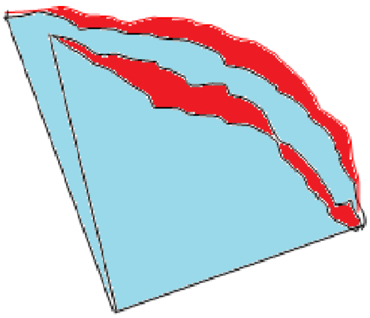
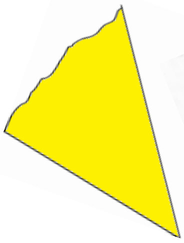
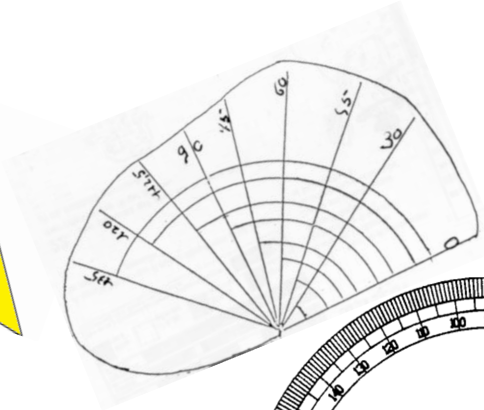
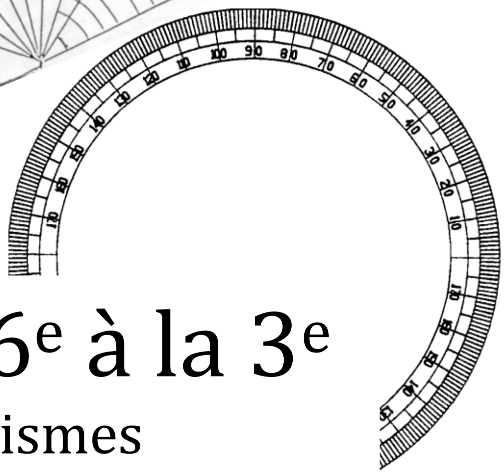
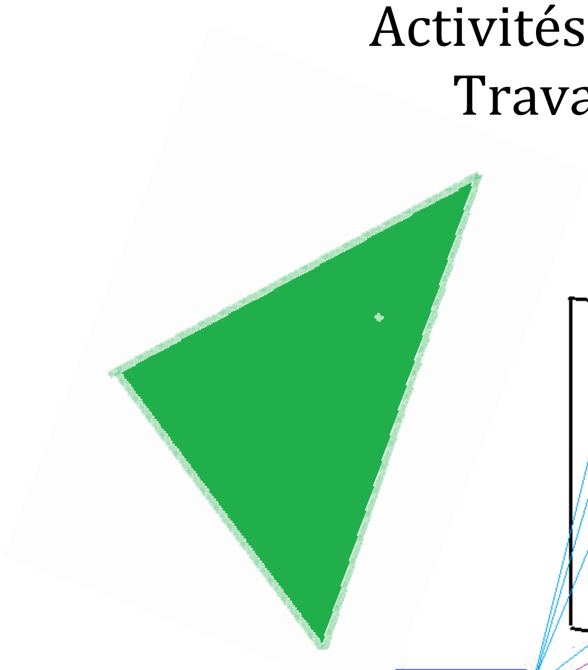
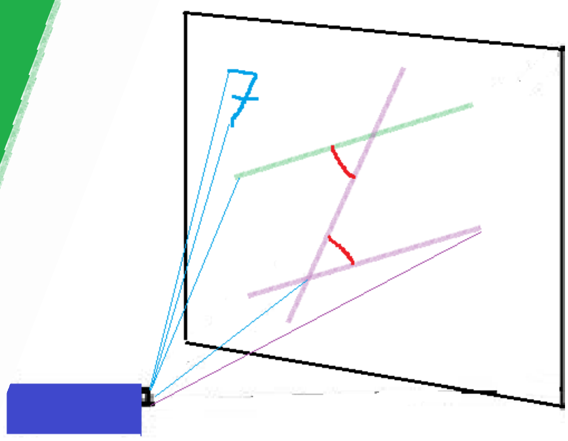
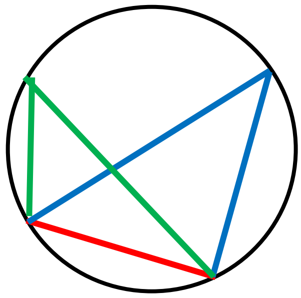





Les angles de la 6e à la 3e

Activités – Automatismes

Travail en groupes

IREM
Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
Clermont-Ferrand

Ont participé à l'élaboration de cette brochure les membres du groupe IREM de Clermont Ferrand : Situations Problèmes au collège

Céline Bernon
Claire Gaonac'h
Monique Maze
Aurélie Roux
Olivier Tournaire

Ce travail est le fruit d'une réflexion commune d'enseignants qui ont testé les activités dans leurs classes.

IREM de CLERMONT FERRAND
Complexe scientifique des Cézeaux, 63177 AUBIERE Cedex
Tél : 04 73 40 70 98
Mél : irem@univ-bpclermont.fr
Site : www.irem.univ-bpclermont.fr

On peut télécharger les fichiers informatiques sur le site de l'Irem dans la rubrique « Publications ».

PREFACE

La méthode de travail retenue par le groupe d'étude « collège » de l'IREM de Clermont-Ferrand participe d'une démarche solidement éprouvée au sein des IREM : toute ingénierie didactique mise en œuvre est toujours construite et validée par des expérimentations, des observations en classe et des analyses critiques collectives de celles-ci.

Ce fascicule présente des narrations de séquences d'enseignement méthodiquement construites pendant trois années d'aller-retour entre terrain et réflexion. La forme de la rédaction retenue (« ce que fait et dit le professeur, ce que font et disent les élèves ») pourrait apparaître comme une forme de « prêt-à-porter didactique » qu'il suffirait au lecteur de reproduire tel quel dans la classe, dans un psittacisme désastreux.

Il n'en est évidemment rien et une lecture active est bien sûr nécessaire pour s'approprier, non le contenu mathématique, mais le contenu didactique sous-jacent à ces narrations d'activités : gestes professionnels à repérer, variables didactiques mises en fonctionnement, définition des objectifs d'apprentissage, etc… Ce ne sera qu'une fois ce travail-là accompli que le lecteur-professeur pourra réinvestir dans sa classe ces expériences, sous des formes semblables, et non pas identiques, et dont il sera, comme il se doit pour un professeur, le seul maître d'œuvre.

Les activités décrites sont de durée variable (de une à sept séances de 50 minutes chacune) et sont toutes centrées sur la notion d'angle, déclinée sous diverses formes au collège :
- nécessité d'un vocabulaire adapté (angles alternes-internes, correspondants, etc…),
- trigonométrie (cosinus et rapport de distance, tangente, tableur et courbe représentative),
- théorème de l'angle inscrit,
- distinction angle et mesure (on sait que les chausse-trapes ne manquent pas sur ce point…)

Les étudiants s'orientant vers le métier de professeur se trouvent trop fréquemment démunis pour formuler une réflexion sur les angles au collège (« il y a si peu à dire sur le sujet », ne cessent-ils de dire…). Les rédactrices et rédacteurs du fascicule se sont attachés à contredire avec éclat l'impression de ces étudiants, certes cultivés sur leur discipline mais encore inexpérimentés sur leur prochain métier. C'est ainsi que dans l'activité « Angles et rapporteur en 6ème », découpée en sept séances, il faudra attendre la cinquième séance pour qu'apparaisse une mesure d'angle et que ce ne sera qu'à la sixième séance que le rapporteur fera son entrée en scène! Bel exemple d'imagination autour de ce sujet soi-disant si mince.

Le document s'achève par une liste d'automatismes à acquérir. Il n'est pas inutile de paraphraser, dans sa région natale, l'ingénieux inventeur du premier mécanisme de report automatique de la retenue des additions, en soulignant combien l'acquisition d'automatismes « *délivre celui qui opère* » et que les automatismes « *le relève du défaut de la mémoire sans même qu'il y pense* ». Ce qui est vrai au XVIIe siècle reste vrai pour notre XXIe siècle.

Thierry Lambre,
Directeur de l'IREM de Clermont-Ferrand

SOMMAIRE

Introduction

Le groupe a essayé de mettre en place des activités en ayant le souci de tendre vers de véritables situations problèmes.

Toutes ces activités ont été testées dans les classes, souvent plusieurs fois et modifiées en fonction des observations faites.
C'est à la lumière de leurs expériences ainsi faites que les membres du groupe ont pris conscience de nombreux petits gestes professionnels à maîtriser et de nombreuses variables didactiques qui influent sur le déroulement de la situation.
Conscients que de jeunes collègues sont souvent démunis et, qu'en outre, la transmission des activités entre collègues est difficile, l'équipe a décidé de présenter les séances en deux colonnes, l'une intitulée : « Ce que fait et dit le professeur » et l'autre : « Ce que font et disent les élèves ». Ainsi, l'activité est présentée telle qu'elle s'est déroulée dans les classes, mettant en parallèle les actions du professeur et les réactions des élèves.

Après chaque activité, figurent des annexes présentant les documents distribués aux élèves avec, éventuellement, leur corrigé et des productions d'élèves.

La deuxième partie de la brochure comporte les reproductions de diaporamas pour des exercices de type automatismes.
Ils sont conçus avec les mêmes objectifs que ceux présentés dans les deux brochures (*Calcul Mental Automatismes et Activités mentales - Automatismes au collège*) de l'IREM de Clermont-Ferrand mais ciblent très particulièrement la notion d'angle.
Les fichiers correspondant à ces diaporamas sont téléchargeables sur le site internet de l'Irem de Clermont-Ferrand : http://www.irem.univ-bpclermont.fr
Pour ce faire, il est nécessaire de se munir des codes suivants :
Login : anglescollege
Mot de passe : cbmmotcgar

Toutes les activités vont permettre d'évaluer des éléments du socle commun. En effet, les situations et les dispositifs proposés permettent à l'enseignant d'observer les élèves qui font preuve d'initiative, qui s'impliquent dans un projet individuel ou collectif, qui argumentent, qui pratiquent des démarches expérimentales, qui savent présenter la démarche suivie, les résultats obtenus.

D'autre part, les exercices de type automatismes poussent les élèves à raisonner, à présenter leur raisonnement à l'oral au moment des corrections sans qu'aucune mise en forme écrite ne soit attendue.

Le groupe remercie Arianne Fraisse, Aurélie Granval et Thierry Lambre pour leur précieux travail de relecture ainsi que Sophie Labonne pour avoir testé certaines de nos activités dans ses classes.

Habitudes de classe

Les travaux proposés dans cette brochure font appel à des gestions de classe particulières :

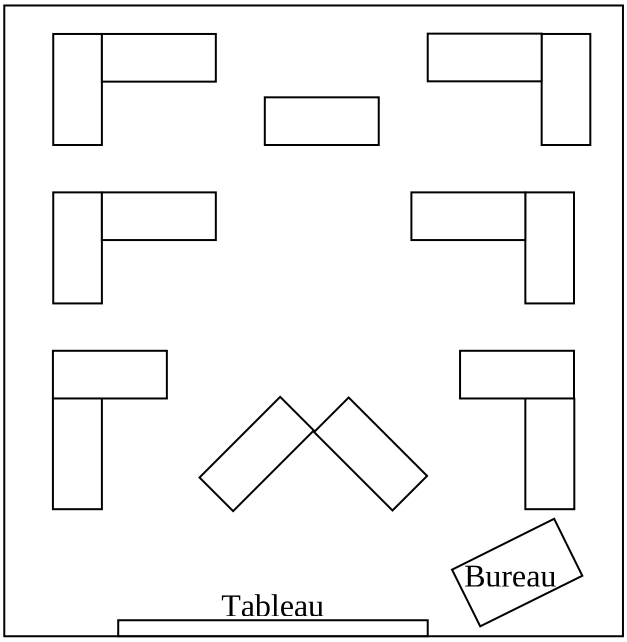
- élèves en binômes ou en petits groupes pour les activités ;
- travail individuel avec les diaporamas pour les automatismes.

1. Le travail de groupes :

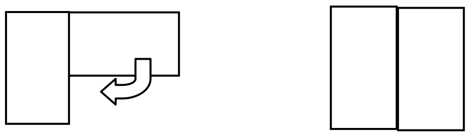
Pour que les activités atteignent leurs objectifs, il est primordial que les élèves soient habitués à travailler en groupes. Pour ce faire, il convient de proposer régulièrement et suffisamment tôt dans l'année des travaux de groupes.
Dans le cadre de nos recherches IREM, nous avons retenu quelques pratiques différentes pour la constitution des groupes, la gestion des phases de recherche et le rôle des élèves au sein du groupe.

a. La constitution des groupes :

En règle générale, nous constituons des groupes hétérogènes d'élèves. Cette constitution est réfléchie au préalable. Elle ne devrait pas dépasser 6 groupes sinon la phase de retour au grand groupe classe risque d'être alourdie et perd de son intérêt.
Certains d'entre nous changent la constitution ou une partie de la constitution des groupes en fonction de l'activité.
Dans ce cas, elle est annoncée aux élèves au moment de la mise en place en projetant ou en écrivant au tableau la composition des groupes. Eventuellement, un plan de classe leur indique où s'installer. Si la séance débute par ce travail de groupes, la composition des groupes et le plan de classe peuvent être affichés à l'extérieur de la salle sur la porte. Les élèves s'installent alors rapidement.
D'autres ne changent la constitution de leurs groupes qu'exceptionnellement ou seulement à la fin d'une période donnée (trimestre, semestre,…). Ils réalisent le plan de classe permanent des élèves dans la salle en fonction de cette constitution. La plupart du temps, ce sont des groupes de proximité, des élèves se retournent vers la table des élèves situés derrière eux. D'autres fois, les élèves sont habitués à rapprocher deux tables voisines, une perte de temps au moment de la mise au travail est ainsi évitée.



Si la salle s'y prête, l'enseignant peut disposer ses tables en L en début d'année. Dans ce cas, les élèves sont habitués à mettre rapidement en parallèle les deux tables d'un même L afin de constituer des îlots de travail.



b. Les différentes phases du travail :

- **Recherche individuelle :** En règle générale, il est primordial de prévoir une phase de recherche individuelle de l'activité avant de répartir les élèves en groupe : cette phase permet à chacun de s'approprier la consigne et d'élaborer sa propre procédure de résolution. Si toutefois cette phase n'est pas prévue, le professeur doit veiller à donner la consigne et l'organisation du travail avant la répartition en groupe pour que tous soient attentifs.
- **Consignes d'organisation :**
  Dans tous les cas, le professeur précise les consignes d'ordre plus général :
  - « A la fin du travail de groupe, chaque groupe devra rendre une affiche (ou un document ou un transparent) avec les recherches (ou les résultats, ou … selon l'activité) du groupe » ;
  - L'heure exacte à laquelle tous les groupes doivent rendre leur travail.
- **Déroulement du travail en groupes, rôle du professeur :**
  Les élèves commencent leur travail collectif.
  Le professeur circule entre les groupes, les laisse chercher sans intervenir mais écoute attentivement les remarques de chacun. Ces observations lui permettront d'organiser le débat faisant suite aux recherches.
  Il peut cependant émettre quelques remarques pour relancer la recherche de certains groupes mais veille à ne pas trop orienter le travail.
  Si certains groupes tardent à rédiger leur document de synthèse, le professeur les invite à le faire avant la fin du temps imparti.
- **Débat et synthèse :**
  Le professeur récupère les documents de chaque groupe.
  Deux cas de figure se présentent :
  - Le débat fait suite aux recherches dans la même séance : en fonction des observations faites par le professeur et des documents rendus, celui-ci définit l'ordre de passage des groupes pour la présentation ;
  - La séance se termine par le travail de groupe et le débat a lieu lors de la séance suivante : le professeur a alors le temps de réfléchir à l'ordre de passage des groupes entre les deux séances.

  Il affiche tous les travaux simultanément ou l'un après l'autre et un membre de chaque groupe désigné rapporteur est invité à exposer le travail de son groupe. Pour permettre à chaque groupe de réellement s'exprimer, les travaux sont présentés par le rapporteur désigné, de la production la moins aboutie à la plus élaborée.
  Le professeur autorise les membres du groupe à l'aider si besoin. La classe ou le professeur peuvent poser des questions au rapporteur.
  Guidés par le professeur, les élèves dégagent les points essentiels, réalisent et écrivent la synthèse.

c. Le rôle de chaque élève :

Chaque groupe peut désigner un ou des secrétaires pour la réalisation du document final.
Mais les élèves doivent savoir que c'est le professeur qui désigne le rapporteur de chaque groupe au moment du débat de sorte que, lors de la recherche, tous soient susceptibles d'être désignés et se sentent de ce fait, plus investis dans le travail du groupe.

2. Les automatismes :

Nous proposons des exercices courts de type automatismes portant sur chacun des niveaux de classe de la 6e à la 3e.
Les objectifs principaux sont d'automatiser l'utilisation du vocabulaire et des différentes propriétés mises en évidence lors des activités.
Le programme de collège (BO n°6 du 28 août 2008) invite les professeurs de mathématiques à proposer ce type d'entraînement aux élèves :
« […] pour être autonome dans la résolution d'un problème et donc être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes qui facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique […]. Ces nécessaires réflexes intellectuels s'acquièrent dans la durée sous la conduite du professeur. Ils se développent en mémorisant et en automatisant progressivement certaines procédures, certains raisonnements particulièrement utiles, fréquemment rencontrés et qui ont valeur de méthode. Toutefois un automatisme n'est pas un moyen pour comprendre plus vite ; il permet simplement d'aller plus vite lorsque l'on a compris. Si leur acquisition nécessite des exercices d'entraînement et mémorisation, référés à des tâches simples, ces exercices ne sauraient suffire. En effet, pour être disponibles, les automatismes doivent être entretenus et régulièrement sollicités dans des situations où ils font sens. »

Rappelons que dans cette gestion, les élèves n'ont pas à rédiger leur raisonnement et donc, les élèves mis en difficulté par le passage à l'écrit sont souvent valorisés par ces exercices.

- Place et autres rôles de ces exercices dans les séquences

En fonction du moment où ces exercices sont proposés, ils peuvent remplir différentes fonctions :

- évaluation diagnostique ;
- exercices d'entraînement en cours d'apprentissage ;
- évaluation en cours d'apprentissage ;
- évaluation en fin d'apprentissage ;
- exercices d'entraînement bien après l'apprentissage pour entretenir les notions.

- Organisation du cahier/classeur

Le professeur, en début d'année, peut prévoir une partie du cahier ou du classeur de mathématiques pour les exercices de type calcul mental et automatismes.
Il peut préparer des grilles de réponses à photocopier et qui seront collées dans cette partie (voir page 101). Il peut aussi demander aux élèves de préparer eux-mêmes, à la maison, les grilles.
Quelle que soit l'organisation du cahier ou du classeur, il est intéressant que les élèves gardent une trace des énoncés pour les retravailler : soit les élèves recopient ces énoncés, soit le professeur les photocopie et les distribue, notamment dans le cas où une figure est en jeu.

Angles et rapporteur
en classe de 6^{e}

Objectif

Les angles sont trop souvent abordés d'emblée par l'aspect mesure, cette activité essaie dans un premier temps de montrer les angles comme une grandeur à définir. Cette grandeur est en effet celle à déterminer pour résoudre un problème de construction de figure, tel que le préconise les programmes officiels.
La comparaison des angles apparaît et il en découle la nécessité de choisir un gabarit commun à la classe, unité pour cette grandeur, ainsi que des fractions de ce gabarit. Suivent d'autres exercices où intervient la somme (éventuellement la différence) de deux angles.
Dans un deuxième temps, l'activité amène à la fabrication d'un outil, le rapporteur, qui allège la charge de travail lors des constructions et des mesures précédemment effectuées avec les gabarits.
Des variantes dans l'organisation du travail sont toujours possibles notamment en fonction de la progression de la classe.
L'activité rapportée ici tient compte de prérequis et de l'organisation particulière de la classe. Les élèves ayant testé l'activité ont l'habitude de travailler en groupes de proximité, les deux élèves de devant se retournant vers les deux de derrière.

Durée
7 séances de 50 minutes chacune.

Matériel

Séances 1 et 2 :
- un rétroprojecteur et/ou un tableau blanc interactif (TBI) ;
- éventuellement un logiciel de géométrie dynamique pour montrer des constructions;
- les figures des annexes 1 et 2 reproduites sur papier calque (les photocopies sur papier calque sont à découper en autant de morceaux que de quadrilatères. Il faut prévoir plusieurs exemplaires de chaque losange en prévision d'une autocorrection de la part des élèves) ;
- une patate par élève (annexe 3), vierge de tout tracé, à découper avec éventuellement des ciseaux cranteurs dans des feuilles A4 (de préférence en couleur, 120 g ou plus) ; il faut prévoir une feuille pour deux patates ;
- une patate de plus grande dimension pour le professeur ;
- avec un rétroprojecteur : préparer à l'avance les gabarits d'angles demandés aux élèves (découpés dans des feuilles en plastique transparent coloré pour les retrouver plus facilement) ;
- avec un TBI : utiliser les imagiciels de gabarits fournis sur le fichier *Gabarits angles.flipchart.*

Séance 3 :
Photocopies de l'annexe 5 (Constructions de triangles).

Séance 4 :
- figures de l'annexe 5 sur papier calque, pour correction autonome des élèves ;
- photocopies de l'annexe 6 (Mesure d'angles).

Séance 5 :
- photocopies de l'évaluation (annexe 7) ;
- feuilles de brouillon : un quart de feuille par élève ;
- feuilles de papier calque : un quart de feuille par élève ;
- plusieurs jeux de gabarits pour les prêter aux élèves.

Séance 6 :
collection de rapporteurs.

Séance 7 :
- éventuellement photocopie sur papier calque de l'annexe 9 (rapporteurs) ;
- une sélection d'exercices choisis parmi ceux de l'annexe 10 en fonction de la progression annuelle de 6e adoptée.

Prérequis

Certains des prérequis ne sont pas « obligatoires » et il revient au professeur d'adapter en fonction de sa progression les séances proposées.
Pour autant, la découverte des angles et du rapporteur proposée ci-dessous s'appuie largement sur le chapitre des fractions vu précédemment par les élèves et abordé avec le pliage de bandes unités. Il est intéressant de consulter quelques documents sur l'apprentissage des nombres décimaux :

- Liaison École-Collège, Nombres décimaux, R. Douady, M.-J. Perrin 1986 ;
- La sixième entre fractions et décimaux, IREM de Lyon.

1. Travail sur les fractions :

- Fractions d'un segment : Les élèves ont plié une bande unité en deux, trois ou quatre… afin de construire $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$… de la bande unité et l'ont ensuite partagée en 10 parts avec l'outil appelé « diviseur » ou « guide âne », papier sur lequel sont tracées des parallèles équidistantes.
- Graduations sur papier calque, (construction d'une règle graduée) :

Pour faciliter les mesures de segments et les constructions de segments de longueur donnée, des graduations sur des bandes de papier calque ont été construites.
Les élèves ont réalisé des demi-droites graduées avec les écritures fractionnaires utilisées.

- Calcul de $\frac{a}{b}$ d'une grandeur :

les élèves ont calculé, par exemple $\frac{2}{3}$ de 6 cm puisque la bande unité mesurait 6 cm.

2. Fabrication d'une équerre en papier.

Les élèves ont revu la méthode du pliage d'une feuille de papier en quatre qui, dépliée, laisse apparaître deux droites perpendiculaires. La feuille ainsi pliée donne un angle droit et peut remplacer l'équerre. Les élèves valident leur fabrication en matérialisant les pliages par deux droites et deux seulement. C'est un savoir-faire non maîtrisé par tous les élèves en début de classe de 6e. Cet outil a été ensuite utilisé pour construire des droites perpendiculaires et des droites parallèles.

3. Définitions des quadrilatères :

Le carré est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.
Le rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.
Le losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

4. Constructions de quadrilatères **:**

Les élèves ont déjà construit des carrés, des rectangles et des losanges à l'école primaire, peu importe leurs façons de faire, l'important pour eux est d'obtenir un quadrilatère ayant les propriétés qu'ils estiment nécessaires. Pour le losange, l'accent a été mis sur la construction au compas, celle qui met en œuvre l'égalité des longueurs des quatre côtés.

5. Eventuellement la symétrie axiale pour certains exercices présentés dans l'annexe 10.

Habitudes de classe

1. Mise en route d'une nouvelle séquence.

Les élèves ont l'habitude de commencer une nouvelle séquence sans en connaître le titre. Ils prennent une « nouvelle feuille », écrivent la date et laissent 4 ou 5 cm avant de tirer un trait sur toute la largeur de la page, le titre n'est écrit qu'après l'activité d'introduction.

2. Matériel particulier :

Les élèves ont une pochette plastique dans laquelle ils rangent des fiches, des découpages et autres documents utilisés lors d'une activité.

3. Gestion de la classe :

A tour de rôle, ce sont les élèves qui distribuent le matériel proposé par le professeur.

Séance 1

Situation problème

Il s'agit de demander la construction d'un losange pour faire apparaître l'angle comme la grandeur manquante. Sont construits ensuite les premiers gabarits.

1. Construction d'un carré, éventuellement d'un rectangle (environ 10 min) :

Au cours de cette phase, les définitions du carré et éventuellement du rectangle sont reprises très rapidement. Il est surtout important que les élèves comprennent le dispositif car il permet de motiver les élèves pour la situation problème proposée lors de la consigne suivante.

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Consigne donnée à l'oral par le professeur : *" J'ai construit ce carré - le professeur montre le carré dessiné sur papier calque (voir l'annexe 1) - demandez-moi, par écrit, sur une feuille de brouillon, le minimum de renseignements pour pouvoir construire un carré superposable à ce carré. Chacun d'entre vous va écrire sa demande sur son brouillon. Puis vous travaillerez en groupe de quatre, vous choisirez une des 4 demandes et un de vous viendra me l'apporter. Je répondrai par écrit. Si ma réponse le permet, chacun de vous devra construire le carré sur la feuille donnée et viendra pour savoir s'il y a bien superposition avec le mien. Si vous avez réussi, à côté de votre dessin, vous relèverez votre demande ainsi que ma réponse. Sinon, vous devez recommencer."*	Les élèves dont c'est le rôle distribuent à chaque élève une feuille de papier uni. Une ou deux minutes de travail individuel suffisent. Le travail en petits groupes permet de limiter les déplacements au bureau. De plus, en échangeant entre eux, les élèves doivent se mettre d'accord sur ce qui semble pertinent pour réussir la tâche. Même si cela n'est pas dit, chaque groupe veut réussir le premier : une certaine émulation est ainsi créée. Un élève par groupe apporte la question au professeur.
Le professeur répond par écrit, exige un vocabulaire exact et selon les élèves, une orthographe, une formulation plus ou moins rigoureuse. Tantôt il corrige, tantôt il renvoie l'élève pour qu'il corrige (surtout les plus rapides !), tantôt il peut dire qu'il ne comprend pas la question.	Les demandes sont variées et formulées après discussion entre eux. Ci-dessous quelques demandes avec les réponses : - Quelle est la longueur du côté ? - 5 cm - Quel est le périmètre ? - 20 cm - Quelle est l'aire ? - 25 cm^2 - Quel est le nombre de côtés ? - 4 - Combien y a-t-il d'angles droits ? - 4 - Combien mesurent la longueur et la largeur ? - 5 cm et 5 cm - Combien mesurent les diagonales ? - Je ne sais pas.

Le professeur pose lui-même le calque sur le dessin pour valider la construction. Cependant, lorsque trop d'élèves se présentent à la fois, il dispose de plusieurs exemplaires de son dessin et les élèves vérifient eux-mêmes.	Lorsque les élèves ont fini leur construction, ils la montrent. Les élèves sont souvent très exigeants avec leur production, plus que le professeur qui tolère plus facilement un ou deux millimètres de différence, un ou deux degrés…
Pour les plus rapides, le professeur propose de construire un rectangle (annexe 1); mais il les interrompt lorsque tous les élèves ont construit le carré. Le professeur rappelle la dernière partie de sa consigne, à savoir : la question et la réponse obtenue.	Après quelques va-et-vient, les élèves réussissent tous cette première construction. A côté de leur construction, ils relèvent la question qui a permis de réussir avec la réponse.

2. La situation problème pour repérer l'angle comme nouvelle grandeur (10 min) :

C'est au cours de cette phase que la grandeur angle apparaît comme la donnée manquante. Les élèves sont amenés, même si ce n'est pas explicitement demandé, à rechercher des égalités d'angles et à constater que certains sont plus grands que d'autres.

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Consigne donnée oralement : *« Maintenant que vous avez bien réussi cette première construction, nous allons recommencer avec un losange ».* Il montre rapidement un losange dessiné sur du papier calque (un de ceux qui figurent sur l'annexe 2). Le professeur demande que les rôles dans le groupe changent : ce n'est pas le même qui écrit la question apportée au professeur et ce n'est pas le même qui se déplace.	Les élèves, ayant bien compris le dispositif mis en place précédemment, sont persuadés qu'ils vont réussir cette nouvelle tâche. La plupart des élèves demandent la longueur du côté, un ou deux demandent le périmètre.
Le professeur se rend compte que certains ont oublié la construction au compas, celle-ci sera reprise plus tard.	Beaucoup d'élèves font un angle de 60°. En effet, cette construction demande une seule ouverture de compas. D'autres construisent à l'œil, peut-être en essayant de faire jouer leur mémoire visuelle. Dès que les élèves ont fini leur construction, ils la montrent au professeur.
Le professeur va alors « tricher » ! Il choisit, parmi ses constructions, celle dont un des angles est très différent de celui dessiné par l'élève.	

Même si le quadrilatère n'a pas ses quatre côtés de la même longueur, il montre uniquement qu'il n'y a pas superposition entre l'angle du modèle et celui de l'élève. **Le mot « angle » n'est pas prononcé.**	Certains élèves ont le temps de refaire une nouvelle construction, d'autres changent la question en demandant la longueur d'une diagonale, mais sans réponse du professeur qui dit ne pas la connaître (il peut laisser entendre que cela pourrait être une bonne idée).
Le professeur va encore les mettre en échec en choisissant son calque. Il attend que tous aient construit au moins un losange avant d'interrompre le travail ou d'être interrompu par les élèves, ce qui arrive assez souvent.	Certains élèves vont émettre des doutes sur les règles du jeu : « vous trichez, monsieur (ou madame) ! »
« Mais pourquoi la construction du carré était-elle aussi facile et pas celle du losange ? »	Les élèves répondent : « le carré a des angles droits et pas le losange » et expliquent en montrant avec leurs mains que le losange a un angle plus ou moins fermé, plus ou moins ouvert. Les élèves comprennent alors qu'il leur manque une grandeur : celle de l'angle.
Le professeur exécute au tableau, à main levée, la construction d'un losange en commençant par un des angles et interroge les élèves pour demander les étapes suivantes.	Les élèves proposent les étapes et révisent ainsi rapidement cette construction.

3. Construction de gabarits (20 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Comment puis-je vous donner cet angle ? » Sans attendre de réponse, il enchaîne : *« Ce que nous faisons me rappelle une activité où nous avions une bande unité et dans laquelle nous avions à construire des segments de différentes longueurs. Pouvons-nous ici, avoir un angle commun à tous ? Et que pourrions nous faire ?»*	Des élèves répondent : « l'angle droit et nous pourrions le plier».
Le professeur demande de plier les « patates » (annexe 3) pour obtenir deux droites perpendiculaires. Il réalise, en même temps que les élèves, le pliage et le découpage avec une « patate » plus grosse.	Les élèves responsables distribuent les papiers. Les élèves plient, vérifient le pliage en traçant les deux droites perpendiculaires et découpent pour obtenir quatre angles droits.

Le professeur demande le vocabulaire lié à l'angle : « *comment appelle-t-on … ?* » en montrant avec son doigt sur l'angle droit.	Sur l'un des angles droits, ils écrivent les mots : angle droit, sommet et côté sur chacun des côtés de l'angle droit.
Le professeur demande de plier un des angles droits en deux angles superposables, puis de découper ces deux nouveaux angles. Lors de cette réalisation, le professeur peut insister sur le fait que l'égalité des angles ne prend pas en compte la longueur des côtés. Le second demi-angle droit est plié à son tour en deux moitiés qui seront collées l'une sur l'autre. (Il est plus facile de coller que de découper pour avoir deux fois le même gabarit, ce qui est sans intérêt.) Le professeur a aussi une collection des gabarits d'angles en plastique transparent coloré qu'il peut montrer au rétro projecteur ou projeter des imagiciels de gabarits d'angles sur le TBI (fichier *Gabarits angles.flipchart*).	Sur l'un des deux morceaux, les élèves écrivent : $\frac{1}{2}$ angle droit. Les élèves écrivent $\frac{1}{4}$ d'angle droit.
C'est la fin de la séance, le professeur demande que les élèves sachent refaire pour la prochaine séance leurs gabarits en précisant qu'ils ne doivent pas utiliser les trois gabarits obtenus et les deux angles droits restants.	Après avoir rangé leurs gabarits dans leur pochette plastique, ils écrivent dans le cahier de textes ou dans l'agenda : - Savoir refaire les gabarits d'angles ; - Revoir la construction d'un losange ; - Exercice du manuel (Un exercice du type : calcul de $\frac{3}{4}$ de …).

Séance 2

Après la correction rapide de l'exercice, l'activité est poursuivie.
Deux nouveaux gabarits sont construits : leur utilisation est nécessaire pour les constructions de losanges qui suivent. Les élèves sont amenés à ajouter des angles, à comparer des angles.
Le vocabulaire angle aigu, angle obtus est introduit.

4. Fabrication de nouveaux gabarits (10 à 15 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Quelqu'un peut-il me rappeler ce que nous avons fait la dernière fois ? »	Des élèves interrogés résument la séance. Ils sortent également leur matériel de géométrie, leur classeur (ou cahier), leurs trois gabarits et les deux angles droits.
« Nous allons fabriquer d'autres gabarits, je vais vous montrer comment». Il montre la méthode pour obtenir le tiers ou les deux tiers d'un angle droit mais sans dire qu'il s'agit de ces fractions d'angle droit (voir l'annexe 4). Le professeur aide les élèves à trouver ces fractions d'angles : *« Que peut-on dire des deux angles obtenus ?* - *Comment le vérifier ?* - *Combien de fois le plus petit est-il contenu dans l'angle droit ?* - *Finalement, quelles fractions d'angle droit a-t-on obtenues ?* - *C'est ce que nous allons écrire sur les gabarits.»*	Les élèves reproduisent ce que fait leur professeur. Quelques réponses possibles: - l'un est plus grand que l'autre ; - l'un est deux fois plus grand que l'autre ; - si on plie en deux moitiés le plus grand, on obtient le plus petit ; - On a un tiers et deux tiers. Les élèves écrivent sur les gabarits correspondants : $\frac{1}{3}$ d'angle droit ; $\frac{2}{3}$ d'angle droit.

5. Construction de losanges connaissant la longueur de ses côtés et un de ses angles :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Je vais maintenant vous donner l'angle que j'ai choisi pour le losange de la dernière séance. Il s'agit de : $\frac{1}{2}$ *angle droit +* $\frac{1}{4}$ *d'angle droit ».* Avec un logiciel de géométrie dynamique, le professeur peut projeter la construction pas-à-pas d'un losange. *« Nous appellerons ce losange* α, α *est une lettre grecque qui se lit [alfa]. »*	Les élèves, à l'aide de leur gabarit essaient de construire le losange. A l'aide du rétroprojecteur, le professeur demande à un élève qui a réussi de venir montrer comment il faut placer les gabarits.

Au tableau, le professeur écrit : *Losange* α *:* *côté : 5 cm,* *angle :* $\frac{1}{2}$ *angle droit +* $\frac{1}{4}$ *d'angle droit*	S'il dispose d'un TBI, il peut utiliser le fichier *Gabarits angles.flipchart*. Les élèves regardent et/ou effectuent la construction. Les élèves contrôlent la justesse de leur construction avec l'un des calques et écrivent « juste » à côté. A côté de leur construction, ils relèvent le nom du losange ainsi que les données.
*« Je vous propose maintenant de construire le losange **Ω**, lettre qui se lit oméga. »* Il écrit : *Losange **Ω*** *côté : 5 cm,* *angle : 1 angle droit +* $\frac{1}{2}$ *angle droit* Le professeur se déplace dans la classe pour aider les élèves en difficulté. Eventuellement, il projette avec un vidéo projecteur, la construction, étape par étape.	Les élèves construisent et vérifient eux-mêmes leur construction avec les calques mis à leur disposition. Lorsqu'ils ont réussi, ils peuvent aider les camarades de leur groupe. A partir d'une demi-droite déjà tracée sur un transparent, l'un des élèves ayant réussi montre au rétroprojecteur, comment il utilise les gabarits pour tracer le deuxième côté de l'angle. Tous les élèves doivent terminer les deux constructions.
Il demande le titre de la leçon. Le professeur introduit le vocabulaire : aigu, obtus.	Ils écrivent le titre : Angles. Les élèves proposent une définition pour ces deux mots et la relèvent dans leur classeur.
C'est la fin de la séance, le professeur donne le travail à faire pour la séance suivante.	Les élèves doivent savoir refaire les constructions des deux losanges.

Séance 3

Comme pour les autres séances, un temps très court est consacré à la correction rapide des losanges grâce aux calques correspondants. Au cours de cette séance, le degré est proposé comme autre « gabarit » mais il s'agit seulement d'une correspondance basée sur la proportionnalité, l'angle droit valant 90°, le demi-angle droit 45°... Les coefficients sont, pour certains, de la forme $\frac{a}{b}$ *mais ces calculs ont déjà été abordés avec les longueurs.*

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Quelqu'un peut-il me rappeler ce que nous avons fait la dernière fois et ce que vous aviez à faire pour aujourd'hui ? » *« Vous allez corriger vos constructions. Ecrivez juste ou faux à côté de chacune d'elles. Les calques sont là. »* Le professeur vérifie que tous les calques ont tous été rendus.	Des élèves sont interrogés. Ils sortent leur matériel de géométrie, leurs gabarits et leur travail.

6. Introduction d'une nouvelle unité de mesure (15 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Nous avons utilisé jusque-là comme unité l'angle droit, or, certains connaissent une autre unité. *On dit aussi qu'un angle droit mesure ... ? »*	Très souvent des élèves connaissent l'égalité : 1 angle droit = 90°.
« 1° est donc un angle très petit puisqu'il y en a 90 dans un angle droit. Vous allez calculer la mesure en degrés de tous nos gabarits. » Au bout de deux ou trois minutes, le professeur interroge les élèves sur leurs procédures.	Les élèves font les calculs sur un brouillon. Ils écrivent en même temps que le professeur les mesures en degrés sur leurs gabarits.

7. Construction de losanges connaissant la longueur de ses côtés et un de ses angles (le temps restant) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur donne des losanges à construire (annexe 2). Pour maintenir tous les élèves actifs, dès qu'un élève a réussi, il écrit au tableau le nom et les mesures (tantôt en fraction d'angle droit, tantôt en degrés) d'un nouveau losange à construire. Pour des élèves très rapides, le professeur peut donner la fiche de l'annexe 5. Prévoir la correction avec plusieurs calques.	Les élèves travaillent à leur rythme et valident, la plupart du temps, seuls, leurs constructions avec les calques. Les élèves les plus rapides peuvent également choisir d'aider un de leurs camarades.
Le professeur annonce la fin de la séance.	Les élèves rangent leurs gabarits dans leur pochette et relèvent le nom et les mesures d'un losange à construire (ou, éventuellement, pour les plus rapides, une des constructions de l'annexe 5).

Séance 4

Après avoir corrigé leur construction (environ 10 min), l'activité est reprise, mais cette fois, les gabarits vont être utilisés pour mesurer les angles de losanges donnés.

8. Mesure d'angles de losanges (45 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Voici maintenant quatre quadrilatères dont vous avez à mesurer avec vos gabarits les quatre angles. Attention, dans la deuxième colonne, vous écrivez les gabarits utilisés et dans la troisième, vous calculez le nombre de degrés correspondant.» Le professeur circule dans les rangs afin de vérifier le travail et corrige les résultats.	Un des élèves distribue les fiches (voir annexe 6). Dès que l'un d'eux a tous ses résultats justes, il écrit ses réponses sur le transparent qui sera rétroprojeté soit au cours de cette séance, soit la séance suivante.
Le professeur fait le point : *« Y a-t-il des élèves qui n'ont pas construit au moins 6 losanges ? »* (Parmi ceux présentés dans l'annexe 2, le losange Σ n'est pas exigé). *« Qui n'a pas fini ses mesures ?»* En fonction de la réponse, le professeur note au tableau le nom et la mesure des angles du ou des losanges non construits.	Les élèves, en fonction de l'avancement de leur travail prennent note d'un travail pour la prochaine séance : - losange à construire ; - finir les mesures ; - constructions de triangles (voir annexe 5).

