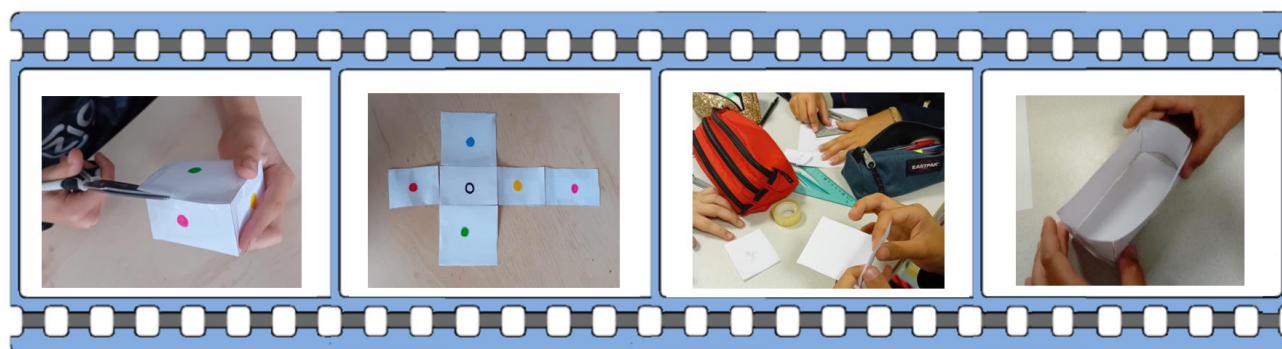
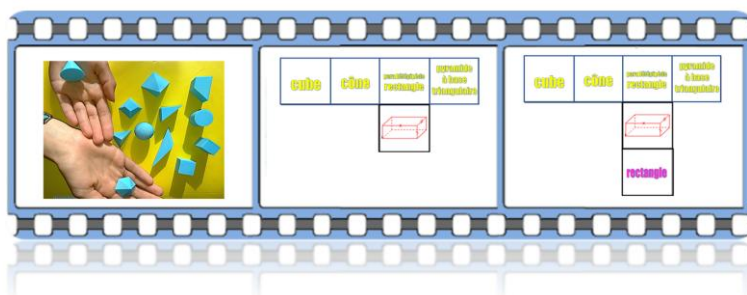




Restauration de figures en classe de 6^e :
d'une géométrie matérielle à une géométrie théorique

Des solides aux polygones



Ce fascicule sur le thème « Des solides aux polygones » constitue seulement une partie d'un travail plus complet concernant l'enseignement de la géométrie en classe de 6^e. Il s'agit d'un projet conduit pendant sept ans par le groupe « Situations problèmes en géométrie au collège » de l'IREM de Clermont-Ferrand, inspiré des résultats de la recherche en didactique des mathématiques des vingt dernières années.

Dans un premier fascicule intitulé « Appuis théoriques, explications des choix didactiques et pédagogiques », le groupe présente la philosophie de ce travail, les apports théoriques sur lesquels il s'est appuyé pour concevoir une progression annuelle et un ensemble cohérent de situations d'apprentissage. Nous invitons le lecteur à prendre connaissance de ce fascicule pour mieux comprendre les objectifs généraux visés par chacune des situations d'enseignement.

Les premières séquences « Des solides aux polygones », « Alignement », « Droites perpendiculaires » sont d'ores et déjà en accès libre en ligne.

La rédaction des autres séquences est en cours de finalisation. Les fascicules correspondants seront rendus disponibles au fur et à mesure de leur achèvement.

Les situations de cette séquence « Des solides aux polygones » nécessitent l'usage d'un matériel spécifique : collection de solides. Cette collection peut être fabriquée par l'enseignant lui-même en assemblant les patrons fournis en annexe ou en téléchargeant les fichiers sur le site de l'IREM de Clermont-Ferrand permettant la fabrication des solides avec une imprimante 3D.

Nous proposons une progression annuelle en géométrie dans laquelle cette séquence est la première, elle se place donc avant l'enseignement de la géométrie plane. La raison de ce choix est explicitée dans le fascicule « Restauration de figures en classe de 6^e : explications des choix didactiques et pédagogiques ».

Cette publication est le fruit d'un travail de plusieurs années s'appuyant les programmes officiels pour l'enseignement de la géométrie au cycle 3 de 2020. Elle ne tient pas encore compte des changements de programme de cycle 3 pour cette rentrée 2025 mais peut être néanmoins utile. En effet, les élèves entrant en 6^e en 2025 et 2026 n'auront pas suivi le nouveau programme de CM2. Il nous paraît difficile d'appliquer le nouveau programme de 6^e au pied de la lettre pour ces années transitoires, chaque enseignant devra donc produire des adaptations de l'ancien et du nouveau programme et trouver un compromis.

Nous envisageons de proposer pour la rentrée prochaine (2026) une nouvelle version de ce fascicule tenant compte des changements de programme importants concernant l'enseignement des solides en classe de 6^e. Nous attendons toutefois la publication officielle des prochains programmes d'enseignement au cycle 4 afin de bien comprendre les enjeux d'apprentissage géométrique en classe de 6^e, classe charnière entre une géométrie matérielle de l'école et une géométrie théorique du cycle 4.

Descriptif détaillé de la séquence « *Des solides aux polygones* »

Résumé

Cette séquence débute par une situation de type jeu du portrait permettant de réactiver des connaissances concernant les solides étudiés à l'école. Cette situation vise la reconnaissance des objets à partir de l'étude du nombre de faces, arêtes, sommets, de la nature des faces etc. Elle permet ensuite de faire émerger une classification des solides.

La séquence se poursuit avec la reproduction d'un parallélépipède rectangle, l'introduction de la notion de patrons et l'observation de différents patrons du parallélépipède rectangle.

La suite éventuelle de la séquence n'est pas décrite entièrement mais nous proposons des pistes et renvoyons aux travaux présentés dans la brochure « Espace et géométrie – reconnaître, construire, représenter » de l'IREM de Clermont-Ferrand.

Objectifs

Cette séquence vise plusieurs objectifs :

- Revoir la nature et les caractéristiques des solides étudiés à l'école ;
- Revoir la notion de patron et savoir construire un patron du parallélépipède rectangle ;
- Classifier les solides de l'espace ;
- Distinguer les objets de l'espace et les objets du plan ;
- Introduire la perspective cavalière.

Durée

3 séances.

Prérequis

Cette séquence ne nécessite pas de prérequis particulier de l'année de 6^e. Elle s'appuie sur des connaissances mathématiques travaillées à l'école élémentaire.

Situation 1 : Le jeu du portrait

Durée

2 séances.

Matériel

- Une collection de solides dont les critères sont explicités ci-dessous.
- Un document élève par élève ou par groupe d'élèves pour chaque partie de jeu.

Documents à imprimer

Annexe « [Des solides aux polygones – Jeu du portrait – Documents pour les élèves](#) » : cette annexe comprend la fiche élève qui peut les aider dans le raisonnement pendant la phase de jeu, un exemple possible de trace écrite, un diagramme de Venn sur la classification des solides (version à compléter par les élèves à l'aide d'une collection d'images ou version déjà complétée).

Annexe « [Des solides aux polygones – Jeu du portrait – Patrons de solides de la collection](#) » : cette annexe contient les patrons de tous les solides de la collection du jeu du portrait si l'enseignant souhaite les fabriquer lui-même.

La fiche élève	Patrons pour fabriquer la collection	Trace écrite
		Trace écrite Parallélépipède rectangle Définition : Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide qui a exactement six faces qui sont toutes des rectangles. Vocabulaire : Deux faces sont dites opposées lorsqu'elles n'ont aucune arête commune. Propriétés : Dans un parallélépipède rectangle, - les faces opposées sont identiques ; - les arêtes qui sont parallèles sont de même longueur. Exemple : Les trois arêtes représentées en rouge sur l'image ci-contre sont parallèles et de même longueur. Il existe une quatrième arête parallèle à celles-ci et de même longueur, elle n'est pas visible sur l'image.
Classification à compléter	Collection d'images pour la classification	Classification déjà complétée

Fichiers à télécharger

Si l'enseignant souhaite fabriquer les solides en impression 3D, nous proposons deux formats de fichiers : format .stl avec des dimensions fixées (arêtes d'environ 6 cm), format .FCStd permettant de modifier les dimensions.

Liste des fichiers, existant au format .stl ou .FCStd

- | | |
|---|---------------------------------------|
| - demi_sphere_portrait (à imprimer deux fois pour les coller et former une boule) | - pave_droit_portrait |
| - cone_portrait | - prisme_droit_paral_portrait |
| - cylindre_portrait | - pave_carre_portrait |
| - tetraedre_portrait | - cube_portrait |
| - prisme_non_droit_tri_portrait | - pyramide_hexagonale_portrait |
| - prisme_droit_tri_portrait | - pyramide_base_carree_ortho_portrait |
| - prisme_droit_trap_portrait | - pyramide_base_carree_portrait |
| - prisme_loange_portrait | - pyramide_tronquee_portrait |
| | - pave_tronque_portrait |

Objectifs

- Caractériser les solides.
- Classifier les solides.
- Réactiver le vocabulaire face/arête/sommet.
- Distinguer les objets de l'espace des objets du plan.
- Introduire la perspective cavalière.

Variables didactiques

Dans la mesure du possible, l'enseignant doit disposer d'une collection de solides constituée d'objets de même couleur, de tailles proches afin que les élèves ne puissent pas utiliser ces critères pour les différencier.

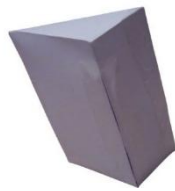
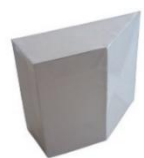
Sur chaque solide, le professeur inscrit une lettre différente, elle permet de le désigner sans utiliser le vocabulaire géométrique.

La collection peut être composée par exemple :

- d'une boule ;
- d'un cône ;
- d'un cylindre ;
- de pyramides (un tétraèdre régulier, une pyramide non régulière à base carrée, une pyramide régulière à base carrée, une pyramide régulière à base hexagonale),
- d'un prisme non droit à base triangulaire,
- de prismes droits dont un à base triangulaire, un à base trapézoïdale, un à base parallélogramme, un à base losange, un parallélépipède rectangle dont aucune face n'est carrée, un parallélépipède rectangle dont deux faces sont carrées mais qui n'est pas un cube, un cube.

Elle est complétée de solides non usuels, par exemple une pyramide tronquée, un pavé droit coupé par un plan non parallèle à une arête. Ces solides pourront être utiles dans la suite de la progression annuelle à l'occasion de l'étude des quadrilatères.

Nous proposons ci-dessous une photographie de la collection de solides utilisée dans nos expérimentations.

				
Boule	Cône	Cylindre	Tétraèdre régulier	Pyramide non régulière à base carrée
				
Pyramide régulière à base carrée	Pyramide régulière à base hexagonale	Prisme non droit à base triangulaire	Prisme droit à base triangulaire	
				
Prisme à base trapézoïdale	Prisme droit à base losange	Pavé droit avec aucune base carrée	Prisme droit à base parallélogramme	
				
Pavé droit à base carrée qui n'est pas un cube	Cube	Pyramide coupée par un plan parallèle à la base	Parallélépipède rectangle coupé par un plan non parallèle à une arête	

Il est important que la collection comporte quelques solides non usuels. Ils permettent en effet de faire émerger les propriétés des solides usuels par comparaison à celles des solides non usuels (présence de faces non parallèles, non orthogonales). Pour un aspect pratique, chaque enseignant est libre de choisir les solides non usuels de sa collection de solides.

Descriptif

Les solides sont posés sur une table, visibles de tous les élèves. Ils sont alignés dans l'ordre alphabétique de façon à ce que l'on puisse les identifier facilement. Les élèves sont répartis en équipes. Le professeur joue le rôle de maître du jeu : il choisit un solide sans dire lequel et les élèves posent des questions fermées pour le découvrir.

Une première partie vise à faire comprendre les règles du jeu : le professeur choisit la pyramide à base hexagonale, son nombre d'arêtes et la forme de ses faces permettent aux élèves de la retrouver rapidement.

Il se joue ensuite au moins deux autres parties aux cours desquelles l'enseignant peut choisir le cylindre, puis le prisme droit à base triangulaire. Des choix différents peuvent être envisagés. Les nôtres permettent de différencier polyèdres et non polyèdres, de caractériser les prismes par la présence de deux faces parallèles superposables et de faces latérales rectangulaires. Un des objectifs est également de faire émerger le fait qu'un carré est un rectangle lorsque les élèves demandent si le solide contient des rectangles par exemple. Au cours de nos expérimentations, cette discussion est souvent apparue lors des trois premières parties. Dans le cas contraire, il est possible de jouer une partie supplémentaire en choisissant le pavé droit à base carrée.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur présente les règles du jeu : « Nous allons travailler avec cette collection de solides. Chaque solide est désigné par une lettre. Je vais en choisir un sans vous dire lequel. Chaque groupe va devoir deviner celui que j'ai choisi en posant des questions. Je ne répondrai que par OUI ou NON. Attention : il est interdit de donner la nature de ces solides ! Cependant, il faut utiliser du vocabulaire MATHEMATIQUE, sinon, je ne répondrai pas. » Il distribue à chaque groupe d'élèves au moins un document sur lequel figure la photographie de la collection. Il sert de support pour le raisonnement des élèves. Pour la première partie, il choisit la pyramide à base hexagonale.	Les élèves sont répartis en groupe. Les élèves disposent de quelques instants pour se mettre d'accord au sein de chaque groupe et choisir la première question à poser.

Le professeur interroge un à un chacun des groupes. Il note au tableau, au fur et à mesure, les questions posées et les réponses. Entre chaque question, il laisse suffisamment de temps à l'ensemble des groupes pour qu'ils puissent raisonner. Le premier groupe ayant deviné le solide a gagné la partie à condition que son raisonnement soit correct. Le professeur reprend alors chacune des questions et la classe valide ou non la réponse en procédant par élimination. Deux nouvelles parties sont jouées, l'une avec le cylindre et l'autre avec le prisme droit à base triangulaire. Si, au cours de ces parties, aucune discussion ne porte sur le fait que le carré est un rectangle particulier, une dernière partie est proposée avec le parallélogramme rectangle à base carrée. A l'issue des parties, le professeur consacre un temps suffisamment long pour réaliser un bilan et faire émerger de nouvelles connaissances. Il s'appuie sur les questions que les élèves ont posé au fur et à mesure des parties pour caractériser certains solides. Il distingue alors polyèdres/non polyèdres, aborde la caractérisation des pyramides, des prismes droits, des pavés droits et du cube. L'objectif est d'aboutir à une classification des solides, celle-ci passe nécessairement par la classification des quadrilatères. Il réalise cette classification avec la classe à l'aide du vidéoprojecteur en utilisant les photographies de la collection de solides, qu'il peut déplacer éventuellement pour regrouper certains solides ensemble.	Après chaque réponse, les groupes d'élèves échangent pour éliminer si possible certains solides, éventuellement barrer des photos de solide sur leur fiche puis ils se mettent d'accord pour la formulation de leur prochaine question. Un élève peut se lever et venir compter les nombres de faces, arêtes, sommets pour répondre collectivement à une question d'élèves.
--	---

Commentaires pour la gestion des questions/réponses :

Au cours des différentes parties, les élèves peuvent vouloir nommer « faces » les surfaces latérales du cône et du cylindre dans une des questions qu'ils posent. Dans ce cas, le professeur prend soin d'expliquer la différence : nous nommerons « face » seulement des formes « qui ne sont pas enroulées ». La notion de plan n'étant pas enseignée au collège, il est difficile de produire une définition rigoureuse d'un point de vue mathématique. Nous soulignons à ce propos le fait que de nombreux implicites sont présents à ce niveau de classe : on parle en effet parfois de faces parallèles dans les solides sans avoir défini la notion de plan, ni de plans parallèles...

