L'HERITAGE ARGUESIEN.

Denis LANIER &
Jean-Pierre LE GOFF.
Mars 89 [0].

INTRODUCTION GENERALE.

En géométrie, toute méthode de découverte par le biais de la situation, et donc sans calcul, consiste à embrasser plusieurs objets en même situation; ce qui se fait, tantôt par le moyen d'une figure qui en comprend plusieurs, où se découvre l'usage des solides, tantôt par le moyen du mouvement ou de la mutation. De plus, entre les mouvements et les mutations, il paraît qu'on peut s'appliquer très utilement à la mutation d'apparence, ou transformation optique des figures; il faut voir si par ce moyen nous ne pourrions pas dépasser le cône et nous élever aussi à des considérations plus hautes. Leibniz.

L'objet de cet article nous conduit à revenir sur une figure et des questions qui furent à l'origine de la création de ce séminaire. Lors de sa seconde année d'existence (1980-81), notre groupe de travail aborda l'oeuvre géométrique majeure de Girard Desargues, le *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan* (paru en 1639). Depuis cette étude ligne à ligne de l'ouvrage, nous n'avons cessé d'être sollicités, et parfois guidés dans nos recherches, par plusieurs questions que sa conception et son devenir ne laissent pas de poser [1].

L'importance de Desargues vient d'abord de sa situation à la croisée des techniques de la perspective et des méthodes de la géométrie synthétique. D'où le titre du programme initial de nos travaux : *La représentation de l'espace : méthodes perspectives et géométrie projective.*

---

[0] Cette contribution, dont les deux parties sont intitulées *La filière franco-belge* et *La piste anglaise* est parue dans *Scholies* n°7 & n°8. Elle rend compte d'une communication à deux voix, prononcée pour la première fois les vendredis 26 février & 25 mars 1988, dans le cadre du Séminaire Interdisciplinaire d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe. Elle a fait l'objet d'une seconde présentation abrégée lors de l'Université d'été d'Histoire des Mathématiques de La Rochelle (août-septembre 88), organisée par la Commission inter-Irem d'Epistémologie et d'Histoire des Mathématiques. Les travaux qu'il expose ont trouvé, depuis, leur prolongement dans diverses études poursuivies par les auteurs : sur l'oeuvre de l'abbé Gua de Malves, sur les perspectivistes anglo-saxons (s'Gravesande et Brook Taylor: cf. l'article suivant), et sur l'élucidation de Newton par les oeuvres de Patrick Murdoch ou Colin MacLaurin ; ces études devraient trouver un autre aboutissement dans la publication à plus ou moins long terme, par l'IREM de Basse-Normandie et sa revue *Analectes*, de certaines oeuvres originales de La Hire & Le Poivre, de traductions de Newton & Murdoch (avec introductions et commentaires). Le texte donné ici est celui d'une communication faite lors du Colloque de Lille, *La naissance du projectif* (18 & 19 mars 1989), dont les actes sont à paraître dans les *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*.

Pouvait-on voir avec la géométrie arguésienne un exemple d'un savoir technique donnant naissance à une théorie abstraite ? Quels sont les rapports profonds qui peuvent exister entre une pratique, déjà théorisée, de la perspective et l'élaboration d'une méthode synthétique pour étudier les coniques ? Un élément important de réponse nous semble avoir été donné dans le cadre de notre conférence à quatre voix, *Opera matematica, Les mathématiques à l'âge baroque* [2], qui proposait, à propos de la figure d'un Desargues baroque, le schème que nous avions appelé "la perspective de la perspective". Les méthodes perspectives ne se sont pas transformées telles quelles en théorie mathématique ; elles seraient plutôt des images mentales, des métaphores permettant la mise en scène d'objets mathématiques par un géomètre ayant ainsi acquis une vision globale d'un problème : le changement de point de vue l'amenant à une présentation plus synthétique d'une théorie déjà travaillée et énoncée, ici celle des coniques. Desargues n'inventerait donc pas tant une "géométrie de la perspective", mais initialiserait plutôt ce qu'on pourrait appeler une "perspective de la géométrie". Nous verrons que cette "manière de voir" la géométrie se révèlera féconde, non seulement chez l'initiateur, mais aussi chez quelques uns de ses successeurs, Pascal, Leibniz, La Hire, Le Poivre ou Newton : cette étude est essentiellement consacrée à ces protagonistes, pour mettre en évidence le rôle qu'ils ont joué dans la diffusion et le réinvestissement des idées arguésiennes, mais aussi parce qu'il nous semble que leur position vis-à-vis de l'apport arguésien se trouve précisée à la suite de l'enquête que nous avons menée sur le devenir de cet héritage.

Une version de l'Histoire des Sciences, inaugurée au XIX^{ème} siècle, nous montre un Desargues précurseur génial et méconnu de la géométrie projective, et l'intervalle Desargues-Monge comme une parenthèse où se jouerait l'oubli des méthodes arguésiennes. Or, il nous avait semblé, dès nos premières études sur Desargues, que l'on ne pouvait se satisfaire de cette thèse.

---

[1] Lorsqu'en 1980-81 - huit ans déjà - le groupe d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe, qui ne s'appelait pas encore "Séminaire interdisciplinaire", ayant achevé la lecture de la *Géométrie* de Descartes, décida d'aborder l'oeuvre géométrique majeure de Desargues, le *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan* (paru en 1639), que nous considérions comme une sorte de projet alternatif à la géométrie cartésienne, nous ne nous doutions pas que nous orientions ainsi les travaux du groupe pour plusieurs années. Le programme de cette année-là fut conçu dans le cadre plus général d'études consacrées à la représentation de l'espace et élaboré en commun avec le groupe d'Histoire de la perspective de l'IREM. L'année suivante fut consacrée à Blaise Pascal, très logiquement, puisque Pascal fut le premier contemporain de Desargues à comprendre ses vues, et à les développer dans son *Essay pour les coniques* (simple feuille placardée sur les murs de Paris en 1640) et dans un traité, hélas perdu, dont on trouve trace dans les papiers et la correspondance de Leibniz. Les deux années suivantes furent consacrées à ce même Leibniz, puis une année à l'ordre géométrique chez Spinoza. Le Séminaire, ancré dans le XVII^{ème} siècle, devait consacrer encore deux années aux *Amateurs et petits maîtres du Grand Siècle*. S'il a quitté le premier XVII^{ème} siècle, où il s'était plu à déceler ce qui peut relever du baroque (suivant l'histoire des mentalités) dans telle ou telle figure de mathématicien comme Desargues, c'est en partie pour poursuivre, dans l'Angleterre de Newton, l'enquête sur le devenir de l'oeuvre du géomètre lyonnais. C'est dire si la figure de Desargues a joué un rôle de première importance dans nos choix programmatiques. Les lecteurs de *Scholies* ont d'ailleurs trouvé les traces de cet attachement dans les choix éditoriaux de la revue, dont les n^{os} 4 & sq. virent la publication des premiers extraits des oeuvres de Desargues.