Séance 5

Une première évaluation est donnée. Elle porte sur les deux types d'exercices effectués en classe : construction d'un angle de mesure donnée et mesure d'un angle donné à l'aide des gabarits construits en classe.
La séance se poursuit ensuite avec la recherche d'un nouvel instrument : le rapporteur.

9. Evaluation (10 min) et correction du travail quotidien (5 min) :

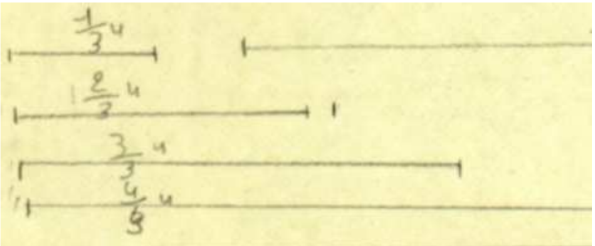
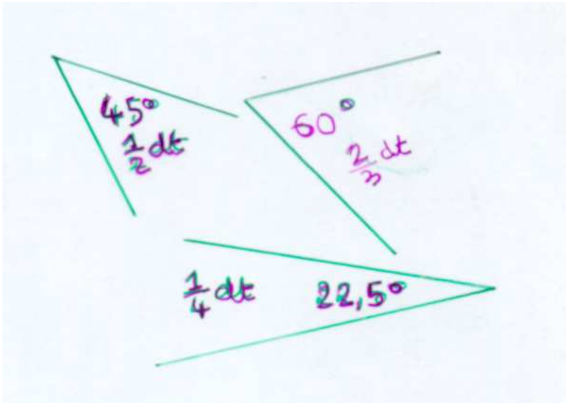
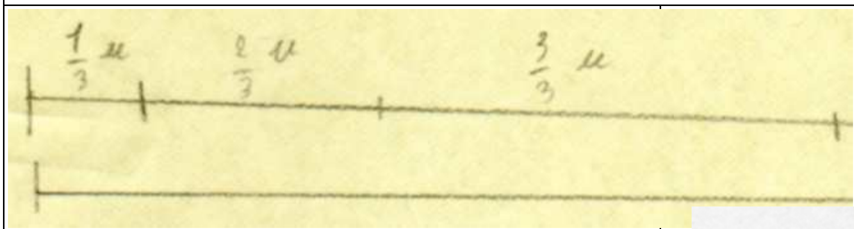
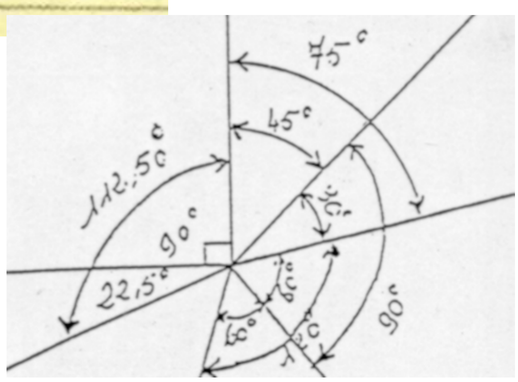
Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
« Je vais vérifier si vous savez utiliser vos gabarits ». Le professeur prête volontiers les jeux de gabarits en remarquant que, bien sûr, conserver tous ces gabarits n'est pas une chose facile …	Des élèves distribuent les fiches (voir annexe 7). Ils ont deux angles à mesurer et deux à construire. Puisqu'il s'agit d'une évaluation, deux énoncés différents sont distribués (énoncé vert et énoncé rouge) de façon à ce que deux élèves voisins n'aient pas le même énoncé.
Le professeur organise ensuite la correction du travail à faire pour cette séance, les mesures des angles sont rétro- -projetées et les calques sont à disposition pour les constructions.	Si les élèves ont fait une erreur, ils appellent le professeur qui se déplace dans la classe.

10. Construction d'un outil : le rapporteur (10 min)

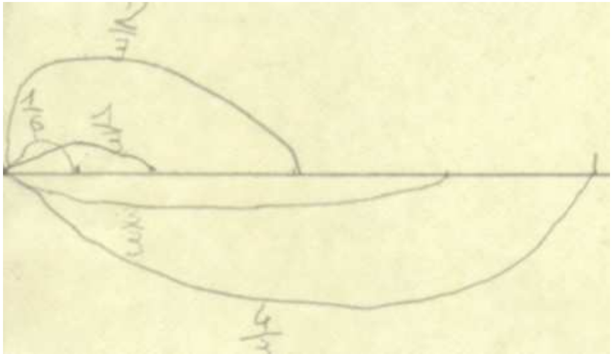
Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Pour cette construction, le professeur rappelle les instruments fabriqués avec les bandes unités u (voir la brochure : <u>La sixième entre fractions et décimaux</u>). Il demande si l'on ne pourrait pas fabriquer avec du papier calque un instrument qui éviterait d'avoir tous ces gabarits. Il propose de dessiner un projet d'abord sur un brouillon avant de prendre le papier calque, c'est ce qui avait été fait avec les graduations des demi-droites. Il précise que l'unité à utiliser est le degré. Le professeur relève les projets des élèves en les classant. *« Toutes les productions sont intéressantes et nous allons les analyser »*. Le professeur peut alors mener le parallèle entre les graduations précédemment construites avec les longueurs (dans le chapitre fractions) et celle qu'il veut mettre en place.	Les élèves « distributeurs » donnent à chaque élève $\frac{1}{4}$ de feuille A4 pour qu'ils puissent effectuer leur recherche. Les élèves cherchent seuls, sans regarder ce que fait le voisin !

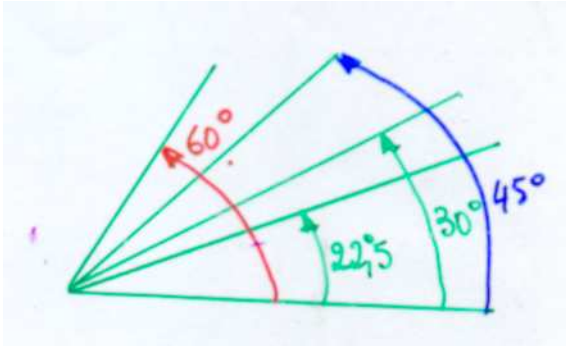
11. Analyse rapide des productions (15 min) :

Toutes les productions sont présentées mais sans jugement de valeur, aucun élève ne doit être amené à penser que ce qu'il a proposé « est nul ».

Productions d'élèves avec les segments dans le chapitre sur les fractions :	Productions d'élèves avec les angles :
A. Reproduction des gabarits sans aucun lien entre eux	
	
Dans les deux cas, il faut autant de figures que de mesures : les gabarits dessinés n'ont aucun lien entre eux.	
B. Gabarits mis bout à bout ou adjacents.	
	
Les segments étaient mis bout à bout, les angles sont les uns à côté des autres, en position d'angles adjacents. Pour les segments, il fallait plusieurs lignes. Pour les angles, après quelques angles dessinés, on ne peut plus tourner et les angles se chevauchent. Ici, l'élève a astucieusement repéré des groupements pour pallier cet inconvénient.	

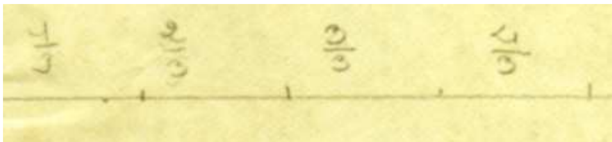
C. Gabarits avec une extrémité commune ou un côté commun et présence de traits pour les identifier.

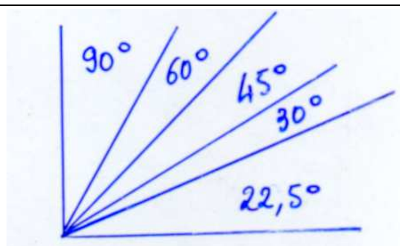




Les segments ont tous une extrémité commune, les angles ont tous un côté commun, les segments ainsi que les gabarits sont emboîtés avec des traits souvent de couleurs différentes pour identifier les différents éléments. L'élève éprouve le besoin d'indiquer à partir d'où on part pour chaque longueur de segment et pour chaque angle. Chaque élément est ainsi facile à identifier.

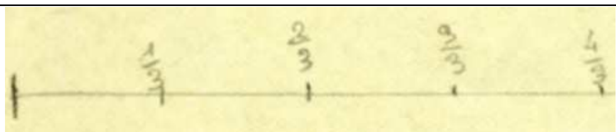
D. Gabarits avec une extrémité commune ou un côté commun et indication des mesures au-dessus des longueurs ou dans les angles.





Extrémité commune pour les segments, côté commun pour les angles mais les mesures sont placées au-dessus des segments ou dans les angles. L'élève n'associe pas un nombre à un point ou à une demi-droite : un point, une demi-droite ne sont pas mesurables, ils ne sont pas associés à un nombre.

E. Dernière étape : la graduation.



L'élève a ici associé les mesures aux points mais n'a rien indiqué pour désigner l'extrémité commune, l'origine. Le zéro n'est pas indiqué.
Aucun élève n'a indiqué les mesures des angles sur les demi-droites et donc pas de côté marqué zéro !

Seule l'identification des points avec les distances à zéro permet d'associer un nombre à un point, c'est une étape importante que bien des élèves de 6e ne maîtrisent pas encore. L'illusion qu'ils la maîtrisent est donnée par le fait qu'ils utilisent régulièrement leur règle graduée mais ils n'ont pas pour autant compris que ce ne sont pas les points que l'on mesure mais que ce sont leurs distances à zéro qui sont indiquées et que pour cela, il est nécessaire d'indiquer l'origine indiquée par 0.

Pour le rapporteur, ce ne sont pas non plus les demi-droites qui sont mesurées mais la mesure de l'angle qu'elles forment avec le côté commun, le côté origine.
Si la graduation de la demi-droite nécessite un zéro, le 0 du rapporteur est à identifier avec le côté commun aux angles.

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Après ce rappel, le professeur va demander aux élèves de construire un rapporteur sur un quart de feuille de papier calque.	Manifestement, certains ont déjà vu des rapporteurs semi-circulaires et sont influencés, d'autres créent des formes originales.
La séance se termine et le professeur demande aux élèves de poursuivre seuls, sans intervention de parents ou autres la réalisation de leur instrument !	En plus du rapporteur à construire, les élèves sont invités à faire au moins une nouvelle construction ou un nouvel exercice, de préférence avec le nouvel outil.

Séance 6

Les élèves corrigent leur exercice (construction et/ou mesure).
Le professeur poursuit l'activité en les amenant à définir des critères pour savoir si les réalisations des rapporteurs sont ou non réussies, puis peu à peu les conduire vers des améliorations et enfin les engager à acheter un rapporteur en consommateur averti !

12. Etude critique des rapporteurs fabriqués par les élèves :

Les élèves se mettent d'accord sur le fait que leur instrument est réussi s'il permet :

1. de construire un angle de mesure donnée,
2. de mesurer un angle donné.

Dans cette optique :

1. Le professeur demande de construire les losanges μ et δ (annexe 2) puis de valider avec les calques. Cet exercice permet de constater qu'il vaut mieux que les demi-droites soient tracées jusqu'au bord extérieur de l'instrument, mais certains développent une procédure avec leur règle.
2. Le professeur demande de reprendre le document avec les quatre losanges (annexe 6) et de refaire les mesures. Les élèves cachent les mesures précédemment corrigées. Ce n'est qu'une fois les mesures effectuées que les élèves valident ou non.

Les élèves ne sont pas tous satisfaits de leur réalisation, certains la modifient et la complètent mais le professeur, en fonction du temps, les interrompt pour dresser un bilan, classe entière.

Quelques remarques sur les réalisations des élèves (voir annexe 8) :

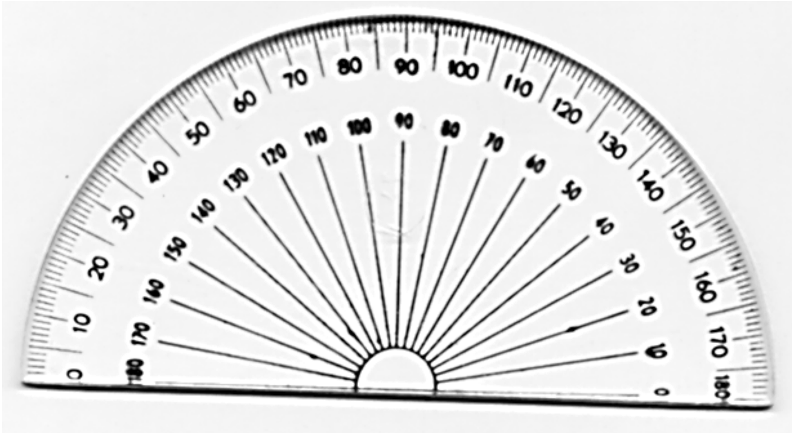
- Les élèves indiquent bien le zéro,
- Certains marquent encore les différents angles avec un arc (figures 1 et 4),
- En multipliant les tracés, les demi-droites construites ont toutes la même origine, ce qui rend le rapporteur surchargé autour du sommet commun aux angles. Les élèves réagissent différemment :
  - ils font un trou, plus ou moins gros mais alors, le rapporteur n'est plus très précis : on n'a plus le sommet des angles ! (figures 2 et 5)
  - ils marquent un trait ou un point pour indiquer ce sommet (figure 3).

Finalement, les élèves sont d'accord pour ne tracer des seconds côtés des angles que la partie des demi-droites située sur le bord extérieur de leur rapporteur. Ce dernier point est très intéressant. En effet, sans cet accord, les élèves peuvent voir la graduation du rapporteur comme celle d'une règle graduée qu'on a enroulée. Il est également entendu que le sommet commun des angles est marqué comme un point.

Etude critique de modèles de rapporteurs :

Le professeur montre quelques modèles vendus dans le commerce, semi-circulaires, circulaires, triangulaires … et les fait circuler dans la classe en demandant que pour chacun, le sommet commun aux angles soit identifié ainsi que le côté origine ou côté zéro.

Pour finir, le professeur pose le modèle ci-contre sur le rétroprojecteur et demande si on peut acheter cet exemplaire (Le point, sommet commun des angles a dû, avec l'usure, s'effacer).



Les réponses montrent que les élèves vont pouvoir acheter en consommateur éclairé leur rapporteur.

Les élèves doivent acquérir un rapporteur. Ils ont quelques jours pour se le procurer.
Le professeur peut proposer un achat collectif des rapporteurs circulaires de l'IREM de Lyon.

Séance 7

13. Utilisation des rapporteurs achetés par les élèves :

Pour dépanner les élèves, le professeur peut photocopier sur papier calque le document produit en 1984 par l'IREM de Lorraine (voir l'annexe 9).

Les deux types d'exercices sont donnés :
- exercices de mesure : reprise de l'annexe 6 (les 4 losanges) ;
- exercices de constructions et de mesures : exercices à choisir dans l'annexe 10 suivant la progression adoptée durant l'année.

Les élèves ont à leur disposition des calques pour se corriger.

Il arrive qu'un élève triche en piquant la pointe d'un crayon ou d'un compas sur les points de la figure dessinée sur le papier calque. Le professeur ne manquera pas de demander à ses élèves d'expliquer pourquoi ce comportement n'apporte rien à son auteur !

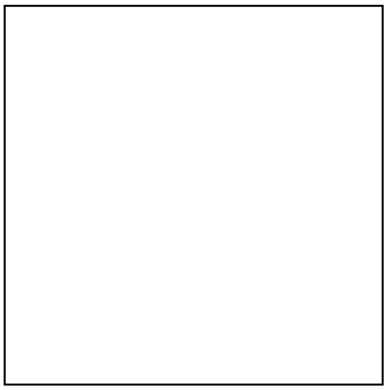
Suites possibles :

Une évaluation sur l'utilisation du rapporteur peut être donnée (annexe 11) avant le devoir de synthèse. Ce devoir ne conclut pas forcément ces séances, il peut être repoussé après l'enseignement d'une autre notion, ce qui permet d'étaler dans le temps l'apprentissage de cette notion d'angle.

Annexe 1

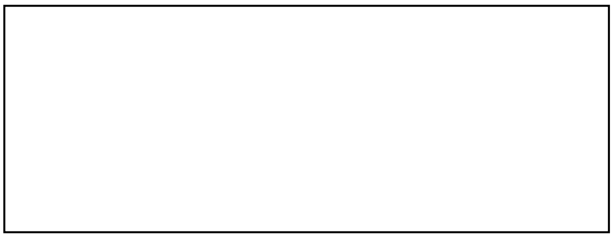
Carré de côté 5 cm :

Figure dessinée sur du papier calque au moins en deux ou trois exemplaires.



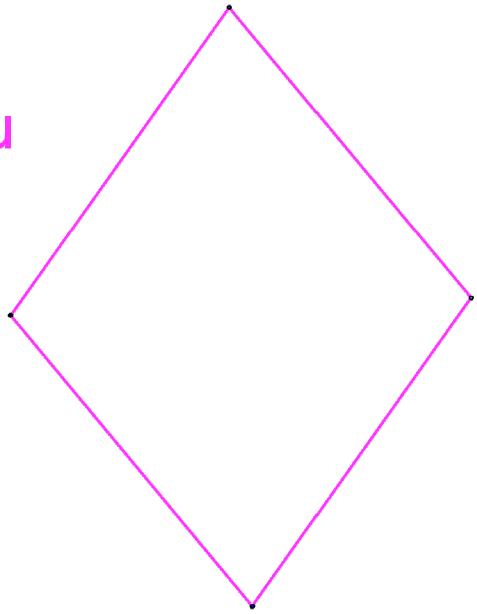
Rectangle de largeur 3 cm et de longueur 8 cm :

Figure dessinée sur du papier calque au moins en deux exemplaires.

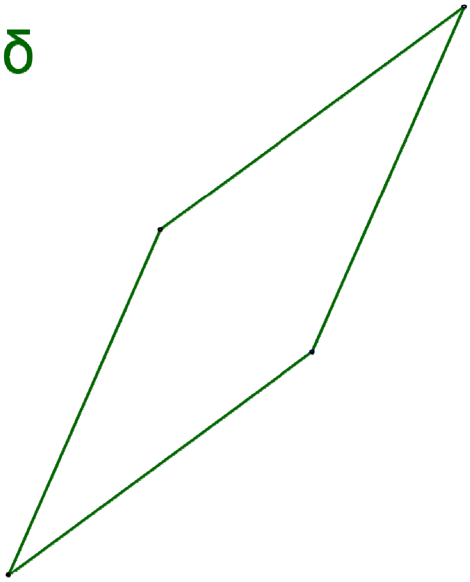


Annexe 2

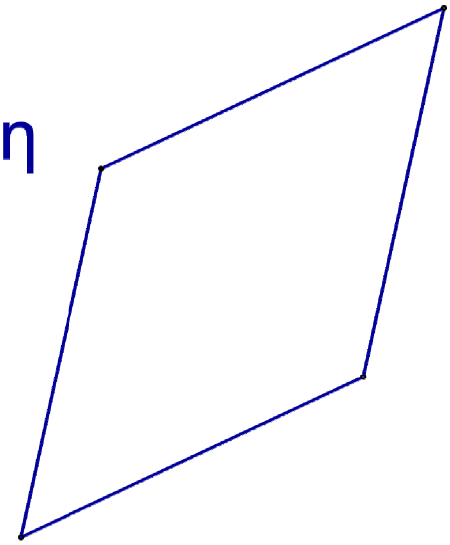
μ



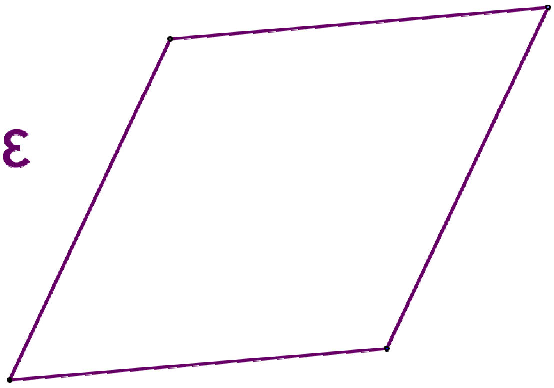
δ



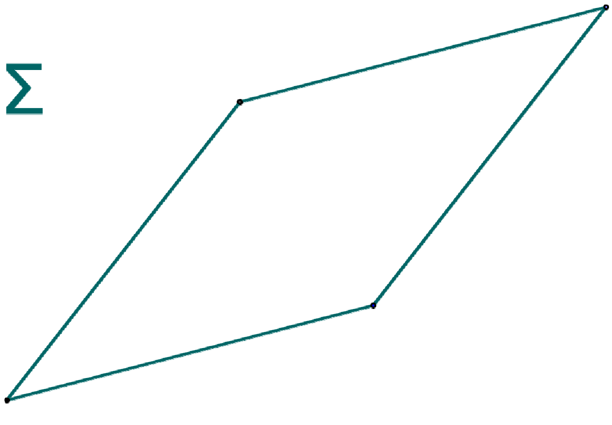
η



ε



Σ

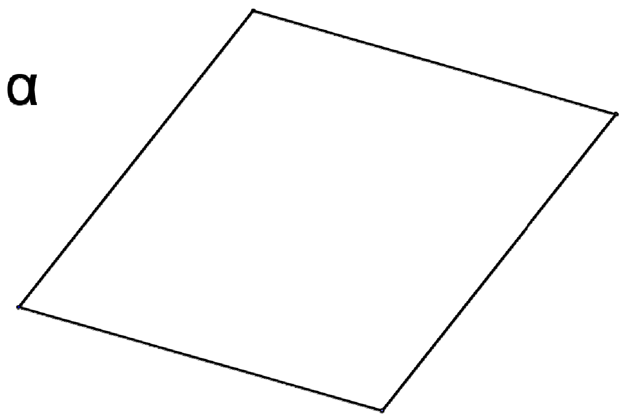


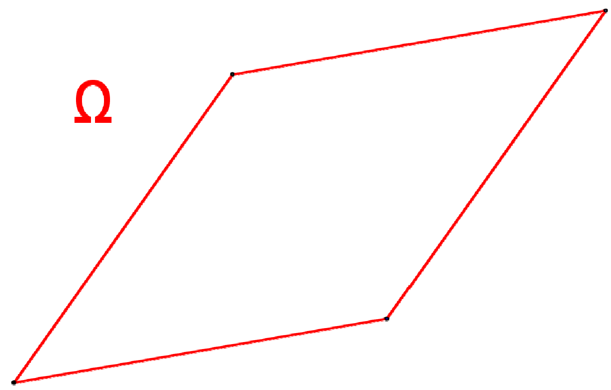
Annexe 2

Liste des losanges utilisés dans la séance 1 et construits dans cet ordre dans les séances suivantes :

Nom du losange		Mesures données en fraction d'angle droit et en degrés				Couleur sur calque*
		Angles aigus		Angles obtus		
α	alpha	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	67,5°			Noir
Ω	oméga			$1+\frac{1}{2}$	135°	Rouge
µ	mu	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$	75°			Rose
δ	delta			$1+\frac{2}{3}$	150°	Vert
η	êta	$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$	52,5°			Bleu
ε	epsilon			$1+\frac{1}{3}$	120°	Violet
Σ	sigma	$\frac{2}{3}-\frac{1}{4}$	37,5°	$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$	142,5°	Turquoise

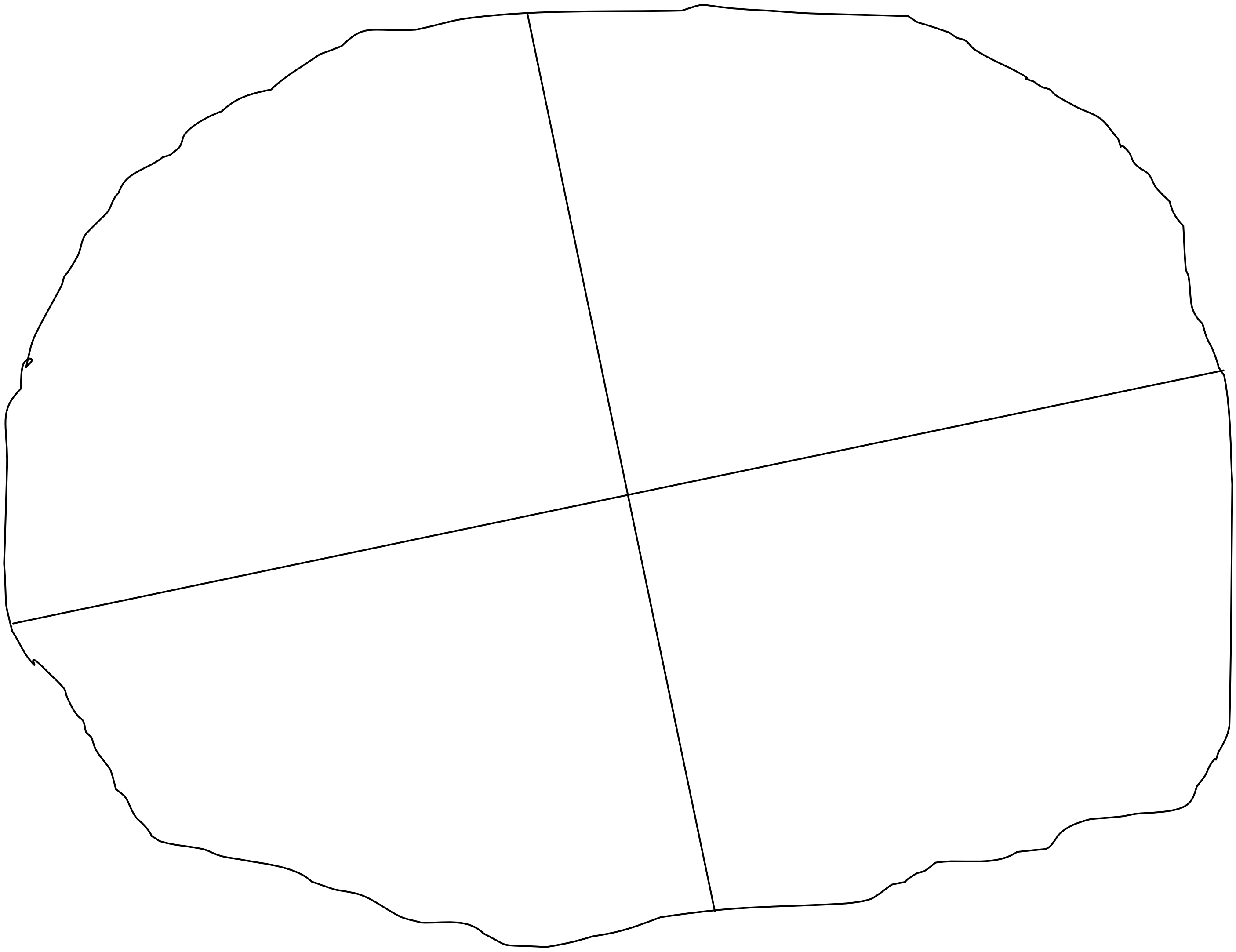
Les losanges sont représentés en vraie grandeur. Il faut envisager d'avoir plusieurs exemplaires de chacun d'eux en papier calque.
*Différencier les losanges avec des couleurs n'est certes pas obligatoire mais peut se révéler être une aide précieuse pour retrouver tel ou tel losange.





Annexe 3

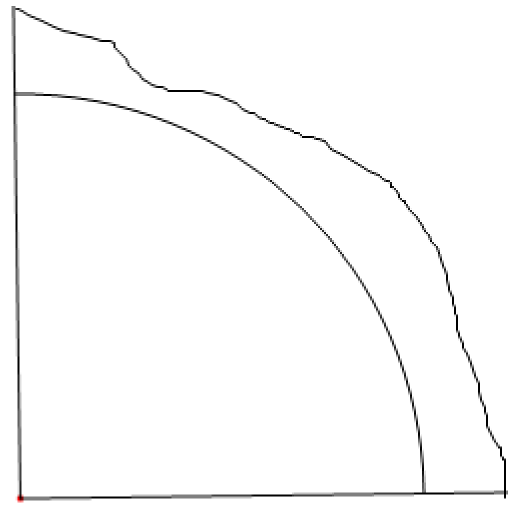
La forme « Patate » n'est donnée qu'à titre indicatif !
Elle permet d'avoir des angles avec des côtés matérialisés sur des longueurs différentes ce qui permet de mettre en avant la grandeur étudiée ici, l'angle.
Etant donnée la forme de la patate, seuls les côtés de l'angle, obtenus par pliage, sont rectilignes. Elle peut être découpée avec des ciseaux cranteurs.



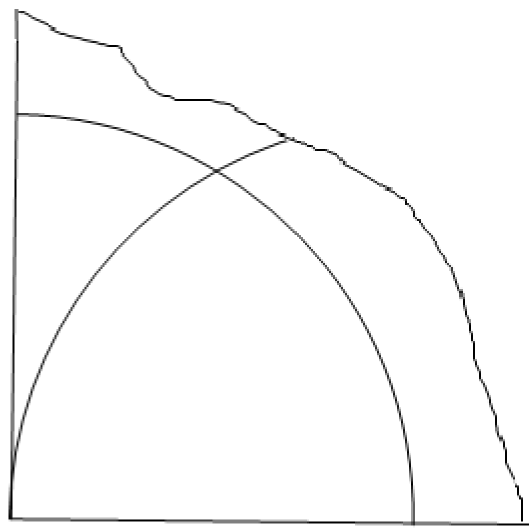
Attention : les traits sont les traces de pliage et ne doivent pas être tracés sur la patate donnée aux élèves.

Annexe 4

1. Tracer un quart de cercle, de centre le sommet de l'angle droit et de rayon choisi pour que le quart de cercle soit entièrement dessiné sur le papier.

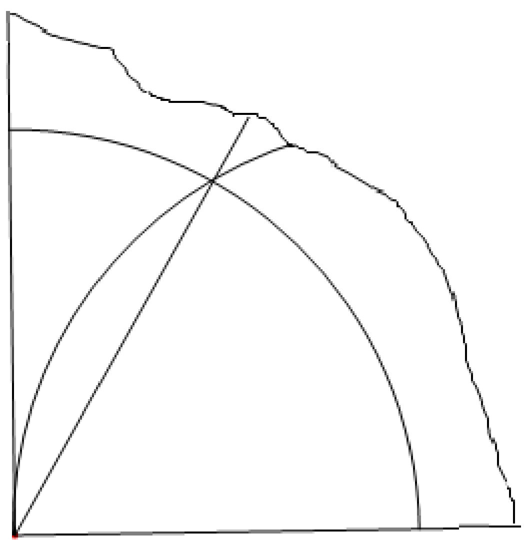


2. Avec le même rayon que pour le quart de cercle, tracer un arc de cercle qui coupe le précédent.



3. Tracer le segment d'extrémité le sommet de l'angle droit et qui passe par le point d'intersection des deux arcs.

4. Découper les deux angles obtenus.



Annexe 5

Construction de triangles

Unité de longueur choisie : | u |

Consigne pour les exercices 1 à 6 :

Construire un triangle ABC isocèle en A, puis mesurer ses angles à la base***.***

1. $AB = \frac{4}{3}u$ et $\widehat{A} = \frac{1}{2}$ angle droit
2. $AB = \frac{3}{2}u$ et $\widehat{A} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$ angle droit
3. $AB = \frac{3}{4}u$ et $\widehat{A} = \frac{2}{3}$ angle droit
4. $AB = \frac{2}{3}u$ et $\widehat{A} = \frac{1}{3}$ angle droit
5. $AB = \frac{5}{6}u$ et $\widehat{A} = \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ angle droit
6. $AB = \frac{7}{6}u$ et $\widehat{A} = \left(1 + \frac{1}{3}\right)$ angle droit

7. Construire un triangle EDF, isocèle en E tel que EF = 5 cm et $\widehat{E} = 75°$. Mesurer les angles à la base.

8. Construire un triangle GHI isocèle en I tel que IG = 4 cm et $\widehat{I} = 15°$. Mesurer les angles à la base.

9. Construire un triangle JKL tel que KL = 7 cm, $\widehat{K} = 60°$ et $\widehat{L} = 75°$. Mesurer le 3^{e} angle.

10. Construire un triangle isocèle MNO sachant qu'un angle mesure 112,5 ° et un côté mesure 5 cm.

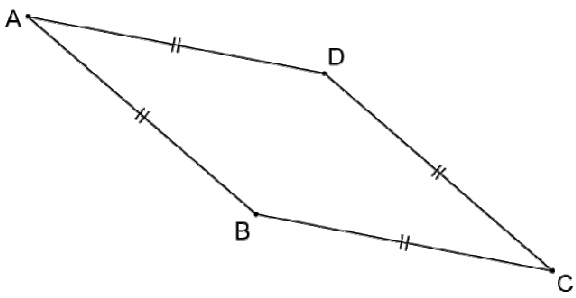
11. Construire un triangle isocèle PQR sachant que les deux côtés de même longueur mesurent 5 cm et un angle mesure 52,5°.

Pour les n° 10 et 11, il y a peut-être plusieurs so lutions …

Annexe 6 : Mesure d'angles

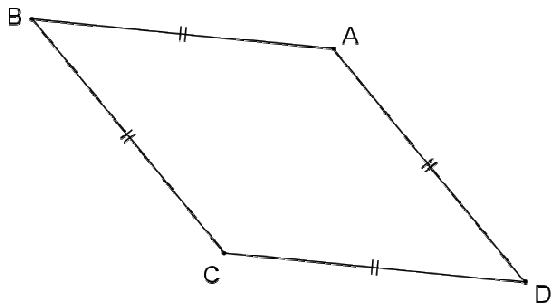
Dans chaque cas, le quadrilatère a ses ……………………………………………………
…………………………………………………………….. donc c'est un ………………….

1



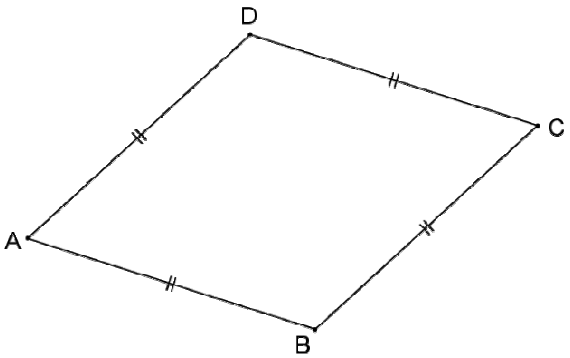
	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$		
$\widehat{B}$		
$\widehat{C}$		
$\widehat{D}$		

2



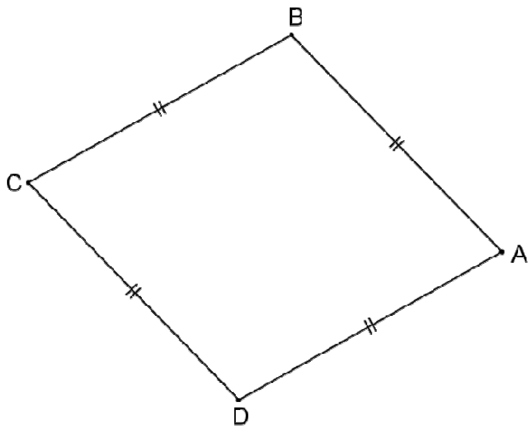
	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$		
$\widehat{B}$		
$\widehat{C}$		
$\widehat{D}$		

3



	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$		
$\widehat{B}$		
$\widehat{C}$		
$\widehat{D}$		

4

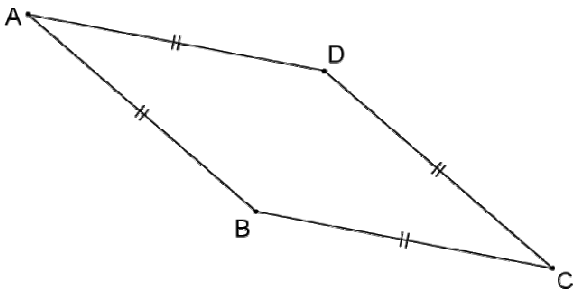


	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$		
$\widehat{B}$		
$\widehat{C}$		
$\widehat{D}$		

Annexe 6 : *Corrigé*

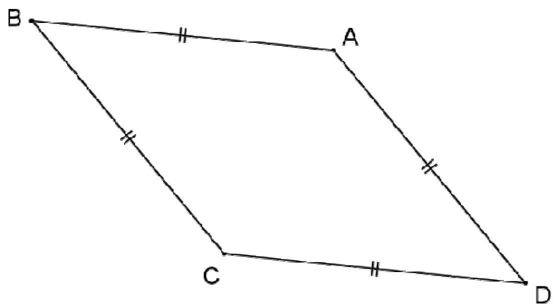
Dans chaque cas, le quadrilatère a ses *quatre côtés de même longueur* donc c'est un *losange.*

1



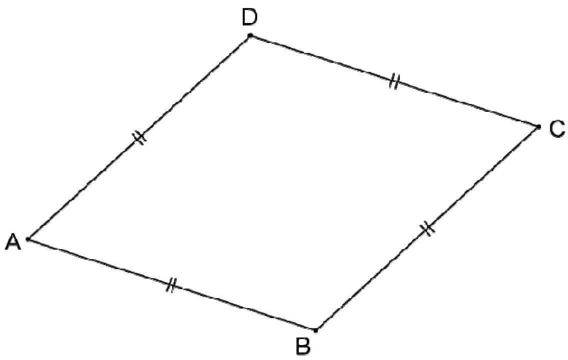
	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$	$\frac{1}{3}$	30°
$\widehat{B}$	$1+\frac{2}{3}$	150°
$\widehat{C}$	$\frac{1}{3}$	30°
$\widehat{D}$	$1+\frac{2}{3}$	150°

2



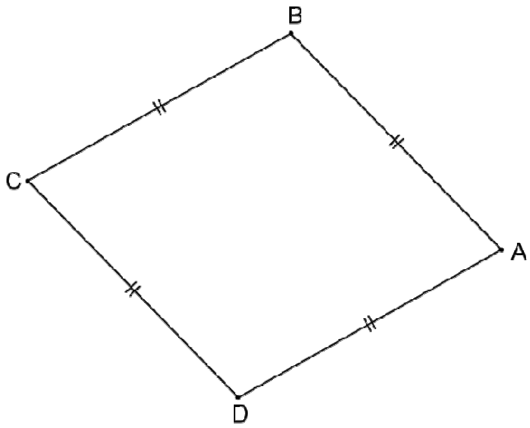
	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$	$1+\frac{1}{2}$	135°
$\widehat{B}$	$\frac{1}{2}$	45°
$\widehat{C}$	$1+\frac{1}{2}$	135°
$\widehat{D}$	$\frac{1}{2}$	45°

3



	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$	$\frac{2}{3}$	60°
$\widehat{B}$	$1+\frac{1}{3}$	120°
$\widehat{C}$	$\frac{2}{3}$	60°
$\widehat{D}$	$1+\frac{1}{3}$	120°

4



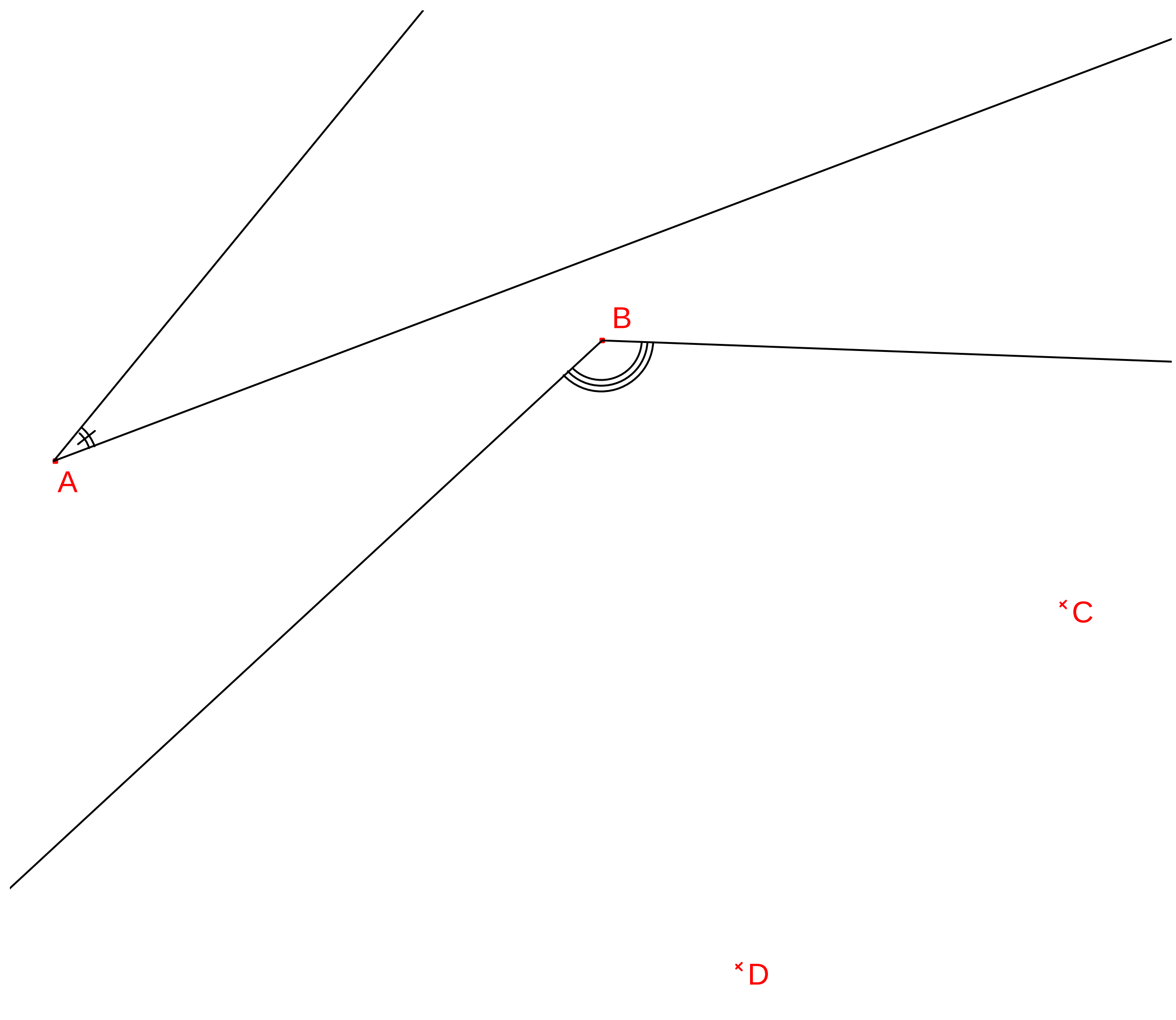
	en fraction d'angle droit	en degrés
$\widehat{A}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$	75°
$\widehat{B}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$	105°
$\widehat{C}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$	75°
$\widehat{D}$	$\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$	105°

Prénom et Nom :

Rouge	

Construction et mesure d'angles avec les gabarits

1. Mesurer avec les gabarits les angles $\widehat{A}\ et\ \widehat{B}$. Donner la réponse avec les fractions d'angle droit puis en degrés.
2. Construire l'angle $\hat{C}$ dont la mesure est $\frac{1}{2}$ angle droit. $\hat{C}$ = ……. °
3. Construire l'angle $\widehat{D}$ dont la mesure est 1 + $\frac{1}{4}$ d'angle droit. $\widehat{D}$ = ……. °
4. Ranger les angles $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ et $\widehat{D}$ du plus petit au plus grand.



