que l'auteur leur a préféré les dixièmes de pouce. Cette pratique avait déjà eu cours auparavant depuis Stevin. On peut penser que cela facilitait les calculs. Ainsi, l'écriture 9.10,6 signifie 9 pieds 10 pouces et 6 dixièmes de pouce.

J'explique alors au tableau, à titre culturel, comment on peut faire une addition avec ces mesures :

$$\begin{array}{r} 6.5,4 \\ + 6.2,9 \\ \hline 12.8,3 \end{array}$$

puis

$$\begin{array}{r} 12.8,3 \\ + 6.7,0 \\ \hline 16.15,3 \end{array}$$

et là, on prend 12 pouces des 15,3 que l'on transforme en 1 pied à ajouter aux 16 pieds du résultat. Puis $12.8,3 + 4.7,0 = 16.15,3 = 17.3,3$. Enfin, ce 17.3,3, je montre comment on le divise par 3.

En regardant le tableau [p. 245 du document], les élèves pensent que les nombres en bas des colonnes 1782 et 1787 sont les moyennes arithmétiques des 12 hauteurs moyennes des 12 mois de l'année. Je leur demande de le vérifier. C'est le travail qu'ils ont à faire sur la colonne 1782 pour une prochaine séance, le samedi 13 janvier 2001. Nous n'avons pas eu le temps d'aborder les questions concernant le vocabulaire statistique, ce sera pour le 13 janvier.

Deuxième séance :

Lors de la 2^{ème} séance, je regarde rapidement le travail fait par les élèves :

- 1°) Certains élèves ont additionné tous les nombres à la calculatrice, en utilisant la virgule pour séparer les pieds et les pouces, par exemple, pour janvier 1782, ils écrivent 6,54 ou pour avril de la même année 7,106. Pour l'année 1782, leur somme 52,186 divisée par 12 leur donne une moyenne de 4,3488... qui n'est pas si loin du "4,4" indiqué en bas de la colonne, et qui leur donne satisfaction !...
- 2°) Les autres, ont calculé la somme des 12 valeurs, en cherchant la somme de tous les pieds d'une part, la somme de tous les pouces (et dixièmes de pouces) d'autre part. Le résultat, pour 1782, est 47 pieds et 61,4 pouces. Seuls 3 élèves ont su transformer les 61,4 pouces en 5 pieds et 1,4 pouces, ce qui leur a donné une somme totale de 52 pieds et 1,4 pouces.

Lorsqu'il a fallu faire la division par 12 pour trouver la moyenne demandée, pour la majorité des élèves, il fallait diviser 47 pieds par 12 et 61,4 pouces par 12, ce qui donne une moyenne de 3,9 pieds et 5,1 pouces. Ce résultat ne correspond pas aux 4,4,0 annoncés, mais ils ne voient pas du tout comment ils auraient pu procéder. En fait, je l'ai compris plus tard, lors de la 3^{ème} séance, ils n'ont pas compris pourquoi il y a deux unités, c'est un peu comme s'ils avaient à faire avec deux mesures différentes pour une même grandeur, ils disposent de 24 nombres pour mesurer 12 grandeurs. A ce stade, on explique au tableau la méthode employée pour transformer les unités, puis comment effectuer la division. Je sens confusément qu'il y a des notions qui ne sont pas bien assimilées, mais j'attribue cela aux difficultés techniques des opérations qui ne sont pas familières à ces élèves de Seconde. 52 pieds et 1,4 pouces divisés par 12 donnent une moyenne de 4 pieds et 4,1 pouces.

Pour compléter mon propos, je précise que les 3,9 pieds et 5,1 pouces trouvés par la majorité des élèves donnent 51,9 pouces soit 4 pieds et 3,9 pouces, cette valeur diffère un peu de celle que l'on trouve par l'autre méthode. La différence est due aux approximations dans la division des 47 pieds par 12. Je n'ai pas du tout parlé de cela avec les élèves, c'est seulement par curiosité que j'ai fait ce calcul.

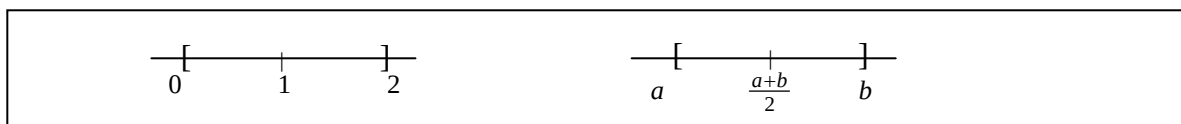
La discussion se poursuit avec les élèves. La moyenne que l'on vient de calculer est de 4 pieds et 4,1 pouces. M. de la Lande annonce 4 pieds et 4,0 pouces. Il y a une très légère différence, d'où peut-elle provenir ? A la lecture du texte, la dernière fois, il est apparu plusieurs façons de calculer des "hauteurs moyennes", on va donc reprendre le texte et repérer toutes ces façons. Cela permettra aussi de le relire car ils ont un peu oublié.