Tout au long des parties, des discussions pourront viser à expliciter certaines phrases dans le langage mathématique. Par exemple, la phrase « le solide a deux faces carrées » doit être comprise, en mathématiques, comme « il a au moins deux faces carrées » alors que, dans la vie courante, on comprendrait que « le solide a exactement deux faces carrées et pas davantage ».

Lorsque les élèves posent des questions dans un langage courant du type « le solide est-il pointu ? », « est-il rond ? », le professeur invite à une reformulation de la question dans un langage mathématique.

Institutionnalisation :

Lors de la séance suivante, le professeur explique pourquoi les photographies ne sont pas pratiques : on ne voit pas toutes les faces, on ne voit pas toutes les arêtes, on ne distingue pas toujours la nature du solide photographié.

Il est donc nécessaire d'utiliser une technique de dessin qui permet de représenter les solides en trois dimensions sur un plan à deux dimensions. Lorsqu'on a dessiné les arêtes cachées en pointillés, cette technique permet de compter les arêtes, les faces, les sommets.

Il distribue alors un diagramme de Venn non complété et des étiquettes avec les représentations en perspective cavalière des solides en annexe. Il demande aux élèves de placer les étiquettes convenablement sur le diagramme. Les élèves doivent associer mentalement chaque dessin au solide correspondant de la collection et ensuite décider de sa nature pour le placer dans le diagramme.

Le professeur circule dans les rangs et valide les propositions une à une. Après validation, les élèves collent leurs étiquettes.

Il complète ensuite la trace écrite avec la définition des différents solides et leur caractérisation utilisant le vocabulaire mathématique (arête, sommet, face). Les règles de dessin en perspective cavalière sont énoncées dans la trace écrite et les élèves complètent des dessins en perspective cavalière de pavés droits sur papier pointé (voir annexe).

A la suite de cette situation, différents types d'exercices peuvent être proposés.

- Des automatismes :
 - Un solide de la collection est affiché ou montré, l'élève doit indiquer de quel type de solide il s'agit.
 - Vrai/faux (proposition dans l'annexe [« Automatismes »](#)).
- Une situation de communication écrite : l'élève rédige un message à destination d'un autre élève de sorte qu'il puisse retrouver un solide dans la collection.

- Une devinette à une ou plusieurs solutions : Qui suis-je ? « Je suis un solide, j'ai cinq faces, qui suis-je ? ».

Il est bien sûr nécessaire d'entraîner les élèves au dessin en perspective cavalière. Nous ne décrivons pas ici ce type d'entraînement mais vous proposons d'utiliser les exercices de notre ancienne brochure « Espace et géométrie – reconnaître, construire, représenter » ou de la brochure « La troisième dimension » de l'IREM de Paris Nord.

Situation 2 : Reproduction d'un solide

Durée

55 min.

Matériel

- Un parallélépipède rectangle, à dimensions entières de préférence dont aucune des faces n'est un carré. Chaque face est repérée par une couleur différente (gommettes par exemple). Il est d'ailleurs possible de prendre celui de la collection.
- Une feuille blanche par élève.
- Le matériel de construction géométrique.
- Des ciseaux et du ruban adhésif.

Documents à imprimer

Trace écrite à donner en fin de séance.

Objectifs

- Introduire la notion de patron.
- Introduire des patrons du pavé droit.
- Prendre conscience qu'un pavé droit peut avoir plusieurs patrons.

Variables didactiques

Le choix d'un parallélépipède rectangle non particulier permet de traiter d'emblée un cas général.

Les constructions sont faites sur papier blanc et sont l'occasion de mobiliser en acte les propriétés du rectangle qui ont souvent été rediscutées au moment de la situation 1.

Comme la manipulation des instruments géométriques peut constituer une difficulté pour certains élèves, les dimensions en centimètres sont choisies entières.

Descriptif

Le professeur dispose d'un pavé droit non particulier (par exemple celui de la collection). Il le montre à la classe sans le décrire et sans indiquer sa nature. Les faces du solide sont repérées par des couleurs (gommettes, un signe ...). Les élèves sont répartis en groupes de 6 environ. Chaque groupe détermine le nombre minimal d'informations à demander à l'enseignant au sujet des dimensions pour que chacun des élèves puisse reproduire une des faces du solide. Il est nécessaire de comprendre que trois dimensions suffisent pour tout le groupe.

Une fois les six rectangles construits, chaque groupe assemble les faces pour reproduire le solide. La validation de la construction se fait par comparaison du solide obtenu avec le solide de l'enseignant.

Chaque groupe doit ensuite prévoir le nombre minimum de coups de ciseaux nécessaires pour obtenir un patron du pavé droit, un coup de ciseaux correspondant à la découpe le long d'une arête.

Le bilan vise à mettre en évidence différents patrons d'un même parallélépipède rectangle.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur montre à la classe le parallélépipède rectangle. Il donne la consigne suivante : « Chaque groupe devra reproduire le solide, en vraie grandeur. Pour cela, chaque membre du groupe doit construire une des faces. Vous devez me demander par écrit le moins d'informations possibles. Lorsque vous aurez tracé toutes vos faces, je vous donnerai la consigne suivante. » Il donne un quart de feuille de papier uni à chaque élève du groupe. Le professeur circule dans les rangs pour lire les questions posées et y répondre. Le professeur indique : « Lorsque vous aurez découpé les six faces, vous les assemblez avec du ruban adhésif afin de reconstituer le solide. »	Les élèves sont en groupe de 6, si possible. Ils se répartissent les faces en les repérant par leur couleur. Les groupes débattent, rédigent leurs questions et appellent le professeur. - Si les élèves ne demandent pas suffisamment d'information, le professeur répond et les laisse se rendre compte par eux-mêmes qu'il leur manque une information. - Si les élèves demandent trop d'informations, le professeur leur demande s'ils ont réellement besoin de toutes ces informations et laisse réfléchir à cette question. Les élèves assemblent les faces pour constituer le solide. Rares sont les groupes qui cherchent à produire un patron, ils cherchent directement à produire un objet à trois dimensions. Une fois ce travail terminé, le solide de l'enseignant leur est prêté pour qu'ils valident ou non leur production par comparaison des deux solides.

En fin de recherche, l'enseignant organise un débat portant sur le nombre et la nature des questions posées : « quelles questions ont été les plus efficaces pour réussir ? ». Une courte trace écrite avec la description du solide étudié est donnée. Elle comprend une photographie du pavé droit, indique qu'il comporte exactement six faces qui sont toutes des rectangles. (voir annexe) « Vous allez fabriquer un patron du solide. Pour cela, vous allez découper le minimum d'arêtes afin de mettre à plat votre montage en un seul morceau. Mais avant de commencer, je vous lance un défi : déterminez le nombre exact d'arêtes à découper. » Après quelques minutes d'échange, les groupes proposent une réponse. Le professeur note les paris au tableau. Le professeur propose à la classe de comparer les patrons obtenus dans les différents groupes. Il peut afficher les productions au tableau (ruban adhésif ou aimant). Ils ne sont en général pas tous identiques. Au cas où, le professeur peut avoir prévu deux patrons différents qu'il peut montrer. Une courte trace écrite sur les patrons est proposée. Elle comprend une photographie du solide et deux patrons différents du pavé droit sur lequel on a travaillé. Le professeur peut inviter les élèves à repasser d'une même couleur les segments correspondant à une même arête, ajouter les codages désignant des longueurs égales, utiliser un code couleur pour repérer des faces opposées.	En cas d'échec, ils peuvent recommencer, poser de nouvelles questions pour corriger, refaire une des faces. Les élèves sont toujours en groupe. Au besoin, le professeur peut rappeler que, dans un patron, toute face est reliée à une autre par une arête. Par pliage le long des arêtes, l'assemblage doit reconstituer le solide. Ensuite seulement, les élèves réalisent les découpages et obtiennent un patron du pavé droit.
--	--

Remarque sur les patrons : il est difficile de produire une définition rigoureuse d'un patron. Ce terme n'est d'ailleurs pas défini dans le dictionnaire des mathématiques.

Remarque au sujet des traces écrites :

Dans la progression annuelle que nous choisissons, la géométrie dans l'espace constitue la première séquence en géométrie. Elle est donc traitée avant la géométrie plane. De ce fait, il n'y a aucune raison que les points aient été introduits. Les documents composant la trace écrite comportent donc des représentations de solides, de figures planes (pour les patrons, les faces) dans lesquelles les sommets ne sont jamais nommés par des lettres. Ils ne sont pas encore matérialisés par des points.

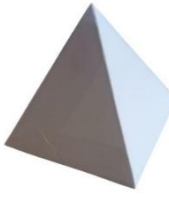
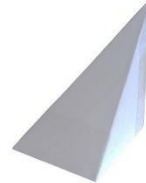
Il reste, dans la séquence, à travailler la représentation en perspective cavalière. Nous renvoyons pour cela à des activités issues d'une brochure que nous avons publiée il y a quelques années « Espace et géométrie – reconnaître, construire, représenter » et disponible sur le site de l'IREM de Clermont-Ferrand. On y trouve en effet des exemples d'activités originales permettant de travailler le passage d'un mode de représentation des solides à un autre (passage du solide matériel manipulable par les élèves à son dessin en perspective cavalière ou à son patron, passage de la perspective cavalière au patron puis au solide etc.).

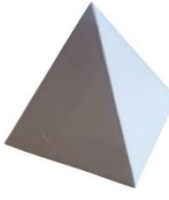
En prolongement, nous proposons en annexe, un jeu mathématique « La 3D en 3 cartes » conçu par l'une des membres de notre groupe IREM conduisant les élèves à passer d'un registre de représentation des solides à un autre. Ce jeu peut être utilisé par exemple au cours des heures d'accompagnement personnalisé, dans un club de mathématiques, pendant la séquence ou de façon complètement décrochée. Ce jeu comporte des solides, des patrons et des cartes. Pour fabriquer le matériel correspondant au jeu, il est nécessaire d'imprimer les cartes, les patrons et de réaliser les solides soit à partir d'un deuxième jeu de patrons soit au moyen d'une imprimante 3D à partir des fichiers fournis (voir annexe [Le jeu « La 3D en 3 cartes »](#)).

ANNEXE

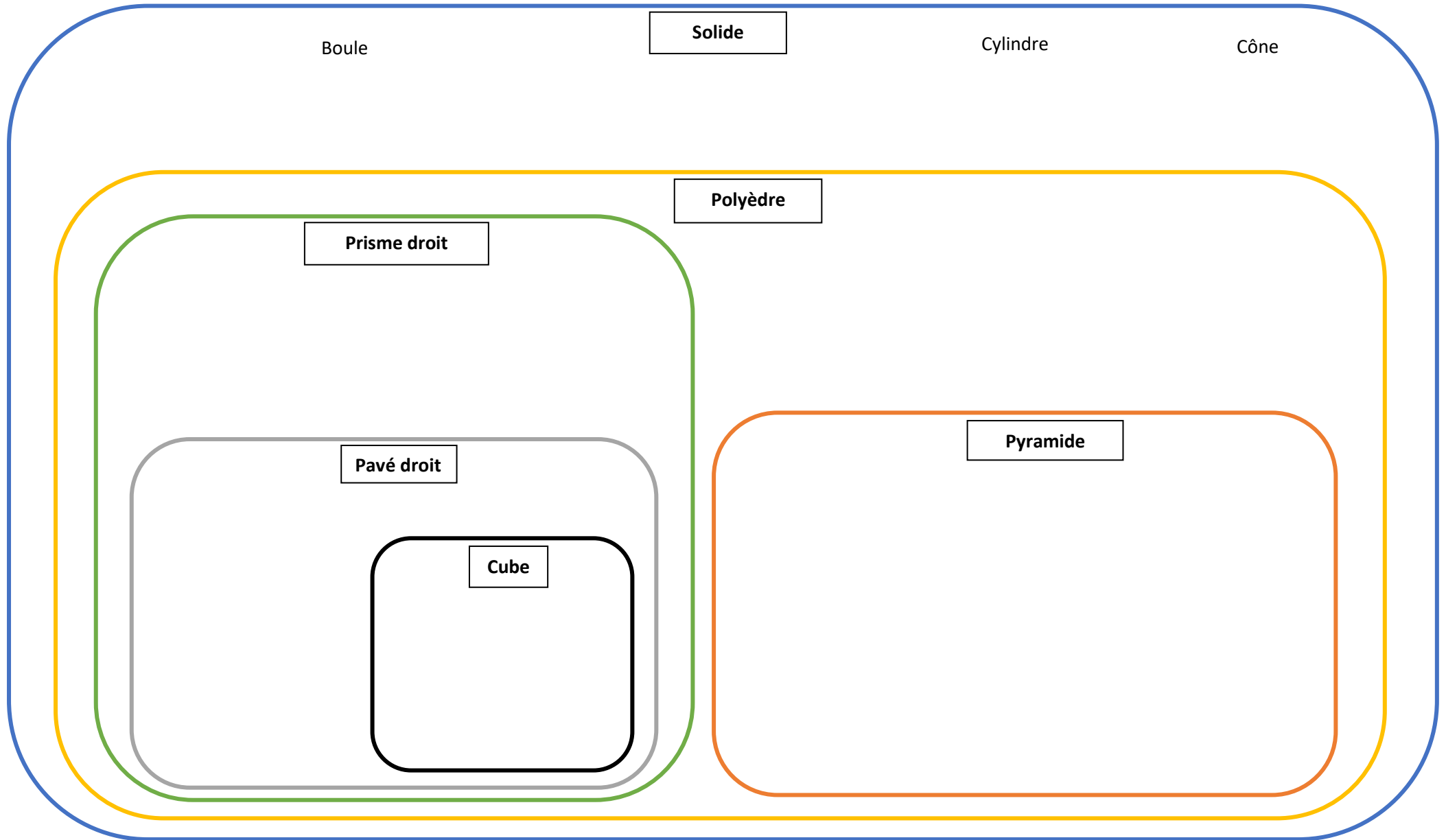
Des solides aux polygones – Jeu du portrait