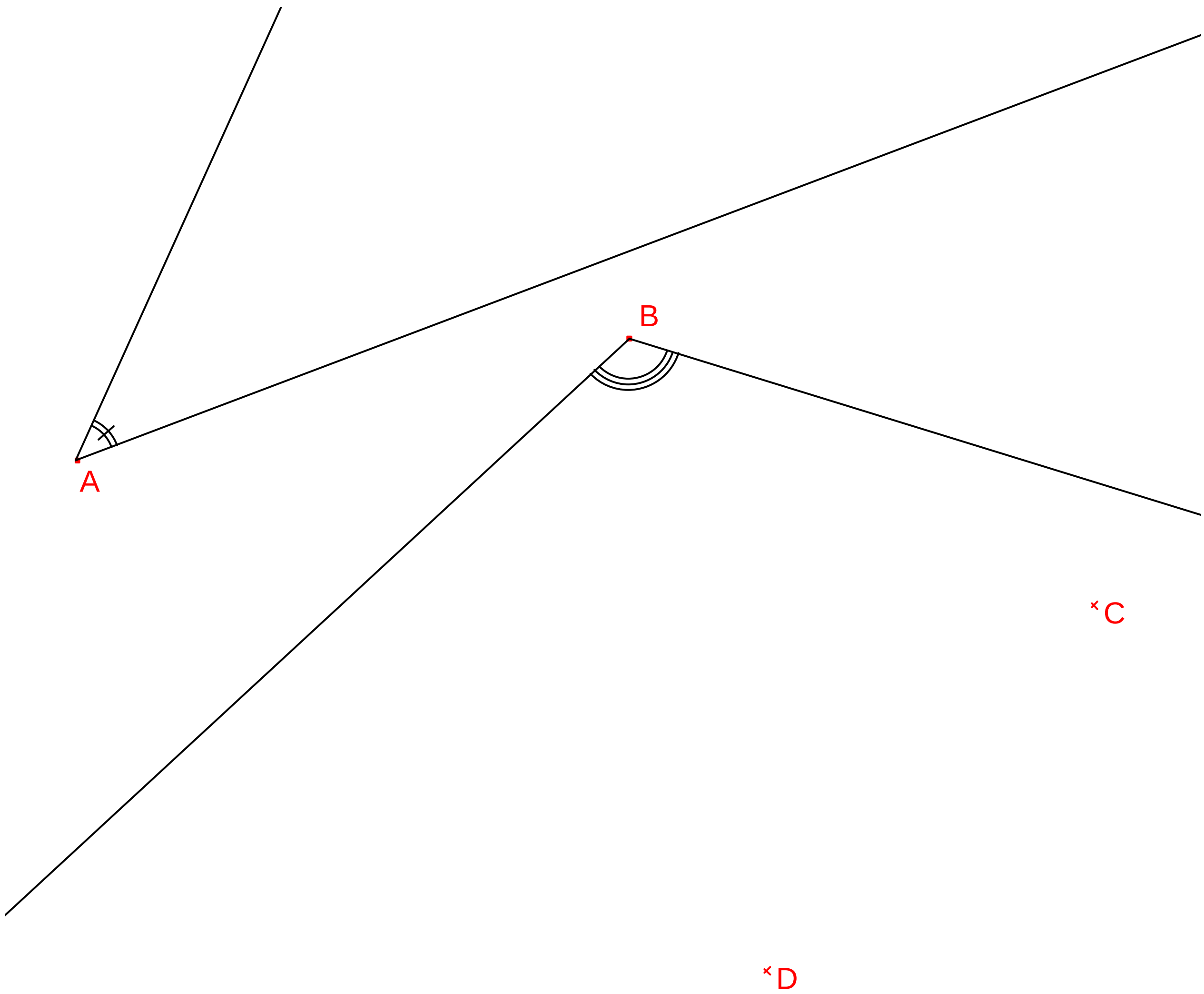
Annexe 7

Prénom et Nom :

	Vert

Construction et mesure d'angles avec les gabarits

1. Mesurer avec les gabarits les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$. Donner la réponse avec les fractions d'angle droit puis en degrés.
2. Construire l'angle $\hat{C}$ dont la mesure est $\frac{2}{3}$ angle droit. $\hat{C}$ = ……. °
3. Construire l'angle $\widehat{D}$ dont la mesure est 1 + $\frac{1}{2}$ d'angle droit. $\widehat{D}$ = ……. °
4. Ranger les angles $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ et $\widehat{D}$ du plus petit au plus grand.



Annexe 7: C*orrigé*

Rouge	

$\hat{A}$ = $\frac{1}{3}$ d'angle droit = 30°

$\widehat{B}$ = 1 + $\frac{1}{2}$ angle droit

$\widehat{C}$ = 45°

$\widehat{D}$ = 112,5°

$\hat{A} < \widehat{C} < \widehat{D} < \widehat{B}$

	Vert

$\hat{A}$ = $\frac{1}{4}$ d'angle droit = 45°

$\widehat{B}$ = 1 + $\frac{1}{3}$ angle droit

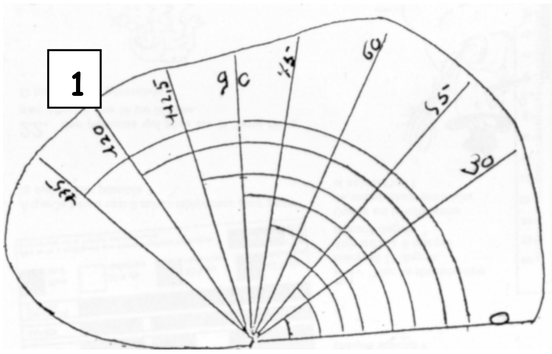
$\widehat{C}$ = 60°

$\widehat{D}$ = 135°

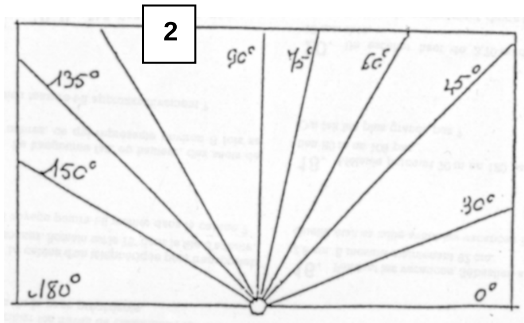
$\hat{A} < \widehat{C} < \widehat{B} < \widehat{D}$

Annexe 8

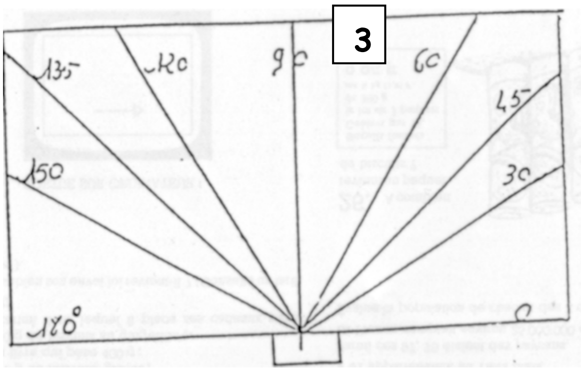
1



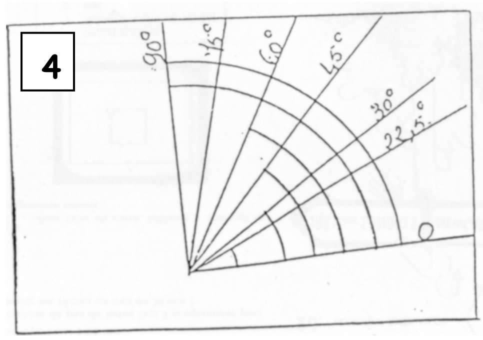
2



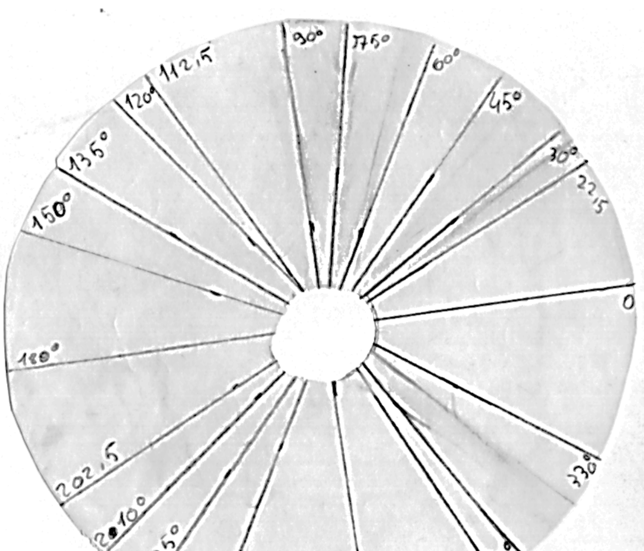
3



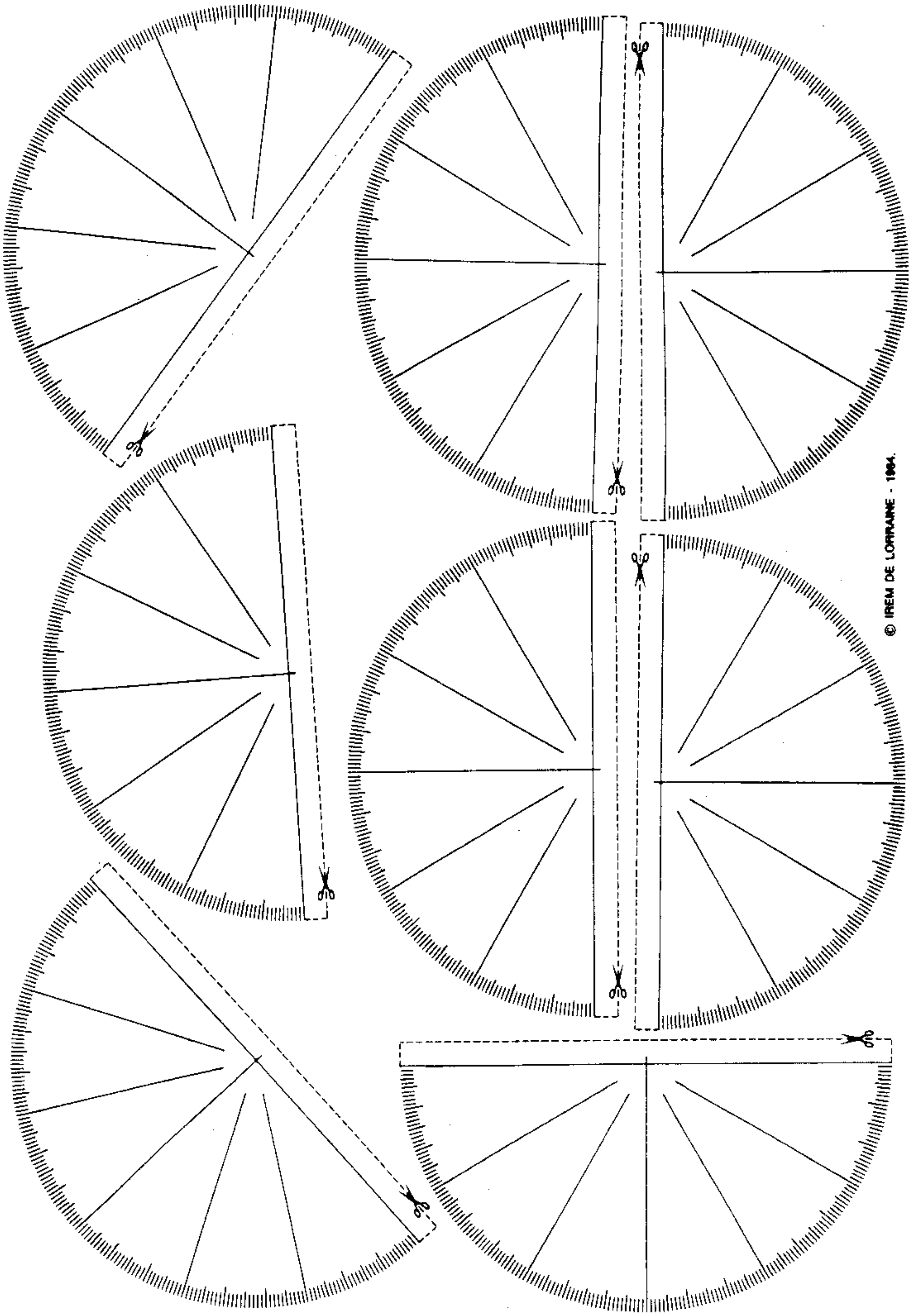
4



5



Annexe 9

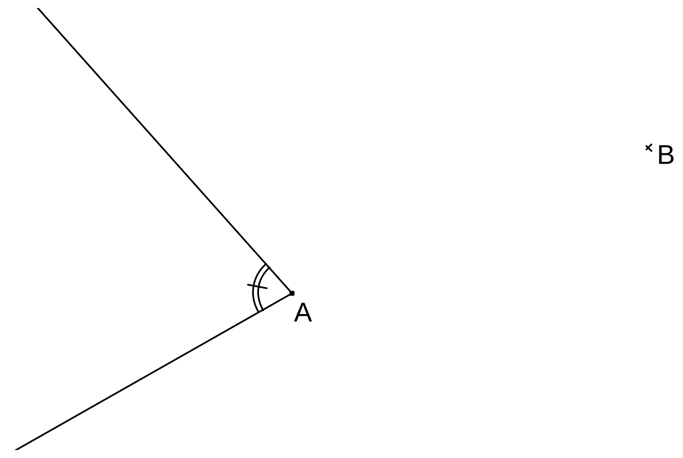


Annexe 10

Exercice 1

a. Mesurer l'angle $\widehat{A}$, $\widehat{A} = \cdots°$

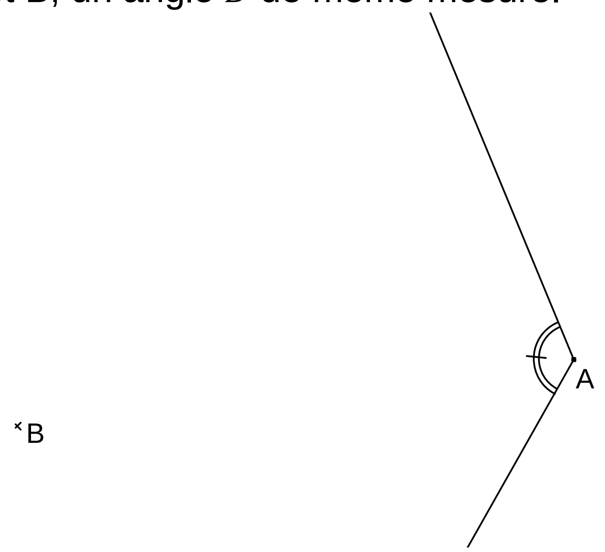
b. Construire de sommet B, un angle $\hat{B}$ de même mesure.



Exercice 2

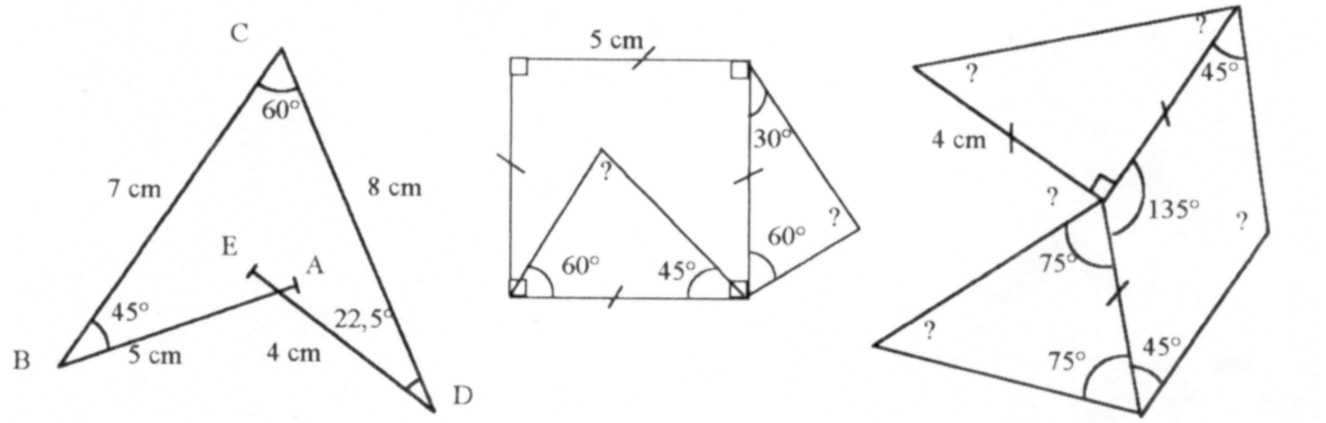
a. Mesurer l'angle $\widehat{A}$, $\widehat{A} = \cdots°$

b. Construire de sommet B, un angle $\hat{B}$ de même mesure.



Exercice 3

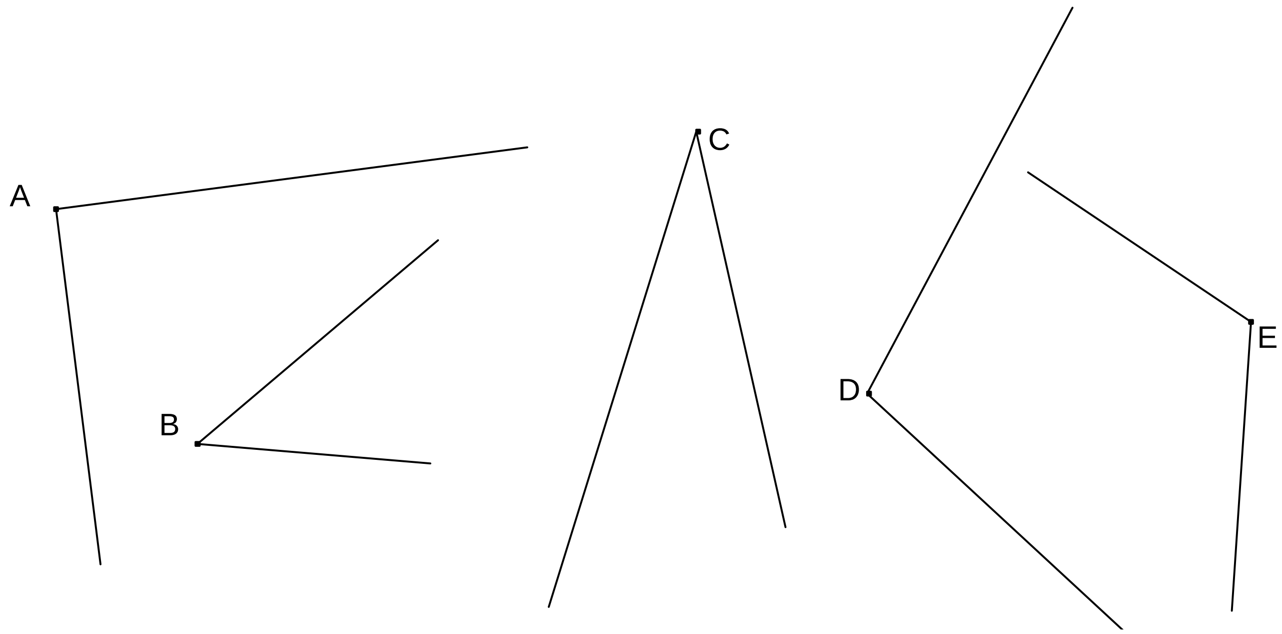
1. Les figures ci-dessous sont représentées à main levée. Construire ces figures en vraie grandeur.
2. Mesurer les angles marqués « ? »



Remarque : les exercices 4 et 5 peuvent être donnés avant même d'avoir les gabarits, il suffit d'avoir du papier calque. Ils pourront aussi être donnés pour effectuer des mesures.

Exercice 4

Ranger les cinq angles suivants du plus petit au plus grand.

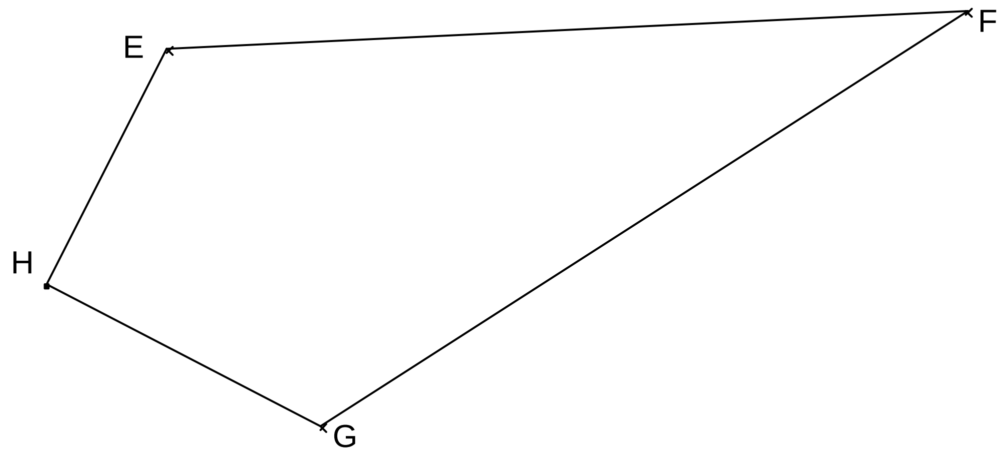


Exercice 5

Ranger les angles du quadrilatère du plus grand au plus petit.

Un de ces quatre angles est la somme des deux autres.

Ecrire la réponse sous la forme $\widehat{...} = \widehat{...} + \widehat{...}$

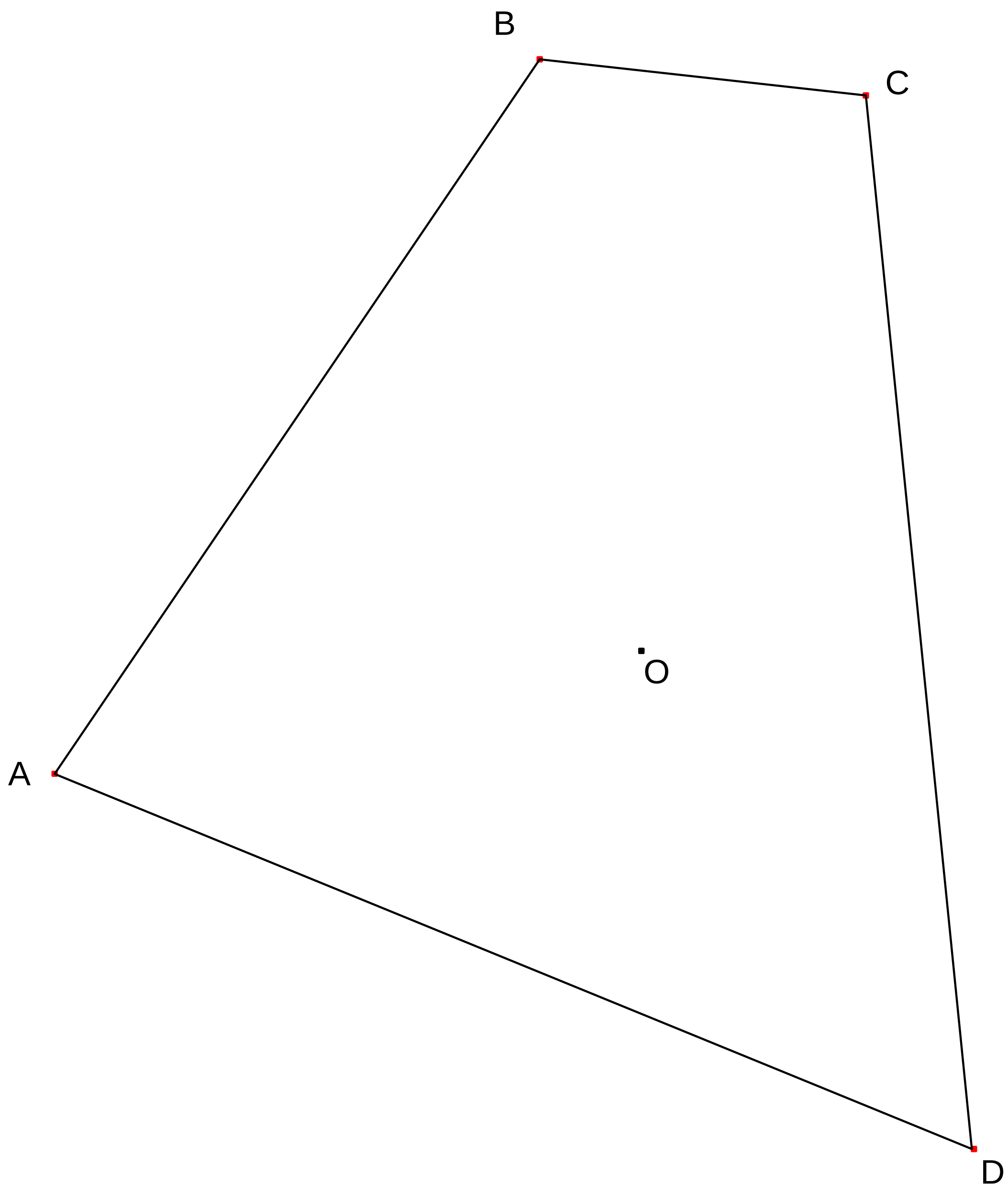


Exercice 6

Mesurer les angles du quadrilatère ABCD.

Quelles remarques peut-on faire avec les mesures de deux angles opposés ?

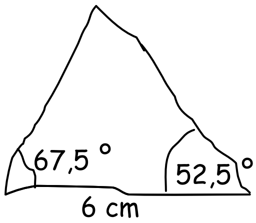
Tracer le cercle de centre O qui passe par A. Que remarque-t-on ?



L'exercice 7 peut être proposé en évaluation.

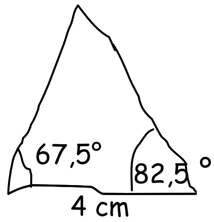
Exercice 7

Rouge



Le triangle ci-contre est dessiné à main levée.
Construire ce triangle en respectant toutes les mesures.
Quelle est la mesure du 3^e angle ?

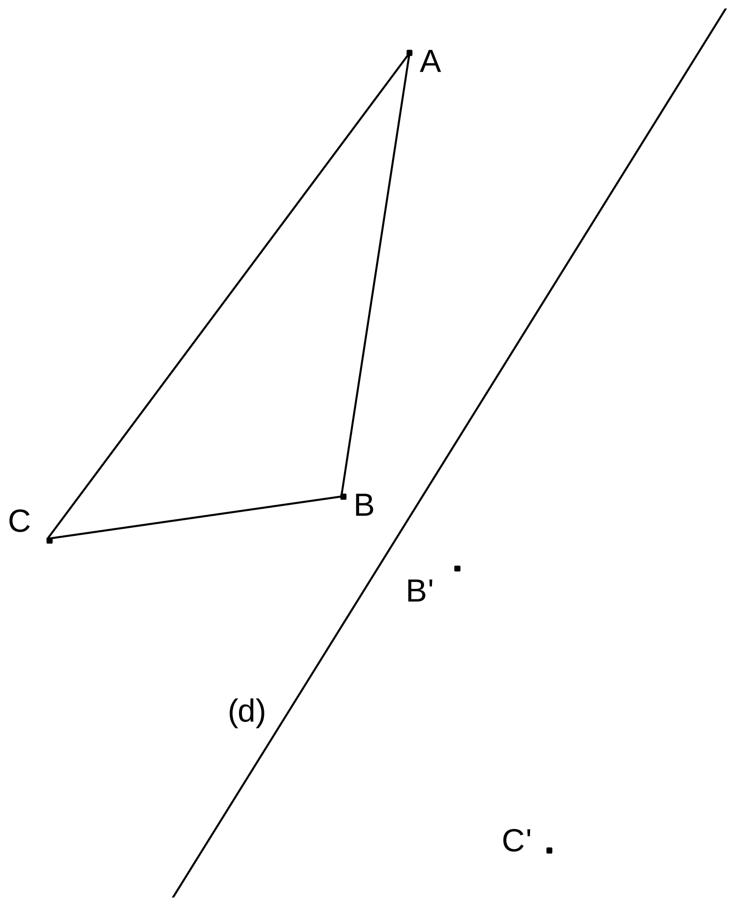
Vert



Le triangle ci-contre est dessiné à main levée.
Construire ce triangle en respectant toutes les mesures.
Quelle est la mesure ldu 3^e angle ?

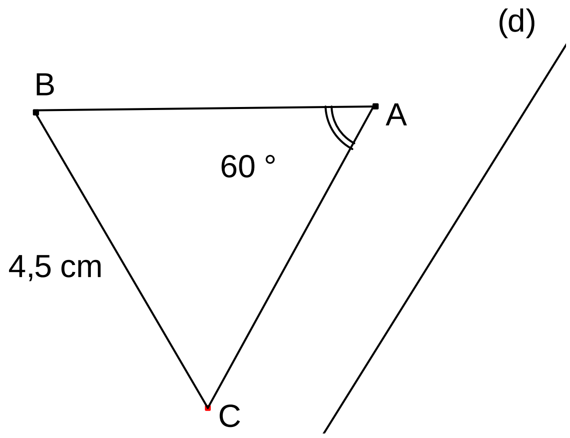
Exercice 8

Les points B' et C' sont les symétriques de B et C par rapport à la droite (d).
En utilisant le rapporteur, construire le point C', symétrique de C par rapport à la droite (d).



Exercice 9

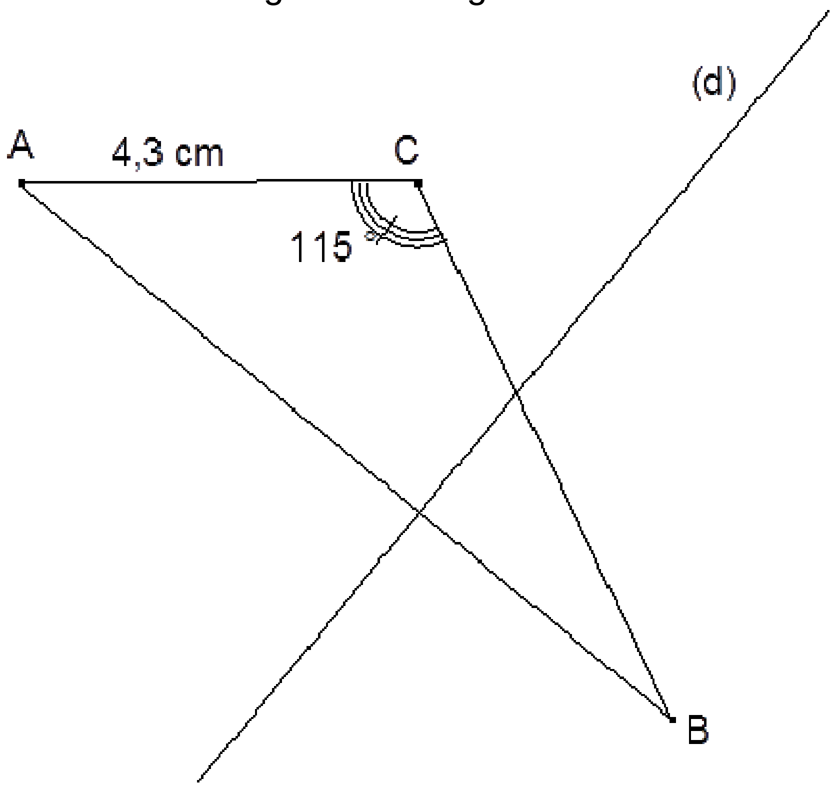
Construire les symétriques A', B' et C' des points A, B et C par rapport à la droite (d) puis vérifier que les mesures des angles du triangle A'B'C' sont les mêmes que celles des angles du triangle ABC.



Rapide analyse : Cet exercice peut être proposé pour vérifier que l'élève n'effectue pas une translation du segment [AB] tout en lui offrant la possibilité de valider ou non, tout seul, sa construction 8.

Exercice 10

Construire les symétriques A', B' et C' des points A, B et C par rapport à la droite (d) puis vérifier que les mesures des angles du triangle A'B'C' sont les mêmes que celles des angles du triangle ABC.

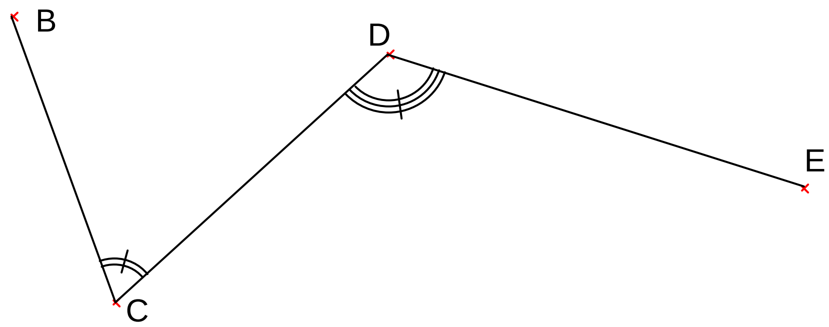


Prénom et Nom :

Rouge	

Construction et mesure d'angles avec le rapporteur

1. Mesurer avec le rapporteur les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CDE}$.
2. Construire un point A tel que l'angle $\widehat{ABC}$ dont la mesure est 75 °.
3. Construire un point F tel que l'angle $\widehat{DEF}$ dont la mesure est 135 °.
4. Ranger les angles $\hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ *et* $\hat{E}$ du plus petit au plus grand.

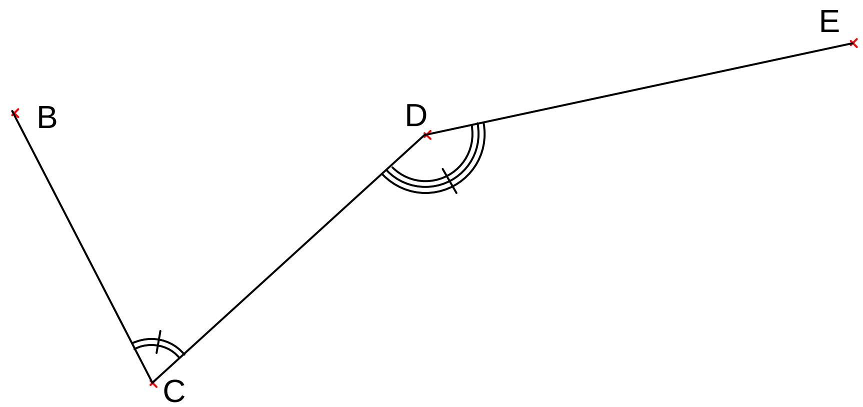


Prénom et Nom :

	Vert

Construction et mesure d'angles avec le rapporteur

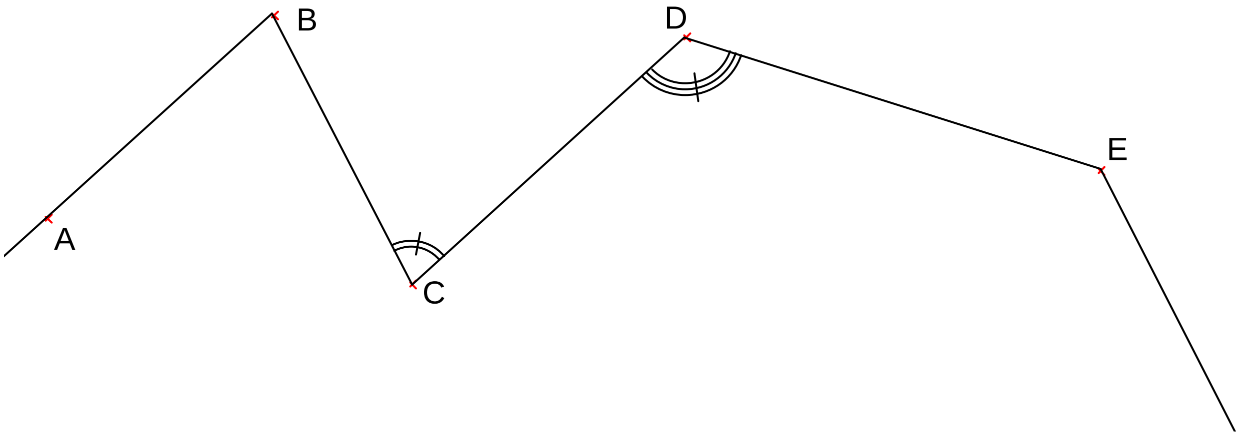
1. Mesurer avec le rapporteur les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CDE}$.
2. Construire un point A tel que l'angle $\widehat{ABC}$ dont la mesure est 52,5 °.
3. Construire un point F tel que l'angle $\widehat{DEF}$ dont la mesure est 120 °.
4. Ranger les angles $\hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ *et* $\hat{E}$ du plus petit au plus grand.



