NOTE SUR CERTAINE COURBE DU TROISIÈME ORDRE.

À PROPOS D'UNE COURBE DÉMONIAQUE ET D'UNE MATHÉMATICIENNE HORS PAIR(S), OU: D'UN LIEU PLAN À UN LIEU COMMUN.

Jean-Pierre LE GOFF,
Caen, mars 1993.

Maria Gaetana Agnesi est sans doute, après Hypatia (Vème siècle) la deuxième femme mathématicienne connue d'une histoire des mathématiques singulièrement androcentrique - d'aucuns diraient androgène voire mysogine -; elle ne fut heureusement pas la seconde: ne serait-ce, par exemple, que pour avoir été la contemporaine de la Marquise du Châtelet, Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil (1706-1749), traductrice en français des *Principia* de Newton. Née le 16 mai 1718, M. G. Agnesi est la première d'une fratrie de 21 enfants, et la sœur d'une musicienne, Maria Teresa Agnesi, connue pour quelques compositions. Douée pour les langues, elle en apprendra six en plus de sa langue maternelle: le français, l'allemand et l'espagnol, ainsi que le grec, le latin et l'hébreu. Elle occupe, pour un temps, à titre honoraire et avec l'agrément du Pape, la chaire de son mathématicien de père auquel elle succède à l'Université de Bologne, puis abandonne l'étude des sciences exactes à la mort de celui-ci en 1752 - elle a 34 ans -, pour élever ses frères et sœurs et se consacrer à la théologie, avant de se retirer dans un couvent et diriger l'hospice de Trivulzio durant les 28 dernières années de sa vie. Elle meurt le 9 janvier 1799.

En 1748, elle fait paraître, à Milan, des *Institutions d'Analyse (Istituzioni analitiche ad uso della Gioventù Italiana, di D^na^ Maria Gaetana Agnesi, Milanese dell' Accademia delle Sirenze di Bologna*, in-4°, en 2 vol.), qui connaissent un certain succès éditorial: c'ést le premier traité quasi-exhaustif de calcul infinitésimal, après celui du Marquis de l'Hôpital (*Analyse des Infiniments Petits*, Paris, 1696, 2ème éd., 1716, 3ème éd., 1768), et avant le traité de calcul intégral de Louis Antoine de Bougainville (2 vol., Paris, 1754-1756). Il fut d'ailleurs traduit en français en 1775 et en anglais en 1801, par Colson, professeur à Cambridge, qui apprit l'italien tout spécialement pour que *"la jeunesse anglaise puisse bénéficier"* de cet ouvrage. Mais les *Institutions* furent bientôt concurrencées par les ouvrages (1755 & 1770) de Leonhard Euler (1707-1783). Voici ce qu'en dit Fontenelle:

> *Si les lois de l'Académie avaient permis d'y admettre des dames, c'eût été un triomphe pour Mademoiselle Agnesi.*

Puis Jean-Étienne Montucla (1725-1799) dans son *Histoire des Mathématiques* (1ère éd. en 2 vol., 1758, 2de éd. en 4 tomes, An VII):

> *Je dois encore citer ici avec éloge les* Institutions analytiques *de mademoiselle Maria Gaetana Agnesi, ouvrage que quelque mathématicienne françoise (car il en est aussi chez nous) auroit dû traduire en notre langue. On ne voit pas sans étonnement une personne d'un sexe si peu fait pour braver les épines des sciences, pénétrer aussi profondément dans toutes les parties de l'analyse, soit ordinaire, soit transcendante. Sans blâmer les motifs apparemment sublimes qui ont engagé mademoiselle Agnesi à s'ensevelir dans la retraite d'un cloître, on doit regretter qu'elle ait ainsi privé le monde savant des lumières qu'elle auroit pu encore y répandre, non-seulement par ses connoissances mathématiques, mais par nombre d'autres qu'elle y réunissoit.*[1]

On notera que le savant homme, qui cache mal son agacement à voir se perdre de si belles pensées sous l'habit de religieuse, ne se départit pas d'une habitude qui voulait, qu'à l'office, l'on séparât les femmes des hommes afin que l'on restât, de part et d'autre de l'allée, entre créatures d'un même sexe, (dont les unes avaient à peine le statut de créatures de Dieu ?): traduire mademoiselle Agnesi ne pouvait donc qu'être un ouvrage de dame. Montucla fut démenti par les faits puisque c'est un certain Cousin qui entreprit de le faire, ce que l'historien, ou peut-être Jérôme de La Lande, son correcteur posthume, signale au tome IIIème de son ouvrage, en ces termes:

