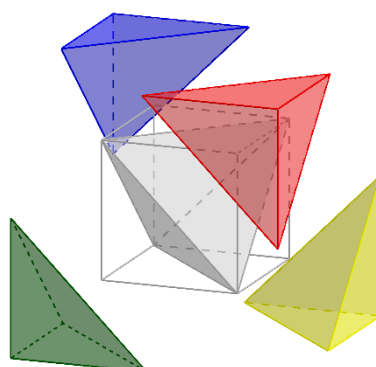
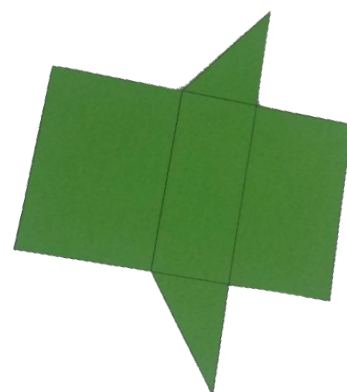


Espace et géométrie

Reconnaître



Construire



Représenter



Des activités, solides en main
Pour les cycles 3 et 4

LES AUTEURS

Bernon Céline, professeure au collège Jean Zay de Montluçon

Fraisse Ariane, professeure au collège Albert Camus de Clermont-Ferrand

Maze Monique, professeure retraitée

Rosalba Claire, professeure au collège Mortaix de Pont du Château

Roudel Aurélie, professeure au collège Louise Michel de Maringues

Roux Aurélie, professeure, formatrice à l'ESPE d'Auvergne

Tournaire Olivier, professeur au collège Jean Zay de Montluçon

TABLE DES MATIÈRES

Introduction.....	1
Conseils d'utilisation des fichiers GeoGebra	3
Flexacube : cube et parallélépipède rectangle - Fin de cycle 3	5
Emballons les pavés – Fin de cycle 3	25
Exercices pour le cycle 3	39
Emballons les prismes – Cycle 4 (5 ^e).....	57
Trois pyramides dans un cube – Cycle 4 (4 ^e)	67
Quatre pyramides pour un trésor – Cycle 4 (4 ^e - 3 ^e)	81
Tâche à prise d'initiative : station de métro – Fin de cycle 4	87
Sphère terrestre – Cycle 4	99
Automatismes ou questions « flash »	111

Introduction

Toutes les activités présentées dans cette brochure ont été testées en classe à plusieurs reprises. Ces expérimentations ont permis à l'équipe de rapporter des réactions d'élèves, de proposer des productions d'élèves et surtout de préciser des modalités de mise en œuvre.

Bien qu'ayant été toutes créées avant la parution des programmes s'appliquant à la rentrée 2016, elles n'en demeurent pas moins d'actualité. Elles sont en effet conformes aux recommandations préconisées par ces nouveaux textes. Elles s'inscrivent dans le cadre des nouveaux programmes de cycle 3 et de cycle 4 aussi bien dans la forme que sur le fond.

Le lecteur trouvera, par exemple, avec le flexacube une idée intéressante pour un travail interdisciplinaire, avec les exercices en annexes des outils pour gérer des accompagnements personnalisés.

Les situations présentées visent à développer des connaissances diverses en géométrie dans l'espace :

- Savoir représenter un solide de l'espace
- Savoir lire et interpréter une représentation de solides
- Savoir passer d'un mode de représentation à un autre.

Par ailleurs, la géométrie dans l'espace est un domaine propice à l'acquisition et l'entraînement des capacités de raisonnement.

Ces activités prennent différentes formes :

- Réalisation d'un projet individuel des élèves telle que la conception d'un objet (le flexacube en fin de cycle 3) : cette conception se réalise tout au long de nombreuses séances incluses dans une ou plusieurs séquences de la progression annuelle. Sur le plan mathématique, elle conduit les élèves à redécouvrir en situation le vocabulaire de géométrie dans l'espace, rechercher différents patrons d'un même solide, étudier plus particulièrement le cube et le parallélépipède rectangle, mettre en œuvre les règles de dessin en perspective cavalière de solides simples ou d'assemblages de solides simples. Sur le plan de la réalisation matérielle de l'objet, les arts plastiques peuvent facilement enrichir cette activité.
- Travail autour de puzzles dans l'espace : les élèves travaillent seuls ou en groupe, l'objectif visé détermine les modalités de travail. Chaque élève réalise une des pièces du puzzle puis intègre un groupe qui a la charge de reconstituer le puzzle. Cette reconstitution valide le travail de chacun des élèves.

Il arrive parfois que certains puzzles comportent des pièces identiques. Un survol rapide des activités pourrait laisser penser que les élèves les reconnaissent très vite. Or, le professeur ne dit pas que des pièces sont identiques. Il montre des vues différentes de ces pièces et, en attribuant des couleurs de papier différentes, conforte les élèves dans l'idée que les pièces sont différentes. Il « oublie » éventuellement d'entendre un élève qui dévoilerait la situation. Jusqu'alors, toutes nos classes ont joué le jeu.

- Tâche à prise d'initiative (la station de métro) : Les élèves doivent résoudre un problème faisant appel à des connaissances antérieures (grandeurs et mesure, application de théorèmes de géométrie plane) tout en découvrant de nouvelles notions (sections de solides).

Pour toutes ces activités, des fichiers utilisant un logiciel de géométrie dynamique sont conçus et téléchargeables sur le site de l'IREM de Clermont-Ferrand. Ces fichiers sont un support pour illustrer les propos de l'enseignant, parfois des supports de raisonnement mais ne remplacent en aucun cas la manipulation des objets réels. Nous avons fait le choix, dans cette brochure, d'utiliser conjointement les objets et les représentations de ces derniers. Pour que les élèves soient capables de lire, décoder des représentations des solides, il est indispensable que des objets « physiques » leur soient souvent proposés à la manipulation.

L'entrée dans certaines activités se fait par la manipulation des objets pour conduire un travail de représentation. Dans d'autres, on part de différents types de représentation des solides pour réaliser les objets par le biais d'un de leur patron.

Les activités sont décrites de façon très précise (rôle et actions du professeur/rôle et actions des élèves). Le lecteur peut modifier en partie le déroulé mais les descriptions fournies tiennent compte d'un certain nombre de variables didactiques. Nous invitons le lecteur à prendre en compte ces variables avant toute modification.

Nous présentons aussi des exercices pour le cycle 3, souvent absents des manuels scolaires. Chaque enseignant fait le choix de les exploiter ou non et juge de la place à leur donner dans sa progressivité par cycle puis dans sa séquence au sujet de la géométrie dans l'espace. Nous ne proposons pas d'exercices pour le cycle 4 mais recommandons la brochure « La troisième dimension – voir et concevoir dans l'espace », IREM Paris Nord.

Notre groupe de travail au sein de l'IREM de Clermont-Ferrand a pour habitude de développer des exercices de type « Automatismes ». Une fois n'est pas coutume, vous trouverez en fin de brochure des copies d'écran de diaporamas, supports possibles de ce type d'exercices.

Les fichiers correspondants sont mis à disposition sur le site de l'IREM de Clermont-Ferrand.

Les activités de type « puzzle » (« Emballons les pavés », « Emballons les prismes », « Trois pyramides dans un cube », « Quatre pyramides pour un trésor ») nécessitent toutes que le professeur dispose d'un jeu de puzzle à montrer.

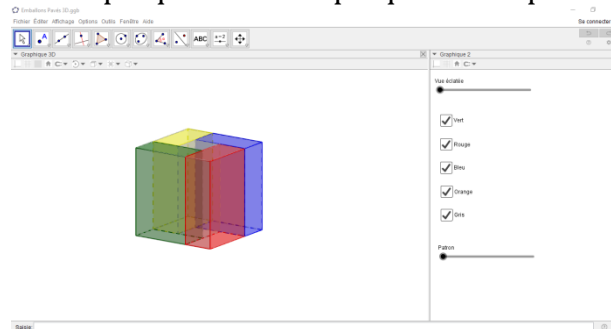
Pour cela, nous proposons deux options :

- un fascicule accompagnant la brochure et comportant les patrons en couleur prêts à découper de chacune des pièces des puzzles, le professeur peut ainsi fabriquer rapidement chacun des solides à partir de ces patrons,
- des fichiers téléchargeables sur le site de l'IREM pour concevoir les pièces à l'aide d'une imprimante 3D.

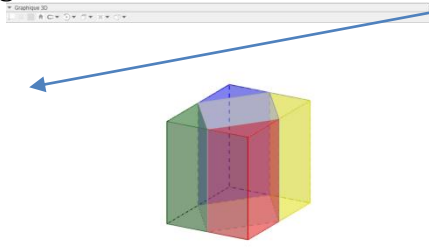
Conseils d'utilisation des fichiers GeoGebra

1. Ouverture d'un fichier pour les activités des polyèdres

Vérifier que les fenêtres Graphique 3D et Graphique 2 sont présentes à l'écran.

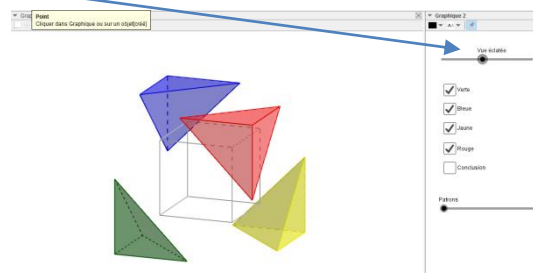


En effet, si le vidéoprojecteur et l'ordinateur n'ont pas les mêmes résolutions, il est possible que la fenêtre Graphique 2 n'apparaisse pas, comme ci-dessous. Dans ce cas, il suffit de tirer la paroi vers la gauche.

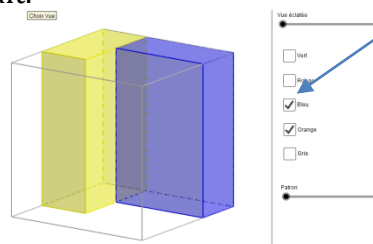


2. Graphique 2

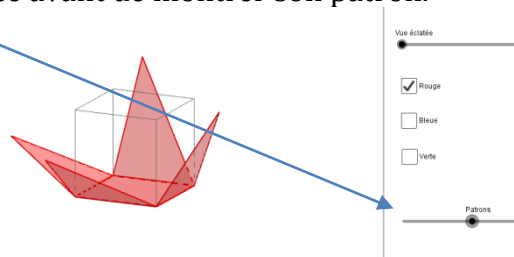
a. Le premier curseur permet d'obtenir des vues éclatées.



b. Chaque case correspond à l'une des pièces du puzzle. Cochée, la pièce est à l'écran. Décochée, la pièce disparaît.



c. Le deuxième curseur ouvre les patrons de toutes les pièces. Il est donc préférable de n'afficher qu'une pièce avant de montrer son patron.





**Flexacube :
cube et parallélépipède rectangle
Fin de cycle 3**



Objectifs

Cette activité vise plusieurs objectifs :

- reproduire, représenter, construire des solides simples ou des assemblages de solides simples (cubes ou assemblages de cubes, parallélépipède rectangle)
- étudier des quadrilatères particuliers (carrés, rectangles)
- tracer des perpendiculaires, des parallèles.

Durée

Au minimum 6 séances pour conduire le projet de réalisation jusqu'à son terme.

Matériel

- Au moins un flexacube (construit par le professeur à l'aide de l'annexe 4 ou acheté dans le commerce, par exemple dans les boutiques de musée)
- Feuilles bristol quadrillées 5 mm × 5 mm (au moins 2 feuilles A4 par élèves) ou photocopies de l'annexe 2 sur papier blanc épais
- Feuilles blanches A4 ou A3 (au moins une par élève)
- Au moins trois collections de 6 carrés identiques
- Colle
- Ruban adhésif
- Ciseaux
- Vidéoprojecteur.

fichiers à télécharger

flexacube construction.pptx ou flexacube construction.pdf

Prérequis

Les élèves doivent connaître ce qu'est un patron de solide. Si ce n'est pas le cas, il suffit de faire dire à un élève qu'il s'agit d'une figure plane nous permettant, après pliage, de construire le solide. Il est important de ne pas en dire davantage à ce sujet de façon à ne pas appauvrir la situation de recherche des différents patrons d'un même solide.

Présentation

Cette activité peut constituer le fil rouge du travail sur la géométrie dans l'espace en fin de cycle 3, elle peut être la première séquence de géométrie dans la progression annuelle de 6^e.

L'esprit de cette séquence s'inspire de certains travaux de recherche en didactique et des préconisations des programmes de seconde professionnelle : motiver l'étude des figures planes à partir des différentes représentations des solides.

Pour intéresser l'ensemble des élèves, le professeur propose la fabrication d'un objet qui les fascine par son aspect ludique : le flexacube.

A travers cette réalisation, les connaissances listées dans le programme, en lien direct avec la géométrie dans l'espace, sont abordées : vocabulaire, étude du cube puis du parallélépipède rectangle, constructions de patrons, dessins en perspective cavalière.

D'autres notions peuvent être traitées au fur et à mesure de l'avancée des travaux : tracé de perpendiculaires, de parallèles, étude de quadrilatères particuliers (carrés, rectangles) au travers de l'étude des faces des solides. Cette partie n'est pas ici développée.

Scenarior

Séance 1

Objectif : recherche de patrons différents d'un même cube.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur montre son ou ses propres flexacubes et annonce à la classe : <i>« Nous allons conduire un travail long lors des séances à venir. Vous fabriquerez un objet qui a les mêmes propriétés que le mien. Nous allons d'abord étudier cet objet: je vous le fais circuler, vous pouvez le manipuler. »</i> Pour que les élèves ne s'impatientent pas trop en attendant leur tour, il peut être confortable d'avoir prévu un exercice court qui porte par exemple sur une notion traitée auparavant. Lorsque tous les élèves ont observé et manipulé l'objet, le professeur les invite à stopper la recherche de leur exercice. Il leur demande de le finir à la maison. Il donne la consigne suivante : <i>« Par binômes, écrivez des phrases ou des listes de mots permettant de décrire l'objet que vous avez manipulé. Je vous laisse quelques minutes ».</i>	Les élèves sont tous occupés à faire leur exercice pendant que le ou les objets circulent dans la classe. Ils manipulent un à un l'objet. Les élèves échangent, établissent, au brouillon, une liste de mots ou rédigent un texte.

Le professeur organise au tableau un brainstorming et écrit la liste des mots ou groupes de mots sans trop intervenir. Il demande quelles informations semblent essentielles et quel vocabulaire mathématique sera utile. Si nécessaire, le professeur fait formuler la différence entre un carré et un cube. Il est important que les mots clés soient dégagés à la fin de cet échange : cube, face, arête, carré. Les autres éléments de vocabulaire évoqués par les élèves seront repris ultérieurement. Le nombre de cubes nécessaires à la réalisation de l'objet, le nombre d'arêtes et de faces d'un cube sont mis en évidence. Cette phase doit rester brève. Le professeur peut avoir réalisé au préalable un document de synthèse de ce vocabulaire qu'il distribue plus tard. <i>« L'objet que nous allons fabriquer se nomme un flexacube. Chacun d'entre vous devra réaliser 8 cubes. Pour ce faire, je vous fournirai des feuilles quadrillées et cartonnées. L'arête de votre flexacube devra mesurer 6 cm. D'abord, chacun d'entre vous doit dessiner à main levée le patron d'un des petits cubes. Vous indiquerez, sur votre croquis, les dimensions importantes. »</i> Pour un élève qui serait en réelle difficulté, le professeur peut prêter: - une collection de carrés et proposer de les assembler avec des morceaux de ruban adhésif, afin de valider ou non le patron par pliage, - un cube de façon à ce qu'il retrouve le patron en procédant par empreinte. Lorsque tous les élèves ont terminé, il demande à l'un d'entre eux de passer au tableau dessiner à main levée sa proposition. Il peut choisir un élève qui n'a	Certains élèves formulent parfois des propositions qui n'ont pas de rapport avec les mathématiques mais qui portent sur les décors, les couleurs des faces, ou d'autres détails. Des élèves confondent parfois carré et cube... Certains élèves se lancent assez rapidement, d'autres butent sur le mot patron. Le professeur peut alors interroger un de ceux qui a démarré le travail de façon à ce qu'il explique ce qu'on entend par le mot « patron ». Il s'agit de faire dire que c'est une figure plane nous permettant, après pliage, de construire le solide. Toute autre formulation s'apparentant à celle-ci sera acceptée. Il est important que le professeur ne précise pas davantage, pour que la production de différents patrons du même cube soit suffisamment riche.
--	---

pas réussi, lancer le débat de façon à ce que les autres expriment leur point de vue et l'aident à compléter. Le vocabulaire « faces opposées » peut être introduit si cela n'a pas déjà été fait. Le professeur demande alors à l'élève de repérer au tableau d'une même couleur les faces opposées de son patron. Pour préparer la suite, il invite un élève à proposer un patron différent (et un seul). Si le cas se présente, on se met d'accord sur le fait que deux patrons superposables par symétrie sont identiques. Sinon, cette question est volontairement différée à la séance suivante. Le professeur peut introduire le codage de l'angle droit et des longueurs égales pour éviter de surcharger les figures par les données des longueurs.	
<i>« Il semblerait qu'il existe plusieurs patrons différents du même cube. Vous allez travailler en groupe.</i> <i>Je vous lance un défi : trouver le plus grand nombre de patrons différents possible. A la fin de l'heure, vous devrez me rendre une affiche sur laquelle vous aurez dessiné tous vos différents patrons à main levée. »</i> Selon le matériel dont dispose le professeur, il distribue une feuille A3 à chaque groupe pour l'affiche ou une feuille A4 qu'il peut scanner et projeter. A la fin de l'heure, le professeur relève les affiches de chaque groupe. Il distribue des feuilles A4 bristol avec un quadrillage 5 mm × 5 mm et donne la consigne suivante : <i>« Pour la prochaine fois, vous devez tracer sur ces feuilles, le patron de 8 cubes d'arête 3 cm. Vous ne les découperez surtout pas ! »</i> Ce travail est long et fastidieux, c'est pourquoi il a été choisi de distribuer du papier déjà quadrillé de façon à ne pas compliquer la tâche par le tracé de perpendiculaires à l'équerre. D'autre part, le professeur peut indiquer qu'il est primordial que le tracé soit précis afin que le flexacube puisse être manipulé sans être déchiré.	Les élèves se mettent en groupe. Ces groupes auront été préalablement définis par le professeur. Là encore, si besoin, des carrés sont prêtés aux élèves. Après un temps suffisant de recherche, chaque groupe reproduit sur son affiche, à main levée, les différents patrons de cube trouvés.

Si le professeur ne dispose pas de papier bristol et/ou ne souhaite pas que les élèves construisent les patrons à la maison, il peut demander aux élèves de construire à la maison un des patrons trouvés en séance 1 en vraie grandeur (3 cm d'arête). Il distribuera en séance 2 deux photocopies de l'annexe 0 par élève sur papier blanc épais (elles comportent 4 patrons de cube prêts à découper).

Avant la séance 2, le professeur analyse les affiches rendues par les différents groupes, repère les patrons erronés, les patrons convenables proposés par l'ensemble des groupes, ceux qui ne le sont que par quelques uns et ceux qui ne le sont par aucun des groupes. S'il dispose d'un vidéoprojecteur ou d'un TBI, il scanne les affiches. Sinon, il les photocopie sur un transparent pour les rétro-projecter ou choisit de les afficher une à une au tableau lors de la séance 2.

Séance 2 :

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur procède à une phase de rappel, un élève est invité à raconter le travail de la séance précédente, le vocabulaire (cube, faces, arêtes, patron, faces opposées,...) est réactivé. « Quel groupe pense avoir trouvé le plus grand nombre de patrons ? » Le professeur utilise les documents affichés, rétroprojetés ou vidéoprojetés, en partant des productions les moins abouties vers les plus abouties. A chaque fois, il invite la classe à s'exprimer sur les patrons proposés et réalise, au fur et à mesure, au tableau ou au TBI, la liste des patrons trouvés par l'ensemble de la classe. Il est nécessaire alors de se mettre d'accord sur la définition d'un patron : nous choisirons toute figure comportant les faces du solide « attachées » par une arête et permettant, par pliage, de construire le solide. Il existe 11 patrons différents du cube. Deux cas de figure se présentent : - les 11 patrons ont été mis en évidence à la fin de cette phase, le travail de recherche est terminé, - il manque des patrons, le professeur annonce : « en réalité, il existe 11 patrons différents, il nous en manque, à vous de déterminer le(s)quel(s) ! ». Le professeur laisse les élèves chercher	Bien évidemment, tous lèvent la main ! La classe valide ou invalide les patrons proposés par chaque groupe, puis les compare à ceux qui ont déjà été proposés par les groupes précédents de façon à définir s'ils sont les mêmes ou non. Des exemples de production figurent en annexe A.

individuellement ou en binômes pendant 5 à 10 minutes maximum et fournit, si nécessaire, la réponse à la fin de ce temps.	
Le professeur demande ensuite aux élèves de sortir leur travail (c'est-à-dire les 8 patrons de cube sur feuille bristol) ou le patron construit en vraie grandeur (voir remarque fin de séance 1). Il explique que, pour assembler les cubes et les coller, il est nécessaire de prévoir des languettes. Il choisit un des patrons les plus complexes au tableau, y trace une languette en expliquant le principe et demande aux élèves de compléter le patron par les languettes manquantes. Puis, il énonce la consigne suivante : « Sur chacun de vos patrons (sur votre patron), tracer les languettes nécessaires. Vous devez en tracer le minimum possible. » Il laisse les élèves chercher quelques minutes, circule dans les rangs, vérifie leur travail et les invite à découper leurs patrons (ou distribue les deux photocopies de l'annexe 0 à chacun d'eux et les invite à découper les patrons). A la fin de l'heure, chacun inscrit au crayon à papier son nom sur tous ses patrons, le professeur relève les travaux. Il distribue la fiche de synthèse sur le cube et ses patrons. Un exemple est fourni en annexe C.	Les élèves travaillent de façon individuelle, à leur rythme, lèvent la main pour que le professeur les aide ou vérifie leur travail. Certains sont beaucoup plus habiles que d'autres et sont par conséquent plus rapides. Il peut leur être proposé, lorsqu'ils ont terminé, d'aider leurs camarades. Les élèves la rangent (collent) dans leur classeur (cahier).

Remarque : selon le profil de la classe et de l'établissement scolaire, le professeur peut envisager de demander aux élèves de découper et assembler les huit patrons à la maison. Il gagne alors du temps sur la séquence.

Séance 3 :

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur distribue à chaque élève la feuille sur laquelle sont tracés ses 8 patrons et leurs languettes. Il leur demande de les découper et de les coller pour former les huit cubes nécessaires. Ce travail n'a pas d'intérêt mathématique.	Les élèves découpent, assemblent. On peut choisir de les faire travailler en binôme ou de façon individuelle. Dans ce

Il peut être fait à la maison (voir remarque de fin de séance 2). Nous avons testé cette façon de procéder mais beaucoup d'élèves arrivaient avec des cubes écrasés. Ce travail, s'il est fait en début d'année, est l'occasion d'observer la motricité des élèves dans les activités de découpage et assemblage. Lorsque certains élèves (ou binômes) ont terminé, le professeur les invite à disposer leurs 8 cubes de façon à constituer un « gros » cube. Il leur demande de dessiner ce « gros cube » sur du papier quadrillé 5 mm × 5 mm. Il peut, s'il le souhaite, demander que toutes les arêtes soient représentées (c'est-à-dire arêtes cachées comprises, mais il n'utilisera pas l'expression « arête cachée » de façon à ne pas induire de méthode). Le professeur s'assure que chacun d'eux utilise les règles de dessin en perspective cavalière. Si ce n'est pas le cas, il donne des indications individuelles. Il repère les productions particulières (voir annexe B). Lorsque ce premier dessin est terminé, le professeur enlève un des cubes (ou deux selon le niveau des élèves) de leur assemblage (voir annexe 3). Il demande à l'élève de dessiner le solide obtenu sur le papier quadrillé. Concernant ces dessins, les arêtes cachées ne seront pas attendues afin de ne pas surcharger les représentations. Le dessin d'un assemblage terminé, on procède au dessin de l'assemblage suivant: le professeur passe dans les rangs et enlève les cubes correspondants (voir annexe 3).	dernier cas, certains seront plus rapides que d'autres, on peut alors leur proposer d'aider les camarades plus lents. Les élèves travaillent individuellement. Chaque élève avance à son rythme. Certains d'entre eux n'auront pas traité toutes les questions. Cela ne pose pas de problème, il s'agit d'un moyen ici de gérer l'hétérogénéité de la classe. Chaque élève inscrit son nom sur ses 8 cubes. Un élève par rangée relève et range dans un carton les cubes des élèves de sa rangée. Le matériel est stocké dans la salle de classe.
--	---

Remarque : en fonction des classes, le découpage ou collage peut prendre plus de temps que prévu. Dans ce cas, le professeur peut développer l'entre-aide des élèves, le contenu de la séance 4 peut être reporté mais il doit aussi décider de stopper ce travail. Il trouvera un moment approprié pour le terminer au cours de la séquence ou pourra même demander aux élèves de terminer le collage des quelques cubes restants à la maison.

Séance 4

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Un rappel de la séance précédente est fait, le professeur en profite pour montrer à nouveau à la classe son flexacube. Un bilan collectif sur les règles de dessin en perspective cavalière est fait. A ceux qui n'ont pas eu le temps lors de la dernière séance, il demande de dessiner le solide obtenu en perspective cavalière lorsqu'on place les cubes comme si le flexacube était en position ouverte (voir image 5 annexe 1). Pour les autres, le professeur peut prévoir, par exemple, un ou des exercices de dessin en perspective cavalière de cube à compléter. Lorsque tous les élèves ont dessiné le flexacube en position « ouverte », il donne la consigne suivante : « On souhaite ranger le flexacube en position ouverte dans une boîte. Recherchez un patron de cette boîte. » Le professeur n'attend qu'un dessin à main levée, codé, sur lequel figurent les dimensions de la boîte. Un bilan collectif est réalisé : « Existe-t-il plusieurs patrons de ce solide ? Pouvez-vous décrire ce solide ? » Remarque : pour que le flexacube puisse véritablement être rangé dans la boîte, il est important de prévoir au moins un demi-centimètre supplémentaire par arête. Une synthèse sur le parallélépipède rectangle est distribuée. Travail à faire à la maison : Le professeur distribue une feuille de papier A3. « Construire le patron de cette boîte, prévoir 1cm de plus que prévu pour chaque arête, réaliser les languettes et le décorer. Vous ne le découperez pas. » En réalité, Une feuille A4 peut suffire mais l'élève doit anticiper le début du tracé de	Un élève distribue les cubes aux élèves de sa rangée. Chaque élève produit individuellement à main levée un patron de cette boîte. Le professeur circule dans les rangs pour répondre aux questions individuelles, valider ou invalider...

son patron pour être certain qu'il tienne dans la feuille. L'enseignant, s'il choisit de distribuer une feuille A4, doit penser à accompagner les élèves dans cette réflexion.	
--	--

Séance 5 :

Le professeur relève les patrons des boîtes (il prendra le temps de les observer un à un pour une séance suivante. Il notera, pour les patrons erronés, des commentaires afin que les élèves puissent corriger leur patron).

Il propose ensuite des exercices (p 39) visant des objectifs différents :

- dessiner en perspective cavalière des cubes et parallélépipèdes rectangles sur papier quadrillé ou papier blanc (les exercices de dessin en perspective sur papier blanc sont l'occasion de revoir les droites parallèles et leur tracé, quand la construction du patron sur papier blanc est, lui, l'occasion de reprendre les tracés de droites perpendiculaires),
- compléter des dessins en perspective cavalière,
- dessiner en perspective cavalière des assemblages de cubes ou de parallélépipèdes rectangles,
- reconnaître des vues de face, dessus, etc... de différents solides (voir exercices d'automatismes en fin de brochure),
- dessiner ou compléter des patrons de cubes et parallélépipèdes rectangles.

Montage du flexacube

Le montage du flexacube se fait en toute fin d'année scolaire.

La construction des décors est longue et fastidieuse, nous avons fait le choix de la proposer en travail à la maison et en profitons pour réinvestir des connaissances de géométrie plane : constructions de figures, proportionnalité, agrandissement réduction, symétrie axiale.

Nous proposons deux variantes possibles de travaux à faire à la maison (voir annexes 2 et 3) :

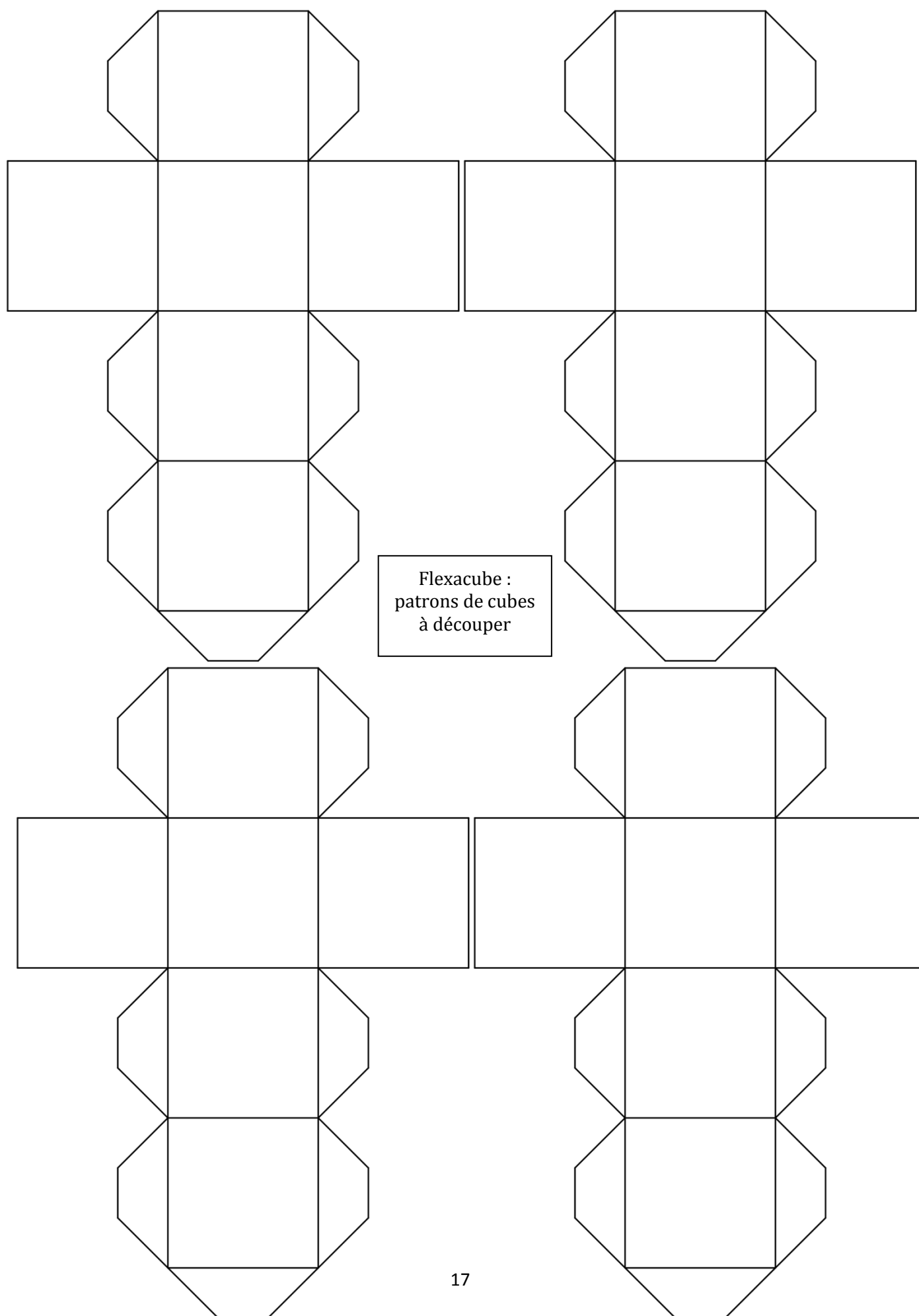
- la première utilise des connaissances relatives à la proportionnalité dans le cadre de situation d'agrandissement-réduction
- la deuxième utilise ces notions mais aussi la notion de symétrie axiale, elle propose trois exercices qui peuvent être donnés à des moments différés de l'année.

Le professeur donne au cours de l'année l'une ou l'autre des versions après avoir traité les notions nécessaires pour réaliser le travail demandé.

Pour la séance décrite ci-dessous, les élèves ont rendu les travaux réalisés à la maison, le professeur a repéré les erreurs pour en discuter avec les élèves sans nécessairement faire refaire le travail.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur distribue aux élèves leur devoir maison et explique que les carrés décorés constitueront les décors du flexacube. Il fournit aux élèves les explications pour coller les décors. Pour aider les élèves à assembler par du ruban adhésif les huit cubes du flexacube, Il peut par exemple vidéoprojeter les images fournies en annexe 4 ou utiliser le diaporama <i>flexacube construction.pptx</i> fourni sur le site de l'IREM. Cette séance peut être une séance de fin d'année. Il est peu probable qu'une séance suffise.	Les élèves collent les décors et assemblent individuellement leurs cubes. Un élève qui a terminé peut être conduit à aider un de ses camarades.

Annexe 0



Annexe 1

Image 1

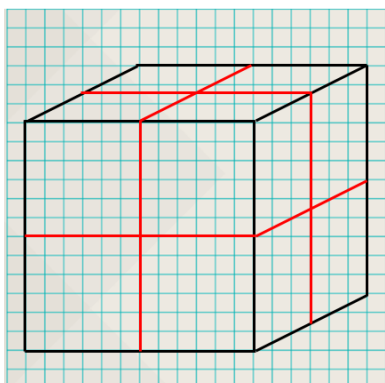


Image 2

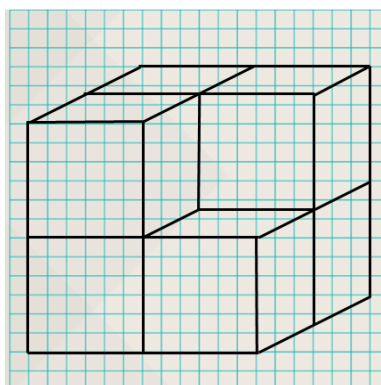


Image 3

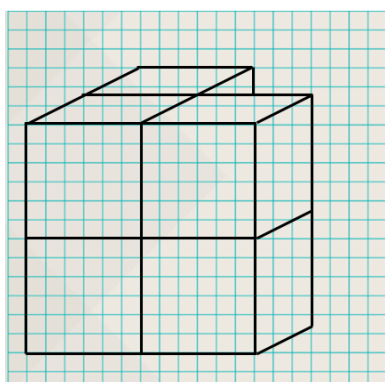


Image 4

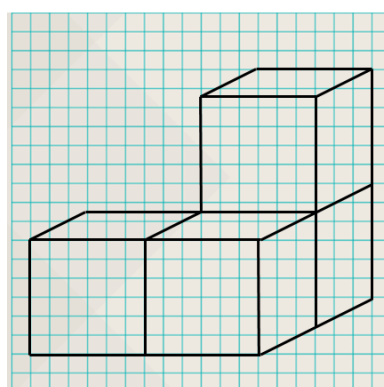
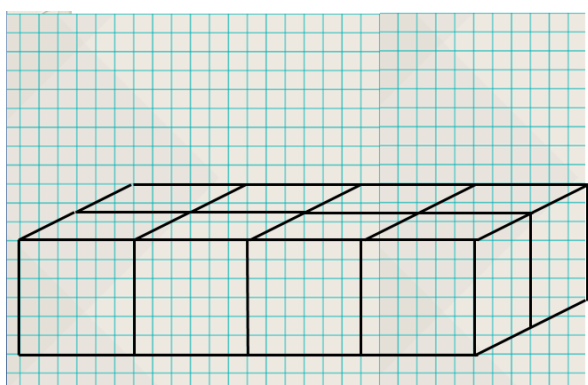


Image 5
position dite « ouverte » du flexacube.