Annexe 11 : Corrigé

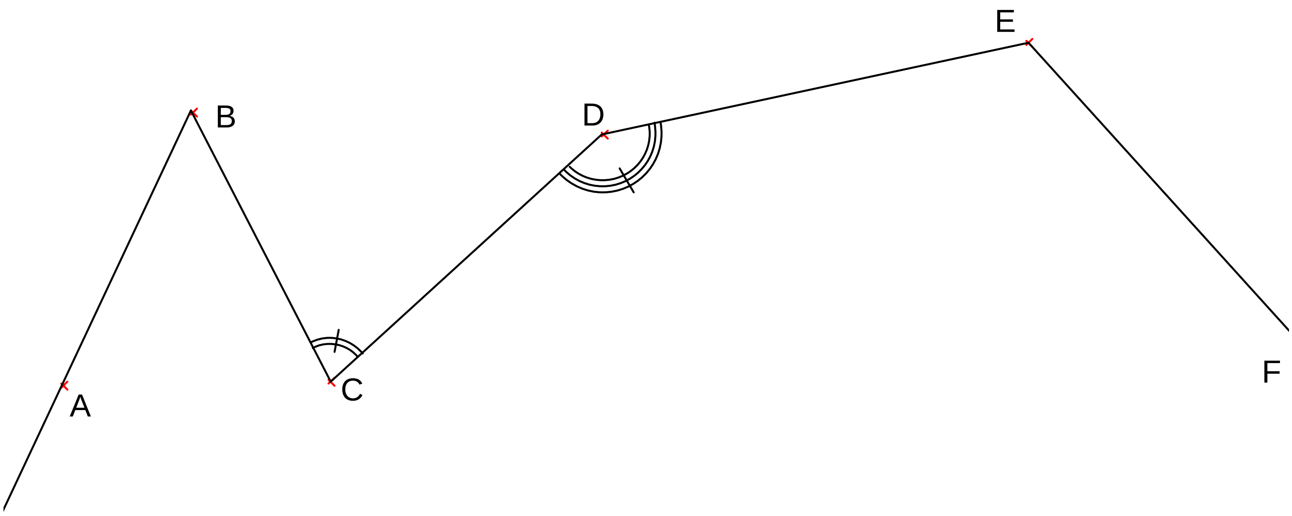
Rouge	

$$\widehat{BCD} = 67{,}5° \; et \; \widehat{CDE} = 120°$$



	Vert

$$\widehat{BCD} = 75° \; et \; \widehat{CDE} = 150°$$



Des parallèles avec une fausse équerre en classe de 5^e

Objectifs

La notion d'angles alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet est introduite en classe de 5e. Définir ces angles peut conduire à un formalisme abusif, dénué de sens pour de nombreux élèves.
Dans un premier temps, l'activité qui suit propose, par l'expérimentation, de découvrir en situation le vocabulaire relatif à cette notion (angles alternes-internes, correspondants, opposés par le sommet). Dans un second temps, le professeur s'appuie sur les constructions réalisées lors de cette activité pour conjecturer les propriétés de parallélisme en cas d'égalité d'angles.

Durée

Une séance :

- première phase : recherche individuelle (5 min) ;
- deuxième phase : recherche en groupes, production d'un transparent dans chaque groupe et d'un texte expliquant la méthode (25 min) ;
- troisième phase : mise en commun en classe entière à partir de la présentation des transparents (20 min) ;
- quatrième phase : institutionnalisation (5min).

Matériel nécessaire :

Pour chaque élève de la classe :

- un document élève (annexe 1) ;
- une fausse équerre : L'enseignant aura découpé des fausses équerres en utilisant le gabarit figurant en annexe 2 sur du papier cartonné en couleur.

Dans un même groupe, chaque élève devra disposer d'une fausse équerre de la même couleur que ses camarades. Les couleurs diffèrent d'un groupe à l'autre. Que les dimensions des fausses équerres diffèrent très légèrement du gabarit proposé d'un groupe à l'autre n'a aucune incidence pour l'activité. Par contre, il est important que les élèves d'un même groupe disposent de fausses équerres similaires (repérables par leur couleur). Ainsi, nous conseillons au professeur de massicoter les fausses équerres d'un même groupe simultanément.

Pour chacun des groupes :

- une photocopie du document élève sur un transparent pour rétroprojecteur ;
- des feutres pour transparent.

Prérequis

Cette activité ne nécessite que la notion d'angle vue en 6ème, aucun autre prérequis particulier n'est nécessaire.
Il est tout de même important d'avoir traité la notion de symétrie centrale au préalable si le professeur souhaite démontrer les propriétés conjecturées.

Séance

Dans le cadre de cette activité (annexe 1), on attend des élèves qu'ils tracent une droite (d') passant ou non par O et sécante à la droite (d) en utilisant un côté de la fausse équerre puis :

- *soit qu'ils fassent glisser la fausse équerre le long de cette droite de façon à tracer deux angles correspondants de même mesure ;*
- *soit qu'ils fassent glisser la fausse équerre le long de cette droite puis qu'ils la retournent de façon à tracer deux angles alternes-internes de même mesure.*

1. **Recherche individuelle (5 min) :**

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur lit la consigne suivante : *« Tracer la parallèle à la droite (d) passant par le point O.* *Il est interdit de plier la feuille.* *Matériel autorisé :* - *une fausse équerre en carton que l'on ne doit ni plier, ni découper et sur laquelle on ne doit pas écrire ;* *- tout autre matériel de mathématiques est autorisé sauf la règle et l'équerre (ou la réquerre, selon les habitudes de classe).* *Je vous laisse 5 minutes ! »* Pour illustrer sa consigne, il utilise un transparent (ou un fichier vidéo projeté) sur lequel figure le document élève. Il ne donne aucune autre explication que la consigne et **n'utilise surtout pas le mot « angle » !!!** En effet, il est souhaitable que les élèves fassent appel eux-mêmes à la notion d'angle sans qu'elle leur soit suggérée.	Si les élèves posent la question : « *Pourquoi appeler cet instrument une fausse équerre ? »,* le professeur répond qu'ils n'ont qu'à observer celui-ci pour trouver la réponse à la question.
Il distribue un document élève (annexe 1) et une fausse équerre à chacun de ses élèves (une couleur différente de fausse équerre pour chaque groupe) et les laisse chercher.	Ce temps de recherche individuelle est nécessaire pour que chaque élève s'approprie véritablement la consigne, expérimente, manipule la fausse équerre et pour qu'éventuellement différentes méthodes puissent apparaître.

2. **Recherche en groupe et production d'un transparent (25 min) :**

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Il donne la consigne suivante : *« Mettez vous en groupe, vous devez vous mettre d'accord sur une ou des méthodes de construction.* *Vous devez ensuite tracer la parallèle sur le transparent et préparer un texte au brouillon pour expliquer votre méthode.* *Je vous laisse 25 min.* *A la fin de ce temps, je choisirai un rapporteur qui viendra expliquer le travail de son groupe. »*	
Le professeur distribue à chaque groupe son transparent et ses feutres. Il circule dans les rangs, observe et écoute pour pointer les méthodes apparues, choisir un rapporteur par groupe et établir un ordre de passage des groupes pour la mise en commun. Si un groupe n'a pas réussi à proposer une méthode, il choisira de faire passer son rapporteur en premier de façon à ce qu'il raconte les démarches non abouties. Même si un des groupes n'a pas abouti, il interrompt le travail au bout de 25 min.	Les élèves recherchent une ou des méthodes et débattent. Ils réalisent leur construction sur le transparent et rédigent leur méthode de construction.

3. **Mise en commun, débat (20 min) :**

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Si le mot « angle » n'apparait pas, le professeur peut engager un travail autour des explications de chaque groupe et refaire formuler un élève de la classe.	Chaque rapporteur expose la ou les méthodes dégagées en s'aidant du transparent et du texte écrit au brouillon. Cette phase est essentielle : elle doit, en plus de montrer les démarches, faire émerger la notion d'angle.

4. Institutionnalisation, introduction du vocabulaire (5 min) :

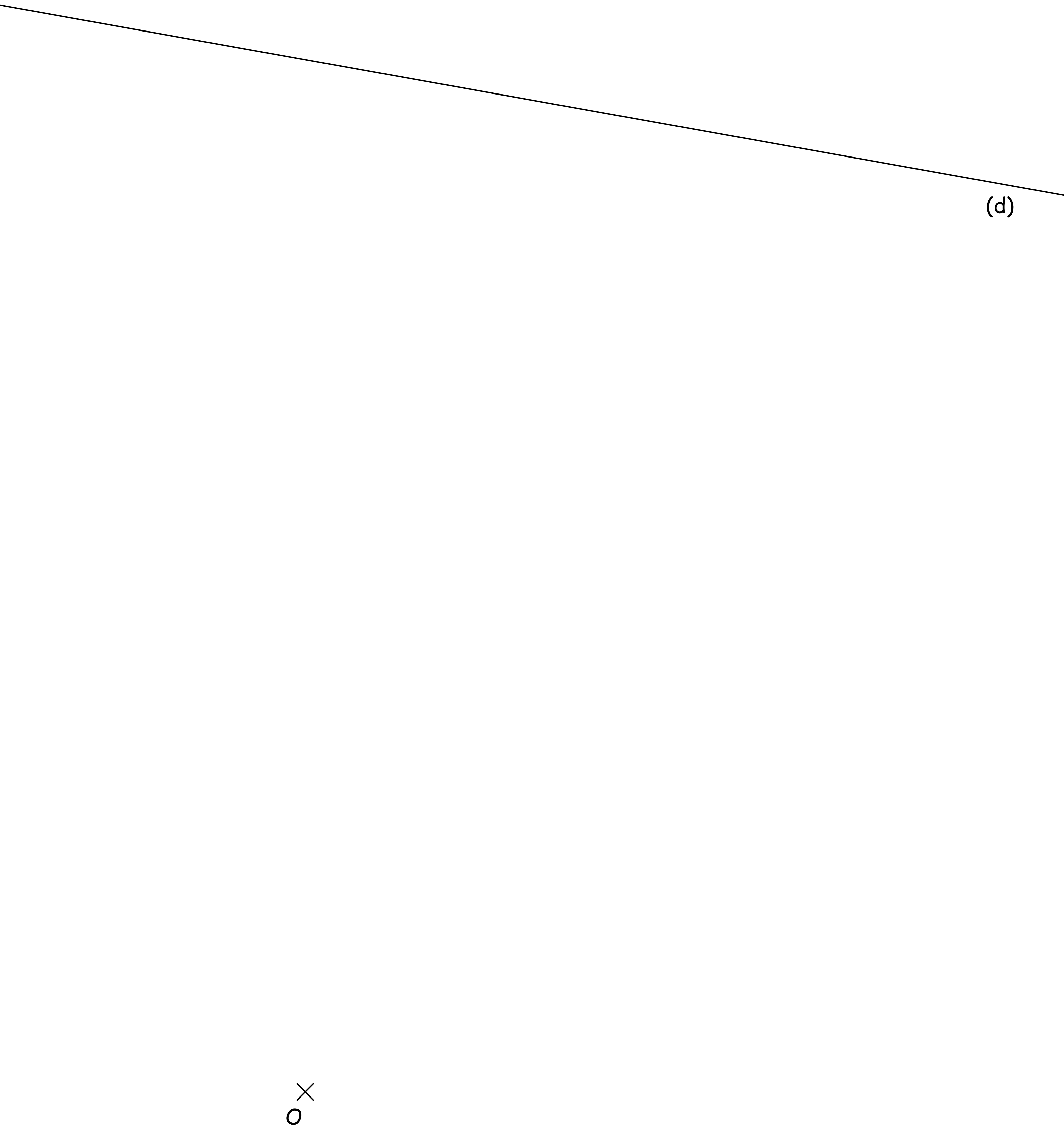
Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Il s'appuie sur les différents transparents et méthodes pour introduire la notion d'angles alternes-internes ou correspondants. Si l'une des méthodes n'est pas apparue, il peut la suggérer. Lors des constructions, certains angles opposés par le sommet peuvent apparaître (sans avoir été utilisés) et le professeur saisit l'occasion pour introduire le vocabulaire. Enfin, dans la leçon, le professeur doit rester vigilant à définir les angles alternes-internes et correspondants dans le cadre de deux droites non parallèles. Pour gagner du temps, il peut distribuer le document en annexe 3.	Les élèves participent à la construction du vocabulaire.

<u>Propositions :</u>

1) A la suite de cette activité, le professeur peut proposer à ses élèves une séance de type automatismes pour mémoriser le vocabulaire dans des situations simples (automatismes «VOCABULAIRE DES ANGLES - séries 1 et 2 » p 112 et p 114).

2) Dans la poursuite du travail autour des angles, le professeur peut utiliser à nouveau les transparents sur lesquels figurent les constructions des élèves pour conjecturer les propriétés suivantes :
« Si deux angles alternes-internes, définis par deux droites (d) et (d') et une sécante, sont égaux alors (d) et (d') sont parallèles », etc… , propriétés qu'on pourra démontrer à l'aide de la symétrie centrale.

3) Les angles alternes-internes, correspondants,… ne font pas partie des connaissances figurant au socle commun. Cependant, les automatismes « CALCULS D'ANGLES » (p 116) sont des activités au cours desquelles les élèves sont amenés à raisonner sans qu'une formalisation écrite de la démonstration ne soit attendue.
Ce travail s'intègre parfaitement dans une progression pour l'acquisition de certains éléments du socle commun, notamment en géométrie : « *Les supports sont des configurations immédiatement lisibles ; les raisonnements ne font pas l'objet systématiquement d'une mise en forme écrite. L'exigence porte sur la capacité à mobiliser une propriété pour élaborer une déduction simple. L'évaluation s'effectue oralement ou en situation, sans exigence particulière de formulation des justifications.* »

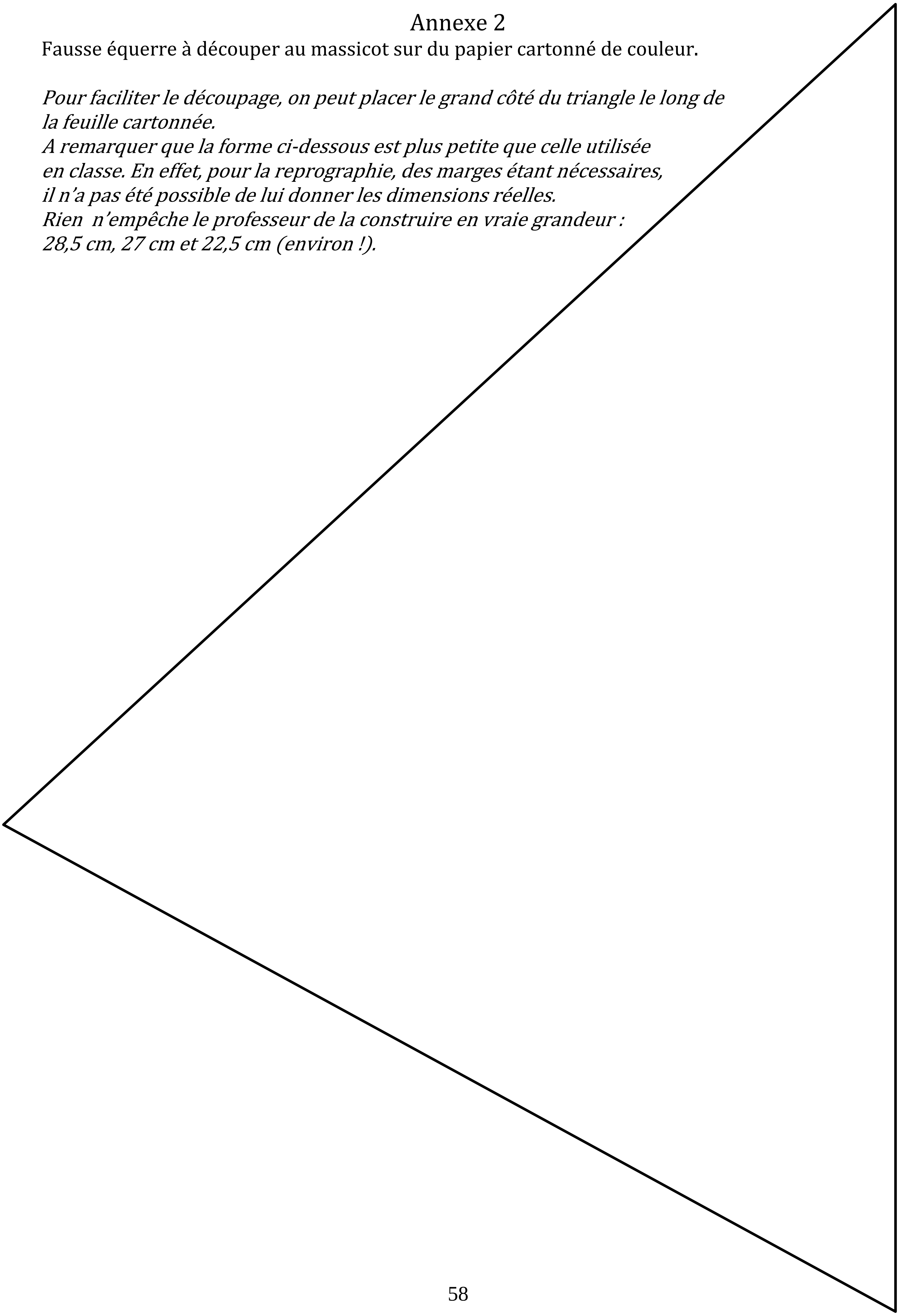


Annexe 1

Annexe 2

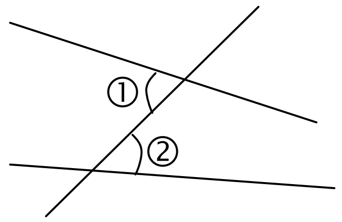
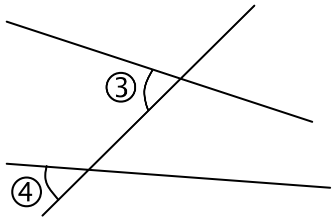
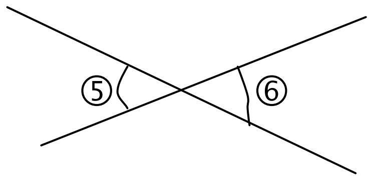
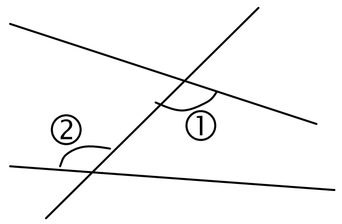
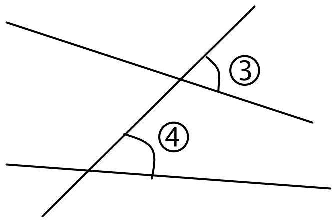
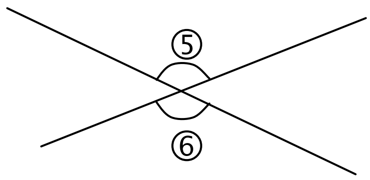
Fausse équerre à découper au massicot sur du papier cartonné de couleur.

Pour faciliter le découpage, on peut placer le grand côté du triangle le long de la feuille cartonnée.
A remarquer que la forme ci-dessous est plus petite que celle utilisée en classe. En effet, pour la reprographie, des marges étant nécessaires, il n'a pas été possible de lui donner les dimensions réelles.
Rien n'empêche le professeur de la construire en vraie grandeur : 28,5 cm, 27 cm et 22,5 cm (environ !).

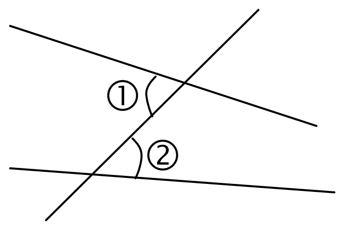
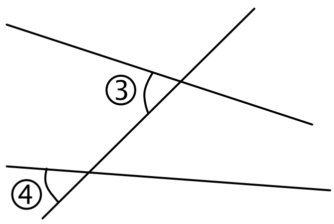
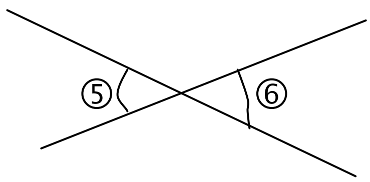
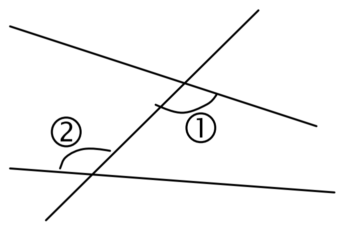
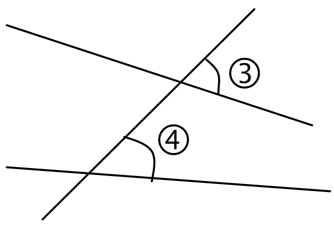
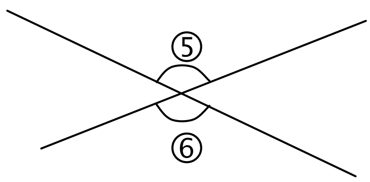


Annexe 3

Définitions :

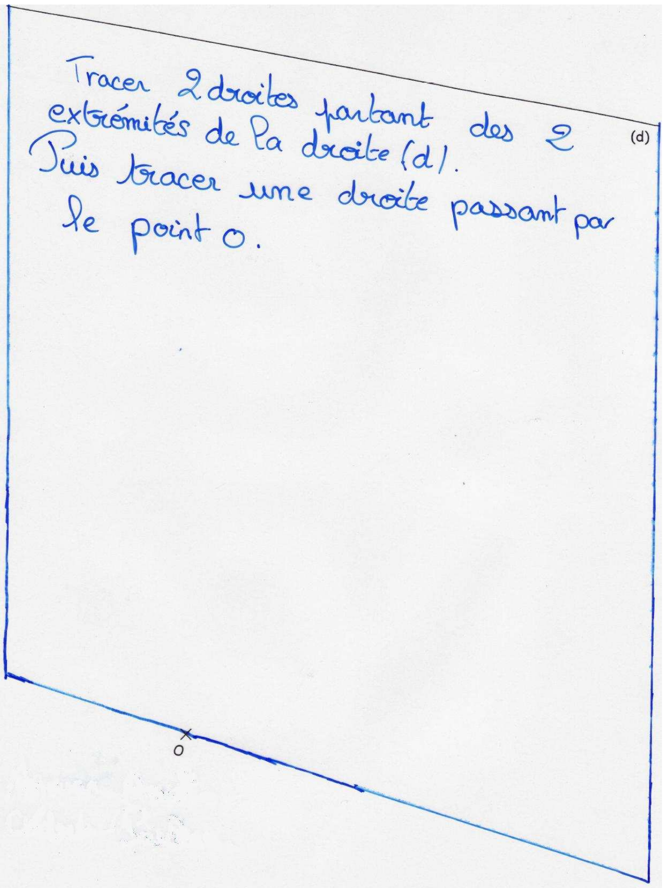
<table>
<tr><td>Dans chaque cas ci-dessous, les deux angles marqués sont des angles alternes internes.</td><td>Dans chaque cas ci-dessous, les deux angles marqués sont des angles correspondants.</td><td>Dans chaque cas ci-dessous, les deux angles marqués sont des angles opposés par le sommet.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Définitions :

<table>
<tr><td>Dans chaque cas ci-dessous, les deux angles marqués sont des angles alternes internes :</td><td>Dans chaque cas ci-dessous, les deux angles marqués sont des angles correspondants :</td><td>Dans chaque cas ci-dessous, les deux angles marqués sont des angles opposés par le sommet :</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

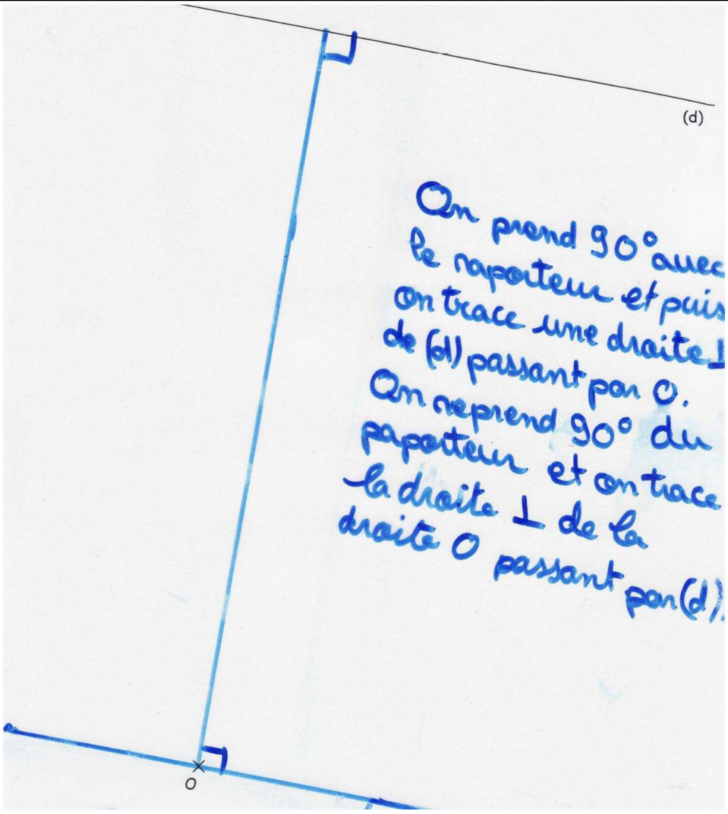
Annexe 4

Voici, ci-dessous, des exemples de production d'élèves réalisés dans une même classe. Ces exemples sont présentés dans l'ordre qui a été choisi par le professeur au moment de la présentation des travaux de chaque groupe en classe et sont accompagnés de quelques commentaires de l'enseignant de la classe.

<table>
<tr>
<td>


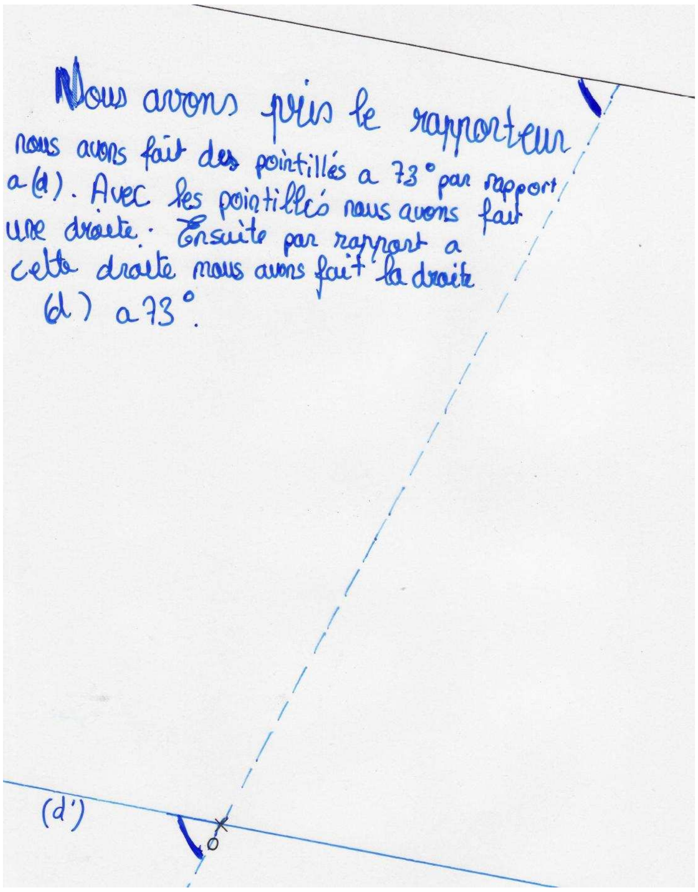
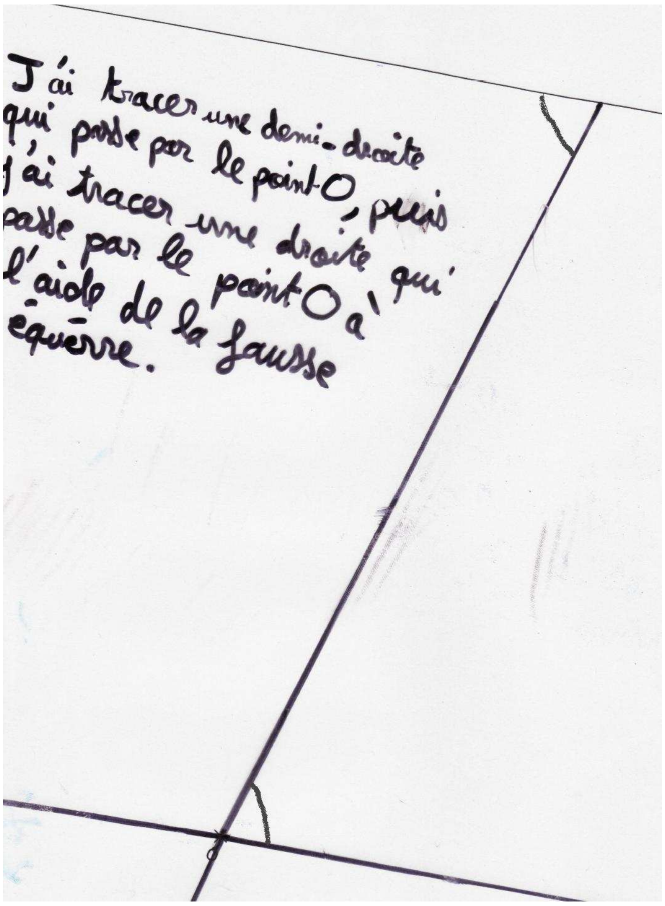
</td>
<td>
Ce premier groupe a voulu utiliser les propriétés des côtés opposés d'un parallélogramme et donc procéder à sa construction.

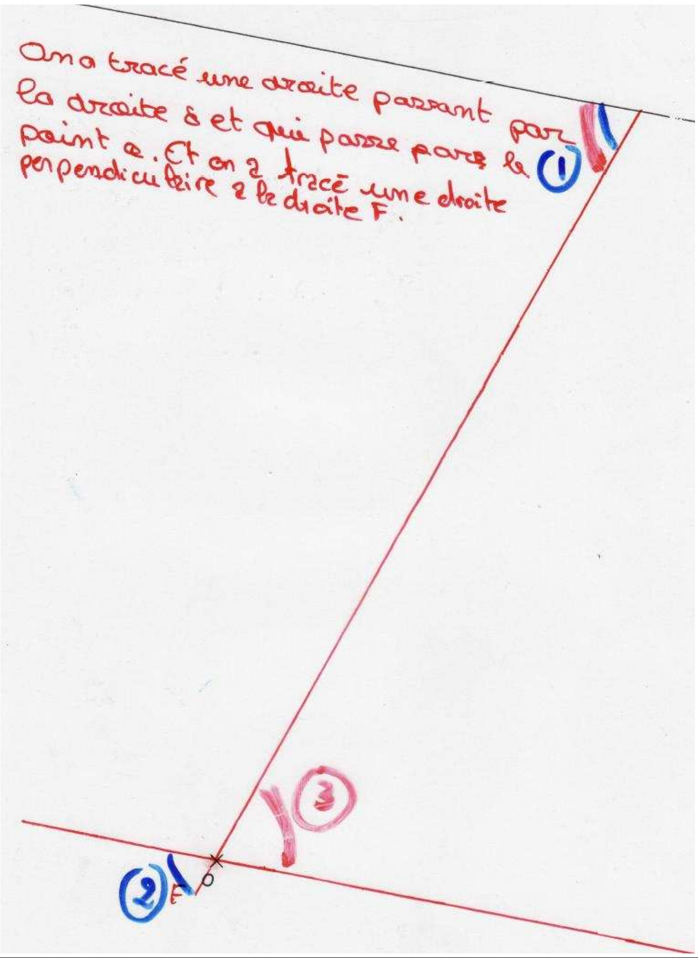
Pour ce faire, ils ont simplement voulu tracer deux côtés opposés du parallélogramme en faisant glisser un côté de leur fausse équerre parallèlement aux bords de la feuille.

Leur méthode n'est évidemment pas validée par le reste de la classe.
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
Ce groupe a retenu une méthode de construction émanant de la propriété vue en 6e : si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles entre elles.

Ils ont utilisé le rapporteur, ce qui ne leur était pas interdit. Cette méthode n'est donc pas rejetée. Le professeur a saisi l'occasion pour revoir des notions déjà vues en classe de 6e.
</td>
</tr>
</table>

	Le professeur de la classe qui circulait dans les rangs au moment du travail de recherche a observé et écouté ce groupe débattre : Les élèves n'ont pas utilisé le rapporteur pour construire la parallèle demandée mais bien la fausse équerre. Ils n'ont ressenti le besoin d'utiliser le rapporteur qu'au moment de rédiger leur méthode sur le transparent. En effet, ils manquaient de vocabulaire pour pouvoir expliquer leur manipulation de la fausse équerre. On peut remarquer sur leur production les marques des deux angles qu'ils ont choisi de rendre égaux, il s'agit de deux angles correspondants. Le professeur a pu utiliser cette production pour introduire ce vocabulaire au moment de la synthèse.
	Sur cette production, les élèves ont choisi et marqué deux angles alternes-internes. Le professeur a pu, là encore, introduire ce vocabulaire à l'aide du travail de ce groupe.

	Ici, les élèves avaient choisi de travailler à l'aide des angles que le professeur a numéroté 1 et 2. Au moment de la synthèse, il a pu définir qu'il s'agissait de deux angles correspondants. En marquant l'angle numéro 3, il peut définir les angles 1 et 3 comme angles alternes-internes. Et enfin, il peut aisément définir deux angles opposés par le sommet en s'appuyant sur les angles 2 et 3.

Cosinus d’un angle aigu en classe de 4^e

Objectif

L'activité proposée cherche à mettre en évidence la caractérisation d'un angle par un rapport de longueur pour introduire la notion de cosinus d'un angle aigu.

Durée

1 heure.

Matériel

- papier quadrillé des cahiers,
- instruments de géométrie,
- vidéoprojecteur et ordinateur muni d'un logiciel de géométrie dynamique.

Prérequis

L'enseignant peut avoir abordé ou non la notion d'agrandissement-réduction (plus particulièrement la conservation des angles par agrandissement-réduction).
Si cette notion a déjà été travaillée, elle permet de démontrer la conjecture faite dans le cadre de l'activité. Cependant, certains élèves peuvent alors reconnaître trop rapidement une situation se ramenant à un agrandissement ou réduction et compromettre l'objectif de l'activité. Il conviendra donc de laisser, dans la progression annuelle, suffisamment de temps entre ces deux notions.
Si la notion d'agrandissement-réduction n'a pas déjà été travaillée, le professeur peut admettre la conjecture ou la démontrer à l'aide du théorème de Thalès.

Séance

1. Appropriation de la consigne et de la construction (10 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur écrit la consigne au tableau : « *Vous devez construire un triangle ABC rectangle en B tel que* $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{5}$. *Je vous laisse quelques minutes.* » Cette consigne peut paraître complexe pour certains élèves mais elle est primordiale pour la suite.	Les élèves se mettent au travail.
Le professeur laisse les élèves travailler sur papier quadrillé. Il autorise ainsi la construction de l'angle droit sans équerre.	La majorité d'entre eux choisissent AB = 2 cm et AC = 5 cm. Quelques élèves tracent un triangle dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 2 cm et 5 cm. D'autres ne comprennent pas la consigne.
Le professeur peut suggérer de réaliser une figure à main levée. Pour ceux qui ne comprennent pas, le professeur les aide à construire un premier triangle en prenant 2 cm et 5 cm.	
Dès qu'un élève a terminé sa construction, le professeur lui demande de construire un autre triangle répondant à la même contrainte mais non superposable au premier. Si l'élève réussit, le professeur lui demande d'en construire un troisième. Pour les plus rapides, il propose de choisir pour AB : 3 cm ou 5 cm, ce qui leur donne un petit exercice d'approfondissement.	Aux élèves bloqués, le professeur propose d'essayer avec AB = 4 cm (ou un autre multiple de 2) et demande quelle est la valeur correspondante de AC. Tous les élèves arrivent à construire au moins deux triangles.
Le professeur dégage, avec la classe, des façons d'obtenir plusieurs dimensions pour le rapport donné ainsi qu'une méthode de construction. Il peut arriver que des élèves choisissent de construire d'abord l'hypoténuse puis le demi-cercle de diamètre l'hypoténuse afin d'aboutir à la construction du triangle rectangle. Cette construction n'est pas exposée au groupe classe. Il est indispensable que tous les élèves maîtrisent la méthode de construction retenue. Le professeur peut, s'il le souhaite, utiliser le fichier « *cosinus 1.g2w* » ou « *cosinus 1.ggb* » (annexes 1 et 2).	

2. **Un défi lancé à la classe (10 à 15 min) !**

Le professeur attribue à chaque colonne d'élèves un rapport différent (deux élèves côte à côte n'ont jamais le même rapport). Il écrit les rapports au tableau : $$\frac{2}{3};\frac{4}{5};\frac{3}{4};\frac{1}{2};\frac{3}{5};\frac{1}{4}$$ « *Vous allez maintenant construire un triangle ABC rectangle en B de sorte que le rapport* $\frac{AB}{AC}$ *soit égal au rapport qui vous a été attribué. De plus, l'angle* $\hat{A}$ *doit être le plus grand possible.* *Dans chaque colonne, celui ou celle qui aura trouvé le plus grand angle aura gagné !* » Au bout d'un moment, de plus en plus d'élèves interpellent le professeur pour lui dire que c'est impossible et celui-ci avoue !	Comme les élèves ont bien réussi l'étape précédente, ils construisent un premier triangle. Pour leur second triangle, la plupart des élèves construisent un triangle plus grand. En effet, ils semblent convaincus que, puisqu'on leur demande un grand angle, il faut construire un grand triangle. Certains demandent même s'ils peuvent avoir une grande feuille. Pour la comparaison des angles, deux comportements sont d'abord observés : soit ils mesurent avec leur rapporteur, soit ils jugent à vue d'œil. Ces derniers sont convaincus qu'ils ont un plus grand angle vu que les côtés sont plus longs et le professeur doit leur demander de prendre leur rapporteur. Ensuite, avec leur rapporteur en main, certains obtiennent des mesures voisines à un ou deux degrés près, ils ont l'impression que l'angle n'est pas le même et continuent en construisant d'autres triangles avant de conclure que l'angle est toujours le même. D'autres se rendent compte que l'angle est toujours le même assez vite et essaient d'interroger leur professeur qui ne doit, pour l'instant, rien répondre. Ce dispositif « défi » permet de laisser le temps à tous les élèves de construire quelques triangles. En effet, les élèves, voulant gagner ne donnent pas leur résultat tout en voulant connaître celui des autres.

3. **Institutionnalisation (5 à 10 min):**

On écrit la conclusion suivante :
Dans un triangle rectangle, pour un rapport donné, il existe un seul angle.
Ce rapport est appelé cosinus de l'angle.

Un logiciel de géométrie dynamique est utilisé pour montrer l'invariance de l'angle lorsque les dimensions changent en conservant le rapport (annexe 1 ou 2).
Cette illustration peut être l'occasion de faire remarquer aux élèves que le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1. Le professeur peut leur demander de formuler une justification.

Une synthèse est réalisée, le vocabulaire : côté adjacent, côté opposé et hypoténuse est noté (annexe 3). L'institutionnalisation peut être écrite au tableau ou une photocopie de l'annexe 3 peut être distribuée.

4. **Application :**

Le professeur procède dans cette partie à un inventaire des exercices utilisant le cosinus d'un angle aigu :
Pour cela, il interroge les élèves : « A votre avis, à quoi peut servir le cosinus d'un angle ? ».

Ensuite, il fait inscrire le corollaire suivant aux élèves :
Conséquence 1 : Si on connait le rapport, on peut calculer l'angle ! Plus besoin du rapporteur !

Le professeur reprend l'activité précédente et rappelle aux élèves que pour un même rapport les mesures (relevées au rapporteur) de leurs angles différaient de quelques degrés.
Il propose de déterminer la mesure de cet angle dans le cas où $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}} = \frac{2}{5}$, premier exemple traité avec la classe pour lequel chaque élève a au moins construit deux triangles.

Il invite les élèves à sortir leur calculatrice et à repérer la touche cos de cette dernière.
Il écrit au tableau la séquence des touches de calculatrice à utiliser pour déterminer l'angle $\hat{A}$ en fonction des modèles de calculatrice présents dans la classe.
Il écrit au tableau :
$\cos \widehat{\mathrm{A}} = \frac{2}{5}$. A la calculatrice, on trouve $\widehat{\mathrm{A}} \approx 66°$.

Pour entraîner les élèves à ce type d'exercices, il les invite à déterminer une valeur approchée de l'angle $\widehat{\mathrm{A}}$ au degré près dans le cas où $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}$ est égal au second rapport qui leur a été attribué dans le cadre de l'activité.