Mais auparavant, les élèves listent les mots de vocabulaire du XXI^e siècle. Je les écris au tableau sous leur dictée : étendue, centre (d'un intervalle), mode, médiane, moyenne (arithmétique), moyenne élaguée, minimum, maximum, moyenne coefficientée (c'est le mot employé par les élèves, j'ai préféré le conserver plutôt que de leur faire écrire moyenne pondérée qui a encore moins de signification pour eux.)

Les élèves relisent le texte pour repérer tous les mots de vocabulaire statistique de ce mémoire et dire par quel mot du XXI^e siècle on pourrait les traduire. Dès le début de la lecture des élèves, il y a besoin d'une discussion collective à propos du mot "milieu" (ligne 4). A quel mot de notre liste de vocabulaire peut-on le rapprocher ? Il y a 3 avis dans la classe : centre – moyenne – médiane :

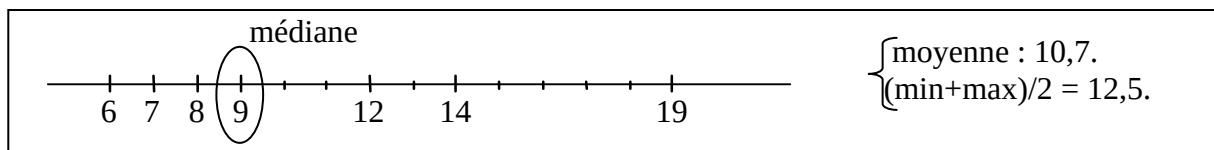
- L'élève J veut l'associer au mot "médiane" car la médiane partage la série en deux parties de même effectif,

- L'élève G l'associe plutôt au mot "moyenne" car moyenne et centre et milieu c'est pareil dans un intervalle, pour trouver le centre, on fait la moyenne des extrémités et ça donne le milieu. Dans $[0 ; 2]$, le centre de l'intervalle c'est 1, c'est la moyenne entre 0 et 2, et, sur le dessin, 1 est au milieu entre 0 et 2. Dans un intervalle $[a ; b]$, c'est pareil, le centre est $(a+b) / 2$



- Les autres élèves (la classe en chœur ou presque) : alors, c'est pas "moyenne", c'est "centre". D'ailleurs, "moyenne" est employé avec plus de 2 valeurs en général.

- L'élève A : comment peut-on associer milieu avec centre ? Dans centre, il y a l'idée de centre d'une boule, c'est différent d'un milieu.
- L'élève B : mais non, ici, c'est centre d'un intervalle.
- L'élève P : avec médiane, ça va mal aussi.



par exemple : 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 12 ; 14 ; 19. La médiane n'est pas du tout le milieu.

On précise alors que, pour nous au XXI^e siècle, le mot milieu désigne le milieu d'un segment. Comme pour nous ici, le mot centre est celui d'un intervalle, on ne parlera de milieu que dans le même sens que celui de centre (d'un intervalle). M. de la Lande n'emploie pas toujours le mot milieu avec le même sens. Qu'appelle-t-il milieu en bas des colonnes 1782 et 1787 du tableau ?

Retour au texte du mémoire, pour chercher toutes les expressions qui sont des morceaux de phrase mis à la place de certains mots employés aujourd'hui. Par petits groupes, les élèves relisent attentivement le texte et notent les expressions repérées.

Mise en commun :

Lignes 4 et 5 : *La hauteur moyenne tenoit un milieu entre la plus grande et la plus petite élévation.*

- plus grande élévation = hauteur maximum
- plus petite élévation = hauteur minimum
- milieu = centre de l'intervalle
- hauteur moyenne = centre de l'intervalle [min ; max] (ce nombre est parfois dénommé par l'anglicisme "midrange")

Lignes 7 et 8 : *l'état moyen des eaux doit être l'état où elles sont le plus souvent.*

L'état où elles sont le plus souvent = le mode

Lignes 8 et 9 : *L'état naturel, indépendant des grandes inondations & des grandes sécheresses,* et lignes 12 et 13 : *Pour connoître cette hauteur moyenne, il falloit exclure les grandes hauteurs et les grands abaissements.*

Ces deux citations font penser à une moyenne élaguée : on enlèverait le min et le max puis on ferait la moyenne des autres valeurs.