Annexe 2

Variante 1

Travail à la Maison : Les décors du flexacube

Chaque face du flexacube est un carré de 6 cm de côté et ce travail va permettre de construire des décors pour toutes les faces. Il suffira ensuite de les coller sur le flexacube.

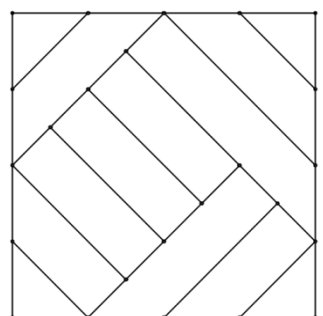
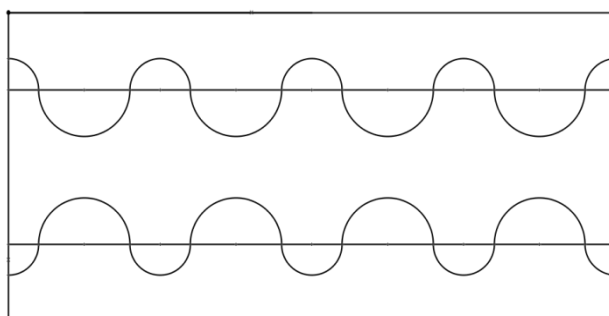
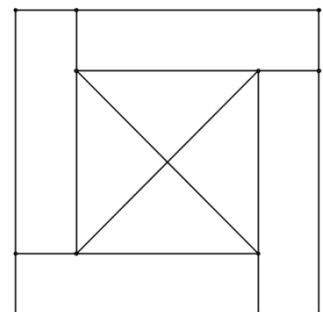
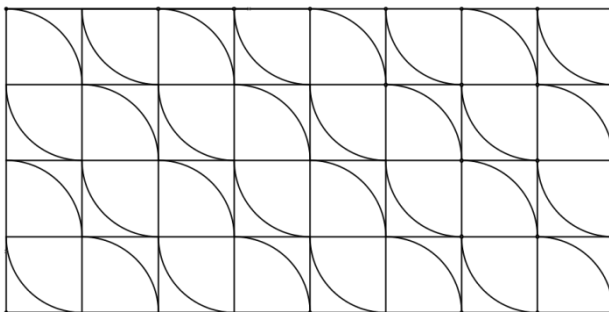
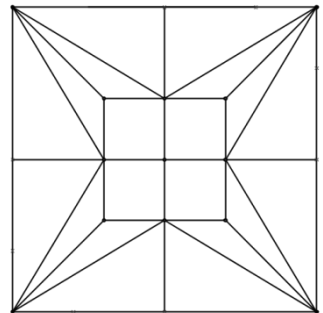
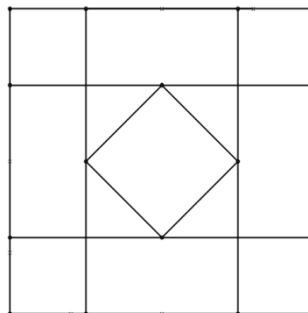
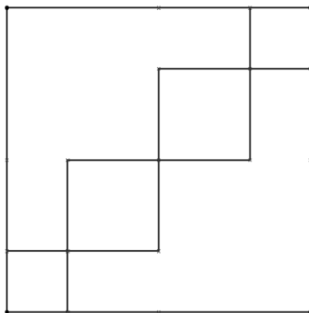
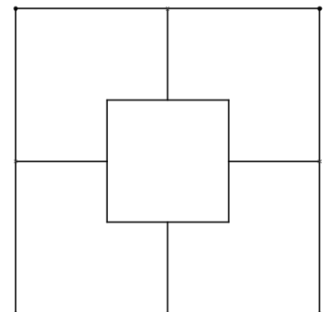
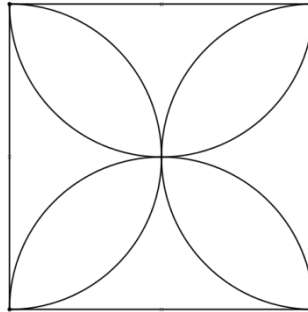
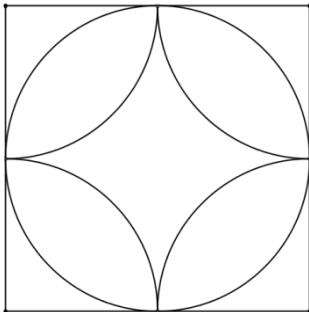
Pour que le flexacube soit réussi, il faut bien-sûr être très précis dans les constructions (dimensions, propriétés géométriques...) et appliqué pour le coloriage.

Chacun des carrés ci-dessous mesure 4 cm de côté. Les largeurs des rectangles mesurent également 4 cm.

Agrandir les figures suivantes pour que le côté des carrés et les largeurs des rectangles mesurent 6 cm.

Utiliser une seule face de feuille de papier uni pour réaliser ces constructions.

Colorier les dessins obtenus.



Annexe 3

Variante 2 (en trois étapes)

1^{ère} étape

Travail à la Maison : Décors du flexacube et reproduction de figures

Chaque face du flexacube est un carré de 6 cm de côté et ce travail va permettre de construire des décors pour quatre faces. Il suffira ensuite de les coller sur le flexacube. Pour que le flexacube soit réussi, il faut bien-sûr être très précis dans les constructions (dimensions, propriétés géométriques...) et appliqué pour le coloriage.

Reproduire les 3 figures suivantes en vraie grandeur :

- ✓ la figure 1 est constituée de huit carrés de 3 cm de côté chacun,
- ✓ la figure 2 est constituée de quatre carrés de 3 cm de côté chacun,
- ✓ la figure 3 est constituée de deux rectangles de dimensions 6 cm et 3 cm.

Utiliser une seule face de feuille de papier uni pour réaliser ces constructions.

Colorier ensuite les dessins obtenus.

Figure 1

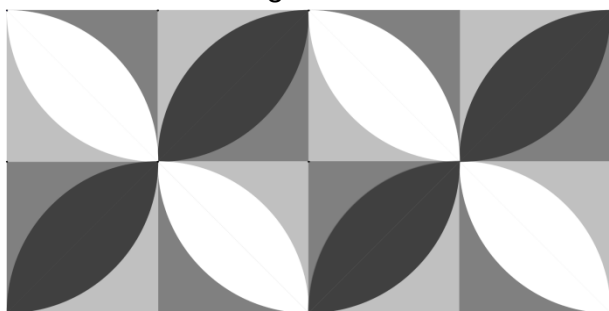
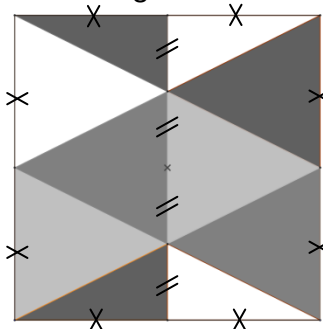


Figure 2



*Tous les points utiles
sont des milieux.*

Figure 3



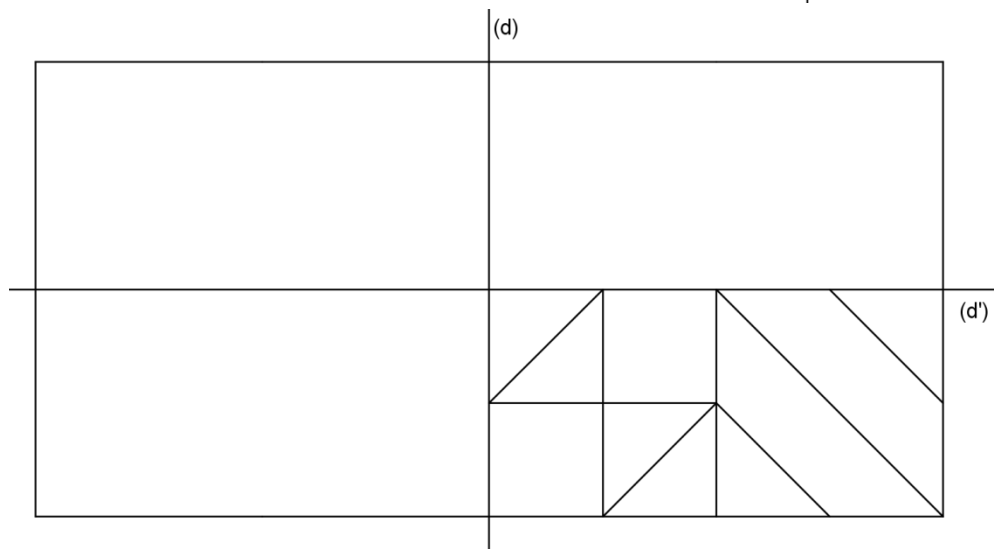
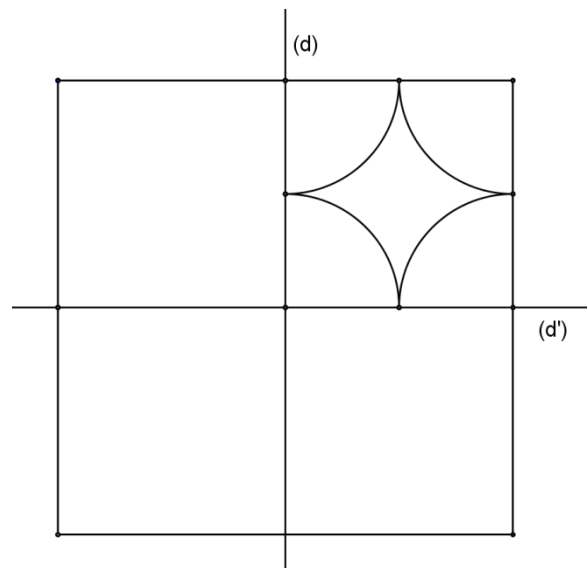
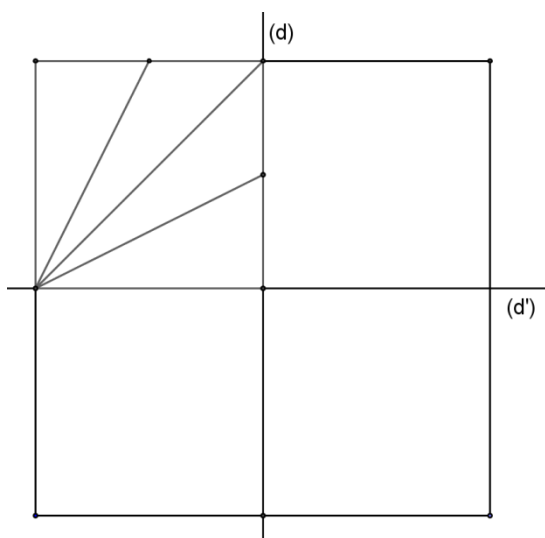
2^e étape

Travail à la Maison : Décors du flexacube et symétrie axiale

Chaque face du flexacube est un carré de 6 cm de côté et ce travail va permettre de construire des décors pour quatre faces. Il suffira ensuite de les coller sur le flexacube. Pour que le flexacube soit réussi, il faut bien-sûr être très précis dans les constructions (dimensions, propriétés géométriques...) et appliqué pour le coloriage.

Dans chaque cas, compléter les figures ci-dessous pour que (d) et (d') soient deux axes de symétrie.

Colorier ensuite les dessins obtenus.



3^e étape

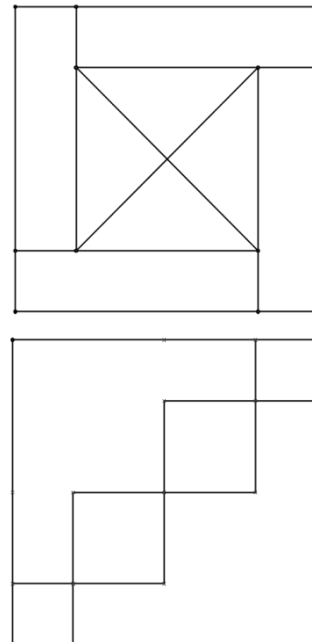
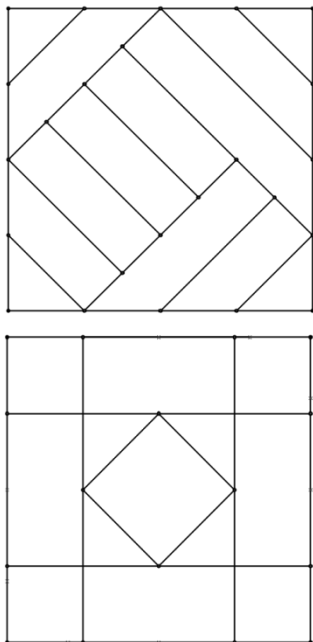
Travail à la Maison : Décors du flexacube et agrandissement

Chaque face du flexacube est un carré de 6 cm de côté et ce travail va permettre de construire des décors pour quatre faces. Il suffira ensuite de les coller sur le flexacube. Pour que le flexacube soit réussi, il faut bien-sûr être très précis dans les constructions (dimensions, propriétés géométriques...) et appliqué pour le coloriage.

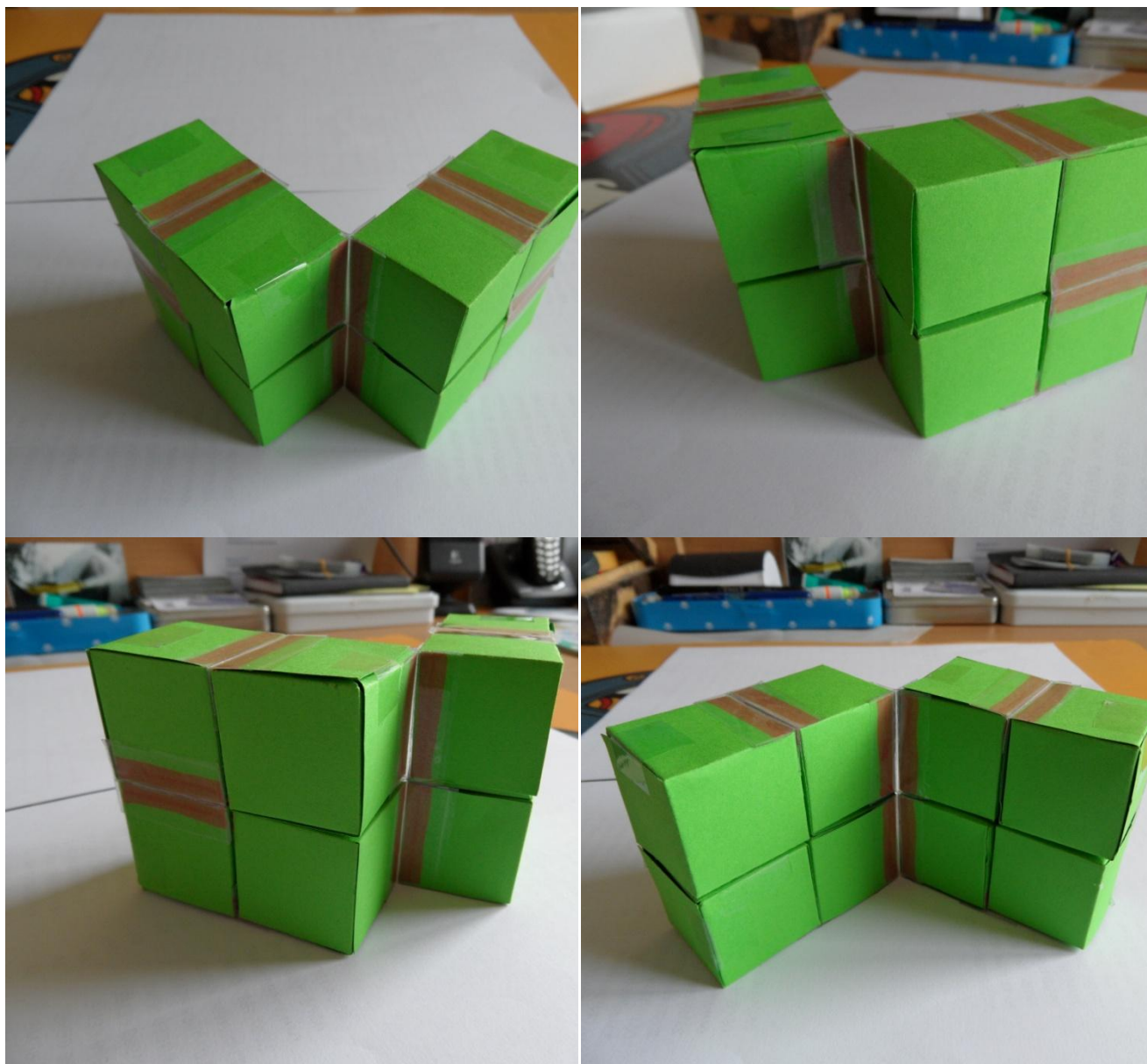
Chacun des carrés ci-dessous mesure 4 cm de côté.

Sur une seule face de feuille de papier uni, agrandir les figures pour que les côtés des carrés mesurent 6 cm.

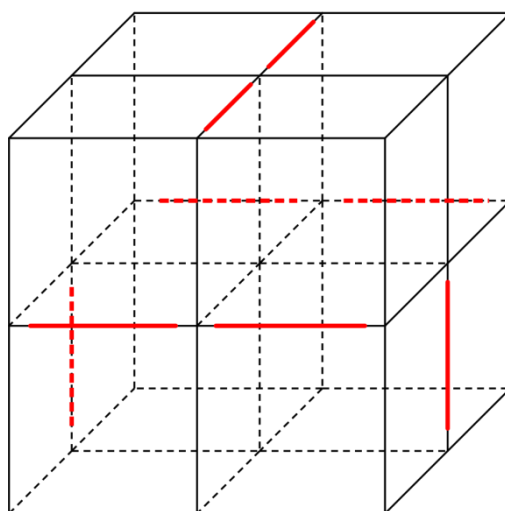
Colorier ensuite les dessins obtenus.



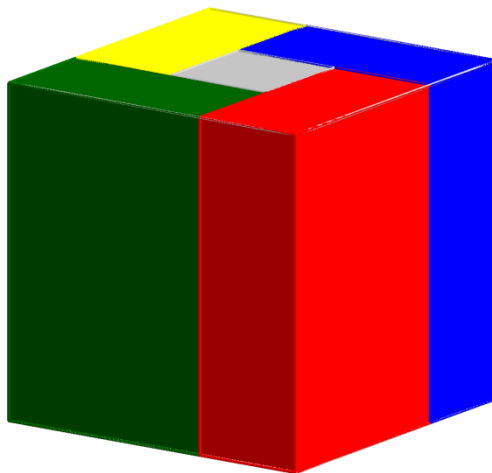
Annexe 4



Ces images sont fournies en version numérique dans le dossier « flexacube » et peuvent être projetées pour aider les élèves à assembler leurs huit cubes.



Emballons les pavés
Fin de cycle 3



Objectif

Cette activité est une situation problème qui peut être abordée au cycle 3. A partir de la présentation d'un puzzle dont les pièces sont des parallélépipèdes rectangles, les élèves sont amenés à produire des dessins en perspective cavalière puis à construire des patrons de parallélépipèdes rectangles (dont celui du cube).

Durée

- Dix minutes préparatoires à la fin d'une séance préalable (séance 0)
- Une séance d'une heure pour l'activité principale (séance 1)
- Deux séances de prolongements possibles.

Matériel

- Un cube pour la séance préparatoire
- Au moins un puzzle complet en couleur
- Vidéoprojecteur
- Logiciel de géométrie dynamique GeoGebra, pour montrer les assemblages et les patrons
- Feuilles A4 de couleurs différentes (rouge, jaune, bleu, vert et blanc) d'un grammage suffisant (au moins 90 g/m²) pour faire réaliser des patrons (éventuellement quadrillées 5mm x 5mm)
- Photocopies de l'annexe 1 (prévoir quelques exemplaires supplémentaires en cas d'erreurs)
- Feuilles de papier pointé à maille carrée
- Eventuellement une boîte par groupe pour ranger, à la fin de chaque séance, le matériel.

Fichiers à télécharger

Emballons pavés 3D.ggb

Prérequis

Pas de prérequis particuliers. Cependant, les élèves doivent avoir certaines habitudes de constructions géométriques (tracé de perpendiculaires et de rectangles) sur papier blanc. Nous conseillons cette activité pour la fin de cycle 3. Elle peut être une occasion de débiter la géométrie en classe de 6^e.

Scénario

L'activité préparatoire consiste en une présentation rapide d'un cube. Il s'agit d'une évaluation diagnostique dans le but de réactiver le vocabulaire lié à la géométrie dans l'espace.

L'activité principale utilise un puzzle de l'espace, composé de cinq pavés droits. Elle a pour objectifs la découverte des règles de représentation en perspective cavalière et la construction de patrons.

Elle est une introduction à une séquence sur la géométrie dans l'espace.

Pour prolonger cette activité, nous proposons des exercices possibles (p 39) en lien avec celle-ci ou des activités de représentation en perspective d'assemblages de solides.

Séance 0

Présentation

Les élèves doivent rapidement décrire un cube avec le vocabulaire approprié puis le représenter. Le professeur introduit ensuite la représentation en perspective cavalière sur papier pointé.

Cette première activité dure quelques minutes et se déroule bien avant la séance 1. En effet, à l'issue de celle-ci, un travail à la maison est demandé aux élèves. Il doit être corrigé par l'enseignant et si besoin repris par l'élève avant de démarrer la séance 1.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur montre un cube aux élèves et dit : « <i>Voici un objet. Quel est son nom ? Décrivez cet objet</i> ». Le professeur fait reformuler en utilisant le vocabulaire précis : face, arête, sommet, arête du cube, côté du carré, angle droit ... Il peut demander le nombre de faces, d'arêtes, de sommets.	Outre la bonne réponse « cube », certains proposent : carré. Les élèves répondent avec leurs mots : coin, côté ...
Le professeur demande aux élèves : « <i>Dessinez un cube sur votre cahier (ou sur votre feuille). Attention ! Ne regardez surtout pas ce que dessine votre voisin ! Notre mise en commun, tout à l'heure, sera ainsi plus intéressante.</i> » Le professeur se déplace, sans intervenir, pour suivre l'avancement des dessins. Il peut voir où en sont les élèves au sujet des représentations en perspective.	Les élèves représentent le cube sur une feuille de papier blanc. Quelques minutes de travail individuel suffisent. Aucune exigence n'a été précisée, le dessin à main levée est accepté. Les différentes propositions montrent très rapidement l'habileté des élèves sur le sujet. Elles vont d'un tracé erroné à une construction automatisée avec deux carrés décalés. Quelques élèves savent représenter les arêtes cachées avec des pointillés. On peut voir des productions d'élèves dans l'annexe B.

Le professeur peut avoir des exemples de dessins de cubes représentés dans une perspective autre que la perspective cavalière (éventuellement en consultant son collègue d'arts plastiques) mais il veille surtout à ne péjorer aucune des représentations proposées par les élèves. On peut remarquer que certaines représentations, bien que rejetées pour notre cours de mathématiques sont des projections, certes particulières, mais n'en sont pas moins exactes !	
Il distribue une feuille de papier pointé sur laquelle un cube est représenté en perspective cavalière et cinq autres tracés sont amorcés (annexe 1). Il précise que cette représentation est celle retenue en mathématiques. Il donne comme travail pour une prochaine séance : « <i>Vous reproduirez exactement ce dessin (le professeur montre le dessin n°1) 5 fois, du n°2 au n°6, au crayon à papier, sans trop appuyer car des parties seront gommées par la suite.</i> » Dans le cas où le sujet des arêtes cachées a été abordé, le professeur peut préciser : « <i>Sur ces dessins, les arêtes cachées ne sont pas représentées</i> ». Ces dessins seront utilisés par la suite.	
	En reproduisant 5 fois le dessin donné en modèle, les élèves se familiarisent avec ce type de papier et avec cette représentation d'un cube en perspective cavalière.
La séance suivante, le professeur relève les fiches, les corrige et peut proposer une autre fiche en cas d'erreur de tracé ou de tracé non fait au crayon à papier. Il veille à les garder jusqu'à la séance 1. Le professeur peut distribuer un document récapitulant le vocabulaire rencontré.	

Séance 1

Présentation

Les fiches avec les 6 cubes représentés en perspective cavalière sont redistribuées aux élèves et le puzzle leur est présenté.

Les élèves dessinent le puzzle en perspective cavalière sur leur feuille de papier pointé.

Puis ils sont répartis par groupes de quatre et chacun construit le patron de l'une des pièces du puzzle.

Le fichier GeoGebra *Emballons Pavés 3D.ggb* peut être utilisé pour animer cette séance.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Tout en présentant le puzzle, il dit : « <i>Dans ce cube de 6 cm d'arête, il y a différentes pièces. En tout, il y en a 5.</i> » <i>Je vous montre rapidement ces quatre (celles qui sont en couleur) et celle-là (la pièce blanche). Toutes ces pièces sont des parallélépipèdes rectangles.</i> » Le professeur sort, en partie seulement, chacune des 4 pièces (identiques, mais surtout, il ne le dit pas !) puis montre du doigt la cinquième. Pour la suite, le professeur veille à montrer le puzzle toujours dans la même position : rouge et vert devant, jaune et bleu à l'arrière (annexe 2).	Les élèves ne peuvent que regarder.
Le professeur distribue à chaque élève sa feuille de papier pointé sur laquelle sont représentés six cubes en perspective cavalière et affiche la première figure de l'annexe 2. Il dit : « <i>Nous allons ensemble représenter ces pièces sur le dessin n°1 de notre fiche.</i> » Le professeur choisit l'une des pièces placées à l'avant et dit : « <i>Nous allons d'abord dessiner le parallélépipède rectangle vert.</i> » Les dimensions sont données, écrites par le professeur sur son dessin. Puis les autres pièces sont dessinées (voir la 1^{ère} figure de l'annexe 2).	Ils doivent s'approprier l'échelle proposée par le professeur : - en vue de face : 1 intervalle représente 1 cm - sur les fuyantes : 1 diagonale représente 2 cm. Les élèves reproduisent le tracé effectué par le professeur mais n'écrivent pas les dimensions. Ils apprennent à utiliser ce papier pointé. Bien souvent, ils comptent d'abord les points, puis trouvent plus pratique de compter les intervalles. Une fois les tracés effectués, ils sont invités à repasser rapidement en couleur chacune des quatre pièces.
« <i>Vous serez répartis par groupe de quatre, chacun de vous devra construire le patron de l'un des quatre parallélépipèdes rectangles : celui dont la couleur correspond à la feuille que je vous donne.</i> »	

Le professeur met en place des groupes de quatre et distribue à chaque membre une feuille de couleur différente. Il ne laisse pas choisir les élèves et attribue de préférence les pièces bleue et jaune aux élèves les plus à l'aise. Ces feuilles peuvent être quadrillées de sorte que les tracés de perpendiculaires et de parallèles ne soient pas un obstacle à la réalisation du patron par les élèves. <i>« Quand vous aurez fini, vous viendrez vers moi et vous vérifierez vous-même que votre patron emballe bien la pièce ».</i>	Les élèves construisent leur patron. Ils vérifient par découpage que leur production est un patron de parallélépipède rectangle. Alors, le professeur leur confie la pièce du puzzle afin qu'ils l'emballent pour une validation définitive. Pour les élèves qui se trompent, une nouvelle feuille est donnée, aucun commentaire n'est fait !
Pour les élèves en difficulté (au bout du 2^e échec par exemple), le professeur peut prêter la pièce du puzzle pour que ceux-ci procèdent par empreinte. Aux élèves plus rapides, il propose des feuilles blanches pour le patron de la pièce centrale. Il ne présente aucune difficulté pour sa construction, l'une de ses faces étant un carré.	
	Chaque groupe produit les 5 pièces du puzzle pour reconstituer le gros cube. Des élèves proposent d'utiliser le ruban adhésif, cela est possible. Il faudra alors, par la suite, le couper pour coller le patron dans le cahier. Les élèves plus rapides peuvent également construire un patron d'un cube de 6 cm d'arête pour visualiser le puzzle dans son ensemble.
Le professeur fait coller à chaque élève son patron dans son cahier, sur une des faces, ce qui permet de l'ouvrir et de le refermer.	
Le professeur donne une feuille A4 et le travail pour la fois suivante : « construire un patron d'un cube de 3 cm d'arête ». Le professeur peut demander de dessiner des languettes.	

Séance 2

Présentation

Cette séance se déroule en deux parties.

Les propriétés de parallélisme et d'orthogonalité sont énoncées puis la séance porte sur la recherche des patrons d'un cube.

1. Vocabulaire et propriétés (parallélisme et orthogonalité)

Un descriptif des objets utilisés en séance 1 (cube et parallélépipède rectangle) conduit à l'explicitation du vocabulaire et des caractéristiques : faces, arêtes, sommets, nombre de faces, d'arêtes et de sommets. Le professeur montre puis demande de citer des faces parallèles ou perpendiculaires, des arêtes parallèles ou perpendiculaires, des arêtes perpendiculaires à une face...

Même rapide, ce travail permet de donner des exercices où les élèves auront à colorier ou à désigner des faces, des arêtes parallèles ou perpendiculaires sur des représentations en perspective cavalière ou sur des patrons.

Chaque enseignant choisit les modalités de gestion de cette phase : distribution d'une synthèse à coller directement dans le cahier de leçon (voir annexe C), choix des exercices, etc.

2. Défi lancé aux élèves : rechercher les différents patrons du cube

Le professeur demande aux élèves de sortir le patron du cube qui était à construire pour cette séance.

La vérification rapide de ce travail permet de se rendre compte que tous les patrons n'ont pas la même forme et de lancer un défi (entre les élèves ou entre les groupes d'une classe ou entre deux classes) pour obtenir le plus grand nombre de patrons différents.

Si toutefois, un seul patron émerge des recherches personnelles, le professeur demandera si c'était la seule solution possible. Au besoin, il pourra proposer un autre patron parmi les onze possibles (voir annexe C).

Selon le défi retenu, la gestion est différente. Ce défi débute dans cette séance et se poursuit par des recherches à la maison avec de brefs bilans lors des séances suivantes.

Les élèves sont libres de s'organiser comme ils le souhaitent (dessins à main levée, découpage de 6 carrés à assembler avec du ruban adhésif, etc.).

Pour la gestion des bilans intermédiaires, le professeur donne aux élèves ou groupes d'élèves ou classes une affiche qu'ils complètent au fur et à mesure et qu'ils gardent sans l'afficher avant la fin du défi.

Lors de la séance qui conclut le défi, le professeur peut distribuer une synthèse récapitulant les onze patrons différents du cube (voir annexe C).

Séance 3

Présentation

Dans cette séance, il s'agit de représenter en perspective cavalière des assemblages de parallélépipèdes rectangles.

Le professeur demande aux élèves de ressortir la feuille de papier pointé sur laquelle ils ont déjà tracé cinq cubes en perspective (annexe 1). Il projette le puzzle, représenté en perspective, de la séance 1 (figure 1 de l'annexe 2).

Il explique que l'on va imaginer enlever certaines pièces du puzzle, les élèves devront dessiner l'assemblage restant.

Figure 2 : On enlève la pièce rouge.

Figure 3 : On enlève les pièces rouge et verte.

Figure 4 : On enlève les pièces rouge, verte et bleue.

Figure 5 : On enlève les pièces jaune et verte.

Figure 6 : On enlève les pièces blanche et verte.

Le professeur prend soin de laisser la consigne affichée à côté du puzzle complet.

Les élèves s'aident des représentations en perspective des cubes déjà tracées et sont amenés à gommer des parties du dessin.

Ils avancent à leur rythme et demandent la validation du professeur avant de passer à la figure suivante.

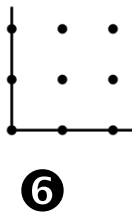
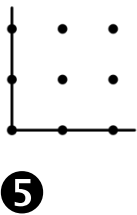
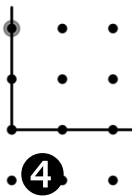
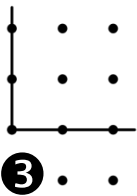
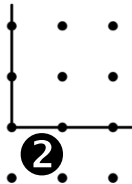
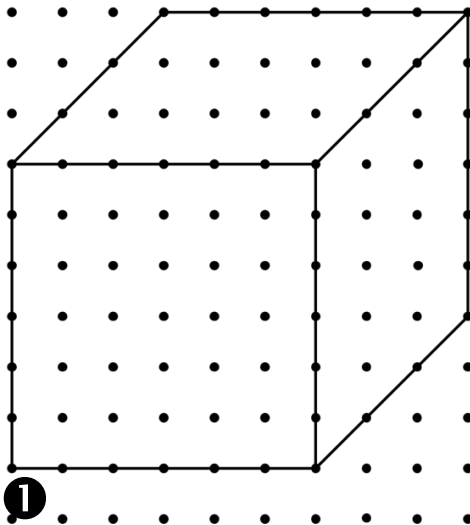
Les constructions obtenues sont en annexe 2.

Pour la correction de ce travail, le professeur peut s'aider du fichier GeoGebra « *Emballons Pavés 3D* ».