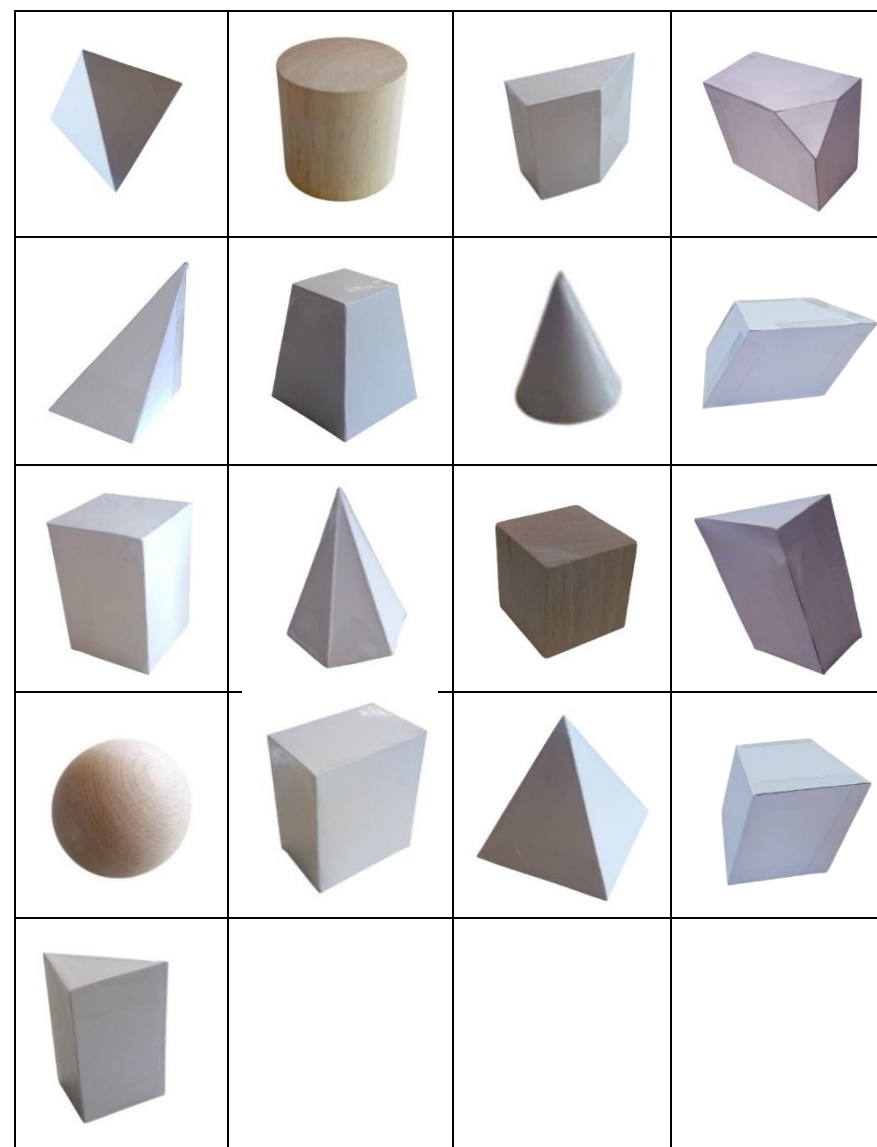
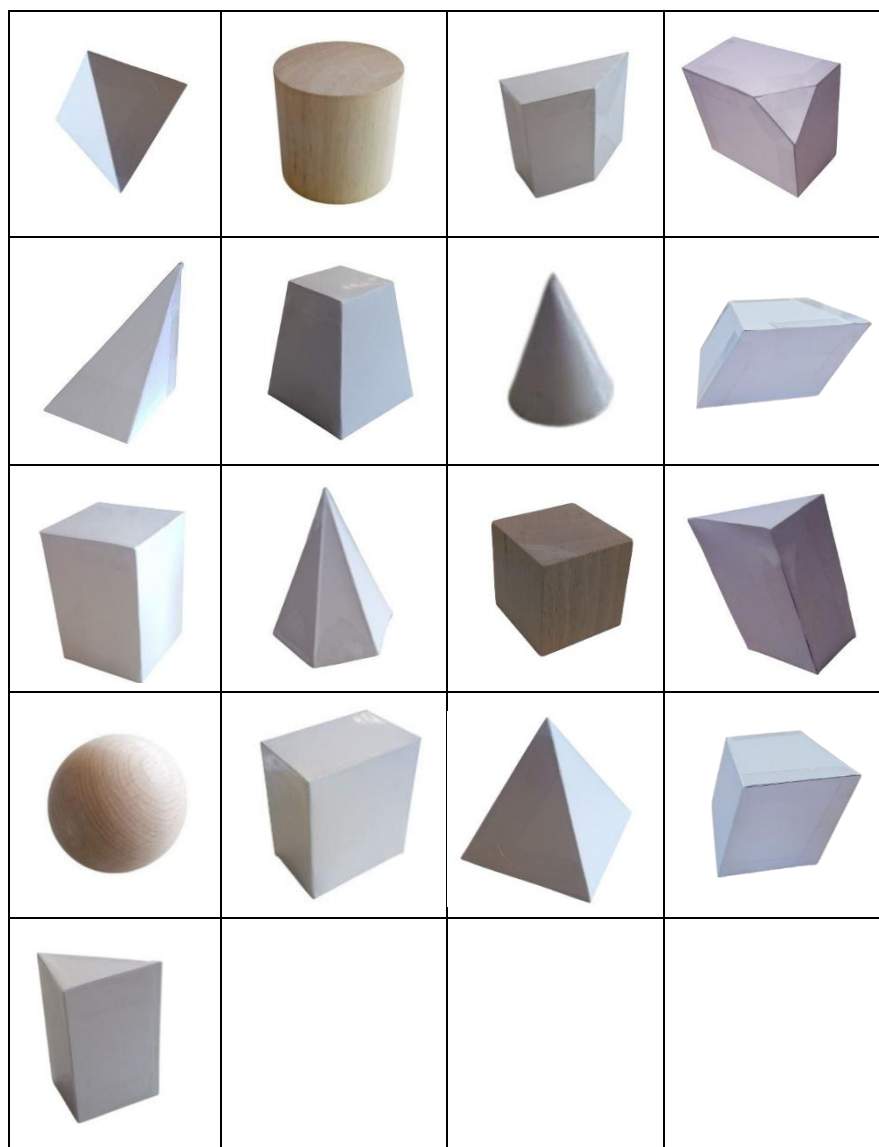
Documents pour les élèves

									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
									
K	L	M	N	O	P	R	S	T	U

									
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
									
K	L	M	N	O	P	R	S	T	U

CLASSIFICATION DES SOLIDES





CLASSIFICATION DES SOLIDES

Boule



Solide

Cylindre

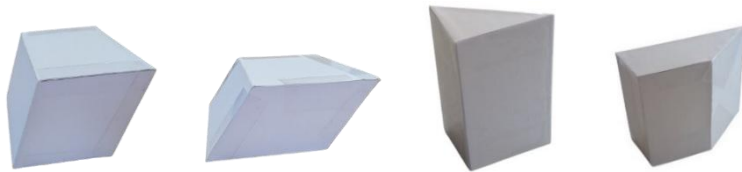


Cône



Polyèdre

Prisme droit



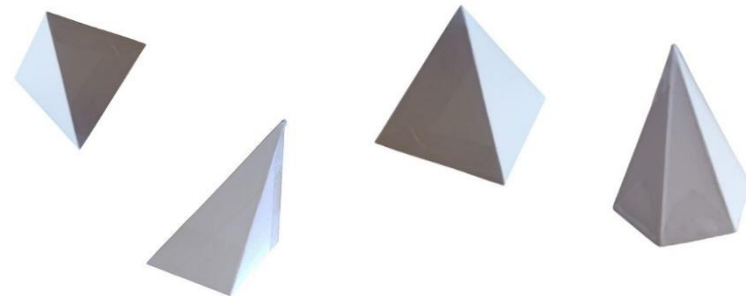
Pavé droit



Cube



Pyramide

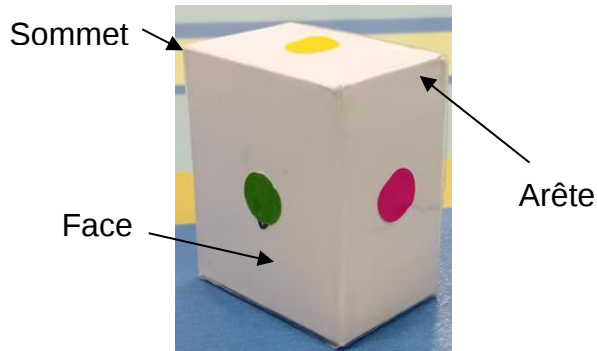


Trace écrite

Parallélépipède rectangle

Définition : Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide qui a exactement six faces qui sont toutes des rectangles.

Vocabulaire :



Deux faces sont dites **opposées** lorsqu'elles n'ont aucune arête commune.

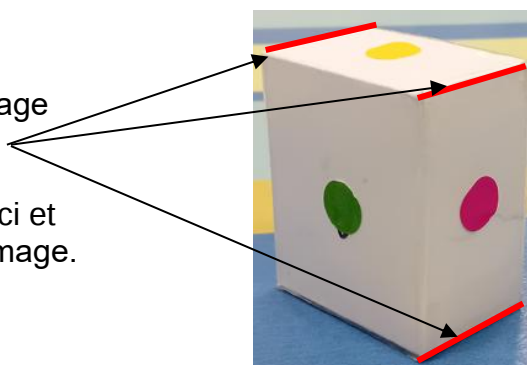
Propriétés : Dans un parallélépipède rectangle,

- les faces opposées sont identiques ;
- les arêtes qui sont parallèles sont de même longueur.

Exemple :

Les trois arêtes représentées en rouge sur l'image ci-contre sont parallèles et de même longueur.

Il existe une quatrième arête parallèle à celles-ci et de même longueur, elle n'est pas visible sur l'image.



Patron

En découpant le solide le long de certaines arêtes, on obtient un patron.
Pour un même parallélépipède rectangle, on peut obtenir des patrons différents.
En voici trois possibles :



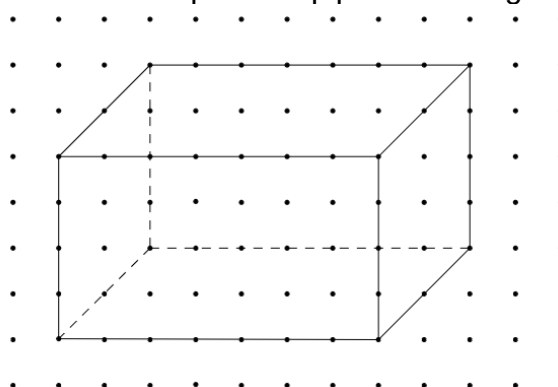
Perspective cavalière

Pour représenter un solide en mathématiques, on utilise une technique de dessin nommée perspective cavalière.

Technique de dessin

- Les faces de devant et de derrière sont représentées en vraie grandeur par des rectangles.
- Les arêtes qui sont dans la réalité parallèles et de même longueur sont représentées sur le dessin par des segments parallèles et de même longueur.

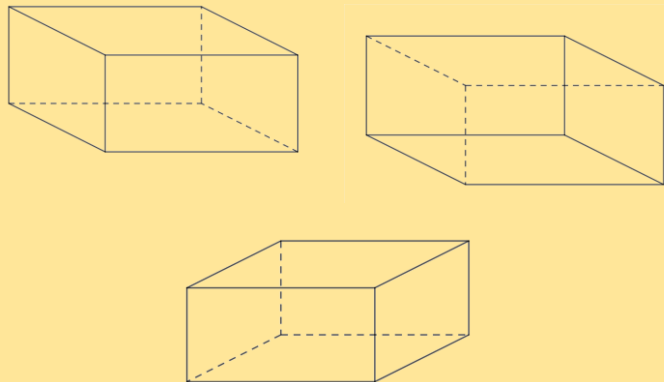
Dessin d'un parallélépipède rectangle



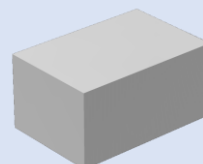
Sur le dessin, les longueurs des arêtes qui n'appartiennent pas aux faces de devant et de derrière ne sont en général pas égales aux longueurs réelles.

Pour représenter les arêtes cachées, on peut tracer des segments en pointillés.

Des représentations en perspective cavalière



Le solide



Sa désignation

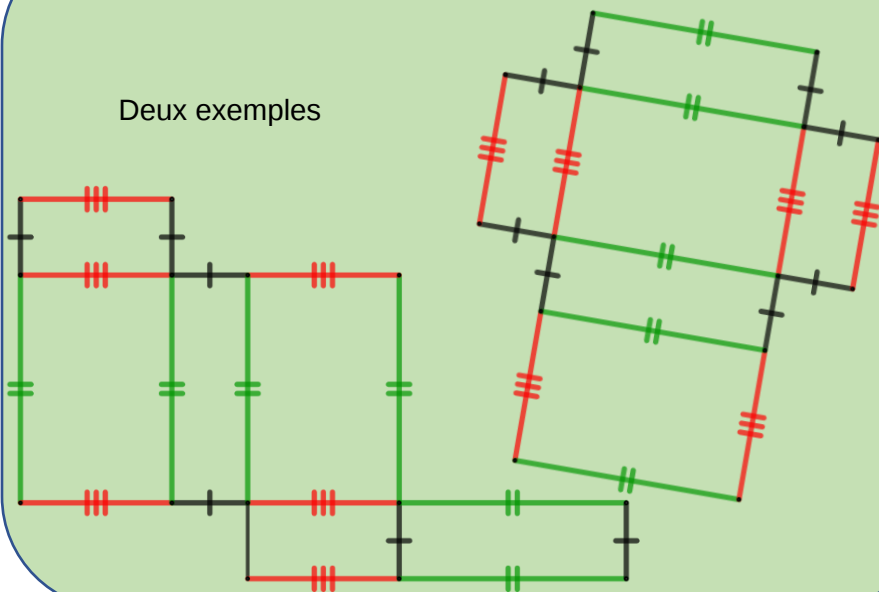
Parallélépipède rectangle de dimensions : 2 cm ; 3 cm ; 1 cm.

Sa description

- 6 faces rectangulaires
 - o 2 rectangles de 2 cm et 3 cm
 - o 2 rectangles de 3 cm et 1 cm
 - o 2 rectangles de 2 cm et 1 cm
- 12 arêtes
 - o 4 arêtes de 2 cm
 - o 4 arêtes de 3 cm
 - o 4 arêtes de 1 cm
- 8 sommets.

