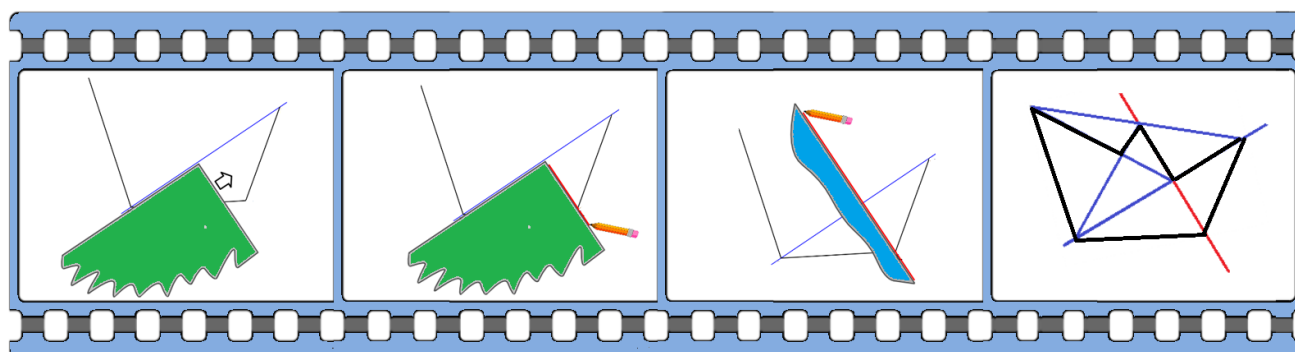
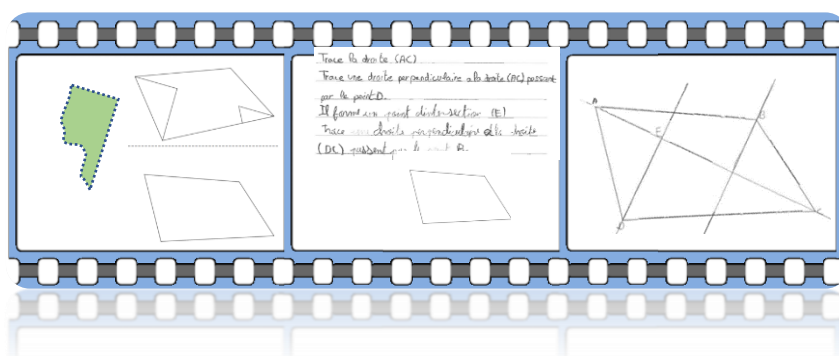




Restauration de figures en classe de 6^e :
d'une géométrie matérielle à une géométrie théorique

Droites perpendiculaires



Ce fascicule sur le thème « Droites perpendiculaires » constitue seulement une partie d'un travail plus complet concernant l'enseignement de la géométrie en classe de 6^e. Il s'agit d'un projet conduit pendant sept ans par le groupe « Situations problèmes en géométrie au collège » de l'IREM de Clermont-Ferrand, inspiré des résultats de la recherche en didactique des mathématiques des vingt dernières années.

Dans un premier fascicule intitulé « Restauration de figures en classe de 6^e : choix didactiques et pédagogiques », le groupe présente la philosophie de ce travail, les apports théoriques sur lesquels il s'est appuyé pour concevoir une progression annuelle et un ensemble cohérent de situations d'apprentissage. Nous invitons le lecteur à prendre connaissance de ce fascicule pour mieux comprendre les objectifs généraux visés par chacune des situations d'enseignement.

Les premières séquences « Des solides aux polygones » et « Alignement » sont d'ores et déjà en accès libre en ligne.

La rédaction des autres séquences est en cours de finalisation. Les fascicules correspondants seront rendus disponibles au fur et à mesure de leur achèvement.

Les situations de cette séquence « Droites perpendiculaires » nécessitent l'usage d'un matériel spécifique : une règle non graduée. Elle est décrite dans le fascicule « Restauration de figures en classe de 6^e : explications des choix didactiques et pédagogiques » et le choix de ce matériel y est justifié.

Descriptif détaillé de la séquence « Droites perpendiculaires »

Résumé

Cette séquence vise à conduire un travail sur la relation de perpendicularité entre deux droites. Elle comporte une imbrication de situations d'action, de formulation, de validation en appui sur des problèmes de restauration de figures.

Il s'agit d'abord de passer de la vision de l'angle droit (propriété géométrique d'une surface à 2 dimensions) à une vision en termes de droites perpendiculaires (relation géométrique entre deux droites, objets géométriques de dimension 1).

Un enjeu fondamental consiste ensuite à faire percevoir qu'il existe une infinité de droites perpendiculaires à une droite donnée mais qu'il n'en existe qu'une et une seule passant par un point donné. Il est nécessaire que les élèves prennent conscience qu'il faut deux critères (la droite donnée et le point donné) pour être capables de formuler cette relation entre trois objets géométriques (deux droites et un point) dans un langage géométrique.

Objectifs

Cette séquence vise plusieurs objectifs :

- passer du concept d'angle droit à celui de droites perpendiculaires ;
- caractériser une droite perpendiculaire par la donnée de la droite à laquelle elle est perpendiculaire et d'un point par lequel elle passe ;
- savoir formuler cette caractérisation ;
- savoir tracer une perpendiculaire à la règle et l'équerre.

Durée

Au minimum 5 séances pour conduire les trois situations présentées ci-dessous auxquelles doivent ensuite s'ajouter des séances avec les exercices proposés en annexe.

Prérequis

Les notions de point, segment, droite et demi-droite doivent être connues.

Il est conseillé d'avoir proposé au préalable la séquence « Alignement » telle que nous l'avons proposée dans nos ressources. Ainsi, les élèves sont habitués aux problèmes de restauration de figures.

Si le professeur n'a encore jamais proposé de problème de restauration de figures, il est ici nécessaire d'en proposer un qui porte seulement sur la notion d'alignement pour familiariser les élèves avec ce type de travail.

Situation 0 : Construction d'un gabarit d'angle droit

Durée

10 min (à faire pendant une séance précédant la situation 1).

Matériel

Un « nuage » par élève (une feuille de couleur découpée en forme de nuage).



Fichiers à télécharger

Aucun.

Objectif

Construire un instrument permettant de vérifier et tracer des angles droits, favorisant le passage du concept d'angle droit à celui de droites perpendiculaires.

Variables didactiques de la situation

Les nuages ont une forme asymétrique et non circulaire. Une fois pliés et découpés en gabarits d'angles, les côtés des gabarits obtenus sont de longueurs différentes.

Il s'agit de déconstruire un théorème élève consistant à concevoir que les angles des secteurs angulaires dépendent de la longueur de leurs côtés.

Descriptif

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur distribue un « nuage » à chaque élève. Il demande à la classe : « Comment peut-on fabriquer un gabarit d'angle droit à partir de ce nuage ? ».	Certains élèves ont déjà réalisé cette activité à l'école primaire et proposent donc rapidement de plier le nuage « en 4 ».

Le professeur effectue le pliage proposé pour que tous les élèves puissent bien comprendre la démarche. Il s'agit de réaliser un premier pli en ligne droite et plier ainsi le nuage en deux, puis de plier en quatre de façon à faire superposer les bords des parties pliées.

Une courte discussion peut s'engager sur le fait que le nuage ne se plie pas en parties de formes identiques mais que les bords doivent bien se superposer.

Le professeur demande aux élèves de déplier leur nuage et pose la question :
« Que remarque-t-on ? »

Le professeur leur demande alors de repasser les deux droites perpendiculaires en couleur et de coder un angle droit en même temps qu'il le fait sur son modèle.

Il insiste sur le fait qu'à chaque fois qu'il y a un angle droit, il en existe en réalité quatre. Ceux-ci sont formés par les deux droites perpendiculaires qui portent les côtés de l'angle.

Le codage d'un angle droit suffit donc, on ne codera pas les quatre angles droits formés.

Chaque élève réalise son gabarit d'angle droit à partir de son nuage.



Les élèves proposent :

- « Il y a quatre angles droits »
- « Il y a deux droites perpendiculaires ».

Les élèves effectuent les tracés et le codage de l'angle droit.



Les élèves conservent ce gabarit en vue d'une utilisation ultérieure.

Institutionnalisation

Dans le cahier de leçons, le professeur fait noter la définition de deux droites perpendiculaires : « Deux droites perpendiculaires sont deux droites qui se coupent en formant un angle droit ».

Le professeur a alors deux options :

- faire coller le nuage construit en classe et demander aux élèves d'en construire un nouveau pour la suite ;
- laisser la place à côté de cette définition pour coller le nuage à la fin de la séquence.

Situation 1 : Situation d'action

Durée

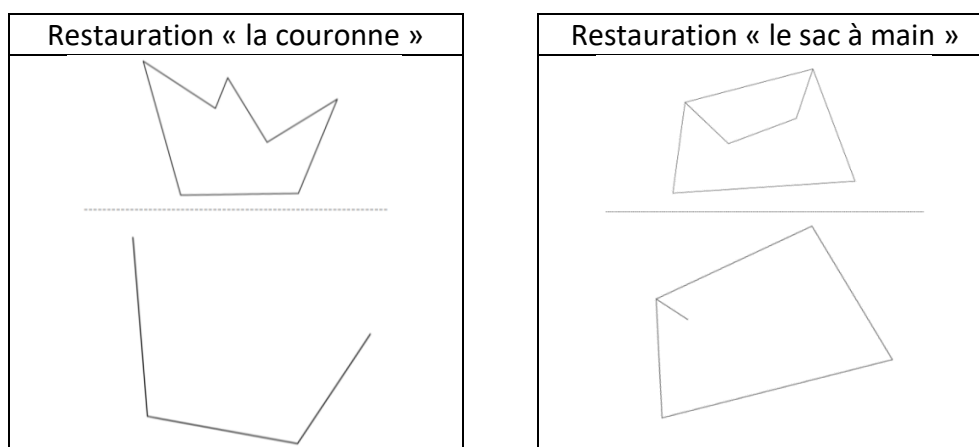
2 séances (1 séance pour la restauration de figure, 1 séance comprenant le bilan de la restauration et une institutionnalisation décontextualisée).

Matériel

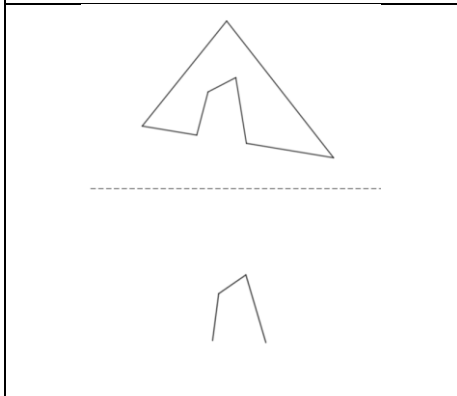
- Une règle non graduée.
- Un gabarit d'angle droit (construit durant la situation 0).
- Un document élève « Restauration de figure : la couronne » par élève.
- Éventuellement, une fiche bilan « Restauration : la couronne » par élève.
- Pour les élèves les plus rapides, des documents utilisables tout au long de la séquence : « Restauration de figure : le sac à main », « Restauration de figure : la tente », « Restauration de figure : le boomerang ».
- Une fiche correction pour le professeur (facultatif).

Documents à imprimer : [Annexe « Droites perpendiculaires – Action »](#)

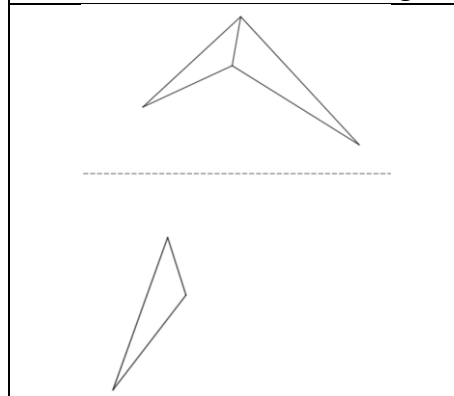
Cette annexe contient les fiches suivantes :



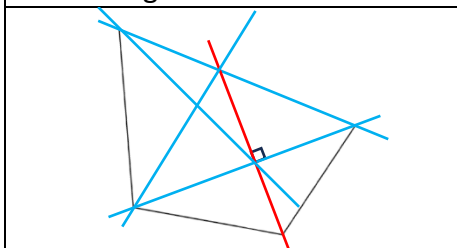
Restauration « la tente »



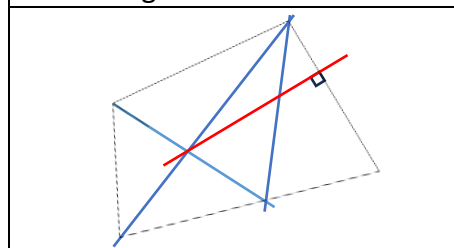
Restauration « le boomerang »



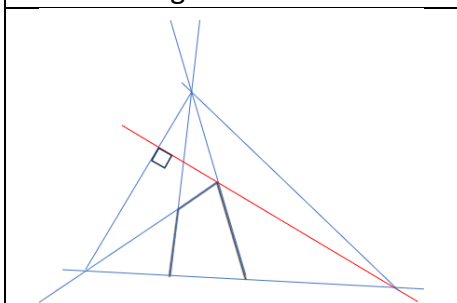
Corrigé « la couronne »



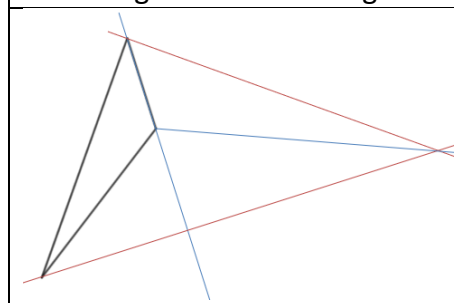
Corrigé « le sac à main »



Corrigé « la tente »



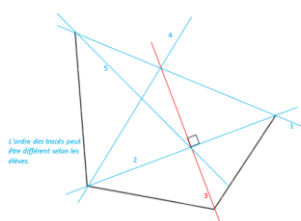
Corrigé « le boomerang »



Bilan Droites perpendiculaires

Restauration de figures planes
Droites perpendiculaires

Restauration de figure : la couronne



L'ordre des traits peut être différent selon les élèves.

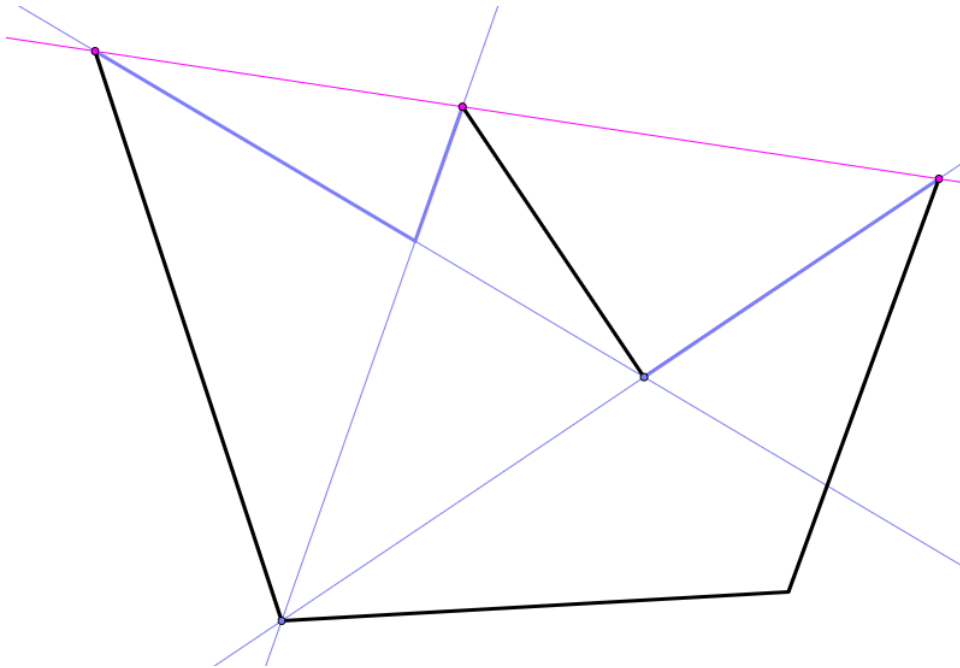
Objectifs

- Passer du concept d'angle droit à celui de droites perpendiculaires.
- Faire émerger la caractérisation de la droite perpendiculaire à une droite passant par un point.

Variables didactiques

Propriétés de la figure :

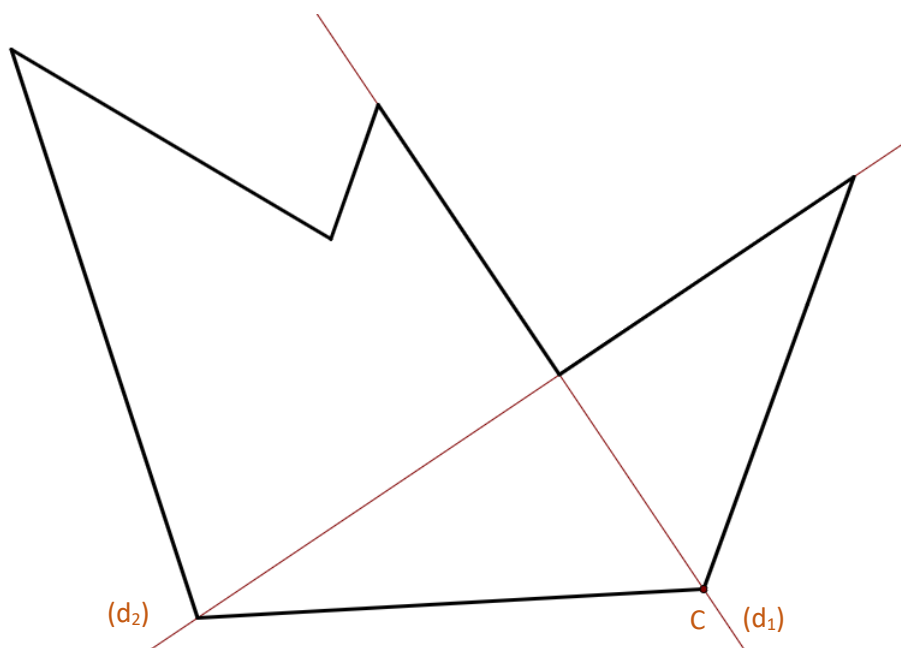
La figure « couronne » comporte certaines propriétés d'alignement : alignement de trois points, alignement d'un point et d'un segment.



Sur la figure ci-dessus, nous avons fait apparaître :

- en rose, l'alignement de trois points ;
- en bleu, l'alignement d'un segment et d'un point.

Deux côtés de la figure « la couronne » sont portés par deux droites perpendiculaires : la droite (d_1) ci-dessous est la droite perpendiculaire à la droite (d_2) qui passe par le point C.



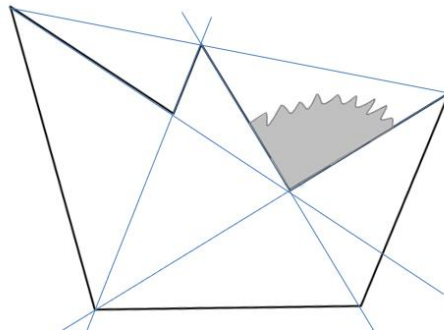
La figure a été conçue de telle sorte que les élèves repèrent facilement l'angle droit formé par ses deux côtés mais doivent prolonger les côtés de l'angle droit en droites pour pouvoir réaliser les tracés attendus. Ainsi, le point C permettant de tracer la perpendiculaire à la droite (d_2) recherchée n'est pas dans le demi-plan contenant l'angle droit repéré. Cette variable didactique est fondamentale dans cette situation : ce choix permet de négocier le passage d'une vision de l'angle droit en tant qu'objet géométrique à deux dimensions dans une figure (coin d'une figure) à une vision en termes de relation géométrique entre deux droites. Ce passage d'une vision d'angle droit à celle de droites perpendiculaires est souvent difficile pour les élèves.