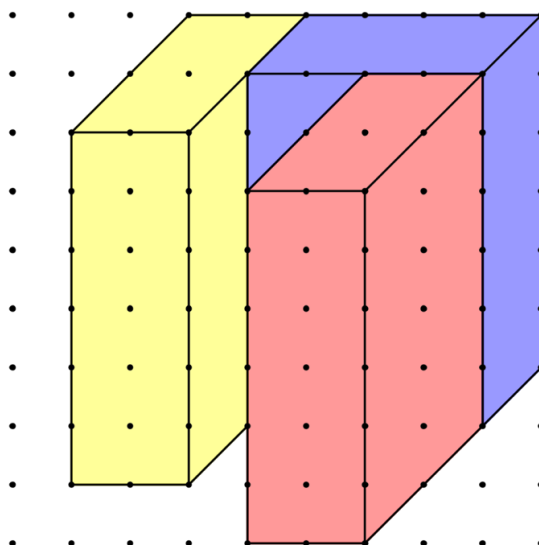
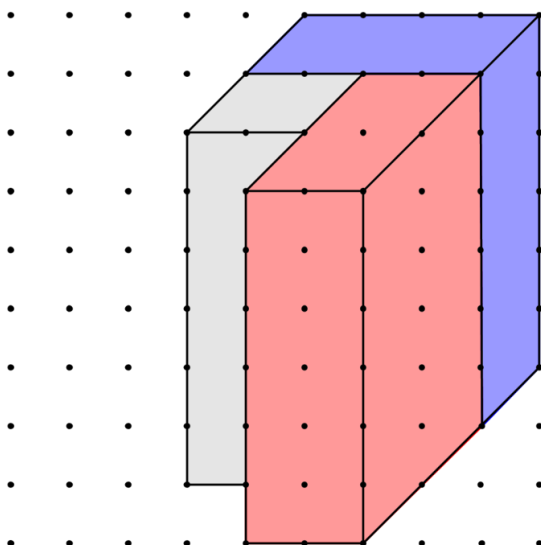
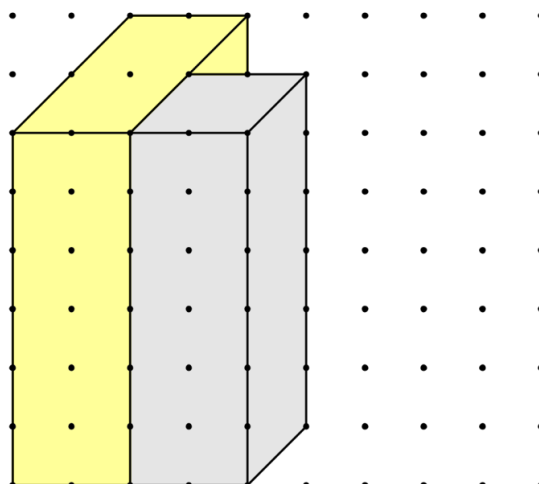
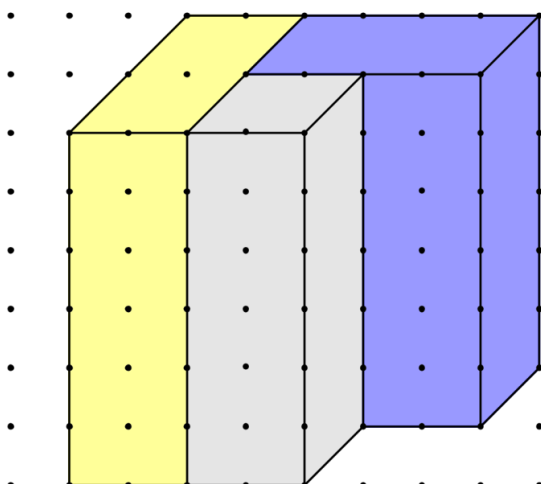
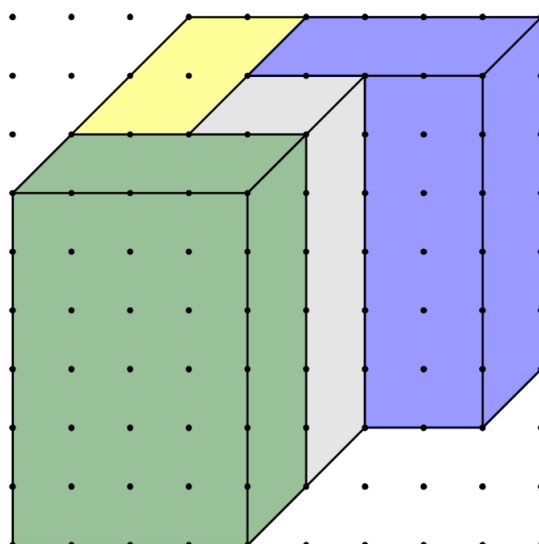
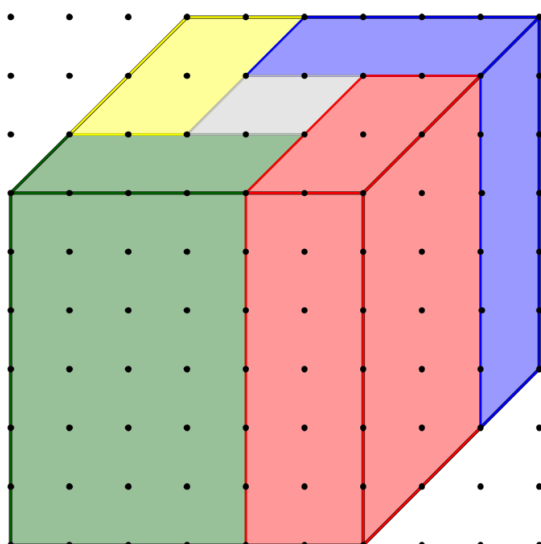
Durant les séances suivantes, le professeur peut proposer des exercices extraits de cette brochure (p 39). Pour l'utilisation de ces exercices, il est important de prendre le temps de lire l'introduction (p 40) qui explicite les objectifs de chacun.

Annexe 1

Complète au crayon tous les dessins (2 à 6) comme le modèle donné en 1.

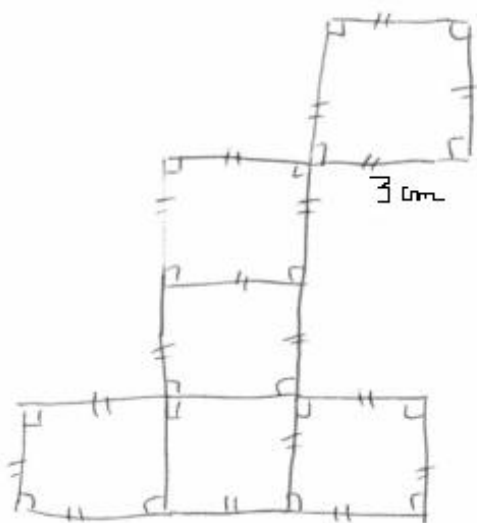
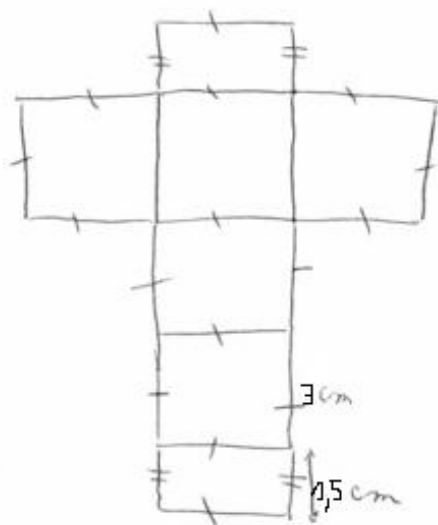
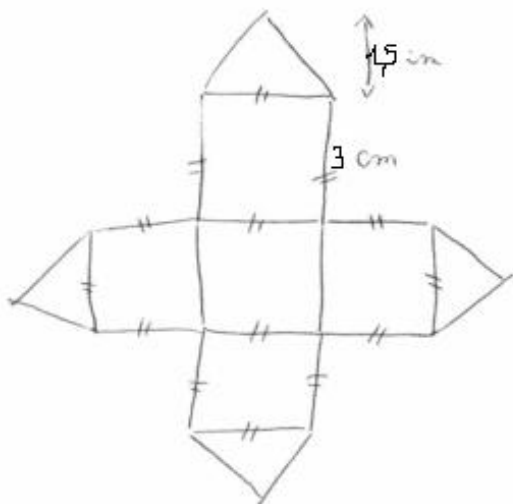


Annexe 2



Annexe A

Dans certaines classes, nous avons pu observer les productions suivantes lors de la recherche du plus grand nombre de patrons différents du cube :



Ces productions sont intéressantes et ont été discutées collectivement lors de la phase de débat qui a suivi celle de la recherche en groupe. Il a été convenu que, par pliage, ces trois formes constituent bien un cube d'arête 3 cm mais ne sont pas considérées comme un patron du cube. Nous décidons collectivement que toute face plane du solide doit être entière dans le patron et attachée à une autre par une arête.

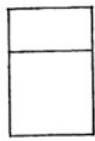
Annexe B

Ci-dessous des productions d'élèves possibles concernant la représentation d'un cube :

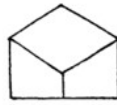
Production 1



Production 2



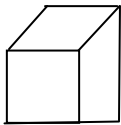
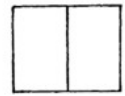
Production 3



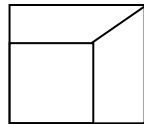
Production 4



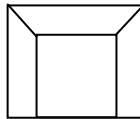
Production 5



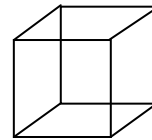
Production 6



Production 7



Production 8



Production 9



Production 10

Les productions 6, 7 et 8 montrent des conceptions erronées assez récurrentes : le fait de représenter à l'horizontale certaines ou toutes les arêtes qui sont dans le plan « de base ».

La production 1 relève d'une représentation en perspective à un point de fuite qui n'est pas celle que nous utilisons en mathématiques mais qu'il est intéressant de montrer aux élèves. Elle peut faire l'objet d'un travail en collaboration avec le professeur d'arts plastiques.

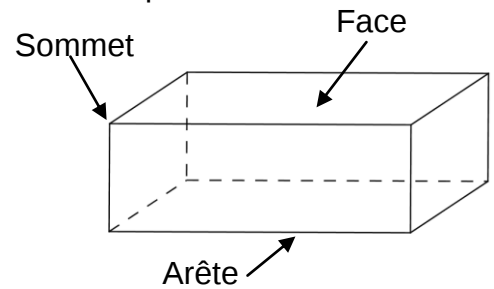
Certaines représentations (productions 2, 5 et 10), bien que peu utilisées pour notre cours de mathématiques, sont des projections certes particulières mais n'en sont pas moins exactes ! S'il est toujours important pour un professeur de ne pas péjorer les productions de ses élèves, c'est encore plus vrai ici.

La production 9 correspond à la représentation d'un cube « fil de fer » que les élèves ont pu rencontrer par ailleurs.

Annexe C

Vocabulaire :

Définition : Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide qui a six faces rectangulaires.



Propriétés : Un pavé droit a 8 sommets, 12 arêtes et 6 faces.

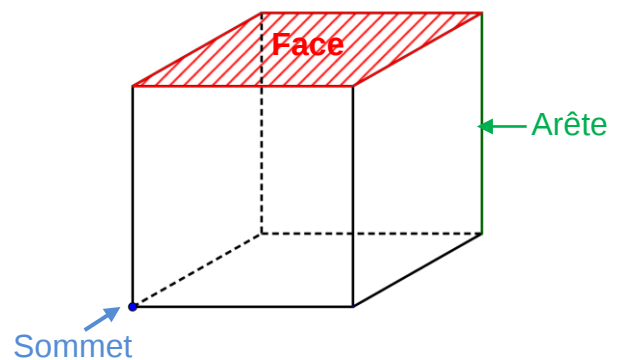
Définition : Un cube est un pavé droit dont les six faces sont des carrés.

Perspective cavalière :

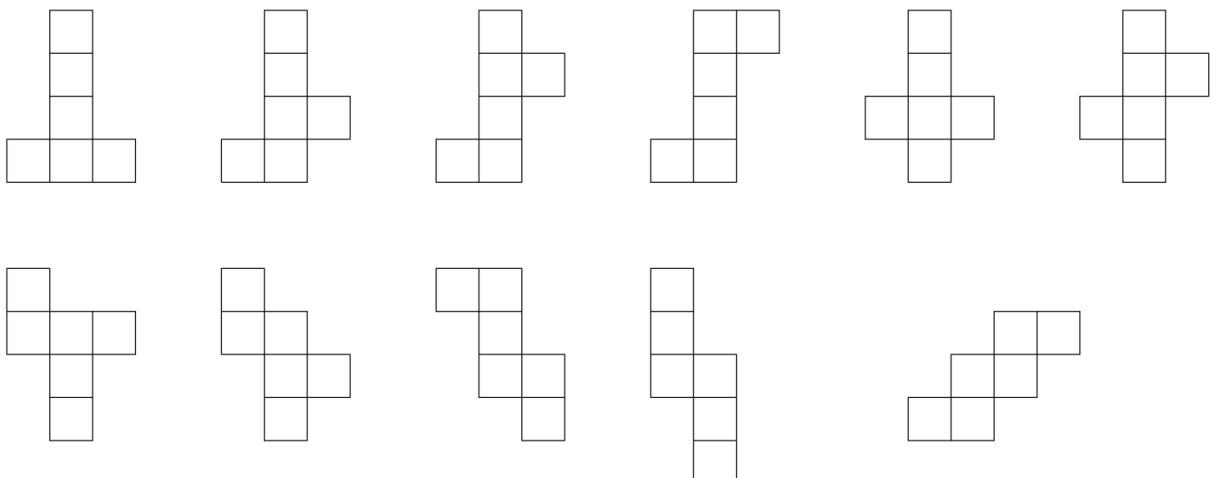
Technique de dessin

- les arêtes parallèles du cube sont représentées par des segments parallèles,
- les faces de devant et de derrière sont représentées en vraie grandeur par des carrés,
- les arêtes cachées sont représentées en pointillés.

Dessin d'un cube :



Les différents patrons du cube



EXERCICES

pour le cycle 3

Objectifs visés

Nous proposons dans les annexes suivantes une liste d'exercices dont nous précisons les objectifs. L'enseignant choisit ceux qui lui conviennent dans l'ordre qui lui convient.

Le cube à décorer sur papier pointé à maille triangulaire :

Objectif : Passer d'une perspective dans laquelle une des faces est en vraie grandeur à une perspective où aucune des faces n'est en vraie grandeur.

Commentaires : Exercice sans grande difficulté.

Le paravent sur papier pointé :

Objectif : Mettre en œuvre certaines propriétés de la perspective cavalière dont la conservation du parallélisme et des milieux.

Commentaires : Les variables didactiques choisies sont importantes. Le support fourni est un papier pointé à maille carrée et le seul instrument autorisé est la règle non graduée. Il est donc nécessaire dans certains cas d'utiliser les propriétés des diagonales des carrés ou rectangles fournis par le papier pointé pour déterminer des milieux.

Le poisson et la boîte :

Objectifs : Mettre en œuvre la conservation des proportions et de l'alignement en passant d'une vue en vraie grandeur à une vue en perspective et inversement.

Commentaires : La règle graduée est indispensable et le professeur doit veiller à ce que les dimensions choisies dans notre énoncé pour le poisson (9 cm) soient respectées sur la photocopie.

Pour construire la bouche du poisson, il est nécessaire de constater l'alignement de trois points particuliers.

Le paravent sur papier blanc :

Objectif : Mettre en œuvre certaines propriétés de la perspective cavalière dont la conservation du parallélisme et des milieux.

Commentaires : Exercice difficile pour lequel un accompagnement des élèves est nécessaire.

Les variables didactiques choisies sont importantes. Le support fourni est un papier uni et les seuls instruments autorisés sont la règle non graduée et l'équerre de façon à pouvoir construire des parallèles sans report de longueur. Il est nécessaire d'utiliser les propriétés des diagonales de rectangles pour obtenir des milieux.

Les cubes à décorer sur papier blanc :

Objectif : Mettre en œuvre certaines propriétés de la perspective cavalière dont la conservation du parallélisme, de l'alignement et des milieux.

Commentaires : Exercices difficiles pour lesquels un accompagnement des élèves est nécessaire.

Les variables didactiques choisies sont importantes. Le support fourni est un papier uni et les seuls instruments autorisés sont la règle non graduée et l'équerre de façon à pouvoir construire des parallèles sans report de longueur. Il est nécessaire de constater l'alignement de certains points et d'utiliser la conservation de l'alignement pour terminer la construction.

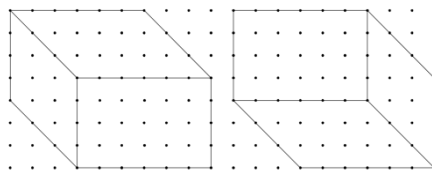
Pavés droits à compléter sur papier pointé à maille carrée :

Objectif : Familiariser l'élève avec des représentations de pavés droits en perspective, face avant en vraie grandeur, sur papier pointé carré. Les exercices sont réalisés à main levée ou avec une règle non graduée.

Commentaires : Sans aucune précision donnée aux élèves, certains ne représentent que les arêtes vues alors que d'autres représentent aussi les arêtes cachées. Il nous semble préférable que le professeur précise qu'il ne les attend pas.

Cet exercice peut être considéré comme une préparation à l'exercice suivant. Entre nous, ce sont les mêmes dessins mais sans les points !

Attention, pour le dernier dessin, deux réponses sont possibles, voir ci-dessous.



Pavés droits à compléter sur papier uni :

Objectif : Construire à l'équerre et à la règle non graduée des représentations de pavés droits en perspective avec la face avant représentée en vraie grandeur sur papier uni.

Commentaires : Cet exercice consiste en un tracé de parallèles. Pour réussir, les élèves doivent être familiarisés avec ce type de représentations. D'où l'intérêt de l'exercice précédent.

Le professeur peut laisser le choix de construire ou non les arêtes cachées mais il nous semble plus raisonnable de ne demander que la construction des arêtes vues.

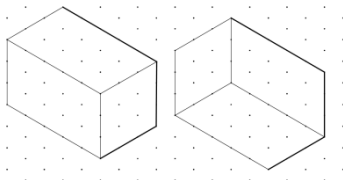
Pavés droits à compléter sur papier pointé à maille triangulaire :

Objectif : Compléter des représentations de pavés droits en perspective sur papier pointé triangulaire. Avec ce type de papier, aucune face n'est en vraie grandeur mais le parallélisme est conservé. Ces exercices sont à réaliser avec seulement une règle non graduée ou à main levée, c'est au professeur de décider.

Il nous semble plus raisonnable de ne pas demander de représenter les arêtes cachées.

Commentaires : Cet exercice peut être considéré comme une préparation à l'exercice suivant. Ce sont les mêmes dessins mais sans les points !

Attention, pour les dessins du cube et les deux derniers dessins, deux réponses sont possibles. Par exemple, voici les deux réponses exactes pour le dernier :



Pavés droits à compléter sur papier uni :

Objectif : Construire avec l'équerre et la règle non graduée des représentations de pavés droits en perspective cavalière sur papier uni.

Commentaires : Ici encore, il nous semble plus raisonnable de ne pas demander la construction des arêtes cachées.

Fractions et perspectives

Objectif : Réactiver les connaissances relatives à la fraction partage dans l'espace.

Décomposition de solides

Objectif : Considérer des assemblages de solides pour dénombrer des cubes et ainsi préparer la séquence sur la grandeur « volumes ».

Commentaires : Le papier pointé permet de dénombrer les cubes. Outre la difficulté du dénombrement, il ne faut pas négliger celle du dessin en perspective des solides obtenus par décomposition. En particulier, certaines arêtes des pièces obtenues sont difficiles à imaginer.

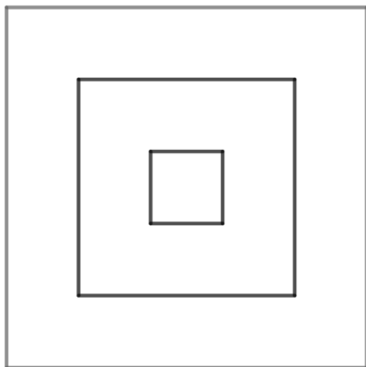
Soma cube :

Objectif : Imaginer des assemblages de cubes et les représenter.

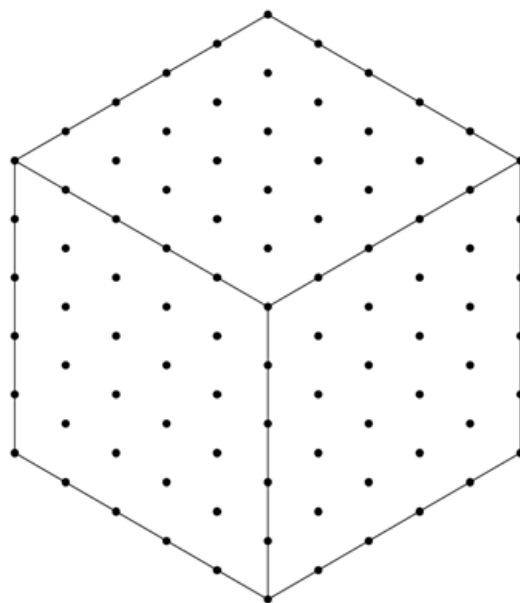
Commentaires : Avec le papier pointé à maille triangulaire qui a été choisi, aucune des faces des solides n'est représentée en vraie grandeur.

Le cube à décorer

Toutes les faces du cube sont décorées de la même manière avec le motif ci-dessous. Complète le motif de chacune des faces visibles du cube sur papier pointé.



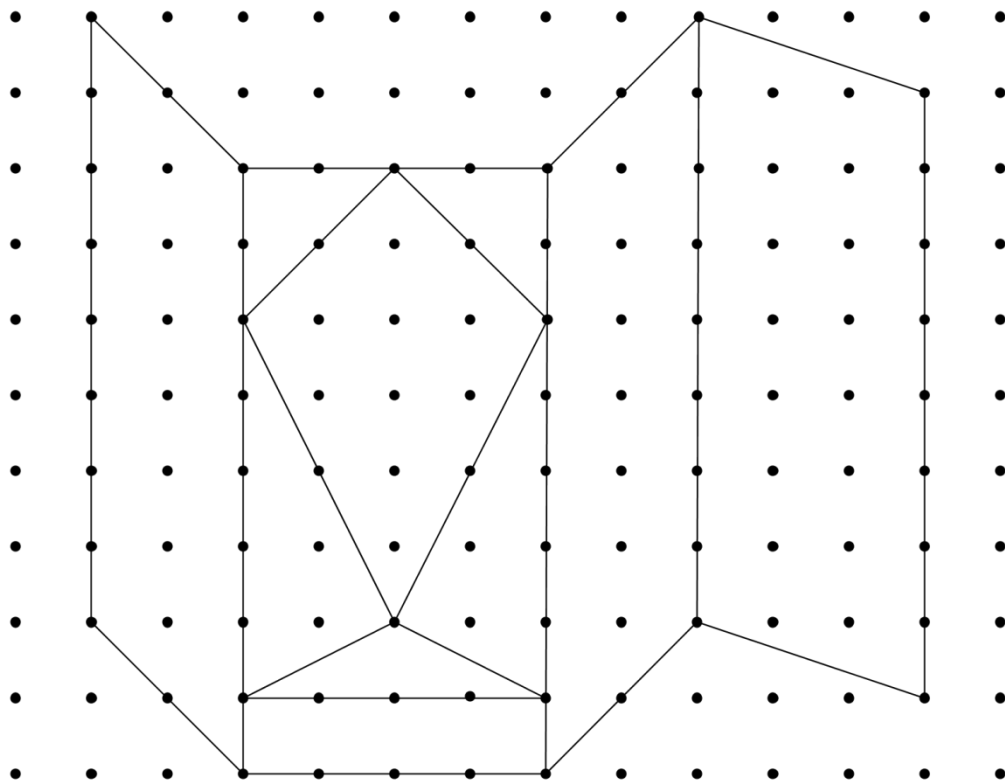
Motif



Cube sur papier pointé

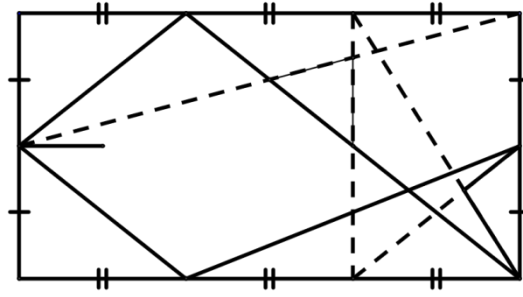
Le paravent

Voici un paravent. Tous les panneaux sont identiques. Complète leur décoration avec seulement une règle non graduée.



Le poisson

On donne le dessin ci-contre :



Construire ce dessin sur la face supérieure de la boîte représentée en perspective ci-dessous :

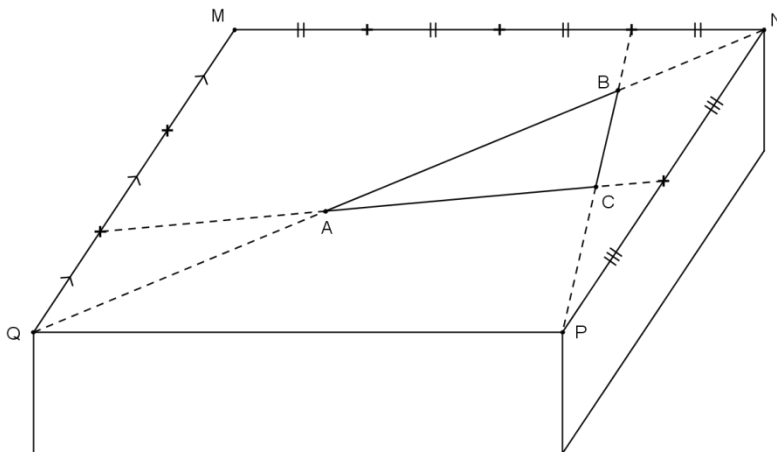


La boîte

On a représenté une boîte en perspective ci-dessous.

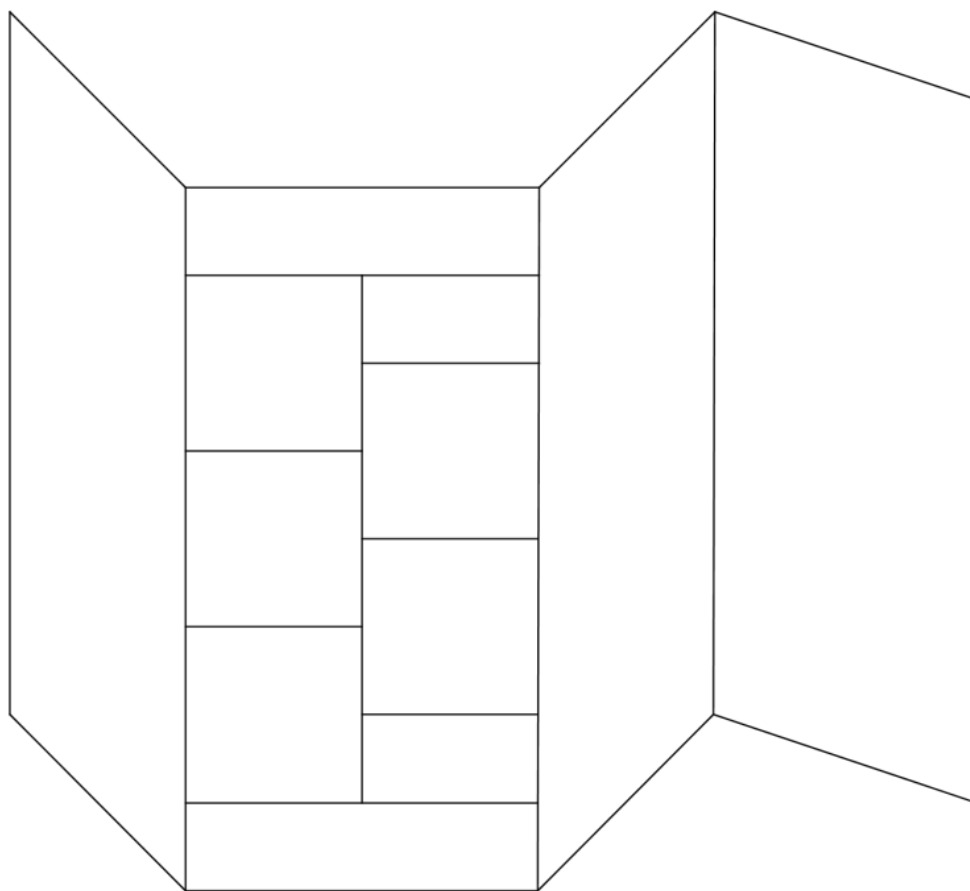
Dessiner en vraie grandeur le triangle ABC sachant que :

MNPQ est un rectangle tel que : $MN = 10$ cm et $NP = 6$ cm.



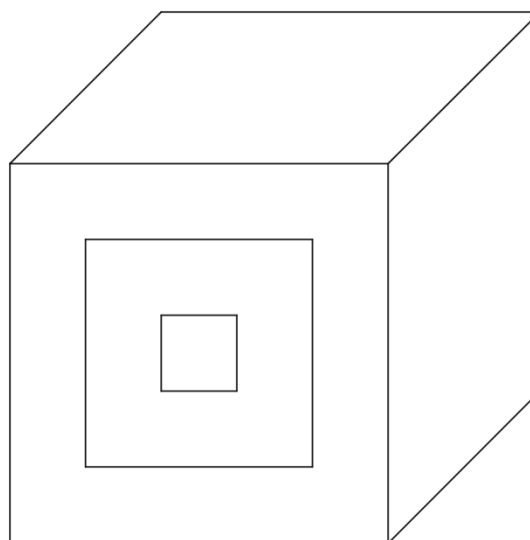
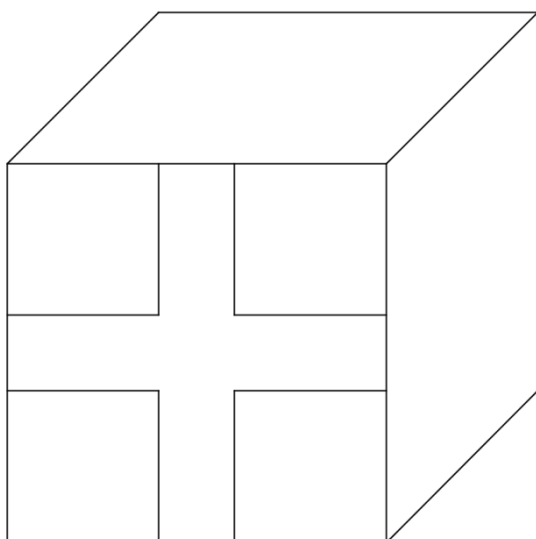
Le paravent sur papier blanc

Voici un paravent. Tous les panneaux sont identiques. Complète leur décoration en utilisant uniquement une équerre et une règle non graduée.



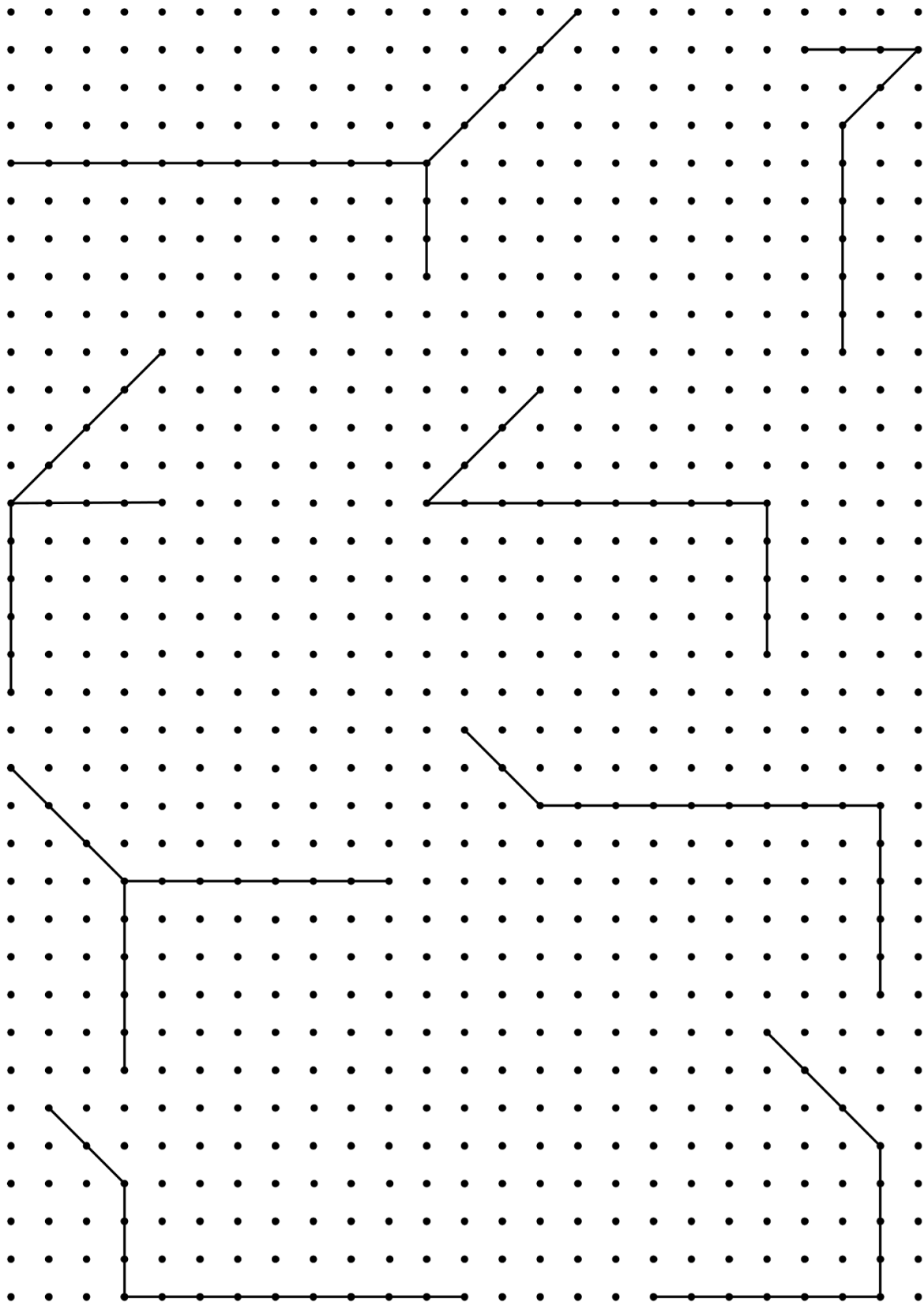
Les cubes sur papier blanc

Sur chacun des cubes ci-dessous, toutes les faces sont décorées de façon identique. Complète le décor de chacun d'eux en utilisant uniquement l'équerre et la règle non graduée.