> *Nous avons parlé, à l'occasion des traités d'Analyse finie, de l'ouvrage de Mlle. Agnesi intitulé:* Istituzioni analytiche *etc. (Milano, 1748, in-4°. 2 vol.). Nous devons ajouter ici que cet ouvrage contient un traité élémentaire de calcul différentiel et intégral, qui a pu être fort utile pour le temps où il parut; car on y trouve rassemblés, avec beaucoup de clarté et de développement, les principaux artifices de l'intégration, avec ses usages et ses applications. La seconde partie, qui a pour objet la méthode inverse des tangentes, ou l'intégration des différentielles à plusieurs variables, y est spécialement étendue et développée. C'est sans doute pour cette raison que le cit. Cousin n'a pas jugé hors de propos de nous en donner une traduction avec des additions; ce qu'il fit en 1775 sous ce titre:* Traités élémentaires du calcul différentiel et du calcul intégral, tirés des institutions analytiques de Mlle. Agnesi *(Paris, in-8°).*[2]

---

1 Montucla, *Histoire des Mathématiques*, Tome II, Paris, An VII, Partie IV, Livre II, p. 171.

2 Montucla, *Histoire des Mathématiques*, Tome III, Paris, An X, Partie V, Livre I, p. 135.

Il est vrai qu'entre temps, les rapporteurs de la commission chargée de juger de l'opportunité d'une telle traduction, et qui ne comprenait rien moins que d'Alembert, Condorcet et Vandermonde, entre autres, avaient écrit:

> *Cet ouvrage se caractérise par son organisation soignée, sa clarté et sa précision. Il n'existe aucun livre, en aucune langue, qui permette au lecteur de pénétrer aussi profondément ou aussi rapidement dans les concepts fondamentaux de l'Analyse.*

Parmi les courbes qu'étudie Agnesi, il en est une qu'elle nomme *versiera*; c'est la cubique d'équation:

$$x \cdot y^2 = a^2 \cdot (a - x).$$

C'est, dans la classification des cubiques par Newton, la courbe n° 63[3].

Son premier nom, latin, *versoria* vient de *vertere*, qui signifie "tourner", "serpenter", et lui fut donné par Guido Grandi (1671-1742) dans son traité de la *Quadrature du Cercle et de l'Hyperbole* (*Quadratura Circuli et Hyperbolæ*, Pise, 1703); *versoria* est aussi le nom que l'on donne à un cordage qui dirige une voile; quant à l'italien *versorio*, aujourd'hui obsolète, il signifie "mobile" au sens de "versatile". Comme Grandi, Agnesi a certainement joué sur les mots car elle écrit en italien et *versiera* est aussi l'abrégé de l'italien *avversiera*, qui veut dire primitivement "la grand'mère du diable", et de là, "démone", "sorcière" ou "diablesse". Le mot fut d'ailleurs traduit par *witch* en anglais, par John Colson, et on trouve cette expression, par exemple, chez B. Williamson (*Integral Calculus*, Londres, 1875).

Cette courbe apparut d'abord chez Pierre de Fermat (1601-1665)[4], pour lequel elle fait l'objet d'une quadrature et s'écrit:

$$e.(a^2 + b^2) = b^3,$$

i-e, 'e' étant notre ordonnée 'y', 'a' notre abscisse 'x', et 'b' une donnée 'a':

$$y.(x^2 + a^2) = a^3.$$

Elle fut étudiée par d'autres auteurs, avant que de l'être par Agnesi. Il semble donc que l'on ait seulement retenu de cette mathématicienne le fait qu'elle ait qualifié la courbe de "diablesse", comme si l'inconscient collectif des mathématiciens et des historiens des mathématiques ne voyait en toute géomètre qu'une nouvelle Ève en puissance, conversant avec le malin...

---

3 Newton, *Enumeratio Linearum tertii Ordinis* , l'un des appendices faisant suite à *Opticks*, Londres, 1704. Sur les courbes du troisième ordre, voir: 1°) D. Lanier et J.-P. Le Goff, *L'héritage arguésien*, in *Scholies*, Actes du Séminaire Interdisciplinaire d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe, n° 7 & 8, juin et octobre 1989, et in *Les Cahiers de la Perspective* n°5; 2°) D. Lanier et J.-P. Le Goff, *La classification des courbes du troisième ordre. Aspects algébriques et aspects projectifs: l'abbé de Gua de Malves et Patrick Murdoch*, in Actes du Colloque inter-IREM d'Epistémologie, Lyon (mai 1991), 1993, Ed. IREM de Lyon, et 3°) le dossier de ce numéro des *Cahiers*.

4 Fermat, *Œuvres publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Ch. Henry*, 4 vol. et 1 suppl. (C. de Waard), Paris, 1891-1922, tome I, pp. 279-280, & tome III, pp. 233-234.