Matériel autorisé

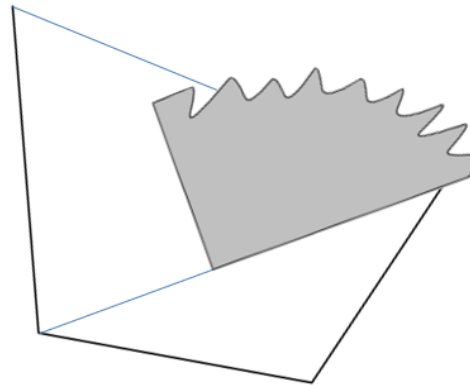
Les élèves disposent d'une règle non graduée (pour les obliger à analyser les propriétés d'alignement de la figure) et d'un gabarit d'angle droit fabriqué en situation 0. L'usage de ce gabarit participe également à négocier le passage de la vision « angle droit » à la vision « droites perpendiculaires ».

Si nécessaire, le professeur rappelle à certains élèves qu'un autre outil est disponible et demande éventuellement : « À quoi sert cet outil ? » pour les inviter à repérer un angle droit.

Les élèves repèrent un angle droit sur la figure modèle.



Ils ne peuvent pas reproduire directement cet angle droit sur l'amorce.

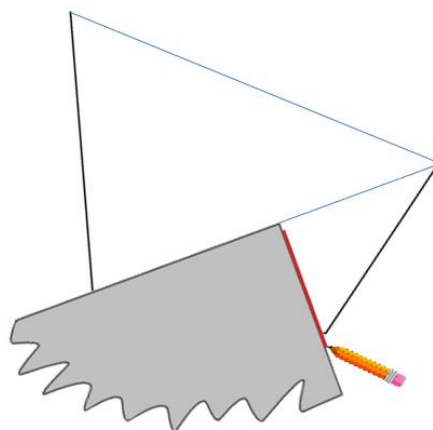


En effet, le point permettant de tracer la perpendiculaire recherchée n'est pas dans le demi-plan contenant l'angle droit repéré. Certains essaient d'aligner le deuxième côté du gabarit avec le sommet voulu « à vue d'œil » mais conviennent assez vite que ce n'est pas valide.

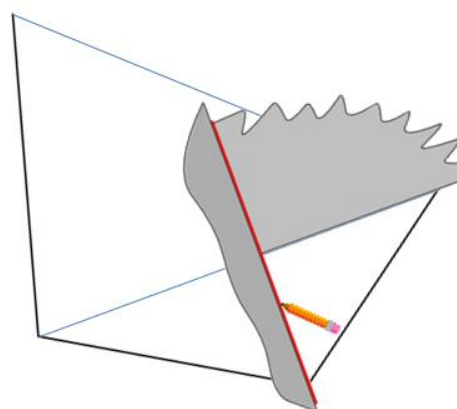
Ils doivent repérer les droites perpendiculaires sous-jacentes. Deux stratégies sont possibles pour effectuer le tracé :

- 1) L'élève se rappelle que « quand il y a un angle droit, il y en a quatre » et choisit l'un des deux angles droits dont un des côtés passe par le sommet voulu.

Si des élèves restent en difficulté, le professeur rappelle la construction du gabarit et peut demander à ces élèves de le déplier et rappeler que quand on a un angle droit, on en a quatre.
Il peut aussi proposer le même gabarit sur papier calque pour que ces élèves puissent superposer ce gabarit déplié sur leur figure.



- 2) L'élève place son gabarit comme sur la figure modèle et utilise la règle non graduée pour tracer une droite passant par le sommet voulu.



Les élèves terminent la restauration de la figure à l'aide d'alignements.

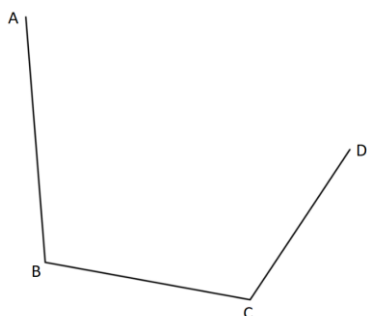
Aux élèves les plus rapides, le professeur propose une nouvelle restauration (« le sac à main », « la tente » ou « le boomerang »).

Une fois la restauration de « la couronne » terminée par les élèves, le professeur organise une mise en commun.

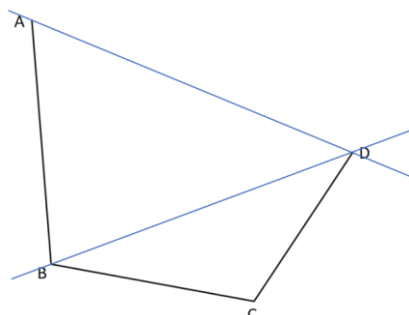
Mise en commun collective :

Il projette le document élève et demande à la classe d'indiquer les différentes étapes de restauration.

Le professeur nomme les points de l'amorce.



Le professeur effectue les tracés proposés.



Le professeur demande une formulation en langage mathématique sans référence aux instruments.

Le professeur doit aider les élèves d'une part à passer de la vision de l'angle droit à celle de droites perpendiculaires, et d'autre part à comprendre la nécessité de déterminer un point par lequel passe la droite perpendiculaire cherchée. Pour cela, lorsque les élèves produisent des formulations incorrectes ou incomplètes, il joue le rôle d'opposant pour les mettre en défaut comme décrit ci-dessous.

Certains élèves se souviennent que l'on peut nommer les points pour faciliter la communication (situation déjà rencontrée lors de la séquence « alignement »).

Les élèves indiquent les premiers tracés à effectuer (qui ne présentent pas de difficultés de formulation) :

- tracer la droite (AD) (ou le segment [AD])
- tracer la droite (BD) (ou le segment [BD]).

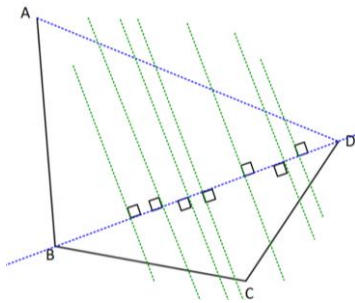
Les élèves expliquent ensuite comment ils ont utilisé leur gabarit d'angle droit pour tracer la perpendiculaire voulue. Il faut formuler la relation entre trois objets géométriques : deux droites et un point. Cette phase est particulièrement difficile pour les élèves et ces derniers proposent des premières formulations dans lesquelles il n'y a souvent que deux de ces trois objets qui sont cités ou dans lesquelles les élèves font davantage référence à l'angle droit en tant qu'objet à deux dimensions sans percevoir une relation géométrique entre deux droites.

Pour faire émerger la notion de droites perpendiculaires en lien avec l'angle droit, le professeur montre qu'il a du mal à comprendre comment positionner son angle droit et qu'il ne sait pas bien ce qu'il doit tracer.

En règle générale, les élèves qui cherchent à utiliser le terme « angle droit » dans leur formulation orale produisent des formulations très complexes, peu compréhensibles.

Le professeur rappelle qu'une droite est perpendiculaire à une autre droite.

Le professeur trace alors une perpendiculaire qui ne passe pas par C. Suite à la réaction des élèves, il en propose d'autres qui ne passent elles non plus pas par C.



Le professeur fait remarquer que :

- il existe une infinité de droites perpendiculaires à la droite (BD).
- il en existe une seule qui passe par un point donné.

Le professeur pose son équerre de sorte qu'un côté de l'angle droit passe par le point C et montre qu'il ne sait pas comment placer le second côté de l'angle droit. On ne sait pas à quelle droite la droite est perpendiculaire.

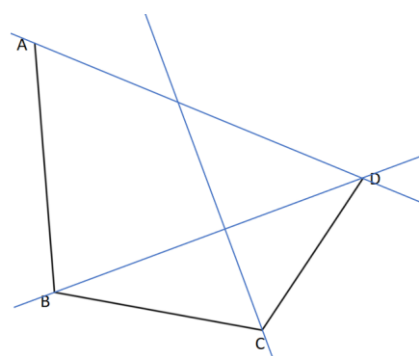
Exemples de formulations incorrectes :

- 1) « Tracer un angle droit posé sur C et [BD] ».
- 2) « Tracer la perpendiculaire à C ».
- 3) « Tracer une droite perpendiculaire à (BD) ».
- 4) « Tracer la perpendiculaire qui passe par C ».

En conclusion, le professeur veille à ce que les élèves caractérisent correctement la perpendiculaire en précisant à quelle droite elle est perpendiculaire et par quel point elle passe.

Il demande une formulation dans le langage géométrique :

« Tracer la droite perpendiculaire à la droite (BD) qui passe par le point C »



Les élèves formulent la fin du programme de construction. Elle ne présente pas de difficultés particulières.

Institutionnalisation

Le professeur propose une institutionnalisation en appui sur la figure restaurée dans l'activité. Nous proposons un exemple de trace écrite (voir la [fiche bilan « Restauration : la couronne »](#) en annexe). Elle est donc d'abord contextualisée et vise à faire émerger la façon dont on caractérise une droite perpendiculaire à une droite donnée (nécessité d'indiquer un point appartenant à la perpendiculaire). Elle propose ensuite une partie décontextualisée portant sur les droites perpendiculaires en général et explicite une méthode de tracés de perpendiculaires. Le professeur peut découper cette trace écrite en deux ou trois parties qu'il distribue au fur et à mesure de ses besoins avec la classe.

Le professeur peut choisir ce moment pour présenter l'instrument « traditionnel » : l'équerre.

À l'issue de cette séance, le professeur peut proposer des exercices de tracés de droites perpendiculaires (voir la fiche [« Exercices Perpendiculaires »](#) en annexe).

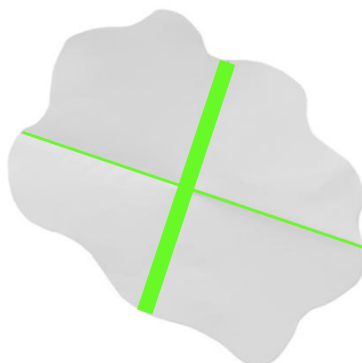
Nous proposons des exercices dans lesquels il faut tracer une droite perpendiculaire à un côté d'une figure plane et passant par un sommet de cette figure plane. Il s'agit donc d'identifier le sommet de la figure comme un point et un côté de la figure comme un segment porté par une droite.

Dans ces derniers, les élèves doivent d'abord réaliser un tracé à main levée. Cette étape vise à développer des images mentales des élèves et à les forcer à analyser la figure pour identifier les sous-unités de la figure (segment, point).

Nous avons porté une attention particulière à certaines variables didactiques :

- l'orientation de la figure (position non prototypique en règle générale)
- la direction de la droite à laquelle on trace une perpendiculaire
- l'appartenance ou non à la droite donnée du point par lequel passe la perpendiculaire
- le fait que le tracé de la perpendiculaire passe à l'intérieur ou non de la figure polygonale.

Pour valider les tracés à main levée, les élèves ont à leur disposition un nuage en papier calque sur lequel sont dessinées deux droites perpendiculaires (dans l'exemple ci-dessous, la perpendiculaire en trait épais permet de prendre en compte la marge d'erreur acceptable du tracé à main levée).



Ce nuage en calque peut également être utilisé en remédiation pour les élèves qui ont des difficultés à visualiser la perpendiculaire. Ce calque participe lui aussi à aider certains élèves à passer d'une vision d'un angle droit (objet à deux dimensions) à la reconnaissance d'une relation géométrique entre deux droites.

Situation 2 : Situation de formulation

Durée

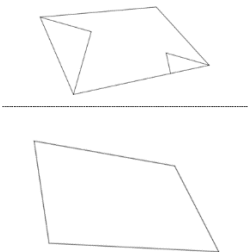
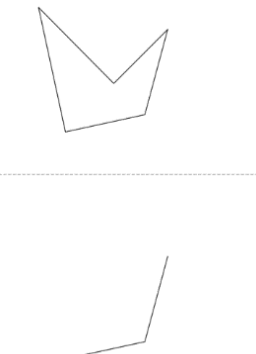
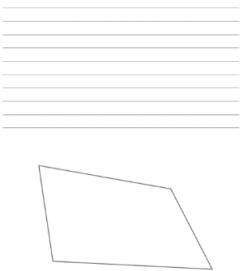
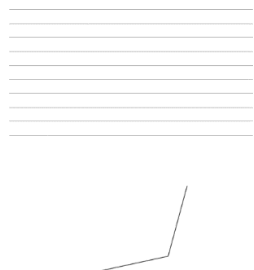
2 séances (1 séance pour la situation de formulation, 1 séance pour l'analyse des messages).

Matériel

- Une règle non graduée et un gabarit d'angle droit (construit durant la situation 0).
- Un document élève « Restauration figure A » pour chacun des élèves des groupes A et un document élève de « Restauration figure B » pour chacun des élèves des groupes B.

Documents à imprimer : [Annexe Droites perpendiculaires Formulation](#)

Cette annexe contient les fiches suivantes :

Restauration figure A	Restauration figure B
	
Rédaction du message figure A	Rédaction du message figure B
	

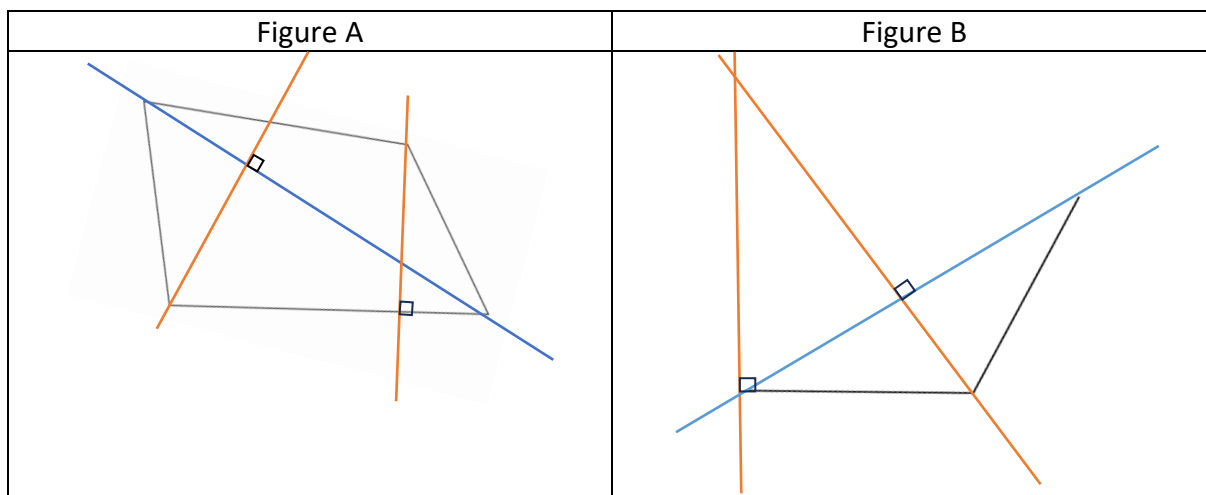
Objectifs

- Rendre nécessaire la formulation écrite des caractéristiques de la droite perpendiculaire.
- Savoir exprimer la relation de perpendicularité dans un langage géométrique (relation géométrique entre trois objets : deux droites et un point).

Variables didactiques

Les figures A et B ont été créées de façon à construire des perpendiculaires dans différents contextes :

- dans la figure A, le tracé d'une perpendiculaire à un segment de l'amorce qui passe par un sommet de la figure
- dans la figure B, le tracé d'une perpendiculaire à un segment de l'amorce qui passe par l'extrémité de ce segment, configuration qui peut mettre en difficultés certains élèves
- dans les deux figures, le tracé d'une perpendiculaire à une droite qui n'est pas dessinée sur l'amorce et passant par un sommet de la figure.



Descriptif

Cette séance se déroule en trois temps :

Phase 1 - Restauration : recherche individuelle puis par groupe pour restaurer.

Phase 2 - Formulation écrite : écriture d'un programme de construction.

Phase 3 – Échange des messages : validation des messages par les constructions.

Dans un premier temps, le professeur décrit l'activité de manière globale.

Les élèves sont répartis en groupes de deux ou trois :

- des groupes A qui reçoivent une figure A et une amorce de cette figure ;
- des groupes B qui reçoivent une figure B et une amorce de cette figure.

Il faut autant de groupes A que de groupes B.

Les élèves de chaque groupe A restaurent individuellement la figure A à partir de leur amorce. Ils rédigent ensuite en groupe un message à destination d'un groupe B pour permettre à celui-ci de restaurer la figure A sans la voir à partir de cette même amorce. À la réception du message, le groupe B réalise les constructions puis leur figure est comparée au modèle par le groupe A. Ce dernier peut, si besoin, réécrire son message, le corriger pour le renvoyer au groupe B. Simultanément, le même travail s'effectue pour les groupes B.

Le professeur doit donc associer à chaque groupe A un groupe B. Il éloigne si possible au maximum les groupes A et B associés pour que les élèves ne voient pas les figures modèles. Le professeur peut prévoir d'associer les groupes à l'avance ou le faire pendant la séance en fonction des avancées de chacun.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur dit : « La classe est divisée en groupes. Des groupes recevront une figure A et son amorce. D'autres recevront la figure B et son amorce. »	

Il rappelle aux élèves les règles d'une situation de communication en référant à la situation qu'ils ont déjà rencontrée lors de la séquence alignement :

« Phase 1 - Restauration

Après 5 minutes de recherche individuelle pour restaurer votre figure, vous terminez la restauration avec votre groupe.

Phase 2 – Formulation écrite

Vous allez écrire un message pour qu'un groupe qui n'a pas la figure modèle puisse la restaurer à partir de la même amorce que la vôtre.

Phase 3 – Échange des messages

Une fois votre message prêt, je l'apporte au groupe qui vous est associé. Il essaiera de restaurer la figure à partir de votre texte. Si nécessaire, les élèves peuvent écrire des remarques, poser des questions par écrit afin que l'autre groupe améliore son message.

La feuille peut être renvoyée autant de fois que nécessaire. »

Phase 1 - Restauration

Rappel des règles de restauration

« Vous avez le droit d'utiliser une règle non graduée et votre gabarit d'angle droit.

Vous avez le droit d'effectuer autant de tracés que vous voulez sur la figure modèle.

Vous n'effacerez pas vos traits de construction.

Aucun tracé ni aucun instrument ne doit traverser les pointillés. Aucun tracé ne peut être réalisé au hasard. »

L'enseignant indique la répartition des élèves dans les groupes puis distribue une feuille par élève comportant la figure modèle et l'amorce.

Les élèves cherchent individuellement à restaurer la figure. Ils vérifient leur restauration en groupe. Ils appellent l'enseignant quand ils pensent avoir terminé la restauration ou quand ils sont bloqués.