Des patrons

Deux exemples

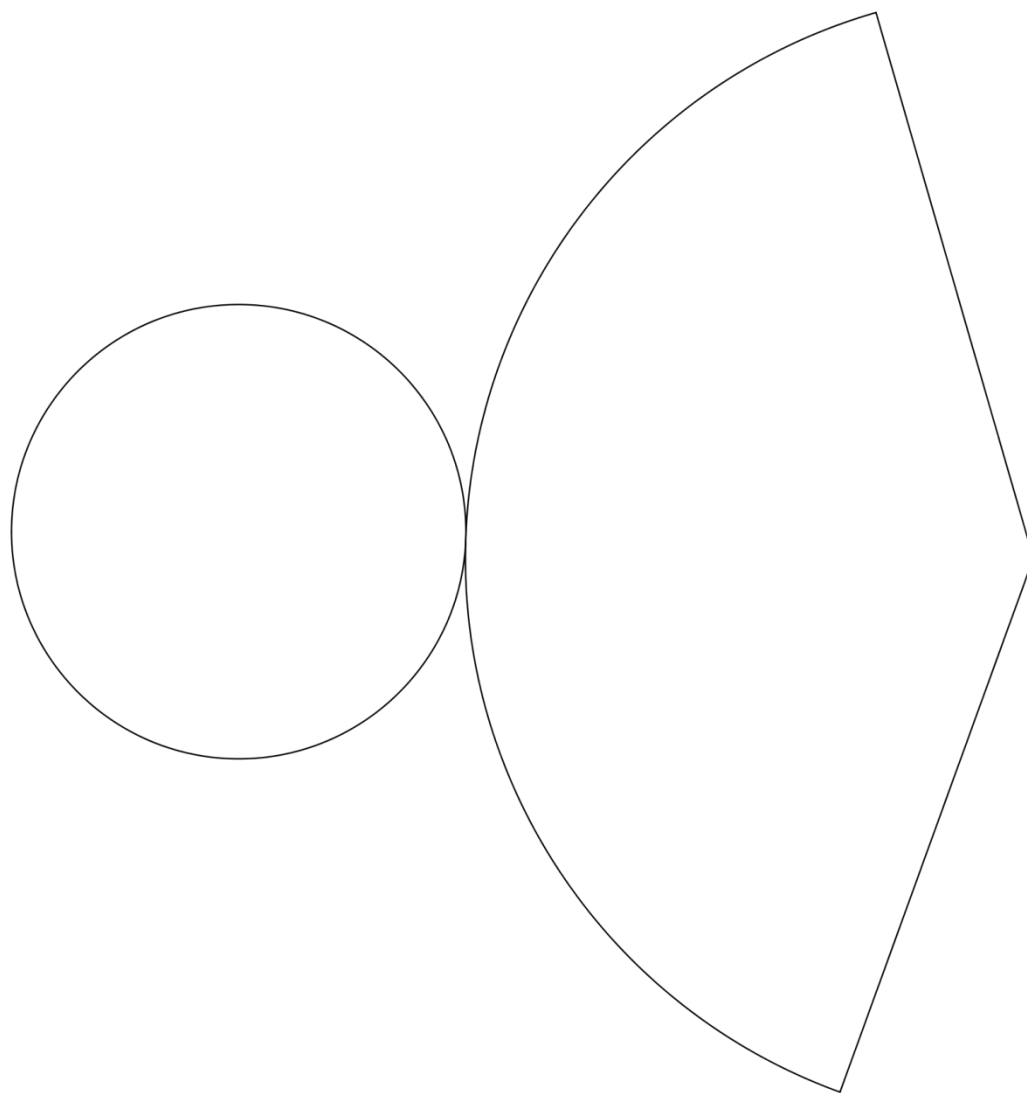


ANNEXE

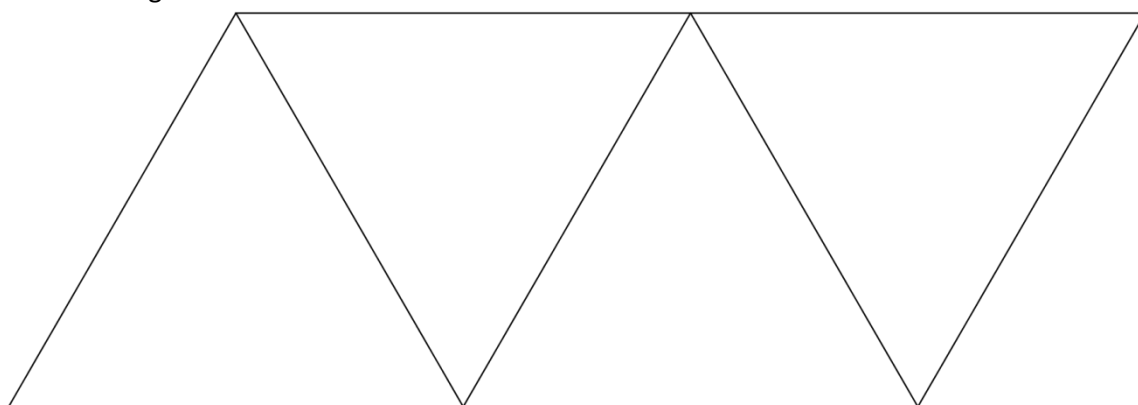
Des solides aux polygones – Jeu du portrait