Plus sérieusement, voyons ce qu'Agnesi dit de cette courbe dans son ouvrage, où elle apparaît comme solution du Problème III du Livre I, entre d'autres lieux-plans, tels que la cissoïde (Problème I), la quartique d'équation [$y^2 . (2ax - x^2) = ax - x^2$] (Problème II) et la conchoïde (Problème IV)[5]:

PROBLÈME III.

Étant donné le demi-cercle ADC ayant AC pour diamètre [Fig. 1], *trouver, à l'extérieur du demi-cercle, le point M tel que la ligne MB, orthogonale au diamètre AC et coupant le cercle en D, rende la raison de AB à BD égale à celle de AC à BM; et comme un nombre infini de tels points M peut être trouvés satisfaisant à la condition, nous nous enquérrons de leur lieu.*

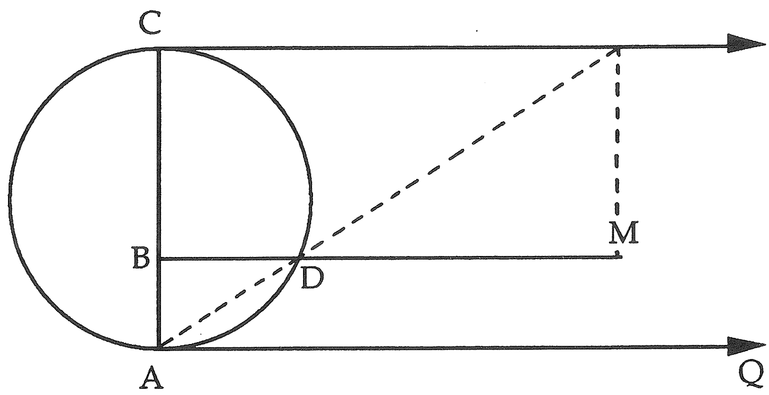

Fig. 1

Soit M l'un de ces points, et soit $AC = a$, $AB = x$, $BM = y$, *dès lors, en raison des propriétés du cercle,* $BD = \sqrt{ax - xx}$, *et d'après la condition ci-dessus, nous devons avoir:* $AB : BD = AC : BM$,*c'est-à-dire,*

$x : \sqrt{ax - xx} = a : y$; *et de là:* $y = \dfrac{a . \sqrt{ax - xx}}{x}$,

ou encore: $y = a . \sqrt{\dfrac{a - x}{x}}$ *est l'équation de la courbe requise, qui est appelée la* Versiera.

Puisque $AB = x$, et $BM = y$, *AC est l'axe des x et AQ, parallèle à BM, est l'axe des ordonnées y. Si nous faisons d'abord* $x = 0$, *alors* $y = \infty$, *et de là AQ est l'asymptote à la courbe. Si* $y = 0$, *alors* $a . \sqrt{a - x} = 0$, *donc* $x = a$; *quand donc* $x = a$, *la courbe rencontrera l'axe AC et passera par le point C, qui est son sommet. Si* $x = \frac{1}{2} . a$, *alors* $y = a$; *quand* $x = AP = \frac{3}{4} . a$, *alors* $y = a . \sqrt{\frac{1}{3}}$; *quand* $x = AF = \frac{4}{5} . a$, *alors* $y = a . \sqrt{\frac{1}{4}}$. *Supposons*

5 Livre Ier, pp. 380-382. Nous traduisons de la version anglaise qu'en a donné D. J. Struik dans *A Source Book in Mathematics, 1200-1800*, Cambridge (États-Unis), 1969, pp. 179-180, ouvrage qui nous sert ici de référence essentielle.

que x soit plus grand que a, alors le signe de l'expression sous le radical devient négatif, et la courbe devient imaginaire. Afin de voir si la courbe est concave ou convexe vis-à-vis de l'axe AC, nous formons la proportion suivante: comme $CP = \frac{1}{4} . a$ *(ce qui correspond à* $x = \frac{3}{4} . a$*) est à* $y = a . \sqrt{\frac{1}{3}}$*, de même* $CF = \frac{1}{5} . a$ *(ce qui correspond à* $x = \frac{4}{5} . a$*) est au quadruple* [de y], *lequel sera* $\frac{4}{5} . a . \sqrt{\frac{1}{3}}$*; mais* $x = \frac{4}{5} . a$ *nous donne* $y = a . \sqrt{\frac{1}{4}}$*, et* $\frac{4}{5} . a . \sqrt{\frac{1}{3}}$ *est plus petit que* $a . \sqrt{\frac{1}{4}}$*; donc la courbe sera concave vis-à-vis de l'axe AC*[6]*; mais dans la direction de l'asymptote AQ elle doit aussi être convexe, si bien qu'elle sera pour partie concave et pour partie convexe, et de ce fait, elle aura un point d'inflexion, lequel peut être trouvé par une méthode qui sera donnée en temps utile.*

Puis, si nous prenons x négatif, le signe du terme au dénominateur sous le radical devient négatif, y doit être imaginaire et la courbe aura la forme exhibée en la figure, qui indique qu'elle a une branche semblable et égale à la branche CLM, du côté des y négatifs.