Lignes 16, 17 et 18 : *Avoir un grand nombre d'observations faites dans toutes les saisons, & prendre le milieu.* Lignes 27 et 28 : *Le résultat des hauteurs de tous les jours entre lesquelles j'ai pris un milieu.*

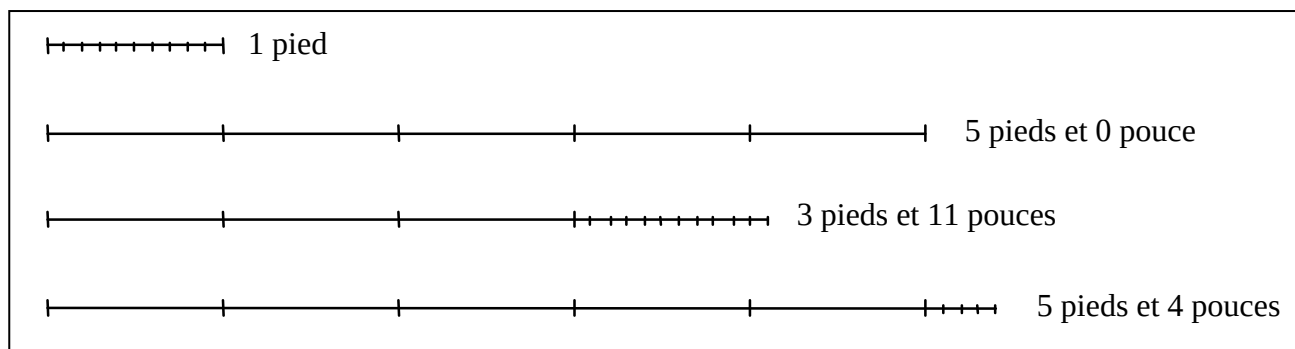
On ne sait toujours pas ce qu'est exactement le milieu pour M. de la Lande.

Le travail pour une prochaine fois consiste à rechercher, pour la colonne 1782, le minimum et le maximum, le centre de l'intervalle [min ; max], le mode, la moyenne élaguée (en enlevant le minimum et le maximum). Les élèves, malgré la dernière citation, ne pensent pas à une moyenne des mesures journalières, c'est-à-dire qu'il faudrait pondérer les moyennes mensuelles par le nombre de jours du mois correspondant.

Troisième séance

Lors de la correction, séance n°3, des calculs demandés pour aujourd'hui, les élèves, très rapidement, s'expriment en disant qu'il nous est impossible de déterminer le mode avec une série de 10 moyennes toutes différentes. Les quelques élèves interrogés n'ont pas fait le travail demandé à la maison, disent ne pas avoir compris comment on somme des mesures en pieds et pouces et encore moins comment on divise la somme par 10 pour trouver la moyenne élaguée.

Un volontaire va montrer au tableau comment faire. La moyenne élaguée est 4 . 2,0. A ce stade, il est surprenant de constater qu'aucun élève n'a pensé à tout écrire en pouces, ce qui aurait largement facilité les calculs. Je laisse quelques instants aux élèves qui n'ont pas fait le travail (et je le rappelle, ils sont nombreux) pour rechercher le minimum, le maximum et le centre de l'intervalle [min ; max]. Pendant ce temps, les autres (quelques) élèves, sérieux, qui avaient compris la technique de calcul, rangent les 12 hauteurs par ordre croissant pour déterminer la médiane. Lors de la correction, la moyenne mensuelle minimum en 1782 est bien 1.0,0 qui est celle du mois de septembre. Mais la moyenne maximum est, d'après les élèves, 9.10,6. Certains élèves ont même écrit 2 maximums, l'un de 9 pieds, l'autre de 10,6 pouces ! Surprise ! J'avoue que j'étais assez loin d'imaginer que les élèves, en grande majorité, n'ont pas compris que les moyennes mensuelles indiquées dans une colonne constituent une seule et même hauteur. J'ai eu envie de faire découper 12 bandes de papier de longueurs 6 pieds et 5,4 pouces, 6 pieds et 2,9 pouces, ... mais je ne dispose ni de bandes de papier ni de ficelle assez longue, alors, on dessine un segment qui représente un pied, on le partage en 12 "pouces" et on dessine 3 autres segments de longueurs respectives 5 pieds et 0 pouce, 3 pieds et 11 pouces, 5 pieds et 4 pouces (voir la figure ci-dessous.) On peut ainsi facilement les classer du plus petit au plus grand.



Il est ensuite aisé d'énoncer une règle de comparaison de mesures proposées en pieds et pouces puis de trouver que la moyenne maximum de 1782 est celle du mois de mai, soit 9 pieds et 5,1 pouces. Le centre de l'intervalle [min ; max] est 5.2,5.