[2] Cette conférence à quatre voix (Catherine & Denis Lanier, André Ropert & Jean-Pierre Le Goff) a été rédigée en 1987 pour le Colloque inter-Irem d'Epistémologie et d'Histoire des Mathématiques de Strasbourg (23 mai 1987) *Les mathématiques dans la culture d'une époque*. Elle a été conçue comme une sorte de panorama de nos travaux antérieurs. Cet *Opera matematica*, illustré de documents visuels et musicaux, a été représenté depuis à Caen, au Mans, lors du Colloque *Marin Mersenne* de septembre 88, et sera donné, avec le concours de l'ensemble baroque *La quinte du loup*, au Colloque de Lille *La naissance du projectif* (mars 89). Il a fait l'objet d'une publication par l'IREM de Basse-Normandie, n°2 de *La science à l'âge baroque*, en mars 88.

L'oubli d'un tel héritage, fait tout à la fois de théorie nouvelle et d'intuition féconde, n'avait pu se produire que dans l'apparence des faits, pour l'écrit lui-même et non pour les méthodes, et de surcroît cette parenthèse avait pour cause un ensemble complexe que l'on ne pouvait limiter aux seules raisons avancées habituellement, raisons matérielles (tirage réduit de l'ouvrage) ou psychologiques (caractère emporté de l'auteur). Nos premiers travaux, menés autour du *Brouillon project* de Desargues, nous avaient conduits à entreprendre un vaste tour d'horizon sur l'histoire des sciences et des idées au XVIIème siècle [1], mais ils s'apparentaient à une enquête s'attachant aux faits pour traquer les signes d'un éventuel complot ; ils ne nous avaient pas permis de répondre à la question qui avait motivé notre intérêt pour ce que nous avions d'ailleurs appelé *L'affaire Desargues* : à savoir, les causes profondes de l'oubli dans lequel est rapidement tombée l'oeuvre proprement dite.

La formulation de cette question avait déjà changé à la suite de ces travaux. Pouvait-on dissocier le peu d'écho rencontré par l'oeuvre de Desargues, la cabale fomentée de par médiocres géomètres comme Jean de Beaugrand, ou par des appareilleurs jaloux de leurs prérogatives, comme Jacques Curabelle, pouvait-on dissocier ces faits, des avatars qu'a connu son ami, le graveur Abraham Bosse ? Celui-ci, en effet, fut un ardent propagandiste et défenseur des méthodes de Desargues en matière de perspective et de stéréotomie, et eut de ce fait de sérieux démêlés avec les tenants de l'ordre nouveau à l'Académie des Beaux-Arts ; sous la conduite de Lebrun, cette dernière devait bientôt prôner le goût contre la règle et le coloris contre le dessin et donc la perspective [3]. Le refus de la perspective linéaire comme norme, par les peintres du Grand Siècle, n'était-il pas lié à un renversement du site perspectif : la glorification du héros royal, présent par tant d'aspects dans la peinture du XVIIème, ne faisait-elle pas converger tous les regards des sujets vers le roi, un peu comme dans l'anti-perspective qui mettait les croyants sous le regard du Dieu tout puissant dans la figure du Christ Pantocrator de la peinture byzantine ?

Parallèlement, la suprématie des méthodes algébriques (l'analyse de Descartes), puis analytiques (le calcul infinitésimal), particulièrement en France, ne tenaient-elles pas en partie aux exigences plus ou moins formulées d'un pouvoir politique, exerçant sa pression par le biais de l'Académie des Sciences, exigences de normalisation (en matière de construction navale par exemple), qui auraient pu se traduire par la prééminence de la mesure, et donc de ces nouveaux calculs qui devaient s'avérer si puissants [4] ? Sans parler d'une censure, peu vraisemblable, ne pouvait-on imaginer que l'engouement pour l'analyse de Monsieur Descartes se fit jour au détriment de méthodes synthétiques d'apparence démodée ?

---

[3] Une première occasion d'y songer encore, fut un stage de trois jours, consacré à Desargues et au *Brouillon project* que le séminaire organisa en novembre 1985. Il permit de dégager deux nouvelles voies d'approche. La première fait l'objet de ce paragraphe : peu satisfait par "l'explication" de type sociologique proposée par Nathalie Heinich pour l'éviction d'A. Bosse de l'Académie (in *Actes de la recherche en sciences sociales*, n°43), nous avions repris cette question pour une intervention au Collège international de philosophie et pour le stage du séminaire. Elle a fait l'objet d'une nouvelle communication au XVIIIème Congrès international d'Histoire des Sciences de Hambourg-Münich (août 89) qui devrait être publiée dans le n°4 de *La science à l'âge baroque*, sous le titre : *Le cas Desargues et l'affaire Abraham Bosse*. La seconde voie, ouverte par la lecture de l'*Aperçu historique* de Chasles, nous a conduit à la présente étude.

[4] C'est à l'initiative de Colbert que l'on doit les premiers grands ouvrages de synthèse produits par l'Académie, comme la *Description des Arts et Métiers*, modèle de *l'Encyclopédie*, et les premières tentatives de normalisation des cotes et des mesures. On pourra consulter à ce propos les articles de Jean-Pierre Le Goff, *Science et techniques de représentation & représentation de la Science et des Techniques*, dans les actes du Colloque de Caen, *L'Encyclopédisme* (janvier 87), Paris, 1991, et *Science de l'image et images de la Science*, dans ceux du Colloque d'Alençon, *L'Encyclopédie* (avril 88), Alençon, 1989; ce dernier article est reproduit dans le présent *Cahier*.

L'autre aspect de notre démarche, dont il est ici rendu compte, fut d'aller à la recherche de successeurs éventuels, connus ou moins connus, afin de vérifier notre intuition que l'oubli des méthodes inaugurées par Desargues et Pascal était peut-être une sorte de légende produite par une histoire des sciences récurrente et finaliste.

Cette thèse est dûe, nous l'avons dit, aux historiens de la Géométrie du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, qui se trouvent être aussi, comme Michel Chasles ou Jean-Victor Poncelet, les géomètres français qui devaient fonder la géométrie projective, emboîtant le pas à Gaspard Monge, créateur de la géométrie descriptive, et à Lazare Carnot, théoricien des transversales [5]. Paradoxalement, une lecture attentive de l'*Aperçu historique sur l'origine et le développement des Méthodes en Géométrie*, publié par Michel Chasles en 1837, permet de se rendre compte que l'oeuvre de Desargues ne fut pas si rapidement oubliée, et que l'esprit de ses méthodes ne fut pas perdu pour tout le monde : les exemples s'en trouvent en France, mais plus encore peut-être à l'étranger, et en particulier en Angleterre, dans l'Angleterre de Newton. D'une certaine façon, les longs développements de Chasles, qui ont guidé nos recherches, démentent en partie la version du trou noir entre Desargues et Monge. Mais en même temps, le sous-titre de l'*Aperçu* est révélateur des préoccupations de son auteur : car il y est dit que l'on s'intéresse *particulièrement* [à l'origine et au développement des méthodes] *qui se rapportent à la Géométrie Moderne*. Nous sommes en pleine polémique entre tenants de la Géométrie analytique pure et dure, et nouveaux géomètres, qui, sans perdre de vue l'interêt de l'analytique, prêchent pour le renouveau d'une géométrie synthétique : ne fallait-il pas renouer les fils rompus, se chercher d'illustres précurseurs, s'autoriser d'une histoire ? Et lorsque Poncelet s'écrie: " *Desargues est le Monge de son siècle* ", n'est-ce pas autant pour asseoir la Géométrie moderne, que pour rendre hommage au précurseur oublié, Desargues ?