Puis, il enchaine avec les deux derniers types d'exercices :

Conséquence 2 : Si on connait la mesure de l'angle et la longueur de l'hypoténuse, on peut déterminer la longueur du côté adjacent à cet angle.

Conséquence 3 : Si on connait la mesure de l'angle et la longueur du côté adjacent à cet angle, on peut déterminer la longueur de l'hypoténuse.
Dans chacun des deux cas, le professeur propose un exemple de son choix et montre comment utiliser la calculatrice.

Annexe 1
Fichiers GEOPLAN

Fichier « Cosinus 1.g2w » :

Dans un premier temps, ce fichier explique la construction du premier triangle pas à pas.
Il peut être utilisé à la fin de la première partie de l'activité.

Touches à activer	Action
D à activer 7 fois	Construction par étapes du triangle ABC respectant $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{5}$.
D à activer 2 fois	Affichage de la mesure de l'angle $\hat{A}$.

On peut ensuite utiliser le fichier pour débattre autour des six autres cas :

Touches à activer	Action
1, 2, 3, 4, 5, 6	Construction des 6 triangles correspondant aux 6 rapports donnés aux élèves et affichages correspondant.
0	Construction du triangle respectant $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{5}$.

Fichier « Cosinus 2.g2w » :

Ce fichier peut être utilisé juste avant d'écrire la synthèse de leçon :
Les points A et B sont libres.

Touches à activer	Action
Les flèches directionnelles	Variation de la mesure de l'angle $\hat{A}$ de 0° à 90°.
R à activer 3 fois	Affichage des longueurs AB, AC et du rapport $\frac{AB}{AC}$.
V	Affichage du vocabulaire.
C	Affichage des informations précédentes pour l'angle $\hat{C}$.

Annexe 2
Fichiers GEOGEBRA

Fichier « Cosinus 1.ggb » :

Dans un premier temps, ce fichier explique la construction pas-à-pas du premier triangle.
Il peut être utilisé à la fin de la première partie de l'activité.

Pour visualiser la construction, il faut naviguer dans les étapes de construction, soit manuellement (icônes << et >>), soit automatiquement (icône Exécuter). La navigation manuelle permet un arrêt avant l'affichage de l'angle (étape 15).
Les points A et B sont libres.

On peut ensuite utiliser le fichier pour débattre autour des six autres cas. On peut en effet modifier le rapport donné avec le curseur.

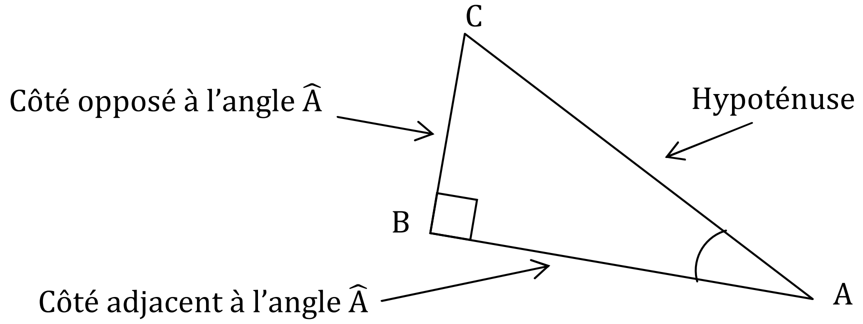
Fichier « Cosinus 2.ggb » :

Ce fichier peut être utilisé juste avant d'écrire la synthèse de leçon :
- les points A et B sont libres,
- le curseur modifie l'angle.

Sont affichés les longueurs des côtés [AB] et [AC] et le rapport $\frac{AB}{AC}$.
La case à cocher « Vocabulaire » permet d'afficher le vocabulaire associé à l'angle $\widehat{B}$.
La case à cocher « Angle 2 » permet d'afficher le vocabulaire associé à l'angle $\widehat{C}$, la longueur BC et le rapport $\frac{BC}{AC}$.

Annexe 3

Vocabulaire :



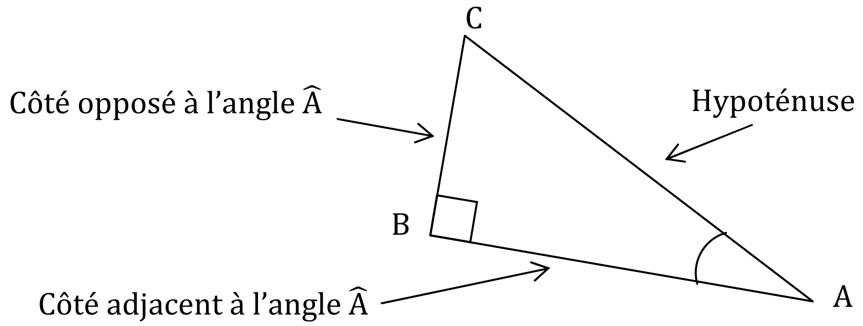
Si ABC est un triangle rectangle en B, la mesure de l'angle $\widehat{A}$ ne dépend que de la valeur $\frac{AB}{AC}$.
Ce rapport est un nombre appelé cosinus de l'angle $\widehat{A}$, noté cos $\widehat{A}$.

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos \widehat{C} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{C}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

Remarque : le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

Vocabulaire :



Si ABC est un triangle rectangle en B, la mesure de l'angle $\widehat{A}$ ne dépend que de la valeur $\frac{AB}{AC}$.
Ce rapport est un nombre appelé cosinus de l'angle $\widehat{A}$, noté cos $\widehat{A}$.

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos \widehat{C} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{C}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

Remarque : le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

Rapports trigonométriques en classe de 3e

Objectif

L'activité proposée cherche à introduire deux nouveaux rapports trigonométriques dans le triangle rectangle : la tangente et le sinus d'un angle aigu.
D'autre part, elle fait appel à des notions déjà rencontrées en classe de 4e (cosinus d'un angle aigu et égalité de Pythagore). Réalisée en début d'année de 3e, elle peut donc constituer une séance de révisions sans en porter le nom. Conduisant à l'acquisition de nouvelles connaissances, elle s'avère ainsi plus stimulante que de simples exercices systématiques de révisions.
Enfin, les élèves peuvent être autorisés à rechercher les notions utiles dans leur manuel scolaire. La première séance proposée peut donc être l'occasion de se familiariser avec l'organisation et la structure de ce manuel.
Cette activité est une version adaptée d'un article de l'Irem de Poitiers, extrait du Bulletin Inter-Irem Premier cycle, Suivi scientifique Classe de troisième 1988-1989.

Durée

2 heures.

Matériel

- Instruments de géométrie,
- manuel scolaire,
- calculatrice,
- papier millimétré (séance 2).

Prérequis

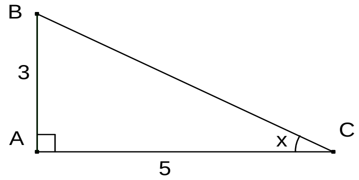
Les élèves sont familiarisés avec la trigonométrie depuis la classe de 4e par la partie traitant du cosinus.
Le cosinus associé au théorème de Pythagore permet de résoudre de nombreux problèmes de trigonométrie, en particulier celui posé dans le cadre de cette activité.

Séance 1

Situation problème

Il s'agit de montrer qu'il existe des outils plus performants (tangente et sinus) pour résoudre certains types de problèmes.

1. Appropriation de la consigne et recherche d'une méthode (25 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur trace la figure suivante au tableau et donne la consigne à l'oral :  « *Que vaut x ?* » « *Tout type de matériel est autorisé pour répondre à cette question.* »	
Le professeur laisse les élèves chercher individuellement quelques minutes et leur demande de proposer une méthode par une ou plusieurs phrases.	Les élèves se mettent au travail et rédigent une ou plusieurs phrases sur leur cahier.
Lorsque la quasi-totalité des élèves ont proposé une méthode, le professeur les répartit en groupes de 4 ou 5. Il les invite à résoudre le problème. « *Je vous laisse 15 à 20 minutes pour résoudre le problème.* »	Les élèves débattent entre eux pour le choix de la méthode. Dans certains groupes, l'idée d'utiliser le cosinus et l'égalité de Pythagore est bien présente mais ils ne se souviennent pas comment mettre en application ces outils. L'enseignant les autorise alors à rechercher dans leur manuel scolaire les notions dont ils ont besoin.
Si cette activité est réalisée en tout début d'année, le professeur, en circulant dans la classe, peut prendre des informations sur ses nouveaux élèves : quels sont ceux qui semblent moteurs dans les groupes, ceux qui semblent avoir des difficultés, ceux qui n'ont pas assimilé « les règles du jeu » de la démonstration, etc…	Certains élèves peuvent proposer de tracer le triangle en vraie grandeur et de mesurer l'angle. Dans ce cas, les autres invalident assez rapidement cette méthode, ne la considérant pas comme remplissant le contrat mathématique de la démonstration mais peuvent la retenir comme méthode de validation finale. Tous finissent par calculer la longueur de l'hypoténuse BC grâce à l'égalité de Pythagore puis x en utilisant le cosinus. Ils enchaînent les calculs sur la calculatrice et trouvent donc la même valeur approchée de x : 30,96°.

2. Introduction de nouveaux outils plus performants (20 min) :

Le professeur invite les élèves à reprendre leur place. La suite du travail se fera de façon individuelle. Il procède à la mise en commun et demande à un ou plusieurs élèves de présenter la méthode retenue et les calculs. Il demande alors si la donnée des deux côtés de l'angle droit suffit pour trouver les angles $\widehat{C}$ et $\widehat{B}$. Pour répondre à cette question, il invite les élèves à refaire leurs calculs en prenant d'autres mesures pour AB et AC tout en gardant $\frac{3}{5}$ comme rapport $\frac{AB}{AC}$. On retrouve ici l'esprit de l'activité proposée dans cette brochure pour l'introduction du cosinus en 4e.	Les élèves réfléchissent pour traduire la consigne. Certains ne comprennent pas ce qui est attendu d'eux. Le professeur pourra leur proposer de prendre $AB = 6$ et de trouver la valeur de AC correspondante.
Il est important de s'assurer que tous ont le temps d'aboutir au calcul de x correspondant à leur triangle. Les attentes en termes de rédaction du raisonnement ne sont pas la priorité ici.	Certains auront terminé bien avant les autres, le professeur pourra leur proposer de recommencer en prenant de nouvelles valeurs. Il est important que différents triangles aient été choisis dans la classe, le professeur pourra inciter les élèves les plus habiles à prendre des longueurs différentes de celles choisies dans l'ensemble (souvent 6 et 10 ou 9 et 15).
Lorsque tous ont terminé, le professeur recense au tableau les valeurs choisies pour AB et AC et celles trouvées pour x. Elles peuvent légèrement différer les unes des autres du fait des valeurs approchées utilisées par les élèves dans les enchaînements des calculs. Le professeur indique alors qu'il existe des outils plus performants, évitant de devoir enchaîner l'utilisation de l'égalité de Pythagore et du cosinus. Il fait remarquer que deux autres touches sin et tan avoisinent la touche cos sur la calculatrice ; ces deux touches correspondent à deux autres rapports trigonométriques.	

Il invite les élèves à réaliser des essais à la calculatrice pour déterminer si le rapport $\frac{3}{5}$ est la tangente ou le sinus de l'angle. Le professeur valide alors.	Les élèves essaient les séquences de touches correspondant au calcul d'un angle connaissant son sinus ou sa tangente. Ils connaissent une valeur approchée de la valeur de x cherchée : 30 ,96°. Ils concluent rapidement que le rapport $\frac{3}{5}$ est la tangente de l'angle $\widehat{C}$.

3. Institutionnalisation (10 min) :

Une synthèse est réalisée :
Le professeur peut d'abord rappeler le vocabulaire déjà donné en 4^{e} : côté adjacent, côté opposé et hypoténuse puis donner les définitions de la tangente et du sinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle.

Le professeur écrit la synthèse au tableau ou distribue une photocopie de l'annexe 1.

S'il souhaite réaliser la séance suivante telle qu'elle est proposée dans notre brochure, le professeur distribue, pour la préparer, un tableau de valeurs (annexe 2) que les élèves devront compléter à la maison.
Dans ce tableau, les valeurs extrêmes choisies pour x sont 1° et 89°. En effet, pour x = 0° ou pour x = 90°, il n'y a plus de triangle et les définitions du sinus et de la tangente n'ont alors plus de sens pour les élèves.
Il pourra, par la suite, proposer de vérifier ce que la calculatrice affiche pour un angle de 0° et de 90°.

Séance 2

Cette séance peut débuter par un exercice de type automatisme « trigonométrie – série 1 » (p 128).

4. Prolongement, représentation graphique :

Cette partie peut être facultative, l'enseignant peut choisir de l'aborder ou non.
Néanmoins, elle nous semble intéressante pour préparer les élèves à la notion de fonction.

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur vérifie que chacun a réussi à compléter le tableau de valeurs distribué lors de la séance précédente. Il peut arriver que certains élèves n'aient pas réglé leur calculatrice en mode degré, ce sera l'occasion de rappeler la nécessité de ce réglage. Les élèves sont ensuite incités à émettre des remarques quant aux résultats obtenus. Ces remarques sont notées à la suite de la synthèse réalisée lors de la séance précédente et sont justifiées.	Ces derniers peuvent formuler le fait que le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres compris entre 0 et 1, ce qui n'est pas le cas pour la tangente. D'autres observent que pour deux angles complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre et que les tangentes sont inverses l'une de l'autre.
Le professeur propose ensuite aux élèves de représenter graphiquement le sinus, le cosinus et la tangente en fonction de l'angle dans un même repère, sur une feuille de papier millimétré. Il laisse quelques minutes aux élèves pour débattre en binômes du choix de l'échelle des axes. Il organise un débat au sein de la classe pour fixer une échelle commune à tous. La feuille en position portrait, 1cm pour 5° en abscisse et 1cm pour 0,1 en ordonnées permet d'obtenir trois courbes éloquentes, cette échelle ne permettra toutefois pas de placer les points de représentation de la tangente dont l'abscisse est supérieur à 65°.	Les élèves discutent, certains ont besoin de tracer le repère pour raisonner. Assez rapidement, ils évoquent le fait que les parties négatives des axes seront inutiles et qu'il conviendra donc de placer l'origine du repère en bas à gauche de la feuille.

Le professeur engage ensuite les élèves à placer les points de la représentation graphique du cosinus. Il peut rappeler au tableau, si nécessaire, comment procéder pour placer le premier point. Il peut entraîner les élèves à observer l'allure générale de la courbe pour reconnaître un point mal placé. Lorsque tous les élèves ont terminé, il peut utiliser le fichier tableur cos_sin_tan.xlsx (feuille de calcul intitulée cos) afin d'aider les élèves à tracer leur représentation graphique. En effet, bien souvent, lors du tracé de la première représentation graphique, les élèves souhaitent joindre deux points de la courbe par un segment (fonction affine par morceaux). Il est important d'illustrer comment « lisser » la courbe. Pour cela, il suffit de procéder à un <u>clic droit</u> sur le graphique puis de choisir <u>modifier le graphique,</u> choisir <u>courbe</u>. L'enseignant peut expliquer pourquoi lisser la courbe en calculant rapidement avec le tableur les coordonnées d'un point intermédiaire. Mais le temps consacré à cette justification doit rester bref, la notion de fonction sera retravaillée ultérieurement.	Les élèves travaillent de façon individuelle, placent les points et appellent l'enseignant quand tous les points sont placés. Une fois la représentation graphique du cosinus terminée, les élèves placent les points pour représenter graphiquement le sinus et la tangente.
Lorsque la totalité des élèves ont terminé ou quasiment terminé, le professeur peut s'appuyer sur les trois représentations graphiques réalisées sur le fichier cos_sin_tan.xlsx en vidéoprojection, il doit choisir la feuille de classeur intitulée 3courbes. Un débat collectif est alors mené portant sur l'évolution du sinus, du cosinus et de la tangente en fonction de la valeur x de la mesure de l'angle.	Des remarques sont alors formulées par les élèves : - le cosinus diminue lorsque l'angle augmente et il est compris entre 0 et 1 ; - le sinus augmente lorsque l'angle augmente et il est compris entre 0 et 1 ; - la tangente augmente en même temps que l'angle mais elle peut avoir une valeur supérieure à 1 (tan 89,9° = 573) et n'a pas de valeur pour 90°. Un retour au triangle rectangle est fait pour expliquer ce phénomène.

Le professeur note ces remarques au fur et à mesure qu'elles sont faites par les élèves, il les fait reformuler si nécessaire. Elles sont recopiées à la suite de la synthèse, les courbes sont collées à proximité pour illustrer ces remarques.	- les deux graphiques sinus et cosinus permettent de retrouver les propriétés des angles complémentaires. - le sinus et cosinus sont égaux pour 45°, propriété justifiée par retour au triangle rectangle isocèle.

Séance 3

Cette séance peut débuter par un exercice de type automatisme « trigonométrie – série 2 » (p 130).

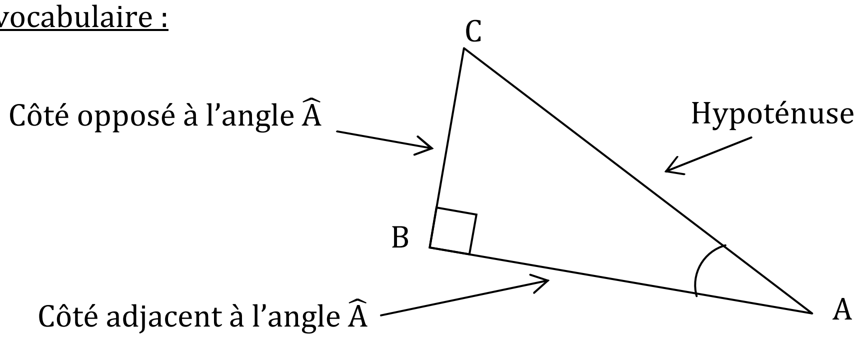
5. Applications :

Le professeur procède dans cette partie à un inventaire des exercices utilisant le cosinus, le sinus ou la tangente d'un angle aigu.
Pour cela, il interroge les élèves : « A votre avis, à quoi vont servir ces trois formules ? ».

Il propose des exemples d'application de son choix, variant la finalité (calcul de la mesure d'un angle ou de la longueur d'un côté) et le choix de la formule trigonométrique utilisée, expliquant comment choisir la formule appropriée parmi les trois vues dans la leçon.
Nous proposons d'ailleurs, en fin de brochure, des exercices de type automatisme intitulés « trigonométrie – série 3 » pour entraîner les élèves à réaliser ce choix.

Annexe 1

<u>Rappel de vocabulaire :</u>



<u>Définitions :</u>

Si ABC est un triangle rectangle en B, on appelle :

- cosinus de l'angle $\widehat{A}$, le nombre noté cos $\widehat{A}$ et défini par :

$$\cos\widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

- sinus de l'angle $\widehat{A}$, le nombre noté sin $\widehat{A}$ et défini par :

$$\sin\widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

- tangente de l'angle $\widehat{A}$, le nombre noté tan $\widehat{A}$ et défini par :

$$\tan\widehat{A} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{A}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{A}} = \frac{BC}{AB}$$

Annexe 2

Mesure de l'angle x en degrés	cos x	sin x	tan x
1			
5			
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
75			
80			
85			
89			

Mesure de l'angle x en degrés	cos x	sin x	tan x
1			
5			
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
75			
80			
85			
89			

Mesure de l'angle x en degrés	cos x	sin x	tan x
1			
5			
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
75			
80			
85			
89			

Mesure de l'angle x en degrés	cos x	sin x	tan x
1			
5			
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
75			
80			
85			
89			

Mesure de l'angle x en degrés	cos x	sin x	tan x
1			
5			
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
75			
80			
85			
89			

Mesure de l'angle x en degrés	cos x	sin x	tan x
1			
5			
10			
15			
20			
25			
30			
35			
40			
45			
50			
55			
60			
65			
70			
75			
80			
85			
89			

Angle inscrit – angle au centre en classe de 3^e^

Objectif

L'activité proposée permet l'introduction du vocabulaire relatif aux angles inscrits et angles au centre. De plus, les conjectures formulées par les élèves invitent à comparer des angles inscrits sur un même cercle interceptant le même arc.
Dans un deuxième temps, l'activité conduit les élèves à la recherche du centre d'un arc de cercle afin de comparer la mesure de l'angle au centre et de l'angle inscrit interceptant le même arc de cercle.

Durée

2 séances dont une partie en salle informatique.

Matériel

- GeoGebra (ou tout autre logiciel de géométrie à condition de s'assurer que les constructions sont réalisables par les élèves) ;
- instruments de géométrie ;
- fiches élève à photocopier (annexes 1 et 2).

Habitudes de classe

Il est conseillé que les élèves soient familiarisés avec le logiciel de géométrie, sans être des experts. Ils doivent, entre autres, savoir afficher la mesure d'un angle qu'ils construisent.

Prérequis

Aucun prérequis n'est nécessaire.

Deux versions de cette activité ont été testées dans les classes.
Pour la première, un travail préalable de recherche papier-crayon est réalisé avant d'aller en salle informatique.
Pour la seconde, le professeur conduit d'emblée la classe en salle informatique pour conduire la recherche à l'aide du logiciel informatique.
Dans les deux versions, les élèves doivent travailler sur un fichier réalisé avec le logiciel GeoGebra. Ils doivent utiliser le menu « angle » pour mesurer les angles. Or, par défaut le logiciel affiche la mesure des angles orientés. Il est impossible de modifier ce paramètre. Par conséquent, il arrivera que des élèves interpellent le professeur car le logiciel n'aura pas affiché l'angle qu'il souhaite. Dans ce cas, il suffit de leur indiquer de réaliser la manipulation suivante :
Clic droit sur l'angle →propriétés →Basique → décocher « Autoriser les angles rentrants ».
Pour les élèves habitués à utiliser GeoGebra, cette manipulation ne pose pas de problèmes.

Version 1

Séance 1

1. **Appropriation de la consigne et de la construction (15 min) :**

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur distribue à chacun la photocopie de l'annexe 1 sur laquelle figure la consigne. Il indique aux élèves qu'ils vont travailler en binômes, il lit la consigne à voix haute : « *Où placer un point M pour que l'angle $\widehat{AMB}$ ait la mesure que je vous attribue ? Trouver toutes les possibilités.* » Puis, il attribue à chaque binôme une des valeurs suivantes : 30°, 35°, 40°, 50° et 55°. Il ajoute : « *vous avez le droit d'utiliser tout le matériel de géométrie que vous souhaitez. Je vous laisse 15 min pour vos recherches.* »	Les élèves se mettent à chercher. Certains commencent par placer un point M au hasard puis mesurent la mesure de l'angle $\widehat{\text{AMB}}$. En fonction de cette mesure, ils en déduisent qu'ils peuvent « rapprocher » ou « éloigner » le point M des points A et B. Ils placent un autre point et mesurent à nouveau l'angle. Après avoir placé leur premier point, d'autres pensent à tracer la demi-droite [AM) ou [BM) et déplacent leur rapporteur le long de cette demi droite jusqu'à obtenir le bon angle à l'aide d'une règle posée sur le rapporteur et marquent le point correspondant. D'autres encore, pour placer leur premier point M, utilisent la propriété concernant la somme des angles d'un triangle, fixent les mesures des angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{MBA}$ de sorte que leur somme soit égale à 180° - $\widehat{AMB}$.

Le professeur circule dans la classe pour repérer les premières stratégies. Au bout de quelques minutes, si un binôme n'a pas su place un seul point M, il essaie de les aider avec des remarques du type : « *Placez déjà un point M au hasard, mesurez l'angle. Qu'en pensez-vous ?* ». Il peut les inviter à réaliser la manipulation du rapporteur et de la règle utilisée par les autres élèves ou les inviter à construire sur une feuille de papier un gabarit d'angle dont la mesure correspondant à celle qui leur a été attribuée. Ils utilisent ensuite ce gabarit pour placer le point M. Certes, la construction de ce gabarit peut prendre du temps pour ces élèves qui sont déjà en retard par rapport au reste de la classe. Mais ce retard peut facilement être rattrapé : en effet, placer plusieurs points M sera alors plus rapide à l'aide du gabarit. Concernant les élèves qui n'ont placé qu'un ou deux points, le professeur les invite à en placer d'autres. Il leur rappelle que la consigne demande de trouver toutes les possibilités.	Puis, ils construisent le point M. Lorsqu'un point M est placé, la plupart des élèves cherchent à en construire un second. Souvent, ils construisent le symétrique du premier point par rapport à (AB). D'autres placent un ou deux autres points en utilisant la procédure précédente. Quelques élèves ne savent pas du tout comment s'y prendre. Si leur partenaire de binôme a trouvé un point M, il leur explique la démarche. Les élèves placent quelques autres points et formulent quelques remarques du type : « On ne pourra pas tous les placer ! », « il y en aura plein ! », ou encore « c'est un cercle ! » Certains tracent un cercle de centre le milieu de [AB] et passant par leur premier point.

2. Le travail de conjecture avec le logiciel de géométrie dynamique (15 min) :

Au bout de 15 min, le professeur conduit les élèves sur les postes informatiques. Il leur indique quel fichier ouvrir (*angles inscrits.ggb*), sous quel nom et dans quel répertoire l'enregistrer. Puis, il explique qu'ils doivent réaliser le même travail sur ce fichier en utilisant les menus du logiciel de géométrie dynamique. Il leur laisse 15 minutes.	Les élèves ouvrent et enregistrent leur fichier. Certains comprennent assez vite qu'il suffit de placer un point libre, de mesurer l'angle formé avec le menu « angles » du logiciel puis de déplacer le point de façon à obtenir la mesure d'angle souhaitée. Ils recommencent avec un autre point. Ceux qui ont utilisé la mesure des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ dans le triangle AMB doivent changer de procédure car aucun menu du logiciel ne leur permet de réaliser leur construction.

	Certains élèves convaincus par la recherche crayon-papier que le lieu cherché est un cercle, placent un premier point M, tracent le cercle et estiment avoir terminé le travail. Le professeur doit alors intervenir, leur demander de placer un point sur le cercle tracé, d'afficher la mesure de l'angle correspondant puis de le déplacer sur le cercle pour vérifier que la mesure de l'angle n'est pas toujours celle souhaitée. Les autres, après avoir placé suffisamment de points, souhaitent soit tracer un arc de cercle passant par tous ces points soit tracer un cercle passant par tous ces points. Les élèves enregistrent leur fichier et écrivent une phrase sur la feuille de papier sur laquelle figurait la consigne de départ. Ils écrivent des remarques du type : « Tous les points sont sur un arc de cercle », « Ils sont sur deux arcs de cercle », « on obtient deux arcs de cercle symétriques »,…

3. Synthèse et recherche du centre de cet arc de cercle :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur invite les élèves à reprendre leur place sur les tables de travail classique. Il les interroge : « *Que pensez-vous des points M trouvés ?* » Il leur explique : « *J'ai réalisé à l'aide du logiciel de géométrie dynamique le même travail que vous pour un angle donné. J'ai imprimé un des deux arcs de cercle obtenu. J'ai oublié quel angle j'avais choisi. Aidez-moi à retrouver l'angle choisi et à retrouver le centre de cet arc de cercle. Vous avez le droit d'utiliser les instruments de géométrie que vous souhaitez.* » Il leur distribue l'annexe 2. Si la recherche n'est pas terminée à la fin de la séance, le professeur donne cette recherche à terminer à la maison pour la séance suivante.	Les élèves répondent et échangent. Les élèves cherchent individuellement.

Séance 2

4. Institutionnalisation :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur demande à un élève de rappeler ce qui a été fait lors de la dernière séance. Il corrige le travail à faire. Il procède, rapidement, avec les élèves à un inventaire des méthodes pour la construction du centre d'un cercle et dégage celles à retenir : construction d'un triangle quelconque inscrit dans le cercle et tracé de deux de ses médiatrices, ou construction d'un triangle rectangle inscrit dans le cercle et mesure du milieu O de l'hypoténuse. Il propose aux élèves de comparer les mesures de l'angle $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$. Le professeur introduit alors le vocabulaire « angle inscrit », « angle au centre », « angles qui interceptent le même arc »,… Il peut leur faire écrire dans la leçon ou leur distribuer l'annexe 3. Il peut maintenant formuler les conjectures suivantes : « Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même la même mesure. » « Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit. » Il réalise avec les élèves la démonstration de ces deux conjectures (annexe 4) et institutionnalise les deux propriétés.	 Les élèves exposent leurs différentes démarches à l'oral ou au tableau. Les élèves réalisent leurs mesures. Certains émettent des remarques à l'oral du type : « C'est le double ! » Les élèves, guidés par le professeur, cherchent à construire certaines étapes de la démonstration.

Cette séance peut être suivie de l'exercice de type automatisme « angles au centre, angles inscrits » p 134.

Version 2

Séance 1

1. Appropriation de la consigne, de la construction, recherche d'une conjecture (15 min) :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
En salle informatique, le professeur utilise le vidéoprojecteur pour illustrer sa consigne. Il ouvre le fichier «A*ngles inscrits.ggb* » avec le logiciel GeoGebra. A l'écran, apparaissent un segment [AB] fixé et la consigne suivante: « Où placer un point M pour que l'angle $\widehat{AMB}$ ait la mesure que je vous attribue ? Trouver toutes les possibilités. » Il attribue une des valeurs suivantes : 30°, 35°, 40°, 50° et 55° à chacun des binômes. Il leur indique quel fichier ouvrir (*Angles inscrits.ggb*), sous quel nom et dans quel répertoire l'enregistrer. Il leur laisse 15 minutes de recherche. Il est nécessaire que le professeur leur demande alors de placer un point sur le cercle tracé, de mesurer l'angle correspondant et de déplacer le point sur le cercle.	Les élèves ouvrent et enregistrent et leur fichier. Les élèves placent un point libre, mesure l'angle correspondant et déplace le point de façon que l'angle ait la mesure cherchée. Ils placent ensuite d'autres points. Quasiment tous tracent ensuite un cercle passant par ces points. Les élèves observent alors qu'il faut éliminer certaines positions du point M, ne reste alors plus qu'un arc de cercle !

2. Recherche du centre de l'arc de cercle :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Lorsqu'un binôme a terminé ce travail, le professeur l'invite à reprendre sa place sur une table de travail classique. Il explique : « *J'ai réalisé à l'aide du logiciel de géométrie dynamique le même travail que vous pour un angle donné. J'ai imprimé l'arc de cercle obtenu. J'ai oublié*	Au fur et à mesure, de plus en plus de binômes sont lancés sur la nouvelle recherche papier-crayon.

quel angle j'avais choisi. Aidez-moi à retrouver l'angle choisi et à retrouver le centre de cet arc de cercle. Vous avez le droit d'utiliser les instruments de géométrie que vous souhaitez. » Il leur distribue l'annexe 2.	
Lorsque les élèves ont terminé la construction du centre du cercle, il procède rapidement avec les élèves à un inventaire des méthodes pour la construction du centre d'un cercle et dégagent celles à retenir : construction d'un triangle quelconque inscrit dans le cercle et tracé de deux de ses médiatrices, ou construction d'un triangle rectangle inscrit dans le cercle et mesure du milieu O de l'hypoténuse.	Les élèves exposent leurs différentes démarches à l'oral ou au tableau.
Il propose ensuite aux élèves de comparer les mesures de l'angle $\widehat{AMB}$ et $\widehat{AOB}$.	Les élèves réalisent leurs mesures et émettent des remarques du type : « C'est le double !»

Séance 2

3. Institutionnalisation :

Ce que fait et dit le professeur	Ce que font et disent les élèves
Le professeur demande à un élève de rappeler ce qui a été fait lors de la dernière séance. Le professeur introduit alors le vocabulaire « angle inscrit », « angle au centre », « angles qui interceptent le même arc »,… Il peut leur faire écrire dans la leçon ou leur distribuer l'annexe 3. Il peut maintenant formuler les conjectures suivantes : « Dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même la même mesure. » « Dans un cercle, si un angle inscrit et un angle au centre interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de celle de l'angle inscrit. »	
Il réalise avec les élèves la démonstration de ces deux conjectures (annexe 4) et institutionnalise les deux propriétés.	Les élèves, guidés par le professeur, cherchent à construire certaines étapes de la démonstration.

Cette séance peut être suivie de l'exercice de type automatisme « angles au centre, angles inscrits » p 134.

Comparatif des deux versions :

Nous avons testé la version 1, et, lors de la première recherche papier-crayon, certains élèves ont fait apparaître un cercle. Le logiciel de géométrie permet de mettre en doute cette première conjecture. De plus, ayant conscience que deux points symétriques par rapport à (AB) peuvent répondre à la consigne, les élèves ont de façon quasi systématique construits deux arcs de cercle symétriques à l'aide du logiciel.

Nous avons testé la version 2 avec une autre classe. Sur le fichier informatique, nous avions placé volontairement le segment [AB] en bas de l'écran pour forcer les élèves à ne faire apparaître qu'un des deux arcs de cercle. Mais les élèves activent souvent la molette et changent la position du segment par effet de zoom. Par conséquent, il n'y a pas d'intérêt à placer le segment [AB] en bas de l'écran. Nous avons donc modifié le fichier.
Par ailleurs, n'ayant effectué aucune recherche papier-crayon préalable, les élèves concluent que le lieu cherché est un cercle. L'intervention de l'enseignant pour mettre en défaut cette conclusion doit se faire avec quasiment tous les binômes.

Nous proposons en annexe 5 des copies d'écran des travaux des élèves.

Annexe 1

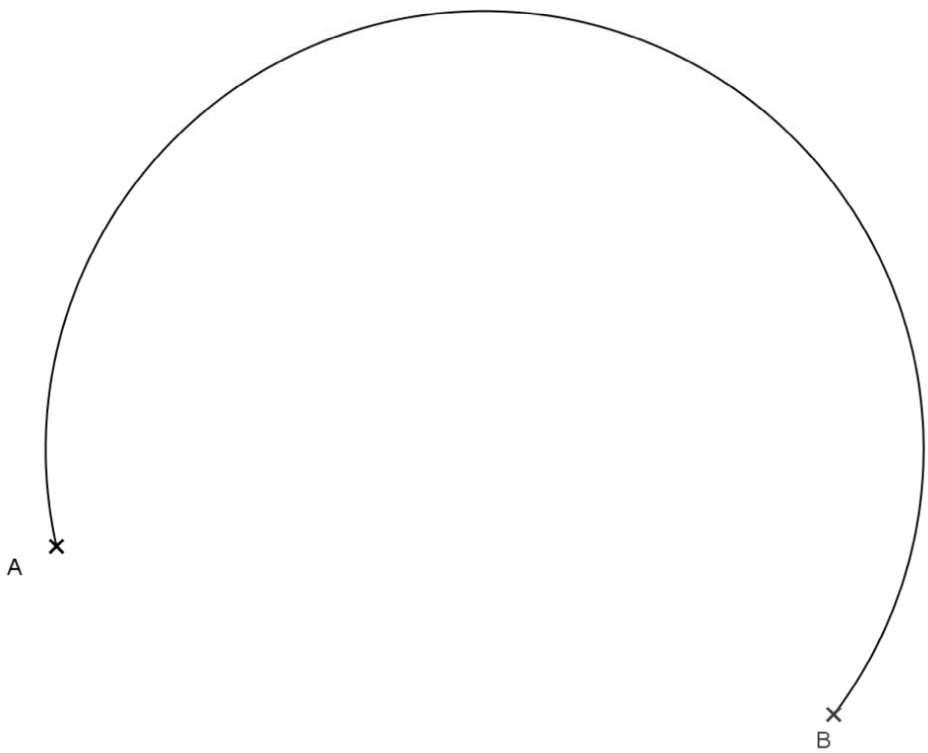
Enoncé :

A et B sont deux points donnés.

Rechercher toutes les positions possibles d'un point M tel que $\widehat{AMB}$ = ……. °.

Annexe 2

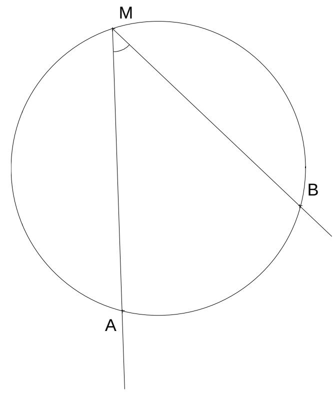
Voici l'arc de cercle obtenu lors d'une des recherches précédentes.
Retrouver l'angle $\widehat{AMB}$ qui a été choisi et construire le centre O de l'arc de cercle qui a été tracé par le logiciel.



Annexe 3
VOCABULAIRE

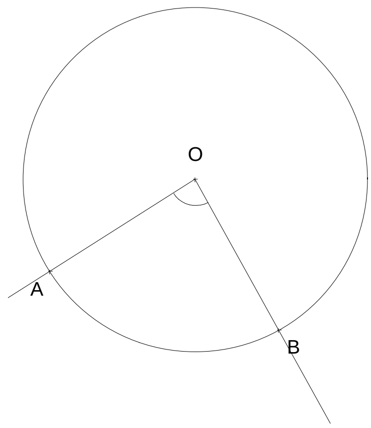
Dans un cercle, on appelle angle inscrit un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés sont les supports de deux cordes.

L'angle $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit.

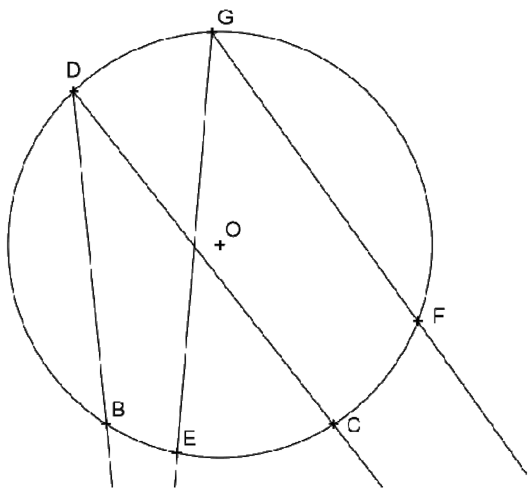


Dans un cercle, un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle.

L'angle $\widehat{AOB}$ est un angle au centre.



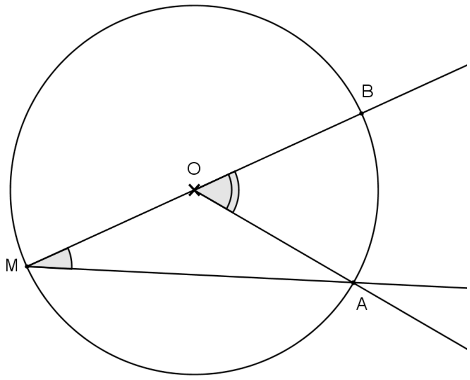
L'angle $\widehat{BDC}$ intercepte le petit arc $\overset{\frown}{BC}$.
L'angle $\widehat{EGF}$ intercepte le petit arc $\overset{\frown}{EF}$.
$\widehat{BDC}$ et $\widehat{EGF}$ sont deux angles inscrits qui n'interceptent pas le même arc.



Annexe 4

DEMONSTRATION

Cette démonstration étant assez complexe, nous nous contentons en classe de démontrer la propriété dans les deux situations suivantes :



Première situation:

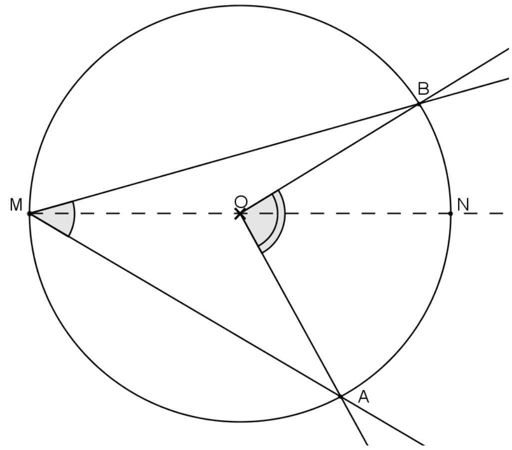
Le triangle MOA est isocèle en O, on a donc :

$\widehat{MOA} = 180° - 2\,\widehat{OMA}$.

De plus, les points M,O et B sont alignés donc :

$\widehat{AOB} = 180° - \widehat{MOA} = 180° - (180° - 2\,\widehat{OMA}) = 2\,\widehat{OMA}$.

Deuxième situation:



On se ramène à la situation précédente en introduisant le point N tel que [MN] soit un diamètre du cercle.