Ces valeurs 4.2,0 et 5.2,5 ne correspondent pas au "milieu" 4.4,0 annoncé par M. de la Lande. Les valeurs rangées par ordre croissant sont : 1.0,0 ; 1.5,1 ; 1.8,8 ; 2.0,0 ; 2.9,7 ; 3.2,2 ; 4.7,0 ; 5.4,6 ; 6.2,9 ; 6.5,4 ; 7.10,6 ; 9.5,1. La médiane est $(3.2,2 + 4.7,0) / 2$ soit 3.10,6. Ce n'est pas non plus une valeur très proche du 4.4,0 du bas de la colonne. Toutefois, un résultat s'en approche, c'est la moyenne des 12 moyennes mensuelles. Certains élèves disent qu'il faudrait le vérifier sur les colonnes 1787 et sur la dernière colonne mais, pour celle-ci, le résultat n'apparaît pas dans le tableau. D'autres élèves commencent à s'inquiéter devant la tâche immense qu'ils voient se profiler. Il faut vérifier que les nombres de la dernière colonne sont les moyennes des résultats des mois correspondants des 2 années 1782 et 1787, rechercher le minimum et le maximum pour 1787 ainsi que pour la dernière colonne, puis calculer le centre de l'intervalle [min ; max], la moyenne des 12 valeurs, la moyenne élaguée, et ceci, pour chacune des 2 colonnes. C'est à ce moment, que les élèves ont pensé à transformer tous les résultats en pouces (et dixièmes de pouces) (ne dit-on pas

que "nécessité fait loi" ?). Une élève explique à tous les autres comment on doit effectuer la transformation, puis on répartit le travail. On fera le point lors d'une prochaine séance, après les épreuves longues qui doivent avoir lieu fin janvier.

Quatrième et cinquième séances

Je relève les résultats des groupes lors de la 4^{ème} séance et j'en ferai une synthèse qui permettra une discussion ou l'émergence de nouvelles idées. J'ai aussi l'intention de laisser passer un peu de temps car je sens une certaine lassitude chez les élèves.

Dans l'intervalle, lors d'une heure de module où les élèves travaillaient sur les moyennes de la classe, ils ont remarqué, qu'en LV I, si on faisait la moyenne de toutes les notes des élèves, on n'obtenait pas la même chose qu'en faisant la moyenne des groupes de langues. Ils ont alors compris qu'il fallait pondérer les moyennes de groupes par le nombre d'élèves de ces dits groupes. Nous avons aussi fait une série d'exercices sur la proportionnalité et, en particulier, sur des partages proportionnellement à des effectifs. Ces modules ont-ils donné des idées aux élèves à propos de la signification du mot milieu chez M. de la Lande ?

Après les vacances de Février, pour une dernière séance, n°5, je distribue le polycopié sur lequel j'ai récapitulé les résultats antérieurs (voir annexe 3.) Je demande aux élèves de relire le texte.

Ils parlent du résultat de la dernière colonne qui se trouve lignes 33 et 34 : *La hauteur moyenne entre ces deux années, est donc de 4 pieds 10 pouces*. Aucun résultat ne correspond vraiment à ceux annoncés par M. de la Lande, il faut avoir d'autres idées pour donner une signification au mot milieu.

Je laisse les élèves chercher un petit moment. Un groupe d'élèves commence à calculer une moyenne pondérée, d'autres remarquent que le mois de février a moins de jours que les autres, et pourtant, on lui a donné la même importance. En 1782, si on donne moins d'importance à la hauteur 6.2,9, on trouve un peu moins de 4.4,1, ce qui nous rapprocherait du 4.4,0 annoncé. En 1787, si on donne moins d'importance à 3.10,6, on trouvera une moyenne un peu plus grande que 5.3,4, ce qui nous rapprocherait des 5.4,6 annoncés. Les élèves décident donc de tous calculer la moyenne des 12 valeurs, pondérées par le nombre de jours du mois correspondant.

On trouve 4.3,93 pour 1782, ce qui est proche de 4.4,0. Pour 1787, on trouve 5.3,55, proche de 5.3,6. Il y a donc le nombre entier de pouces qui diffère d'une unité, puisque le résultat annoncé par M. de La Lande est 5.4,6. Pour la dernière colonne, on trouve 4.9,74, que l'on peut approcher par 4.10.

Les élèves ont l'air soulagé, ils ont vraiment l'impression d'avoir trouvé la solution, malgré la différence remarquée sur la moyenne de 1787.

L'activité s'est terminée là.