L'orientation générale des travaux ici exposés est dès lors assez claire : nous avons l'ambition de montrer que les méthodes arguésiennes sourdent effectivement en divers lieux et divers moments de la fin du XVII$^{\text{ème}}$ et du XVIII$^{\text{ème}}$ siècle. Il ne s'agira pas pour nous de chercher avec acharnement les précurseurs de la Géométrie moderne ou supérieure, ni de faire balbutier Monge chez Desargues, mais plutôt d'étudier les oeuvres des héritiers déclarés ou méconnus de Desargues. Une première partie est consacrée aux héritiers de langue française. La seconde s'attachera à la tradition anglaise, en ce qu'elle s'enrichit des méthodes de Desargues et de son fils spirituel, Philippe de La Hire.

---

[5] Monge est l'auteur d'une *Géométrie descriptive* (*Leçons données aux Ecoles Normales, l'An III de la République*, parues en l'An VII). Cette géométrie, dont les origines sont assez voisines de celles de la perspective (double projection chez Dürer, théorie de la stéréotomie chez Frezier, 1737), rend compte de l'espace dans le plan par double projection des corps sur deux plans orthogonaux dont l'un est rabattu sur l'autre par rotation autour de leur intersection. Son enseignement fut systématisé par la République dans les écoles supérieures ; elle devait servir de fondement au renouveau scientifique et technique de la France. La cinquième édition (1827) comporte des compléments de théorie des ombres et de perspective, établis par M. Brisson, élève de Monge qui n'avait pas eu le temps de les rédiger ; ces compléments apparaissent comme des applications d'interêt secondaire de la Géométrie descriptive. Monge considérait que sa géométrie était universelle quant à la description de l'espace par projection.

Carnot est l'auteur de trois ouvrages développant une géométrie de position et la théorie des transversales : *De la corrélation des figures de géométrie* (1801), la *Géométrie de position à l'usage de ceux qui se destinent à mesurer les terrains* (1803), & l'*Essai sur la Théorie des transversales* faisant suite au *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace* (1806). Dans le dernier ouvrage, il traite des relations existant entre les segments découpés sur une droite traversant trois droites données de position, d'une manière systématique ; ce faisant, il reprend à l'évidence le théorème de Menelaüs dont Desargues fait un si grand usage sous le nom de relation de Ptolémée. Carnot ne cite pas ses sources ; à cette date, les géomètres ne sont pas encore historiens.

1ère Partie: LA FILIERE FRANCO-BELGE.

Philippe de La Hire (1640-1718) & Jacques-François Le Poivre (actif à l'aube du XVIIIème).

On a dit de Philippe de La Hire, fils du peintre Laurent de La Hyre qui travailla avec Girard Desargues, qu'il avait rédigé le grand traité des coniques qu'on attendait de Desargues ou de Pascal. Il convient donc de rappeler ce qu'il en est de l'apport arguésien en matière de géométrie et de l'interêt qu'il rencontra chez ses contemporains ou successeurs immédiats (Pascal, Leibniz) : étude synthétique des coniques, bien sûr, mais aussi méthodes géométriques appelées à un bel avenir, quel que soit le temps écoulé avant leur réémergence. Nous ferons le point sur la disparition de la référence à Desargues, puis nous examinerons les oeuvres de La Hire consacrées aux coniques - il y reviendra quatre fois -, à la lumière de cette opinion et par comparaison avec d'autres oeuvres contemporaines d'inspiration plus analytique, comme le traité des coniques du Marquis de l'Hôpital. Nous aborderons ensuite le cas de Le Poivre, géomètre peu connu, qui devait produire en 1704 un court traité de facture originale où il met en oeuvre ce que nous appelerions les projections cylindrique et conique. Cette première étude devrait permettre d'apprécier, en pays francophones, ou chez un francophile comme Leibniz, la réalité, la nature et les raisons éventuelles d'une éclipse soulignée par Michel Chasles dans son *Aperçu historique*.

L'APPORT ARGUESIEN [6].

Girard Desargues (1591-1661), avec son *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan*, paru en 1639, a profondément renouvellé l'étude des coniques, en proposant une méthode synthétique, qui allie les procédés de démonstration antiques (composition de raisons) et plusieurs innovations inspirées soit par sa connaissance de la géométrie antique (généralisation de la proposition de Menelaüs par exemple, qu'il attribue à Ptolémée), soit des pratiques perspectives (la démonstration par le relief). Ce faisant, le *Brouillon project* de 1639 préfigure la géométrie projective moderne. Ecrit dans le style euclidien, ce texte fondateur est l'aboutissement en géométrie d'un long processus de rationalisation de la représentation plane de l'espace, qui est le fait des peintres, architectes et autres praticiens de la perspective ou de la stéréotomie. Voyons d'abord les faits entourant la publication de cette oeuvre.

C'est dans les premiers mois de 1639 que parut le *Brouillon project*, l'oeuvre de Desargues la plus importante au regard de

---

[6] Pour en savoir plus sur la vie et l'oeuvre de Girard Desargues, le lecteur est invité à se reporter à l'ouvrage de référence sur le géomètre lyonnais : *L'oeuvre mathématique de Girard Desargues*, de René Taton, Paris, P.U.F, 1951, rééditions Vrin-reprise, 1981 & 1988. C'est de cet ouvrage que proviennent plusieurs éléments bio-bibliographiques utilisés dans cette section. Les autres proviennent de l'édition en deux tomes des *Oeuvres de Desargues* par Noël-Germinal Poudra, Paris, 1876. D'autres éléments biographiques et critiques sont donnés dans : 1°) *La science à l'âge baroque* n°2, *Opera matematica*, Acte I ; 2°) *La science à l'âge baroque* n°3 (en préparation), sur *Les premiers écrits de Girard Desargues* et 3°) l'article *Heurs et malheurs de l'oeuvre arguésienne* dans le présent *Cahier*.

l'histoire de la géométrie. 50 exemplaires de ce *Brouillon* devaient circuler et pour la plupart se perdre : Descartes en discute certains points dans une lettre à Desargues, datée du 19 juin 1639 dans l'édition de sa correspondance, (datée du 30 avril par Cornelius de Waard). La rédaction et la circulation furent donc rapides : fin 38, Desargues envoyait d'ailleurs un avant-projet à Descartes, qui prenait déjà la peine de le commenter dans une lettre à Mersenne du 9 janvier 1639. Et c'est pourtant bien un second brouillon que livre Desargues en 1639, même s'il fut imprimé : il devait s'expliquer ailleurs sur ce mot de *Brouillon*, qu'il utilise plusieurs fois :

> [J'entends par ce mot de brouillon] *une simple esquisse ou ebauche et encore seulement d'un projet d'un ouvrage qui n'est pas à examiner en détail comme lorsqu'il paraîtra achevé. Duquel les savants n'en doivent considérer que le fond de la pensée* [7].

Mais il faut déplorer par contre qu'un ouvrage définitif sur les coniques n'ait pas suivi, à moins que ce ne soit celui, qui serait donc aujourd'hui perdu, dont Desargues lui-même fait peut-être mention dans un pamphlet d'avril 1642, *Six erreurs des pages 87. 118. 124. 128. 132. & 134 du Livre intitulé la Perspective Practique...* [8] :

> *En un mesme cahier, des cinq abregez que le Sr. D. a mis au jour, il y a les trois practiques de la Perspective, de la coupe des pierres, et des quadrans au Soleil avec des manières universelles à chacune, sans parler des deux cahiers des Sections coniques, où est la Theorie de plusieurs Arts ; et des contrarietez d'entre les forces opposées, où est la Théorie radicale des machines à forces mouvantes...* [7].