En utilisant le résultat précédent, on a donc :

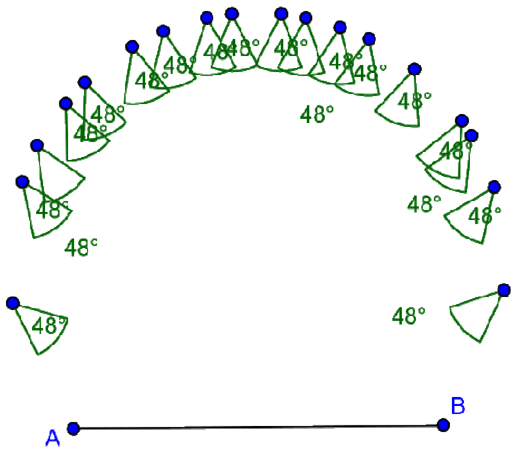
$\widehat{BON} = 2\,\widehat{BMO}$

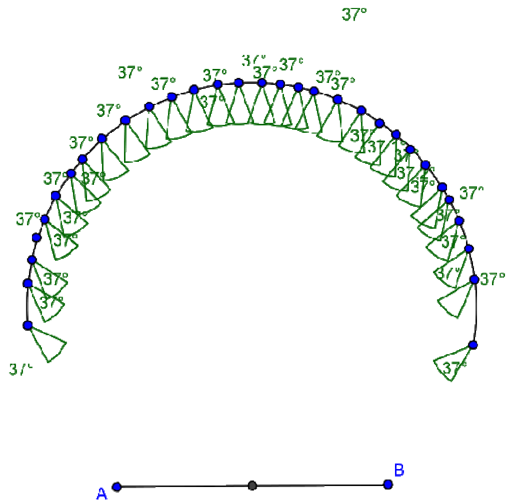
ainsi que $\widehat{NOA} = 2\,\widehat{OMA}$.

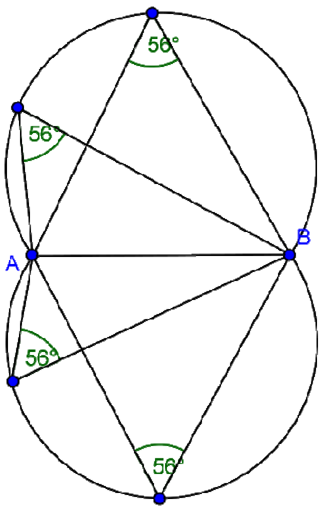
On en conclut que: $\widehat{BOA} = 2\widehat{BMA}$.

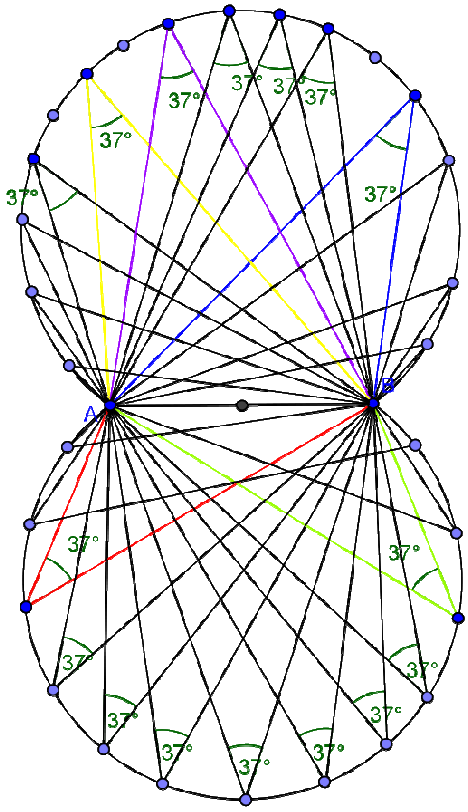
Voici quelques productions d'élèves réalisées avec GeoGebra :

Version 1

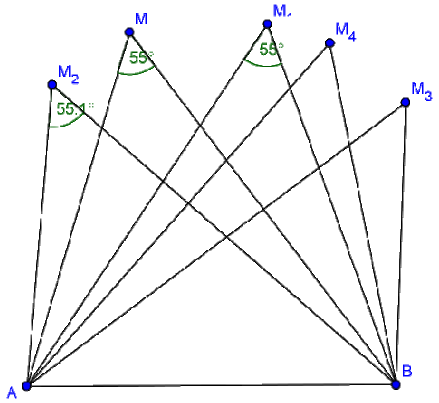


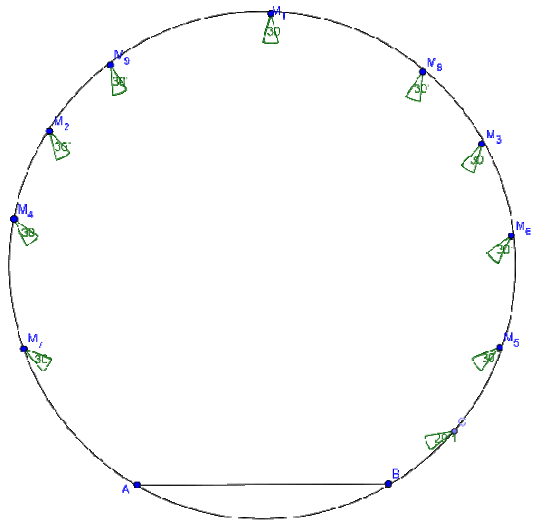


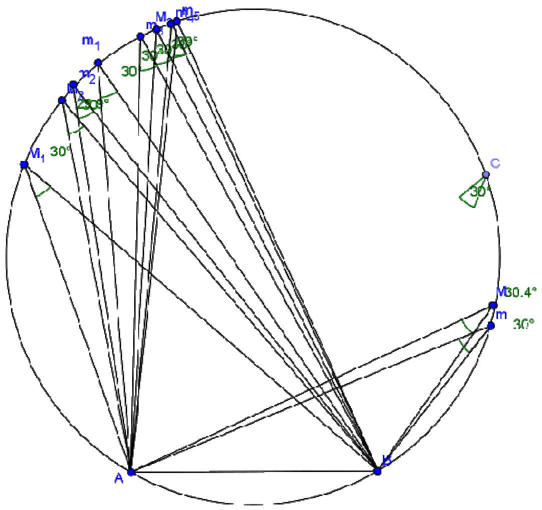


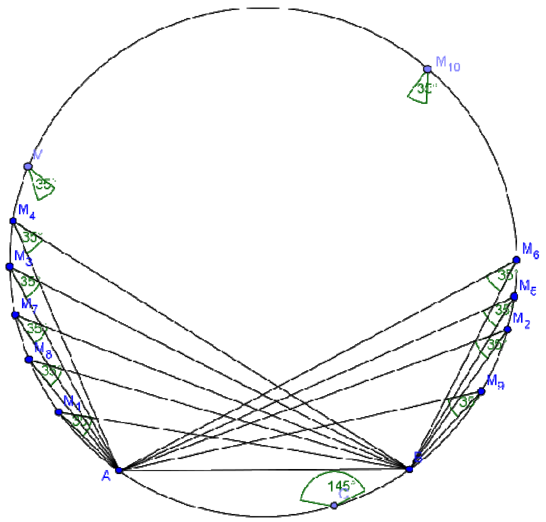


Version 2

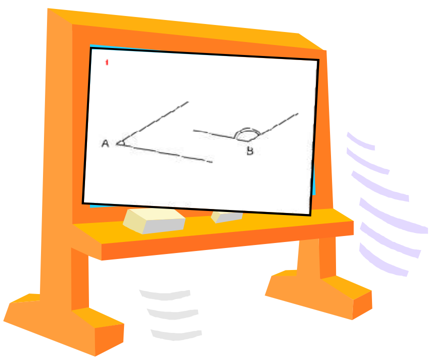








CALCUL MENTAL
ET
AUTOMATISMES



Date : …/…/…

Thème : ………………………

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Date : …/…/…

Thème : ………………………

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Date : …/…/…

Thème : ………………………

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Date : …/…/…

Thème : ………………………

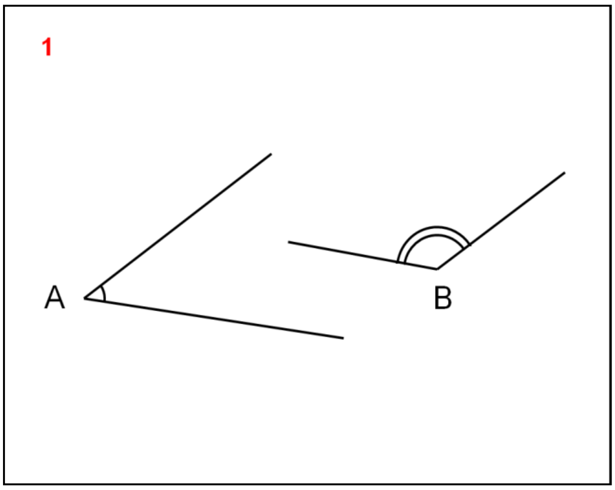
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

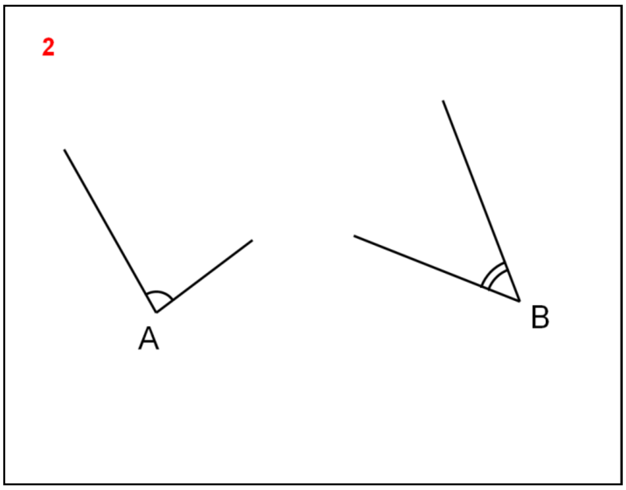
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
comparaison	x			

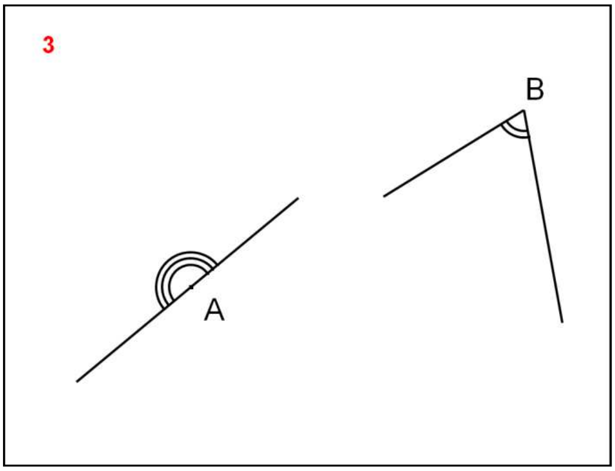
COMPARAISON D’ANGLES A VUE D’ŒIL

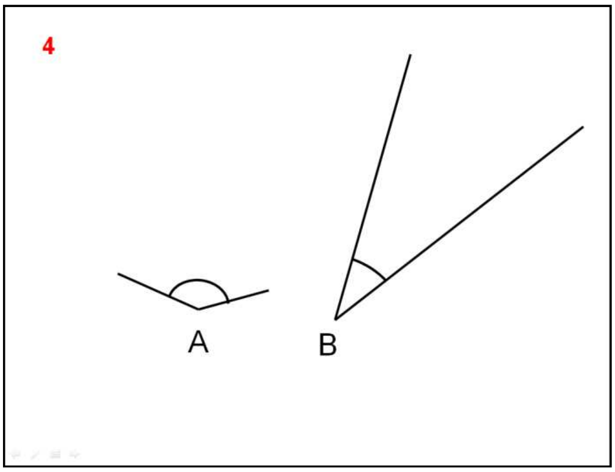
Comparaison d’angles à vue d’œil

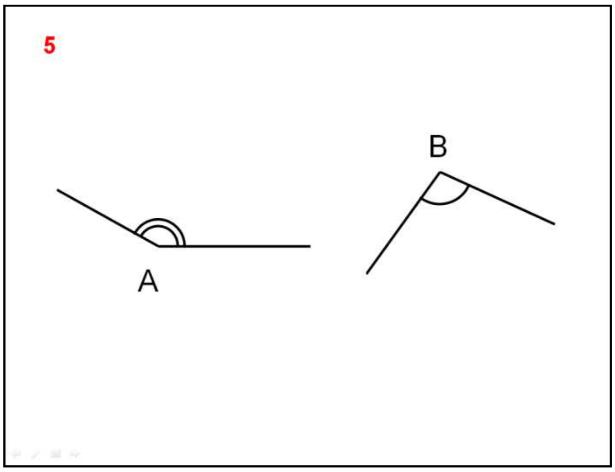
Quel angle a la plus grande mesure ?

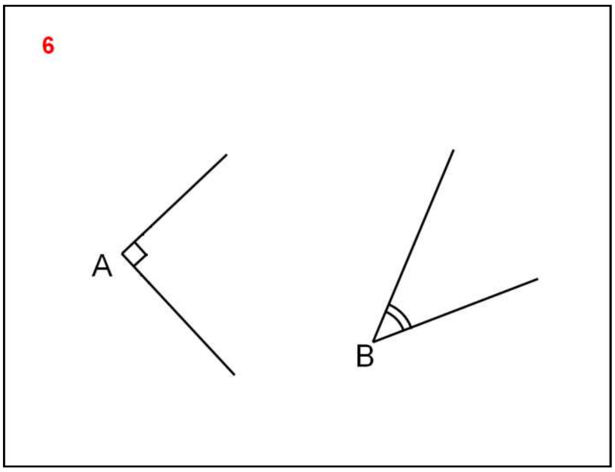


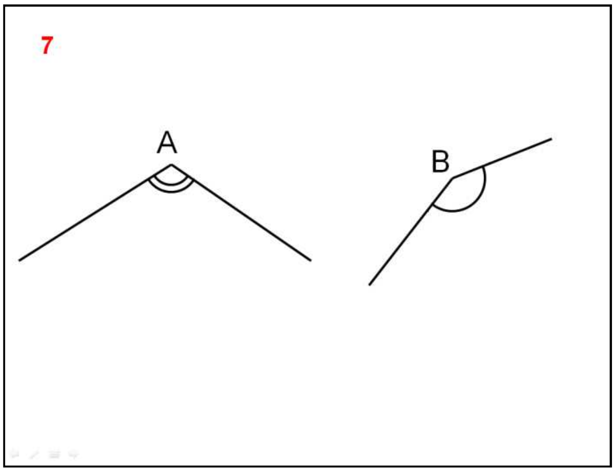


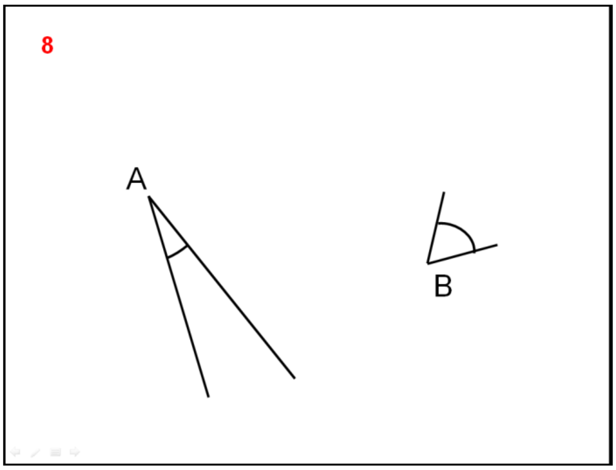


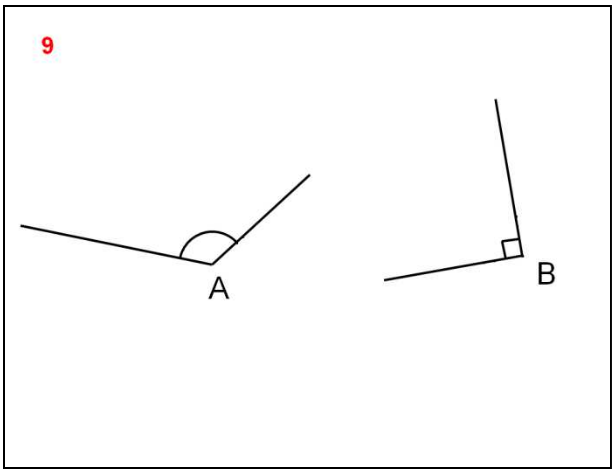


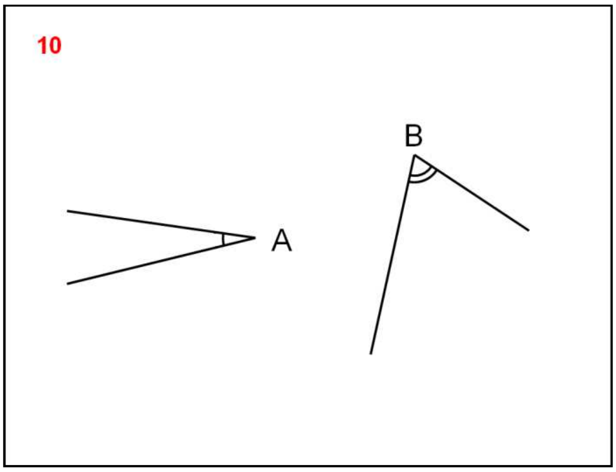

5
B
A


6
A
B


7
A
B

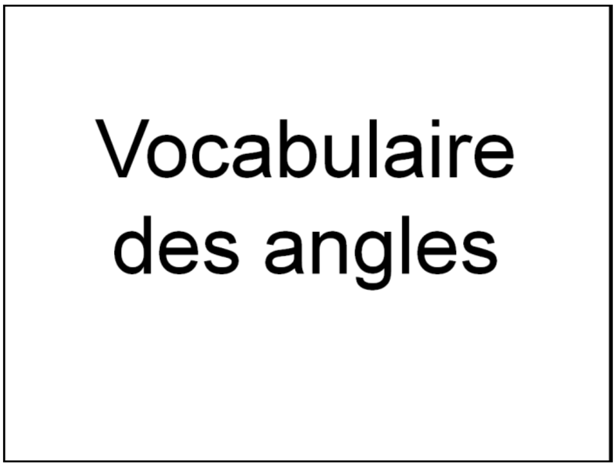

8
A
B

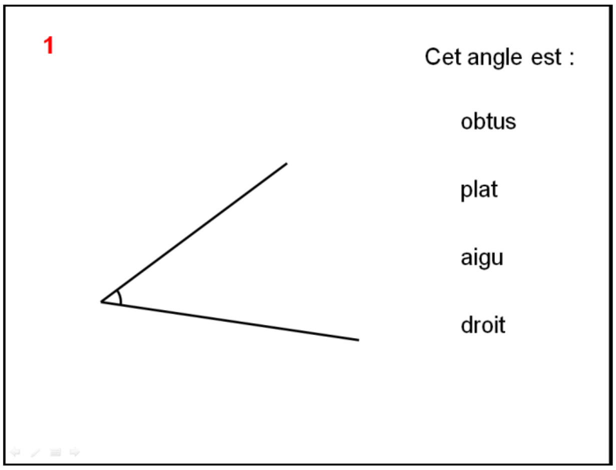

9
A
B

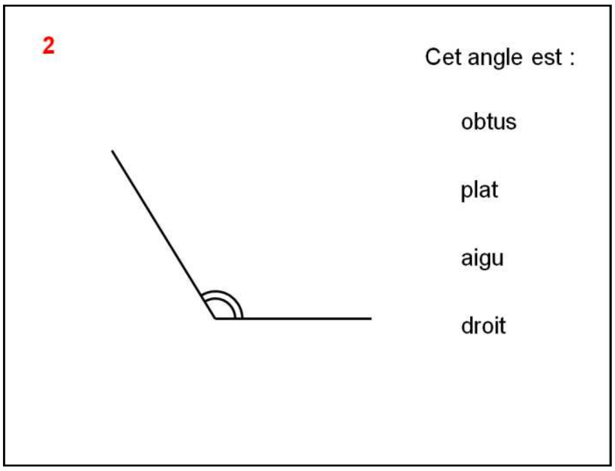

10
B
A

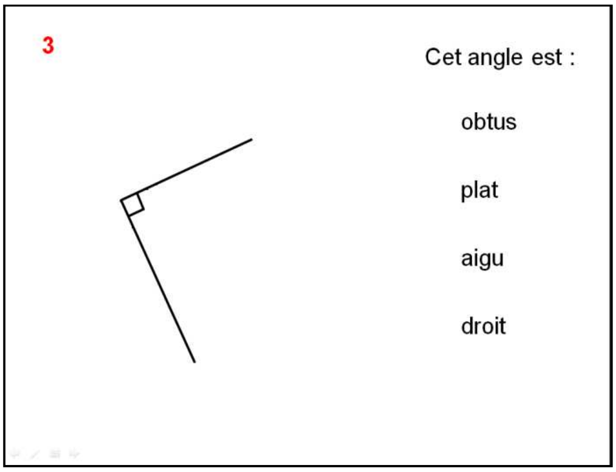
Nom du fichier	6^e	5^e	4^e	3^e
vocabulaire	x			

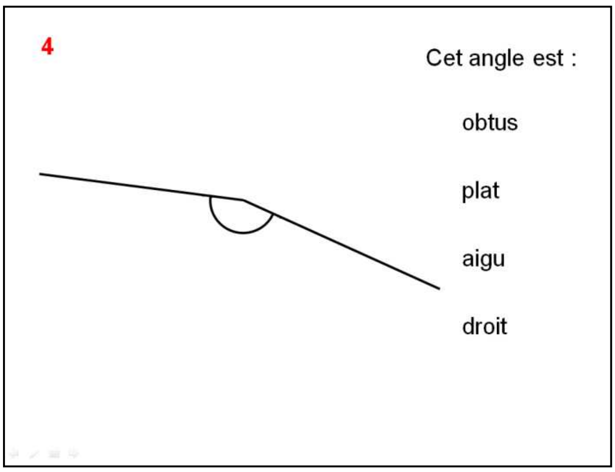
VOCABULAIRE DES ANGLES

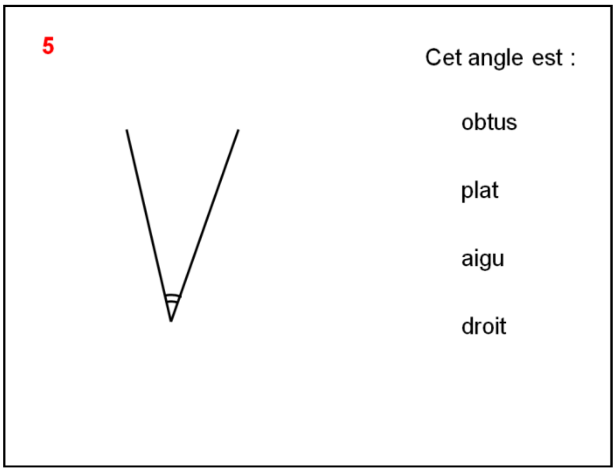




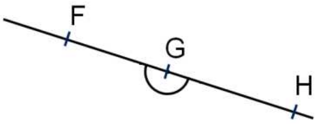








6 Les points F, G et H sont alignés, cet angle est :



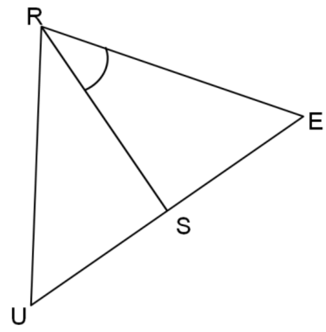
obtus

plat

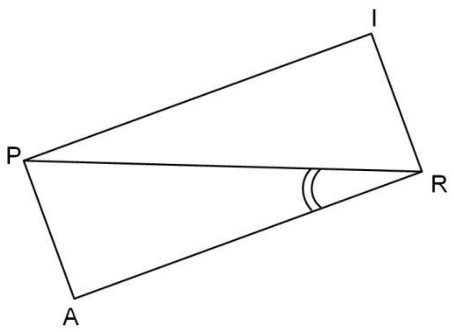
aigu

droit

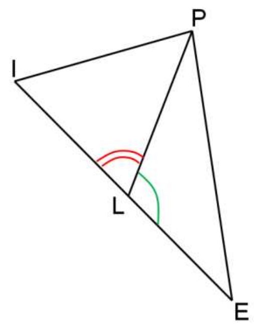
7 Nommer l'angle marqué.



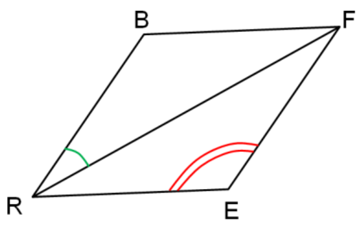
8 Nommer l'angle marqué.



9 Parmi les deux angles marqués, nommer celui qui est obtus.



10 Parmi les deux angles marqués, nommer celui qui est aigu.



Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
estimation	x			

ESTIMATION A VUE D'ŒIL D'UNE MESURE

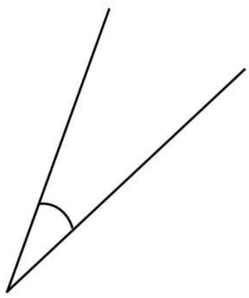
Estimer à vue d'œil la mesure d'un angle.

Pour chaque question, choisir la bonne réponse.

1 Cet angle mesure :

27 °

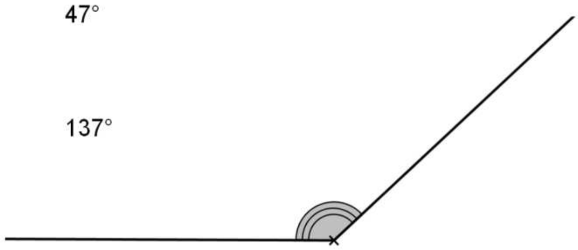
127°



2 Cet angle mesure :

47°

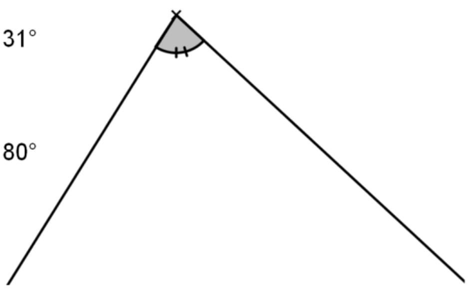
137°



3 Cet angle mesure :

31°

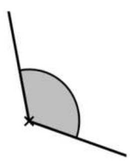
80°



4 Cet angle mesure :

60°

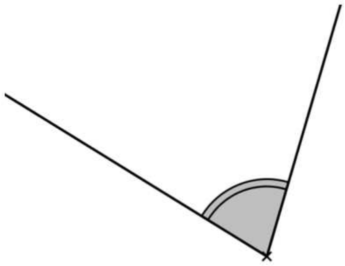
120°



5 Cet angle mesure :

75°

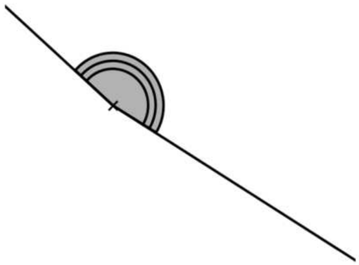
105°



6 Cet angle mesure :

110°

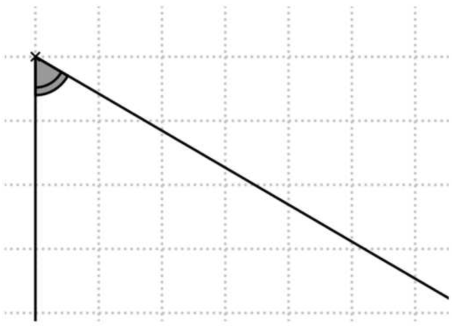
170°



7 Cet angle mesure :

30°

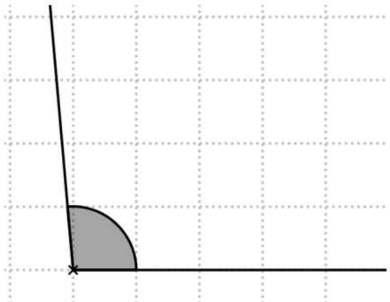
60°



8 Cet angle mesure :

85°

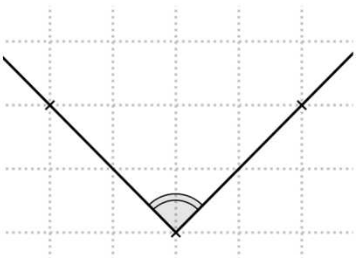
95°



9 Cet angle mesure :

45°

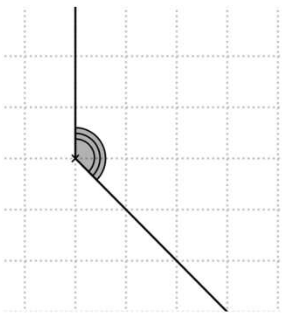
90°



10 Cet angle mesure :

45°

135°

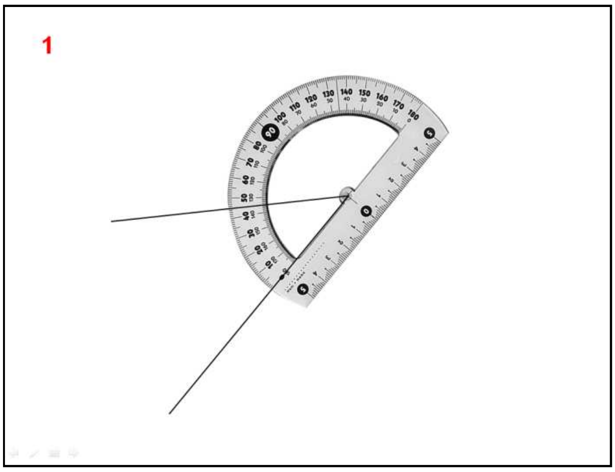


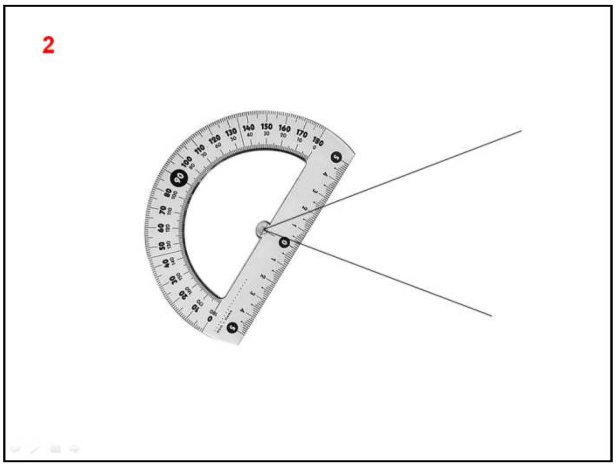
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
mesure	x			

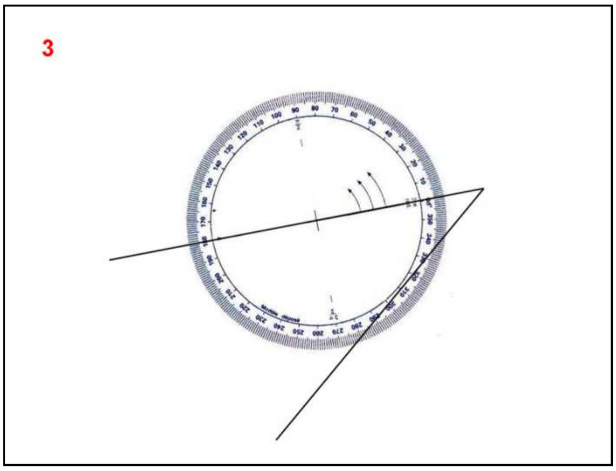
MESURE D'UN ANGLE

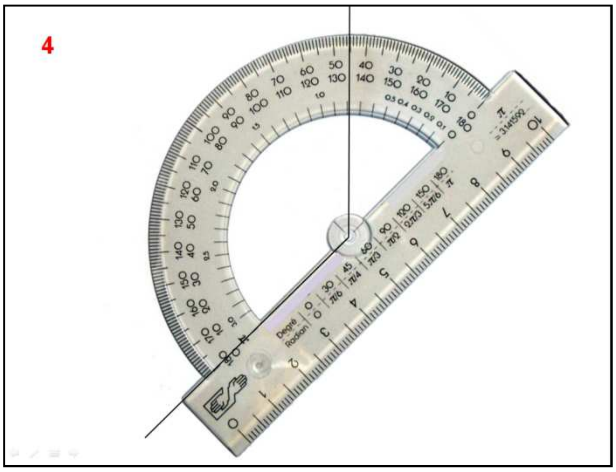
Mesure d'un angle

Donner, si possible, la mesure de l'angle.
Sinon écrire: impossible

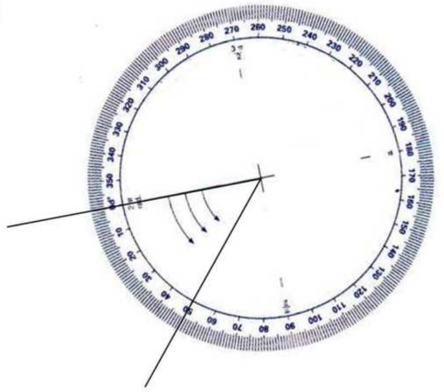




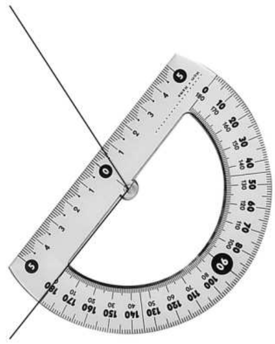




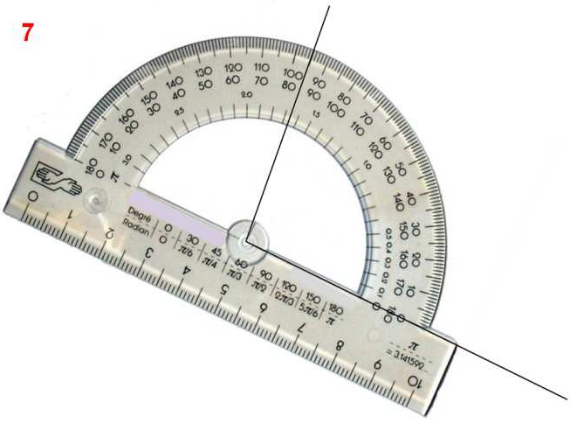
5



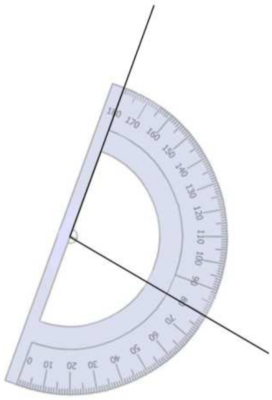
6



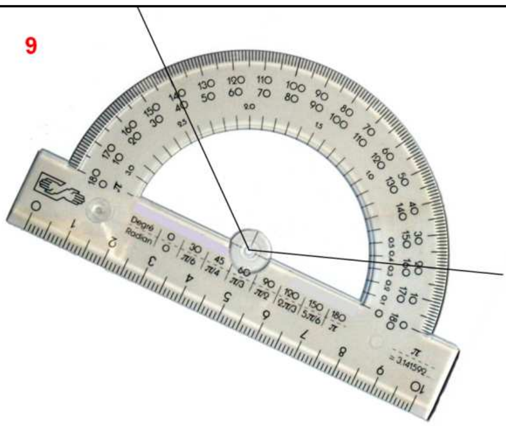
7



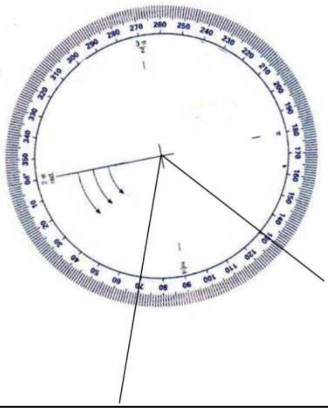
8



9



10



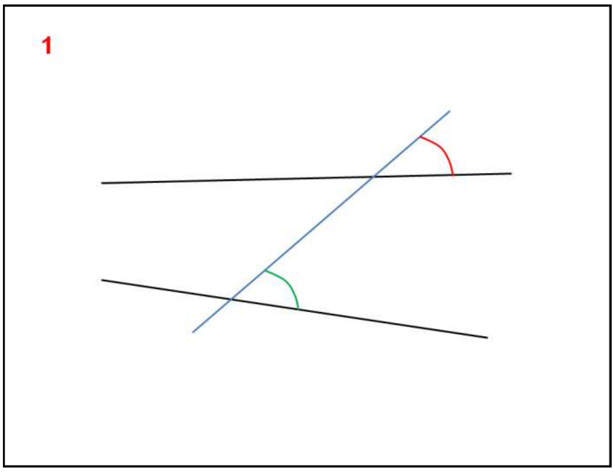
Nom du fichier	6^e	5^e	4^e	3^e
Vocabulaire_serie1		x		

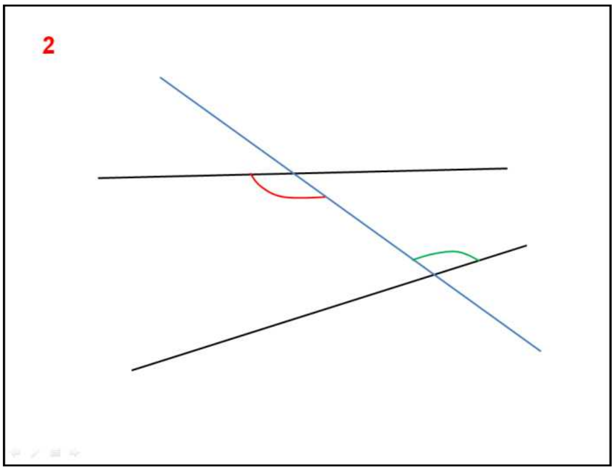
VOCABULAIRE DES ANGLES (série 1)

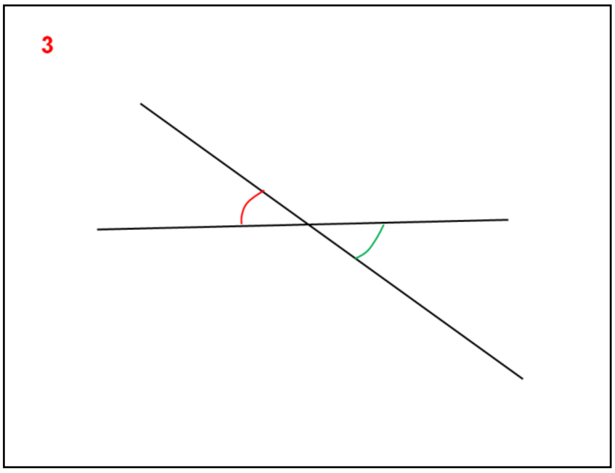
Vocabulaire des angles

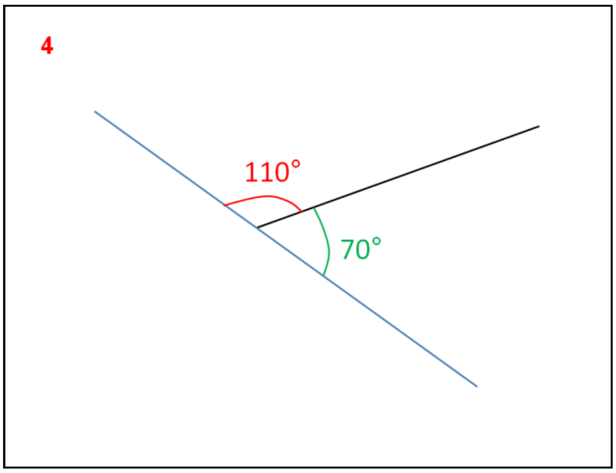
Comment désigner les angles marqués ?
Utilise le vocabulaire de la leçon :

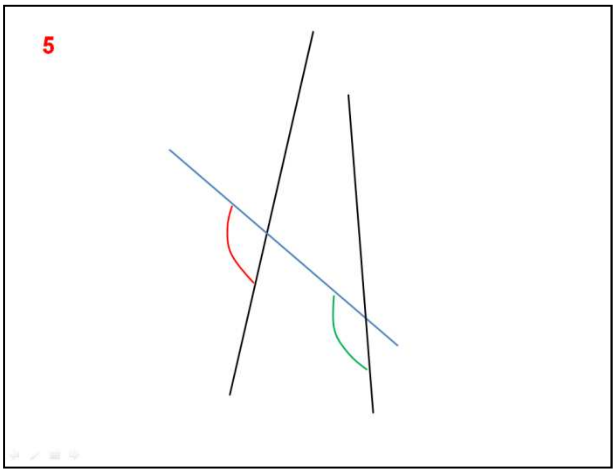
Alternes-internes,
correspondants,
opposés par le sommet,
adjacents,
complémentaires,
supplémentaires.