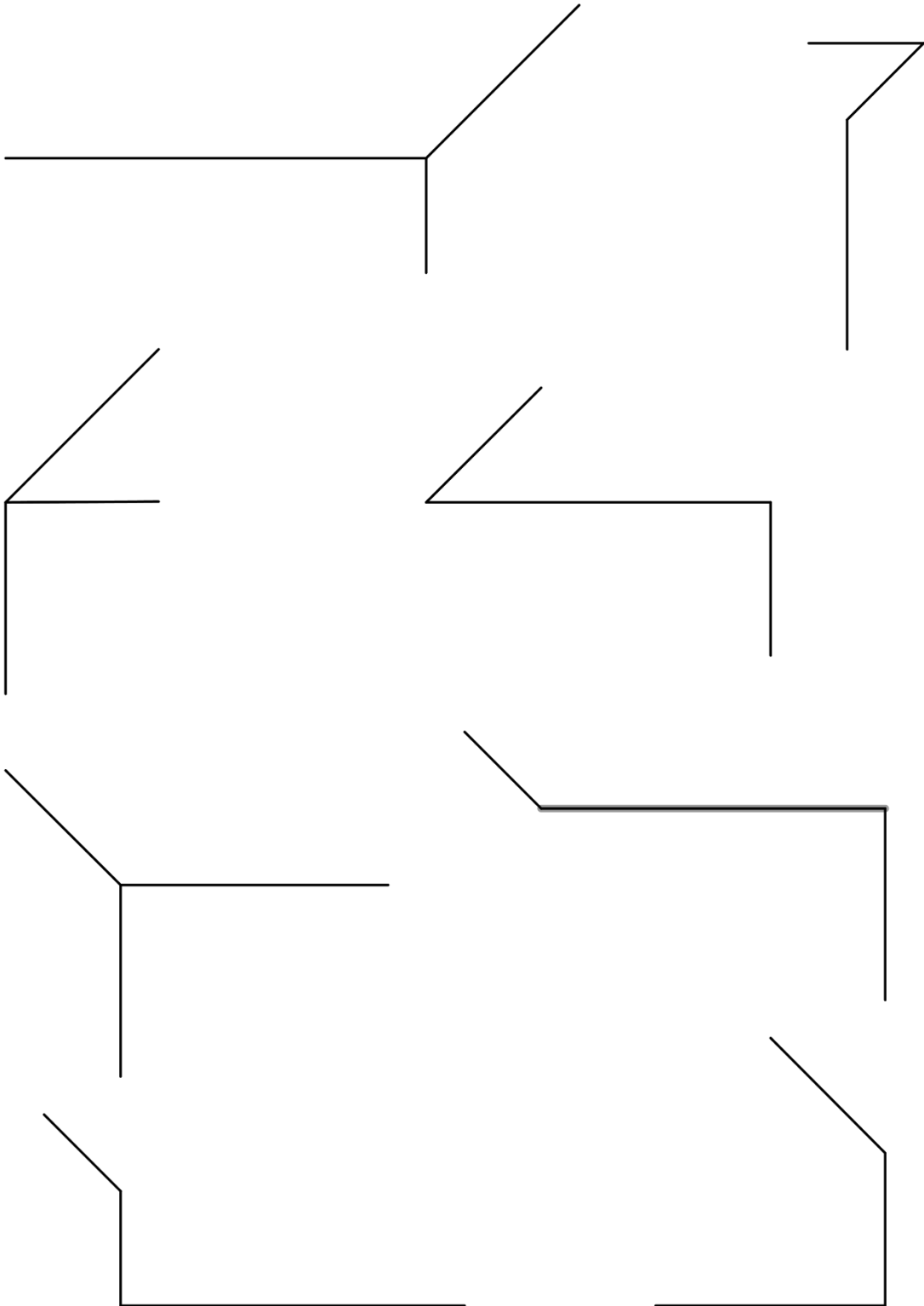
Pavés droits sur papier pointé

Complète la représentation en perspective cavalière de chacun des pavés droits.



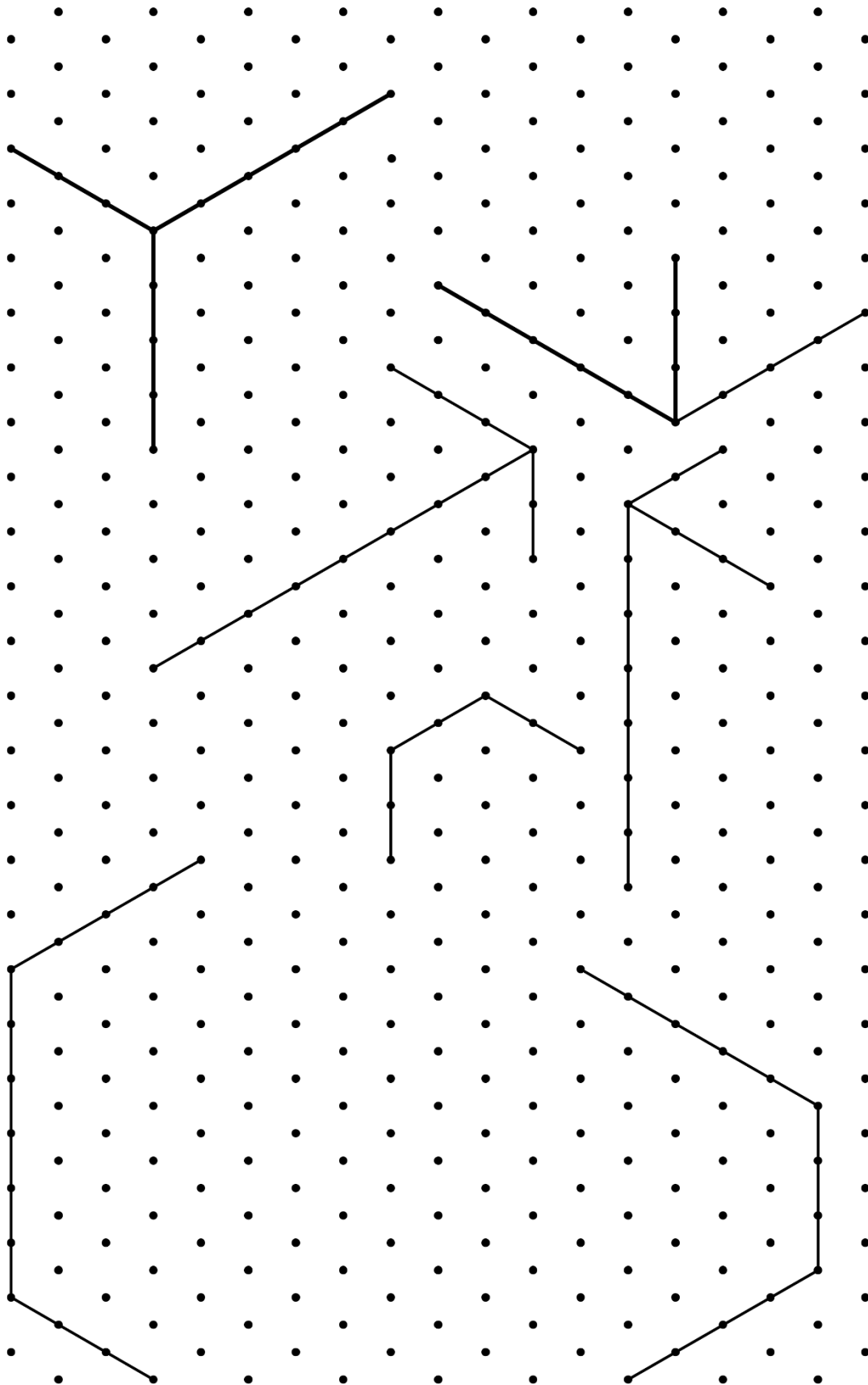
Pavés droits sur papier uni

Avec l'équerre et la règle non graduée, complète la représentation en perspective cavalière de chacun des pavés droits.



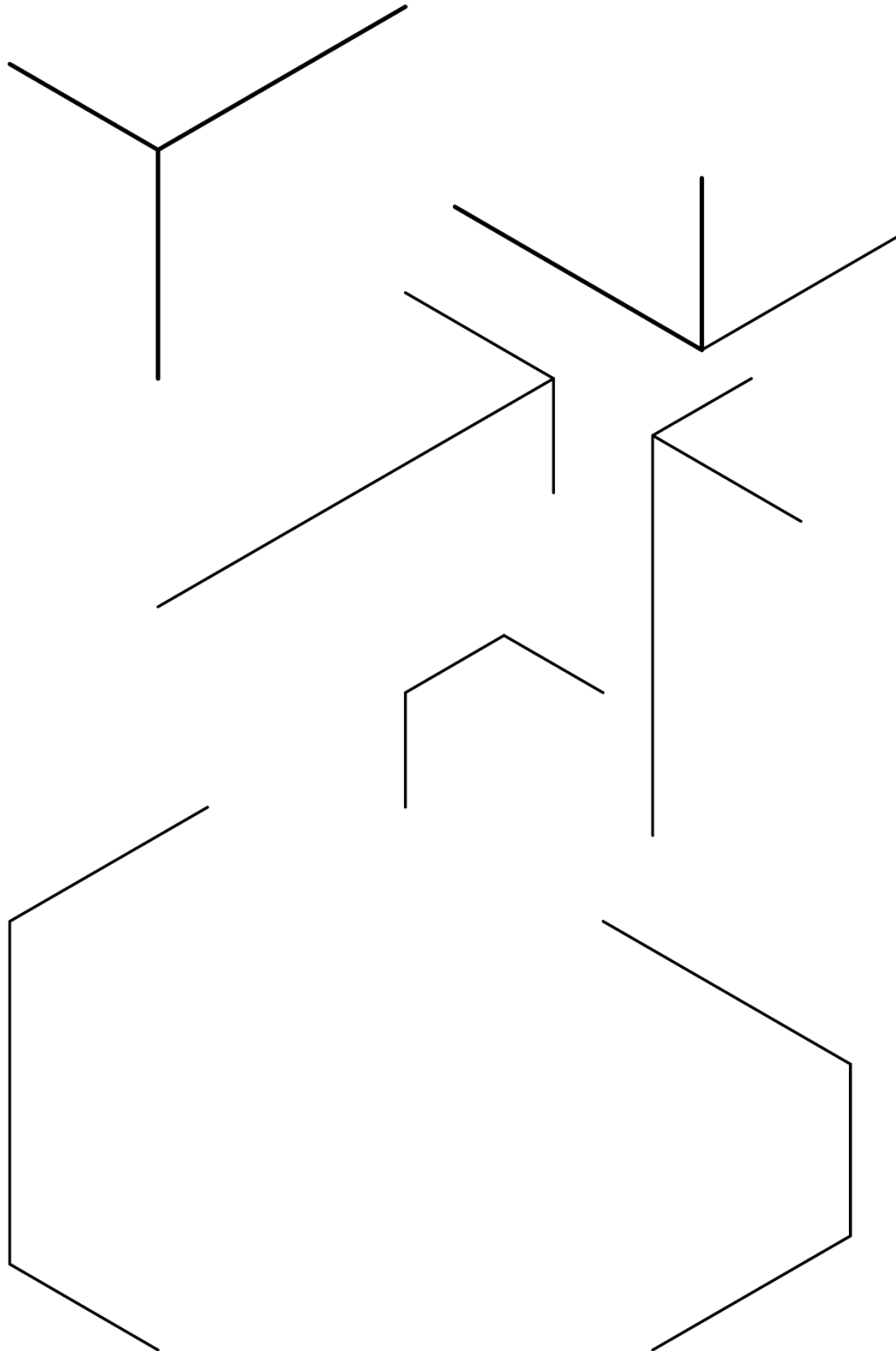
Pavés droits sur papier pointé à maille triangulaire

Complète la représentation en perspective cavalière de chacun des pavés droits.



Pavés droits su papier uni

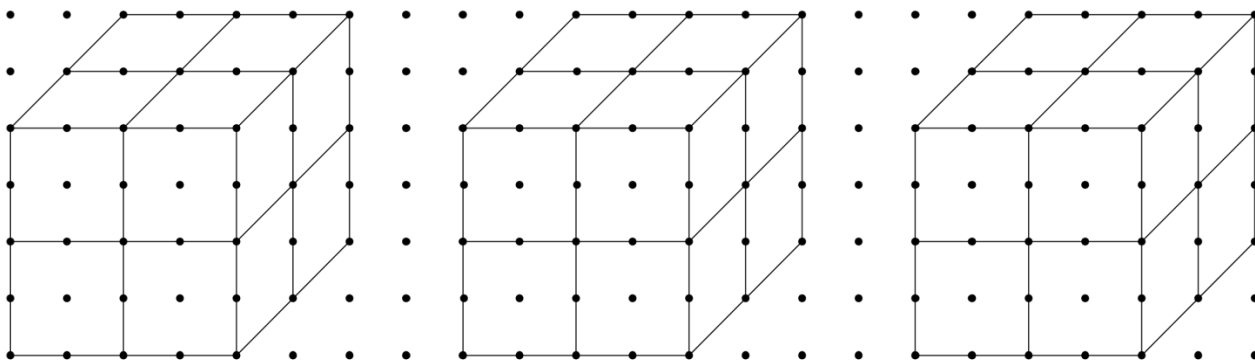
Avec l'équerre et la règle non graduée, complète la représentation en perspective cavalière de chacun des pavés droits.



Fractions et perspective

L'unité choisie est le volume d'un « grand » cube ci-dessous.

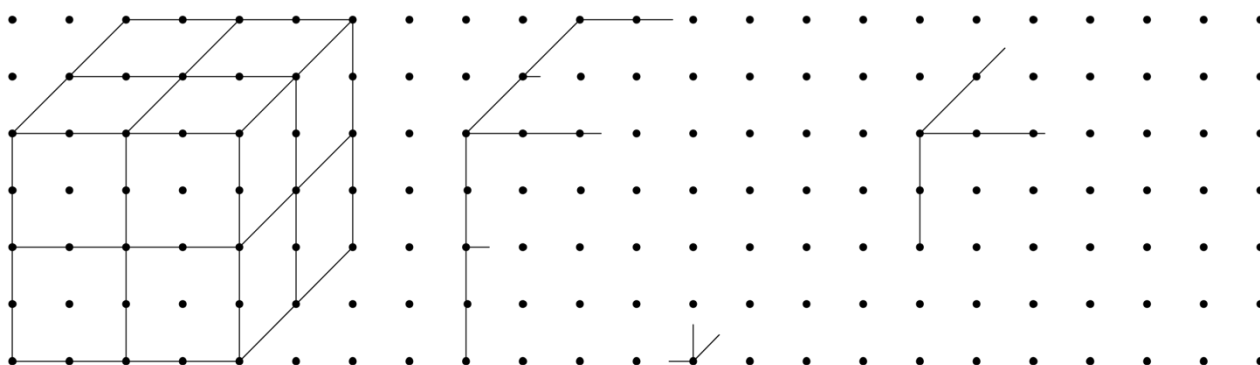
Illustre de trois façons différentes la fraction $\frac{1}{2}$.



L'unité choisie est le volume d'un « grand » cube ci-dessous.

- Complète les deux dessins du cube en utilisant le modèle du premier.

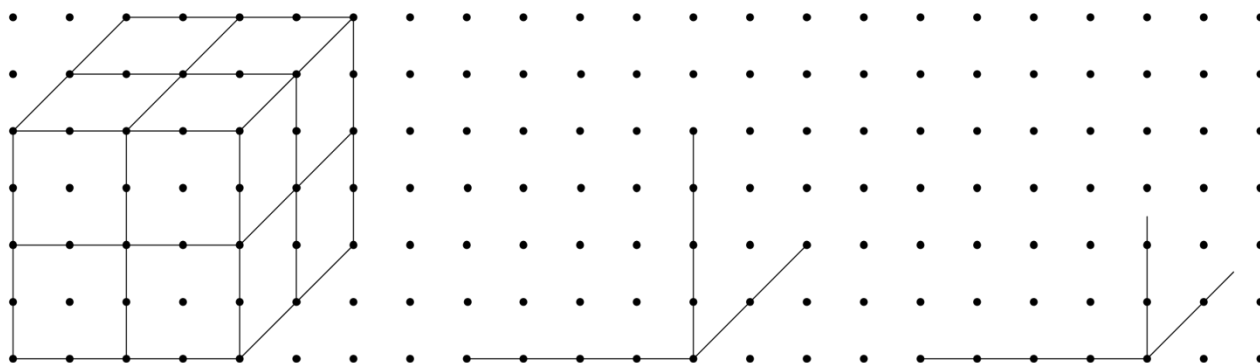
- Illustre de trois façons différentes la fraction $\frac{1}{4}$.



L'unité choisie est le volume d'un « grand » cube ci-dessous.

- Complète les deux dessins du cube en utilisant le modèle du premier.

- Illustre la fraction indiquée sous chaque cube.



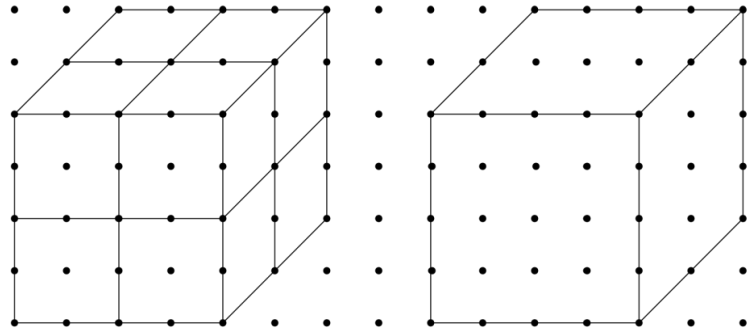
$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{8}$$

$$\frac{6}{8}$$

L'unité choisie est le volume d'un « grand » cube ci-contre.

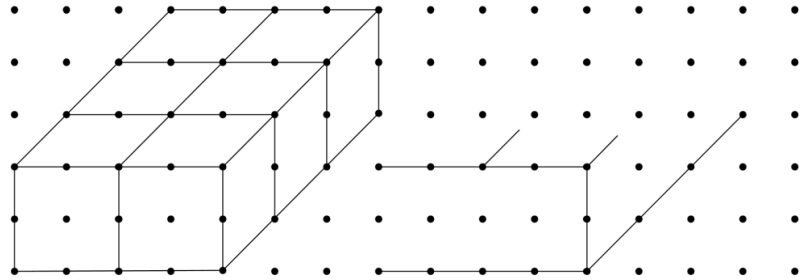
Illustre la fraction $\frac{5}{4}$.



L'unité choisie est le volume du parallélépipède rectangle ci-contre.

- Complète le dessin du parallélépipède rectangle non terminé en utilisant le modèle du précédent.

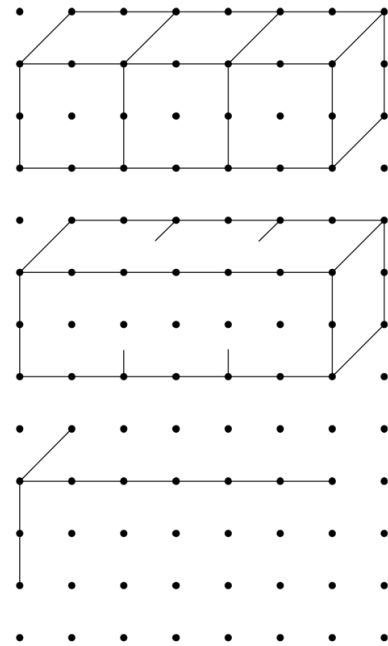
- Illustre la fraction $\frac{5}{3}$.



L'unité choisie est le volume du parallélépipède rectangle ci-contre.

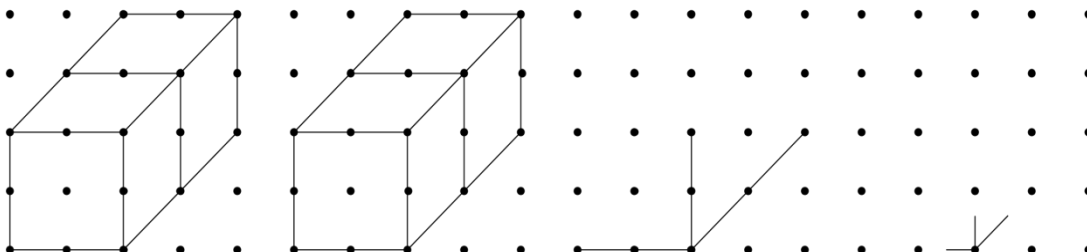
- Complète les dessins des deux parallélépipèdes rectangles non terminés.

- Illustre la fraction $\frac{8}{3}$.



L'unité choisie est le volume du parallélépipède rectangle ci-dessous.

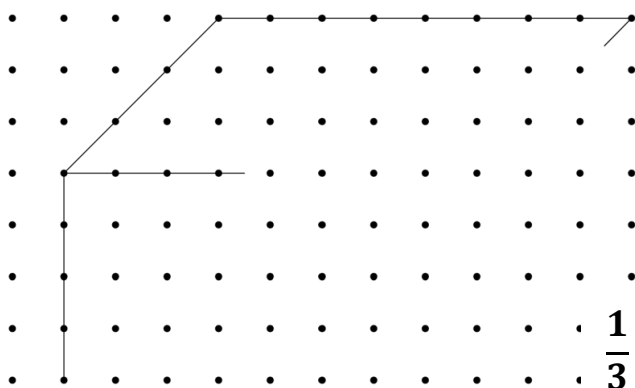
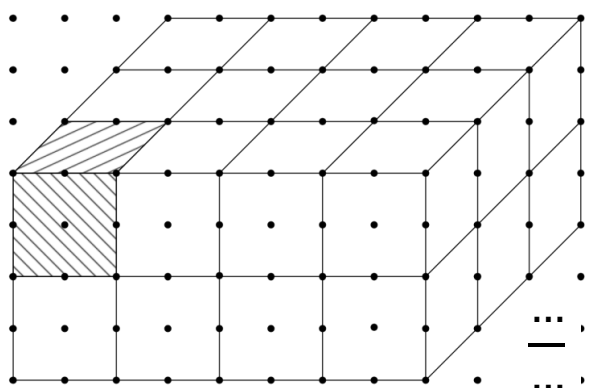
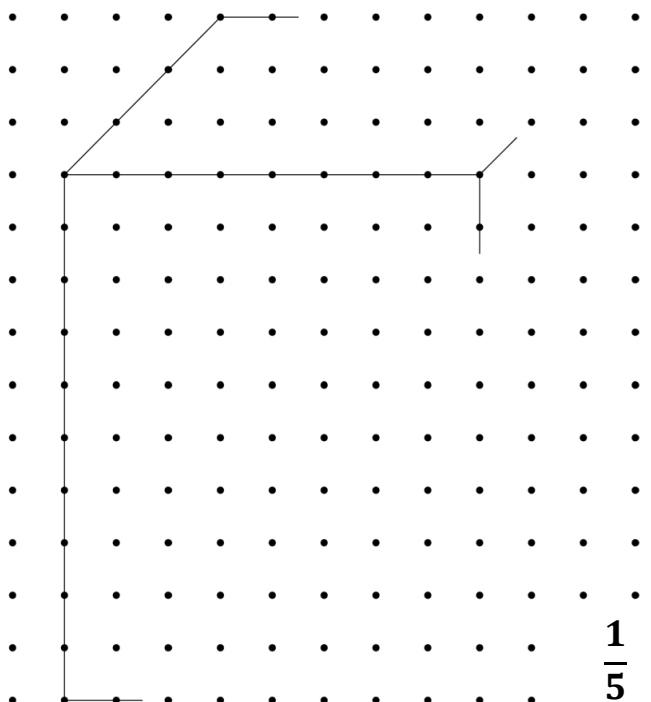
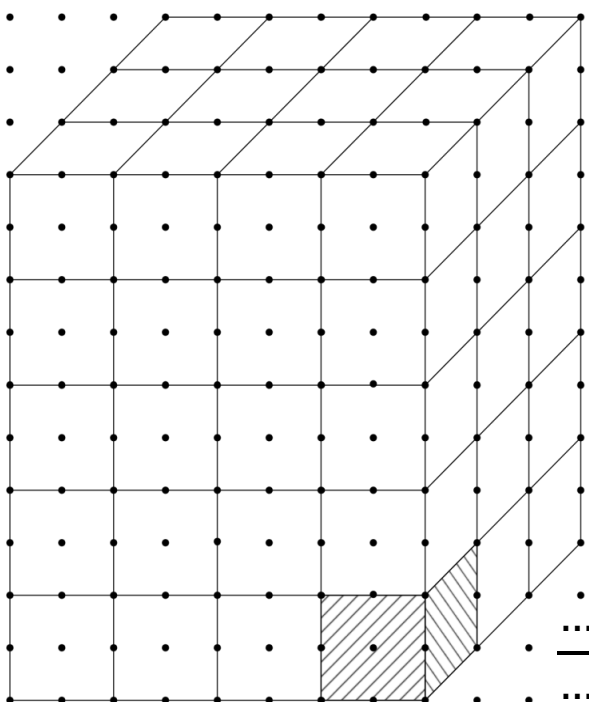
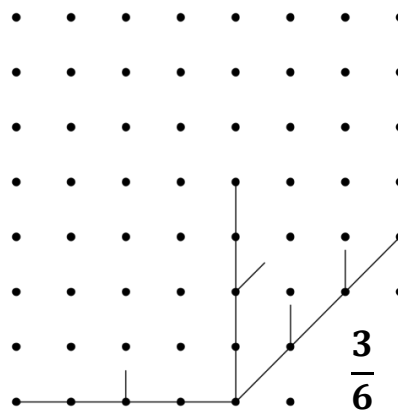
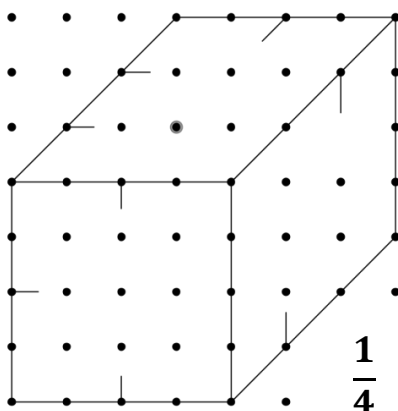
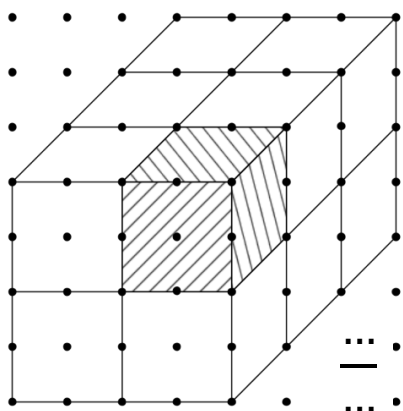
- Illustre la fraction $\frac{9}{2}$.



Pour les exercices suivants :

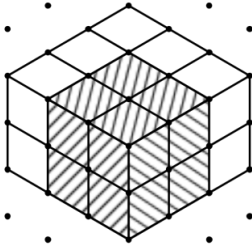
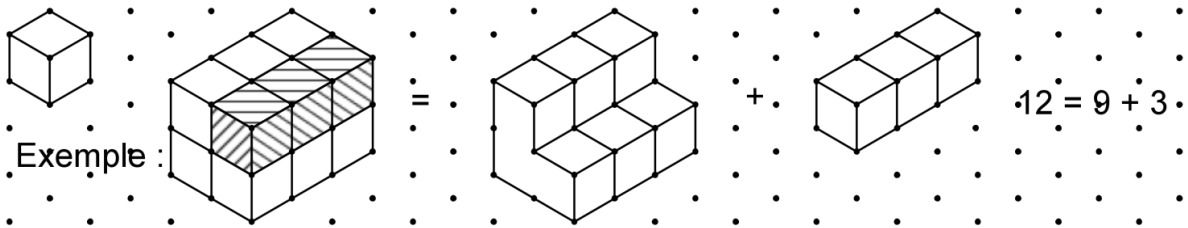
L'unité choisie est le volume du parallélépipède rectangle figurant à droite.

- Complète les dessins des parallélépipèdes rectangles non terminés comme le modèle.
- Indique la fraction illustrée sur le premier parallélépipède rectangle.
- Illustre sur les autres parallélépipèdes chacune des fractions correspondantes.

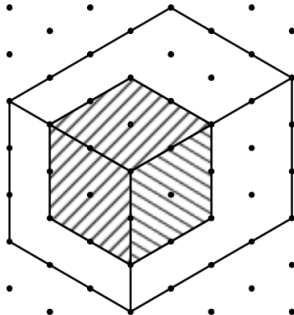


Décomposition de solides

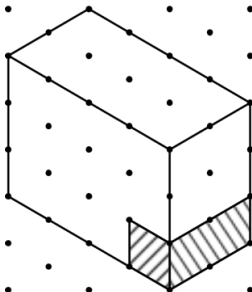
Dessine les deux solides obtenus lorsqu'on décompose le solide de gauche comme l'indiquent les hachures et écris la somme correspondante (voir exemple).



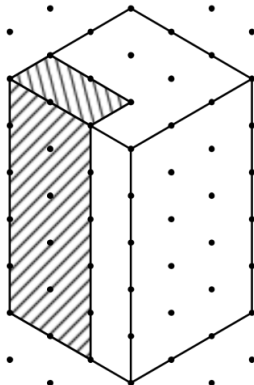
=



=



=



=

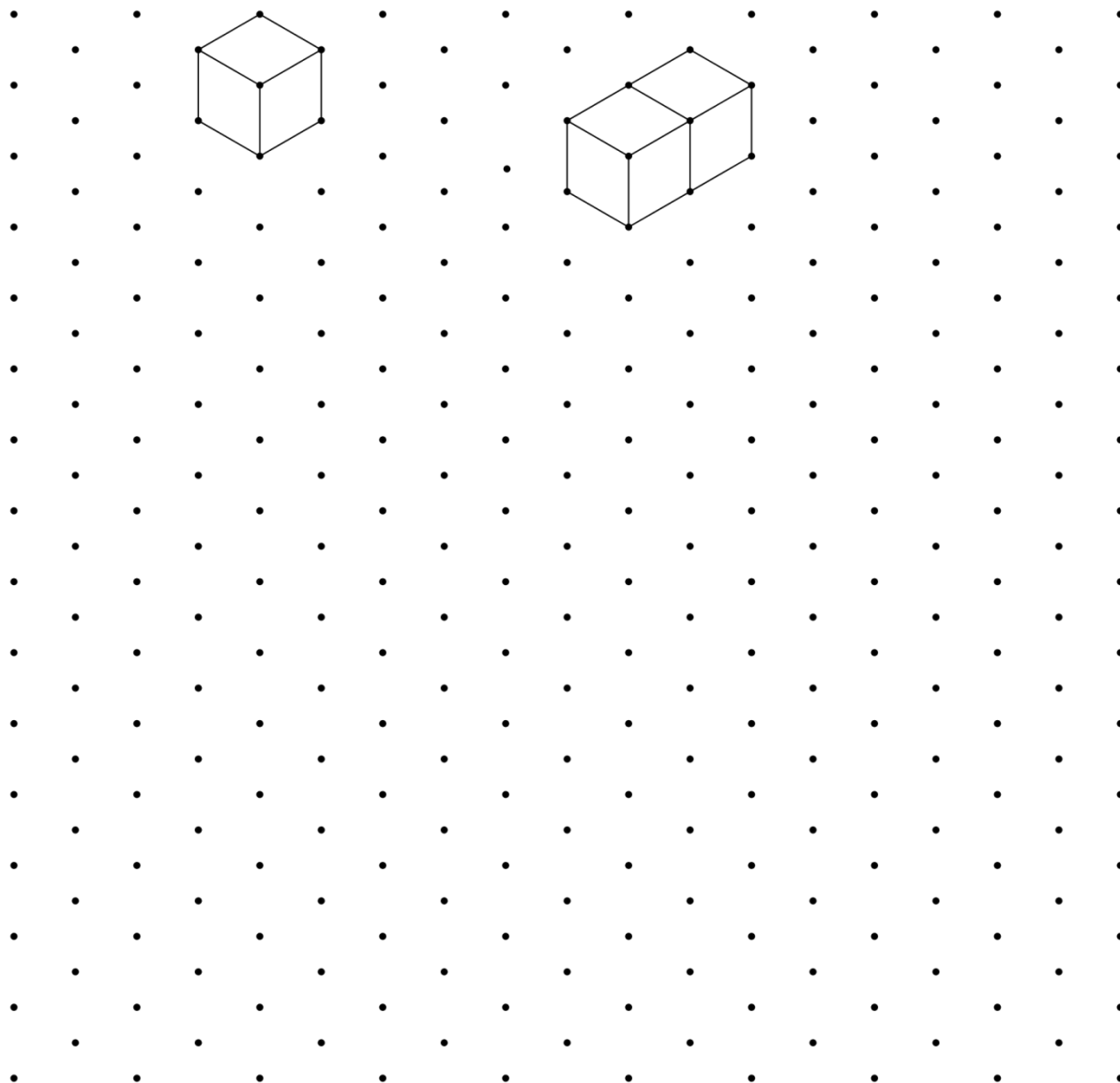
Soma Cube

Sur le papier pointé à maille triangulaire ci-dessous, on a représenté un cube, puis un assemblage de deux cubes.

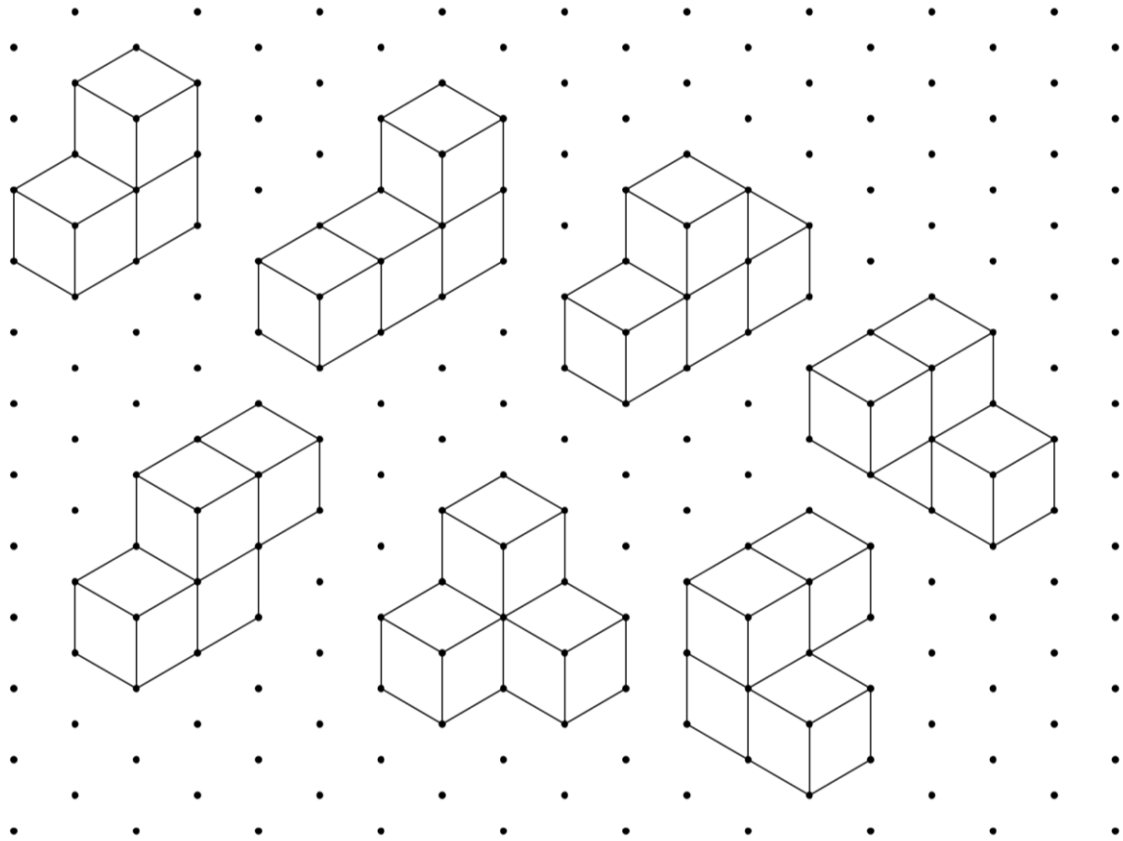
Les pièces d'un jeu appelé soma cube sont obtenues par assemblage de 3 ou 4 cubes autrement qu'en parallélépipède rectangle (pavé droit).