Conclusion

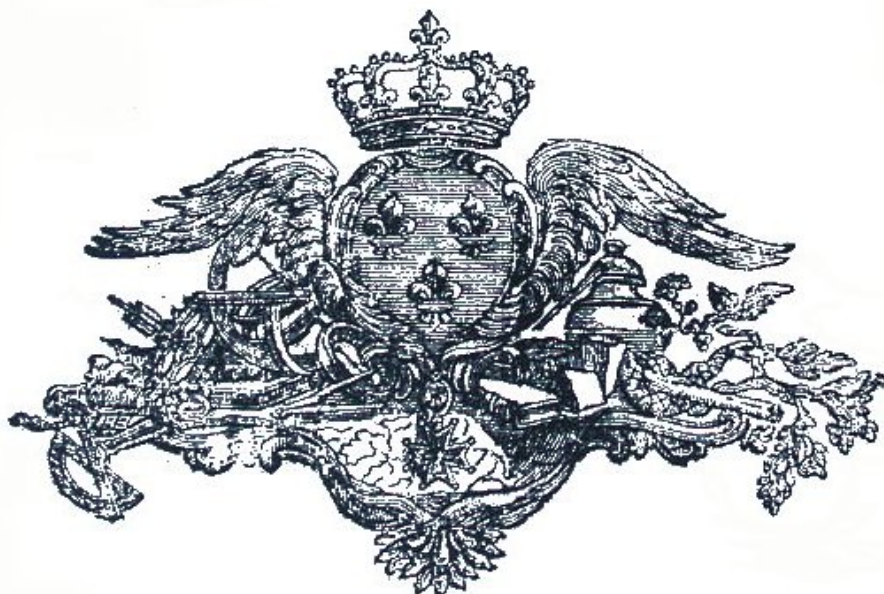
Lorsque je fais le bilan de cette activité, à chaud, je ne suis pas satisfaite : certes les discussions que j'ai pu mener avec les élèves m'ont permis de constater que les buts étaient atteints. Lors du déroulement de l'activité, des difficultés sont apparues, j'ai passé du temps pour les aplanir mais avec un piètre résultat à mon goût : rechercher une moyenne pondérée par des effectifs n'est pas toujours une évidence pour les élèves, manipuler des unités non décimales est une tâche ardue pour eux qui sont formés dans le moule calculatrice et poser une division est au-dessus de leurs capacités. Fallait-il aller au fond des choses ? Fallait-il les guider davantage et leur suggérer le changement d'unité (les pieds transformés en pouces), leur suggérer aussi la recherche des moyennes pondérées ? Les élèves connaissaient les mots moyenne pondérée, médiane, milieu, centre, mais ils ne donnaient pas toujours de signification à ces mots et, à la fin de l'activité, ils ont vraiment eu l'impression de voir une lumière, d'avoir trouvé la solution d'un problème, d'avoir compris quelque chose. C'est une petite satisfaction malgré tout pour le professeur.

Un an plus tard, quand j'ai abordé le chapitre statistiques avec une classe de Seconde dans laquelle se trouvaient 4 redoublants, ces 4 élèves sont venus me trouver à la fin de l'heure pour me demander de recommencer cette activité avec la classe, ils étaient enthousiastes et m'ont seulement dit que "c'était bien". J'avoue que leur réaction m'a fait plaisir, mais j'ai préféré leur proposer d'autres activités. Si je voulais faire étudier de nouveau ce texte, je demanderais un histogramme des hauteurs d'eau, les élèves penseraient plus rapidement à transformer les pieds en pouces, pour utiliser des nombres décimaux, de plus, il n'y aurait plus le problème de la recherche des extremums et on pourrait raccourcir l'activité et se concentrer sur le vocabulaire sans avoir à faire face à des difficultés annexes. Rendez-vous l'année prochaine !

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCC. LXXXVIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,
Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCC. XCI.

M É M O I R E

Sur l'état moyen des Eaux de la Seine , à Paris.

Par M. DE LA LANDE.

ON a souvent parlé dans les Mémoires de l'Académie , de la hauteur moyenne des eaux de la rivière ; on a rapporté à ce point des nivellemens & des mesures ; mais on a toujours supposé que la hauteur moyenne tenoit un milieu entre la plus grande & la plus petite élévation , & c'est cette notion défectueuse que je me propose de rectifier.

L'état moyen des eaux doit être l'état où elles sont le plus souvent ; l'état naturel , indépendant des grandes inondations & des grandes sécheresses , l'état sur lequel on a droit de compter pour la navigation , sauf les accidens passagers , & les événemens extraordinaires.

Pour connoître cette hauteur moyenne , il falloit exclure les grandes hauteurs & les grands abaiffemens , tandis que ce sont , au contraire , les seuls dont on ait fait mention , & dont on ait tenu compte jusqu'à présent dans ces sortes de calculs. Enfin , il faut avoir un grand nombre d'observations faites dans toutes les saisons , & prendre le milieu.