Ce second cahier est-il l'annexe de mécanique de 1639 citée par Desargues, ou un autre ouvrage perdu sur les coniques qui se serait intitulé *Leçons de ténèbres* ? C'est sous ce nom qu'un texte du géomètre est mentionné par l'auteur des *Advis charitables* (1642), par Claude Irson dans une grammaire de 1660, par Grégoire Huret dans son *Optique de portraiture et de peinture* (1670), et par Oldenburg dans des lettres à Leibniz, de 1673 et 1675 [9]: erreur récurrente à partir d'un sobriquet ? Quoi qu'il en soit, il nous reste le *Brouillon project* lui-même, en soi profondément novateur, mais souvent mal compris de ses contemporains.

---

[7] Cité par R. Taton, op. cit.

[8] Il s'agit du traité du Père Dubreuil (1602-1670), publié en 1642 : *La Perspective pratique necessaire à tous peintres, graveurs, sculpteurs, architectes, orphèvres, brodeurs, tapissiers et autres se servans du dessein, par un Parisien, religieux de la Compagnie de Jésus*, à Paris, chez Melchior Tavernier et François l'Anglois dit Chartres. L'auteur, ainsi que les éditeurs, furent des plus actifs parmi les détracteurs des méthodes de Desargues en matière de perspective ; Desargues les avait accusés, par voie d'affiches placardées dans Paris (*Erreur incroyable...* & *Faute et faussetés énormes...*), d'avoir plagié sa méthode, publiée dans l'*Exemple d'une manière universelle...* de 1636, tout en la dénaturant par des erreurs grossières. Dubreuil répliqua par un pamphlet anonyme (comme la première édition de son ouvrage signé d'un parisien de la Compagnie), où il renverse l'accusation : Desargues aurait dérobé sa méthode au Sieur de Vaulezard (auteur d'un *Abregé ou racourcy de la perspective par l'imitation* de 1631, complété en 1633 d'une annexe sur un compas de perspective, & réédité en 1643) et au Sieur Jacques Alleaume (dont un traité manuscrit daté de 1628 ne sera publié qu'en 1643, revu et... corrigé par un certain Migon, chez... Melchior Tavernier : *La Perspective spéculative et pratique...*).

[9] Ces lettres sont datées des 16 avril 1673 & 4 juillet 1675. Il y est fait mention d'un exemplaire envoyé peut-être par Mersenne à Pell le 7 mars 1640. Ce sont ces *Leçons de ténèbres* dont René Taton, qui a réuni le faisceau d'indications données ici, ne doute pas qu'elles aient été rédigées entre 1640 (terminus ante quem puisque Beaugrand n'en parle pas en août 1640) et 1642 (terminus post quem puisque le pamphlet de Desargues est daté d'avril 42).

Le *Brouillon project* est construit d'une manière progressive, ce qui peut être le signe des intentions pédagogiques de son auteur, en particulier dans une première partie où il aligne bon nombre de définitions en usant de mots nouveaux, mais qui prouve aussi son attachement à la forme synthétique des anciens, dans laquelle on livre d'abord les définitions, puis l'on forge des outils, et enfin on les applique à des objets plus complexes. La puissance et l'interêt de la théorie se manifestent peu à peu, mais on comprend qu'un lecteur peu attentif ou vite découragé ait pu penser qu'il n'y avait rien là de plus que dans Apollonius. Bien qu'il n'y ait pas de titres de paragraphes, on peut distinguer quatre parties :

1) les définitions, indispensables puisqu'il y a création d'un nouveau glossaire ;

2) la définition et l'étude de l'involution sur une droite, ainsi que sa conservation sur toute transversale coupant un faisceau de droites concourantes en involution (que nous appelerons "théorème de la ramée") ; le lecteur pourra se reporter à la figure 1 (interprétant la figure 11 de Desargues : voir la planche hors-texte en page suivante) ;

3) le théorème fondamental sur les coniques (appelé théorème fondamental de Desargues, de nos jours), démontré dans un quadrilatère complet puis sur un cercle circonscrivant un tel quadrilatère, cercle qui sera le cercle de base d'un cône ou d'un cylindre, puis sur toute section conique de ce cône ou cylindre, grâce à la démonstration "par le relief" (c'est-à-dire par projection centrale ou perspective à partir du sommet du cône), inspirée de la perspective et validée par le théorème de la ramée (voir les figures 2 & 3 interprétant la figure 14 de Desargues, page suivante) ;

4) les applications aux constructions et propriétés des éléments géométriques des coniques et quelques indications sur des prolongements possibles.

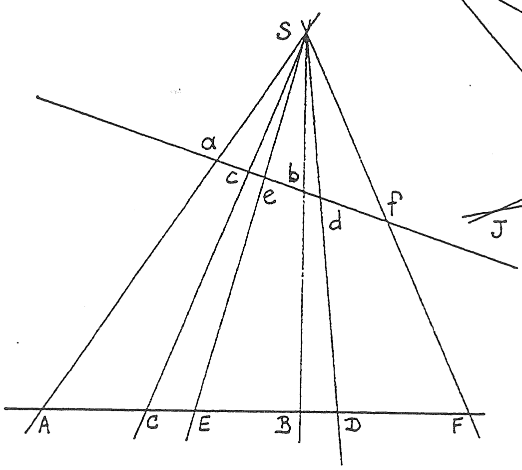
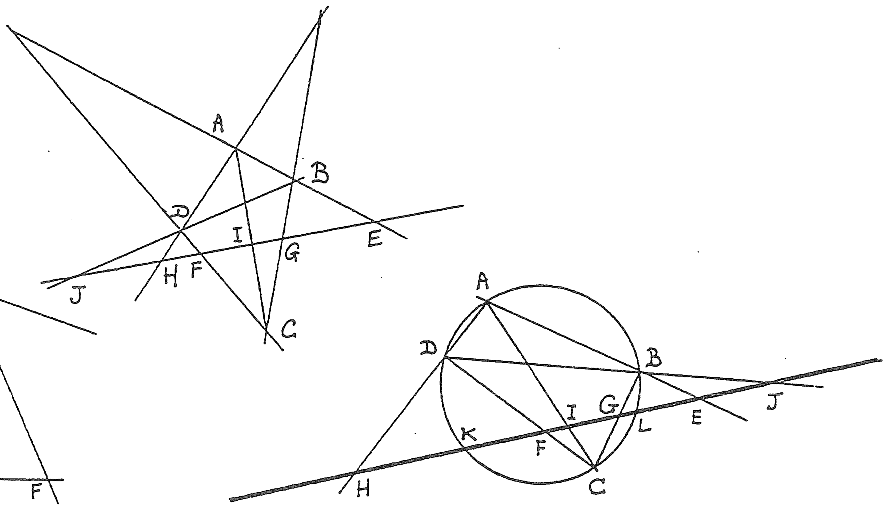