Les assemblages se font par face entière.

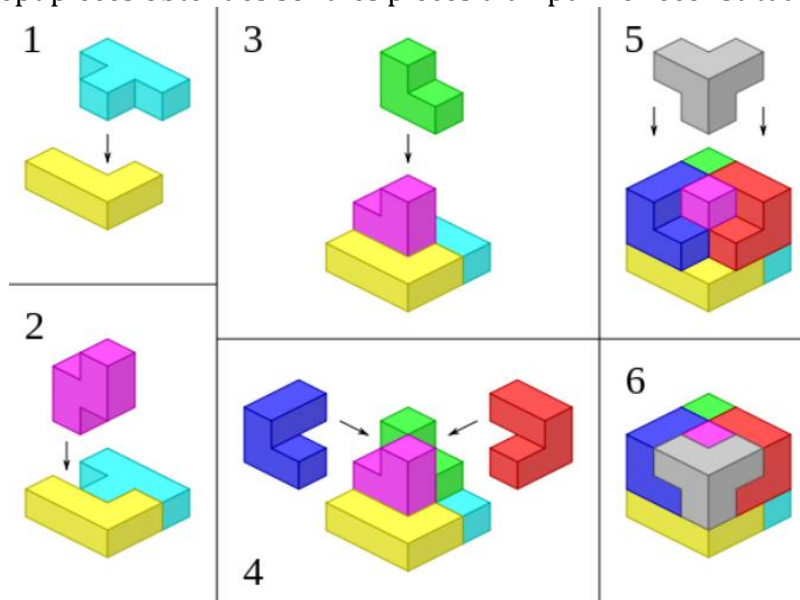
Dessiner sur ce papier pointé, toutes les pièces obtenues.



Corrigé fiche Soma Cube

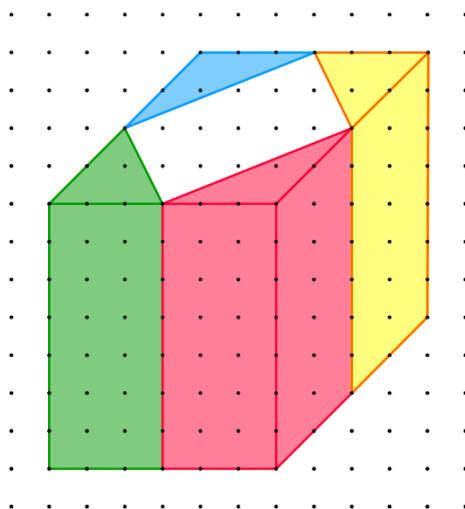


Remarque : Les sept pièces obtenues sont les pièces d'un puzzle reconstituant un cube :



Source de l'image : Wikipedia

Emballons les prismes
Cycle 4
(5^e)



Objectif

Dans cette activité, les élèves découvrent un puzzle (parallélépipède rectangle composé de prismes). A partir de l'objet que le professeur tient en main et de la représentation en perspective cavalière sur papier pointé qu'ils vont tracer, les élèves doivent construire le patron d'un ou plusieurs prismes composant le puzzle.

Durée

1 à 2 séances (selon les classes).

Matériel

- Au moins un puzzle complet en couleur
- Feuilles de couleur (bleu, vert, rouge, jaune)
- Feuilles blanches
- Feuilles de papier pointé à maille carrée (annexe 3).
- Matériel de géométrie habituel
- Paire de ciseaux
- Ruban adhésif
- Vidéoprojecteur
- Eventuellement GeoGebra3D.

Fichiers à télécharger

Emballons prismes 3D.ggb

Prérequis

Les connaissances utiles sont celles du cycle 3 concernant la géométrie dans l'espace. Aucune connaissance nouvelle du cycle 4 n'est nécessaire.

Présentation

Le puzzle assemblé forme un parallélépipède rectangle. Il est constitué de cinq prismes : quatre à base triangulaire de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm et de hauteur 7 cm et d'un prisme dont la base est un losange.

Le puzzle est montré à la classe puis il est représenté en perspective cavalière.

Chaque élève, à partir de cette perspective, réalise le patron d'un prisme.

Le fichier GeoGebra *Emballons Prismes 3D.ggb* peut être utilisé pour animer cette séance.

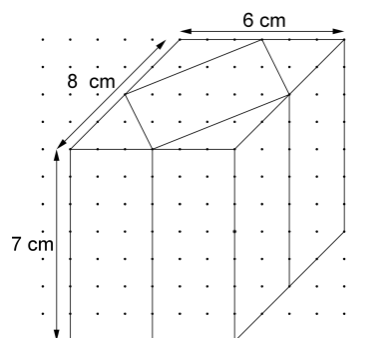
Scenarior

1^{ère} partie : Présentation du puzzle et représentation en perspective cavalière

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur présente le solide sans trop le montrer (il ne doit pas dire ou montrer aux élèves que quatre des cinq prismes sont identiques). Les différentes pièces du puzzle sont rangées dans une boîte opaque. Seule apparaît la face du dessus. Il présente cette face et peut sortir rapidement et non complètement une pièce ou deux. Il dit : « <i>J'ai un puzzle. Une fois les pièces assemblées, j'obtiens un parallélépipède rectangle de dimensions 6 cm, 7 cm et 8 cm. Il est composé de 5 pièces. Nous allons représenter le puzzle en perspective cavalière sur du papier pointé</i> ». Le professeur distribue des feuilles de papier pointé. Il trace le parallélépipède rectangle en perspective cavalière au tableau (au vidéo, au rétro,...) sur papier pointé en arrière-plan. Il précise aux élèves : « <i>vous devez commencer les figures en bas et à gauche de la page</i> ». (Cette formulation évite que les élèves se lancent dans un comptage de points pour que leurs dessins puissent tenir entièrement dans la page. De plus, d'autres dessins seront faits sur cette page.) Le professeur montre la face supérieure de son puzzle et indique : « <i>Les sommets de la pièce centrale sont les milieux des côtés de cette face</i> ». Il complète la représentation en perspective cavalière au tableau.	En même temps que le professeur au tableau, les élèves représentent le parallélépipède rectangle en perspective cavalière sur leur feuille de papier pointé. Les élèves font de même.

Une fois les faces supérieures validées, le professeur et les élèves tracent, sur les faces latérales du pavé droit, deux verticales pour faire apparaître les pièces (on ne surcharge pas le dessin avec les arêtes cachées).	
--	--

Figure obtenue :



Ce premier travail est l'occasion de rappeler certaines règles de la perspective cavalière :

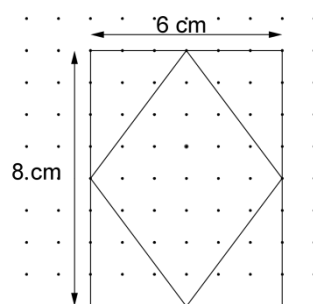
- Représentation en vraie grandeur d'une face située dans le plan frontal,
- Conservation du parallélisme,
- Conservation des milieux (évoqués pour la face du dessus).

Remarque : Le professeur peut également rappeler que les pointillés, pour représenter les arêtes cachées, sont une convention.

2^e partie : Représentation de la face du dessus en vraie grandeur

Le professeur dit : « <i>Nous allons tracer la face supérieure en vraie grandeur sur la feuille de papier pointé</i> ».	
Le professeur précise les mesures et les inscrit sur la représentation qui se trouve au tableau. Il insiste sur le fait que le quadrilatère central a pour sommets les milieux des côtés du rectangle.	Les élèves tracent la face supérieure et indiquent les mesures.

Figure obtenue :



3^e partie : Construction du patron d'une ou de plusieurs pièces du puzzle

Le professeur répartit les élèves par groupe de 4.	
Il affiche le puzzle avec les pièces en couleur (le prisme central est laissé blanc). Il attribue à chaque élève du	

groupe un des quatre prismes (bleu, vert, rouge ou jaune) et leur donne une feuille de la couleur correspondante. Si l'effectif d'un groupe excède 4, deux élèves peuvent réaliser le travail pour une même pièce. Il donne les consignes de construction aux élèves : « <i>Construisez un patron de votre pièce (sans languette). Il devra emballer le prisme correspondant de mon puzzle que je vous prêterai.</i> » Le professeur rappelle à ces élèves que leur patron doit emballer le prisme correspondant de son puzzle. Pour les élèves éprouvant des difficultés, le professeur prête le prisme correspondant à la recherche de l'élève. Le patron du prisme blanc est difficile. pour aider les élèves, le professeur pourra alors institutionnaliser que les faces latérales sont des rectangles.	Les élèves repèrent leur prisme sur leur perspective cavalière en indiquant sa couleur (en coloriant, en hachurant ou en repassant les arêtes). Certains élèves dessinent leur prisme en perspective. L'élève peut : • construire un patron à main levée sur du brouillon, • réaliser des essais sur les feuilles de couleur, • invalider ou valider par simple pliage, • en cas d'erreur, recommencer sur une nouvelle feuille de couleur. Une fois qu'il pense avoir réussi, il valide définitivement en emballant le prisme (de la même couleur) que le professeur lui a prêté. Les élèves peuvent procéder en faisant rouler la pièce de leur couleur sur la feuille : ils obtiennent alors une empreinte qui les guide vers le patron. Les élèves plus rapides construisent le patron du prisme central sur papier blanc.
---	---

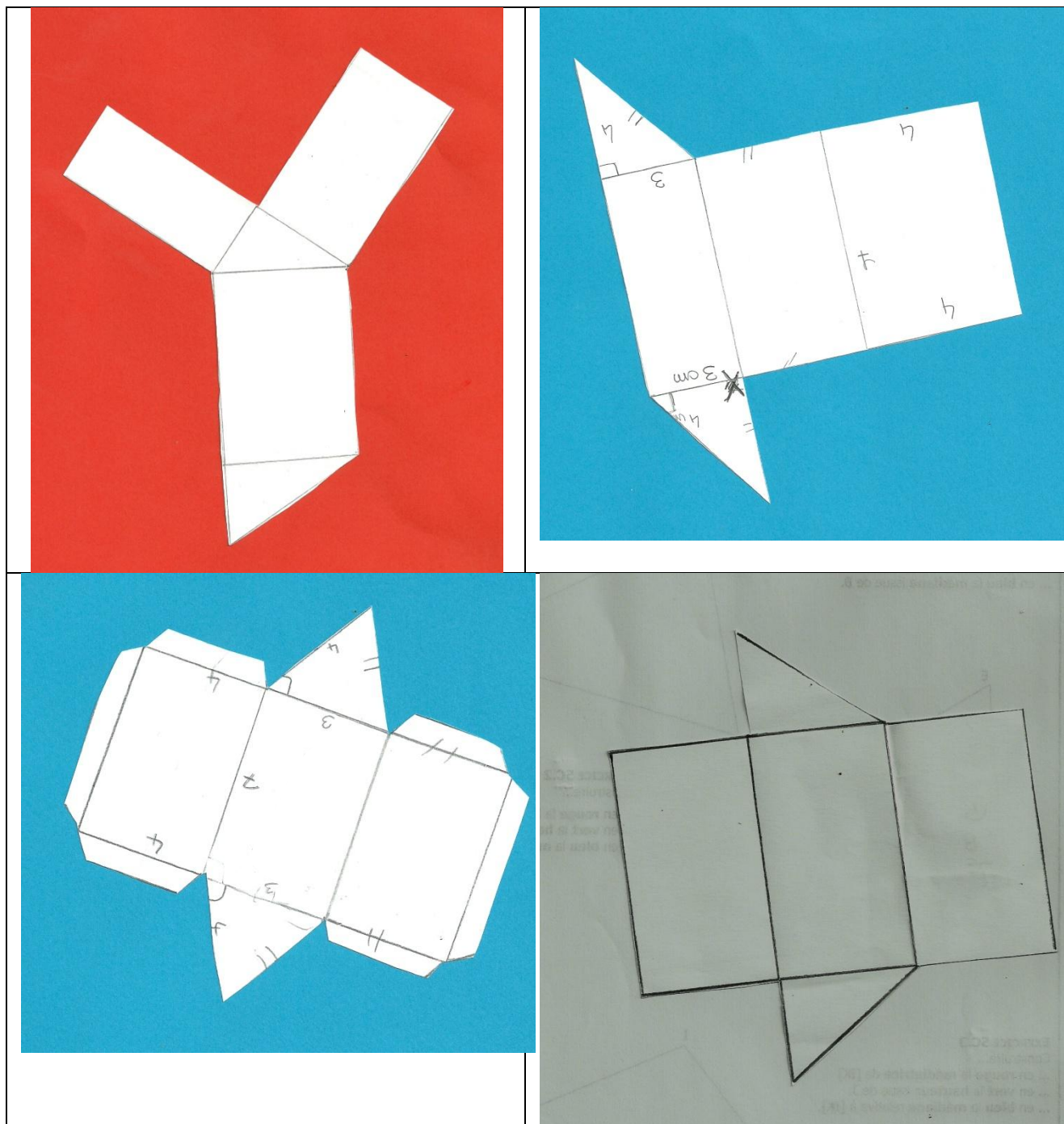
4^e partie : Prolongement

Aux élèves les plus rapides, le professeur peut demander de dessiner en perspective le puzzle éclaté :

- d'un côté « leur » prisme et de l'autre la partie restante (voir annexe 2)
- les 5 prismes représentés sans aucun chevauchement,
- ...

Annexe 1

Quelques productions d'élèves

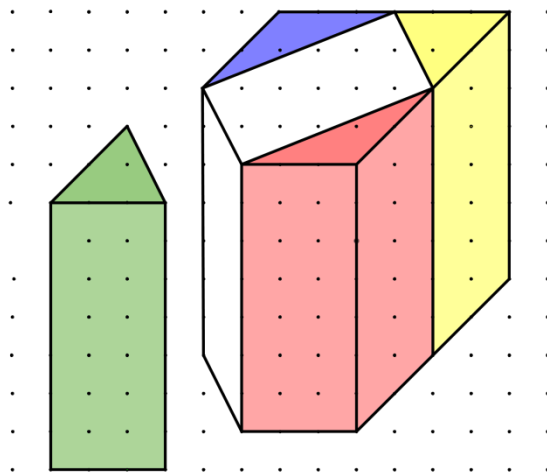


Les trois premières images témoignent des difficultés à lire la perspective cavalière mais aussi à se représenter le pliage du patron : on observe, dans les deux premiers cas, des erreurs concernant la position de l'angle droit dans les faces triangulaires du prisme. La troisième image montre un raisonnement cohérent (les angles droits sont marqués) mais le dessin en perspective semble être un obstacle : le « vu » l'emporte sur le « su » et l'élève construit un triangle non rectangle.

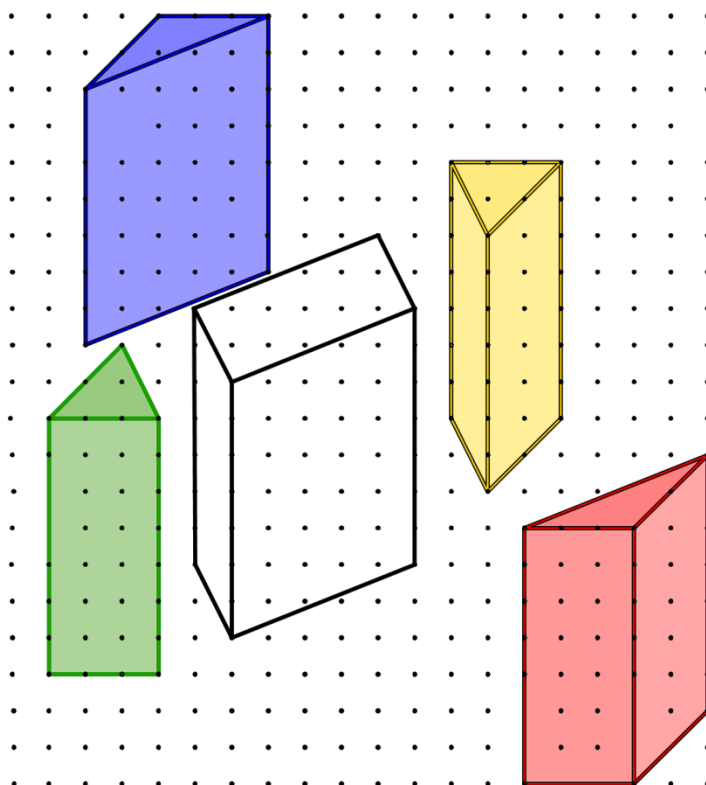
Annexe 2

Approfondissement : Perspective cavalière du puzzle « éclaté »

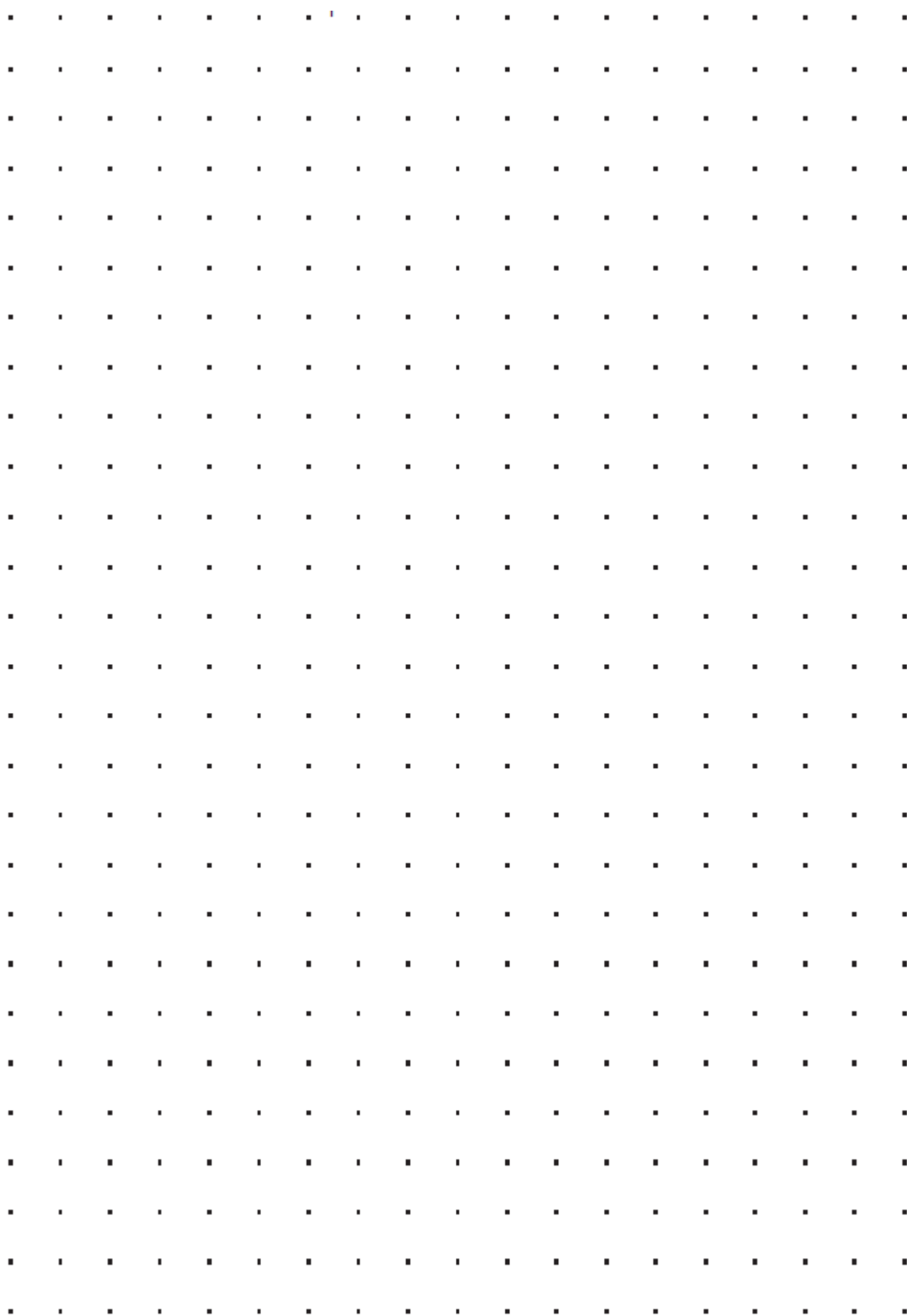
Un des prismes et la partie restante :



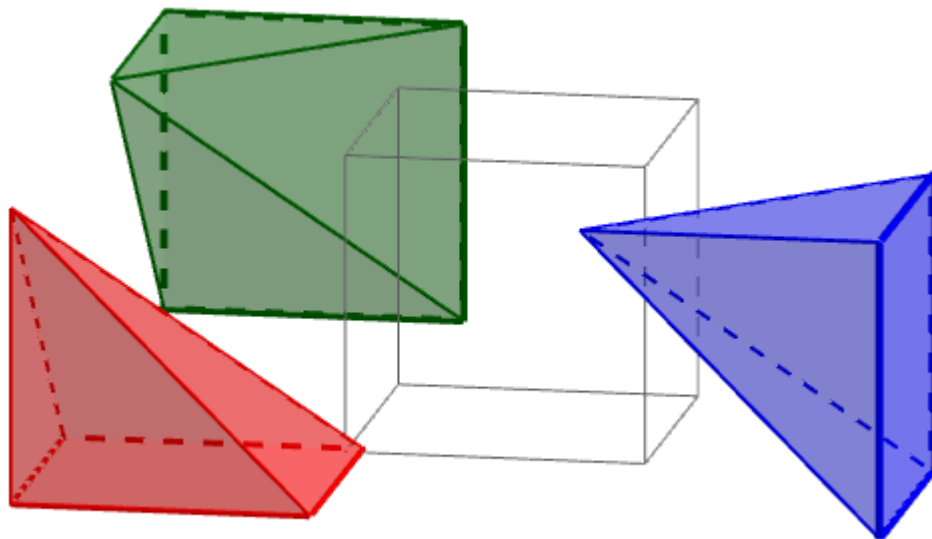
Les cinq prismes sans aucun chevauchement :



Annexe 3



Trois pyramides dans un cube
Cycle 4
(4^e)



Objectif

Cette activité permet de découvrir des pyramides à partir de la construction de patrons, d'introduire le vocabulaire et d'illustrer la formule du volume.

Durée

2h pour l'activité de construction et l'institutionnalisation.

Matériel

- Au moins un puzzle complet en couleur qui peut être fabriqué avec les patrons fournis
- Feuilles quadrillées bleues, vertes et rouges (si besoin les fabriquer avec la photocopieuse, autres couleurs possibles à condition d'adapter les fichiers de présentation de l'activité)
- Vidéoprojecteur
- Eventuellement logiciel de géométrie dynamique : GeoGebra et/ou Geoplan-Geospace
- Ciseaux
- Ruban adhésif.

Fichiers à télécharger :

Geospace *3pyramides 3D.g3w* ou GeoGebra *3pyramides 3D.ggb*
3 pyramides séparément.pdf

Prérequis

Aucune connaissance préalable sur les pyramides n'est nécessaire.

Présentation

Le professeur projette un puzzle dessiné en perspective cavalière. Ce puzzle est composé de trois pyramides qui forment un cube.

Chaque élève doit, à partir de cette perspective cavalière, construire le patron d'une des trois pyramides.

Par groupe de trois, les élèves reconstituent le cube et en déduisent le volume d'une pyramide.

Scenarrio

Séance 1

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Après avoir mis les élèves par groupes de trois, le professeur projette le puzzle sur lequel on voit les 3 pyramides en perspective cavalière (fichier Geospace <i>3pyramides 3D.g3w</i> ou GeoGebra <i>3pyramides 3D.ggb</i>, annexe 1). Le professeur affiche les pyramides les unes après les autres dans le cube en utilisant les commandes prévues à cet effet dans le fichier. Puis, il projette le fichier <i>3 pyramides séparément.pdf</i> et le laisse affiché au tableau (voir annexe 1) : on voit les trois pyramides, chacune dans un cube. Dans chaque groupe, il distribue trois feuilles de couleurs différentes. La pyramide verte est attribuée aux élèves plus à l'aise. Il donne alors la consigne suivante : <i>« A chacun d'entre vous a été attribuée une couleur, celle de la pyramide dont vous devez construire un patron. L'arête du cube dans lequel sont les pyramides est 4,5 cm. »</i>	Les dessins en perspective des trois pyramides étant différents, la plupart des élèves ne se rendent pas compte que les trois pyramides sont identiques. Certains pensent même avoir une pyramide plus difficile à construire que les autres (la verte).
Le professeur observe les recherches de ses élèves. Dans la mesure du possible, il ne répond pas aux questions sauf si un élève ne sait pas ce qu'est un patron. Le professeur doit prévoir suffisamment de feuilles : les élèves peuvent demander autant de feuilles que nécessaire. Ils peuvent se tromper, découper, plier,	Les élèves commencent des dessins au brouillon en indiquant les longueurs des segments. Certains proposent une perspective cavalière à la place d'un patron. Dans un premier temps, si un élève signale que les pyramides sont identiques, le professeur veille à ce que la classe ne prête pas attention à cette remarque.

recommencer. Donner des feuilles de couleur est important. En effet, les élèves, ne voulant pas les gaspiller, cherchent vraiment à réussir.	
Lorsqu'un élève a découpé ce qu'il pense être un patron, le professeur lui prête la pyramide correspondante afin qu'il puisse valider ou non. Le professeur peut prêter sa pyramide aux élèves en grande difficulté de sorte qu'ils puissent procéder par empreinte. Le professeur choisit soit de demander aux élèves de terminer le travail à la maison (construction du patron pour le puzzle) soit de laisser les élèves terminer ce travail lors de la séance suivante.	Si sa production n'emballer pas convenablement la pyramide, elle n'est pas validée et il cherche à corriger. Si la pyramide est emballée, le patron est validé. Il peut aider les autres membres de son groupe ou faire un des exercices proposés en annexe 2. A la fin de la séance, tous les élèves n'ont pas nécessairement construit le patron attendu. Certains ont terminé, les autres ont au moins produit un schéma à main levée du patron.

Séance 2

Le professeur rappelle le travail entamé. Si le travail n'a pas été donné à réaliser à la maison, il demande aux élèves de le terminer (rappel : pour ceux qui ont terminé, le professeur propose la recherche d'un des exercices figurant en annexe 2). Une fois les trois pyramides construites dans chacun des groupes, le professeur peut montrer un patron de chacune d'elles à l'aide du fichier <i>3pyramides.g3w</i> (utiliser le fichier « pense bête » téléchargeable). Il insiste sur le fait que les trois pyramides sont (bien) identiques. Le professeur demande alors de déterminer le volume d'une pyramide. Le professeur conclut en donnant la formule générale du volume d'une	Dans tous les cas, les élèves se remettent en groupe. Chaque groupe d'élèves reconstitue le cube. Les élèves ne disposant pas de la formule du volume d'une pyramide, la seule méthode possible est de calculer le tiers du volume du cube.
---	--

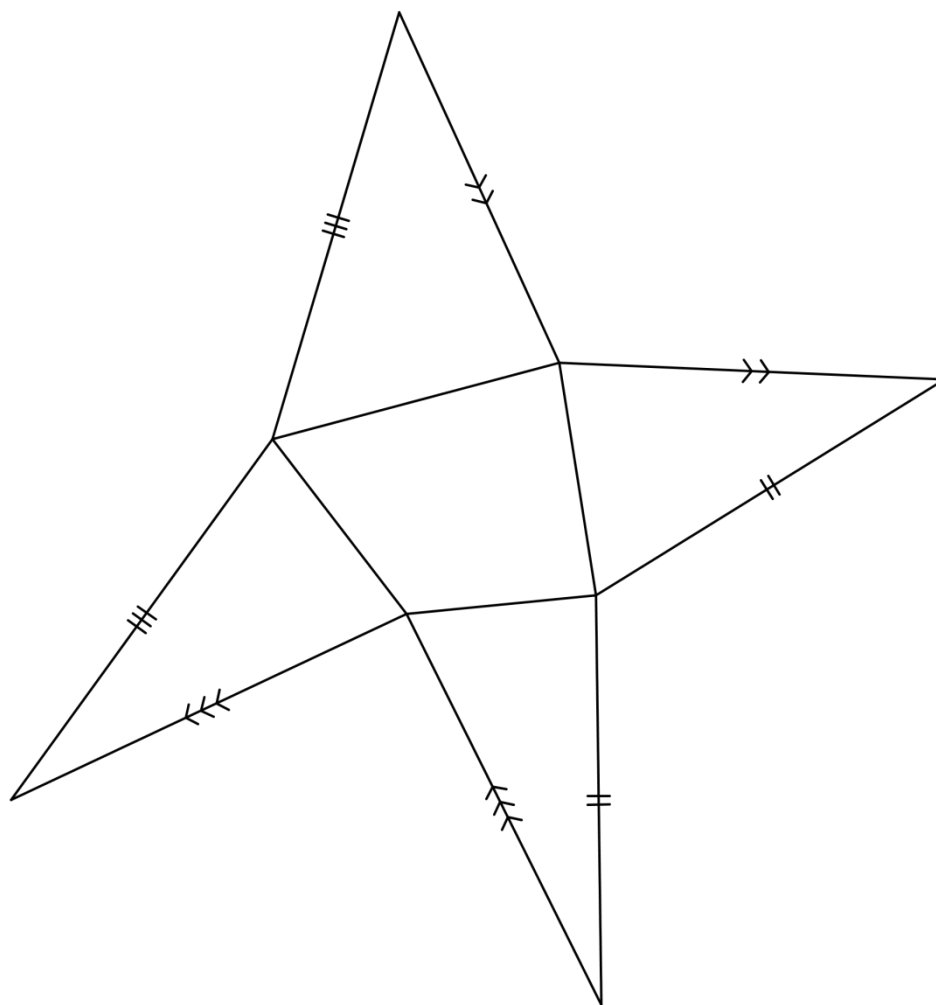
pyramide en précisant que l'activité ne traite qu'un cas particulier.	
Le professeur donne pour la séance suivante au moins un des exercices de l'annexe 2. L'objectif est d'amener les élèves à construire plusieurs patrons d'une même pyramide.	

La trace écrite peut débuter par le dessin en perspective cavalière du cube et d'une pyramide (de préférence la rouge : elle est posée sur sa base). Le professeur peut introduire le vocabulaire relatif à la pyramide, demander aux élèves de coller le patron de la pyramide,...

A la suite de cette activité, il nous semble important de proposer des exercices de tracés de patrons et de dessins de pyramides en perspective cavalière. Il peut être intéressant de travailler avec des pyramides régulières et quelconques.

Remarque : On peut trouver, dans certaines ressources, des exercices proposant des patrons de pyramide qui n'en sont en réalité pas ! Cette question n'est pas à aborder auprès des élèves mais le professeur doit veiller à ne pas proposer ce type d'énoncé.

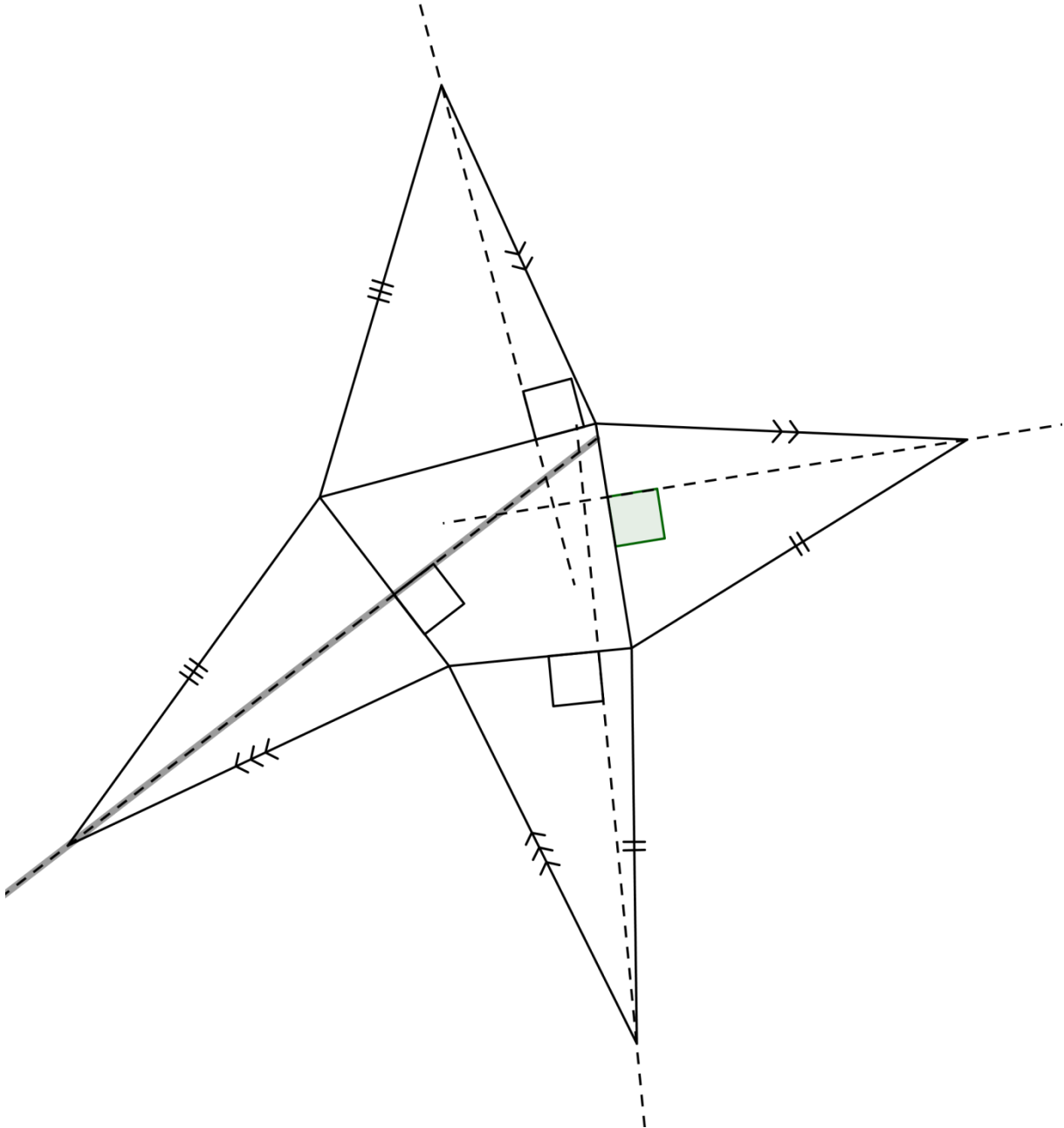
Pour exemple :



Au vu du codage des longueurs égales ci-dessus, on pourrait croire qu'il s'agit d'un patron de pyramide.