Les hauteurs que l'on marque tous les jours à l'échelle du pont de la Tournelle pour le service de la navigation de la rivière , & qui se publient dans le Journal de Paris , offrent un moyen facile de connoître l'état moyen de la rivière. Voici les hauteurs moyennes de chaque mois en 1782 & en 1787 , qui suffiront pour donner une idée de celle qui fait l'objet de ce Mémoire. Ces hauteurs sont en pieds , pouces & dixièmes de pouces ; elles sont

le résultat des hauteurs de tous les jours, entre lesquelles j'ai pris un milieu. Dans la dernière colonne j'ai mis les hauteurs des différens mois, dans l'ordre des hauteurs de l'eau, pour que l'on voie, par exemple, que le mois de septembre a été dans ces deux années le plus sec, & le mois de mai le plus sujet à la pluie.

M O I S.	1782.		1787.		Mois par ordre des 4 hauteurs.	Hauteurs par un milieu.	
	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.		Pieds.	Pouc.
Janvier. . .	6.	5,4	5.	0,0	Septembre.	1.	2,5
Février. . .	6.	2,9	3.	10,6	Août. . . .	1.	6,4
Mars. . . .	4.	7,0	5.	3,8	Juillet. . .	3.	1,7
Avril. . . .	7.	10,6	5.	10,4	Octobre. .	3.	4,3
Mai.	9.	5,1	9.	3,6	Mars. . . .	4.	11,4
Juin.	5.	4,6	5.	5,7	Février. . .	5.	0,7
Juillet. . .	2.	0,0	4.	3,5	Décembre.	5.	2,0
Août. . . .	1.	5,1	1.	7,6	Juin.	5.	5,2
Septembre.	1.	0,0	1.	5,1	Janvier. . .	5.	8,7
Octobre. .	1.	8,8	4.	11,8	Novembre.	5.	11,5
Novembre.	3.	2,2	8.	8,7	Avril. . . .	6.	10,5
Décembre.	2.	9,7	7.	6,3	Mai.	9.	4,4
Milieu . . .	4.	4,0	5.	4,6			

La hauteur moyenne entre ces deux années, est donc de 4 pieds 10 pouces; c'est à peu-près l'état moyen de la rivière sur l'échelle du pont de la Tournelle, & c'est pour cela que j'ai fait ajouter dans le Journal de Paris, à la hauteur de l'eau pour chaque jour, ces mots, *Hauteur moyenne, 5 pieds.*

L'échelle du pont Royal marque les hauteurs au-dessus du fond de la rivière, au banc de l'Aiguillette, qui est l'endroit où il y a le moins d'eau; elle marque 2 pieds 8 pouces de plus, du moins dans les moyennes eaux;

car la différence n'est que de 1 pied 4 pouces dans les basses eaux; elle va jusqu'à 3 pieds quand les crues sont fortes & subites : ainsi c'est à 7 pieds 5 pouces de l'échelle du pont Royal, que l'on peut fixer l'état moyen de la rivière.

L'échelle du pont au Change, faite en 1769, marque 17 pouces de plus que celle du pont de la Tournelle; ainsi l'état moyen des eaux sur l'échelle du pont au Change, est de 6 pieds 3 pouces.

Mais les hauteurs extrêmes qui ont été observées sur l'échelle du pont Royal, sont 1 pied 10 pouces, & 25 pieds 3 pouces, dont le milieu est de 13 pieds 6 pouces $\frac{1}{2}$; & ce milieu que l'on a quelquefois appelé *hauteur moyenne*, surpasse de 6 pieds la hauteur qui doit réellement s'appeler *hauteur moyenne*. Cette différence fait voir la nécessité des considérations que je viens de rapporter.

En prenant ainsi un plus grand nombre d'années, & en choisissant celles où la quantité de pluie est d'environ 17 pouces, quantité moyenne suivant M. Cotte (*Traité de météorologie*, page 231, 312), on aura plus exactement l'état moyen de la rivière. Il est tombé en 1782, 22 pouces d'eau (*Journal des Savans*, juin 1783), & la même quantité en 1787 (*Connoissance des Temps*, 1791, p. 360); ainsi la hauteur que j'ai trouvée est probablement un peu trop forte. Mais je me contente d'avoir montré l'erreur de la méthode employée jusqu'ici pour avoir la hauteur moyenne de la rivière. Il en est de même des hauteurs de la mer; le niveau naturel n'est qu'à un tiers de l'intervalle qu'il y a des basses eaux à leur plus grande hauteur, comme je l'ai démontré dans mon *Traité du flux & reflux de la mer* (art. 117); il est donc plus bas que le point qui tient le milieu entre les deux hauteurs.