Patrons pour fabriquer la collection du jeu du portrait

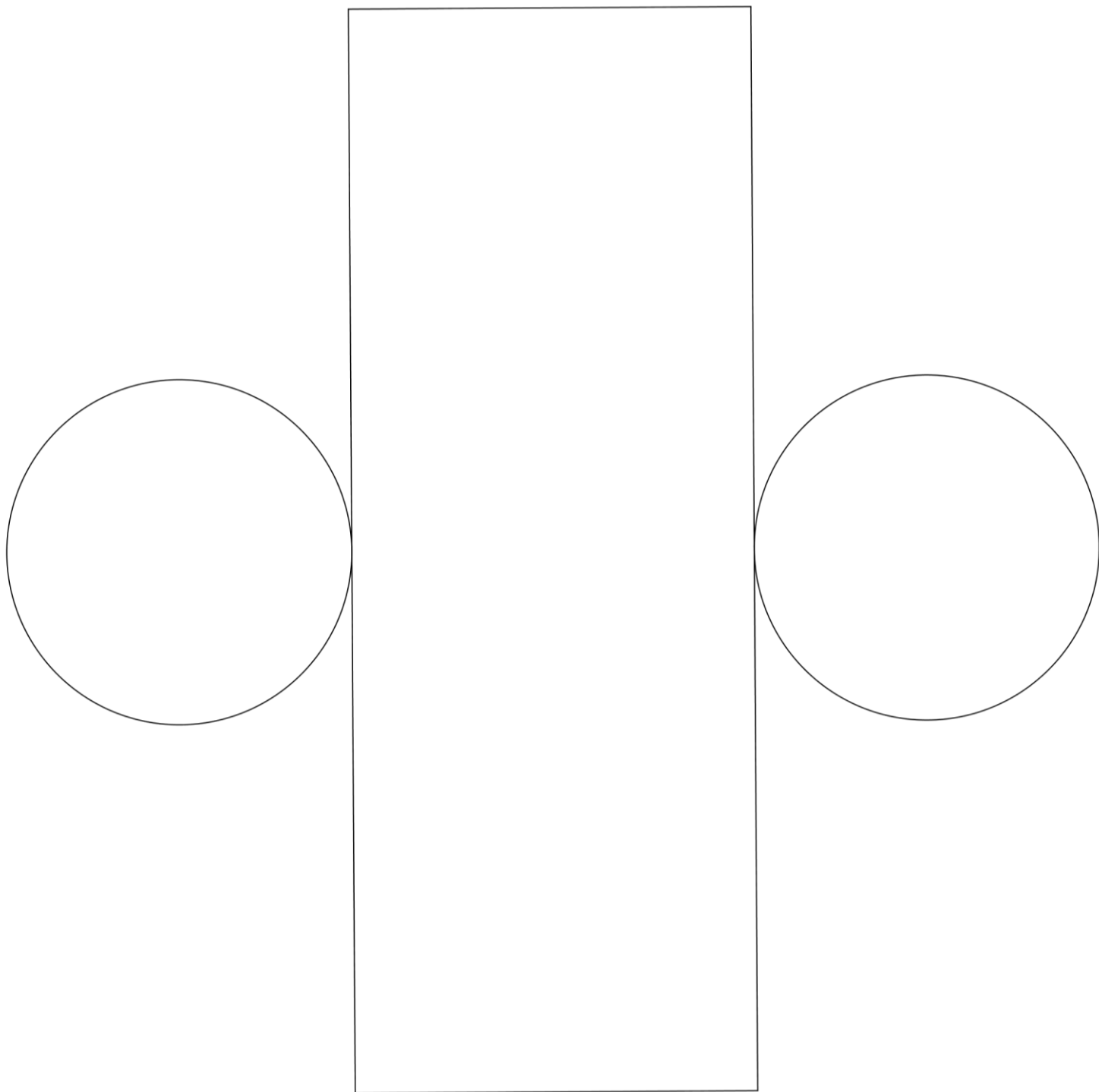
Cône de révolution



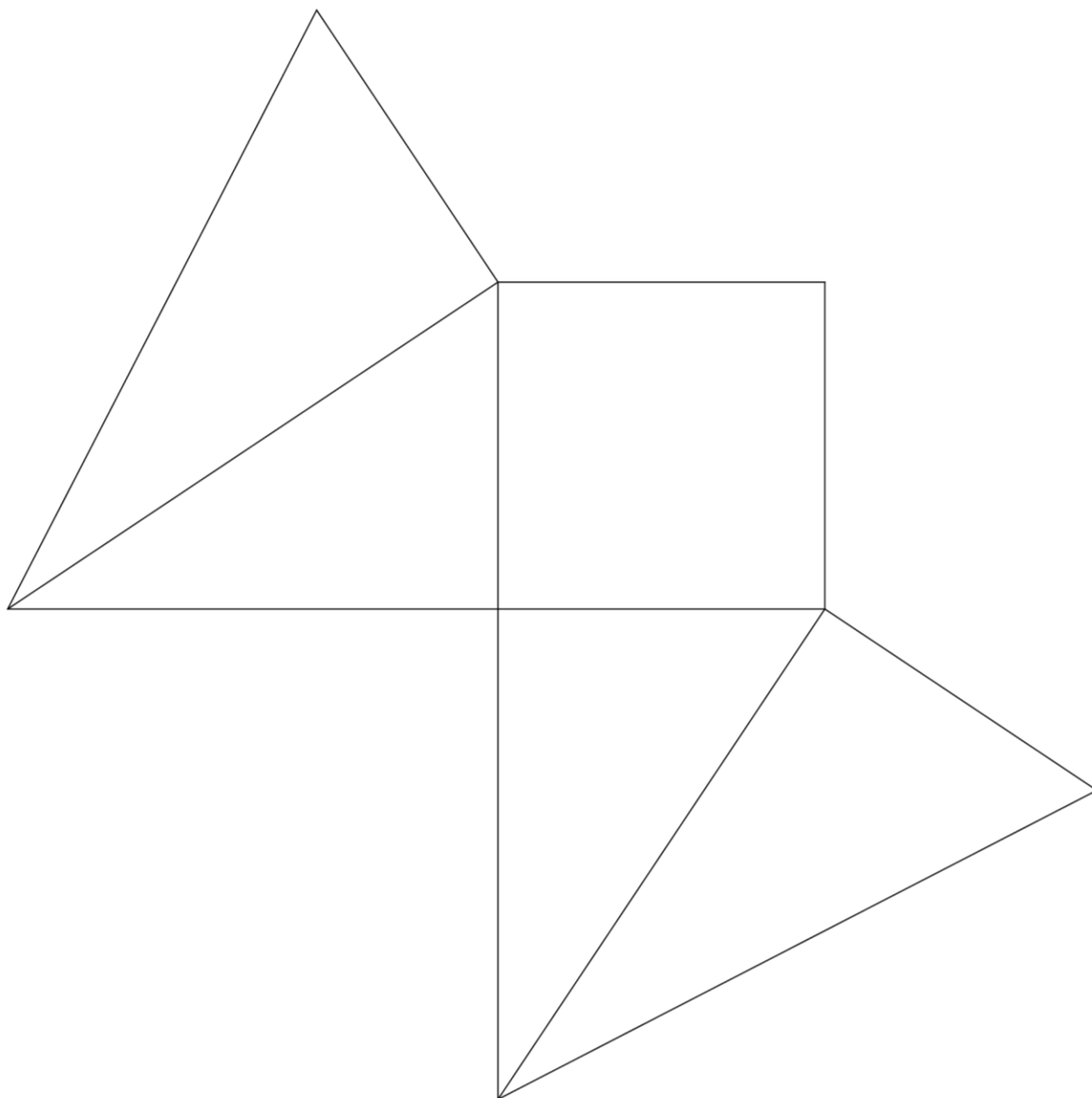
Tétraèdre régulier



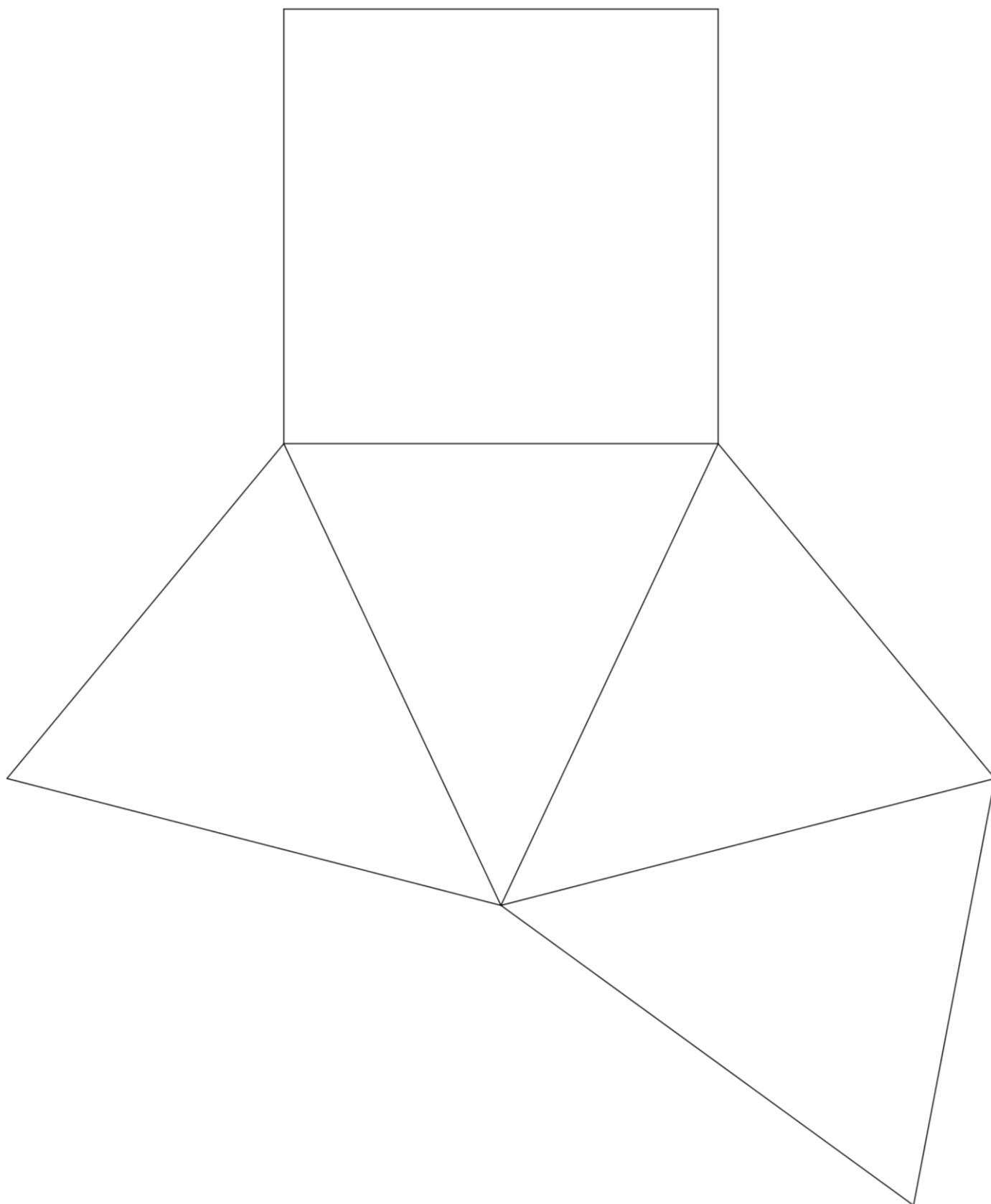
Cylindre de révolution



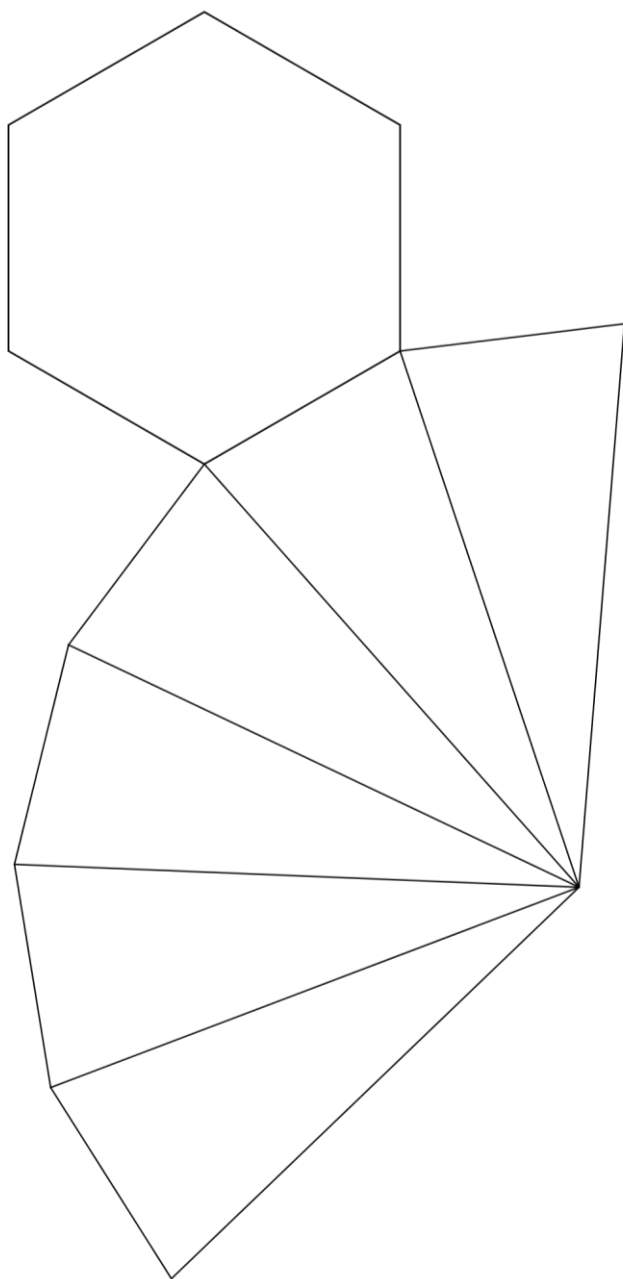
Pyramide non régulière à base carrée



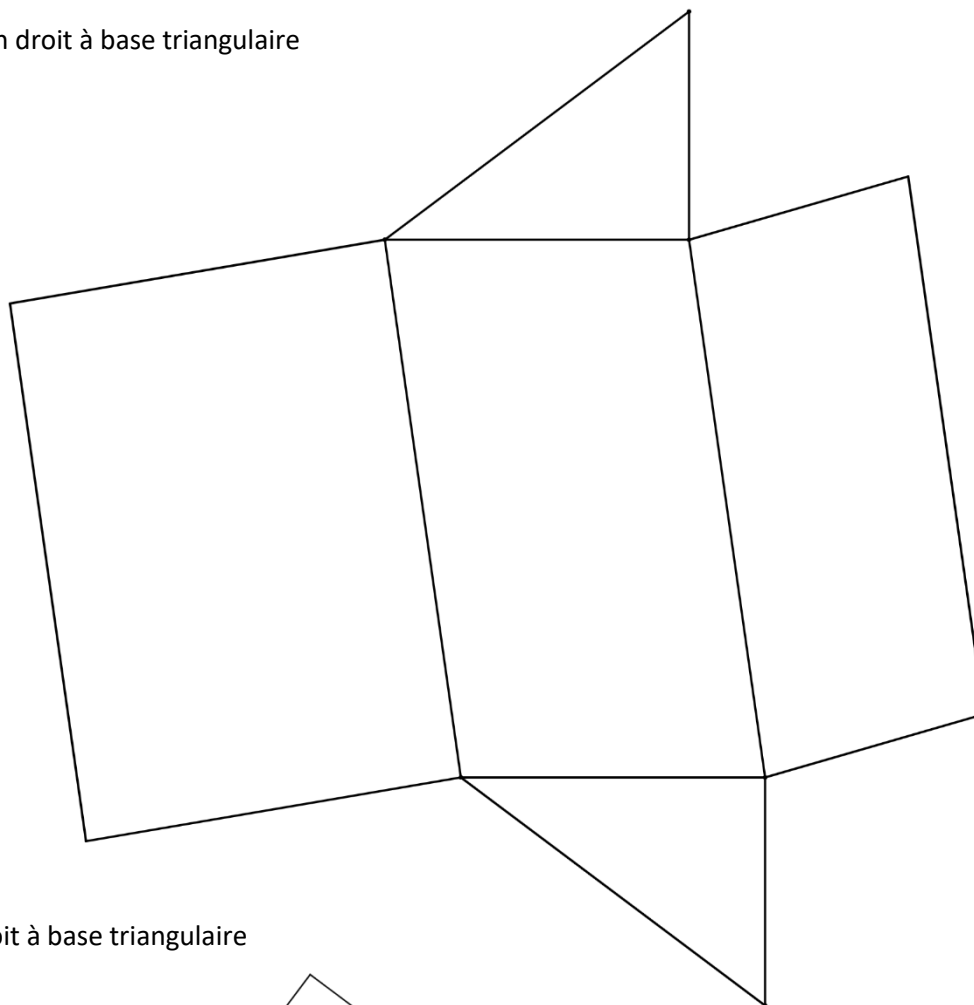
Pyramide régulière à base carrée



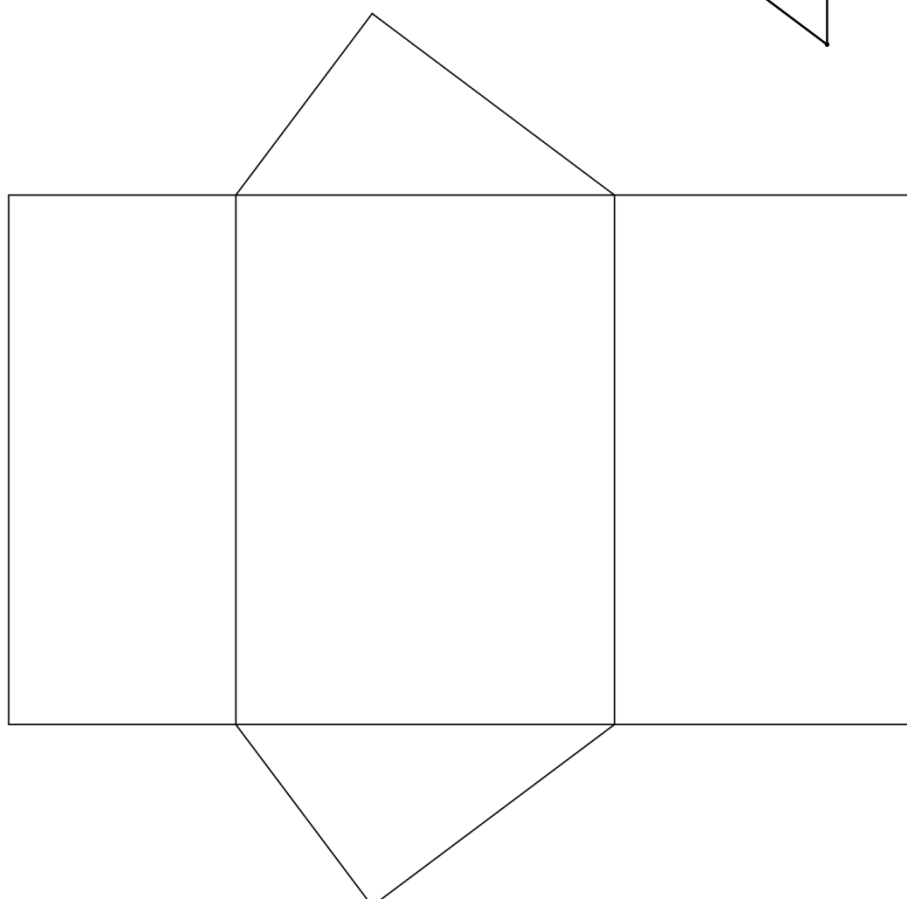
Pyramide régulière à base hexagonale



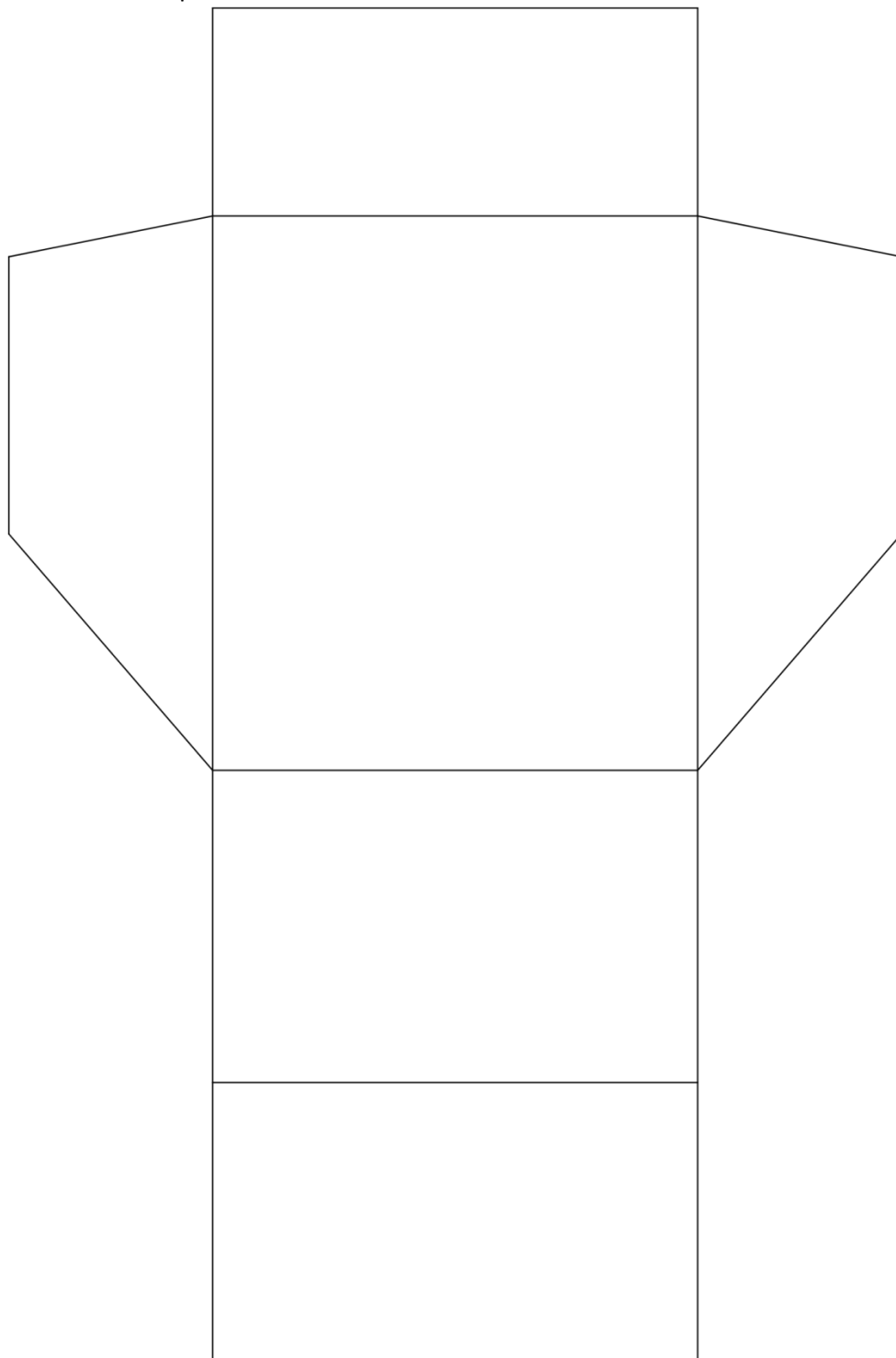
Prisme non droit à base triangulaire



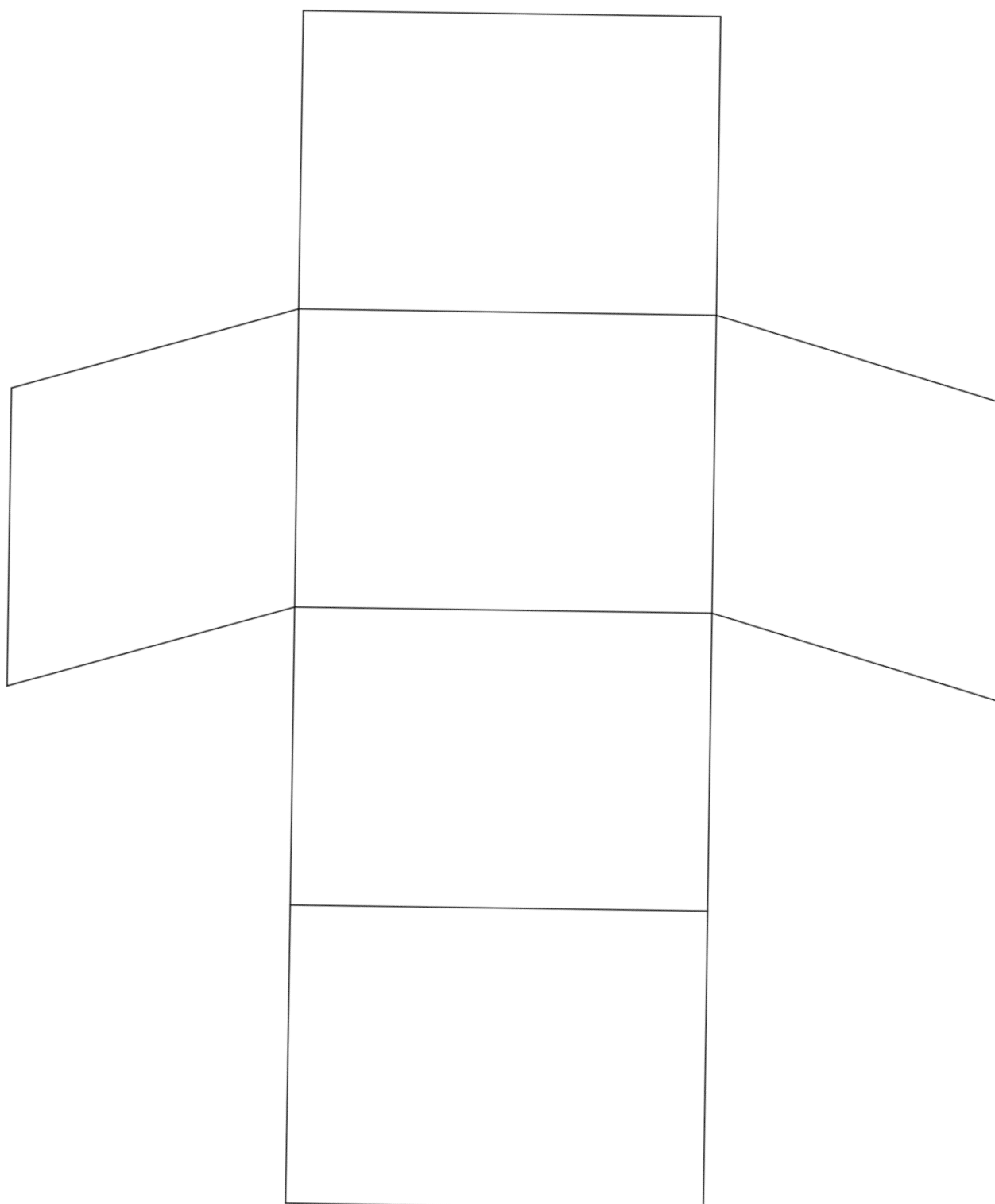
Prisme droit à base triangulaire



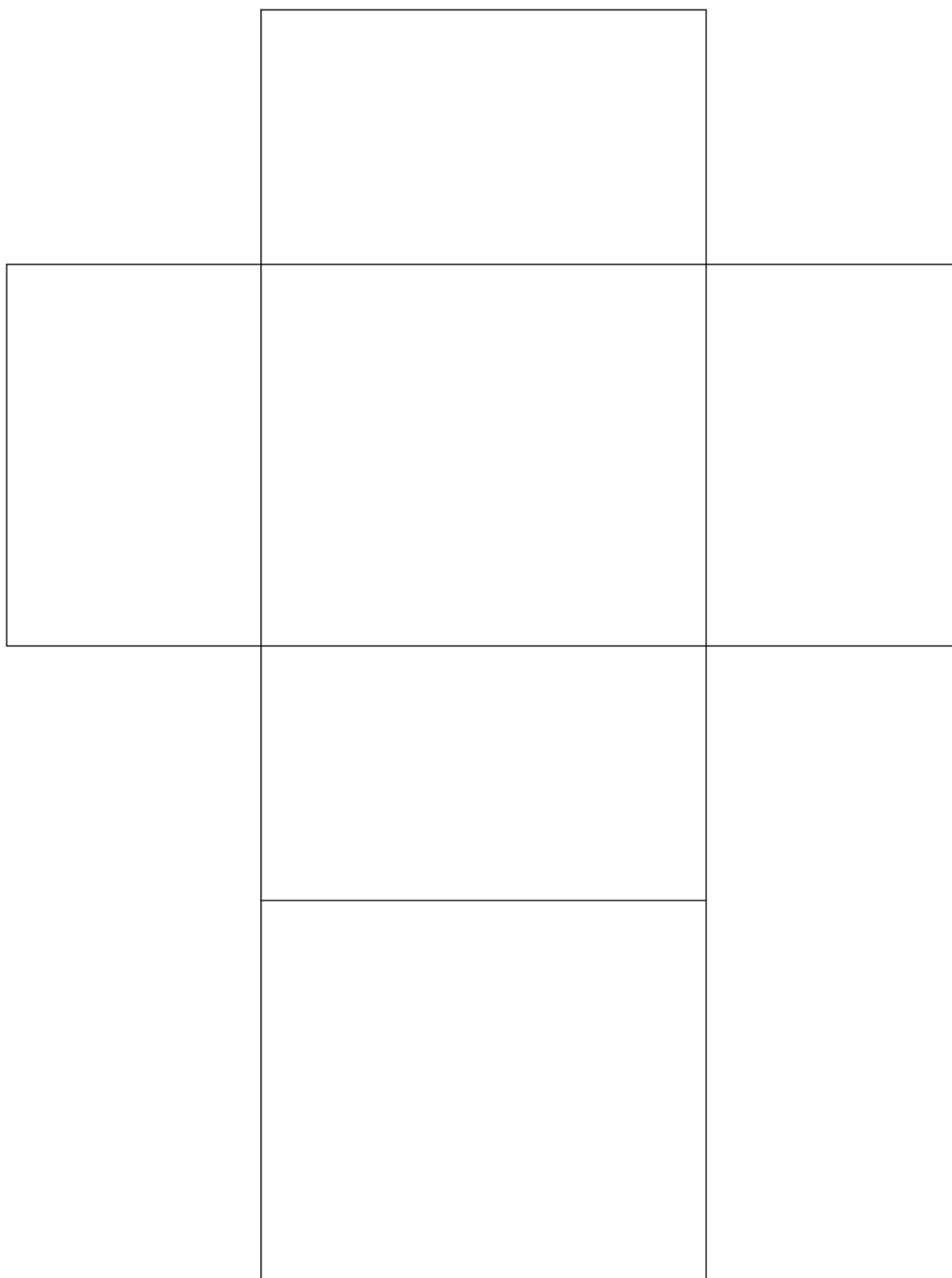
Prisme à base trapézoïdale



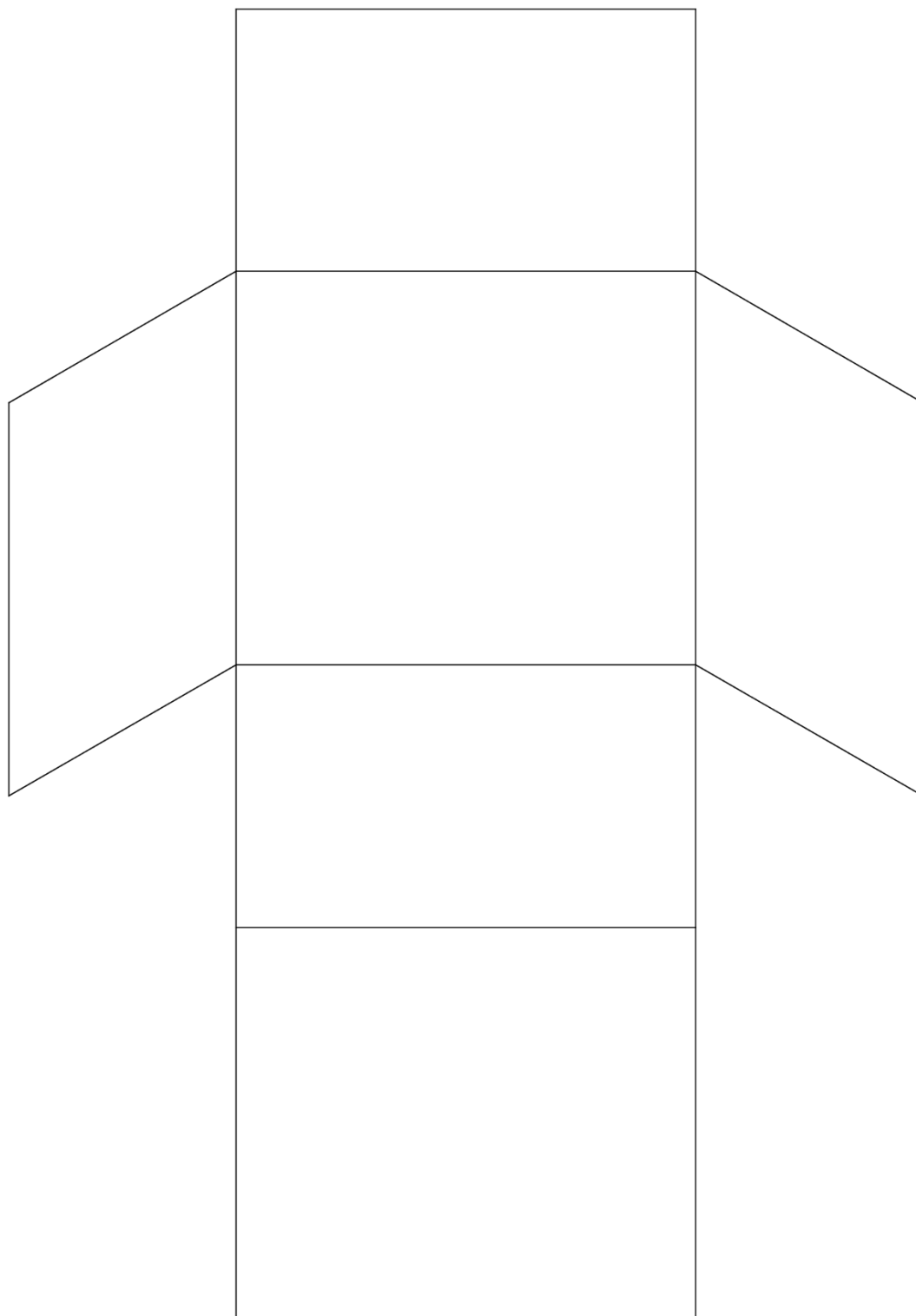
Prisme droit à base losange



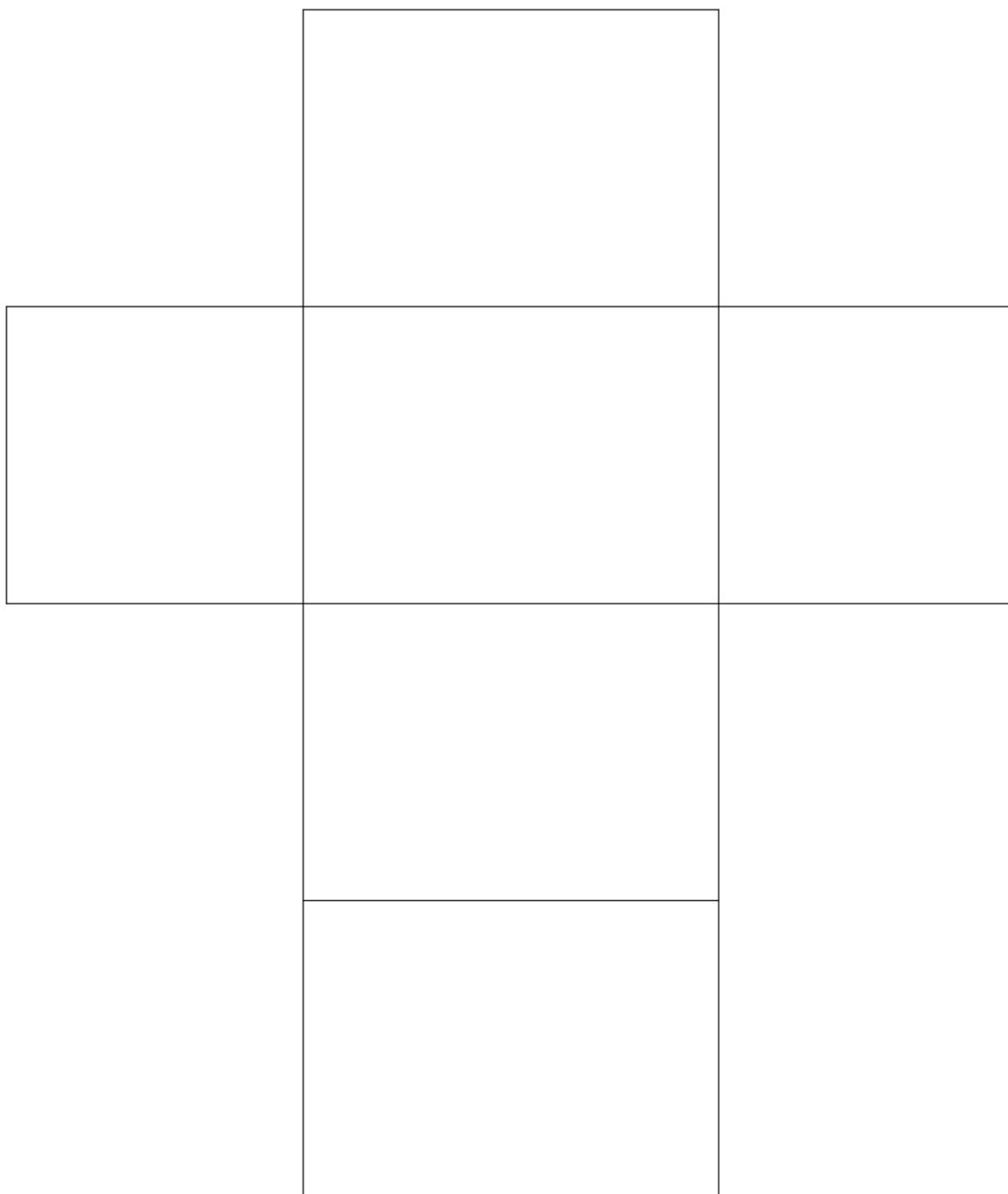
Pavé droit sans face carrée



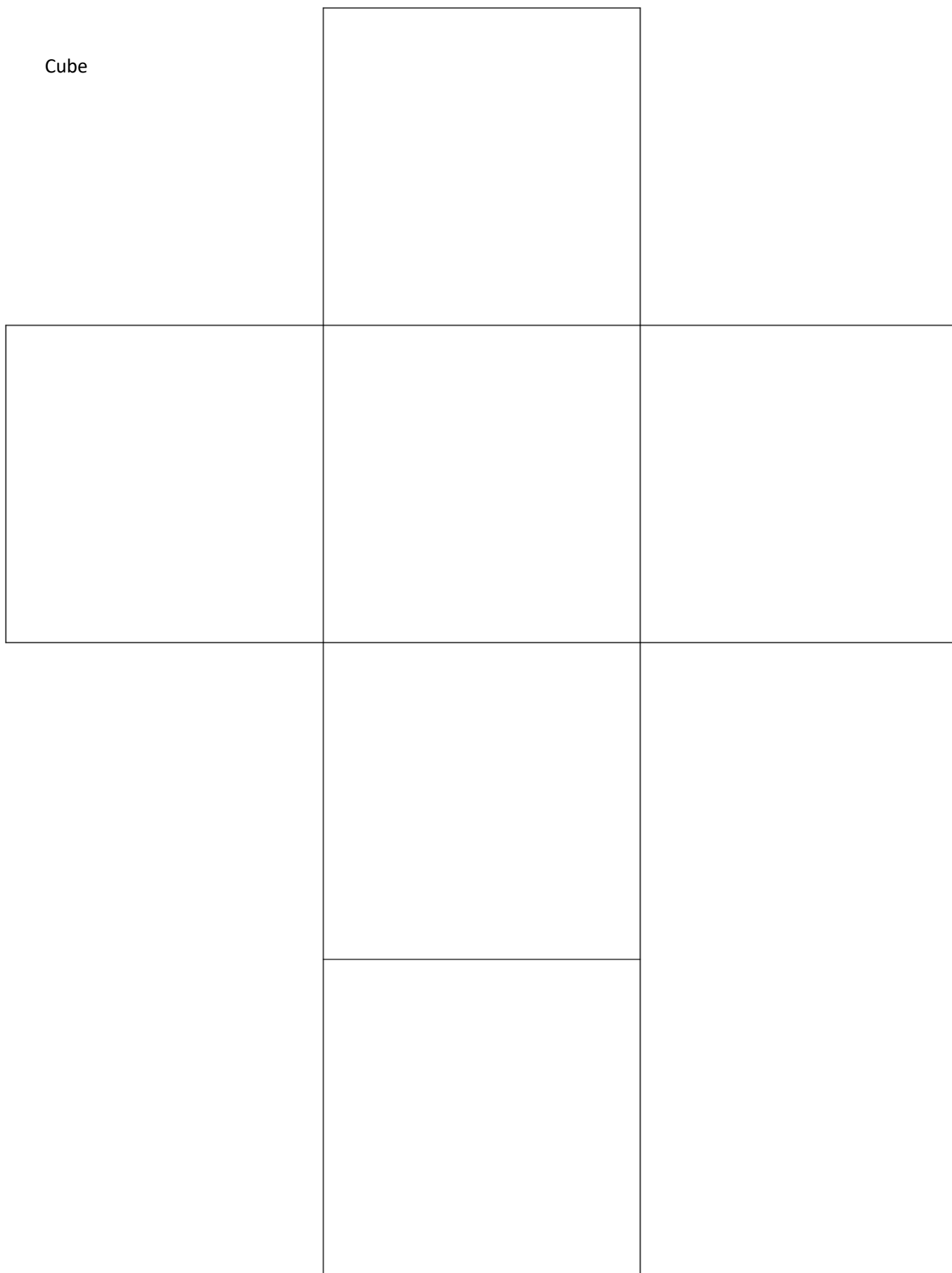
Prisme à base parallélogramme



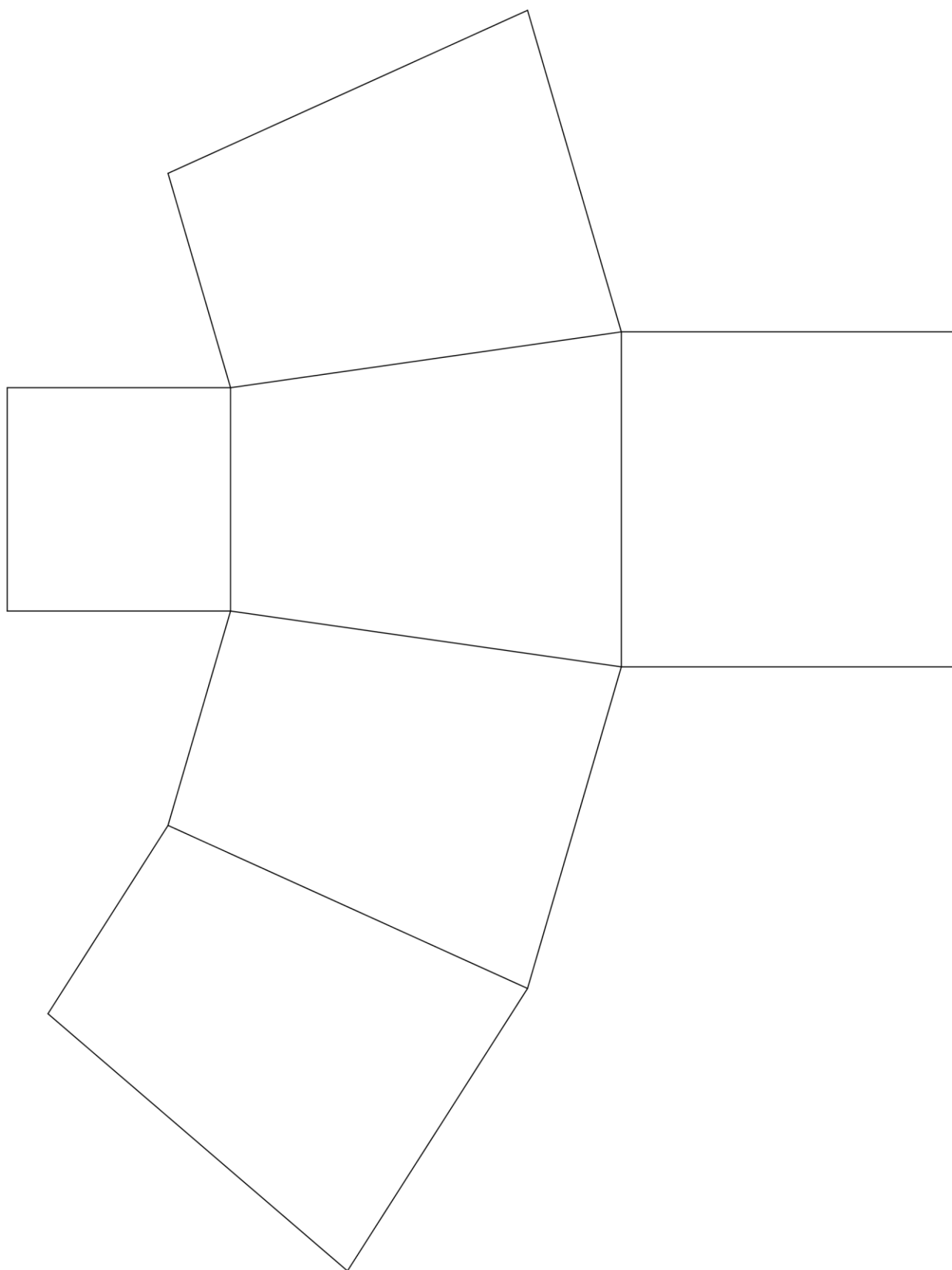
Pavé droit à base carrée qui n'est pas un cube



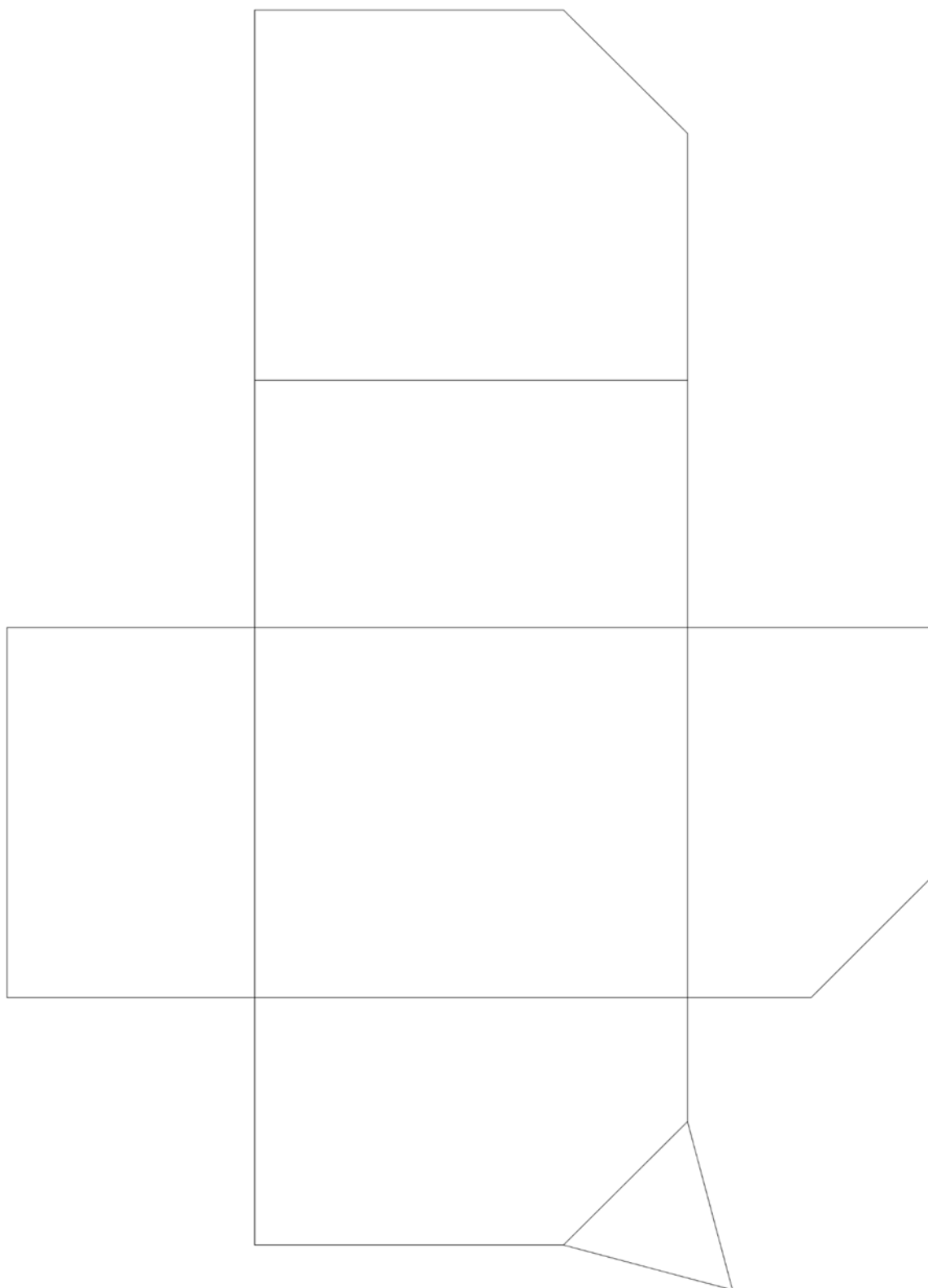
Cube



Pyramide tronquée



Parallélépipède rectangle coupé par un plan non parallèle à une arête



ANNEXE

Des solides aux polygones

Automatismes

Géométrie – Classification des solides

Pour chaque affirmation,
Écrire si elle est VRAIE ou FAUSSE

2



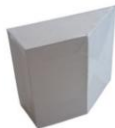
Ce solide est un prisme droit.

4



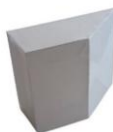