Phase 2 – Formulation écrite Une fois la restauration validée par le professeur, celui-ci précise les règles de la phase 2 : « Une feuille vous est distribuée pour écrire un message, vous n’avez pas le droit de faire de tracé sur l’amorce. Vous pouvez nommer les points de l’amorce. » Phase 3 – Échange des messages Le professeur fait circuler les messages entre les groupes associés au fur et à mesure que les groupes ont terminé la phase 2. Il leur demande de réaliser les constructions correspondant au programme de construction. Il rappelle qu’en cas d’incompréhension, il est possible d’écrire une question à destination du groupe émetteur. Le professeur récupère la fiche avec les constructions réalisées par les groupes récepteurs des messages et la redonne au groupe émetteur pour validation. Le professeur prévoit d’autres restaurations à faire en autonomie afin d’occuper les groupes qui ont fini avant les autres (« le sac à main », « la tente », « le boomerang »). À la fin de la séance, le professeur récupère tous les messages.	Chaque groupe nomme les points de l’amorce puis rédige son programme de construction sur la fiche navette. Les élèves tentent de construire la figure à partir de l’amorce et du message reçu. Ils écrivent éventuellement leurs questions et ajustent leur construction en fonction des réponses. Une fois la construction finie, ils appellent le professeur.
---	--

Avant la séance suivante, le professeur sélectionne les messages les plus représentatifs des erreurs et réussites qu’il veut exploiter dans la classe. En particulier, il pourra classer les productions en différentes catégories visant à mettre en avant la caractérisation d’une droite perpendiculaire à une autre. Nous proposons dans la page qui suit des exemples de production d’élèves issus de nos expérimentations et qui ont donné lieu à un travail de reformulation collectif.

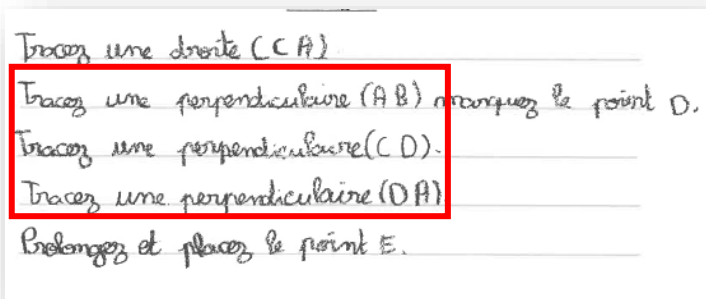
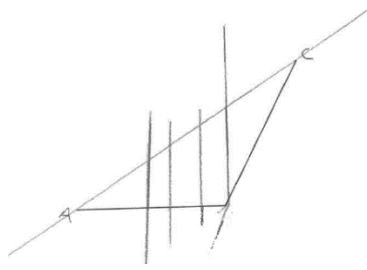
Lors de la séance suivante, le professeur conduit une analyse collective des productions d'élèves qu'il a sélectionnées. Cette phase vise à faire passer les élèves d'un langage naturel ou d'un langage technique à un langage géométrique, à développer leurs capacités à formuler la relation de perpendicularité entre deux droites.

Elle permet par ailleurs de retravailler sur la caractérisation des objets géométriques de la séquence « alignement ».

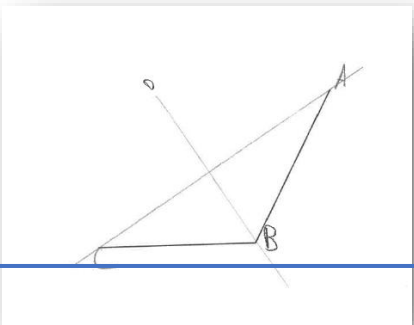
Il projette un à un les messages qu'il a sélectionnés dans un ordre prédéfini en fonction des critères qu'il a retenus. Environ trois messages bien choisis peuvent suffire. Pour chacun des messages choisis, il demande à la classe ce qui ne convient pas dans la formulation initiale et pourquoi. Il peut par exemple interroger les groupes récepteurs du message concerné en premier lieu en leur demandant ce qu'ils ont réalisé comme construction en suivant le message et en quoi cela ne correspondait pas à la figure modèle.

Il peut aussi projeter une amorce et réaliser des constructions à partir de celle-ci en produisant une figure contre-exemple respectant le message mais ne correspondant pas à la figure modèle. Il peut ainsi jouer le rôle d'opposant au message. Il peut également faire jouer, au tableau, ce rôle d'opposant à un autre élève.

Exemples de messages produits par des élèves :

Difficultés à caractériser la droite perpendiculaire cherchée :	
Messsages	Production des élèves récepteurs
	
Ici il manque le point par lequel passe chacune des droites. Les élèves récepteurs ont tracé plusieurs droites perpendiculaires à (AB) pour montrer qu'il manque une condition dans le message initial. Cette méthode utilisée par les élèves récepteurs résulte de pratiques d'enseignement mises en œuvre par le professeur lors de la séquence sur le thème « alignement » et le début de celle sur les perpendiculaires, dans les moments de mise en commun. En effet, ces phases de mise en commun sont souvent l'occasion pour le professeur ou un élève de jouer le rôle « d'opposant » à certains programmes de construction, en produisant des figures contre-exemple.	

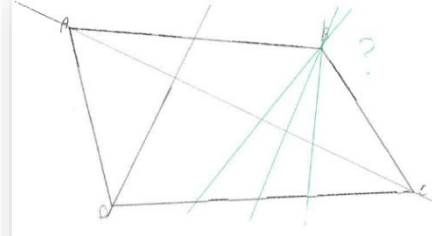
Trace la droite (AC) Trace la droite perpendiculaire de AC partant par D Trace une droite perpendiculaire passant par B	
Cette production fait référence à un point par lequel passe la droite cherchée mais il manque une référence cette fois à la droite à laquelle elle est perpendiculaire.	

Difficultés à caractériser un point :	
Trace la droite (AC) puis trace une droite perpendiculaire à (AC) passant par B. Placer le point D à la fin de la droite B puis tracer la droite (DC) On ne peut pas tracer ou exactement la droite D	
Dans l'exemple ci-dessus, la droite perpendiculaire est bien caractérisée par un point et la droite à laquelle elle est perpendiculaire. 1) Un discours peut être porté sur l'usage du déterminant « une » ou « la » en mathématiques puisqu'ici il existe une unique droite répondant aux contraintes du message. 2) « D à la fin de la droite B » : les élèves confondent le tracé de la droite et l'objet « droite ». 3) Les élèves récepteurs ont bien commencé la construction mais ne peuvent pas l'achever du fait de la mauvaise caractérisation du point D. Ils en font donc la remarque au groupe émetteur en leur renvoyant un message.	

Difficultés à formuler les relations entre les trois objets liés dans une relation de perpendicularité ;

Difficultés à passer de la vision « angle droit » à la vision « droites perpendiculaires » :

Trace la droite (AC)
Trace la droite $D \perp \tilde{A}(AC)$.
Trace la droite D passant par (BC)
Il y a un angle droit dans (CD) qui passe par B



Les élèves décomposent la consigne en deux formulations dont l'une réfère à un objet à deux dimensions (l'angle droit) alors que l'autre réfère à des objets à 0 ou 1 dimension (point et droite).

L'expression « perpendiculaire à » n'est pas écrite.

Par ailleurs, on note des difficultés à concevoir la nécessité de communiquer deux points pour désigner une droite.

Difficultés à abandonner le langage technique :

- Trace la droite (AD).
- Prends ton équerre.
- Avec l'équerre trace une droite perpendiculaire à (AD) passant par B. Le point tracé se nomme E.
- Trace une droite perpendiculaire à (BD)

Les élèves font référence aux instruments.

À l'issue de cette phase, nous proposons d'utiliser une situation de validation permettant d'asseoir ce travail au sujet de la relation de perpendicularité.

Situation 3 : Situation de validation

Durée

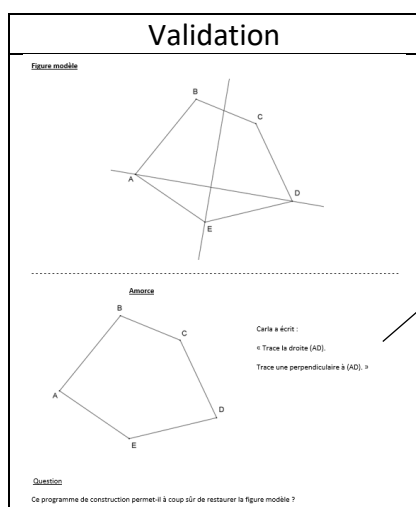
20 min.

Matériel

- Une règle non graduée.
- Un gabarit d'angle droit (construit durant la situation 0) ou une équerre.
- Un document élève « Validation perpendiculaire » par élève.

Documents à imprimer : [Annexe Droites perpendiculaires Validation](#)

Cette annexe comporte la fiche suivante :



Carla a écrit :
« Trace la droite (AD).
Trace une perpendiculaire à (AD). »

Objectifs

- Savoir produire une figure contre-exemple pour invalider un programme de construction.
- Savoir caractériser une droite perpendiculaire à une autre.

Variables didactiques

Une figure modèle est donnée ainsi qu'une amorce. Pour reproduire la figure modèle à partir de l'amorce, il faut tracer deux droites. L'une d'elles passe par deux sommets de la figure, l'autre est perpendiculaire à la première et passe par un autre sommet de l'amorce. Ce sommet n'appartient pas à la première droite à laquelle on veut tracer la perpendiculaire.

Dans le message proposé, une condition manque pour reproduire la figure modèle. La relation de perpendicularité entre deux droites est formulée mais aucun point par lequel passe la droite perpendiculaire n'est donné.

Descriptif

Il s'agit de s'assurer que chaque élève est capable de remettre en cause un énoncé mathématique portant sur la caractérisation d'une droite perpendiculaire à une autre. Pour remettre en cause cet énoncé, il est possible de produire une figure respectant le programme de construction mais dont les propriétés ne correspondent pas à la figure modèle. Il est aussi possible d'énoncer une propriété mathématique du type : il existe une infinité de droites perpendiculaires à une autre.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur distribue un énoncé à chaque élève et indique que les élèves sont autorisés à utiliser s'ils le souhaitent une règle non graduée et un gabarit d'angle droit ou une équerre. Il laisse 5 minutes de recherche aux élèves et passe dans les rangs pour observer leur stratégie. Lorsque tous les élèves ont terminé, l'enseignant interroge certains élèves. Il les choisit en fonction des procédures qu'il a observées dans la classe. Il peut commencer par exemple par un élève qui a reproduit la figure modèle et qui affirme que le message de Carla permet de la reproduire à coup sûr. Il peut alors demander à la classe de donner un avis et choisir un élève qui a produit une figure contre-exemple, puis un autre qui en a produit plusieurs. Enfin, il peut faire énoncer le fait qu'il existe une infinité de droites perpendiculaires à la droite (AC). Il demande alors à la classe de corriger le message de Carla afin qu'il permette à coup sûr de reproduire la figure modèle. Il peut laisser chaque élève répondre par écrit et corriger collectivement.	Les élèves peuvent tracer la droite (AD) puis n'importe quelle droite perpendiculaire à (AD) ne passant pas par le point C. Ils peuvent tracer plusieurs de ces droites pour convaincre qu'il n'y a pas unicité de cette droite. Ils peuvent produire un texte visant à expliquer la non unicité de cette droite. Certains élèves peuvent être convaincus que le message proposé par Carla permet à coup sûr de reproduire la figure modèle. En effet, il est parfois difficile pour les élèves de ne tenir compte que des seules informations données dans le message écrit. Ils ont alors du mal à se détacher de la figure modèle et ajoutent implicitement des conditions à celles énoncées dans le message.

Commentaires pour la séquence

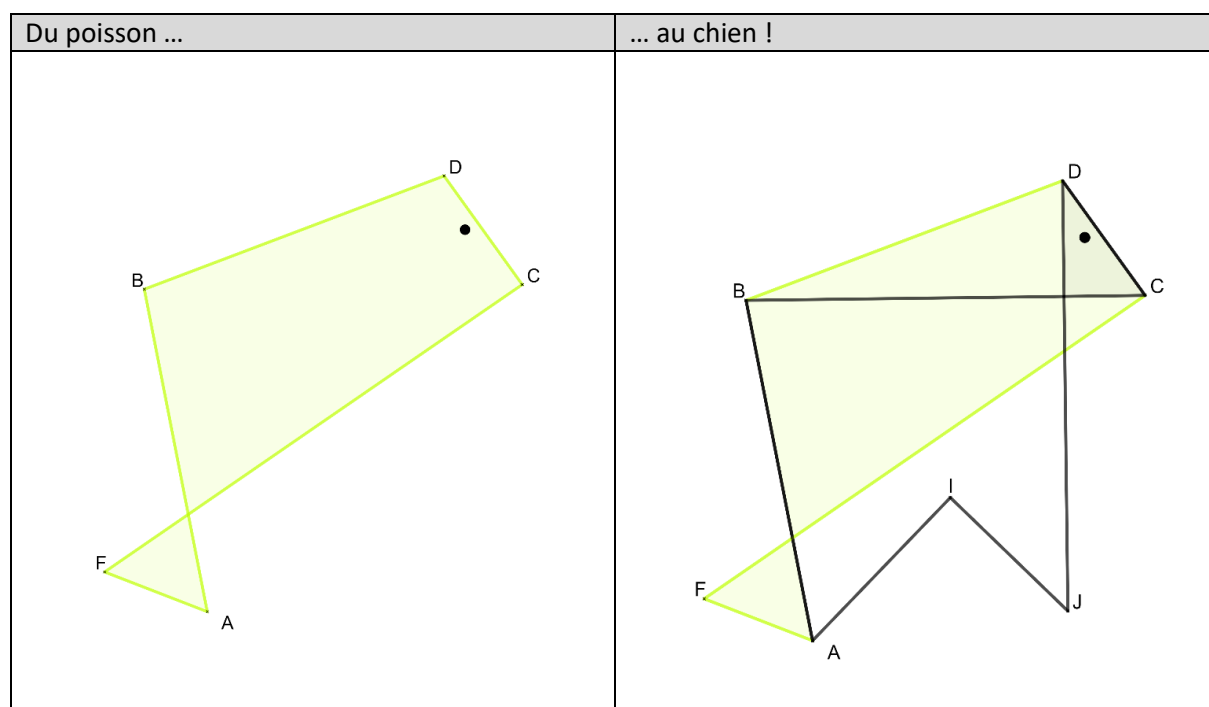
À l'issue de la situation 2, l'enseignant propose des exercices d'entraînement, d'application. Il peut choisir des exercices « classiquement » proposés dans les manuels scolaires et/ou utiliser ceux créés par notre équipe. Ces exercices présentés en annexe sont davantage en adéquation avec nos choix de situations d'apprentissage et peuvent aussi intégrer des énoncés d'évaluation pour les classes.

Leurs objectifs visent à développer des capacités des élèves à suivre un programme de construction, à analyser des figures composées et les relations entre les sous-unités figurales qui les composent, à ordonner les étapes d'un programme de construction, à rédiger un programme de construction.

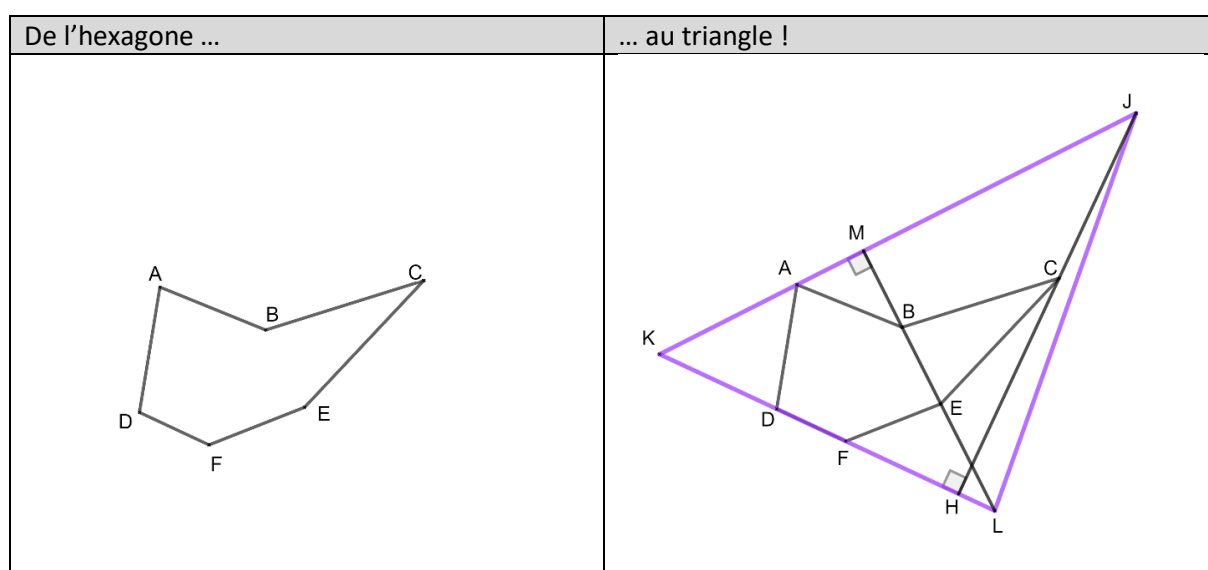
Documents à imprimer : [Exercices : les métamorphoses](#)

Cette annexe contient les énoncés permettant les restaurations et constructions suivantes :

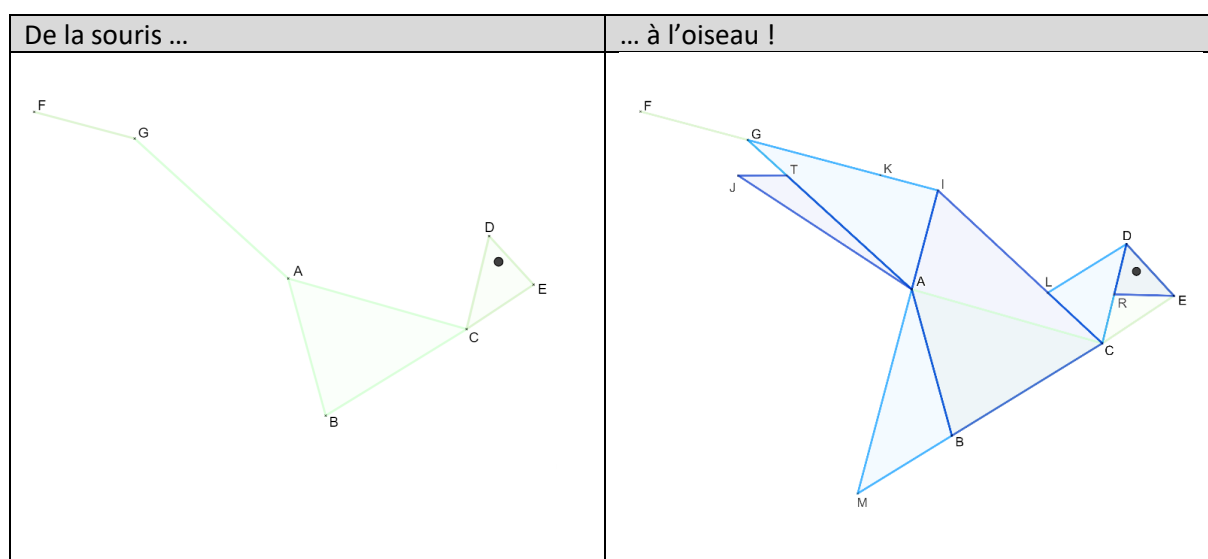
La métamorphose du poisson en chien



La métamorphose de l'hexagone en triangle



La métamorphose de la souris en oiseau

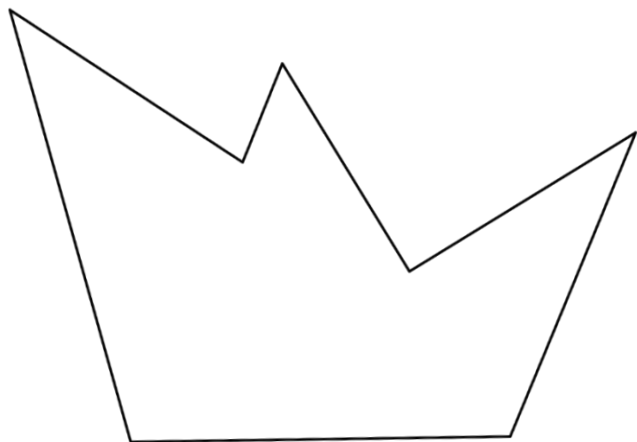


Nous proposons par ailleurs un exercice de type « automatismes » (voir la fiche [« Automatismes »](#) et le diaporama « Automatismes Perpendiculaires » disponible en ligne). Il s'agit de cinq situations de validation, proposées sous forme de QCM. Il faut repérer lesquelles des figures proposées parmi trois correspondent à un programme de construction donné. Pour chacun des énoncés, la passation est rapide, les élèves relèvent les lettres désignant les réponses qui leur semblent justes. La correction collective prend davantage de temps que la passation car elle nécessite de débattre des réponses proposées par les élèves, d'analyser les figures et formulations proposées, de reformuler.