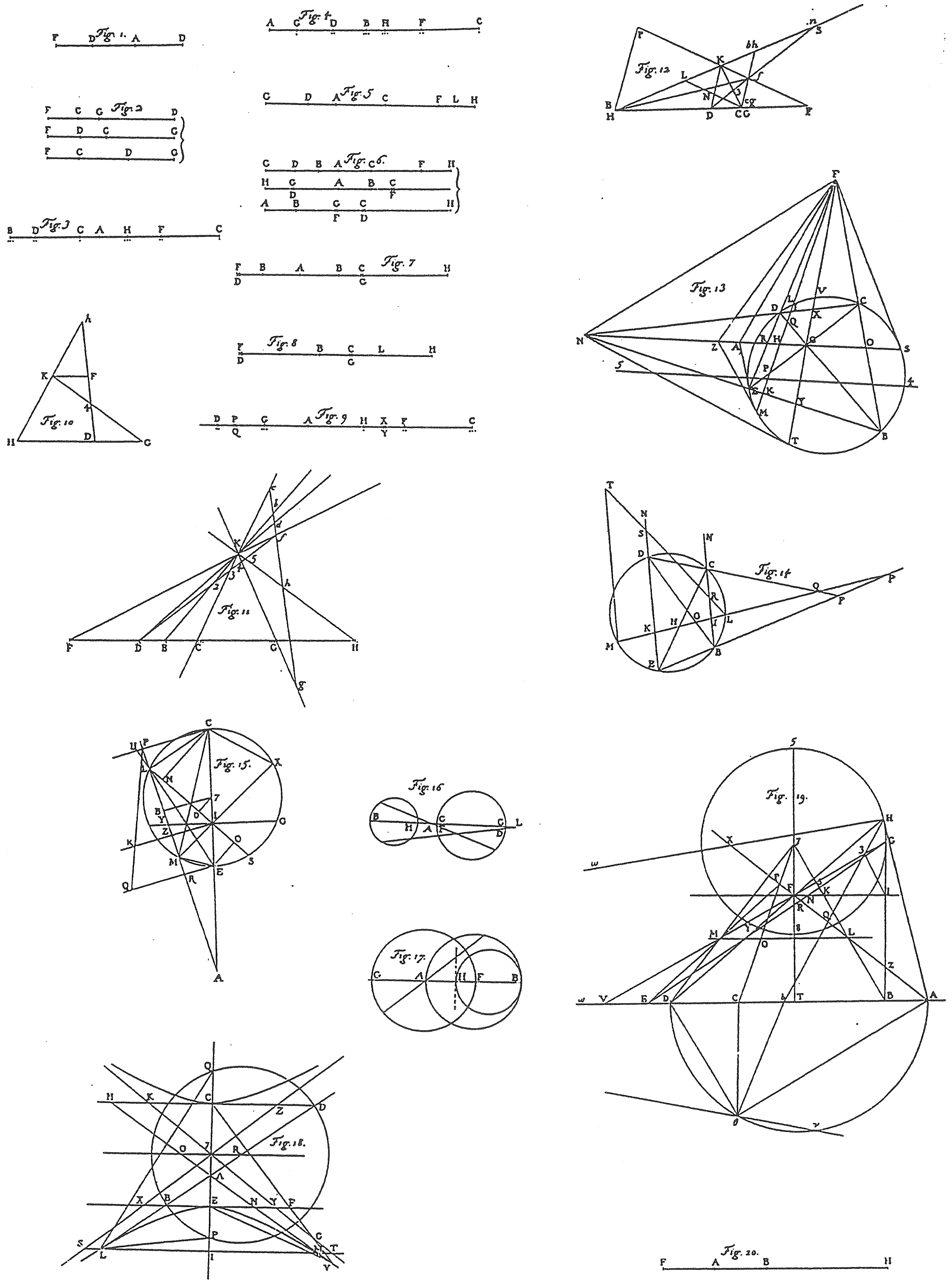
Figure 1.

Théorème "de la ramée" :
Etant donnés trois couples de points en involution sur une droite, (A,B), (C,D) & (E,F), et un faisceau de six droites concourantes (ou parallèles) passant par les six points, toute "traversale" coupera ces droites en six points qui seront en involution, par couples correspondants : (a,b), (c,d) & (e,f). C'est la conservation de l'involution - ou birapport - par projection centrale (ou parallèle).



Figures 2 & 3.

Théorème fondamental :
Etant donné un quadrilatère complet formé par les trois couples de droites (AB,CD), (BC,DA) & (AC,BD), toute droite "traversale" coupe les six droites en six points, E, F, G, H, I & J qui seront en involution par couples correspondants (E,F), (G,H) & (I,J). Toute conique, et en premier lieu tout cercle, circonscrit comme ici, au quadrilatère (ABCD), coupe la "traversale" en deux points K & L qui forment un 4ème couple de l'involution.



Planches du *Brouillon project d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan* de Desargues (1639).
Ces figures sont celles de la copie manuscrite effectuée par Philippe de La Hire en 1679.

Il nous faut maintenant préciser les éléments les plus originaux de la démarche arguésienne :

1°) dans la longue liste de définitions de la première partie, on remarque, comme l'écrit Poudra (in *Oeuvres de Desargues*, 1876) :

> *quelques belles idées sur l'infini;*
> *1° Une droite peut être considérée comme prolongée jusqu'à l'infini et alors les deux extrémités opposées sont unies entre elles,*
> *2° Les droites parallèles sont des droites concourantes à l'infini et réciproquement,*
> [De même que sont définies les ordonnances de droites, dont le but peut être à distance infinie, sont définies les ordonnances de plans, faisceaux concourants en un essieu à distance finie ou infinie],
> *3° Une droite et un cercle sont deux espèces d'un même genre, dont le tracé peut s'énoncer en mêmes paroles,* [Analogie entre cercle et droite, la droite étant un cercle dont le centre est à distance infinie],

Certes, ces idées ne sont pas toutes entièrement neuves : Nicolas de Cues avait ouvert la voie en imaginant un univers illimité. L'univers clos des grecs, d'où l'infini actuel était exclu comme source de paradoxes, ne pouvait laisser place qu'à une géométrie du fini, où les lignes peuvent se prolonger indéfiniment mais pas infiniment. La révolution copernicienne, qui ne rompt pas avec cette clôture, avait malgré tout considérablement reculé les frontières de l'univers, au point qu'un Képler, convaincu pourtant de la finitude du monde, n'hésite pas à raisonner sur l'éloignement quasi-infini du soleil, dans un postulat des *Paralipomènes à Vitellion* qui datent de 1604 [10] :

> *Deux droites lumineuses issues d'une même source ponctuelle de lumière sont considérées du point de vue de la sensation comme équivalentes à des parallèles si elles sont à une distance immensément grande de la base à laquelle elles sont toutes deux reliées, bien qu'en réalité elles soient concourantes à leur origine,*

En perspective, devenue science géométrique avec Guidobaldo del Monte (1600) et Simon Stevin (1605), on savait que les faisceaux de droites parallèles avaient, à l'exception des faisceaux parallèles au tableau, des apparences de faisceaux concourants en un point, qui était la trace tangible dans le plan d'un point vers lequel tendaient ces droites dans l'espace, à l'infini. Avec Descartes, son étendue et la pluralité des mondes infinis, l'irruption d'un infini géométrique actualisé est rendue possible, et c'est ce que nous croyons déceler dans les propos de Desargues, qui parle en termes d'assimilation des cas et non plus de disjonction. Son insistance sur ce point - il y revient plusieurs fois dans le cours du texte, y compris dans les addenda qui font suite aux trente pages primitives - cette insistance est, à notre sens, révélatrice de la conscience qu'il a de sa modernité. Autre symptôme de cette révolution conceptuelle : dans l'*Essay pour les coniques* de Pascal, affiche placardée dans Paris en 1640, qui est programmatique d'un traité ultérieur, et où l'auteur ne cache pas ce qu'il doit aux leçons de Desargues, il y a trois définitions : la première reprend la notion d'ordonnance de lignes parallèles ou concourantes, la seconde définit les sections du cône, et la troisième nous annonce :

---

[10] Cité in *Les fondements de l'optique moderne ; Paralipomènes à Vitellion (1604)*, trad. C. Chevalley, Paris, 1980.