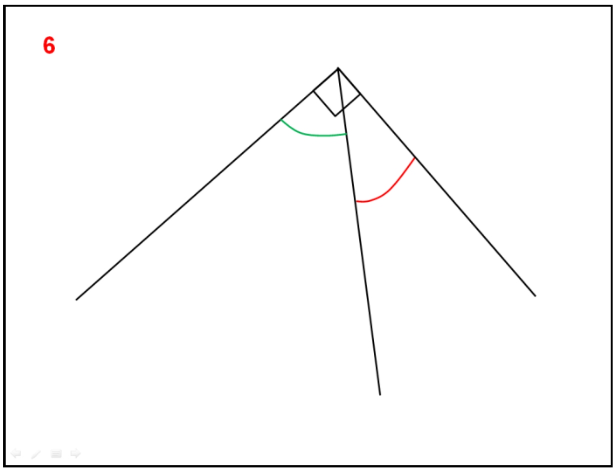


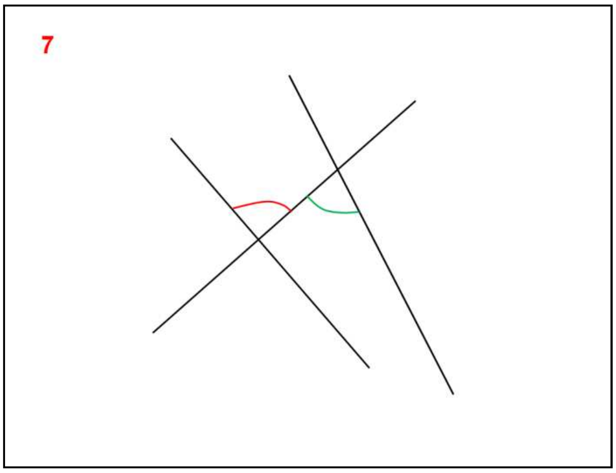


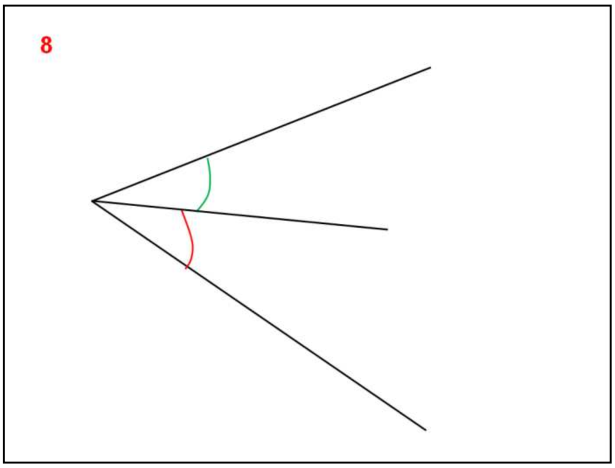


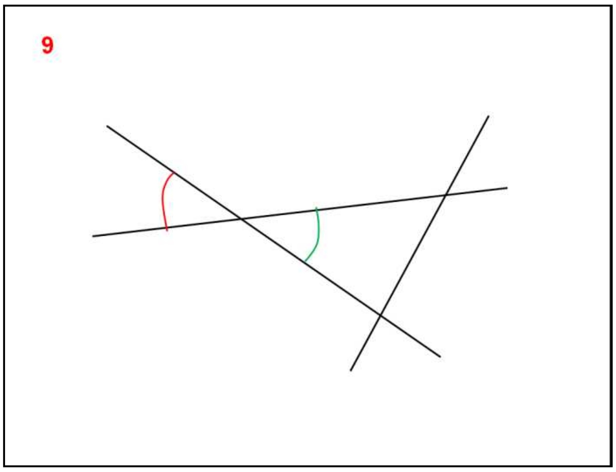


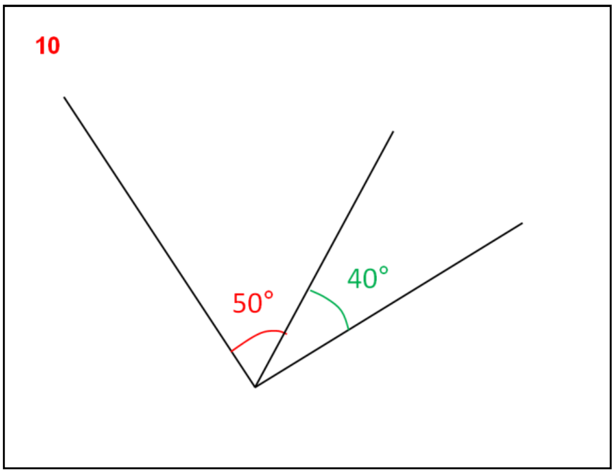

5


6


7


8


9

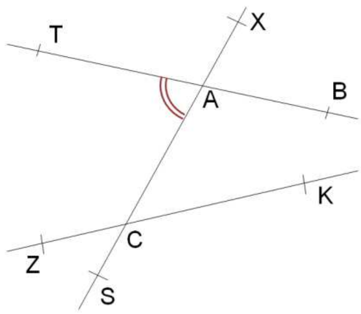

10
50°
40°

Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
vocabulaire_serie2		x		

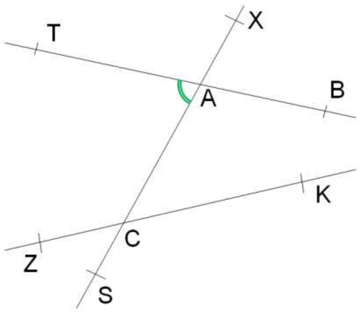
VOCABULAIRE DES ANGLES (série 2)

Vocabulaire des angles

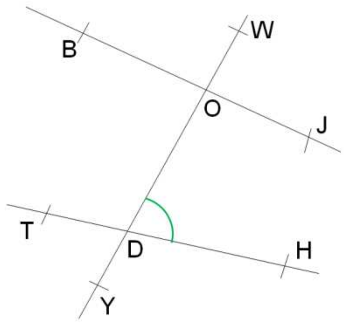
1 Citer l'angle **correspondant** à celui indiqué sur la figure.



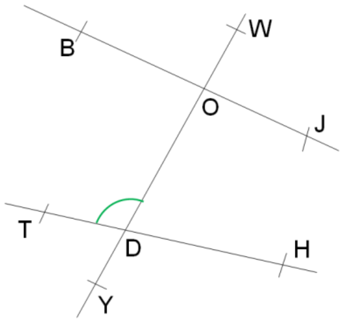
2 Citer l'angle **alterne-interne** avec celui indiqué sur la figure.



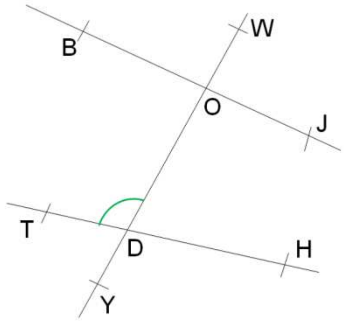
3 Citer l'angle **opposé par le sommet** à celui indiqué sur la figure.



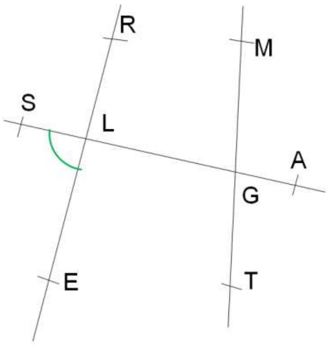
4 Citer l'angle **alterne-interne** avec celui indiqué sur la figure.



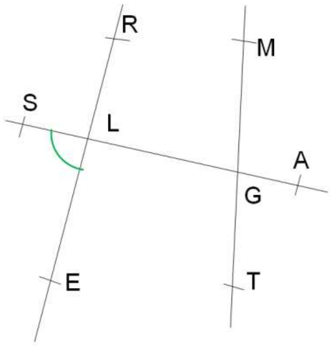
5 Citer un angle **adjacent et supplémentaire** à celui indiqué sur la figure.



6 Citer l’angle **opposé par le sommet** à celui indiqué sur la figure.

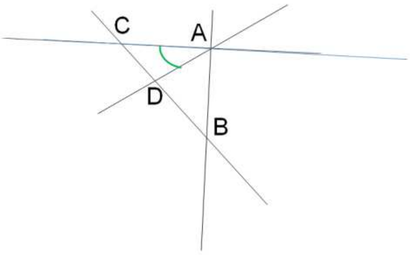


7 Citer l’angle **correspondant** à celui indiqué sur la figure.

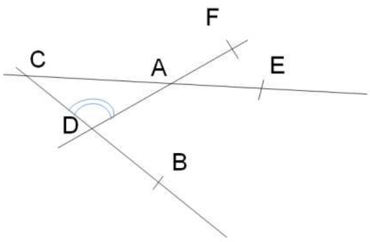


8 Le triangle ABC est rectangle en A.

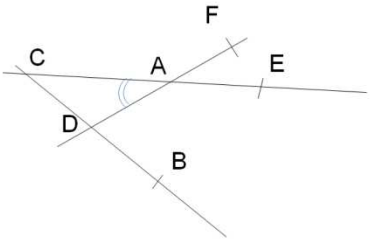
Citer l’angle **complémentaire et adjacent** à celui indiqué sur la figure.



9 Citer l’angle **alterne-interne** à celui indiqué sur la figure.



10 Citer l’angle **opposé par le sommet** à celui indiqué sur la figure.

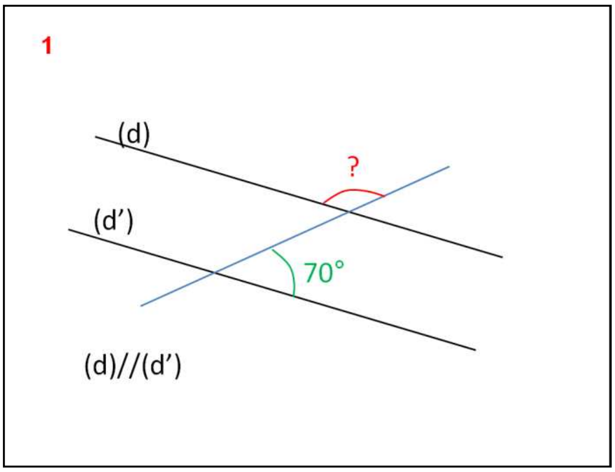


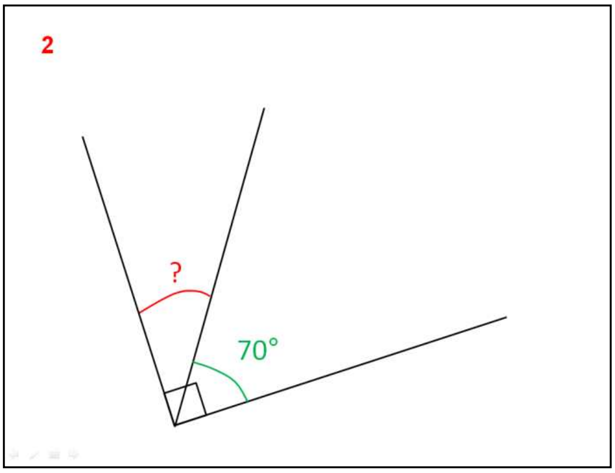
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
calculs_angles		x		

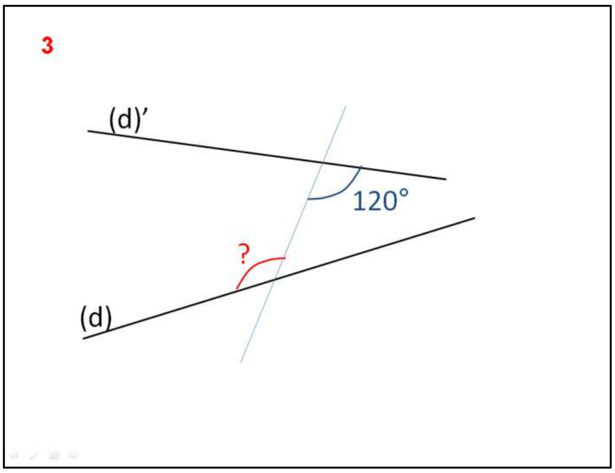
CALCULS D’ANGLES

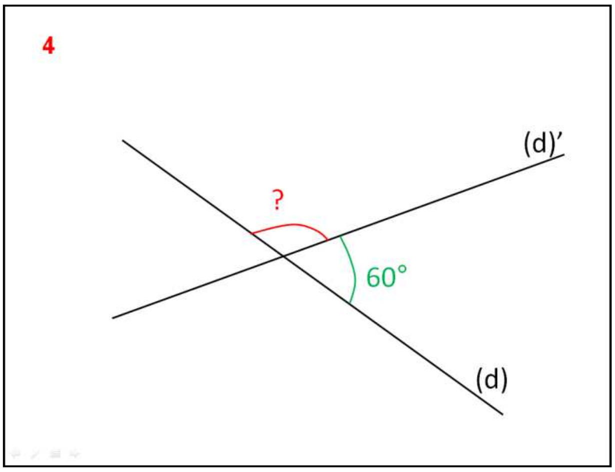
Calculs d’angles

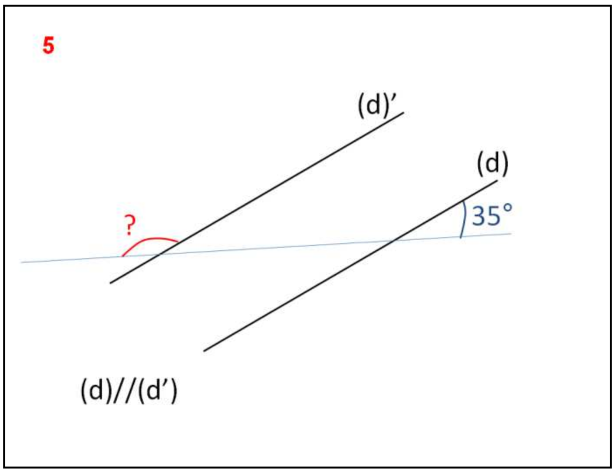
Calculer, si possible, la mesure de l’angle manquant.
Sinon, écrire « impossible ».

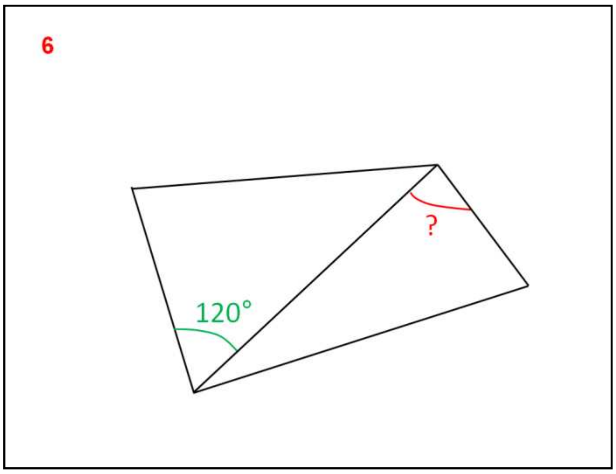


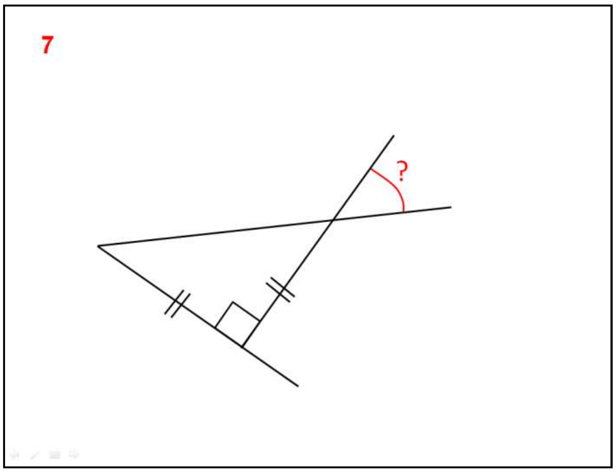


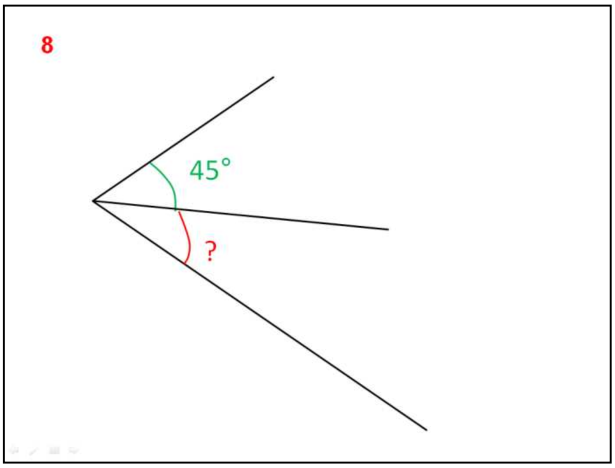


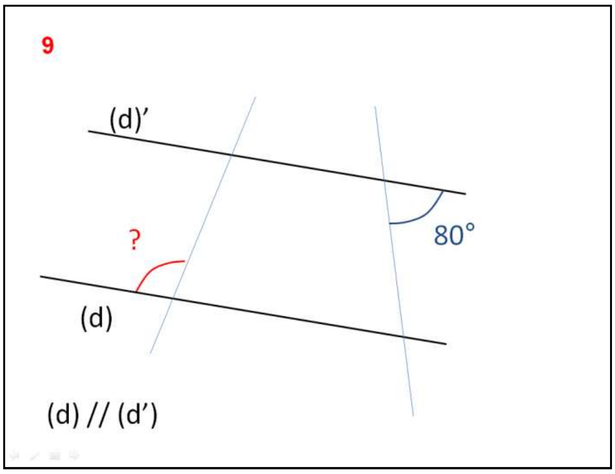


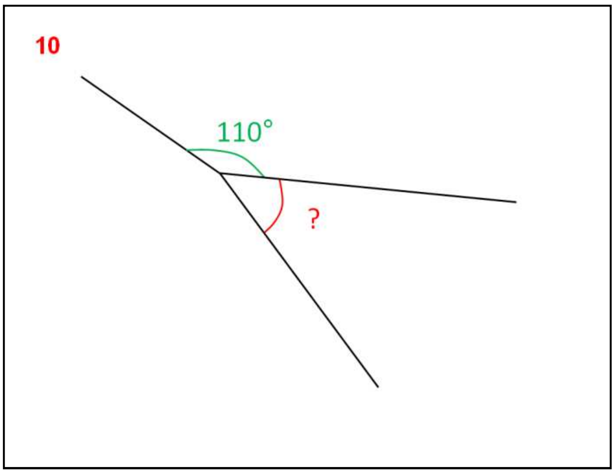

5
(d)'
(d)
?
35°
(d)//(d')


6
?
120°


7
?


8
45°
?


9
(d)'
?
80°
(d)
(d) // (d')


10
110°
?

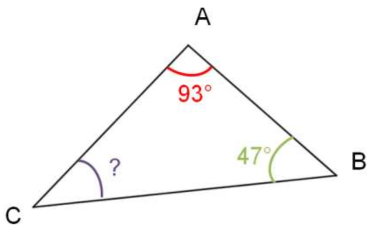
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
calculs_triangle		x		

CALCULS D'ANGLES DANS UN TRIANGLE

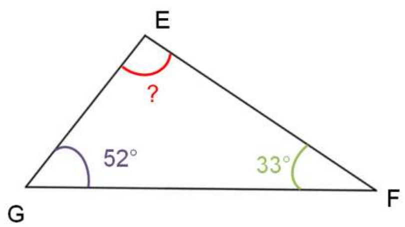
Calcul d'un angle dans un triangle

Quelle est la mesure de l'angle demandé ?

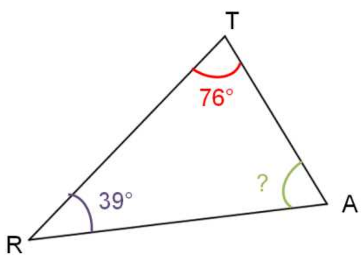
1



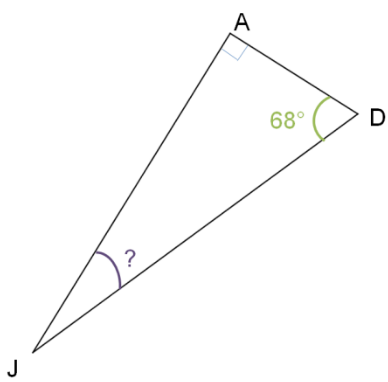
2

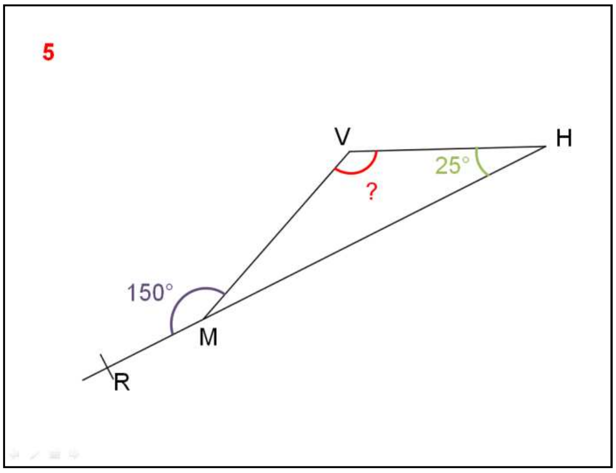


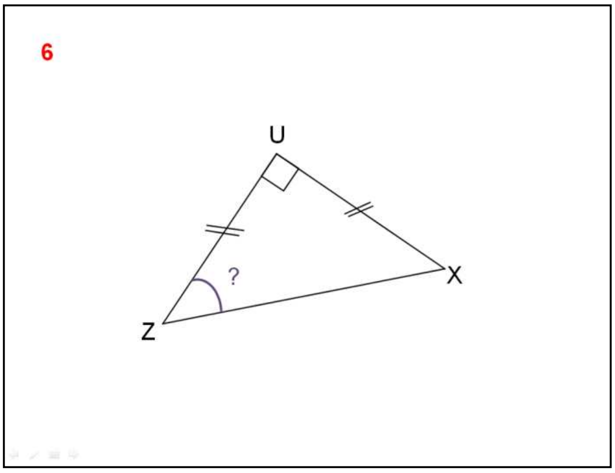
3

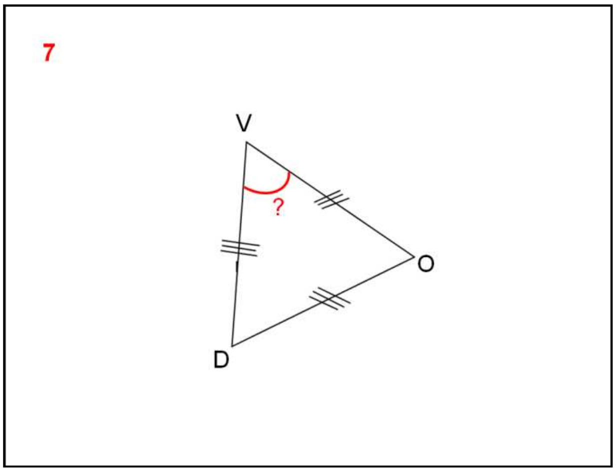


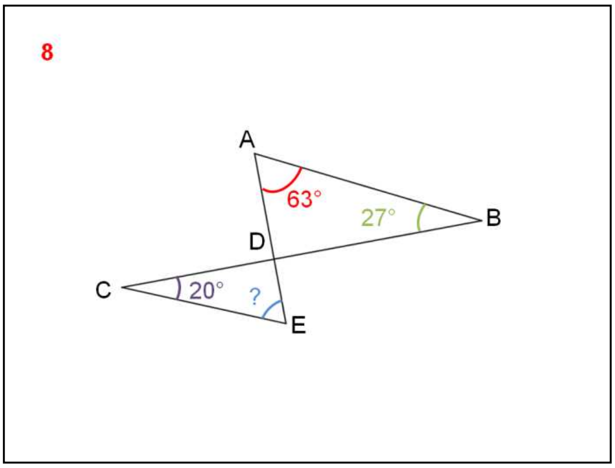
4

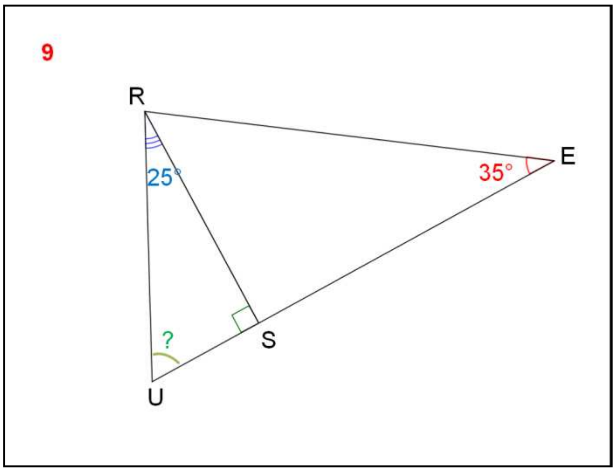


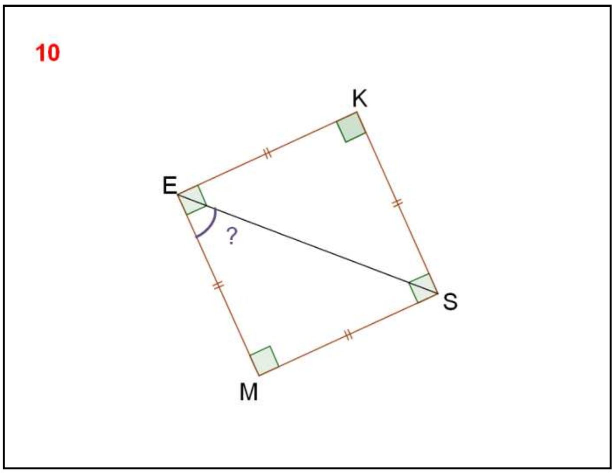

5
V
H
25°
?
150°
M
R


6
U
?
X
Z


7
V
?
O
D


8
A
63°
27°
B
D
C
20°
?
E


9
R
E
25°
35°
?
S
U

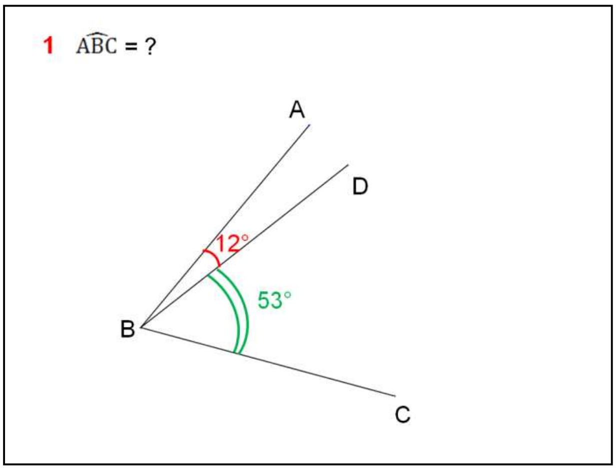

10
K
E
?
S
M

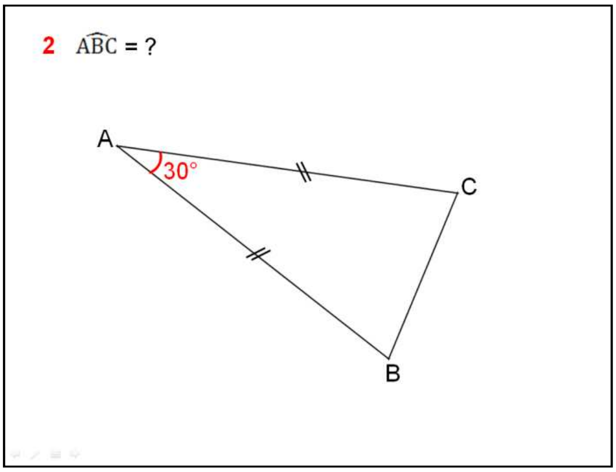
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
meli_melo		x		

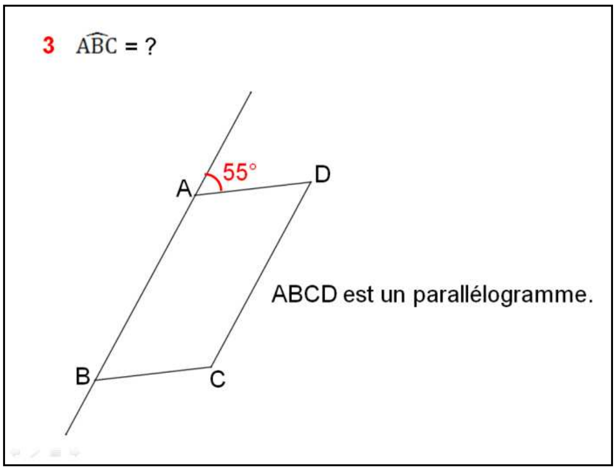
<u>MELI-MELO</u>

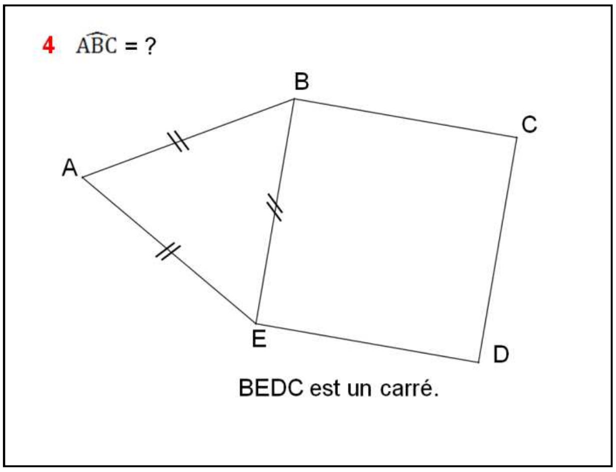
Méli-mélo Angles

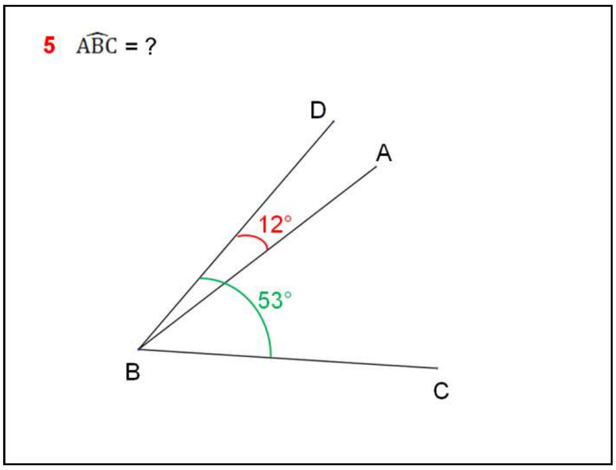
Dans chaque cas,
Déterminer, si possible, la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
Si ce n'est pas possible, écrire « impossible ».

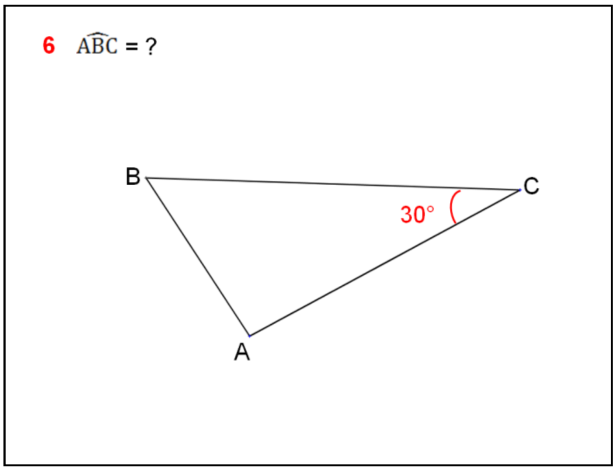


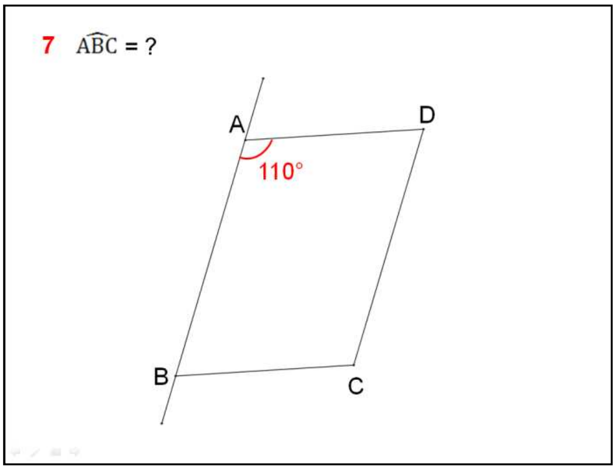


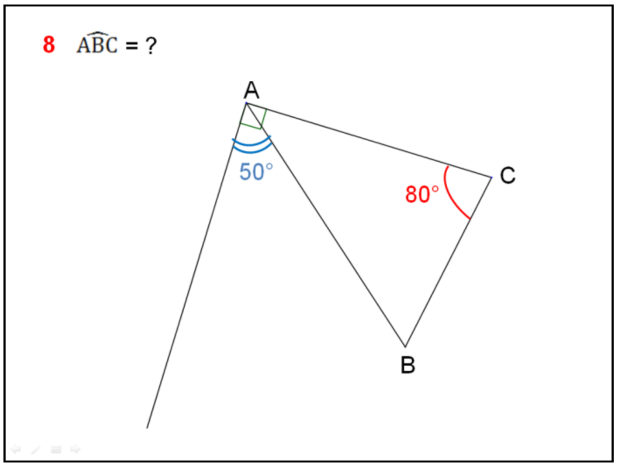


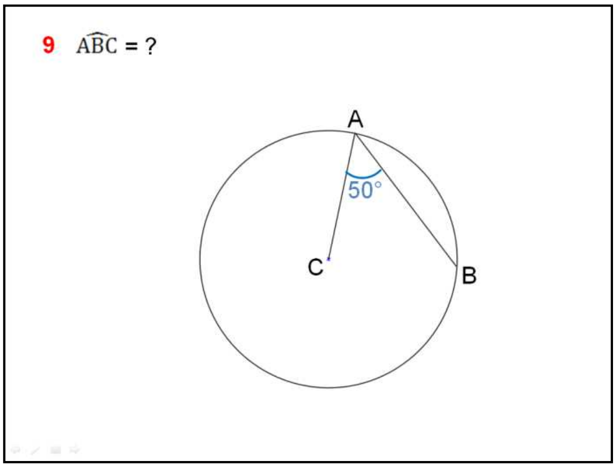


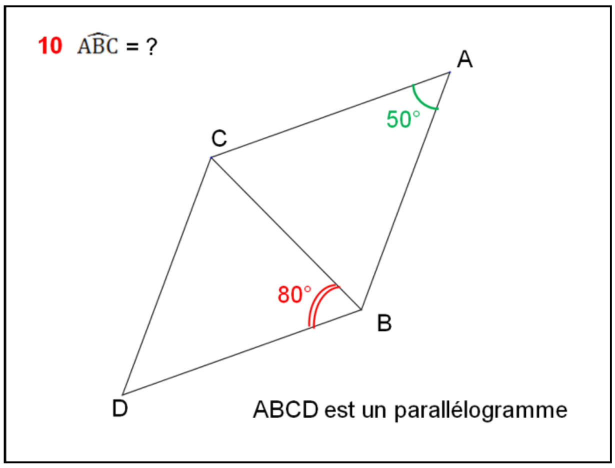










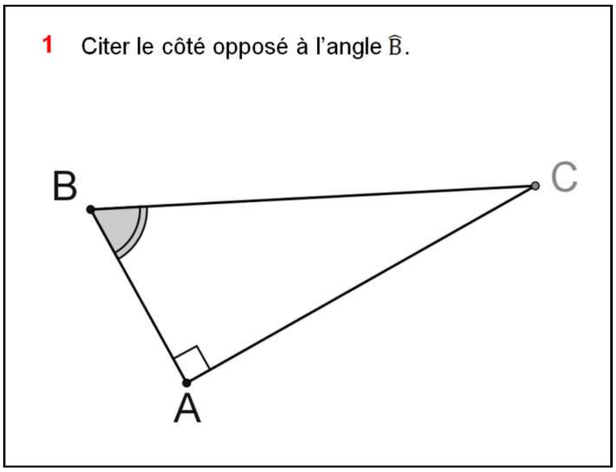


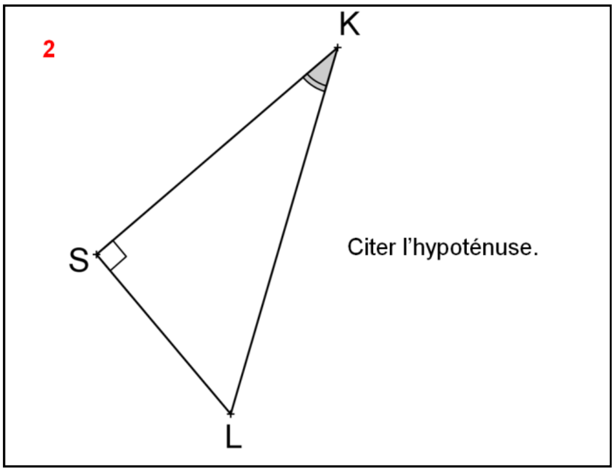
Cet exercice peut être réalisé bien après le chapitre sur les angles alternes-internes,… .
Il utilise divers outils et peut être une bonne occasion de faire vivre des notions vues tout au long de l'année.

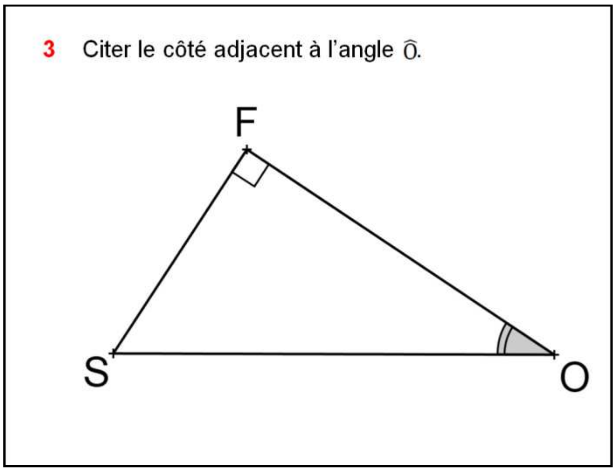
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
triangle_rectangle_vocab			x	

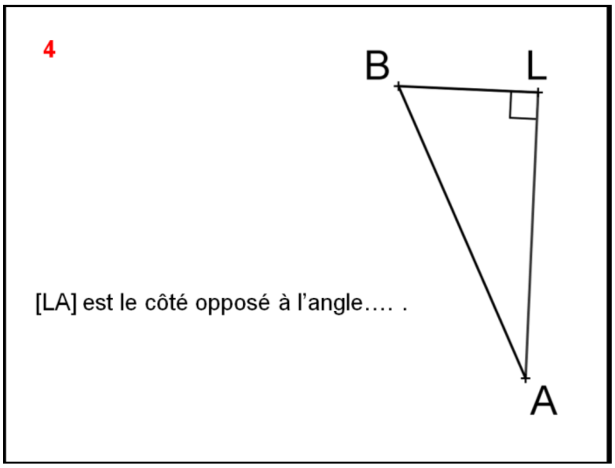
TRIANGLE RECTANGLE ET VOCABULAIRE

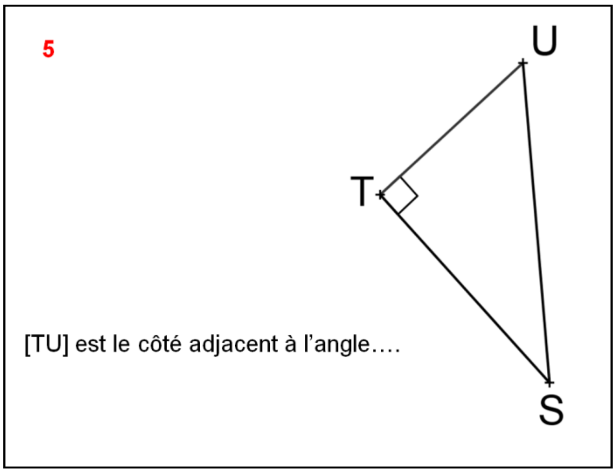
Triangle rectangle et vocabulaire



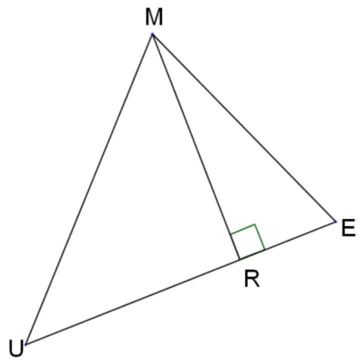




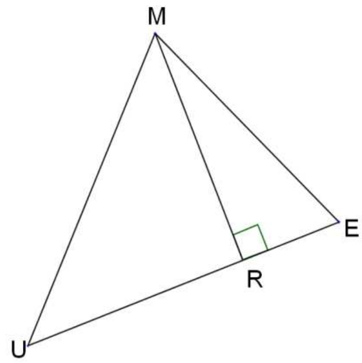




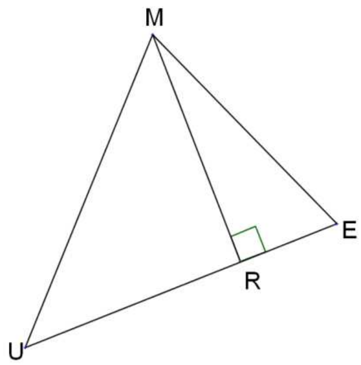
6 Citer l'hypoténuse du triangle MRE.