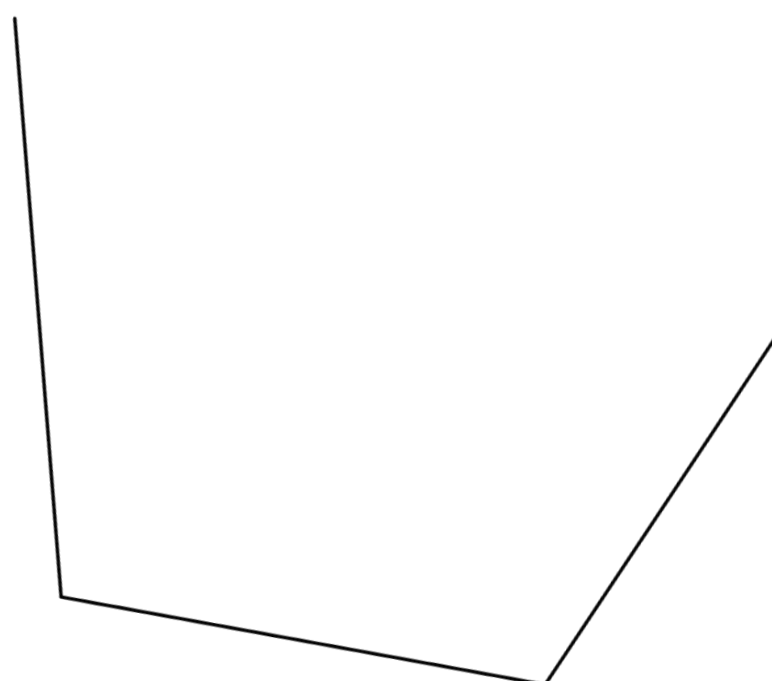
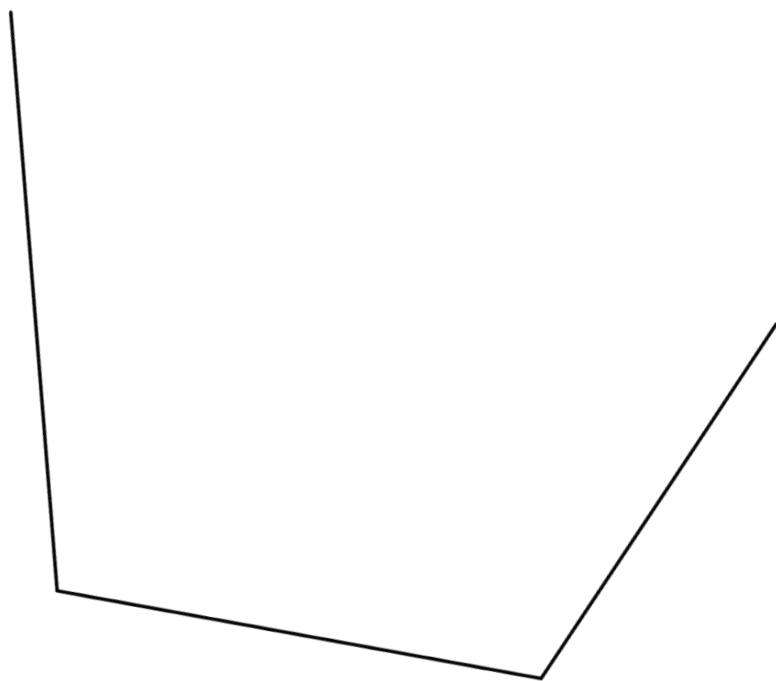
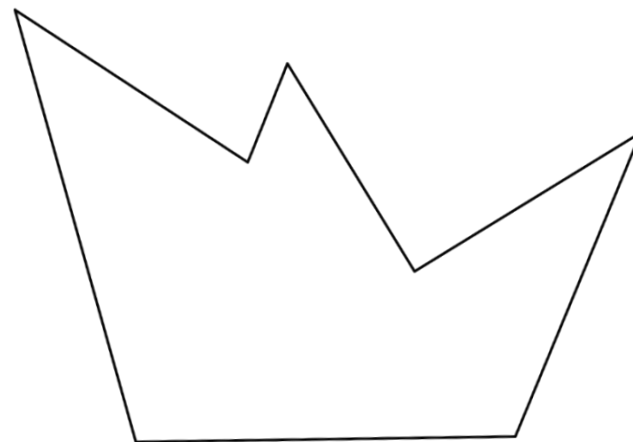
ANNEXE

Droites perpendiculaires Action

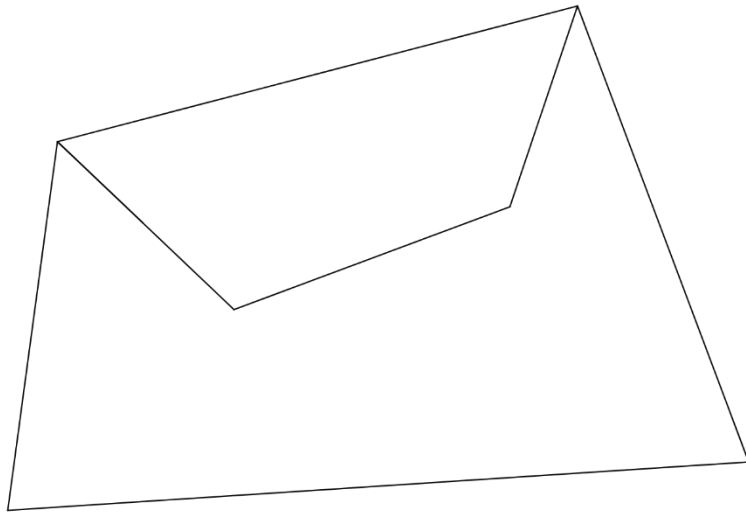
Restauration de figure : la couronne



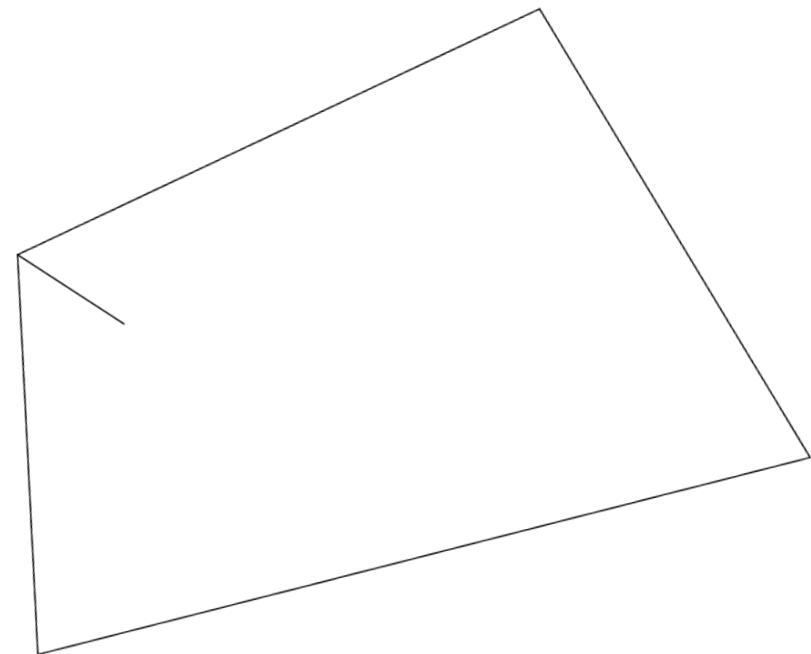
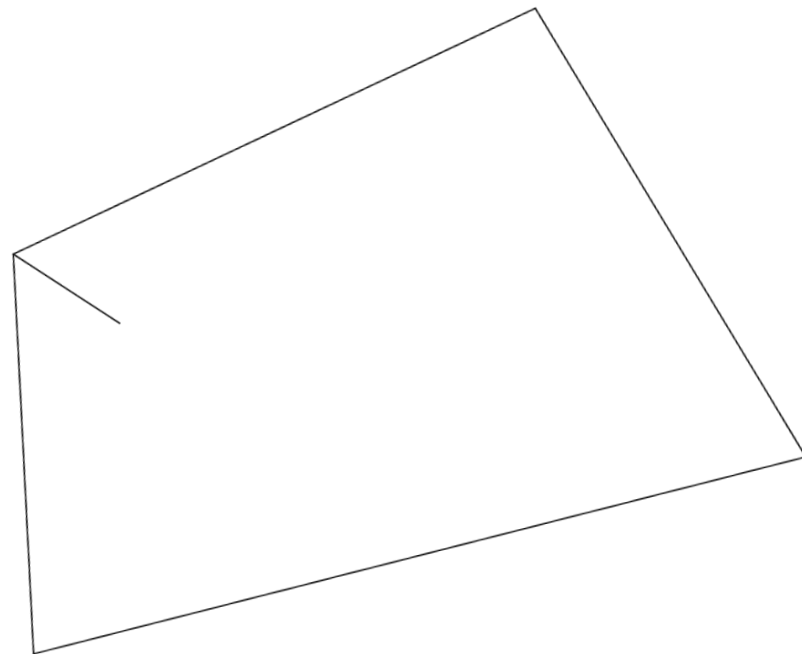
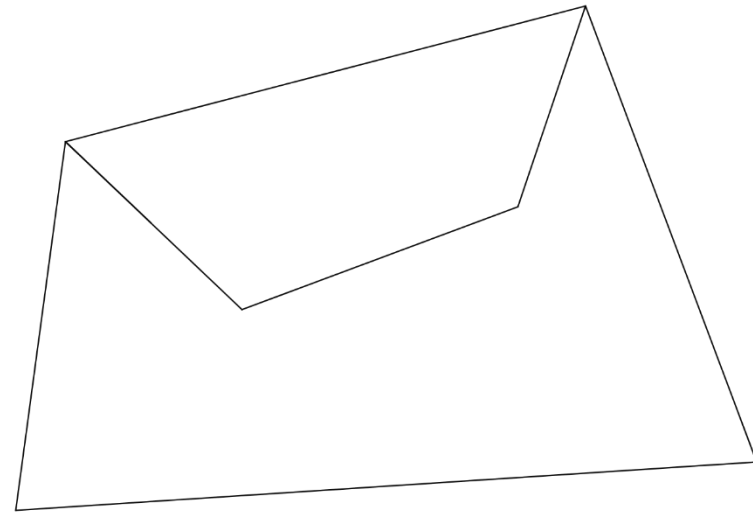
Restauration de figure : la couronne



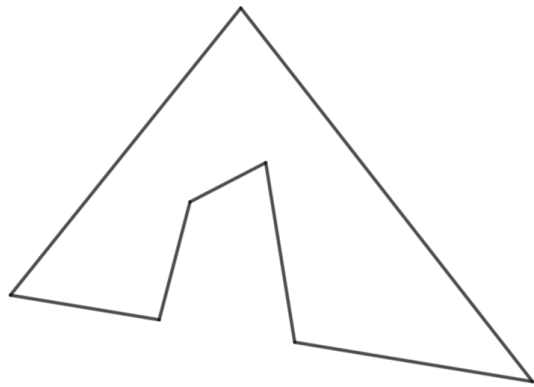
Restauration de figure : le sac à main



Restauration de figure : le sac à main



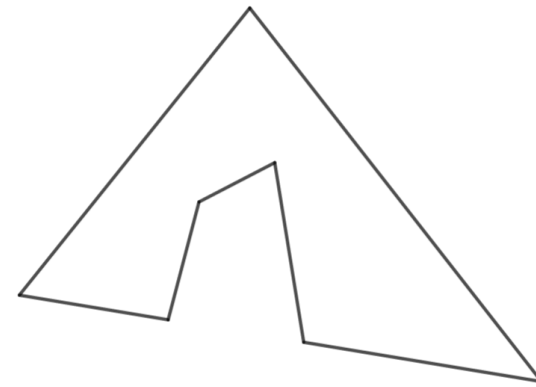
Restauration de figure : la tente



IREM de Clermont - Ferrand



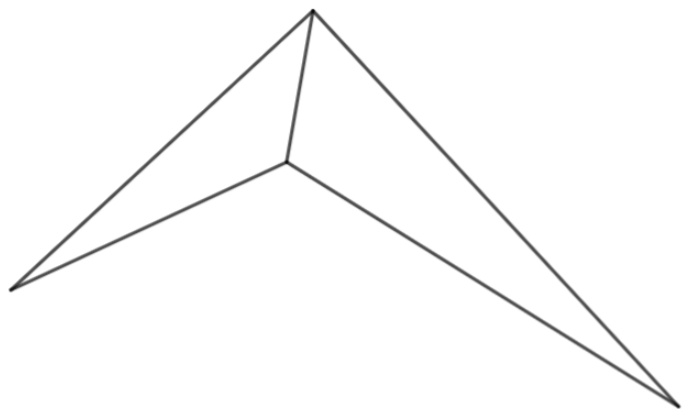
Restauration de figure : la tente



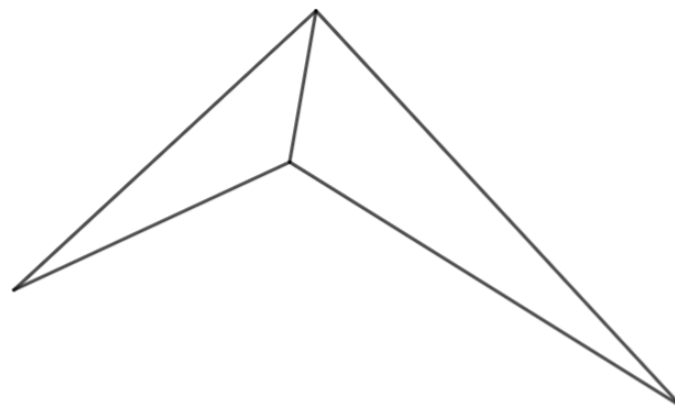
IREM de Clermont - Ferrand



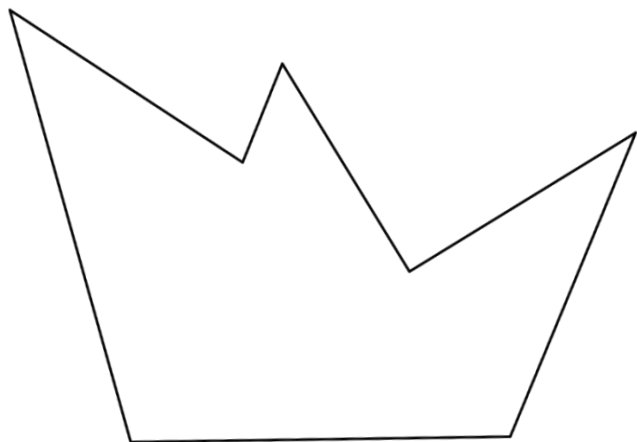
Restauration de figure : le boomerang



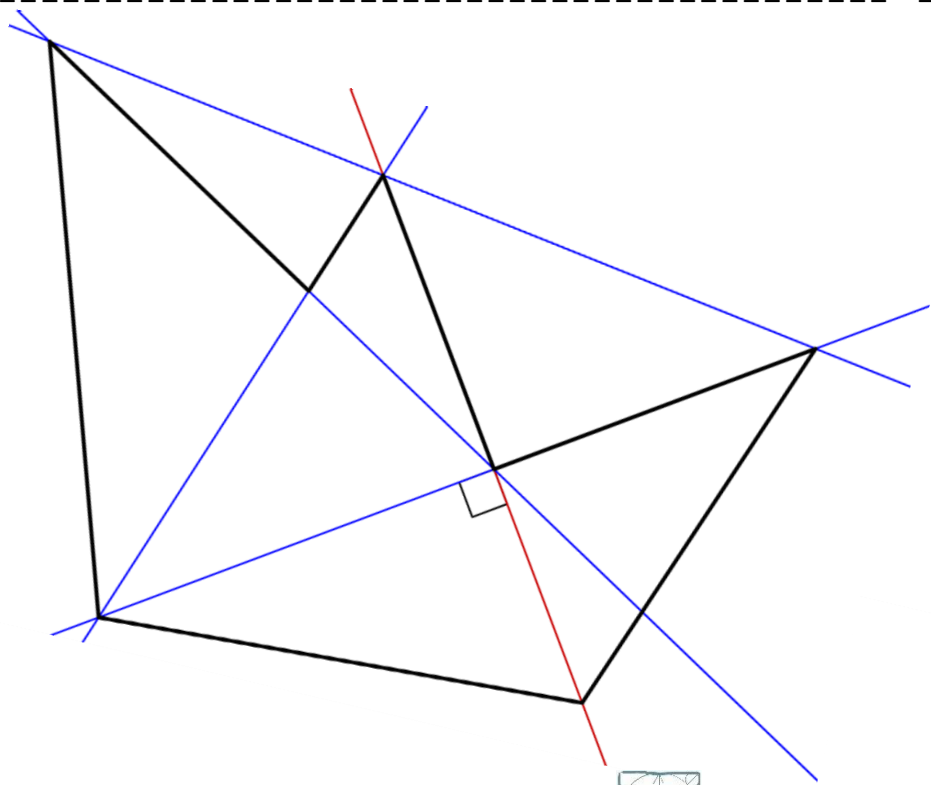
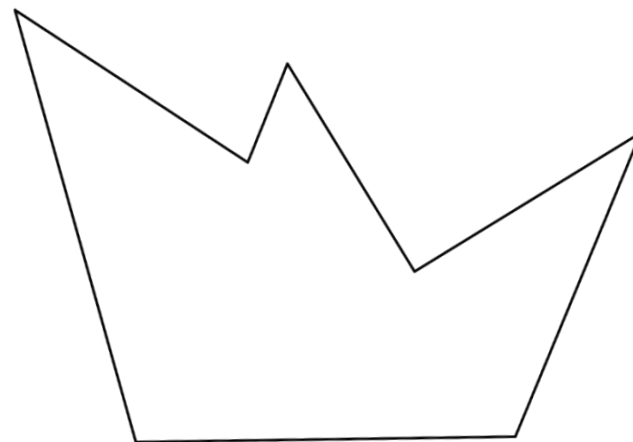
Restauration de figure : le boomerang