Par le mot de droite mis seul, nous entendons ligne droite.

N'y a-t-il pas là une volonté de s'affranchir de la définition euclidienne de la ligne comme allant d'un point à un autre, même si l'on peut la prolonger de part et d'autre, considérée comme une grandeur sujette à mesure, pour celle d'objet de l'espace, support de points et de segments ? Les propriétés d'incidence prennent ici le pas sur les propriétés métriques.

Notons que Descartes exprimera sa méfiance à l'égard de ce point à l'infini, dans sa lettre à Desargues du 19 juin 1639 [11] :

> *Pour vostre façon de considerer les lignes paralleles, comme si* [on notera le *comme si*] *elles s'assembloient à un but à distance infinie, afin de les comprendre sous le mesme genre que celles qui tendent à un point, elle est fort bonne, pourvu que vous vous en serviez, comme je m'assure que vous faites, pour donner à entendre ce qui est obscur en l'une de ces especes, par le moyen de l'autre où il est plus clair, et non au contraire* [12].

2°) la deuxième partie est consacrée à l'étude de l'involution sur une droite. C'est le seul mot du nouveau vocabulaire de Desargues que la tradition mathématique conservera. Sur ce point encore, Desargues innove, même s'il systématise une étude déjà abordée par Pappus par exemple. Il s'agit d'une disposition de points sur une droite telle qu'elle soit conservée par projection centrale de cette droite sur une autre, c'est-à-dire telle que cette disposition conduise à une valeur constante de ce que nous appelons le birapport, ou rapport anharmonique (cf. figure 1). Pour démontrer la conservation de l'involution de six points par projection, Desargues se sert de façon intensive du théorème de Menelaüs. Il montre la puissance de ce résultat en l'appliquant à tous les cas particuliers, déjà connu de Pappus ou d'autres, tels que faisceaux harmoniques, faisceaux de bissectrices, médianes d'un triangle, rayons conjugués. On verra que sur ce point, La Hire sera moins audacieux que Desargues.

3°) le recours au mouvement et à la mutation d'apparence sont deux autres traits caractéristiques de la pensée arguésienne. La troisième partie du *Brouillon project* débute par la définition des coniques comme coupes de rouleaux. Voici cette définition des rouleaux, autrement dits cônes ou cylindres :

> *Quand une droicte ayant un point immobile se meut par le bord, autrement la circonférence d'un cercle ;*
>
> *Le poinct immobile de cette droicte est au plan, ou bien hors du plan de ce cercle.*
>
> *Rouleau. Quand le poinct immobile de cette droicte est hors du plan de ce cercle, il y est à distance ou finie ou infinie, & en chacune de ces deux especes de position de ce poinct immobile hors du plan de ce cercle, cette droicte en se mouvant demeure toujours hors du plan de ce cercle, & en sa revolution elle environne, enferme, ou descrit un massif autrement solide, icy nommé Rouleau, comme d'un nom de surgenre qui contient deux sousgenres.*

---

[11] Cité par R. Taton, op. cit.

[12] Sur ce point, d'autres propos de Descartes, que nous citerons plus loin, éclairent sa méfiance. La notion de point à l'infini relève de ce qu'il appelle *la métaphysique de la géométrie* ; elle éclaire mais ne démontre pas.

On retrouve ici la notion d'élément à l'infini : si le sommet du rouleau est à distance infinie, le rouleau est appelé *Colomne* ou *Cylindre* ; sinon, c'est un *Cornet* ou *Cone*. Une fois énumérées les occurences linéaires ou dégénérées de la coupe d'un rouleau par un plan passant par le sommet du rouleau (c'est-à-dire parallèle aux génératrices dans le cas du cylindre), Desargues définit les autres coupes possibles : *le Cercle, ou Ovale, autrement Elipse, en francez, deffaillement* [et que Pascal appelera antobole]... *la Parabole, en francez, égalation... l'Hyperbole, en francez outrepassement ou excedement*. Il prend soin de signaler l'analogie entre sécantes et tangentes à ce qu'il appelle courbe ou figure (l'une quelconque des coniques).

Dans cette troisième partie, sont ensuite définies les notions que nous appelerions pôle d'une droite et polaire d'un point, et qui lui sont nécessaires pour en venir à l'essentiel, la démonstration du célèbre Théorème de Desargues sur les coniques, à savoir : la caractérisation du faisceau des coniques passant par quatre points fixes, par une involution définie sur toute sécante à la conique. Cette démonstration nous intéresse car elle consiste à démontrer d'abord le résultat dans le quadrangle complet construit sur les quatre points (cf. figure 3) c'est-à-dire pour les trois coniques dégénérées du faisceau recherché (là encore par usage du théorème de Menelaüs), puis pour le cercle en utilisant la notion que nous appelerions puissance d'un point par rapport au cercle, et enfin pour toute conique, en procédant par perspective, ou encore par le relief, en fait par projection du cercle sur une conique d'un rouleau s'appuyant sur ce cercle, i-e par mutation optique d'apparence, comme aurait dit Leibniz, en plaçant le site perspectif au sommet du cône. C'est d'ailleurs ce procédé qui intervient dans la quatrième partie où Desargues montre qu'on peut déduire de ce résultat fondamental sur les coniques, toutes leurs propriétés classiques, comme par exemple, la détermination du centre d'une conique, ou celle des asymptotes à une hyperbole, considérées comme tangentes à l'infini de cette hyperbole. Le *Brouillon project* se termine sur des indications de généralisation aux quadriques, à l'étude des cônes à base conique, &c... qui montrent la puissance de cette pensée et sa grande capacité à voir les configurations de l'espace.