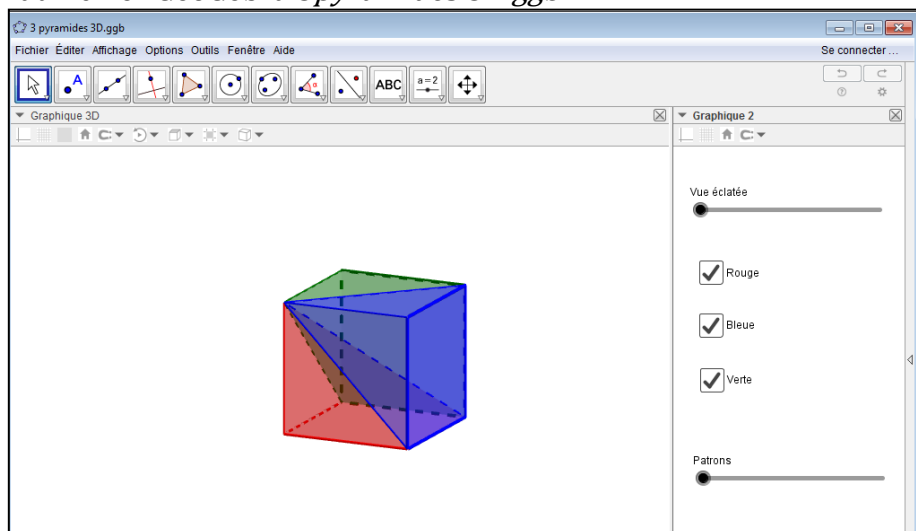
Il n'en est rien. Si la condition nécessaire d'égalité des longueurs est bien vérifiée, elle n'est pas suffisante. Il faut de plus que les hauteurs suivantes soient concourantes.

Un raisonnement utilisant les projections orthogonales éclaire cette remarque mais on peut aussi découper et plier sans pouvoir assembler !

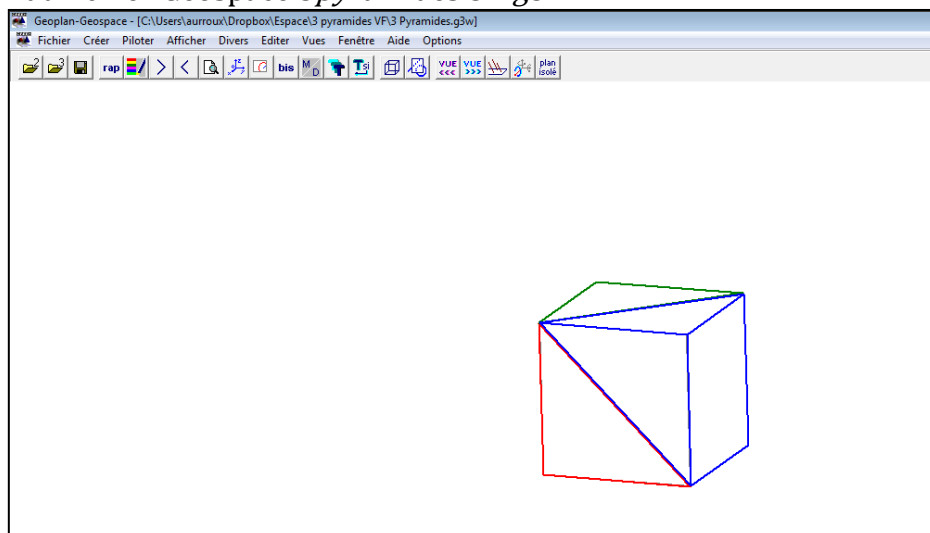


Annexe 1

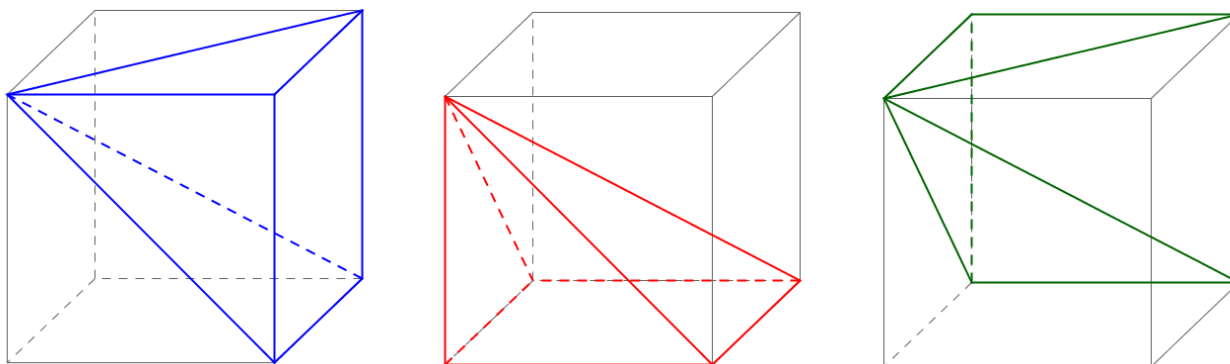
Copie d'écran du fichier GeoGebra *3pyramides 3D.ggb* :



Copie d'écran du fichier Geospace *3pyramides 3D.g3w* :



Copie d'écran du fichier *3 pyramides séparément.pdf*:



Annexe 2

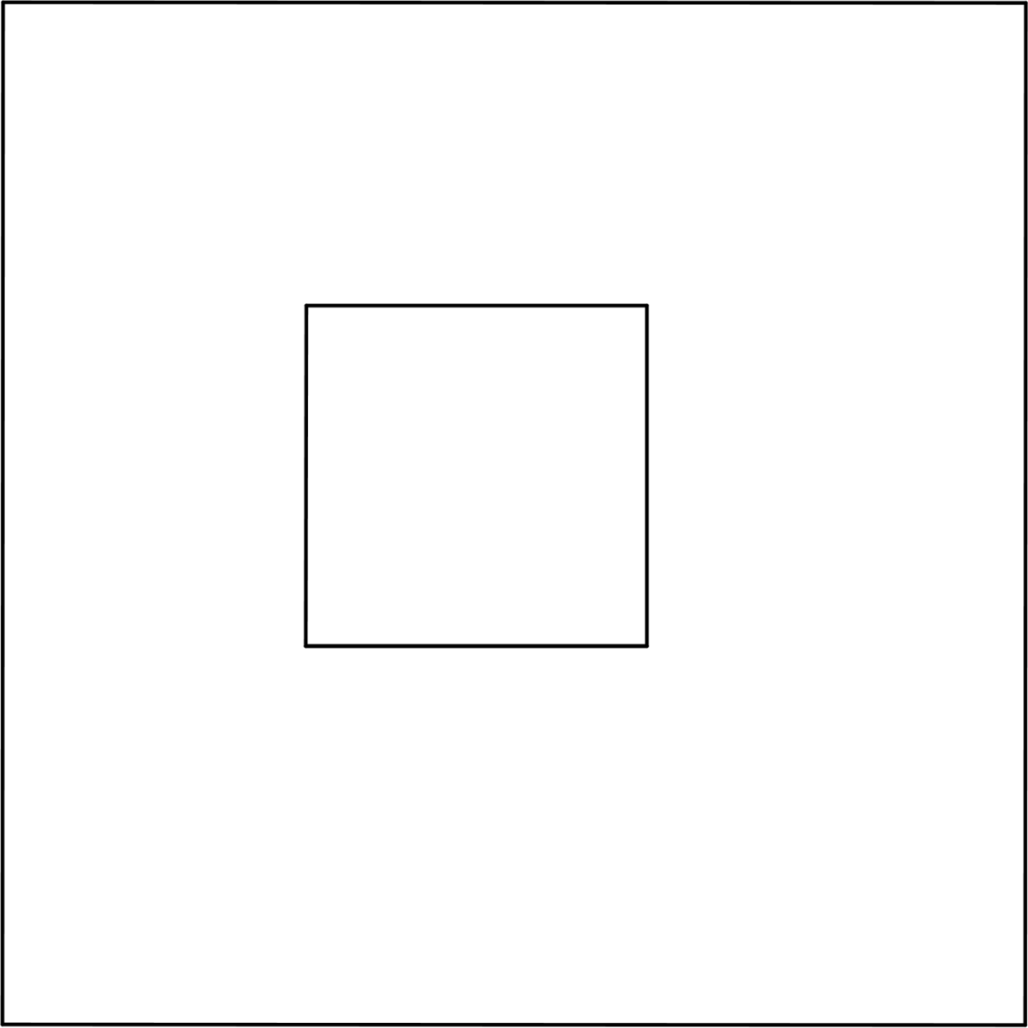
Nous proposons trois exercices complémentaires à proposer aux élèves qui ont terminé la construction de leur patron en fin de séance 1 ou début de séance 2.

Ces exercices jouent sur des contraintes conduisant les élèves à envisager des patrons de leur pyramide différents de celui déjà produit en séance 1.

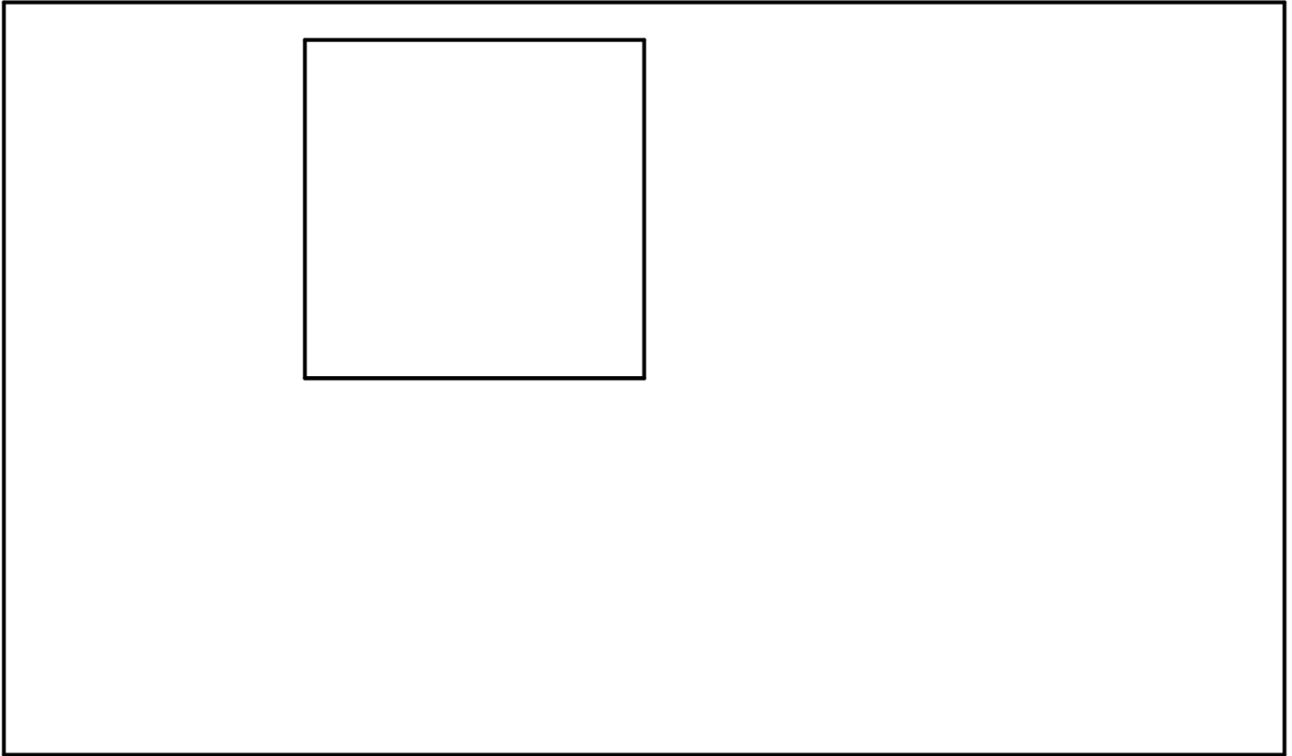
Une des faces du patron (la face carrée) est tracée à l'intérieur d'un cadre, les élèves doivent compléter le patron sans que la construction ne sorte du cadre.

Les exercices sont rangés dans un ordre croissant de difficulté.

Exercice 1 : La face carrée de la pyramide est tracée dans un cadre.
Complète le patron de la pyramide sans sortir du cadre.

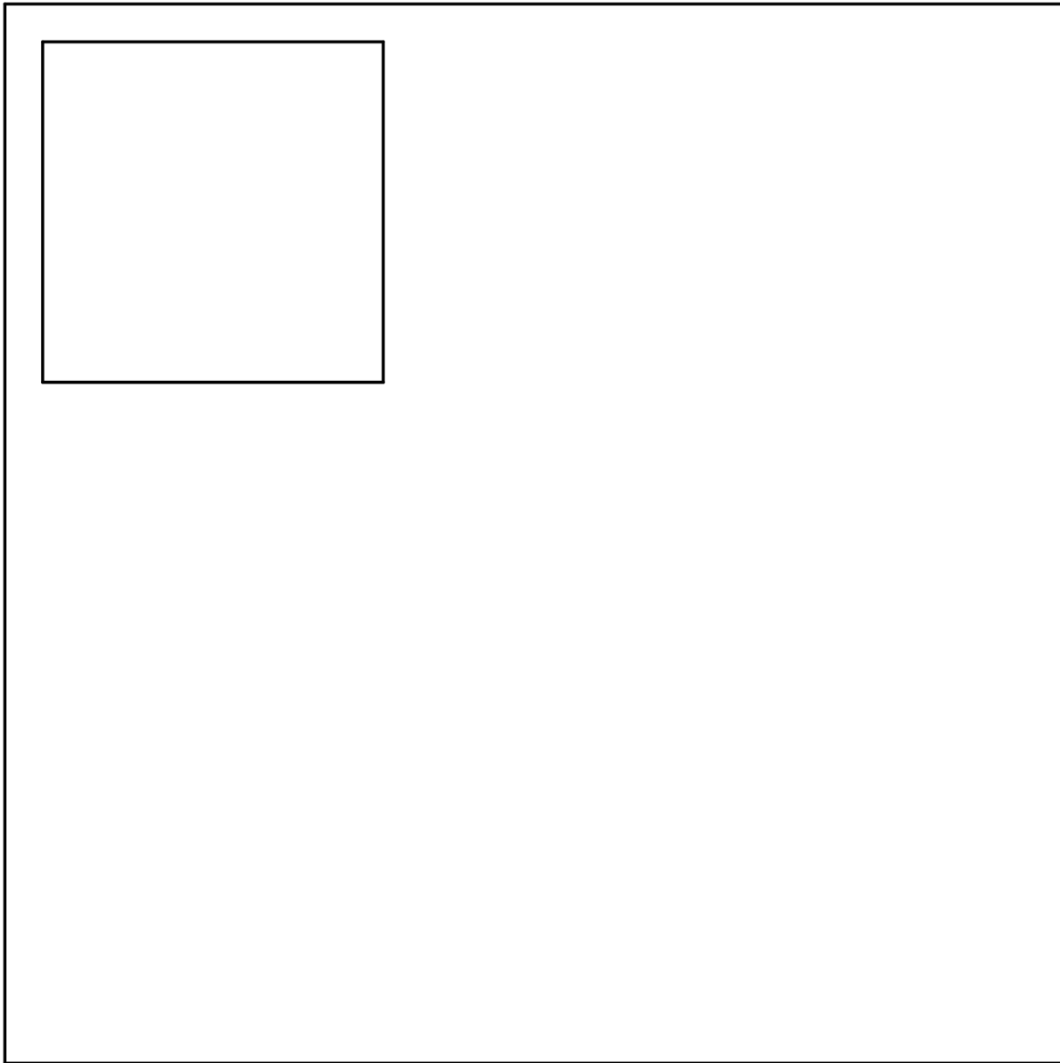


Exercice 2 : La face carrée de la pyramide est tracée dans un cadre.
Complète le patron de la pyramide sans sortir du cadre.



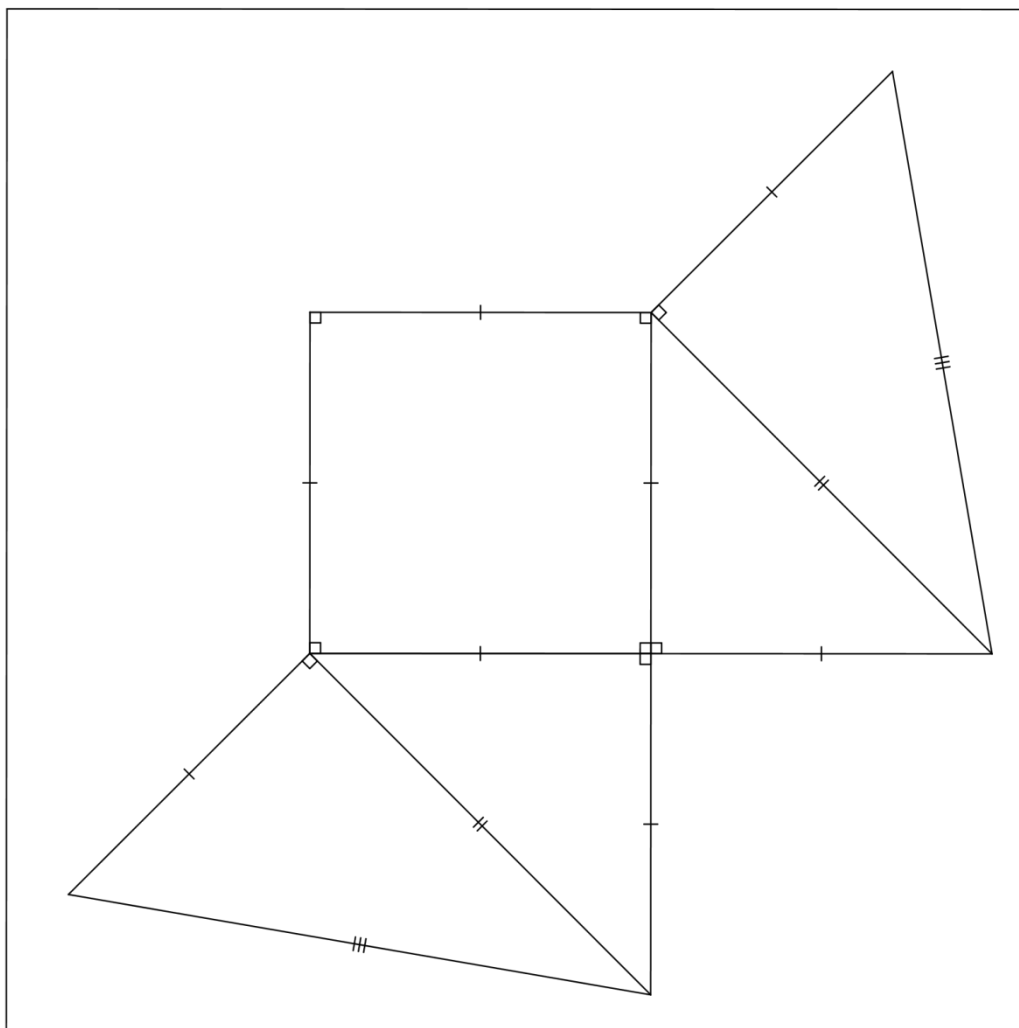
Exercice 3 :

La face carrée de la pyramide est tracée dans un cadre.
Complète le patron de la pyramide sans sortir du cadre.

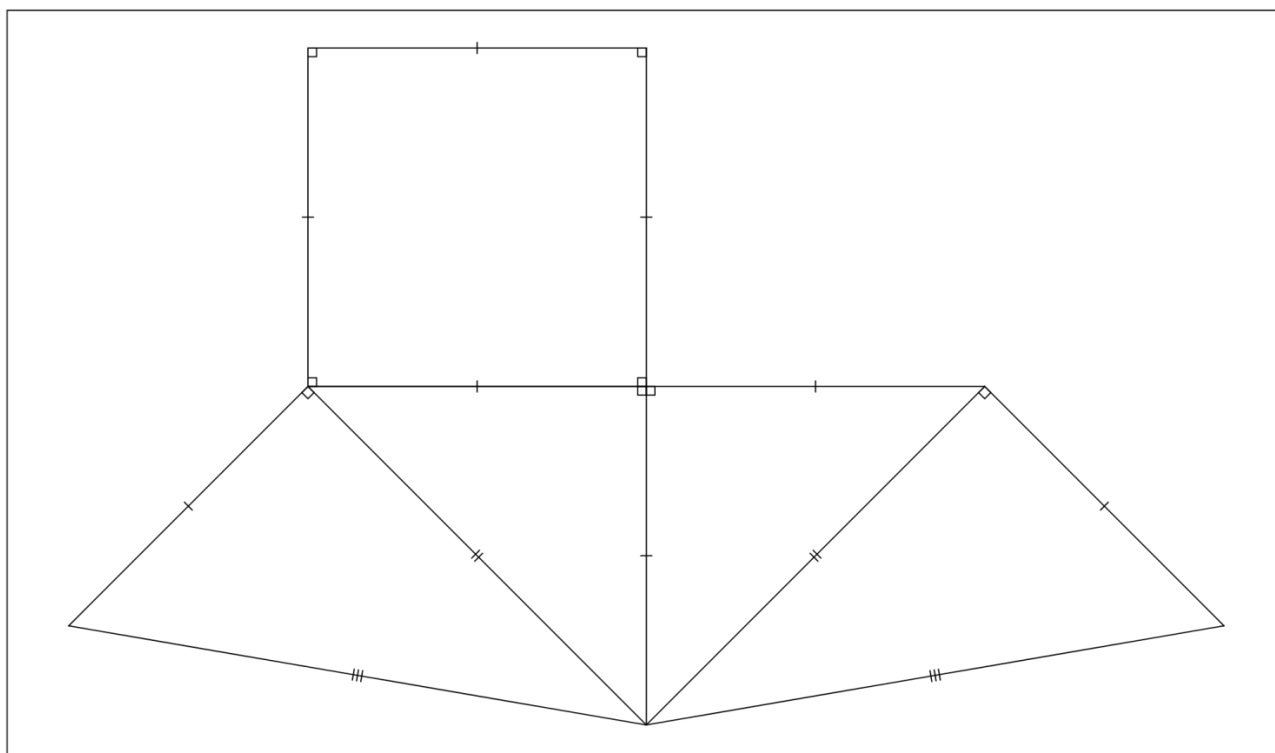


Correction des trois exercices précédents

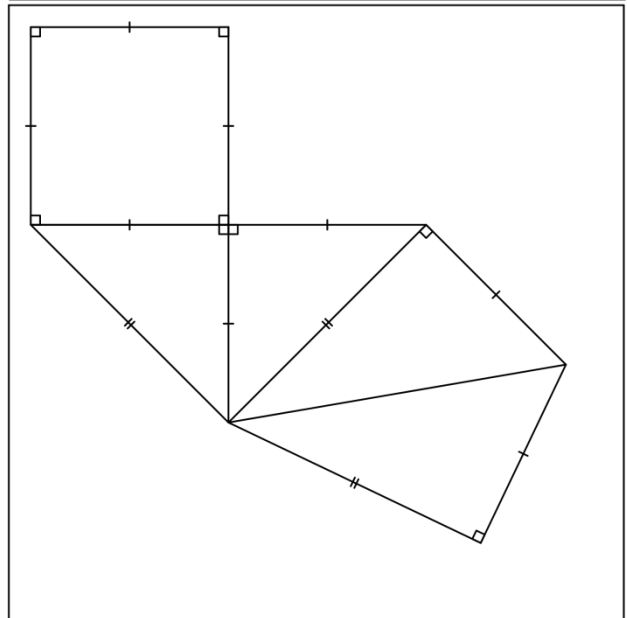
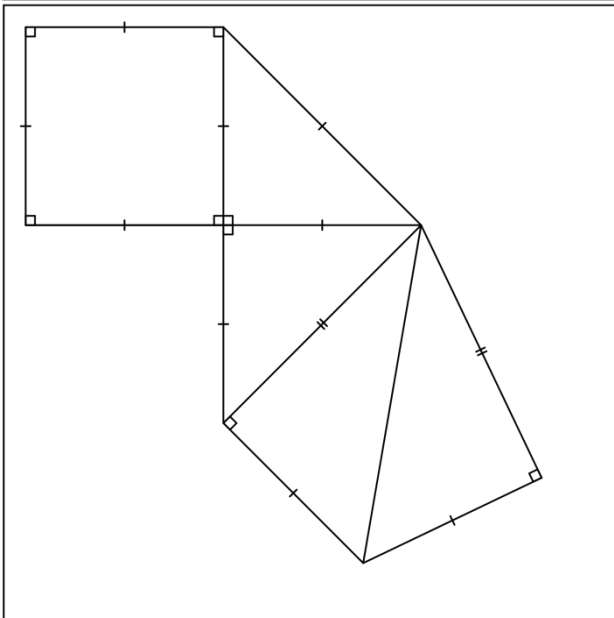
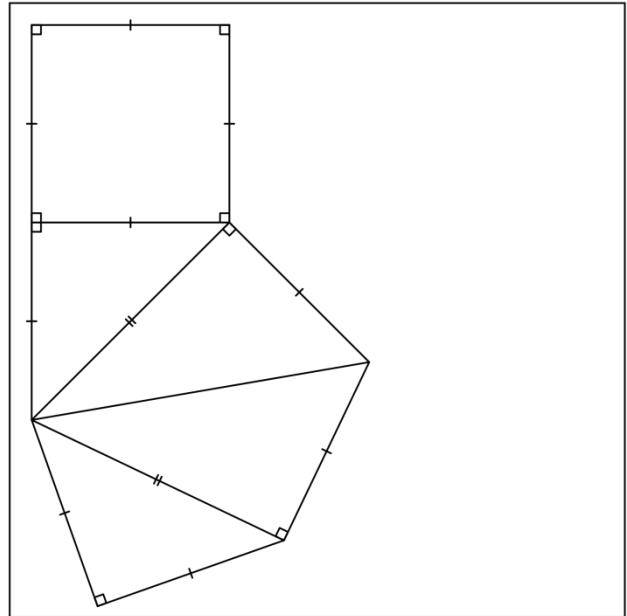
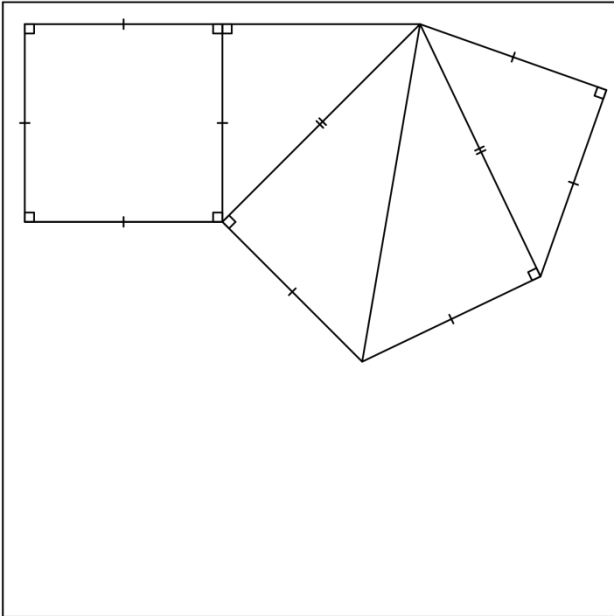
Exercice 1 :



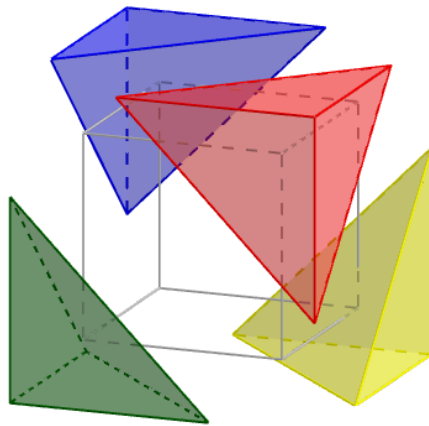
Exercice 2 :



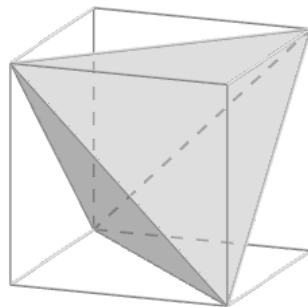
Exercice 3 : Plusieurs solutions sont possibles. On obtient deux patrons différents.



Attention, pour des raisons de mise en page, ces trois corrigés ne sont pas en vraie grandeur et ne permettent pas de réaliser un calque de correction.



Quatre pyramides pour un trésor
Cycle 4
(4^e – 3^e)



Objectif

Cette activité permet d'observer des pyramides représentées en perspective cavalière à l'intérieur d'un cube, de construire leur patron et de calculer leur volume. Les élèves auront la surprise de découvrir un tétraèdre régulier : le solide qui permet avec les quatre pyramides de reconstituer le cube. Son patron est obtenu à partir de sections d'un cube par un plan. Cette activité est enrichie par la visualisation d'images d'un logiciel de géométrie dynamique.

Durée

1h30

Matériel

- Au moins un puzzle complet en couleur qui peut être fabriqué avec les patrons fournis
- Feuilles de couleur (rouge, bleu, vert, orange) et feuilles blanches en grande quantité (autres couleurs possibles à condition d'adapter les fichiers de présentation de l'activité)
- Vidéoprojecteur
- Logiciel de géométrie dynamique, éventuellement GeoGebra3D
- Ciseaux
- Ruban adhésif
- Eventuellement une connexion Internet.

Fichiers à télécharger :

4 pyramides 3D.ggb

4 pyramides séparément.pdf

Prérequis

Cette activité est l'occasion de réviser des connaissances rencontrées précédemment dans le cycle 4 : constructions de patrons, calculs de volumes de pyramides, représentations en perspective cavalière.

Présentation

Un puzzle dessiné en perspective cavalière est projeté : le professeur présente les quatre pyramides découpées dans les « quatre coins » d'un cube et demande à la classe si ces quatre pyramides reconstituent entièrement le cube.

En réalité, il reste « au milieu » un tétraèdre régulier (que nous appellerons le trésor). Le professeur n'indique surtout pas son existence, cette question est une motivation pour les élèves.

En effet, pour répondre, chaque élève doit, à partir de cette perspective cavalière, construire le patron d'une des quatre pyramides. Chaque groupe de quatre élèves essaye ensuite de reconstituer le cube. Les élèves s'aperçoivent qu'il reste « un trou » et doivent chercher le patron de la pièce manquante, le « trésor ».

Scénario

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Après avoir mis les élèves par groupe de quatre, le professeur projette le dessin en perspective cavalière du cube et les quatre pyramides à l'intérieur, le trésor n'étant pas affiché. Il utilise le fichier <i>4 pyramides 3D.ggb</i> (annexe 1). Le professeur affiche les pyramides les unes après les autres dans le cube en utilisant les commandes du fichier (voir « pense bête » téléchargeable). Puis il affiche au tableau le fichier <i>4 pyramides séparément.pdf</i> (annexe 1) sur lequel on voit les quatre pyramides, chacune dans un cube. Il laisse cette image affichée le temps du travail. Dans chaque groupe, il distribue quatre feuilles de couleurs différentes ; les pyramides bleue et orange sont attribuées aux élèves plus à l'aise. Il donne alors la consigne suivante : <i>« A chacun de vous a été attribuée une couleur, celle de la pyramide dont vous devez construire un patron. L'arête du cube dans lequel sont les pyramides est de 6 cm. »</i>	
Il pose la question : <i>« Avec vos quatre pyramides, pensez-vous reconstituer le cube en entier ? »</i> Le professeur procède à un vote à main levée et relève le nombre de réponses positives et négatives.	La majorité des élèves pense que le cube sera reconstitué. Quelques élèves se doutent qu'il y a un piège puisque le professeur a attiré l'attention sur cette question mais ne voient pas ce qui pourrait manquer au cube.

Le professeur donne la consigne : « <i>Maintenant, construisez votre patron.</i> » Le professeur doit prévoir suffisamment de feuilles pour permettre aux élèves de demander autant de feuilles que nécessaire. Ils peuvent se tromper, découper, plier, recommencer. Donner les feuilles de couleur est important, les élèves ne voulant pas les gaspiller, ils cherchent vraiment à réussir.	Les élèves commencent des schémas au brouillon en indiquant les longueurs des côtés. Les dessins en perspective des quatre pyramides étant différents, la plupart des élèves ne se rendent pas compte que les quatre pyramides sont identiques. Certains même pensent avoir une pyramide plus difficile à construire que les autres (la bleue et/ou orange). Dans un premier temps, si un élève signale que les pyramides sont identiques, le professeur veille à ce que la classe ne prête pas attention à cette remarque.
Lorsqu'un élève a construit son patron, le professeur lui tend la pyramide correspondante. Aux élèves en grande difficulté, le professeur peut prêter une pyramide afin qu'ils puissent procéder par empreinte.	L'élève valide ou non son patron en enveloppant la pyramide que lui prête le professeur. S'il n'est pas validé, il cherche à corriger. Si son patron est validé, il peut aider les autres membres de son groupe. Chaque groupe assemble les pièces. Beaucoup d'élèves sont surpris d'avoir un « trou » dans leur cube.
Lorsque tous les groupes ont construit leurs quatre pyramides, le professeur peut montrer des patrons à l'aide du logiciel et insister sur le fait que finalement les quatre pyramides sont identiques. Il propose alors de déterminer le patron du solide (le trésor) qui remplirait exactement le « trou ». Il projette éventuellement le « trésor » en 3D, en le faisant tourner.	
Le professeur demande de calculer le volume des quatre premières pyramides et celui du trésor. Aux élèves les plus rapides ou pour prolonger cette activité, le professeur peut proposer l'exercice : Si cette pyramide était en or (puisqu'après tout c'est un trésor !) quelle serait sa valeur en euros ?	Les élèves, toujours en groupes, recherchent ce patron. Comme précédemment, ils peuvent valider leur patron à l'aide de la pyramide que le professeur possède. Les élèves le calculent soit en classe soit en travail pour la prochaine séance. Pour le volume du « trésor », la démarche attendue est celle du calcul du volume du cube auquel on enlève le volume des quatre pyramides. Les élèves doivent, après avoir calculé le volume de la pyramide, trouver le cours de l'or actuel qu'ils peuvent rechercher sur internet.