Ce solide est un
parallélépipède rectangle.

6



Ce solide est un polyèdre.

8



Ce solide est un prisme droit.

10



Ce solide est un pavé droit.

1



Ce solide est un polyèdre.

3



Ce solide est un prisme droit.

5



Ce solide est un cube.

7



Ce solide est un prisme droit.

9



Ce solide est un pavé droit.

ANNEXE

Le jeu « La 3D en 3 cartes »

Dans les pages suivantes, vous trouverez les règles du jeu.

Sur le site de l'IREM de Clermont-Ferrand, figurent :

- les fichiers.stl téléchargeables pour une impression 3D de la collection des solides du jeu :
 - cone_la3D.stl
 - cube_la3D.stl
 - cylindre_la3D.stl
 - pave_droit_la3D.stl
 - pave_droit_base_carree_la3D.stl
 - prisme_droit_base_triangle_la3D.stl
 - pyramide_base_carree_ortho_la3D.stl
 - pyramide_base_carree_reguliere_la3D.stl
 - tetraedre_regulier_la3D.stl
- le fichier cartes_la3D.pdf pour imprimer et découper les cartes à jouer
- le fichier patrons_la3D.pdf pour imprimer et découper les patrons.



La 3 D en 3 cartes

Nombre de joueurs : 3 à 5 joueurs.

But du jeu : obtenir le plus grand nombre de cartes, obtenues par groupes de 3.

Composition du jeu :

- 84 cartes à découper ;
- éventuellement une collection des 9 solides réalisés avec une imprimante 3D ou avec les patrons de la planche fournie en annexe.

Règle du jeu

Remarque préalable.

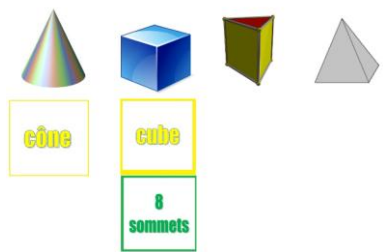
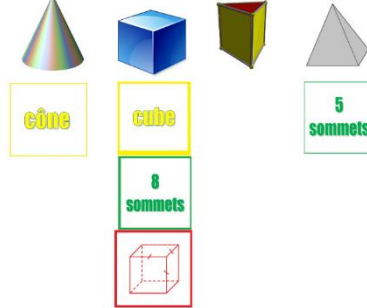