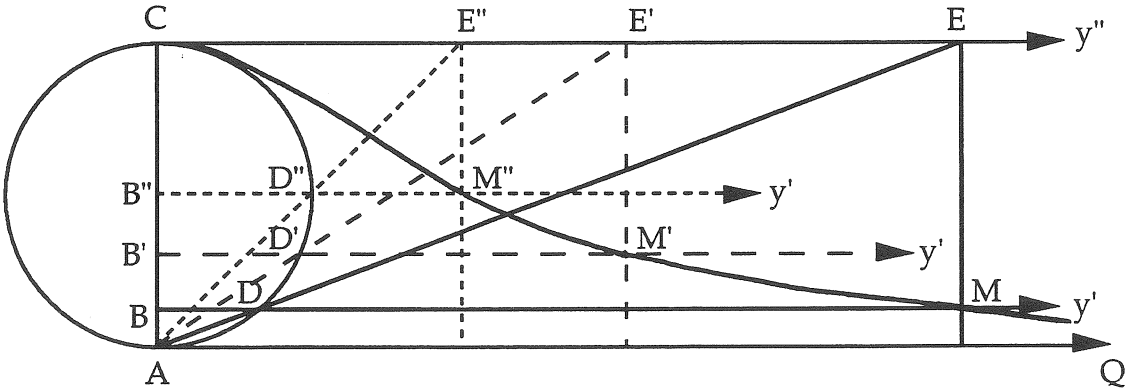

Fig. 2

Au Livre I, pp. 392-393, Agnesi prouvera que l'on peut encore obtenir la *versiera* point par point [Fig. 2], par le tracé du demi-cercle de diamètre AC, d'une ligne By' parallèle à Cy'', toutes deux perpendiculaires à AC, respectivement en B quelconque et en C fixé, la première coupant le demi-cercle en D, puis le tracé de la ligne AD qui coupe Cy'' en E, et de la parallèle

6 Struik fait observer (notes 2, p. 179, et 3, p. 180) que ce raisonnement n'est guère convaincant; un exemple local n'a que rarement le pouvoir d'emporter l'adhésion des faits et des esprits à une propriété globale; mais Agnesi se proposera plus loin (au Livre II, p. 561) de déterminer le point d'inflexion (*flesso contrario*). Pour ce faire, Agnesi résoud $ddy = 0$, et trouve le point de coordonnées $x = \frac{3}{4}a$, et $y = a. \sqrt{\frac{1}{3}}$, qu'elle donne pour être d'inflexion, sans se préoccuper de la valeur des dérivées d'ordre supérieur.

à CA passant par E, qui coupe By′ en M, point de la courbe. La propriété résulte de ce que:

$$AB : BD = EM : MD = BC : DM = (AB + BC) : (BD + DM) = AC : BM\,,$$

ce qui définit la courbe au Problème III.

Il reste que la "versatilité" de l'objet, déjà soulignée par des mathématiciens du sexe dit fort, n'est pas le seul caractère que la postérité aurait dû garder en souvenir de M^{lle} Agnesi: l'ouvrage vaut le détour par bien d'autres aspects, et son succès comme manuel d'initiation jusqu'à la fin du XVIIIème siècle fait la preuve, s'il en était besoin, de ses qualités pédagogiques.

* * * * *

BIBLIOGRAPHIE.

- G. ENESTRÖM, *Bibliotheca mathematica 12 (sér. 3)*, (1911-1912), pp. 175-176.

- H. D. LARSEN, *"The Witch of Agnesi"*, in *School Science and Mathematics*, t. XLVI, janvier 1946, pp. 57-62.

- G. LORIA, *Bibliotheca mathematica 11*, (1897), pp. 7-12, & *B. M. 3 (sér. 3)*, (1902) pp. 127-130.

- R. LOWE, *"The Witch of Agnesi"*, Capsule 56, pp. 210-211, in *Historical Topics for the Mathematics Classroom*, 31st Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, Washington, D. C., 1969.

- J. F. MONTUCLA (de l'Institut), *Histoire des Mathématiques*, 1ère Éd., Paris, 1758, N^{lle} Éd., Paris, An VII à X (1802). Réédition en fac-similé, N^{eau} T^{ir}, Lib. Blanchard, Paris, 1968. En particulier: Tome II, Partie IV, Livre II, p. 171, & Tome III, Partie V, Livre I, p. 135.

- D. J. STRUIK (M. I. T.), *A Source Book in Mathematics (1200-1800)*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1969. En particulier: ch. III, § 9, pp. 178-180.

* * * * *
* * *
*