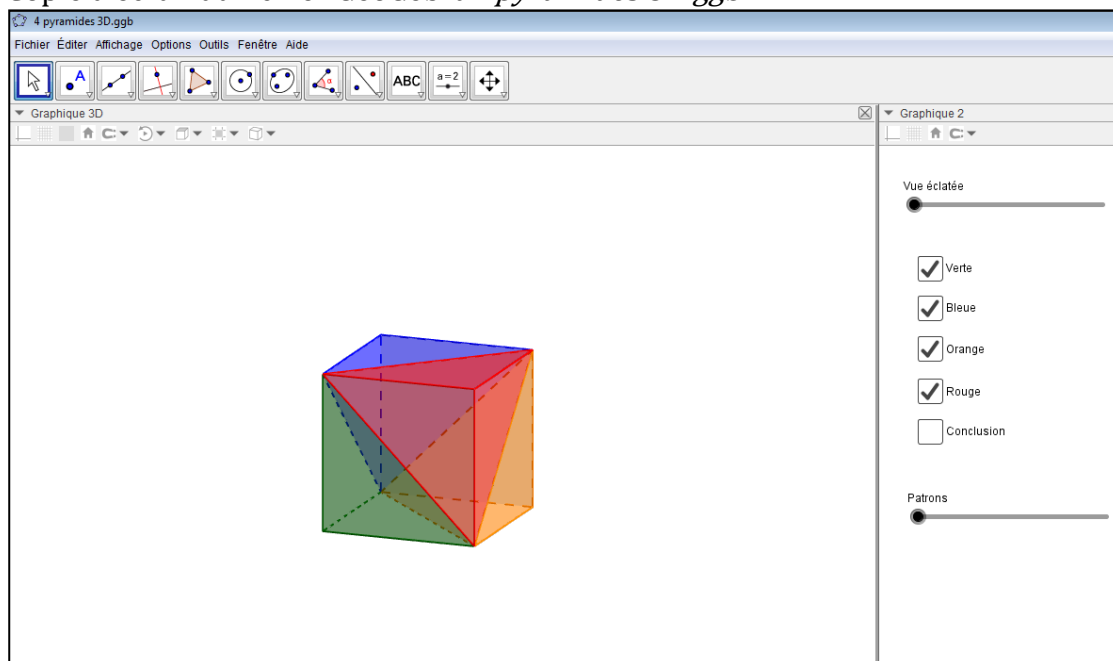
Calcul du volume de la pyramide trésor :

Volume du cube auquel on enlève les quatre volumes des pyramides.

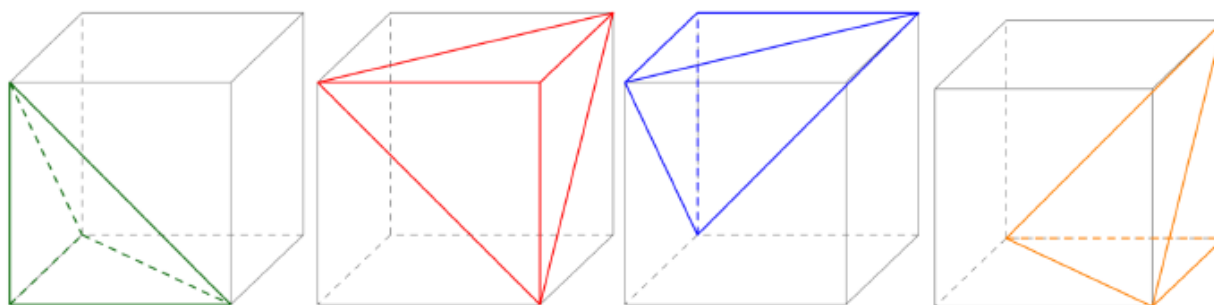
$$6^3 - 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{6 \times 6}{2} \times 6 = 216 - 144 = 72 \quad \text{Le volume de la pyramide trésor est de } 72 \text{ cm}^3.$$

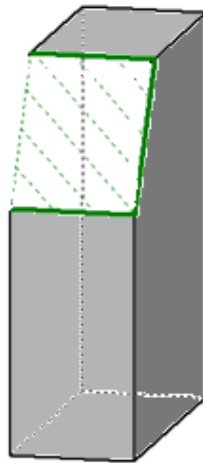
Annexe 1

Copie d'écran du fichier GeoGebra *4pyramides 3D.ggb* :

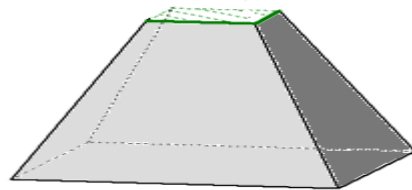


Copie d'écran du fichier *4 pyramides séparément. pdf*:





Tâche à prise d'initiative : station de métro
Fin de cycle 4



Objectifs

Cette activité vise plusieurs objectifs :

- introduire les sections planes de solides,
- faire vivre les outils de géométrie plane en situation,
- faire vivre le travail sur grandeurs et mesure en situation,
- développer les compétences des élèves relatives au raisonnement (savoir extraire les informations utiles, savoir argumenter, présenter sa démarche).

Durée

2 séances

Matériel

- Des collections de solides illustrant les sections planes du cylindre, de la pyramide et du parallélépipède rectangle, en nombre suffisant pour pouvoir être mis à disposition des différents groupes de travail (voir images annexe 3)
- vidéoprojecteur (pour la phase de mise en commun lors de la séance 2) ou visualiseur.

Fichiers à télécharger :

Eventuellement, pour le cours, les fichiers téléchargeables dans le dossier *sections de solides*.

Prérequis

Les élèves doivent connaître l'égalité de Pythagore, le théorème de Thalès ou savoir traiter des situations d'agrandissement-réduction.

Présentation

Cette tâche à prise d'initiative est conçue comme une situation d'introduction des sections planes de solides.

Elle entretient certaines compétences du socle commun telles que savoir extraire des informations, mettre en œuvre un raisonnement.

Elle est aussi l'occasion de retravailler les grandeurs et plus particulièrement les grandeurs quotient (rendement).

La tâche de résolution est globalement trop lourde pour un seul élève. Il s'agit donc d'un travail de groupes.

Elle fait l'objet de deux séances complètes de mathématiques. Au terme de ces deux heures, un bilan concernant les sections de solides usuels peut être réalisé.

Scénario

Séance 1

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur distribue l'énoncé et laisse quelques minutes pour que chaque élève s'approprie la situation. Il demande à la classe si certains éléments de vocabulaire posent problème, répond aux éventuelles questions à condition que ces dernières n'induisent pas les méthodes de résolution. Il donne ensuite la consigne suivante : « <i>Individuellement, par écrit, expliquez les différentes étapes que vous envisagez pour la résolution de ce problème. Je vous laisse quelques minutes.</i> » Le professeur circule dans les rangs et précise si nécessaire qu'il n'attend pas ici une rédaction soignée de ces étapes. Au bout de 5 minutes, le professeur installe ses élèves en groupes et les invite à résoudre le problème posé. Il indique qu'à la fin de la séance, chaque groupe doit rendre un document commun au groupe présentant le raisonnement.	Les élèves rédigent sur leur cahier de recherche les différentes phases de résolution envisagées (ou une partie de ces différentes phases). Les groupes ont été préalablement définis par le professeur. Les élèves ont le droit d'utiliser leurs leçons de mathématiques mais pas le manuel scolaire afin qu'ils ne découvrent pas la nature des sections dans celui-ci.

Séance 2 :

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur procède à une phase de rappel : il interroge, pour ce faire, un ou plusieurs élèves. Il projette ensuite une à une les parties de production sélectionnées de chacun des groupes dans un ordre bien défini et fait passer au tableau un représentant du groupe correspondant. Cette phase de débat peut durer une vingtaine de minutes. Elle est conclue par une institutionnalisation concernant les sections de solides. Le professeur peut alors utiliser les collections de solides qu'il a prêtées ou non aux élèves (selon leurs besoins en séance 1). Il peut aussi projeter des fichiers GeoGebra pour appuyer ses propos. Il peut prévoir un document support de cours déjà préparé, finalisé qu'il commente avec la classe ou un document à compléter au fur et à mesure avec les élèves. Il introduit le vocabulaire associé « plan », « section »,... Les fichiers associés à cette phase d'institutionnalisation sont ceux téléchargeables dans le dossier nommé <i>sections de solides</i>. Selon les classes, il peut rester du temps en fin de séance, le professeur prévoit donc des exercices d'application.	Lorsqu'un rapporteur de groupe a terminé sa présentation, le reste de la classe peut émettre des remarques, lui poser des questions. Un débat est conduit.

Lors de nos expérimentations, il est arrivé que des classes n'aient globalement pas terminé en séance 1. Dans ce cas, le professeur peut récupérer le document de recherche des groupes en fin de séance 1, le distribuer en début de séance 2 et laisser un temps supplémentaire de recherche (environ 30 min).

Deux possibilités s'offrent alors à lui en séance 2 :

- procéder à la phase de débat s'il a le matériel adéquat pour projeter les travaux d'élèves (visualiseur ou appareil photo numérique et vidéo projecteur par exemple),
- proposer un travail individuel de géométrie dans l'espace différent (par exemple recherche individuelle d'exercices faisant retravailler les représentations en perspective) pour pouvoir prendre le temps de scanner les parties de documents intéressantes et exploitables en séance 3.

Annexe 1

Fiche élève

Le maire d'une ville souhaite réaménager une de ses stations de métro.

Il a fait appel à un architecte pour la réalisation de sièges sur lesquels les voyageurs pourront s'asseoir et patienter.

Cet architecte a imaginé un mobilier moderne à partir de formes géométriques.

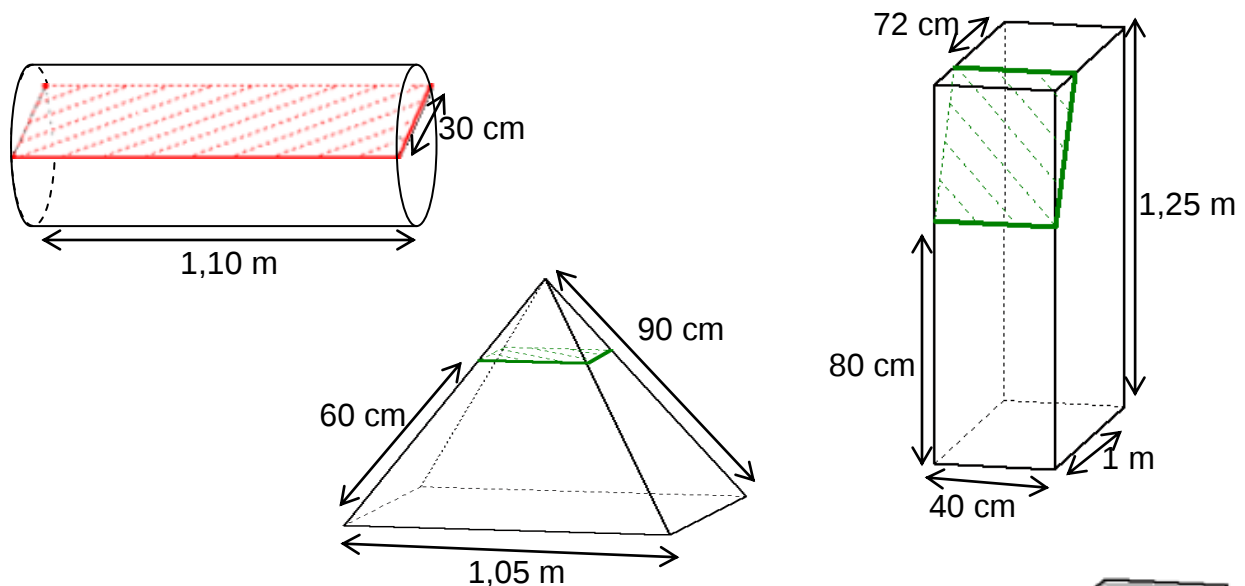
Pour créer ses prototypes, il utilise du béton qu'il fait couler dans des moules.

Certains sont de la forme :

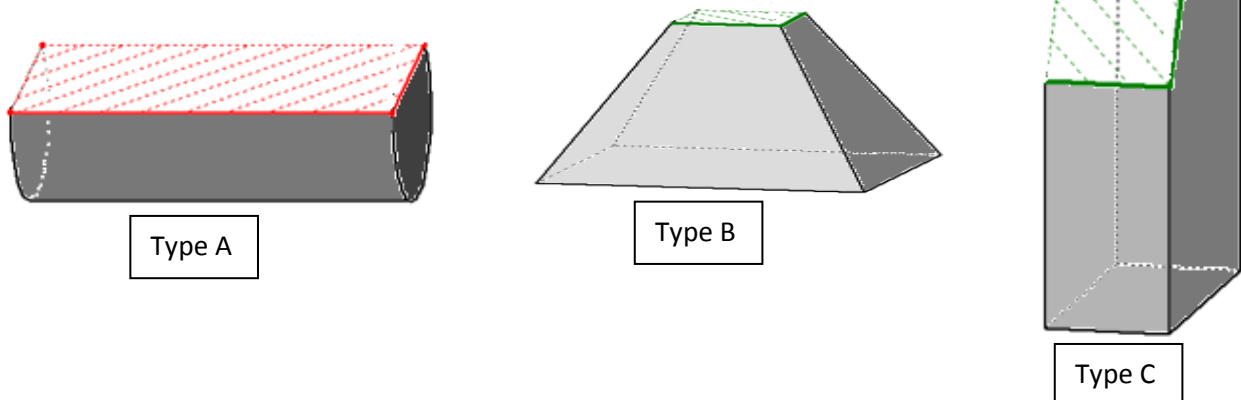
- d'un cylindre,
- d'une pyramide régulière à base carrée,
- d'un parallélépipède rectangle.

Il tronçonne ensuite une partie de l'objet obtenu de façon à avoir une assise plate pour les voyageurs.

Voici les schémas qu'il a réalisés pour représenter les 3 types de moules utilisés et les coupes effectuées.



Voici les différents types de sièges obtenus après découpage.



L'architecte a laissé les instructions suivantes :

Cher Monsieur le Maire,

Je vous conseille d'installer 60 sièges de type A, 65 sièges de type B et 65 sièges de type C dans votre station de métro. Il ne restera plus aux employés de la mairie qu'à peindre les assises des sièges.

Assises des sièges de Type A : peinture rouge

Assises des sièges de Type B et type C : peinture verte

Je vous recommande d'utiliser la peinture dont je vous joins les références.

Il vous faudra acheter autant de pots de peinture rouge que de peinture verte. Dans l'attente de votre commande.

Cordialement,

M. Mat Ematics

Fiche technique de la peinture à utiliser :

Peinture acrylique murale Pinço' 2,5L

Usage : Intérieur, monocouche

Destination : Toutes pièces

Aspect : Satin

Rendement : Environ 10m²/L

Lessivable : Oui

Sans odeur : Oui

Conditionnement : 2,5L

Le maire est mécontent de voir que l'architecte n'a pas réalisé la totalité du travail demandé.

Il ne comprend pas pourquoi il lui faudrait autant de pots de peinture rouge que de verte.

Il ne sait pas combien il en faudrait de chaque sorte.

Aide-le à répondre à ces deux questions.

Annexe 2

Exemples de productions d'élèves partielles ou complètes :

Production 1

On calcule l'aire de l'assise.
 On calcule l'aire du Type A:
 $L \times l = \text{Aire}$ $30 \times 110 \text{ cm} = 3300 \text{ cm}^2 = 3,3 \text{ m}^2$
 $3,3 \text{ m}^2 \times 60 = 198$ | d'aire de tout les types A est égal à 198 m²
 On calcule l'aire du Type B:
 $35 \times 30 = 1050 \text{ cm}^2 = 1,05 \text{ m}^2$
 $1,05 \text{ m}^2 \times 65 = 68,25 \text{ m}^2$
 d'aire de tout les types B est égal à 68,25 m²
 On calcule l'aire du Type C:
 $28^2 + 45^2 = 2809$
 $\sqrt{2809} = 53$ $53 \times 40 = 2120 \text{ cm}^2 = 2,12 \text{ m}^2$
 $2,12 \text{ m}^2 \times 65 = 137,8 \text{ m}^2$
 d'aire de tous les types C est égale à 137,8 m²
 $137,8 \text{ m}^2 + 68,25 \text{ m}^2 = 206,05 \text{ m}^2$
 $198 \text{ m}^2 + 10 = 208 = 20 \text{ pots de peinture}$
 $206,05 \text{ m}^2 \div 10 = 20,605 = 21 \text{ pots de peinture, 1}$
 pot de peinture verte de plus que la rouge

Production 2

Pour la figure A :
 On calcule l'aire en faisant $30 \times 110 = 3300 \text{ cm}^2$
 Pour la figure C :
 On calcule l'aire en faisant $40 \times 53 = 2120 \text{ cm}^2$
 le 53 provient du théorème de pythagore
 $\rightarrow 45^2 + 28^2 = 2809$
 $\sqrt{2809} = 53$
 Pour la figure B :
 On calcule l'aire en faisant $\frac{105}{3} = 35$
 $35^2 = 1225$
 Pour calculer l'aire de toutes les assises verte
 $65(1225 + 2120) = 217425$
 $\frac{217425}{2500} = 87$ 2500 provient de $2,5 \times 10$
 $= 25 \text{ m}^2/\text{L} (= 2500 \text{ cm}^2/\text{L})$

$$3\,300 \times 60 = 198\,000$$

$$\frac{198\,000}{2500} \approx 80$$

IP faut plus de pot de peinture verte que de pot de peinture rouge.

Production 3

TYPE A: d'assise est un rectangle donc on calcule son air: $A = L \times l = 110 \times 30 = 3\,300 \text{ cm}^2 = 3,3 \text{ m}^2$

TYPE B: d'assise est un carré mais il nous manque la mesure de ses côtés, on utilise le théorème de Thalès

$$\frac{AD}{OD} = \frac{DC}{OE} = \frac{AC}{DE}$$

$$= \frac{30}{30} = \frac{30}{30} = \frac{45}{45}$$

$$\frac{30 \times 105}{50} = 35$$



Pour mesurer l'aire de l'assise (carré) on fait:

$$A = C \times C = 35 \times 35 = 1\,225 \text{ cm}^2 = 1,225 \text{ m}^2$$

TYPE C: d'assise est un rectangle cependant on ignore sa longueur. Pour la calculer on utilise le théorème de Pythagore:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = 45^2 + 23^2$$

$$AB^2 = 2\,025 + 784$$

$$AB^2 = 2\,809$$

$$AB = \sqrt{2\,809}$$

$$AB = 53$$

Pour calculer l'aire de l'assise on fait:

$$L \times l = 53 \times 40 = 2\,120 \text{ cm}^2 = 2,120 \text{ m}^2$$

Annexe 3

Nous présentons ci-dessous le matériel que nous avons utilisé pour cette activité.

Image 1

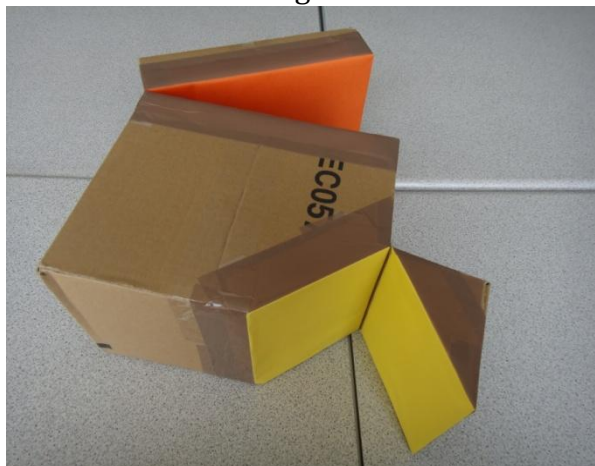


Image 2



Image 3



Image 4

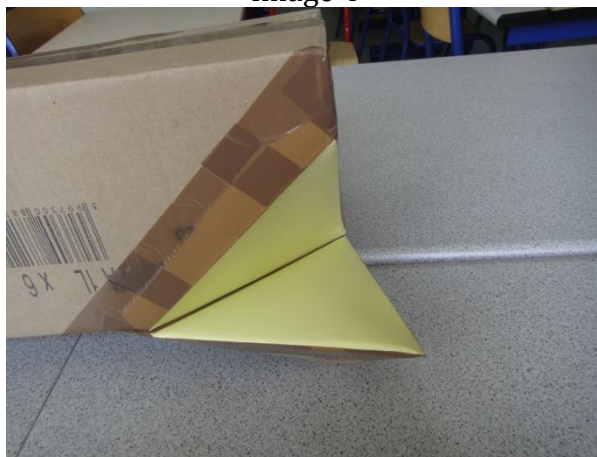


Image 5



Image 6



Images 1, 2, 3 et 4	parallélépipèdes rectangles sectionnés par des plans (cartons découpés au cutter et sections planes matérialisées par du papier couleur épais collé au ruban adhésif)
Image 5	collection de cylindres sectionnés par des plans (manche en bois scié)
Image 6	pyramide et tronc de pyramide (construits à partir de patrons)

Les collections fournies comprennent des sections qui ne figurent pas explicitement dans l'énoncé de l'activité. Il nous paraît fondamental que les élèves rencontrent des sections autres que celles habituelles (parallèles à une face ou une arête). En cas de difficulté, nous leur prêtons une collection complète des sections d'un même solide. Les groupes d'élèves manipulent autant que nécessaire cette collection et échangent pour déterminer la nature de la section cherchée sans aide de l'enseignant.

Sphère terrestre Cycle 4



Objectif

L'activité propose la construction d'une maquette à l'échelle du globe terrestre et vise à faire vivre certains théorèmes de géométrie plane dans l'espace.

Une activité préparatoire a pour objectif de faire émerger des représentations de la sphère terrestre.

Durée

1h30

Matériel

- Une maquette réalisée au préalable par le professeur
- Papier un peu épais (grammage 120 g maximum) de deux couleurs différentes (une pour les méridiens et l'autre pour les parallèles) en quantité suffisante
- Ruban adhésif
- Vidéoprojecteur
- Logiciel de géométrie dynamique GeoGebra3D
- Ciseaux ou un cutter et support pour son utilisation
- Eventuellement une connexion internet ou différents exemples de représentation de la sphère terrestre à projeter.

Fichiers à télécharger

Maquette 45e.ggb

Prérequis

La trigonométrie et le théorème de Pythagore doivent avoir été travaillés avant cette activité.

Présentation

Les élèves réalisent une maquette de la sphère terrestre comprenant six méridiens, l'équateur et les deux 45^e parallèles.

Cette activité se découpe en trois phases.

Phase 1- Représentation de la sphère terrestre :

Un bilan permet de fixer le vocabulaire (méridiens, parallèles).

Phase 2 – Phase de recherche et de construction des six méridiens et des trois parallèles composant la maquette :

Les élèves doivent, entre autre, déterminer le rayon des deux 45^e parallèles. Plusieurs méthodes sont envisageables (construction géométrique, trigonométrie, théorème de Pythagore).

Phase 3 - Montage de la maquette.

45° étant la moitié de 90°, les élèves peuvent être amenés à penser que le 45^e parallèle est situé dans le plan qui sectionne un hémisphère au milieu du rayon correspondant.

Les constructions réalisées dans cette activité conduisent les élèves à constater que ce n'est pas du tout le cas.

Un prolongement possible consiste à demander aux élèves de calculer la longueur du 30^e parallèle. C'est l'occasion de remarquer que celui-ci, par contre, est situé dans le plan qui sectionne un hémisphère au milieu du rayon.

Scenario

Séance 0

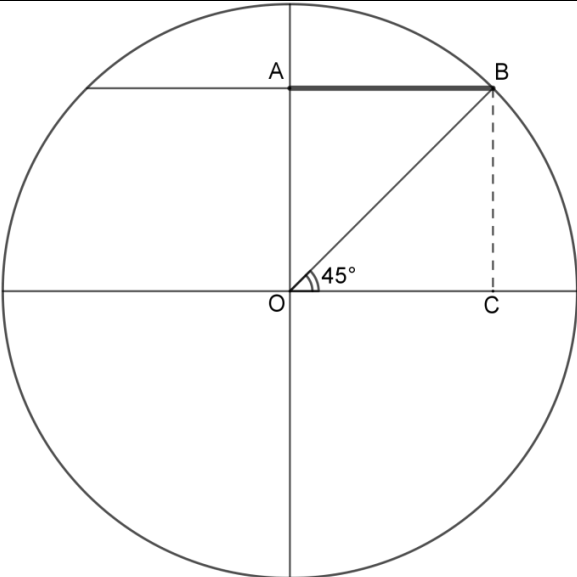
Cette activité préparatoire se déroule lors d'une séance précédente et dure environ dix minutes.

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur demande aux élèves de réaliser un schéma représentant la sphère terrestre. Il laisse quelques minutes aux élèves pour répondre individuellement à cette demande.	Les élèves produisent, individuellement, un dessin.
Le professeur relève les productions.	

Avant la séance 1, le professeur classe les productions (dessins figuratifs, cercles, représentations de l'équateur et de certains méridiens et parallèles). Quelques unes des productions observées dans nos classes sont présentées en annexe 2.

Séance 1

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur affiche des productions issues de chacune des classes citées précédemment. Le professeur peut éventuellement enrichir ce débat par la visualisation d'autres représentations qu'il a au préalable sélectionnées. Il projette ses fichiers ou une recherche qu'il fait sur internet. Il focalise ensuite sur une représentation : celle utilisant une vue en perspective et montrant des méridiens et parallèles. Il demande aux élèves ce que sont les 45^e parallèles et recense leurs idées. Il utilise le fichier GeoGebra <i>Maquette 45^e.ggb</i> pour définir le 45^e parallèle nord.	Les élèves débattent de ces représentations. Les élèves émettent des propositions, certaines sont relevées au tableau.
Il montre maintenant sa maquette aux élèves : « Vous allez réaliser une maquette comme la mienne avec les 6 méridiens et les 3 parallèles dont nous avons parlé. La sphère terrestre a un rayon d'environ 6 000 km. Notre maquette sera à l'échelle de la sphère terrestre, le rayon de votre maquette doit être 6 cm. Vous travaillerez en groupes. » Le professeur peut choisir de faire faire une maquette par élève ou une maquette par groupe. Il répartit les élèves et distribue des feuilles de couleur (deux couleurs différentes) en précisant que les méridiens doivent être d'une même couleur et les parallèles de l'autre.	Les élèves commencent les tracés des méridiens et du disque équatorial. Certains groupes construisent des demi-disques pour les méridiens. Cela ne pose pas de problème, il faudra au moment du montage prévoir du ruban adhésif. Pour les 45^e parallèles, différentes stratégies apparaissent : report de la longueur AB, utilisation du cosinus dans OBC, du sinus dans OAB, du théorème de Pythagore dans OAB,...

	
Le professeur collecte les pièces réalisées par les différents groupes.	

Séance 2

Ce que fait ou dit le professeur	Ce que font ou disent les élèves
Le professeur distribue à chaque groupe ses pièces ainsi qu'un plan de montage (annexe 1). Le professeur fait remarquer que le disque correspondant au 45^e parallèle ne coupe pas le rayon de la demi-sphère en son milieu.	Les élèves, aidés si besoin par le professeur, effectuent le montage. Celui-ci demande de la précision et de la patience. Certains élèves s'imaginent, à tort, que le disque correspondant au 45^e parallèle coupe le rayon de la demi sphère en son milieu et réalisent des découpes en conséquence pour le montage.

Prolongement possible :

A la suite du montage, le professeur propose de répondre, à la maison, à l'énoncé suivant : « Calculer la longueur du 30^e parallèle. » Cet énoncé incite davantage à utiliser la trigonométrie.

On peut remarquer que le disque correspondant au 30^e parallèle coupe, lui, le rayon de la demi sphère en son milieu.

Des productions d'élèves sont proposées en annexe 3.

Quelques résultats utiles :

Le rayon des disques sur la maquette représentant les 45^e parallèles, en centimètres :

$$6 \times \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \approx 4,2$$

Le rayon des disques sur la maquette correspondant aux 30^e parallèles, en centimètres :

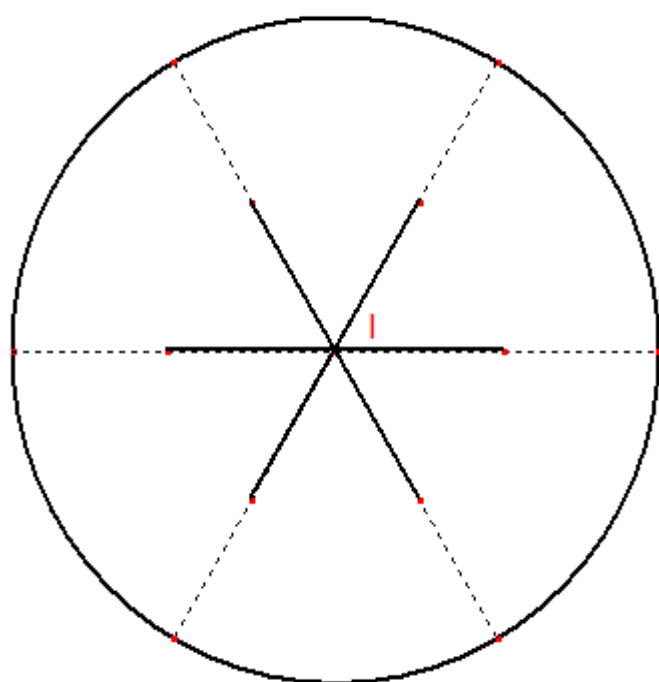
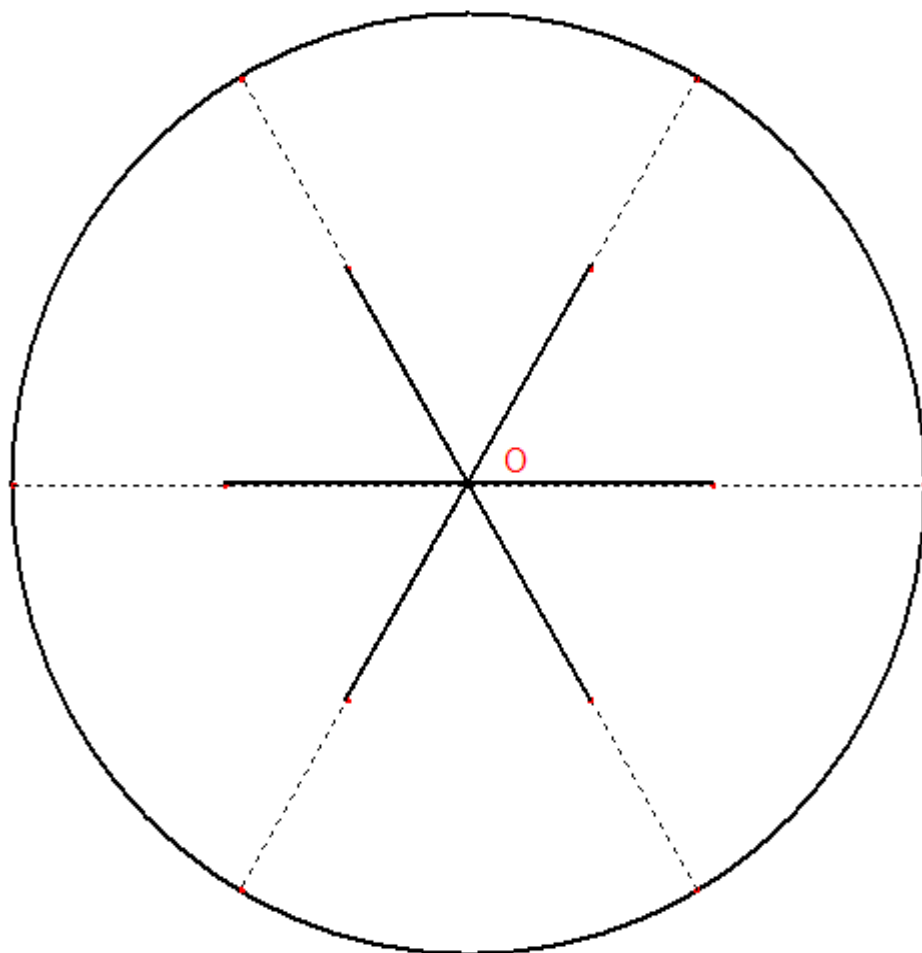
$$6 \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$$

Longueur du 30^e parallèle de la Terre, en kilomètres : environ 32 648.

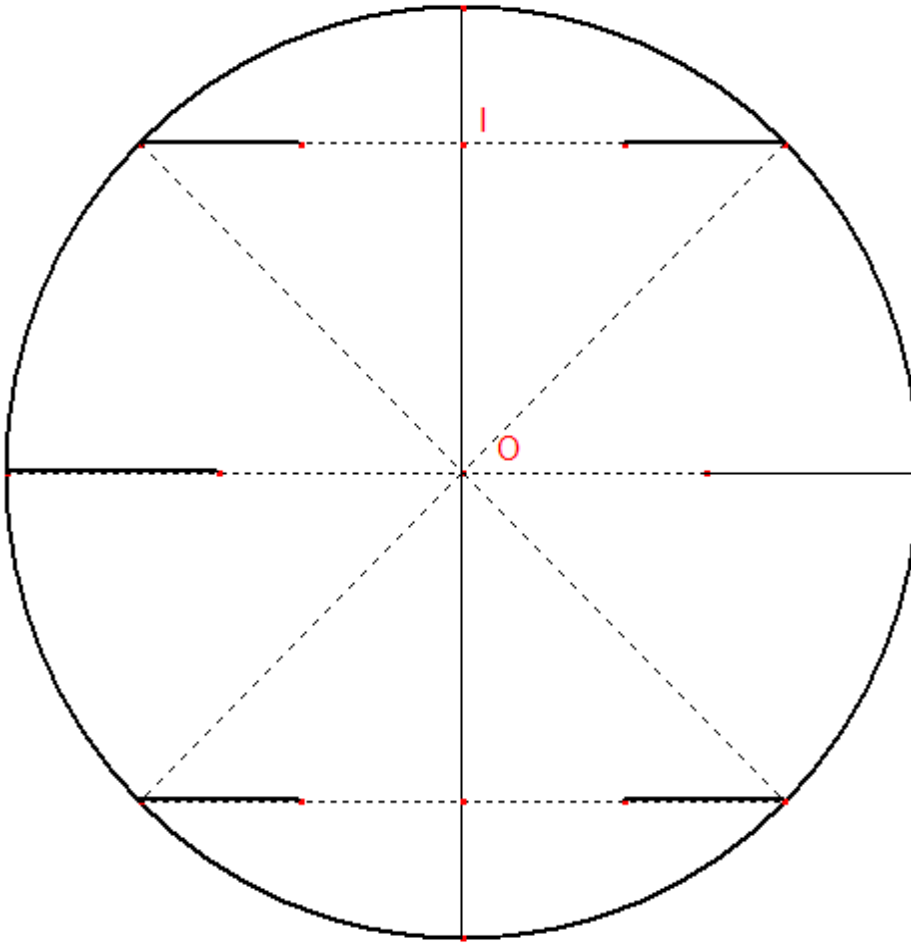
Annexe 1

Maquette de la sphère

Couleur A : Disque équatorial et l'un des deux disques de latitude 45° de rayon R (à calculer ou à construire)



Couleur B : L'un des trois disques méridiens de rayon 6 cm.