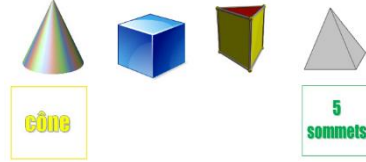
Les exemples testés et rapportés le sont avec quatre colonnes : une avec cône ou cylindre, deux autres avec pyramide et prisme droit (l'un à base triangulaire, l'autre à base carrée) et enfin la dernière avec parallélépipède rectangle ou cube. Cette configuration est celle qui ouvre le plus de possibilités de jeu.

La règle du jeu est déclinée en différents niveaux possibles. Voici un premier niveau de jeu qui utilise les solides en 3D. Suivent 3 variantes de niveau différent qui vont jusqu'à n'utiliser que les cartes. D'autres peuvent être imaginées.

Niveau 1 - Mise en place avec les solides en 1^{er} ligne

Le professeur mélange les 84 cartes et en distribue 3 à chaque joueur. Chaque joueur cache ses cartes aux autres joueurs. Il a pris le rôle du distributeur et devient ainsi le 1^{er} joueur de ce 1^{er} tour. Les autres cartes constituent la réserve pour la suite du jeu.

Exemple

 Après avoir installé les quatre solides, il joue ses 3 cartes. Il n'en a plus, c'est au joueur suivant.	 Il pose 2 cartes, il garde la 3^e ou la pose au rebut. La colonne du cube a 3 cartes, ces 3 cartes sont gagnées par le 2^e joueur.	 Le joueur suivant peut ou non poser des cartes dans les colonnes. S'il lui reste des cartes, il décide de les garder ou de les mettre au rebut.
--	--	--

Les cartes gagnées sont placées à côté du joueur, faces visibles et ne peuvent être rejouées.