Au sujet des grandes hauteurs de l'eau en 1651, 1658, 1700, 1740, 1749, 1751, 1764, on peut voir M. Bonamy (*Mémoires de l'Acad. des Inscript.* tome XVII, page 675); M. Buache (*Mémoires de l'Académie des*

Sciences, 1741, 1742 & 1767, page 508), & M. Deparcieux (*Mém.* 1764, p. 457)

Si la méridienne de l'observatoire royal est de 149 pieds au-dessus du zéro de l'échelle du pont Royal, elle sera de $141 \frac{1}{2}$ pieds au-dessus des moyennes eaux de la Seine; & si l'on suppose avec M. Maraldi (*Mém.* 1703, p. 231), que la méridienne est 276 pieds au-dessus de l'Océan, la pente de la Seine sera de $134 \frac{1}{2}$ pieds. Cependant M. Shuckburgh, qui a fait le trajet de Paris jusqu'à la mer avec un excellent baromètre, ne jugeoit la pente que de 28 pieds (*Philos. transf.* 1777); mais M. le Monnier est persuadé qu'il l'a trop diminuée, & cela est très-vraisemblable.

La différence de niveau entre les deux échelles du pont Royal & du pont de la Tournelle, sur le mur de quai, a été déterminée en 1789 & en 1790 par M. de Prony, avec un excellent niveau. Il a trouvé que les sept pieds de l'échelle du pont de la Tournelle étoient de niveau avec 12 pieds 5 pouces de celle du pont Royal, en sorte que la différence réelle des deux échelles, est 5 pieds 5 pouces. M. Buache ne la croyoit que de 3 pieds 9 pouces. Le 31 janvier 1789, la rivière étoit à 9 pieds 11 pouces au pont Royal, ainsi elle auroit dû être à 4 pieds 6 pouces à la Tournelle; elle y étoit à 7 pieds 1 pouce: donc l'eau étoit plus haute au-dessus du pont de la Tournelle qu'au-dessous du pont Royal, de 2 pieds 7 pouces. Mais la pente ordinaire & générale de la Seine, sur une distance de 1300 toises, est de 1 pied 4 pouces, suivant les anciens nivellemens de Picard; il y avoit donc dans Paris 15 pouces de plus pour la retenue des ponts, ou pour la cataracte effective de l'eau, soutenue par ces obstacles; mais cette quantité varie de deux pieds par les différentes hauteurs & peut-être par les embarras de la rivière, plus ou moins considérables dans un temps que dans l'autre. Dans les moyennes eaux on trouve la pente totale depuis 2 pieds 3 pouces jusqu'à 3 pieds 3 pouces;

248 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

le milieu est 2 pieds 9 pouces, ce qui donne 1 pied 5 pouces pour la retenue des ponts, & 2 pieds 8 pouces pour la différence des hauteurs que marquent les deux échelles dans les moyennes eaux.

Il y a sur la seconde pile du pont de la Tournelle ; en partant du nord, & en aval, une autre échelle à laquelle M. de Prony avoit attaché son nivellement ; mais j'ai reconnu qu'elle marque 9 poutes de moins, & j'ai réduit l'opération à celle qui est en amont, sur la culée ou sur le mur de quai, au pied de l'escalier qui est au nord & à l'est, parce que c'est celle-ci où l'on marque tous les matins la hauteur de l'eau pour le bureau de la Ville, telle qu'on l'imprime dans le Journal de Paris. On avoit cessé le 7 novembre 1789, de marquer cette hauteur dans le Journal, mais l'interruption n'a duré que jusqu'au 3 décembre.



Annexe 2

L'Académie Royale des Sciences (ARS) fut créée en 1666. Quelle était donc la situation au début du XVII^e siècle ?

Dans les universités, c'est surtout la philosophie et la science d'Aristote qui sont enseignées. Mais quelques scientifiques commencent à s'élever contre cet enseignement et à le critiquer.

Dans le même temps, l'astrologie est beaucoup diffusée, grâce à la publication d'almanachs, dans les campagnes et à la cour (cette propagation n'a d'ailleurs pas cessé, j'en veux pour preuve les horoscopes qui fleurissent toujours dans nos périodiques ! ...)

Les scientifiques, partisans d'une science nouvelle, cherchent à se regrouper et à travailler ensemble. Ils veulent diffuser largement leur science et la faire connaître du public. Ils ne veulent plus se contenter seulement des réseaux de savants qui échangent leurs idées et débattent par correspondance. Ces scientifiques veulent aussi être reconnus, avoir une certaine notoriété pour attirer l'attention des mécènes.

Les académies vont alors jouer un rôle de centralisation des divers travaux, de diffusion de ces mêmes travaux et de protection des droits d'auteur. Il arrivera à ces institutions de devoir trancher dans des querelles d'antériorité.

Les premières académies furent créées en Italie. Citons notamment l'*Accademia del Cimento* (Académie de l'expérience) à Florence en 1657. Cette Académie a surtout regroupé des disciples de Galilée mais, compte tenu de l'étau religieux qui l'enserrait, elle a adopté une attitude prudente et se bornait à expérimenter sans expliquer.