Quant au mouvement proprement dit, il intervient dans certaines définitions de la première partie, mais plus encore ici dans la génération des rouleaux. Comment ne pas évoquer ici l'image d'un Desargues, sortant de ses propres et particulières contemplations, utilisant les ombres portées obtenues au flambeau, pour faire comprendre à ses élèves ce qu'il en est de l'analogie de ces courbes, par le lent déplacement d'un plan dans un cône de lumière, image qui a sans doute donné son titre à cet ouvrage perdu: les *Leçons de Ténèbres*. Comment ne pas évoquer aussi le titre de la perspective de Simon Stevin, la *Sciagraphia*, qui veut dire l'inscription par l'ombre, ou encore les dispositifs mobiles imaginés par les perspectivistes de l'époque, Abraham Bosse lui-même, ou Jacques Le Bicheur, pour faire comprendre ce qu'il en est de la convergence des parallèles dans l'apparence. Comment ne pas évoquer ces lignes de Pascal dans l'*Esprit de la géométrie* :

> *... si on regarde au travers d'un verre un vaisseau qui s'éloigne toujours directement, il est clair que le lieu du diaphane où l'on remarque un point tel qu'on voudra du navire, haussera toujours par un flux continuel, à mesure que le vaisseau fuit. Donc, si la course du vaisseau est toujours allongée et jusqu'à l'infini, ce point haussera continuellement ; et cependant il n'arrivera jamais à celui où tombera le rayon horizontal mené de l'oeil au verre de sorte qu'il en approchera toujours, sans y arriver jamais. D'où l'on voit la conséquence nécessaire qui se tire de l'infinité de l'étendue du*

> *cours du vaisseau, à la division infinie et infiniment petite de ce petit espace restant au-dessous de ce point horizontal.*

Pour achever ce rapide aperçu sur le *Brouillon Project*, nous donnerons l'avis de Grégoire Huret, un perspectiviste et graveur de l'Académie Royale de peinture et sculpture, détracteur modéré de Desargues et Pascal (pour son Essay sur les coniques), et auteur d'une *Optique de Portraiture et Peinture* publiée en 1670. S'il reprend à son compte les accusations de Jacques Curabelle et de Jean de Beaugrand concernant des sources grecques non avouées par Desargues, s'il contribue à perpétuer les critiques généralement émises par les détracteurs du géomètre lyonnais à l'encontre du vocabulaire botanique qu'il utilise [13], il éclaire, néanmoins, nous semble-t-il, la double nature de Desargues, praticien et théoricien :

> *Il a ainsi nommé ces choses extraordinairement de noms champêtres pour tâcher de faire croire qu'il n'avait jamais vu Apollonius, Pappus, &c... et n'aurait jamais tiré aucune lumière d'eux, en conséquence de ce que son procédé est autre que le leur ; ce qui n'empêche pas qu'il ne leur doive toute la lumière de sa première connaissance en cette matière et de l'industrie qu'il y emploie, comme il doit aussi à la perspective la visée de l'ordre et du chemin qu'il a suivy.*

On notera que Huret, sans doute plus habile géomètre que Beaugrand, sait que Desargues a été au-delà de son illustre devancier Apollonius, (dont Desargues reconnaît, dans son *Brouillon*, qu'il l'a lu), mais surtout qu'il attribue à la connaissance perspective de Desargues une part de ses innovations.

Quel fut l'importance accordée par ses contemporains, au *Brouillon project* de Desargues ? Nous en avons déjà donné quelques échos, mais il nous faut en venir à l'opinion des figures de savants qui ont compté au XVIIème siècle.

L'ECHO DU *BROUILLON PROJECT*.

Des cinquante exemplaires de cet ouvrage, publié par Desargues en 1639, on pensait jusqu'en 1950 qu'il n'en restait plus un seul. Le tirage modeste, même pour un ouvrage scientifique, s'explique sans doute par les deux raisons suivantes : il ne s'agit que d'une esquisse dans l'esprit de Desargues, et Paris subit à cette époque une crise d'approvisionnement en papier, devenu rare et cher. Le fait est que peu de géomètres des XVII & XVIIIèmes siècles font référence à Desargues, même - on serait tenté de dire surtout - lorsqu'ils traitent des coniques.

Les seuls à évoquer ou invoquer le nom de Desargues, sont les contemporains (Descartes, Mersenne, Fermat, Mydorge, Peiresc, Florimond de Beaune, Roberval, Beaugrand, Carcavy, &c), puis Pascal, Leibniz et Huygens parmi les plus proches dans le temps, puis, à une génération de là, Grégoire Huret, Philippe de La Hire, & Jacques-François Le Poivre.

---

[13] Nous avons déjà développé par ailleurs cette question de la lecture du *Brouillon project* ; certains critiques ont en effet vu dans le vocabulaire botanique inauguré par Desargues dans son traité des coniques, l'un des obstacles à sa lecture ou à sa compréhension. Le lecteur pourra se reporter à l'acte I de l'*Opera matematica*, op. cit.

Plus d'un siècle plus tard, en 1864, Poudra publie le texte d'une copie manuscrite du *Brouillon project*, faite par Philippe de La Hire et découverte par Michel Chasles. Il faut attendre 1950 et la découverte par M. Pierre Moisy d'un exemplaire original du *Brouillon project*, pour voir enfin paraître une édition digne de ce texte fondateur, réalisée par M. René Taton et publiée en 1951.

Mersenne avait une bonne opinion de Desargues, qu'il confie à plusieurs de ses correspondants, et de ses productions qu'il s'empresse de diffuser [14]. Fermat l'appréciait à sa juste valeur. Florimond de Beaune aussi, sans doute, qui abandonna son projet de rédiger une seconde partie de son *Angle solide* quand il apprit que Desargues préparait un brouillon sur le sujet. Carcavy tenait le *Brouillon project* et son auteur en haute estime, puisque 17 ans après la parution de cet ouvrage, il tressait des couronnes à Desargues dans une lettre à Huygens. Roberval semble avoir compris la leçon arguésienne, qui écrit [15] :

> *Monsieur Desargues, dans son excellent traité des coniques,.. fit voir que les trois sections se décrivent sur un mesme principe et de mesme façon,*

et qui applique ce principe à la construction des tangentes, dans un manuscrit intitulé *Sur la conformité des trois sections coniques* [15].

Pascal fut plus qu'un lecteur : un élève de Desargues, et le seul qui se soit engagé dans ses traces, de son temps. Son *Essay pour les coniques* énonce le fameux théorème qui porte son nom, ou encore le nom de théorème de l'hexagramme mystique, à savoir l'alignement des points de concours des couples de côtés opposés de tout hexagone inscrit dans une conique : c'était ouvrir la voie à la génération du faisceau des coniques définies par la donnée de cinq points ou tangentes, problème auquel s'intéressera Newton. Dans cet *Essay*, Pascal annonce aussi des *Elements coniques complets* qui proposeraient une étude unitaire et universelle de ces courbes. Mersenne annonçait en 1644 que Pascal avait tiré plus de 400 corollaires de sa proposition, que l'on appelait déjà *la pascale*. Mais cet *Essay*, feuille volante de peu de diffusion, fut perdu et ne fut retrouvé qu'en 1779 par Bossut. Il en fut de même du traité manuscrit que la famille Périer remit à Leibniz pour examen en 1676, et dont il ne reste que quelques extraits recopiés de la main de celui-ci [16] ; l'on sait pourtant l'interêt que Leibniz portait à ce manuscrit et l'insistance qu'il mit - hélas, en vain - à obtenir de la famille Périer, la publication des *Coniques* de Pascal.

---

[14] Admis très tôt dans le cercle parisien du minime, Desargues devait y jouer le rôle d'arbitre, par exemple, entre Fermat et Descartes sur la question des tangentes. Le second, avare de compliments à l'ordinaire, estimait beaucoup le lyonnais et tenait à connaître son avis, en géométrie comme en philosophie. Mersenne, appréciant ses qualités de pédagogue, lui demanda un traité pour apprendre le chant aux enfants, qu'il inséra dans son *Harmonie universelle* de 1636 ; il fit relier l'*Exemple* de perspective de Desargues, qu'il trouvait "succulent", à la suite de son propre exemplaire de l'*Harmonie*.