Les cartes mises au rebut ne sont plus jouables de toute la partie.

Dès ce premier tour, les règles suivantes sont énoncées :

Règle 1 : chaque carte posée doit se rapporter au solide de la colonne.

Règle 2 : une colonne ne peut pas contenir deux cartes identiques.

Règle 3 : poser la 3^e carte d'une colonne permet de gagner les 3 cartes.

Pour le tour suivant, avec un nouveau distributeur, le voisin du précédent, deux autres règles s'appliquent :

Règle 4.1 : un nouveau tour commence uniquement s'il est possible de distribuer suffisamment de cartes pour que tous les joueurs aient 3 cartes en main. Sinon, la partie est terminée.

Règle 4.2 : tout tour commencé doit être fini.

Compte tenu que certains joueurs ont gardé une, deux voire trois cartes, le nouveau distributeur devra s'assurer qu'il y a suffisamment de cartes dans la réserve et cela avant même de commencer sa distribution.

Dans le cas où il n'est pas possible de distribuer, les joueurs peuvent cependant poser les cartes gardées en main.

Fin de la partie : la partie est finie lorsque aucun joueur ne peut plus poser de carte. C'est le joueur qui a remporté le plus de cartes qui a gagné.

Nouvelle partie : on choisit de nouveaux solides en accord avec les caractéristiques conseillées et au plus un non-polyèdre.

Quelques remarques :

Une première partie peut être jouée avec les 3 cartes non cachées pour permettre de bien comprendre les différentes règles du jeu.

Au fil des parties, **une stratégie se met en place**, celle de ne pas poser une carte en 2^e position dans une colonne. En effet, le joueur suivant peut avoir en main la 3^e carte, la poser et gagner ainsi 3 cartes.

On souffle ou on ne souffle pas ?

Lorsqu'un joueur pose une carte en 2^e ligne alors qu'il pourrait la poser en 3^e ligne d'une autre colonne, que faire ?

- si « on souffle », il rectifie, ramasse 3 cartes et le jeu se poursuit,
- si « on ne souffle pas », le joueur suivant qui prend la main, **peut déplacer la carte et gagner ainsi 3 cartes.**

Conseil : restreindre le déplacement de cartes posées à ce cas exceptionnel.

Au professeur de gérer ce cas, il peut au moins suggérer au joueur ; « tu es sûr ? » ou toute autre question pour le mettre sur la voie.

Niveau 2 - La 1^e ligne est fixe et monocolore (jaune ou rouge)

La disposition décrite ci-dessus pour le niveau 1 avec les solides est particulièrement vivante. Elle permet de les prendre en main pour compter, regarder, elle convient aux plus jeunes et à tout autre public !

Pour le niveau 2, au lieu des solides en 3D, on choisit 4 cartes de même couleur qui resteront en place tout le long de la partie. On les sélectionne selon les mêmes critères que les solides au niveau 1.

Exemple

4 cartes jaunes ont été choisies, le jeu va commencer en suivant les mêmes règles.	disque aucune arête Le joueur qui vient de poser le patron de cône gagne les 3 cartes. La carte « cône », elle, va rester en place.	Le joueur ne peut pas poser ce patron. C'est bien celui d'une pyramide à base carrée mais ce n'est pas celui d'une pyramide régulière comme celle dessinée en perspective cavalière.
--	--	--

Mise en garde pour ce niveau : lorsqu'un joueur pose une carte, celle-ci doit se rapporter à toutes les cartes précédemment posées dans la colonne.

Pour valider ou non la pose d'une carte, on peut suggérer aux élèves de se demander : « Est-ce que les renseignements fournis par les trois cartes s'appliquent à un même solide de la collection ? ».

Remarque : dans ce niveau, il est parfois nécessaire de reprendre en main les solides et/ou les patrons pour réfuter ou admettre des raisonnements.

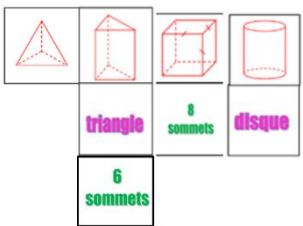
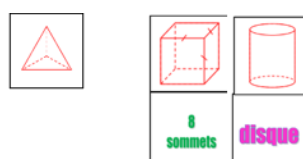
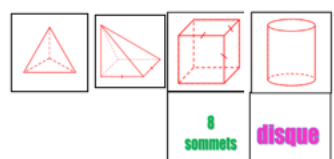
Niveau 3 – La 1^e ligne est monocolore (rouge ou jaune) et les colonnes ont seulement 3 cartes

Pour ce niveau, au départ de la partie on partage les 84 cartes en deux paquets :

- un premier formé de toutes les cartes d'une même couleur, choisie pour composer la première ligne (rouge dans notre exemple) ;
- un deuxième constitué des autres cartes, distribuées aux joueurs à chaque tour.

Dans les niveaux précédents, la 1^e ligne restait en place. Dans ce niveau, on décide que la carte de la première ligne fait partie du trio à ramasser : dès qu'une colonne comporte en tout 3 cartes, le joueur qui pose la 3^e carte gagne les 3 cartes de la colonne.

Exemple

 Le joueur pose la carte « 6 sommets ».	 Il gagne les 3 cartes et la colonne se retrouve vide.	 Il prend une carte rouge pour combler le vide. C'est au joueur suivant.
---	--	--

S'il n'y a plus de cartes rouges pour avoir les 4 colonnes, on a le choix :

- la partie est terminée ;
- la partie se poursuit avec 3 colonnes, puis avec 2, puis avec 1 seule et dans tous les cas, lorsque plus aucune carte ne peut être posée, la partie est finie.

Niveau 4 - La 1^e ligne est multicolore et les colonnes ont 3 cartes

Comme pour le niveau 3, les colonnes ont seulement 3 cartes, mais pour ce niveau, les quatre premières cartes sont prises au hasard parmi les 84 cartes. Lorsqu'un joueur remporte les 3 cartes, on place une nouvelle carte en tête de colonne.

A ce niveau, l'élève doit être capable de produire un raisonnement pour justifier la pose de sa carte. Voici quelques exemples et leurs justifications :

 6 faces carré	a. On reconnaît le patron d'un cube, or, un cube a 6 faces et chacune d'elle est un carré.	 triangle rectangle	b. On reconnaît un prisme droit à base triangulaire, sa base est un triangle et ses faces latérales sont des rectangles.	 triangle rectangle	c. C'est le patron d'une pyramide à base carrée, ses faces latérales sont des triangles, sa base est un carré, un rectangle particulier.
---	---	--	---	--	---

8 sommets 12 arêtes 6 faces	d. Un parallélépipède rectangle, un prisme droit à base carrée ou un cube ont tous 8 sommets, et chacun d'eux a 12 arêtes et 6 faces, c'est donc l'un d'eux !	carré  6 faces	e. Un carré peut être l'une des surfaces du patron d'un cube qui possède 6 faces.	cylindre disque carré	f. La base d'un cylindre est un disque, sa surface latérale est un rectangle. Ce rectangle peut être un carré si la hauteur du cylindre est égale au périmètre de sa base.
--	--	---	--	--	---

Conseils de mise en œuvre

Il nous semble indispensable de permettre aux élèves de manipuler les solides. Nous proposons deux options pour les créer :

- Utiliser une imprimante 3D (fichiers fournis).
- Fabriquer les formes en carton à l'aide de la planche de patrons.
-

Il est aussi nécessaire de fournir des patrons "à plat" en carton. En marquant bien les plis, les élèves peuvent les plier et déplier à volonté : c'est essentiel pour faire le lien entre la forme en 2D (le patron) et l'objet en 3D.

Ce matériel permet aux élèves de :

- Compter réellement les sommets, les arêtes et les faces.
- Valider ou corriger leurs réponses de manière autonome.
- Construire des images mentales durables tout en prenant du plaisir à jouer.

Phase de découverte

Avant de lancer le jeu, nous suggérons de laisser les élèves manipuler les objets librement. Le professeur peut ensuite leur demander de classer les solides en faisant émerger deux catégories :

- Les non-polyèdres (formes rondes, sans arête) : cône, cylindre.
- Les polyèdres (faces planes) : pyramides et prismes (incluant le cube et les pavés droits).

À la table de jeu, le professeur prend place comme simple joueur. Le hasard peut même lui faire perdre la partie ! Cependant, sa connaissance des notions déjà étudiées en classe lui donne un rôle essentiel pour :

- vérifier la cohérence des propos des élèves en s'appuyant sur leurs acquis ;
- réactiver les connaissances en rappelant par exemple qu'un carré est un rectangle particulier, ou qu'un cube est un prisme droit.
- favoriser le débat afin que les propositions soient validées ou non par le groupe sous sa supervision, permettant ainsi une remise en scène efficace des savoirs.

Description des cartes

Rappel important : les angles droits ne sont pas codés, mais les codages des longueurs égales doivent être pris en compte.

Une présentation rapide aux joueurs des 5 différentes sortes de cartes peut suffire. Libre au professeur de ne pas garder toutes les cartes ! Les cartes sont éparpillées sur la table, les élèves peuvent les toucher mais aussi poser des questions sur les mots ou sur les figures afin de reconnaître les solides, de lire le codage des longueurs ou encore de noter l'absence de codage des angles droits.

Toutes les cartes sont imprimées sur papier blanc. C'est la couleur du texte ou du dessin qui définit leur catégorie ; ainsi, par abus de langage, nous les appellerons par la couleur de leur encre :

- **les cartes jaunes**, sur lesquelles est écrit le nom d'un solide ;
- **les cartes bleues**, qui présentent le patron de l'un des neuf solides, dessiné en bleu ;
- **les cartes rouges**, sur chacune desquelles est représenté un solide en perspective cavalière ;
- **les cartes roses**, sur lesquelles est écrit le nom d'une surface plane que l'on peut observer sur l'un des solides ou sur l'un de ses patrons ;
- **les cartes vertes**, qui donnent une caractéristique de l'un des neuf solides du jeu.

14 cartes jaunes, des cartes désignant les 9 solides

Il y a bien seulement 9 solides différents, mais 14 noms possibles pour les désigner. En effet, un même solide peut porter plusieurs noms : par exemple, un « prisme droit à base carrée » est aussi un « parallélépipède rectangle ».

Voici la liste de ces cartes jaunes :

- en un seul exemplaire : cube, pavé droit, cône, cylindre, prisme droit à base carrée, prisme droit à base triangulaire, pyramide, pyramide à base triangulaire ;
- en deux exemplaires : parallélépipède rectangle, pyramide à base carrée, prisme droit.

14 cartes bleues, des patrons des 9 solides

Les tracés sont des patrons exacts : les angles paraissant droits le sont réellement. Le codage de certaines longueurs permet d'effectuer quelques déductions. Il y a :

- **3 patrons de cube** : l'un de forme prototypique, les deux autres de forme plus originale ;
- **3 patrons de parallélépipèdes rectangles** : deux de forme prototypique (l'un dont aucune face n'est un carré et l'autre avec) et un troisième de forme plus originale ;
- **2 patrons de prisme droit à base triangulaire** : l'un présente sa surface latérale en un seul rectangle, l'autre est éclaté autour d'une base ;
- **2 patrons de pyramide à base triangulaire** : l'un en forme de triangle, l'autre en forme de parallélogramme ;
- **3 patrons de pyramide à base carrée** : deux correspondent à des pyramides régulières (l'un éclaté autour de la base, l'autre en « parapluie ») ; pour le troisième, la surface latérale de la pyramide est composée de triangles rectangles car une de ses arêtes est orthogonale à la base ;
 - **1 patron de cône** ;
 - **1 patron de cylindre**.

10 cartes rouges, les représentations des solides en perspective cavalière

Aucun angle droit n'est codé, mais certaines longueurs le sont afin de permettre quelques déductions. Il y a :

- **1 cube** ;
- **1 parallélépipède rectangle** dont aucune face n'est un carré ;
- **1 autre parallélépipède rectangle** posé sur une face carrée (dénommé également prisme droit à base carrée) ;
- **2 prismes à base triangulaire** posés, l'un sur une base, l'autre sur une de ses faces latérales ;
- **1 pyramide à base triangulaire** (c'est un tétraèdre régulier mais aucun codage ne permet de le déduire et ce vocabulaire n'est pas utilisé dans ce jeu) ;
- **2 pyramides à base carrée** l'une est régulière, l'autre a une arête orthogonale à la base ;
- **1 cône** (de révolution) ;
- **1 cylindre** (de révolution).

20 cartes roses, 5 natures de surfaces planes

Nature	carré	rectangle	triangle	disque	portion de disque
Nombre	6	5	5	3	1

25 cartes vertes, des caractéristiques des solides

6 faces	5 faces	4 faces	12 arêtes	9 arêtes	8 arêtes	6 arêtes	Aucune arête	8 sommets	6 sommets	5 sommets	4 sommets	1 sommet	Aucun sommet
3	2	1	3	1	2	1	2	3	1	2	1	2	1

Titre	Restauration de figures en classe de 6 ^e : d'une géométrie matérielle à une géométrie théorique Des solides aux polygones
Auteurs	Membres du groupe « Situations problèmes en géométrie au collège » : Céline BERNON, Cédric CHASSAING, Caroline DUPRAT, Ariane FRAISSE, Monique MAZE, Dereck RONDET, Claire ROSALBA, Aurélie ROUX, Olivier TOURNAIRE.
Editeur	IREM de Clermont-Ferrand
Date	Février 2026
Résumé	Ce fascicule propose des situations d'apprentissage en appui sur des problèmes de reconnaissance et de reproduction de solides étudiés à l'école, visant la caractérisation de chacun de ces solides et une classification de ces derniers. Il constitue une partie d'une brochure qui propose des situations d'apprentissage en géométrie pour la classe de 6^e concernant l'ensemble des notions étudiées à ce niveau. Ce travail présente ensuite des situations de restauration ou de reproduction de figures simples ou complexes visant à faire émerger les caractérisations de certains objets géométriques. L'objectif est de faire évoluer le regard porté par les élèves sur les figures par un jeu de déconstruction dimensionnelle de ces dernières, en appui sur les propriétés des instruments utilisés. Une articulation de situations d'action, de formulation et de validation vise à aménager une certaine continuité avec les apprentissages géométriques de l'école élémentaire tout en préparant peu à peu les élèves aux premières activités de preuve en géométrie.
Mots- clés	Solides, face d'un solide, arête d'un solide, pavé droit, cube-géométrie, patron d'un pavé, fabrication d'un solide, géométrie matérielle, géométrie théorique, instruments, déconstruction dimensionnelle, géométrie des tracés, reproduction d'une figure, restauration de figure, propriété d'une figure, situation d'action, situation de formulation, situation de validation, langage technique, langage géométrique, géométrie en 6 ^e , cycle 3.