Puis la *Royal Society*, qui vit le jour en 1662 à Londres, mais qui existait déjà sous une forme privée depuis 1645. Le roi Charles II ne voulait pas la subventionner. Les chercheurs étaient donc plutôt des gens suffisamment riches et ayant du temps libre.

En France, il y a une vie scientifique au Collège Royal. Parallèlement, des académies privées voient le jour, et ce caractère privé donne une liberté d'esprit. Par ailleurs, citons le père Mersenne qui consacre sa vie à mettre en relation les savants de toute l'Europe. Il publie une traduction des *Mécaniques* de Galilée, alors même que Rome l'a interdit. Le père Mersenne réunit autour de lui des savants qui n'hésitent pas, par exemple, à examiner l'hypothèse du vide. Ce groupe de savants est souvent appelé Académie de mathématiques, mais disparaît à la mort de Marin Mersenne. Puis Colbert, qui avait déjà fondé l'*Académie des Inscriptions et Belles-lettres* en 1663, avec son conseiller Charles Perrault, fit naître l'ARS en décembre 1666.¹

Conçue selon un idéal "tous pour un et un pour tous", l'activité y est collective et les publications sont anonymes. Mais suite à de nombreuses disputes et controverses, en 1699, les contributions sont publiées sous le nom de leurs auteurs.

Les académiciens français reçoivent une pension du roi et sont assidus aux séances. En fait, ils ont même l'obligation d'y assister. Ils se penchent notamment sur le développement des techniques de guerre et de navigation, et par-là même, sur le problème de la détermination de la longitude : la France veut dominer les autres pays. L'Académie, haut lieu du savoir laïc, regroupant l'élite intellectuelle, devient vite le ferment de l'opposition au pouvoir politique en place.

¹ Pour mémoire, rappelons que Richelieu avait aussi créé l'*Académie Française* en 1634.

L'ARS fut supprimée en août 1793. Mais les savants se réunirent toujours par le biais de la société philomathique de Paris qui existait depuis 1788, et qui existe toujours, au 112, rue de Vaugirard, dans le 6^e arrondissement de Paris. Lorsque la Convention a dissous les académies et sociétés savantes, il a tout de même fallu faire appel aux scientifiques et aux techniciens. Monge, ministre de la marine, fonde l'École Polytechnique pour former des ingénieurs civils et militaires. Puis l'Institut national est créé le 25 octobre 1795. Il prend le nom d'*Institut National des Arts et des Sciences*" et se divise en classes : Académie Française, Académie des Inscriptions et Belles-lettres, Sciences, Beaux arts, Sciences morales et politiques.

Quelques années plus tard, Bonaparte crée une Commission des Sciences et des Arts en Égypte, avec à sa tête, Monge, Berthollet et Fourier. Puis l'*Institut d'Égypte* voit le jour en août 1798. Cet Institut est en liaison permanente avec l'Institut national, mais les liaisons sont peu sûres et les publications se font alors dans une revue scientifique : la *Décade égyptienne*, qui, comme son nom l'indique, aurait dû paraître tous les dix jours.

Annexe 3

M O I S.	1782.		1787.		Mois par ordre des 4 hauteurs.	Hauteurs par un milieu.	
	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.		Pieds.	Pouc.
Janvier. . .	6.	5,4	5.	0,0	Septembre.	1.	2,5
Février. . .	6.	2,9	3.	10,6	Août. . . .	1.	6,4
Mars.	4.	7,0	5.	3,8	Juillet. . .	3.	1,7
Avril.	7.	10,6	5.	10,4	Octobre. .	3.	4,3
Mai.	9.	5,1	9.	3,6	Mars. . . .	4.	11,4
Juin.	5.	4,6	5.	5,7	Février. . .	5.	0,7
Juillet. . . .	2.	0,0	4.	3,5	Décembre.	5.	2,0
Août.	1.	5,1	1.	7,6	Juin.	5.	5,2
Septembre.	1.	0,0	1.	5,1	Janvier. . .	5.	8,7
Octobre. . .	1.	8,8	4.	11,8	Novembre.	5.	11,5
Novembre.	3.	2,2	8.	8,7	Avril. . . .	6.	10,5
Décembre.	2.	9,7	7.	6,3	Mai.	9.	4,4
Milieu . . .	4.	4,0	5.	4,6			

min.	1. 0,0	1. 5,1		1. 2,5
max.	9. 5,1	9. 3,6		9. 4,4
centre de [min ; max]	5. 2,5	5. 4,3		5. 3,4
médiane	4. 11,8	5. 1,9		5. 1,3
moyenne arithmétique des 12 valeurs.	4. 4,1	5. 3,4		4. 9,8
moyenne élaguée	4. 2,0	5. 3,3		4. 8,6