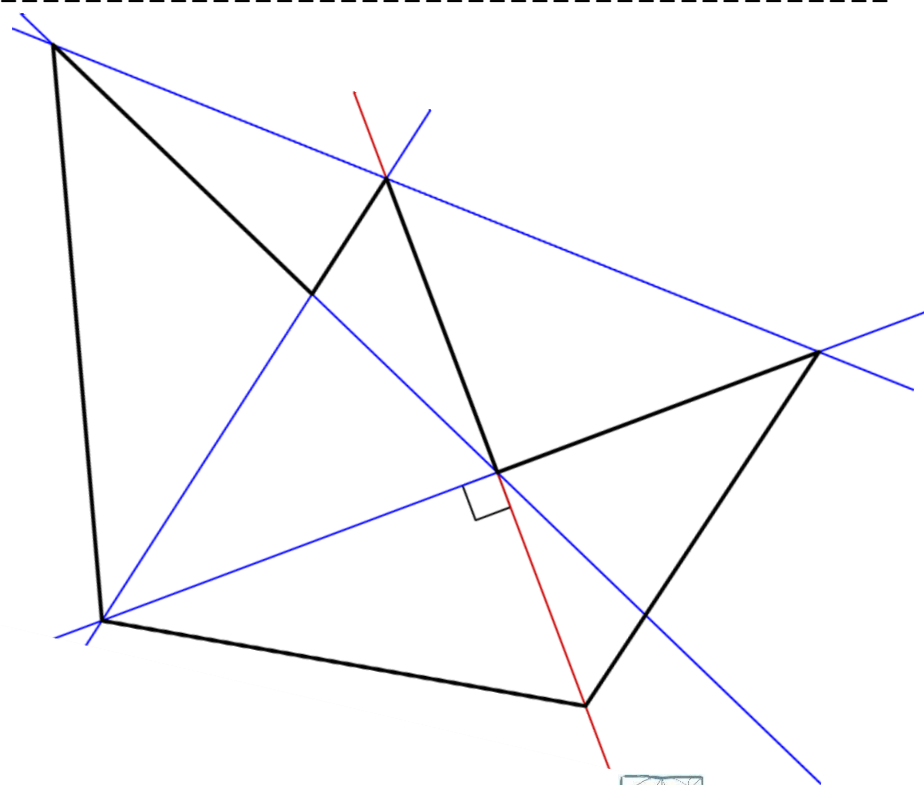
Corrigé : la couronne



Corrigé : la couronne



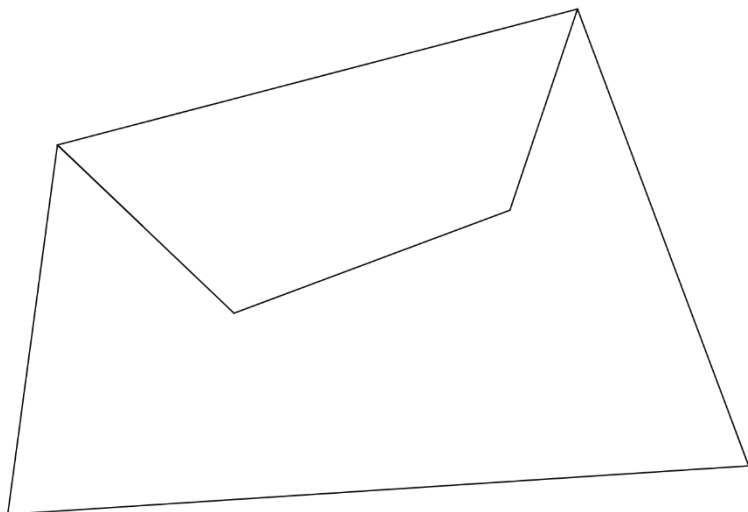
IREM de Clermont - Ferrand



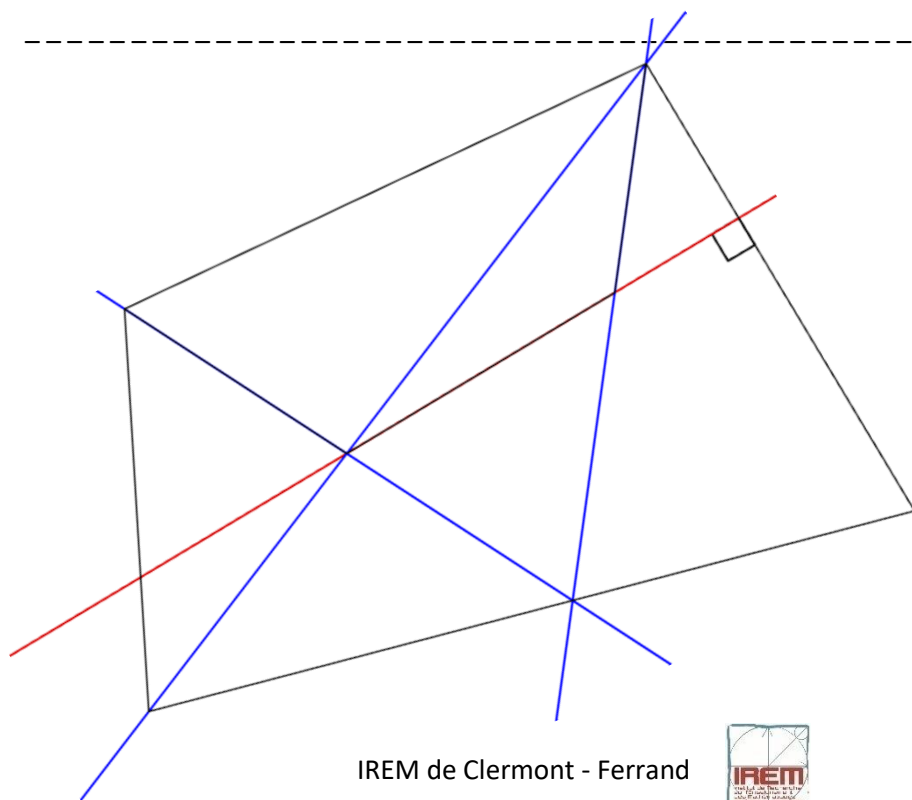
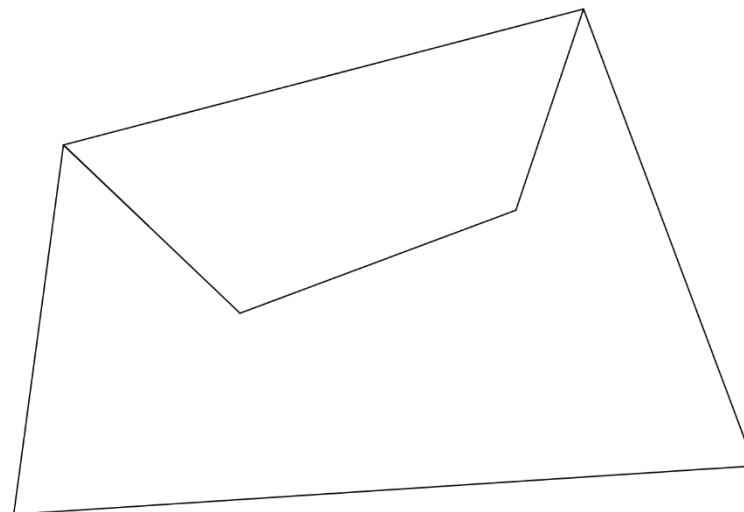
IREM de Clermont - Ferrand



Corrigé : le sac à main



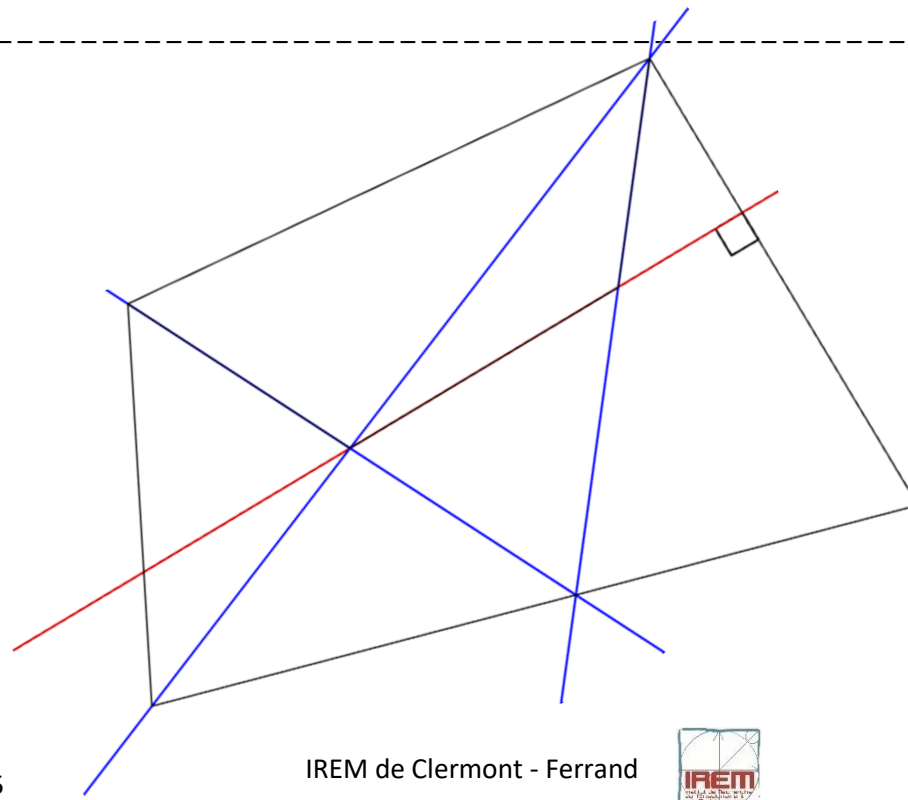
Corrigé : le sac à main



IREM de Clermont - Ferrand



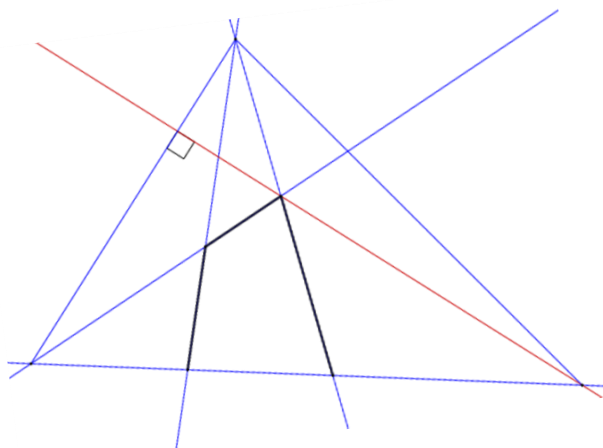
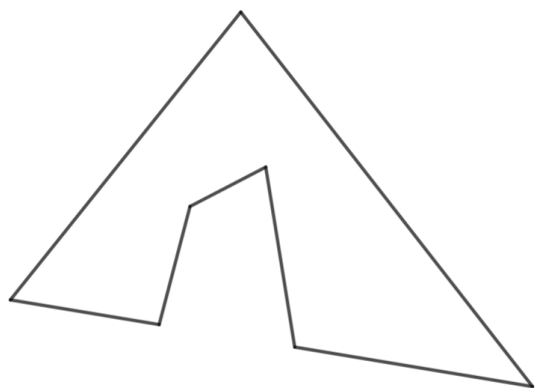
35



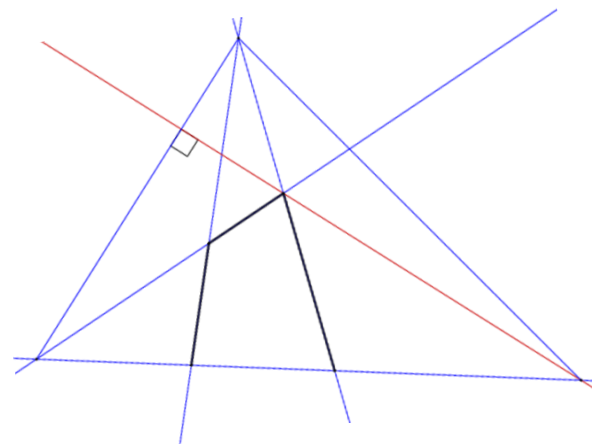
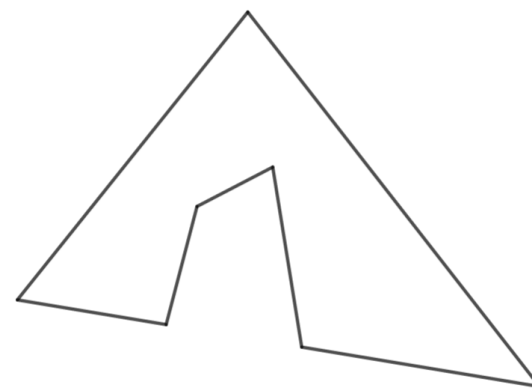
IREM de Clermont - Ferrand



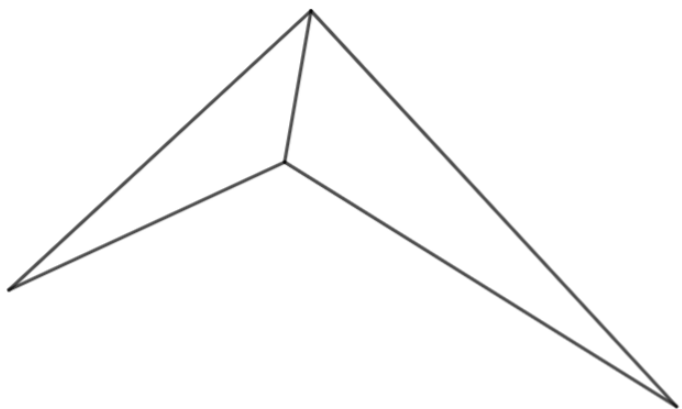
Corrigé : la tente



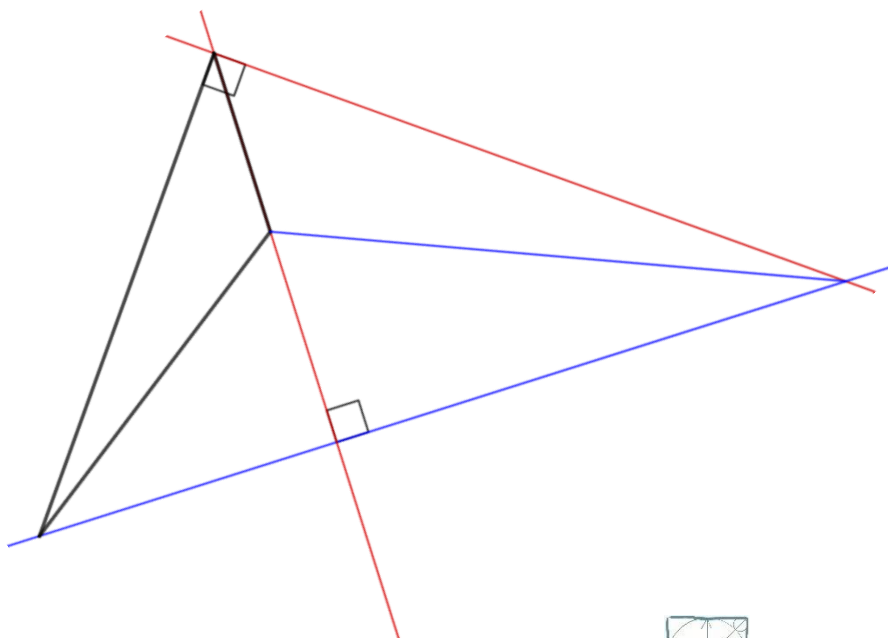
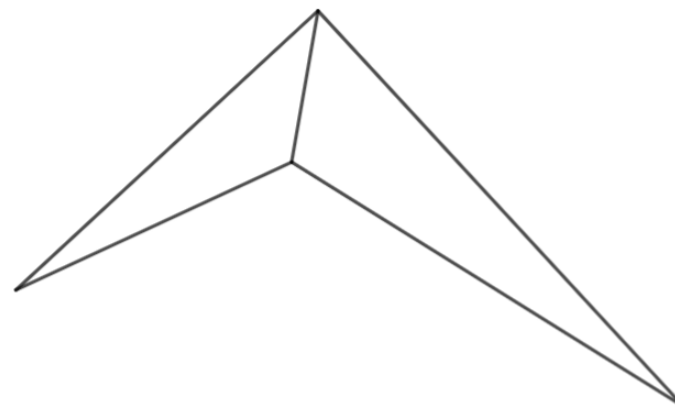
Corrigé : la tente



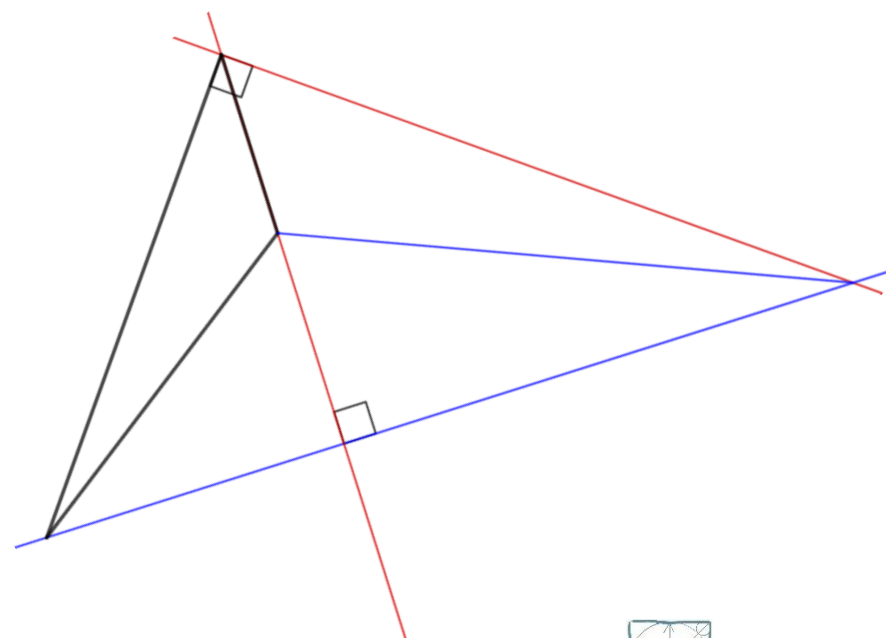
Corrigé : le boomerang



Corrigé : le boomerang



IREM de Clermont - Ferrand



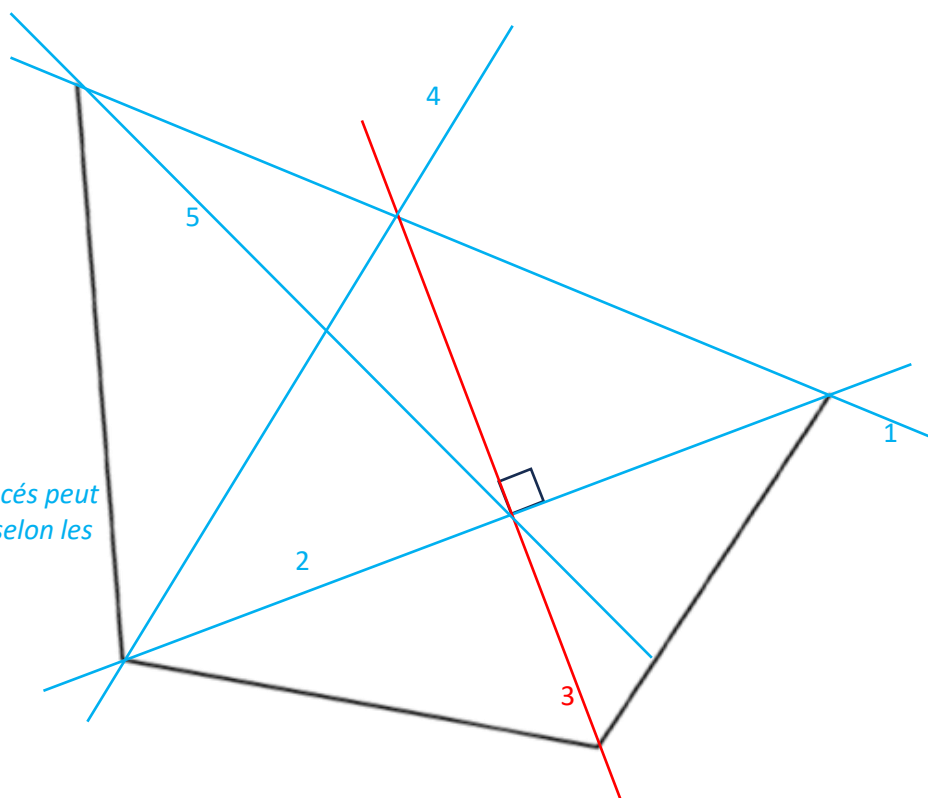
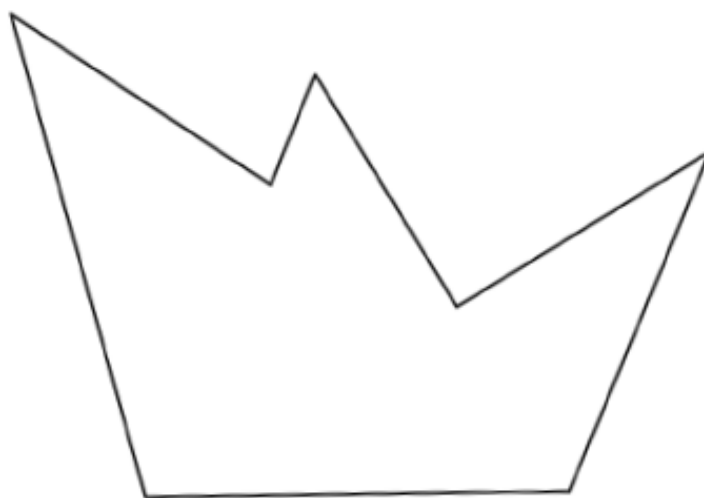
IREM de Clermont - Ferrand



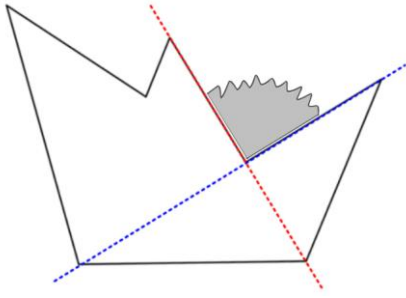
Restauration de figures planes

Droites perpendiculaires

Restauration de figure : la couronne

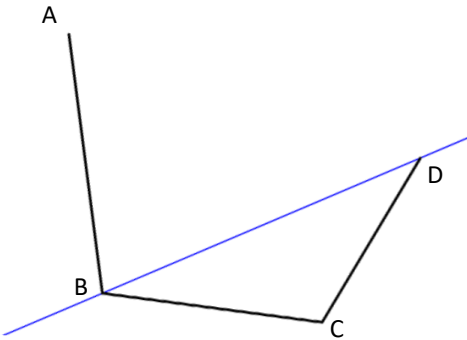


L'ordre des tracés peut être différent selon les élèves.