7 Citer le côté opposé à l'angle $\widehat{UMR}$.

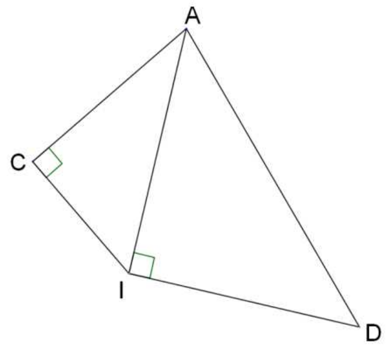


8 Citer le côté adjacent à l'angle $\widehat{MER}$.



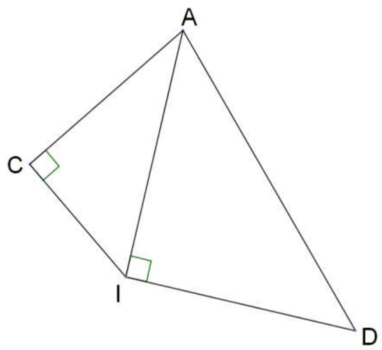
9

[AC] est le côté opposé à l'angle … dans le triangle …. .



10

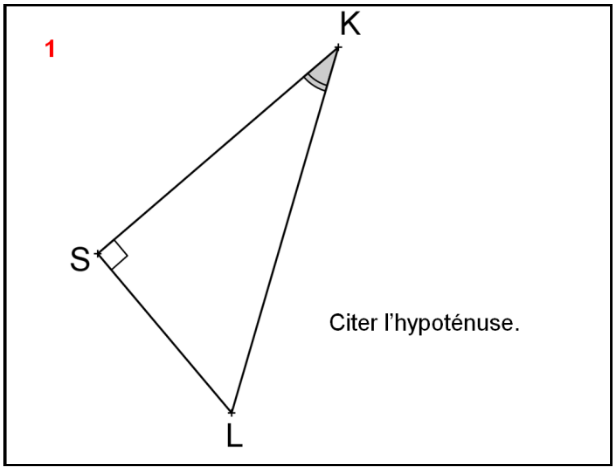
[ID] est le côté adjacent à l'angle… dans le triangle…. .

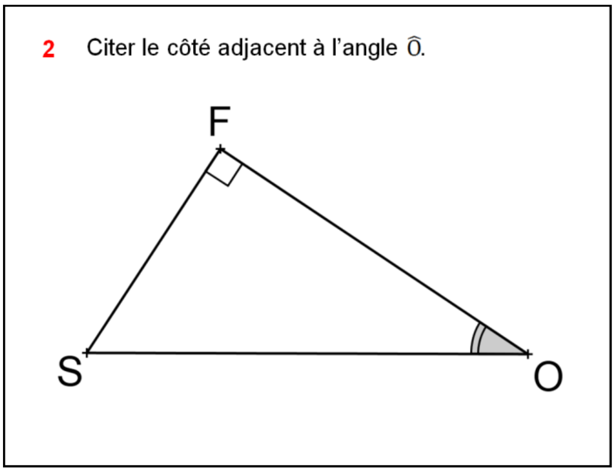


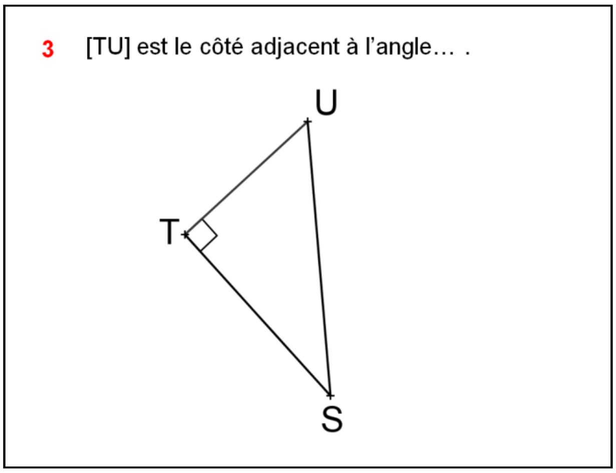
Nom du fichier	6^e	5^e	4^e	3^e
cos_vocab			x	

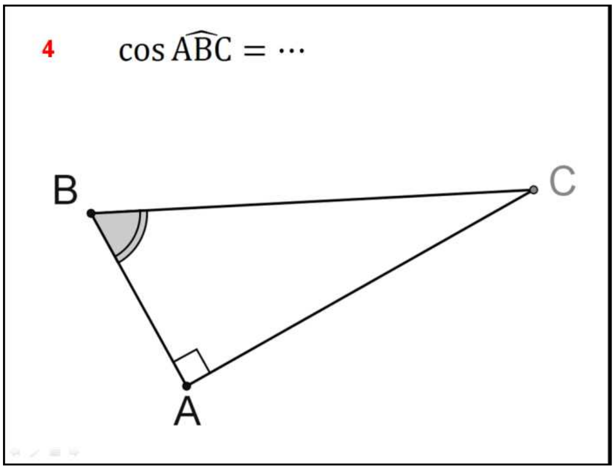
VOCABULAIRE ET COSINUS

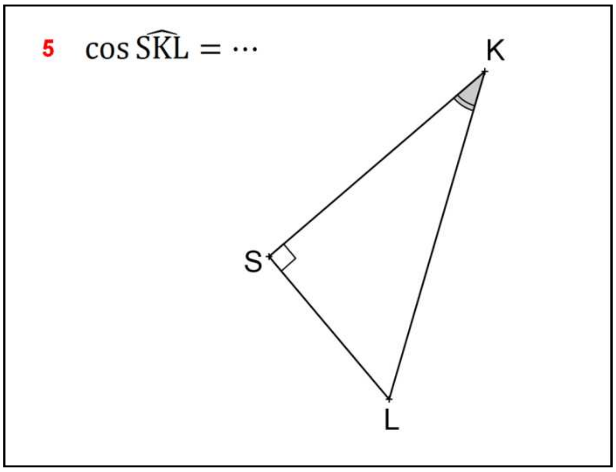
Vocabulaire
et
cosinus



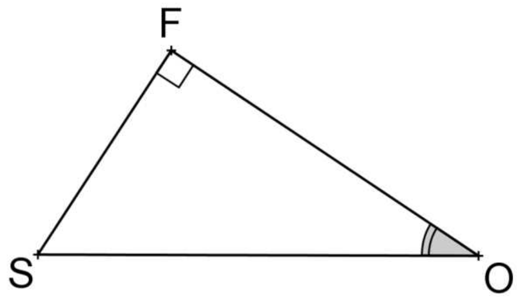




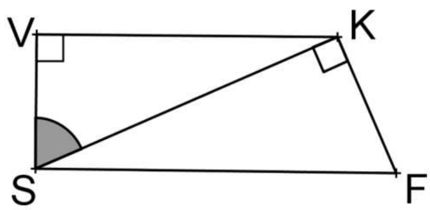




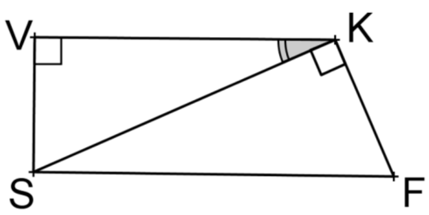
6 $\cos \widehat{FOS} = \cdots$



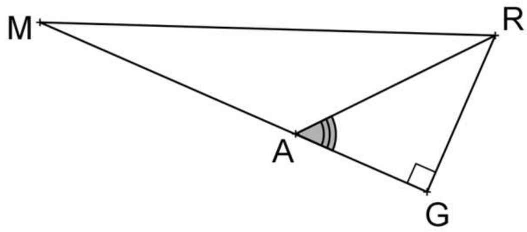
7 $\cos \widehat{VSK} = \cdots$



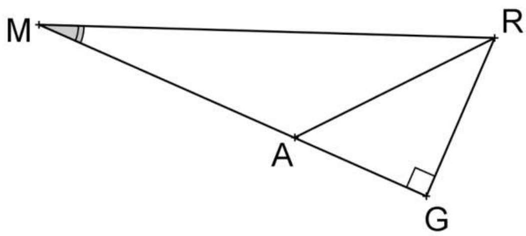
8 $\cos \widehat{VKS} =$ ....



9 $\cos \widehat{GAR} =$ ....

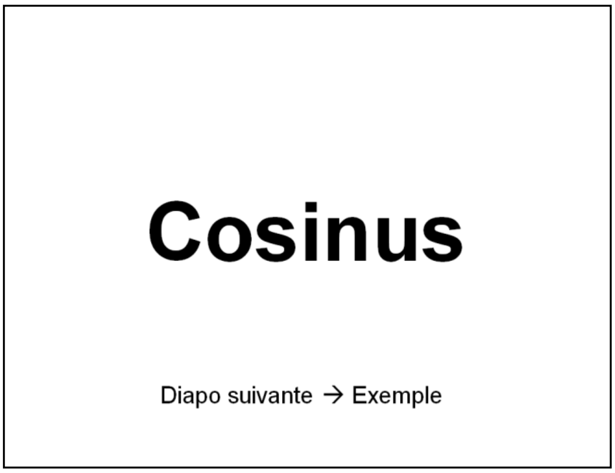


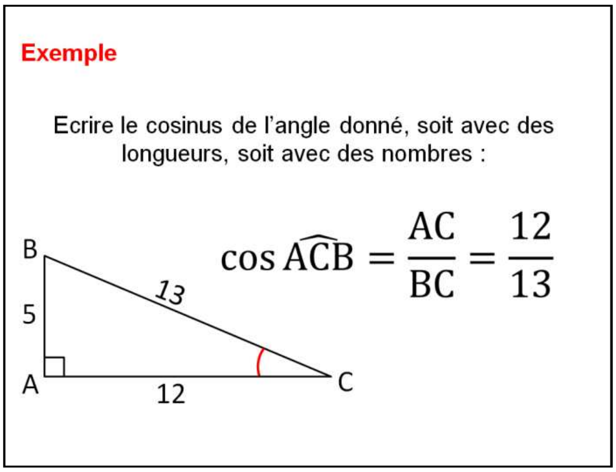
10 $\cos \widehat{GMR} = \cdots$

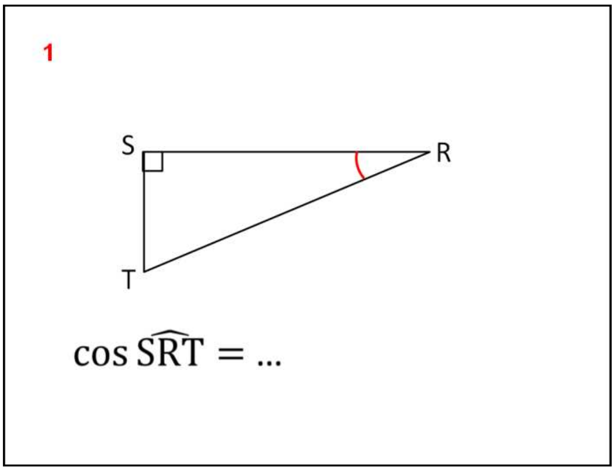


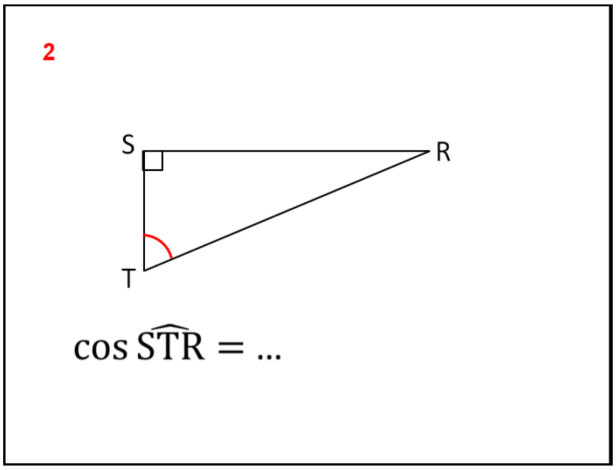
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
cosinus			x	

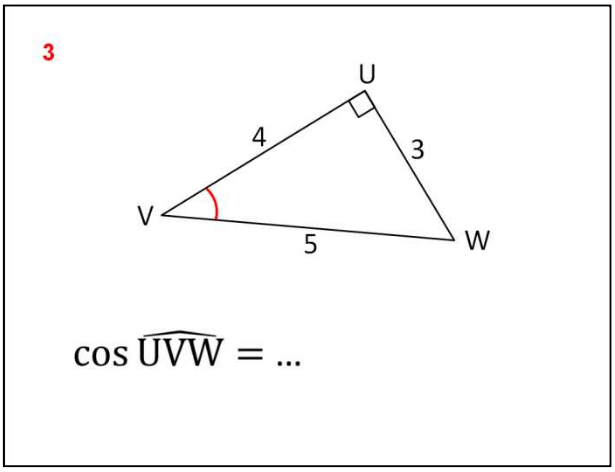
COSINUS D'UN ANGLE AIGU

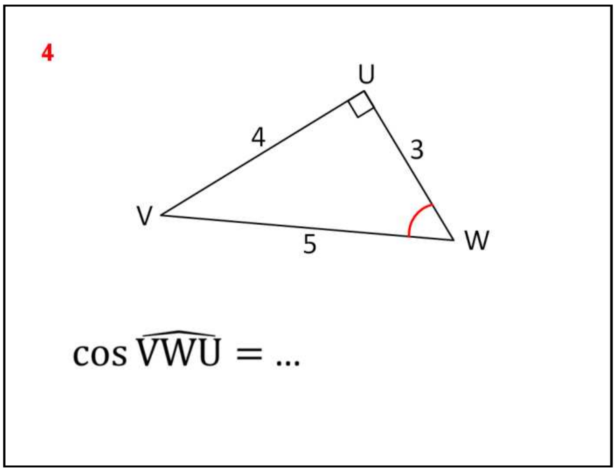




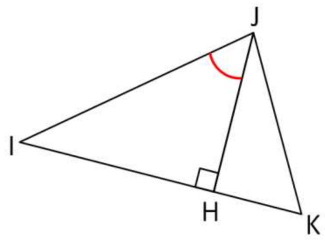






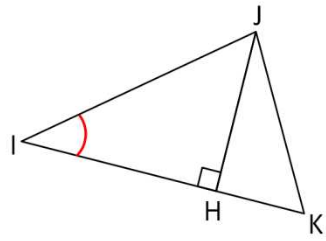


5



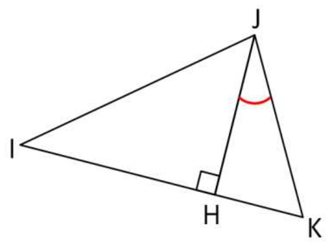
$\cos \widehat{IJH} = \ldots$

6



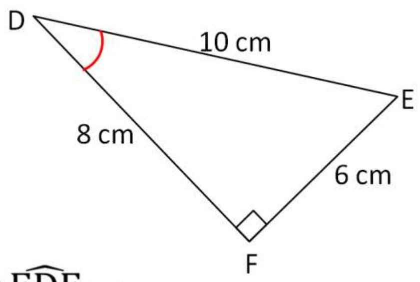
$\cos \widehat{JIH} = \ldots$

7



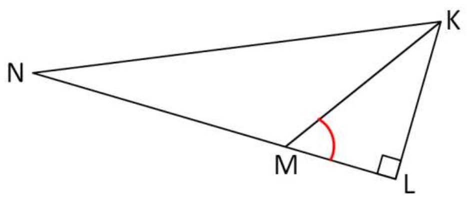
$\cos \widehat{HJK} = \ldots$

8



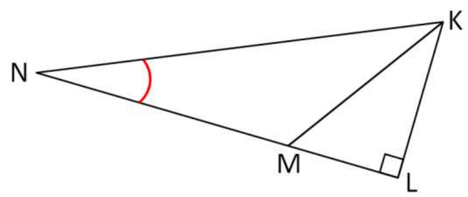
$\cos \widehat{EDF} = \ldots$

9



$\cos \widehat{KML} = \ldots$

10



$\cos \widehat{KNM} = \cdots$

Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
trigonometrie_serie1				x

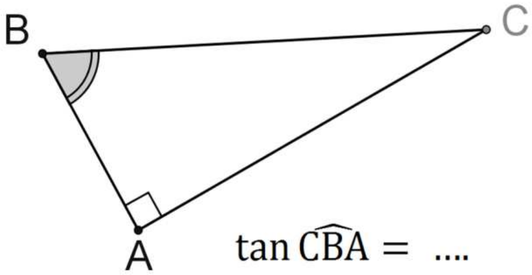
TRIGONOMETRIE (série 1)

Rapports trigonométriques

Lorsque c'est possible, écrire le rapport demandé.

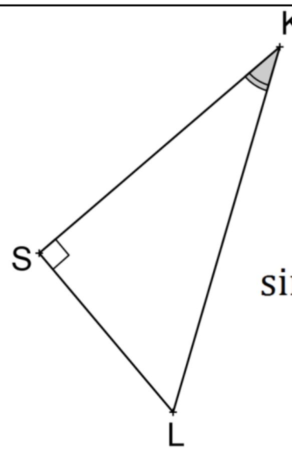
Sinon écrire « impossible ».

1



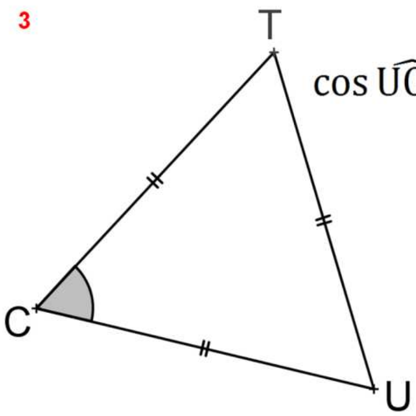
$\tan \widehat{CBA} = ...$

2



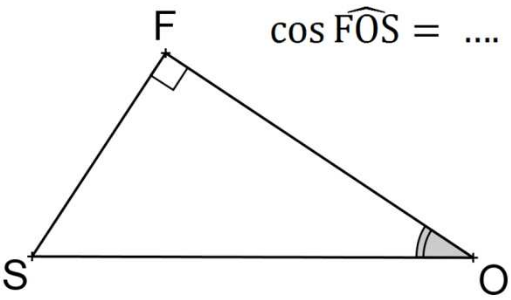
$\sin \widehat{SKL} = ...$

3



$\cos \widehat{UCT} = ...$

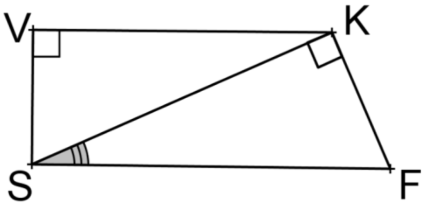
4



$\cos \widehat{FOS} = ...$

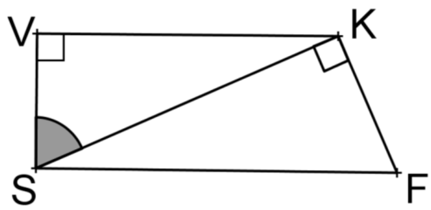
5

$\sin \widehat{KSF} = \;\; ....$



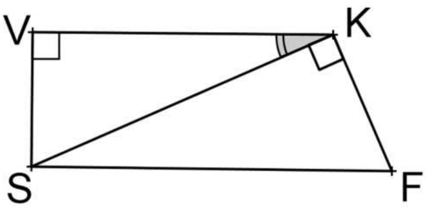
6

$\tan \widehat{VSK} = \;\; ....$



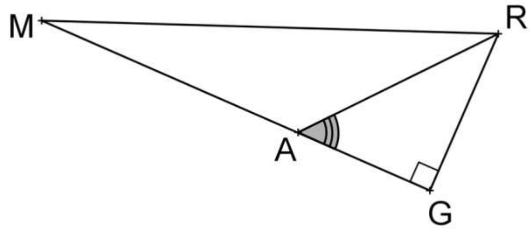
7

$\cos \widehat{VKS} = \;\; ....$



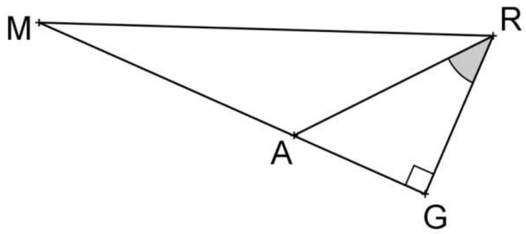
8

$\cos \widehat{GAR} = \;\; ....$



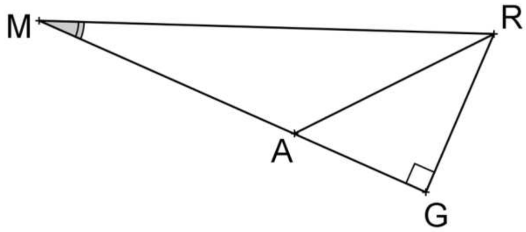
9

$\tan \widehat{GRA} = \;\; ....$



10

$\sin \widehat{GMR} = \;\; ....$



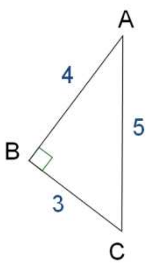
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
trigonometrie_serie2				x

TRIGONOMETRIE (série 2)

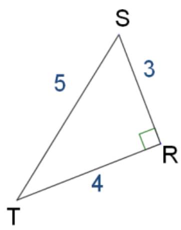
Rapports trigonométriques

Complète les pointillés

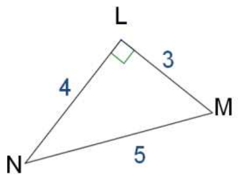
1 $\cos \widehat{C} = \ldots$



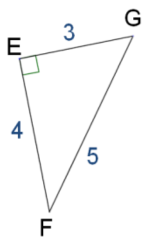
2 $\sin \widehat{T} = \ldots$



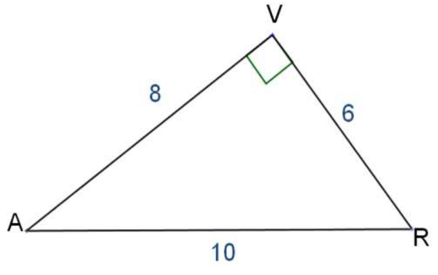
3 $\tan \widehat{M} = \ldots$



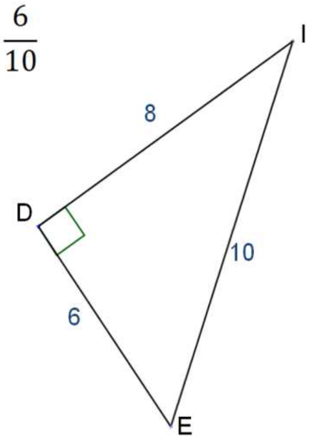
4 $\sin \widehat{G} = \ldots$



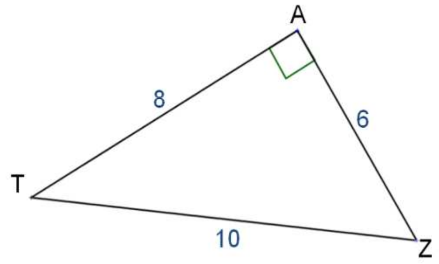
5 $\cos \widehat{A} = \ldots$



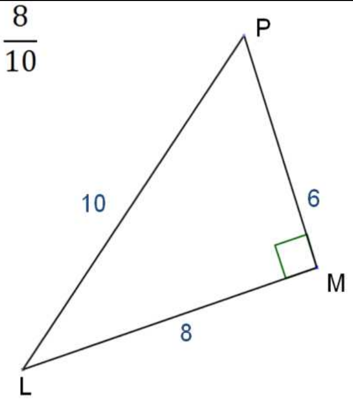
6 $\ldots\hat{I} = \frac{6}{10}$



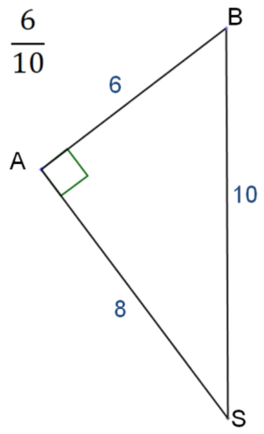
7 $\ldots\hat{Z} = \frac{8}{6}$



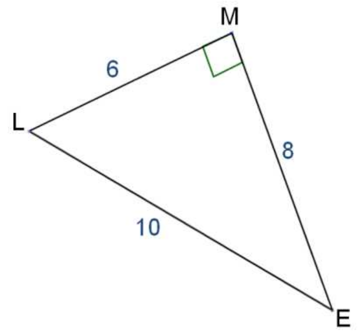
8 $\ldots\hat{L} = \frac{8}{10}$



9 $\cos \ldots = \frac{6}{10}$



10 $\tan \ldots = \frac{8}{6}$



Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
trigonometrie_serie3				x

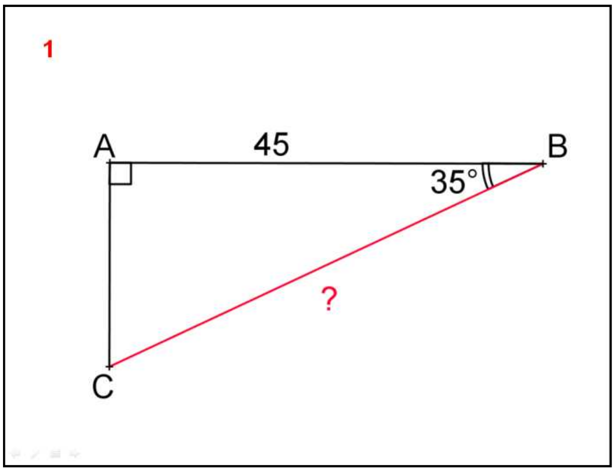
<u>TRIGONOMETRIE (série 3)</u>

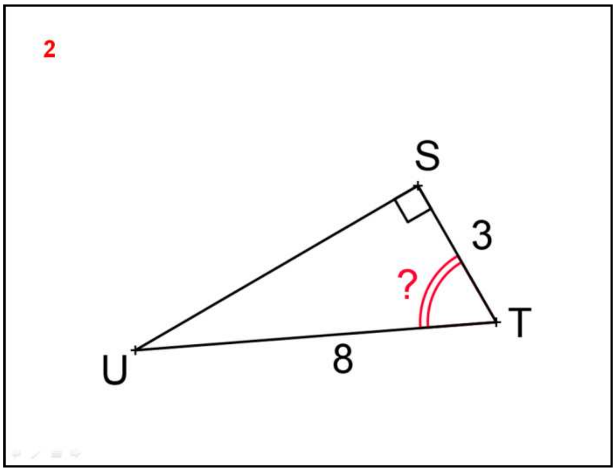
TRIGONOMETRIE

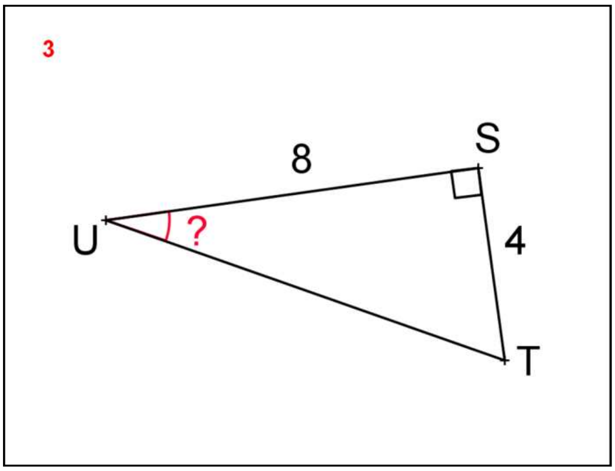
CHOIX
DE LA FORMULE

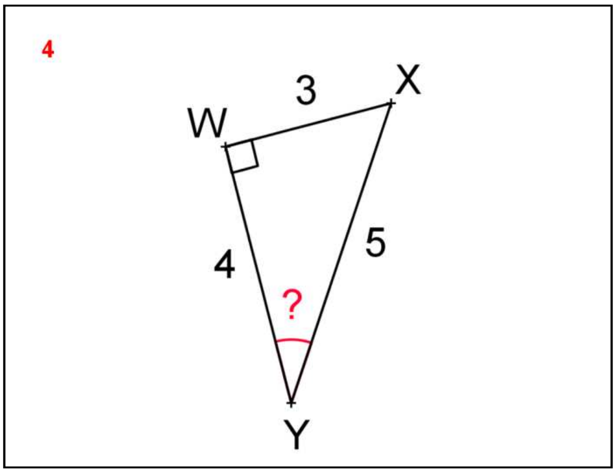
Que peut-on utiliser pour calculer directement la donnée manquante :

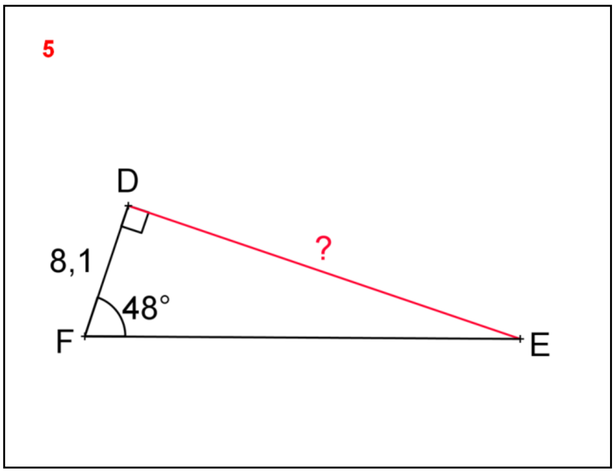
cos, sin ou tan ?

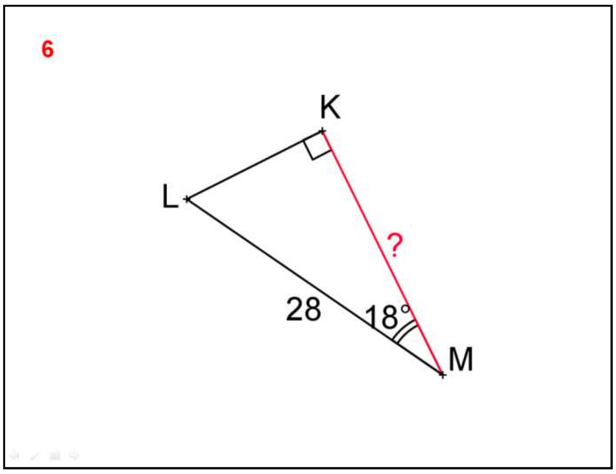


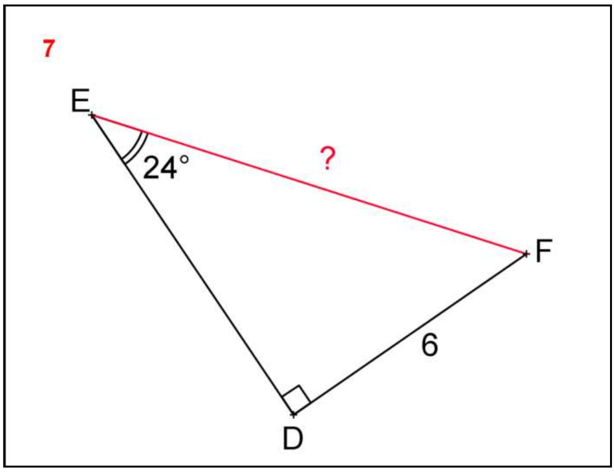


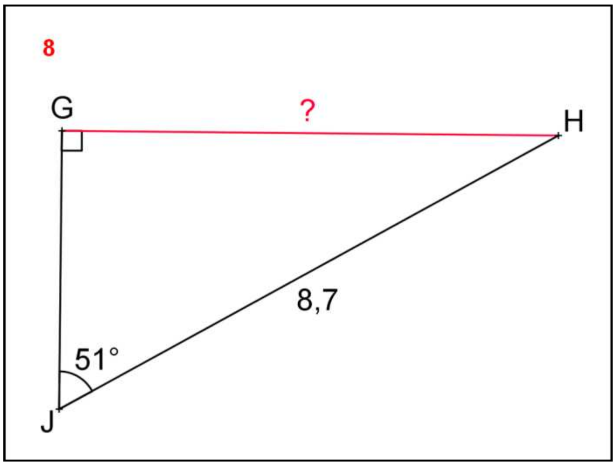


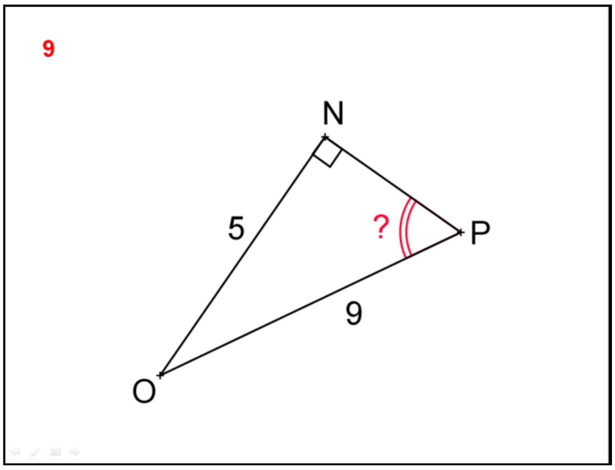


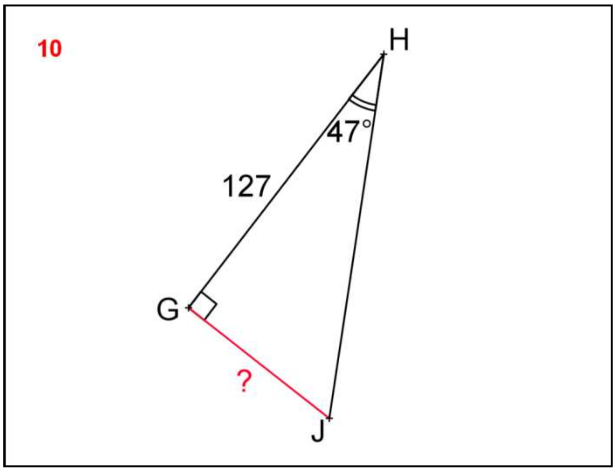

5
D
8,1
?
48°
F
E


6
K
L
?
28
18°
M


7
E
24°
?
F
6
D


8
G
?
H
8,7
51°
J


9
N
5
?
P
9
O


10
H
47°
127
G
?
J

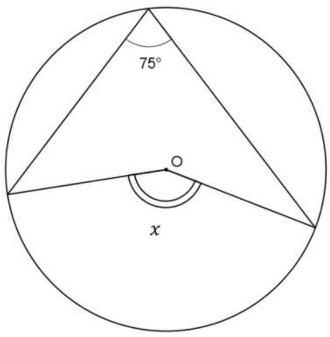
Nom du fichier	6e	5e	4e	3e
angles_centre_inscrits				x

ANGLES AU CENTRE, ANGLES INSCRITS

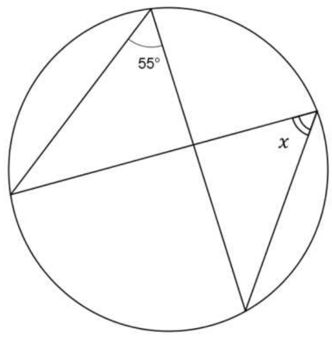
Angles au centre, angles inscrits.

Quelle est la valeur de x ?

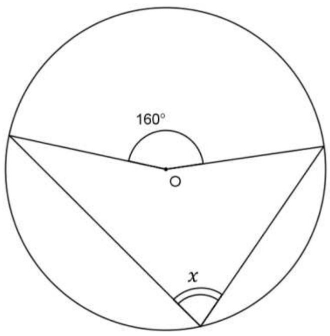
1



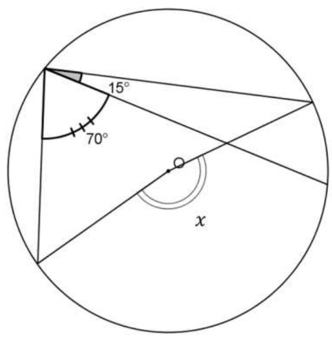
2



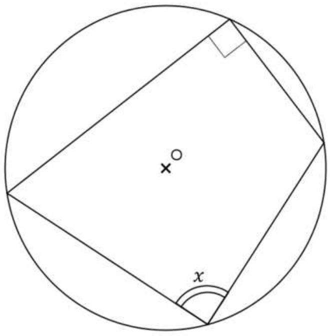
3



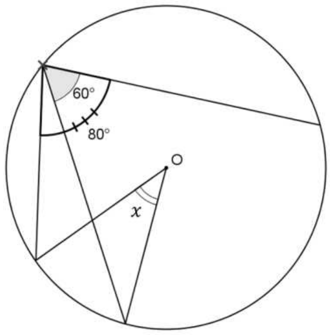
4



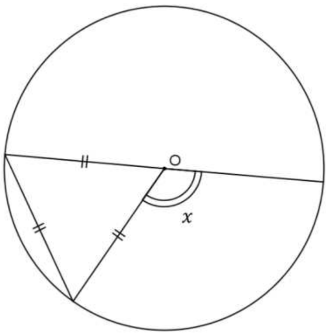
5



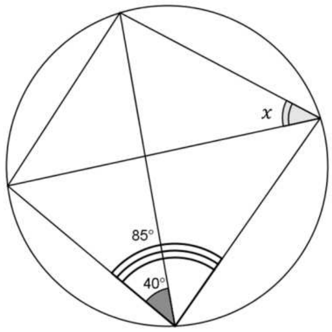
6



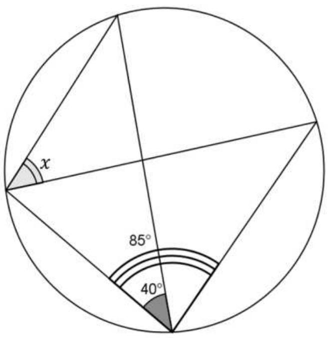
7



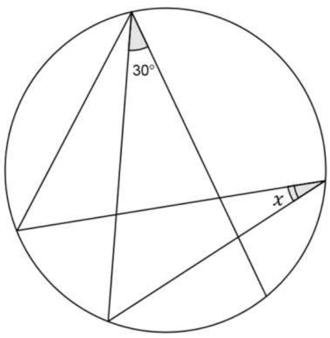
8



9



10



AUTEURS :	Céline Bernon, Claire Gaonac'h, Monique Maze, Aurélie Roux et Olivier Tournaire.
TITRE :	Les angles de la 6e à la 3e, Activités, Travail de groupe, Automatismes
EDITEUR :	IREM de CLERMONT FERRAND
DATE :	Novembre 2012
PUBLIC CONCERNE :	Enseignants de collège
RESUME :	Ce document propose des activités pour présenter en 6e les angles comme grandeur avant de les mesurer, en 5e les angles avec les parallèles, en 4e le cosinus, en 3e la trigonométrie er l'angle inscrit.
MOTS CLES :	Angle, gabarit, rapporteur, angles alternes internes, angles correspondants, cosinus, sinus, tangente, trigonométrie, angles inscrits, angles au centre, automatismes.
FORMAT A4 :	Nombre de pages : 123.