Légende des traits

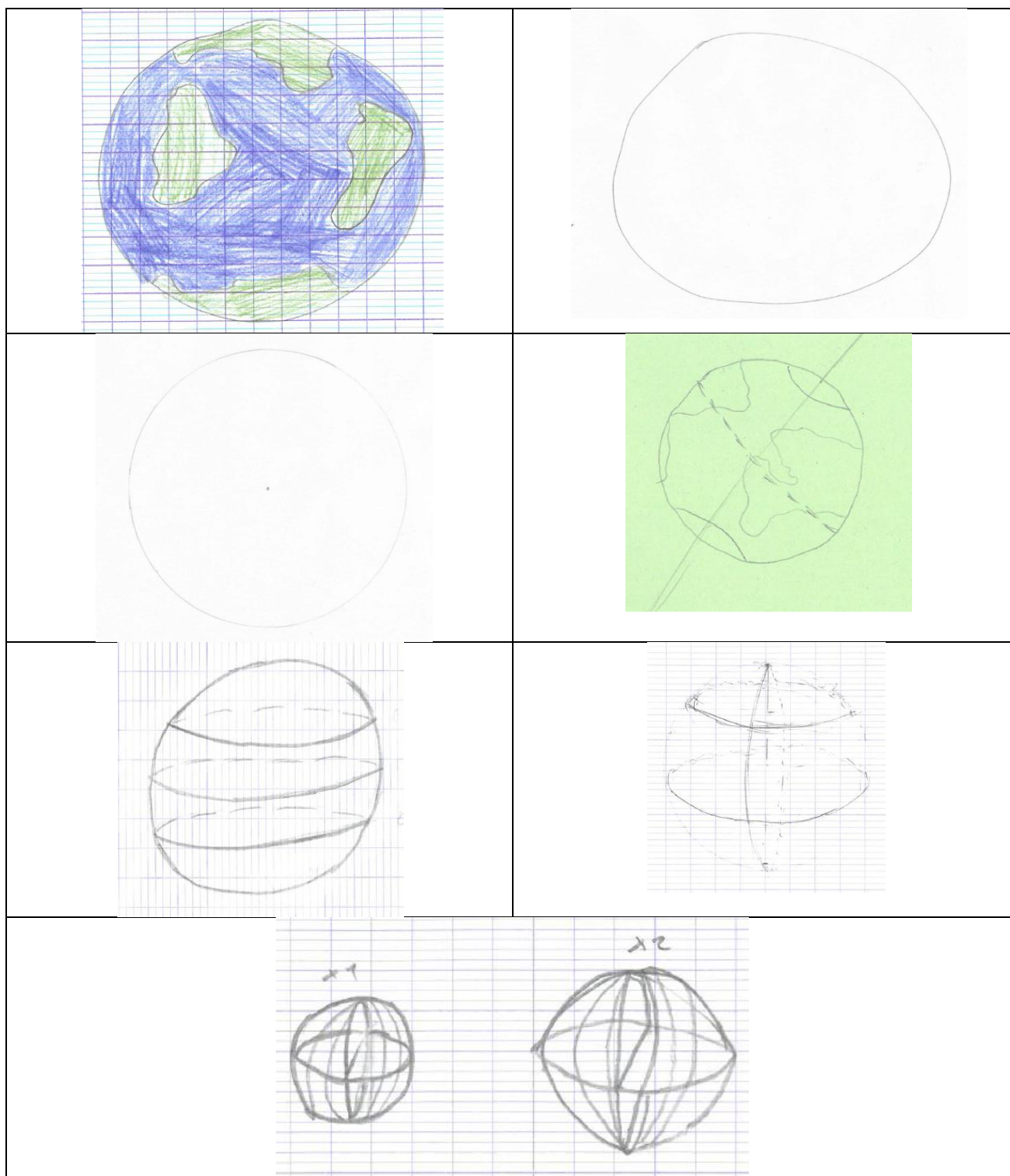
Trait continu épais : à découper,

Trait continu fin : à plier,

Trait pointillé : trait de construction

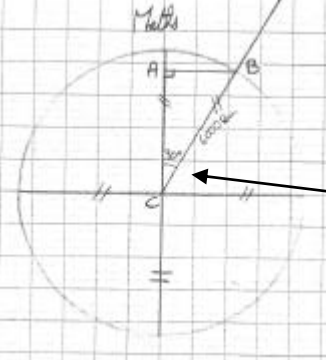
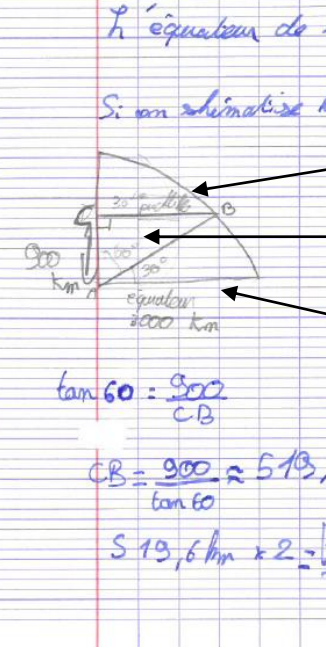
Annexe 2

Exemples de productions d'élèves concernant la représentation de la sphère terrestre en séance 0 :

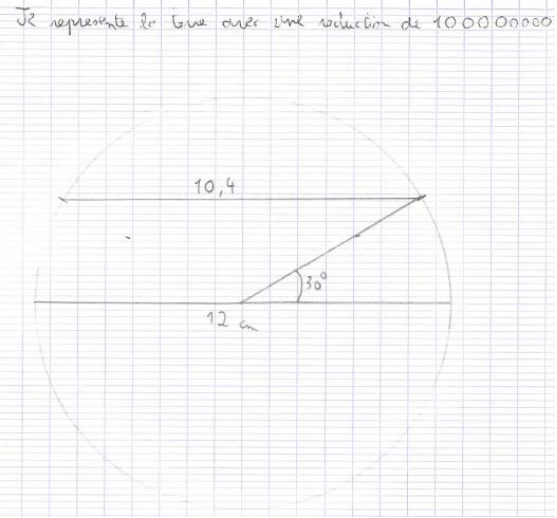


Annexe 3

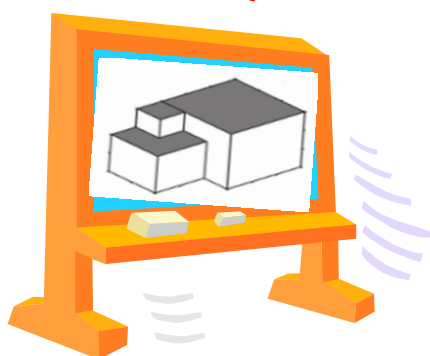
Exemples de productions d'élèves erronées pour le calcul de la longueur du 30^e parallèle :

 $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{CB}$ $\sin 30^\circ = \frac{AB}{6000}$ $\sin 30^\circ \times 6000 \text{ km} = AB = 3000 \text{ km}$ $2 \times \pi \times R$ $2 \times \pi \times 3000 \text{ km} = 18\,849,6 \text{ km}$	L'élève n'a pas compris la définition du 30^e parallèle.
L'équateur de la terre mesure environ 6000 km Si on imagine le 30^e parallèle :  les 30% de 3000 sont : 900 $\tan 60 = \frac{900}{CB}$ $CB = \frac{900}{\tan 60} \approx 519,6 \text{ km}$ $519,6 \text{ km} \times 2 = 1039,2 \text{ km}$ Je pense que c'est faux par contre.	L'élève confond le 30^e parallèle et son diamètre. L'élève n'a pas compris la définition du 30^e parallèle. L'élève confond l'équateur et son diamètre.
$2 \times \pi \times 6 \times \cos 30 = 32,648\,388\,56$ $\approx 32,648$ (arrondi au millième) <u>32,648 km</u>	L'élève utilise le rayon de la maquette en cm. Et il confond la longueur réelle et longueur sur la maquette.

Exemple de production utilisant une autre procédure que l'utilisation des relations trigonométriques dans le triangle rectangle :

Je représente la Terre avec une réduction de 100000000  Sur ma réduction le diamètre de la 30^{ème} parallèle est de 10,4 $2 \times 11 \times 5,2 = 32,6725636 \times 100000000 = 3267256360$ $3267256360 \text{ cm} = 32672,563 \text{ km}$ Il devra parcourir 32672,563 km.	L'élève trace une réduction d'une section de la sphère selon un méridien pour mesurer le rayon du 30^e parallèle. Il calcule ensuite la longueur demandée en utilisant son rapport de réduction.
---	---

Automatismes ou Questions « flash »



Nous proposons des exercices courts de type automatismes, pour le cycle 3 ou le cycle 4, conçus avec les mêmes objectifs que ceux des brochures *Calcul mental Automatismes* et *les angles de la 6^e à la 3^e* de l'IREM de Clermont-Ferrand.

Dans cette gestion, les élèves n'ont pas à rédiger leur raisonnement. Les élèves habituellement mis en difficulté par le passage à l'écrit sont souvent valorisés par ces exercices. Ces diaporamas visent à entraîner et automatiser la lecture des perspectives pour reconnaître les propriétés des objets réels mises en évidence lors des activités.

Elles sont tout à fait dans l'esprit des nouveaux programmes, comme le stipule l'extrait de documents ressources transversales – Type de tâches – Eduscol.education.fr :

« La pratique de questions « flash » vise à renforcer la mémorisation de connaissances et l'automatisation de procédures afin de faciliter un travail intellectuel ultérieur par leur mise à disposition immédiate.

Une tâche de ce type relève d'une activité mentale attendue sur un temps court (quelques minutes). Elle peut mobiliser une connaissance, un savoir-faire, un traitement automatique ou réfléchi. Pour être efficaces, les questions flash doivent être proposées de façon régulière, tout au long du cycle, et s'inscrire dans une stratégie d'enseignement qui articule de façon cohérente entraînement, évaluation, remédiation et consolidation. Elles se prêtent à l'utilisation de supports variés : papier, diaporama, enregistrement oral. »

- Organisation possible du cahier/classeur de l'élève pour les exercices de type questions flash :

Le professeur, en début d'année, peut prévoir une partie du cahier ou du classeur pour ranger ce type d'exercices.

Il peut préparer des grilles de réponses à photocopier et qui seront collées dans cette partie telles que nous les proposons dans les pages suivantes. Il peut aussi demander aux élèves de préparer eux-mêmes à la maison les grilles.

Quelle que soit l'organisation du cahier ou du classeur, il est intéressant que les élèves gardent une trace des énoncés pour les retravailler. Pour ce qui concerne la géométrie dans l'espace, le professeur les photocopie et les distribue. D'une part, faire recopier ces énoncés aux élèves prendrait trop de temps ; d'autre part, certaines figures sont trop complexes à tracer pour les élèves qui recopieraient alors un énoncé « faux ».

- Place et rôle de ces exercices dans les séquences :

Ceux que nous proposons ont été conçus comme des exercices d'entraînement ou d'évaluation en cours d'apprentissage. Mais ils peuvent donner lieu à d'autres exercices similaires qui pourront avoir d'autres fonctions telles que :

- Evaluation diagnostique
- Evaluation de fin d'apprentissage
- Exercices d'entraînement bien après l'apprentissage pour entretenir les notions.

Grilles de réponse

Date : .../.../...

Thème :

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Date : .../.../...

Thème :

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Date : .../.../...

Thème :

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Date : .../.../...

Thème :

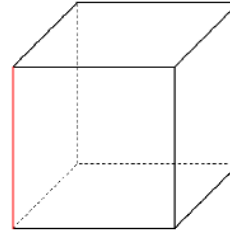
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Nom du fichier	Cycle 3			Cycle 4		
<i>Vision dans l'espace 0</i>	CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
		x	x	x		

Lire une représentation en perspective

Relever la lettre, a ou b,
qui correspond à la réponse exacte.

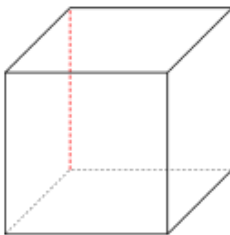
1



L'arête rouge est-elle :

- a. Vue ?
- b. Cachée ?

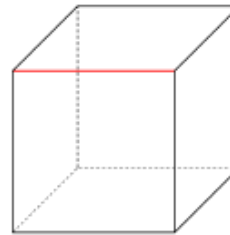
2



L'arête rouge est-elle :

- a. Vue ?
- b. Cachée ?

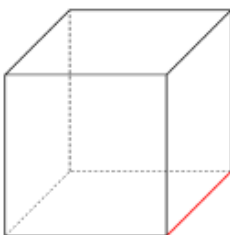
3



L'arête rouge est-elle :

- a. Vue ?
- b. Cachée ?

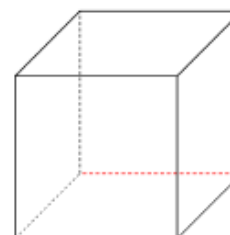
4



L'arête rouge est-elle :

- a. Vue ?
- b. Cachée ?

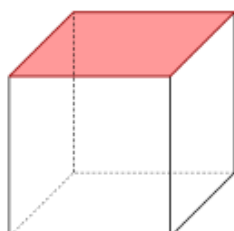
5



L'arête rouge est-elle :

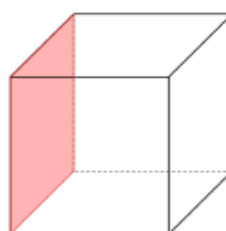
- a. Vue ?
- b. Cachée ?

6



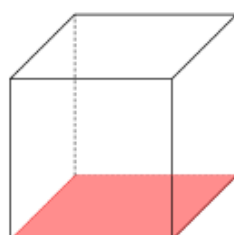
La face rouge est-elle :
a. Vue ?
b. Cachée ?

7



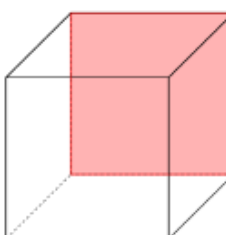
La face rouge est-elle :
a. Vue ?
b. Cachée ?

8



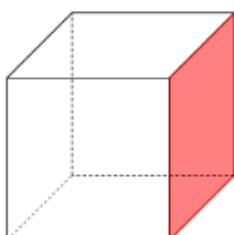
La face rouge est-elle :
a. Vue ?
b. Cachée ?

9



La face rouge est-elle :
a. Vue ?
b. Cachée ?

10



La face rouge est-elle :
a. Vue ?
b. Cachée ?

FIN

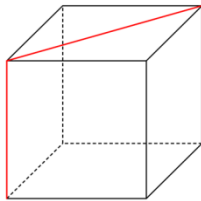
Nom du fichier	Cycle 3			Cycle 4		
Vision dans l'espace 1	CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
			x	x	x	

Voir dans l'espace - 1

Une seule réponse est exacte, laquelle?

2

Le solide est un cube

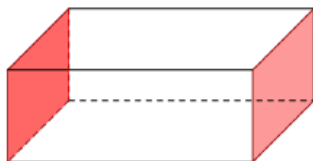


Les segments rouges sont :

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

4

Le solide est un pavé droit

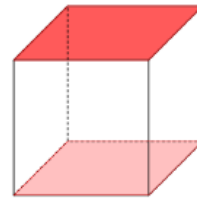


Les faces rouges sont:

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

1

Le solide est un cube

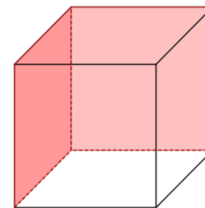


Les faces rouges sont:

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

3

Le solide est un cube

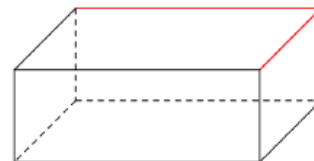


Les faces rouges sont :

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

5

Le solide est un pavé droit

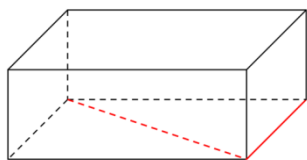


Les arêtes rouges sont:

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

6

Le solide est un pavé droit

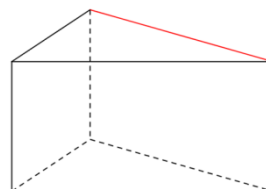


Les segments rouges sont :

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

7

Le solide est un prisme droit

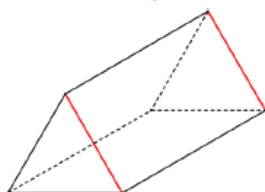


Les arêtes rouges sont :

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

8

Le solide est un prisme droit

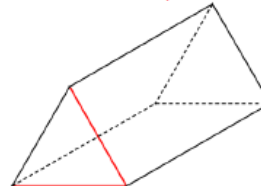


Les arêtes rouges sont:

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

9

Le solide est un prisme droit

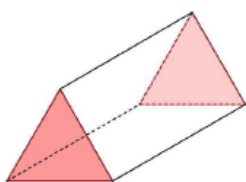


Les arêtes rouges sont:

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

10

Le solide est un prisme droit



Les faces rouges sont:

a	b	c
Parallèles	Perpendiculaires	Non parallèles et non perpendiculaires

FIN

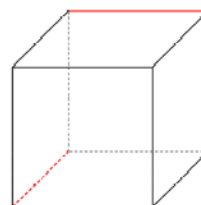
Nom du fichier	Cycle 3			Cycle 4		
Vision dans l'espace 2	CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
				x	x	

Vision dans l'espace - 2

Les segments rouges ont-ils la même longueur dans la réalité ?

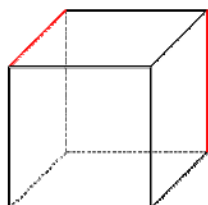
1

Le solide est un cube



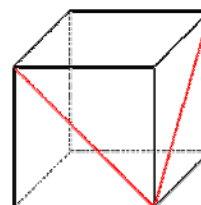
2

Le solide est un cube



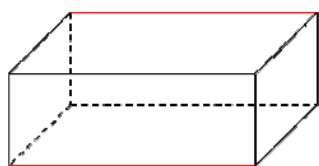
3

Le solide est un cube



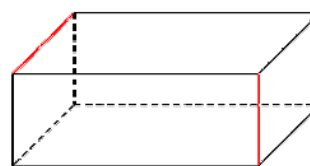
4

Le solide est un pavé droit avec 3 dimensions différentes



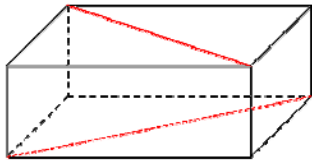
5

Le solide est un pavé droit avec 3 dimensions différentes



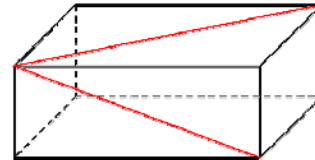
6

Le solide est un pavé droit avec 3 dimensions différentes



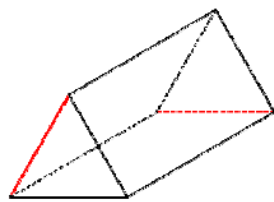
7

Le solide est un pavé droit avec 3 dimensions différentes



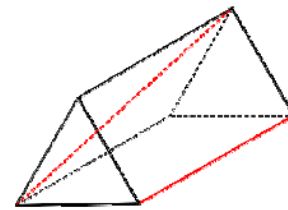
8

La base du prisme droit est un triangle équilatéral



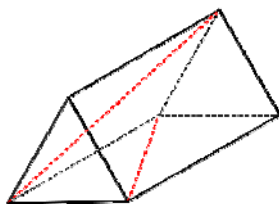
9

La base du prisme droit est un triangle équilatéral



10

La base du prisme droit est un triangle équilatéral



FIN

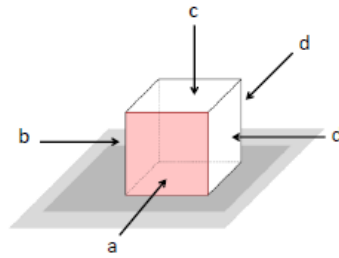
Nom du fichier	Cycle 3			Cycle 4		
<i>Vision dans l'espace 3</i>	CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
		x	x	x		

Vision dans l'espace - 3

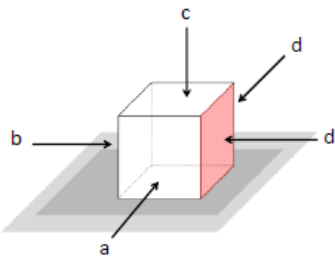
Pour les questions 1 à 5
Dans quelle direction faut-il regarder le cube
pour voir la face rouge ?

Choisir la lettre correspondant à la réponse.

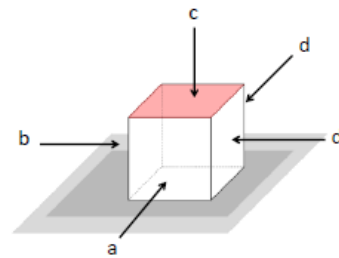
1



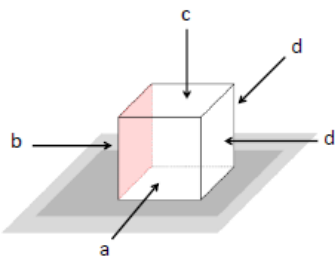
2



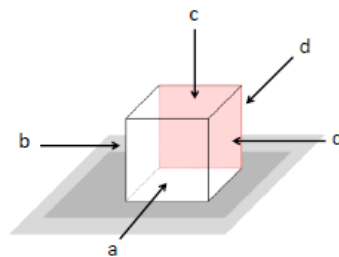
3



4



5

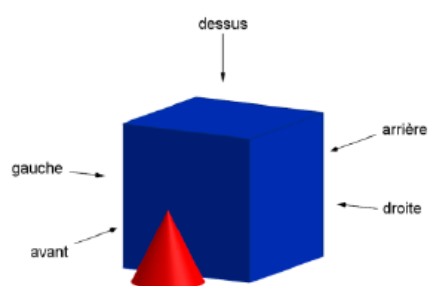


Vision dans l'espace 3

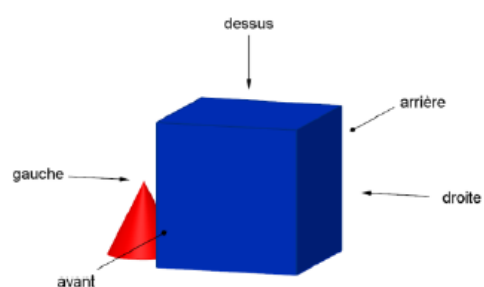


Où faut-il que le chat se place pour qu'il ne puisse plus voir le cône rouge ?

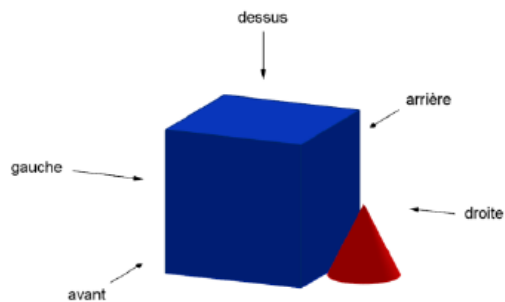
7



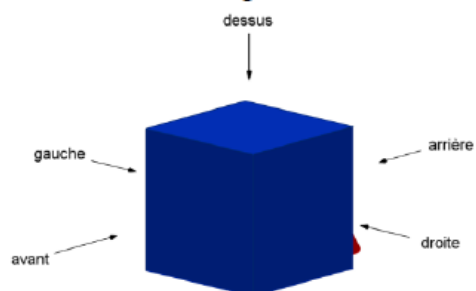
6



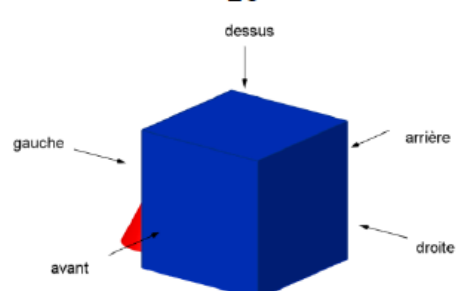
8



9



10

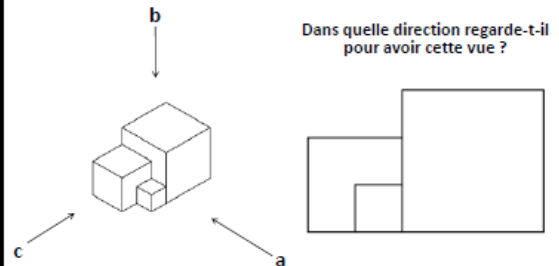


Nom du fichier	Cycle 3			Cycle 4		
Vision dans l'espace 4	CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
			x	x	x	x

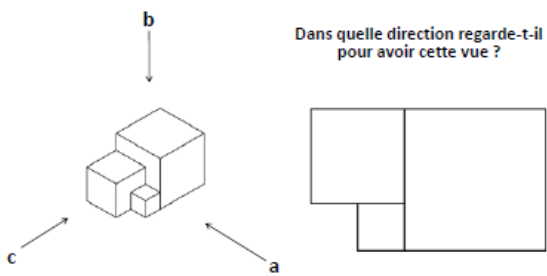
Vision dans l'espace - 4

Un observateur dessine ce qu'il voit d'un solide,
dans quelle direction regarde-t-il ?

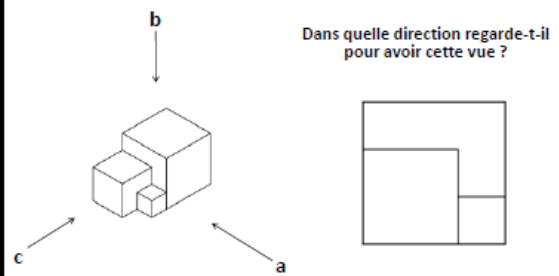
1



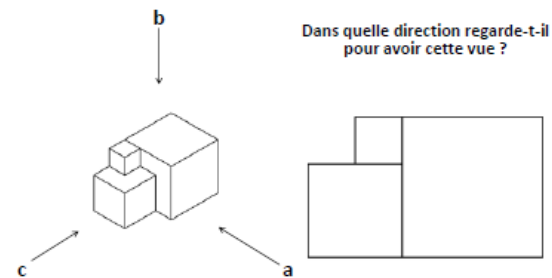
2



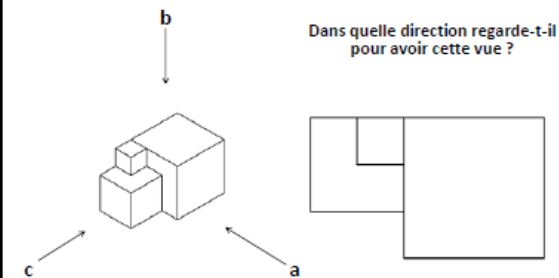
3

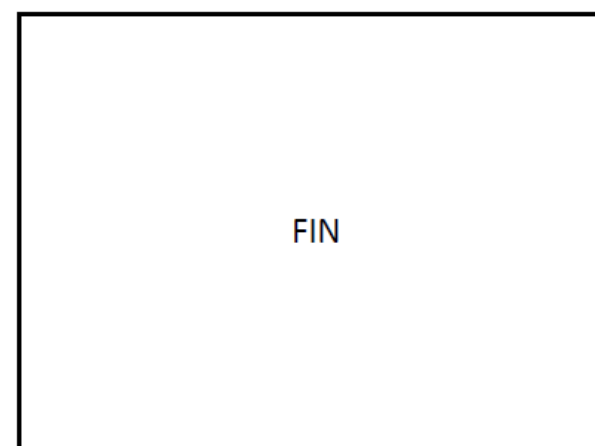
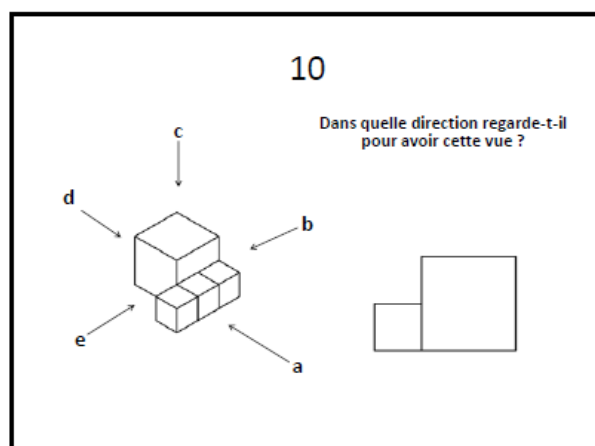
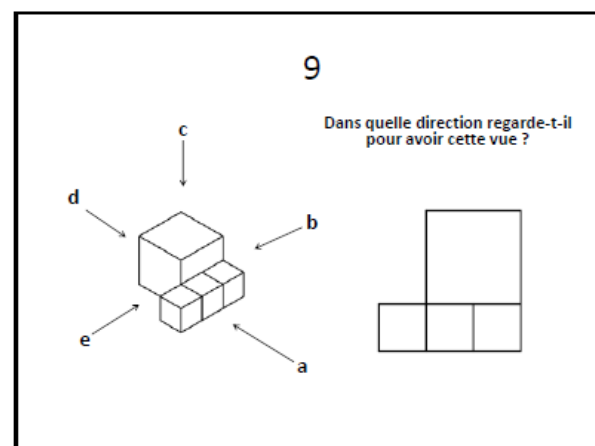
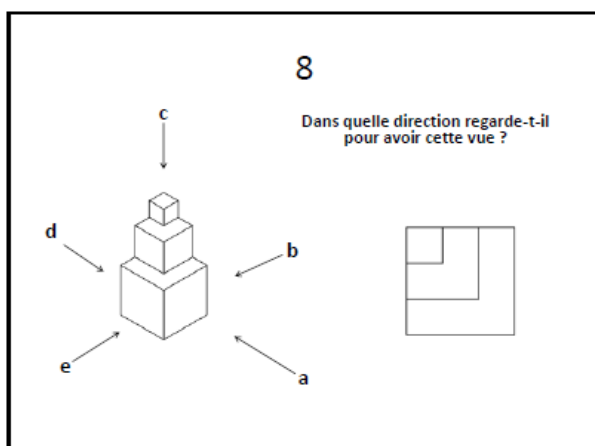
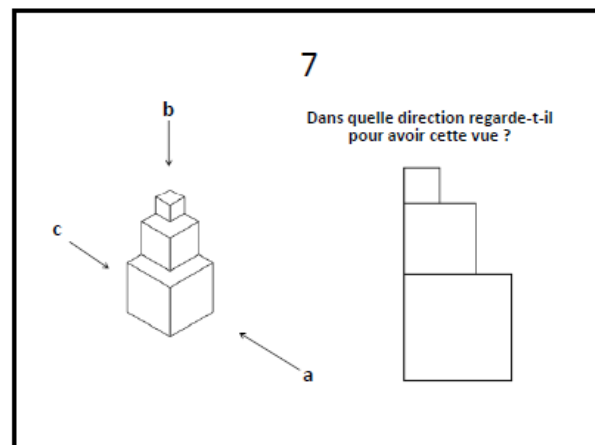
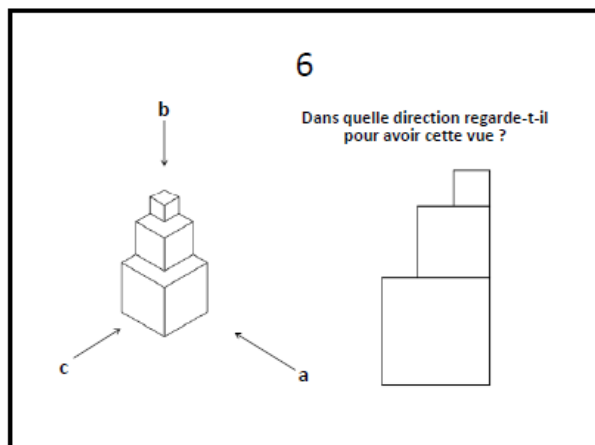


4



5





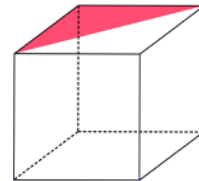
Nom du fichier	Cycle 3			Cycle 4		
<i>Vision dans l'espace 5-sections</i>	CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
					x	x

Vision dans l'espace – 5 Sections de solides

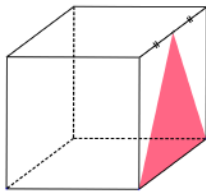
Questions 1 à 7 :
Le solide représenté est un cube.

Indique la nature du triangle
représenté en couleur.

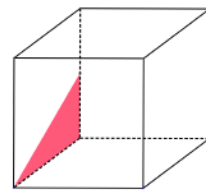
1



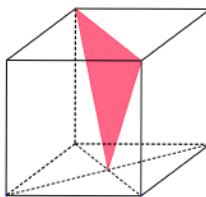
2



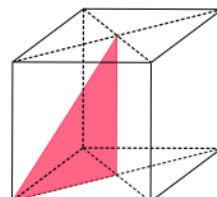
3



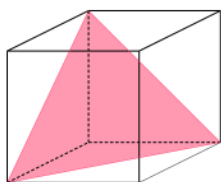
4



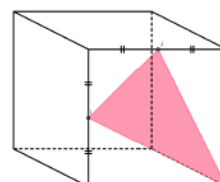
5



6



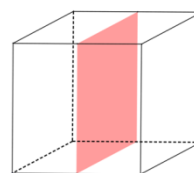
7



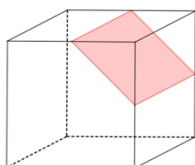
Questions 8 à 10 :
Le solide représenté est un cube.

Indique la nature du quadrilatère
représenté en couleur.

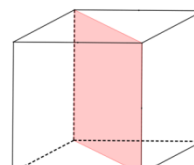
8



9



10



Titre	Espace et géométrie. Reconnaître, Construire, Représenter. Des activités, solides en main, pour les cycles 3 et 4.
Auteurs	Membres du groupe « Situations problèmes en géométrie au collège » : Céline Bernon, Ariane Fraisse, Monique Maze, Claire Rosalba, Aurélie Roudel, Aurélie Roux, Olivier Tournaire.
Date	Octobre 2017
Editeur	IREM de Clermont-Ferrand
Résumé	Cette brochure propose de nombreuses activités en géométrie dans l'espace qui entraînent les élèves à passer des objets en main à différents modes de représentation (dessin en perspective, patrons, vue de face,...) ou inversement. La plupart des situations présentées utilisent des puzzles de l'espace (assemblages de solides simples tels que prismes ou pyramides). Des exercices de type « automatismes » sont aussi présentés en fin de brochure.
Mots-clés	Solides, prisme, pavé droit, cube, pyramide, cylindre, face, arête, sommet, assemblage, patron, perspective, vue, maquette, sections, automatismes.