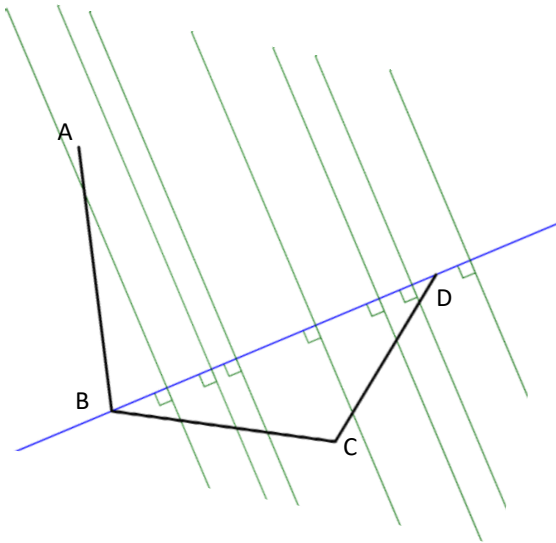


Sur la figure modèle, on vérifie que ces deux droites sont perpendiculaires.

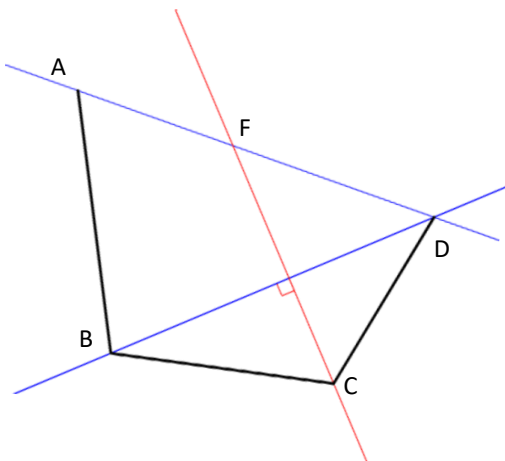
Définition : Deux droites **perpendiculaires** sont des droites sécantes qui forment un angle droit.



On veut tracer la droite rouge.



Il existe une infinité de droites perpendiculaires à la droite (BD).



Propriété :

Il existe une seule droite perpendiculaire à la droite (BD) qui passe par le point C : la droite rouge.

On écrit : $(BD) \perp (FC)$.

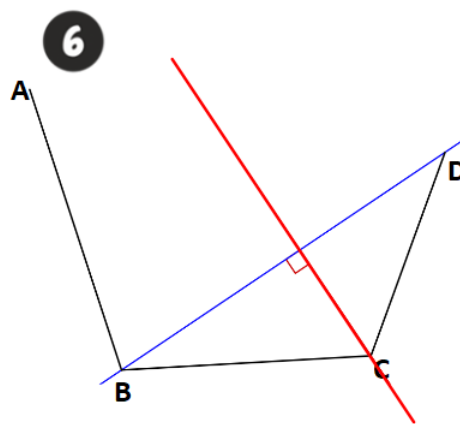
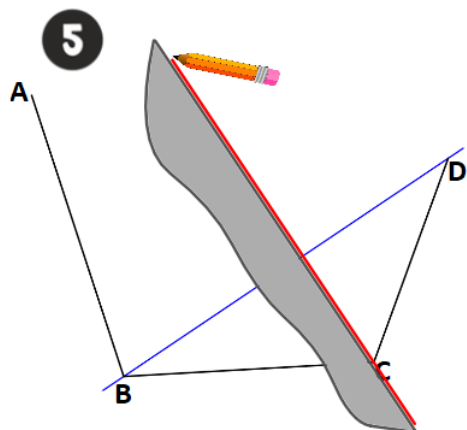
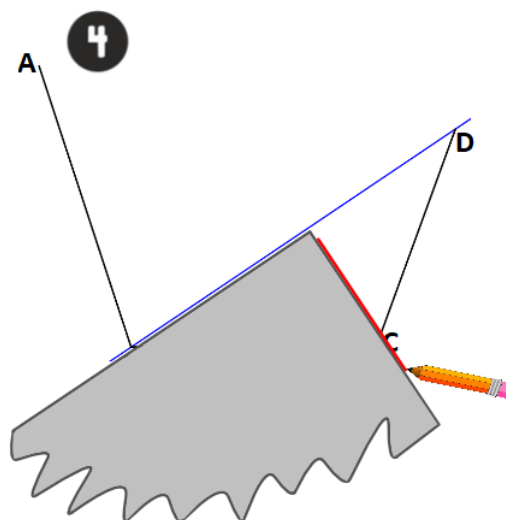
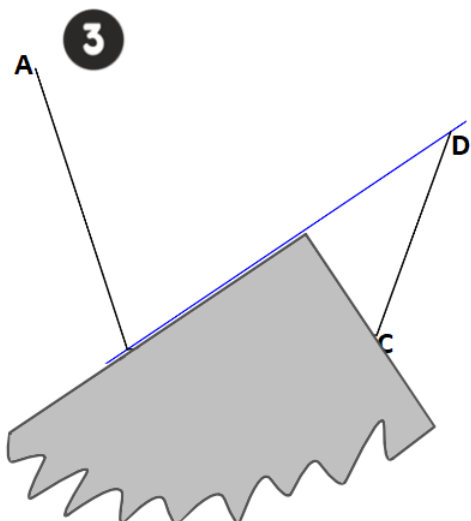
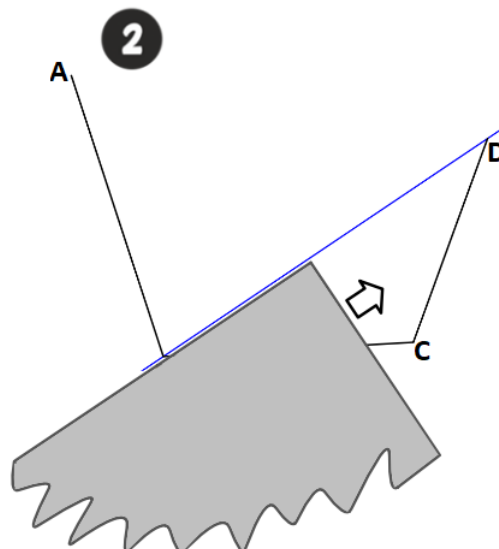
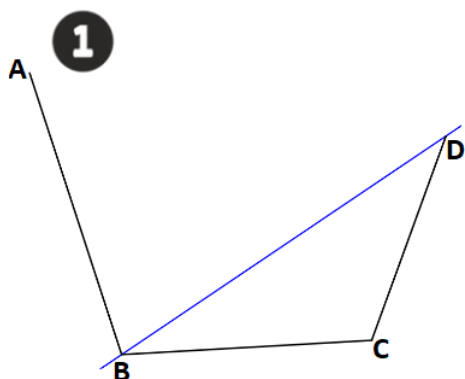
On lit :

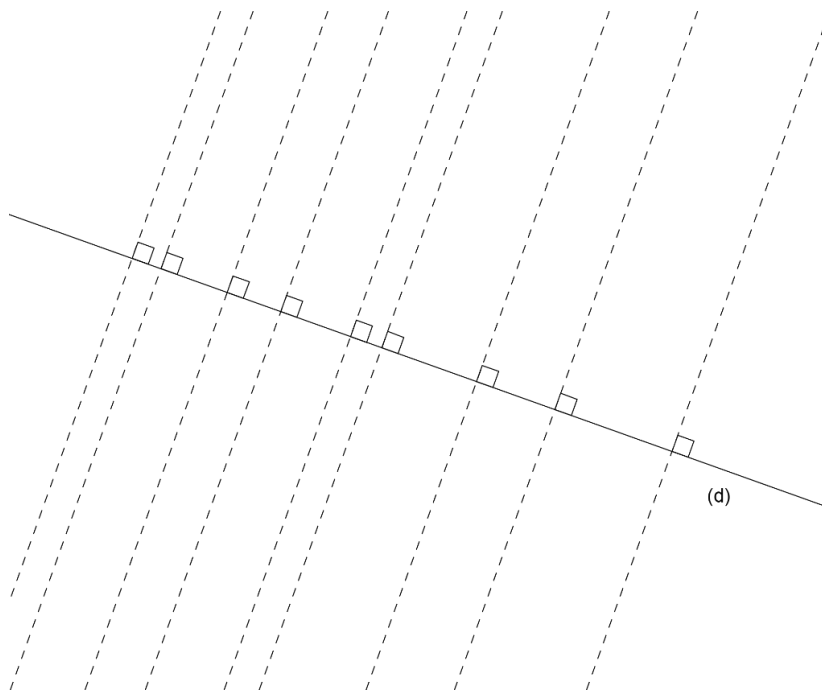
- La droite (BD) est perpendiculaire à la droite (FC).
- Les droites (BD) et (FC) sont perpendiculaires.

Ce que je trace :

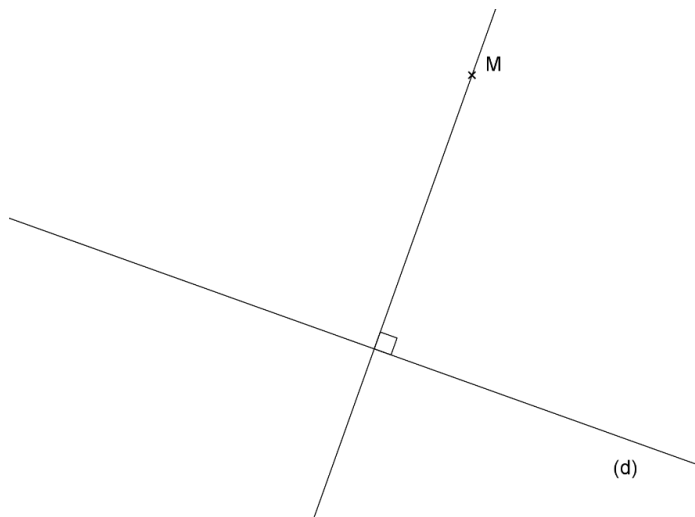
Je trace la droite perpendiculaire à la droite (BD) qui passe par le point C.

Comment je trace :

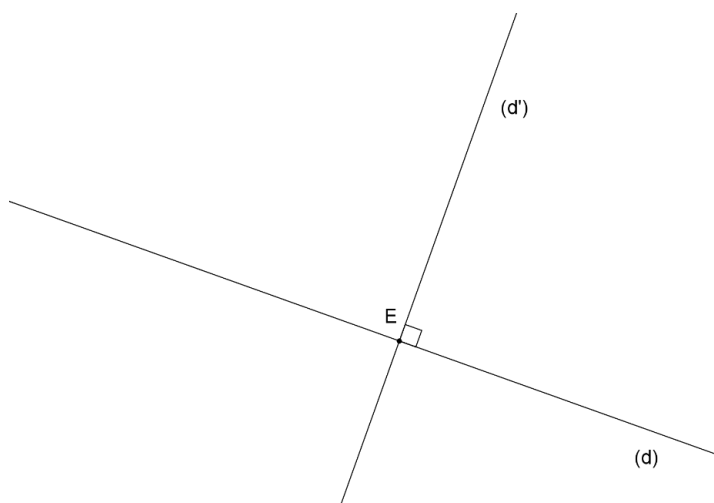




Étant donnée une droite (d),
il existe une infinité de droites
perpendiculaires à cette droite.



Étant donnée une droite (d) et un point
M, il existe une seule droite
perpendiculaire à la droite (d) qui
passe par le point M.



On dit que :

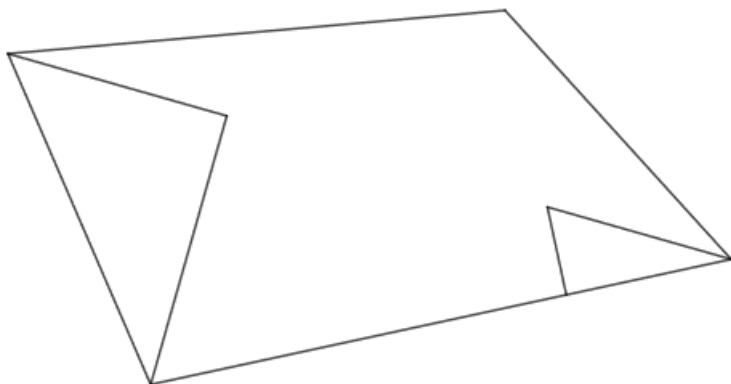
- Les droites (d) et (d') sont
perpendiculaires en E.
- La droite (d') est la perpendiculaire à
la droite (d) qui passe par E.

On note : $(d) \perp (d')$.

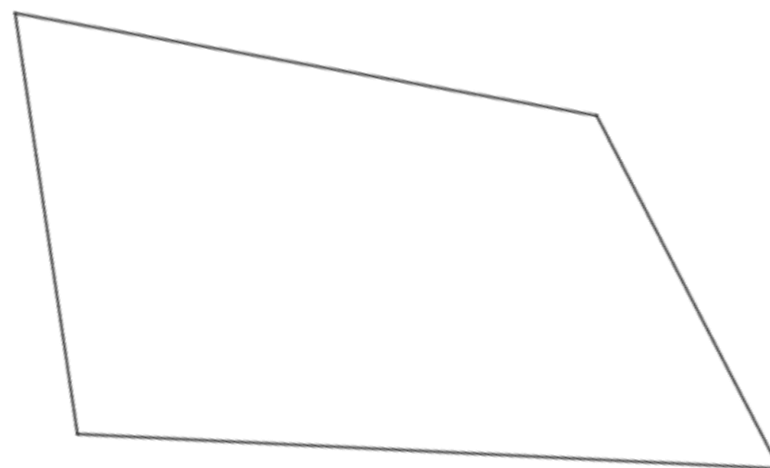
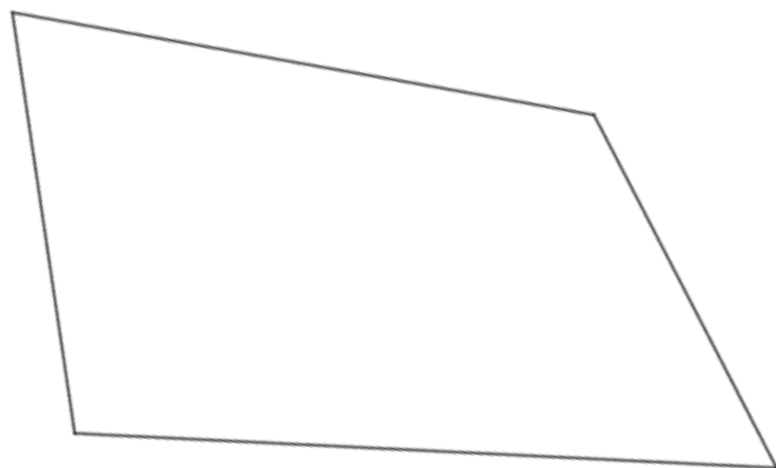
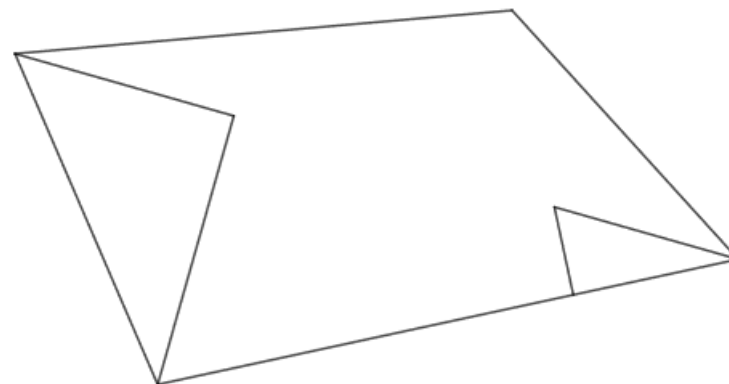
ANNEXE

Droites perpendiculaires Formulation

Restauration figure A



Restauration figure A



Émetteurs:.....

Rédaction du message – Figure A

.....

.....

.....

.....

.....

.....

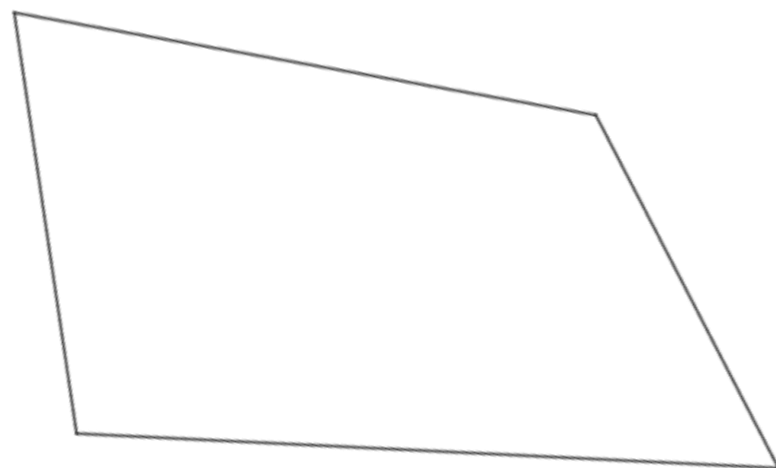
.....

.....

.....

.....

.....



Émetteurs:.....

Rédaction du message – Figure A

.....

.....

.....

.....

.....

.....

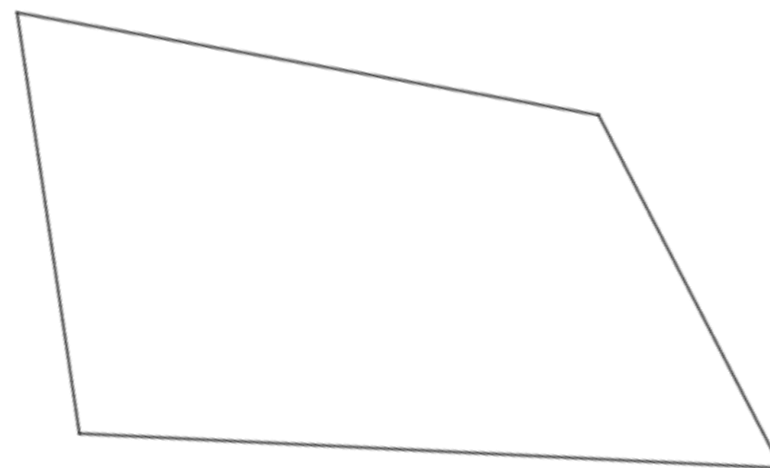
.....

.....

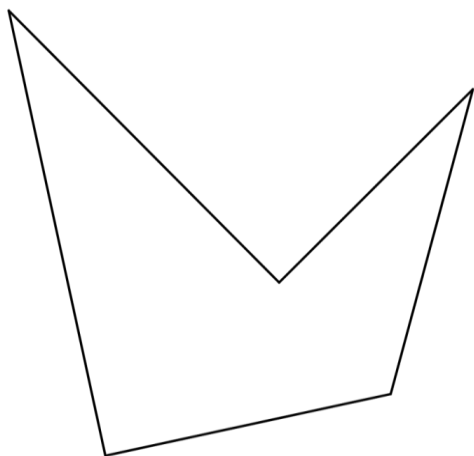
.....

.....

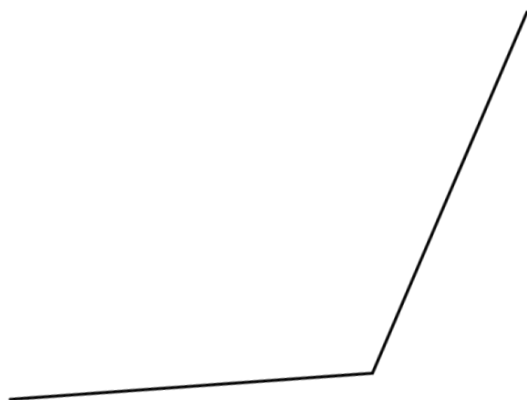
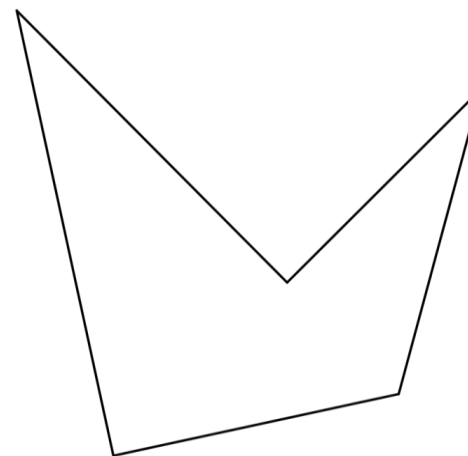
.....



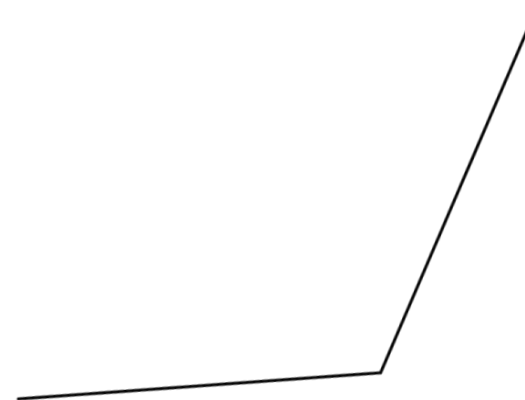
Restauration figure B



Restauration figure B



IREM de Clermont - Ferrand



IREM de Clermont - Ferrand



Émetteurs:.....

Rédaction du message – Figure B

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Émetteurs:.....

Rédaction du message – Figure B

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

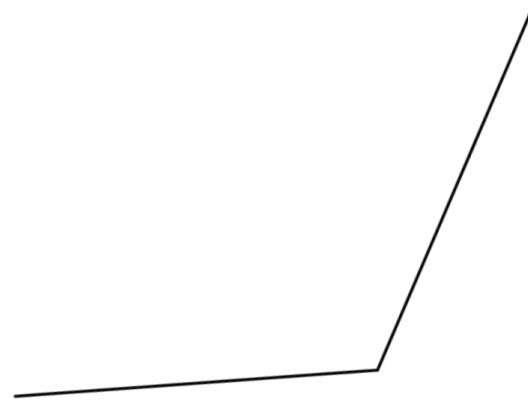
.....

.....

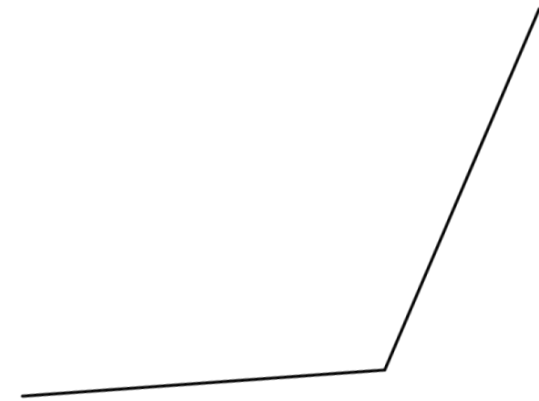
.....

.....

.....



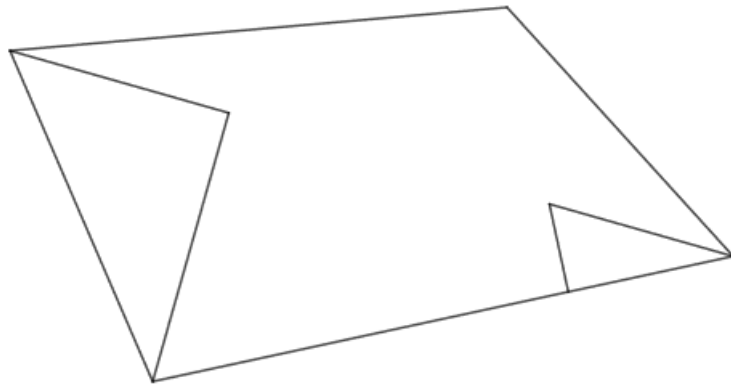
IREM de Clermont - Ferrand



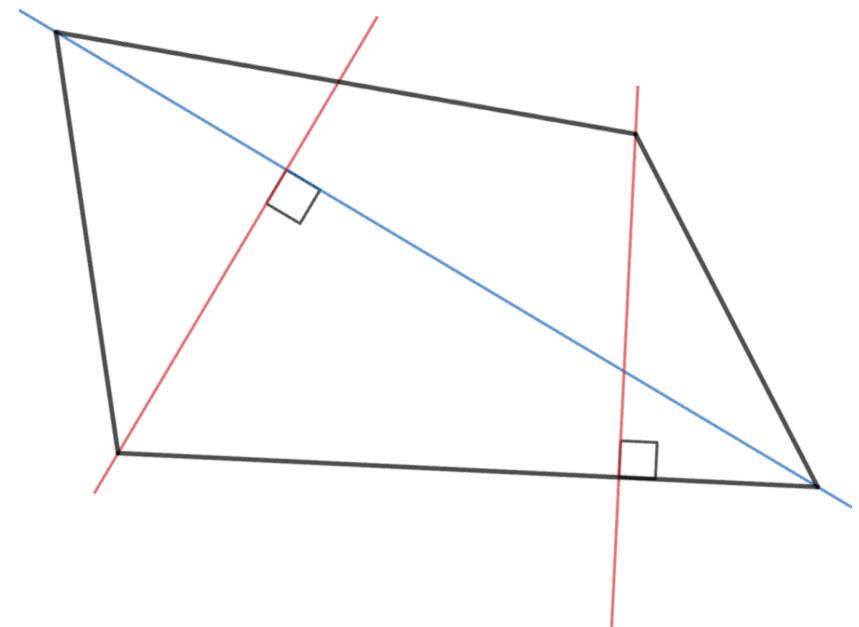
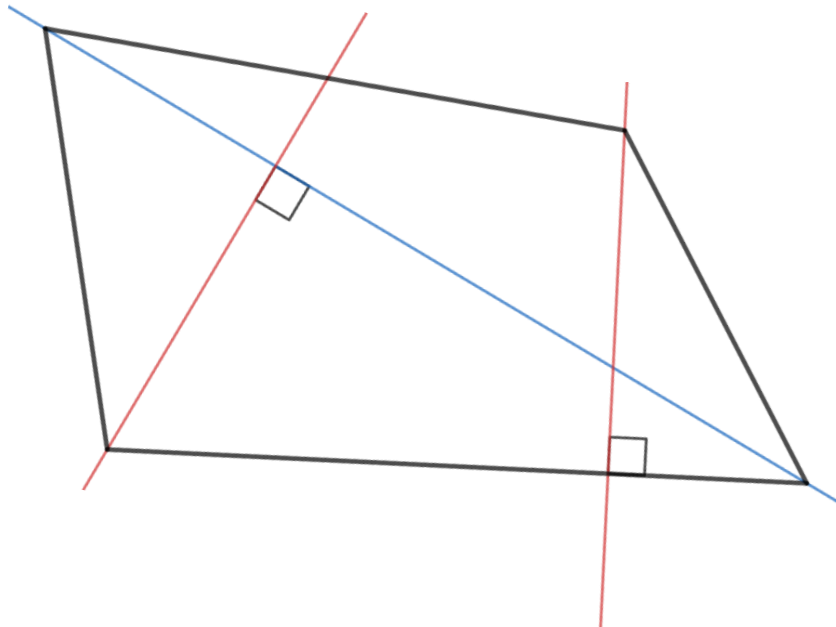
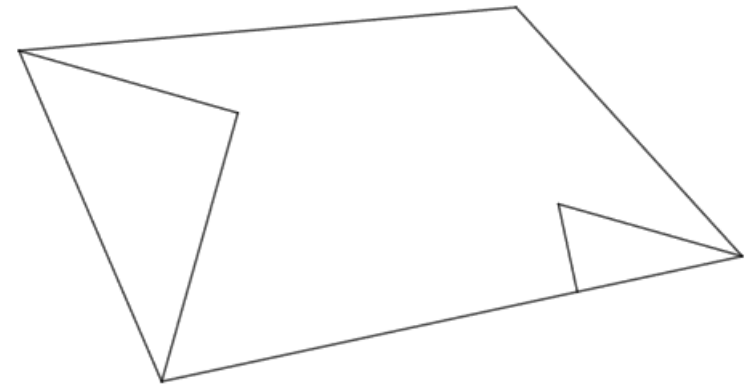
IREM de Clermont - Ferrand



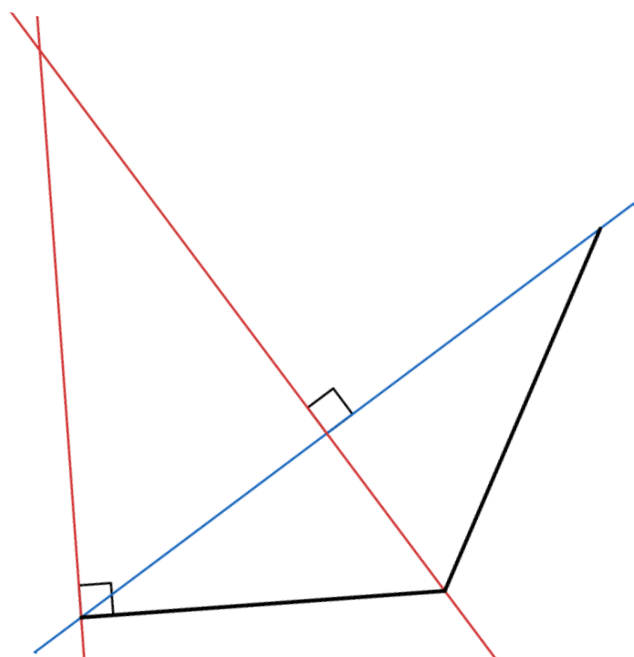
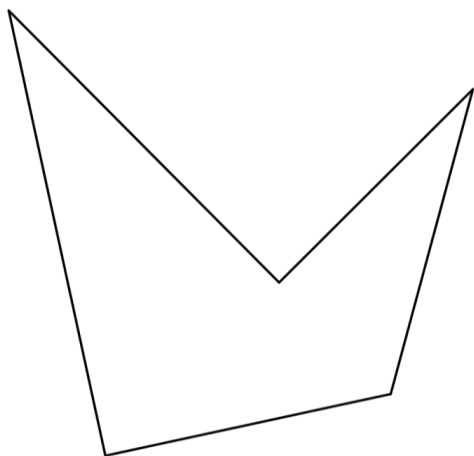
Corrigé - Restauration figure A



Corrigé - Restauration figure A



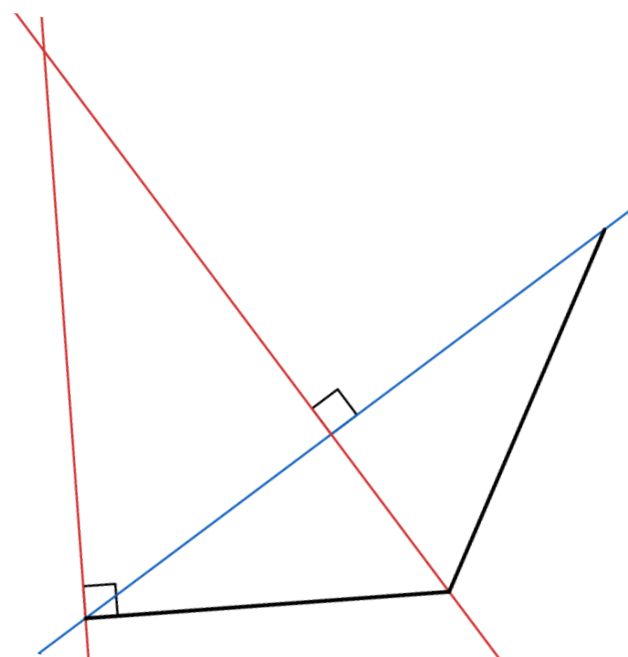
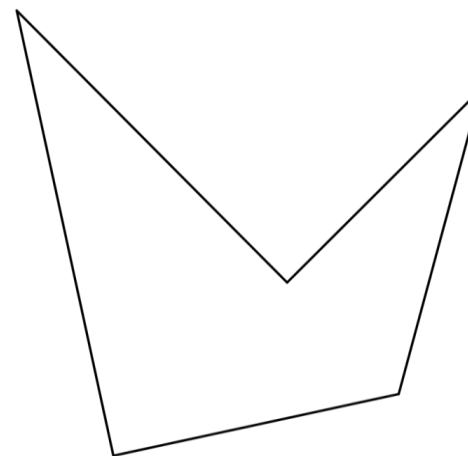
Corrigé - Restauration figure B



IREM de Clermont - Ferrand



Corrigé - Restauration figure B



IREM de Clermont - Ferrand

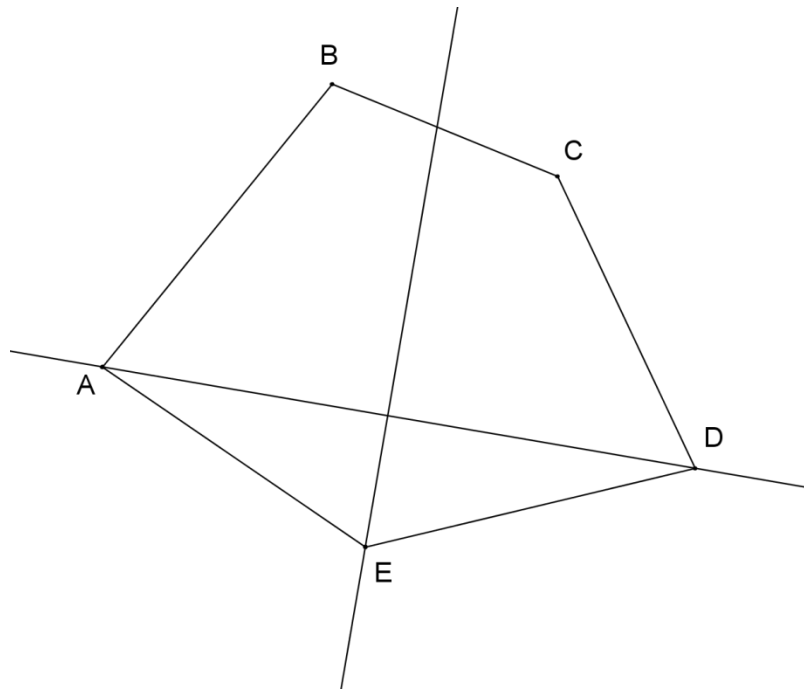


ANNEXE

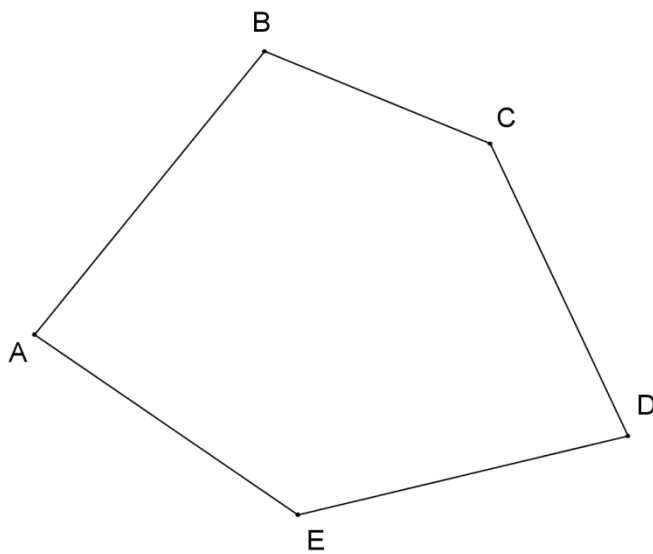
Droites perpendiculaires Validation

Figure modèle

Situation de validation



Amorce



Carla a écrit :

« Trace la droite (AD).

Trace une perpendiculaire à (AD). »

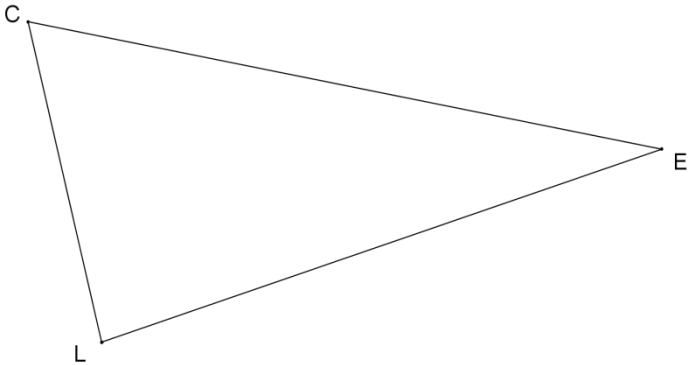
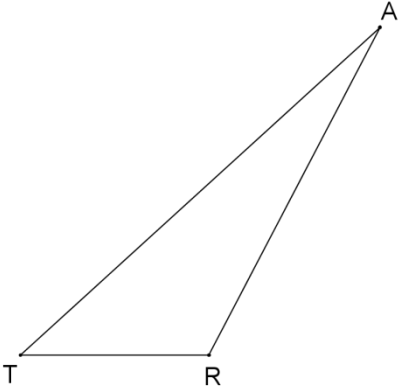
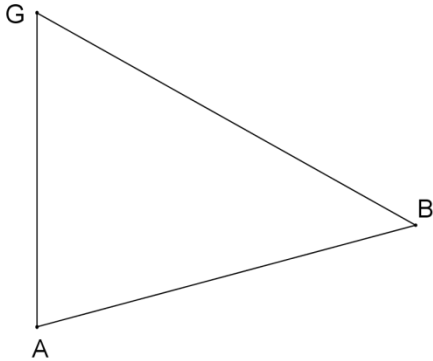
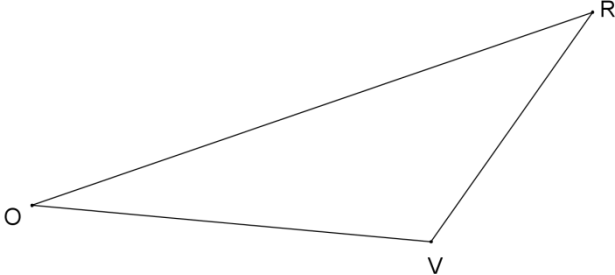
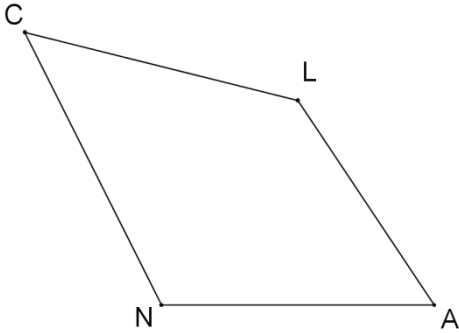
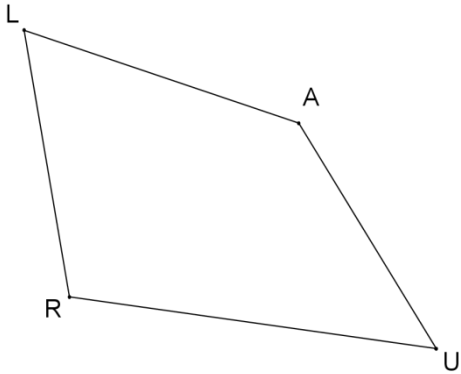
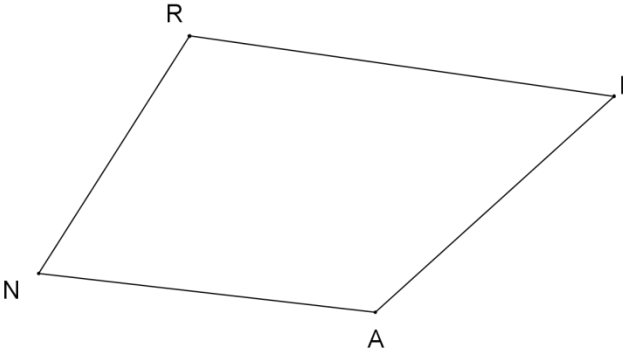
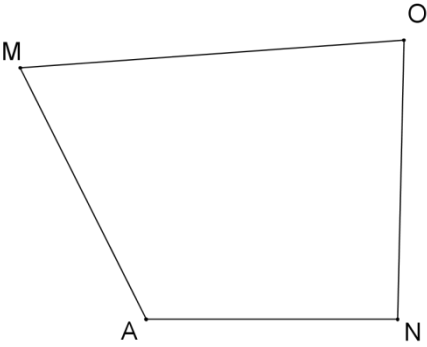
Question

Ce programme de construction permet-il à coup sûr de restaurer la figure modèle ?

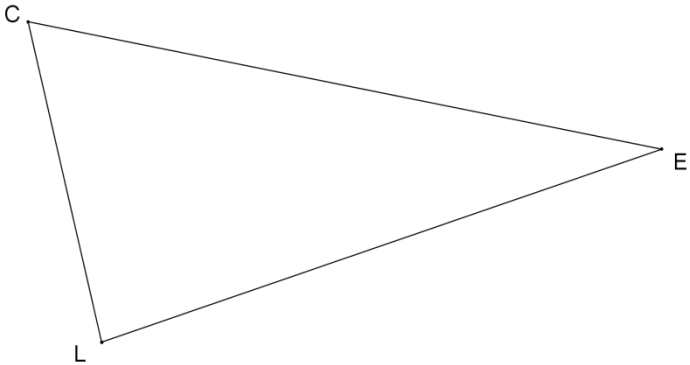
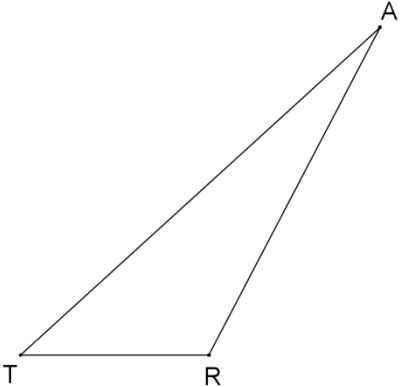
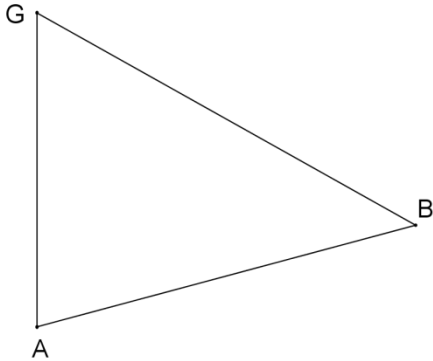
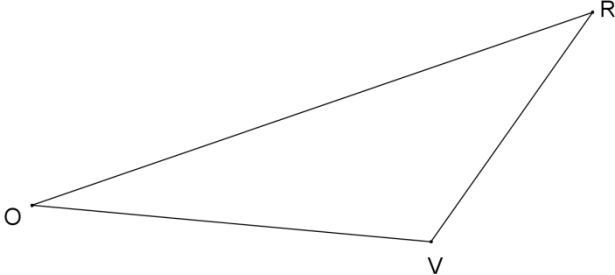
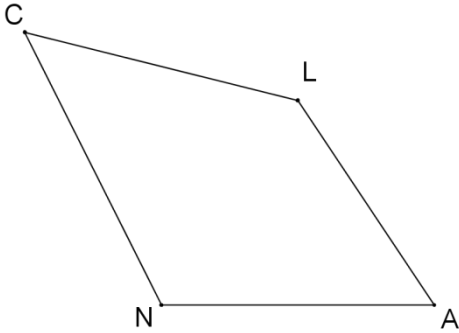
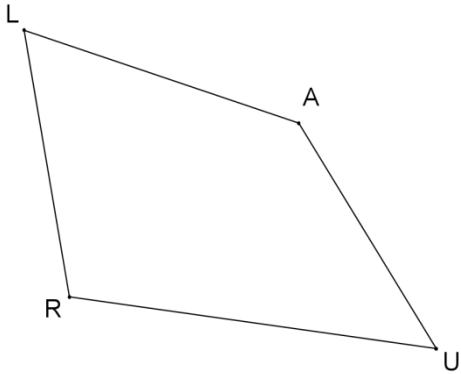
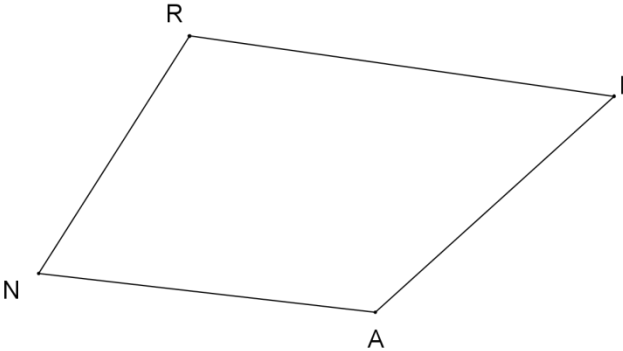
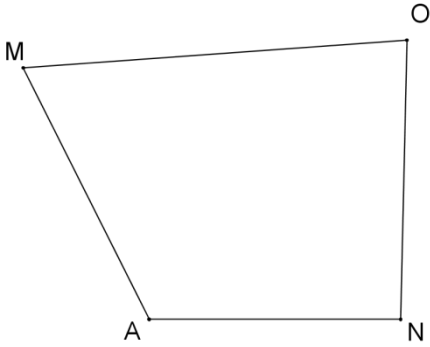
ANNEXE

Droites perpendiculaires Exercices

Exercice 1 : Tracer à main levée

• La droite perpendiculaire à (CE) passant par L. 	• La droite perpendiculaire à (RT) passant par A. 
• La droite perpendiculaire à (GA) passant par B. 	• La droite perpendiculaire à (RV) passant par O. 
• La droite perpendiculaire à (AN) passant par N. 	• La droite passant par A et perpendiculaire à (LR). 
• La droite perpendiculaire à (IR) passant par N. 	• La droite perpendiculaire à (MN) passant par O. 

Exercice 2 : Tracer avec l'équerre et la règle non graduée

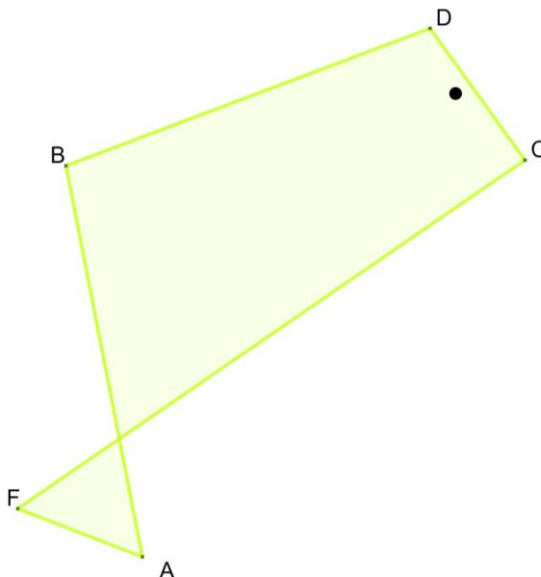
• La droite perpendiculaire à (CE) passant par L. 	• La droite perpendiculaire à (RT) passant par A. 
• La droite perpendiculaire à (GA) passant par B. 	• La droite perpendiculaire à (RV) passant par O. 
• La droite perpendiculaire à (AN) passant par N. 	• La droite passant par A et perpendiculaire à (LR). 
• La droite perpendiculaire à (IR) passant par N. 	• La droite perpendiculaire à (MN) passant par O. 

Exercices : Les métamorphoses

La métamorphose du poisson

Sur la figure ci-dessous :

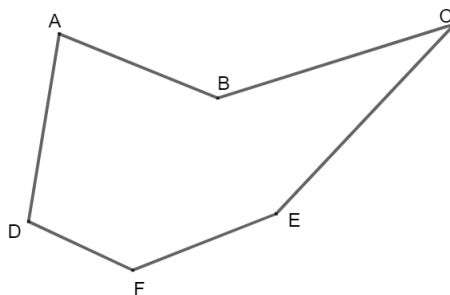
- 1) Trace la droite perpendiculaire à (BC) passant par D. Nomme cette droite (d_1).
- 2) Trace la droite perpendiculaire à (AC) passant par B. Nomme cette droite (d_2).
- 3) La droite (d_2) coupe (AC) en I.
- 4) Nomme J le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2).
- 5) Repasse d'une même couleur [DC], [CB], [BA], [AI], [IJ], [JD].



La métamorphose de l'hexagone

Sur la figure ci-dessous :

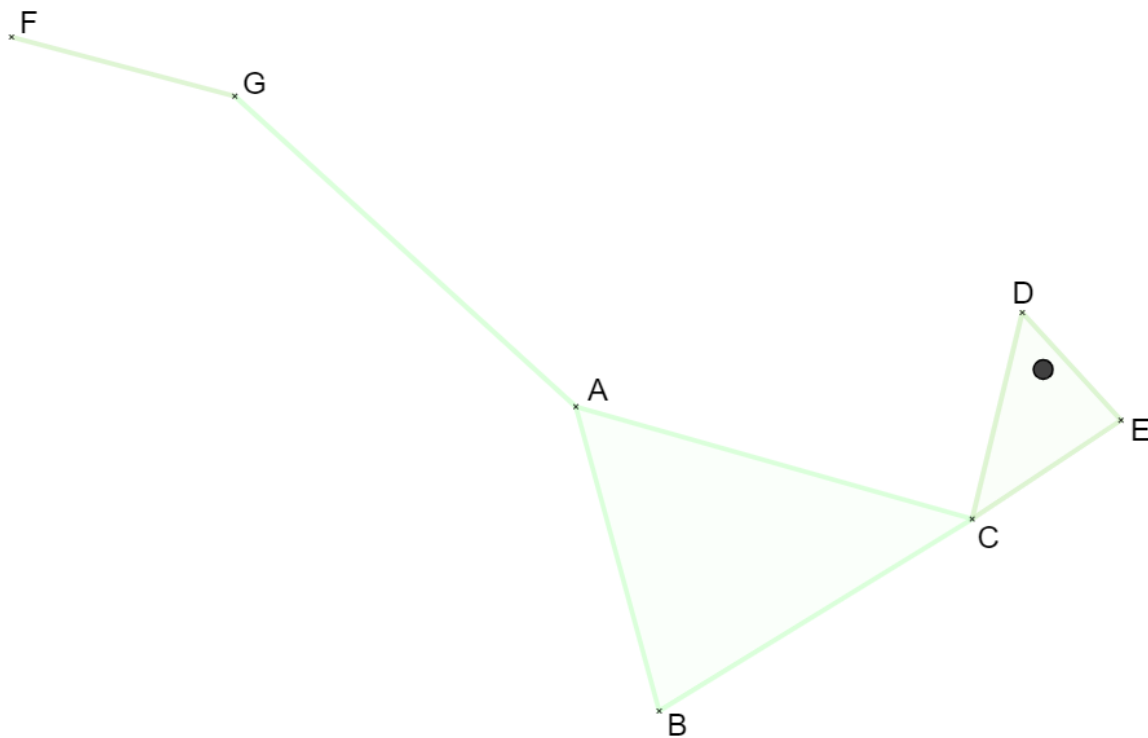
- 1) Trace la droite perpendiculaire à (BE) passant par A. Elle coupe (DF) en K.
- 2) (DF) et (BE) sont sécantes en L, place le point L.
- 3) Trace la droite perpendiculaire à (DF) passant par C. Elle coupe (DF) en H.
- 4) Place le point J tel que $J \in (AK)$ et $J \in (CH)$.
- 5) Trace le triangle JKL en couleur.



La métamorphose de la souris

Sur la figure ci-dessous

- 1) Trace la droite perpendiculaire à (FG) passant par A . Elle coupe (FG) en I .
- 2) (AB) et (FG) sont sécantes en K .
- 3) Trace la droite perpendiculaire à (FG) passant par G . Elle coupe $[FA]$ en J .
- 4) Nomme M le point d'intersection de (BC) et (AI) .
- 5) La droite (AE) coupe la droite (IC) en L et la droite (DC) en R .
- 6) T est le point tel que $T \in [JK]$ et $T \in [GA]$.
- 7) Colorie d'une même couleur les triangles IGA , DCL et ABM .
- 8) Colorie d'une autre couleur les triangles JTA , DRE et le quadrilatère $ABCI$.

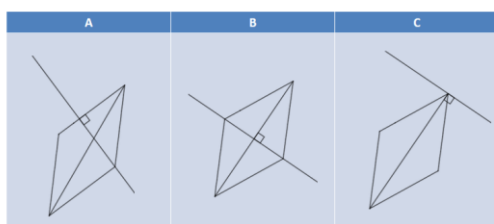


AUTOMATISMES

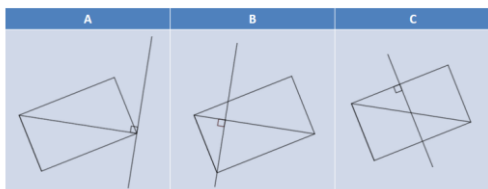
Géométrie – Perpendiculaire

Dans chaque cas,
indique la ou les figures qui peuvent correspondre au
programme de construction.

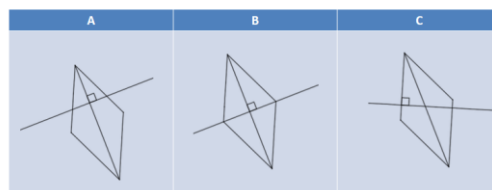
- 2** Trace un losange.
Trace une de ses diagonales.
Trace une perpendiculaire à cette diagonale
qui passe par un sommet du losange.



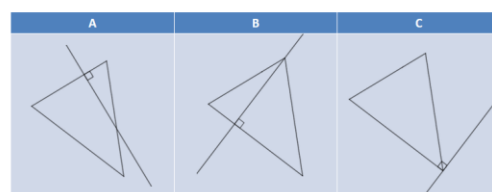
- 4** Trace un rectangle.
Trace une de ses diagonales.
Trace une droite perpendiculaire à cette
diagonale qui passe par un sommet.



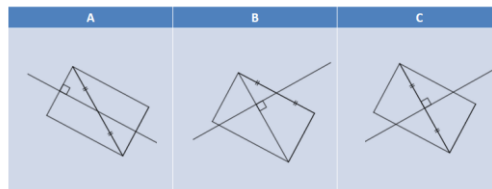
- 1** Trace un losange.
Trace une de ses diagonales.
Trace une perpendiculaire à cette diagonale



- 3** Trace un triangle.
Trace une droite perpendiculaire à un côté et
qui passe par le sommet opposé.



- 5** Trace un rectangle.
Trace une de ses diagonales.
Trace la droite qui est perpendiculaire à cette
diagonale et qui passe par son milieu.



Titre	Restauration de figures en classe de 6 ^e : d'une géométrie matérielle à une géométrie théorique – Droites perpendiculaires
Auteurs	Membres du groupe « Situations problèmes en géométrie au collège » : Céline BERNON, Cédric CHASSAING, Caroline DUPRAT, Ariane FRAISSE, Monique MAZE, Dereck RONDET, Claire ROSALBA, Aurélie ROUX, Olivier TOURNAIRE.
Editeur	IREM de Clermont-Ferrand
Date	Juin 2025
Résumé	Ce fascicule propose des situations de restauration de figures simples ou complexes visant à travailler la notion de perpendicularité, à faire passer les élèves d'une vision d'angle droit à celle de relation de perpendicularité entre deux droites. Il s'agit de leur faire prendre conscience, en acte, que par un point donné, il passe une unique droite perpendiculaire à une droite donnée. Ce travail constitue une partie d'une brochure qui propose des situations d'apprentissage en géométrie pour la classe de 6^e concernant l'ensemble des notions étudiées à ce niveau. Il présente des situations de restauration ou de reproduction de figures simples ou complexes visant à faire émerger les caractérisations de certains objets géométriques. L'objectif est de faire évoluer le regard porté par les élèves sur les figures par un jeu de déconstruction dimensionnelle de ces dernières, en appui sur les propriétés des instruments utilisés. Une articulation de situations d'action, de formulation et de validation vise à aménager une certaine continuité avec les apprentissages géométriques de l'école élémentaire tout en préparant peu à peu les élèves aux premières activités de preuve en géométrie.
Mots- clés	Droites perpendiculaires, géométrie matérielle, géométrie théorique, déconstruction dimensionnelle, géométrie des tracés, reproduction d'une figure, restauration de figure, propriété d'une figure, situation d'action, situation de formulation, situation de validation, langage technique, langage géométrique, géométrie en 6 ^e , cycle 3.