[15] Cité par R. Taton, p.58, note complémentaire n°10 de l'édition de 1981, op. cit.

[16] Le manuscrit de Leibniz, copie en latin de quelques éléments du traité de Pascal, a fait l'objet d'une édition critique (traduction, introduction et notes) par les soins du Père Costabel, pp.85 à 101, in *L'oeuvre scientifique de Pascal*, ouvrage collectif publié par le Centre International de Synthèse, Paris, 1964. On trouve dans cet ouvrage un autre article de Jean Itard, sur *"L'introduction à la Géométrie" de Pascal*, fragment recopié par Leibniz lors de son séjour à Paris, qui met en évidence que Pascal se faisait une conception "moderne" de l'espace, et de la géométrie comme science de l'espace et non plus de la grandeur.

Descartes estimait beaucoup son ami Desargues, mais leurs conceptions de la géométrie étaient trop divergentes. Descartes, sûr de sa méthode analytique, exposée dans sa *Géométrie*, a rompu avec les méthodes synthétiques des anciens, et il s'exprime à ce sujet, à propos de l'avant-projet que Desargues lui avait envoyé, dans une lettre à Mersenne du 9 janvier 1639 [17] :

> *Et aussi je vous dirai qu'il* [Desargues] *n'a point assez expliqué sa conception pour me la faire comprendre. La façon dont il commence son raisonnement, en l'appliquant tout ensemble aux lignes droites et aux courbes, est d'autant plus belle qu'elle est plus générale, et semble être prise de ce que j'ai coutume de nommer la Métaphysique de la Géométrie, qui est une science dont je n'ai point remarqué qu'aucun autre se soit servi, sinon Archimède. Pour moi, je m'en sers toujours pour juger en général des choses qui sont trouvables, et en quels lieux je les dois chercher ; mais je ne m'y fie point tant, que d'assurer aucune chose de ce que j'ai trouvé par son moyen, avant que je l'aie examiné par le calcul, ou que j'en aie fait une démonstration géométrique. Car on peut s'y tromper fort aisément et mêler quelque différence spécifique avec les génériques, au moyen de quoi le tout ne vaut rien.*

Par ailleurs il est un aspect du style arguésien qui l'éloigne de Descartes ; et qui rend au lecteur moderne l'abord de l'oeuvre plus difficile, tant il est plus coutumier du langage algébrique que du style antique où l'on manipule force raisons et compositions de raisons : les démonstrations de Desargues sont faites sans aucun symbolisme algébrique, à une époque où celui-ci commençait à s'imposer ; mais s'il faut en croire Descartes, cette difficulté était déjà de mise en 1639 : il s'agit sans doute d'une anticipation sur un avenir proche où notre philosophe voyait son analyse triompher sur les méthodes des anciens. Il l'exprime d'ailleurs dans sa lettre à Desargues du 19 juin 1639 [17] :

> *car il y a bien plus de gens qui sçavent ce qu'est multiplication qu'il y en a qui sçavent ce que c'est que composition de raisons.*

Le refus de l'algébrisation, que l'on retrouvera chez Pascal, est représentatif des idées de Desargues, dont les objectifs et les méthodes synthétiques sont très éloignés de ceux de la géométrie analytique cartésienne. On mesure là le premier écart entre un géomètre ancienne manière et le nouvel analyste, écart qui va se creuser dans le cours des deux siècles qui vont suivre [18]. Mais ce n'est pas tant la méthode synthétique et le langage des compositions de raisons de type euclidien que Descartes met en cause ; c'est véritablement le fond même de la pensée arguésienne : le raisonnement par analogie ou par mutation, comme l'appelle Leibniz, ou encore le principe de continuité comme l'appeleront les géomètres du XIX^ème^ siècle.

---

[17] Cité par R. Taton, op. cit.

[18] Desargues lui-même avoue ne pas comprendre parfaitement la *Géométrie* de Descartes ; il écrit dans une lettre à Mersenne du 4 avril 1638, où il essaie de réconcilier les deux partis de Descartes et Fermat dans la controverse des tangentes : *Je seroy bien aise d'en avoir un peu plus de familière explication pour mon esprit grossier, et puis que l'auteur est vivant, estre délivré du travail necessaire à son deffault pour m'ajuster asseurement à sa pensée dès l'entrée de la matière [...] Je dresseroy bien au besoin un memoyre des difficultez que j'y rencontre et où je m'arreste crainte d'enfourner mal d'abord dans l'intelligence de ses commencements où je remarque et voy reluire quelque chose hors de la pensée ordinaire en la Geométrie..* Descartes accédera, exceptionnellement, à ce désir.

Leibniz est sans doute celui qui aura le plus cherché à lire Desargues, à un moment où il semble que beaucoup de ses oeuvres originales ne sont plus, ou sont difficilement accessibles [19]. Il aura certainement, au travers de ce qu'il sait de Desargues par ses correspondants [20] et de ses lectures (Pascal, en particulier), compris la nouveauté et la richesse de cette pensée. Leibniz, commentant le traité des coniques de Pascal qu'il a eu entre les mains, devait souligner l'interêt de ce que les mathématiciens du XIX$^{\text{ème}}$ devaient appeler les méthodes projectives : nous renvoyons le lecteur à la citation liminaire de cet article.

Nous avons déjà évoqué les efforts que Leibniz déploya pour obtenir la publication du traité des coniques de Pascal. Nous savons aussi quelle importance eurent ses conceptions pré-projectives dans l'élaboration de sa philosophie, et en particulier dans sa monadologie où il utilise à l'envi la notion de site perspectif. Mais il faut ajouter qu'elles ne sont sans doute pas étrangères à certaines idées qu'il émit sur la géométrie. Leibniz n'était pas un inconditionnel des nouveaux calculs, et en particulier de l'algèbre, telle que l'avaient développée Descartes et ses épigones ; et cela non pas tant en raison d'une quelconque supériorité du calcul infinitésimal sur le calcul algébrique [21], mais parce qu'il caressait le projet d'une géométrie de situation. C'est ainsi qu'il écrit, dans une lettre à Huygens du 8 septembre 1679 :

> *Je crois qu'il nous faut encore une autre analyse proprement géométrique ou linéaire, qui nous exprime directement* situm, *comme l'algèbre exprime* magnitudinem.

Leibniz écrivit d'ailleurs un essai, qui lui paraissait *considérable*, sur les congruences de points moyennant une certaine relation d'équivalence, où il cherchait le lieu des points congrus à un point donné, selon une relation qui n'avait en effet aucun caractère métrique. Et dès 1736, Euler écrivait à ce propos, dans un texte consacré au problème de Koenisberg :

> *D'après lui* [Leibniz], *cette partie de la géométrie s'occupe de déterminer seulement la position et de chercher les propriétés qui résultent de cette position ; dans ce travail, il n'est besoin ni d'avoir égard aux grandeurs elles-mêmes, ni de les calculer ; mais il n'est pas encore bien établi quels sont les problèmes de ce genre appartenant à la géométrie de position, et quelle méthode il faut employer pour les résoudre.*

---

[19] Leibniz essaiera par tous les moyens d'accéder aux oeuvres de Desargues. Comme le montrent les travaux de Javier Echeverria, exposés en 1983 dans les actes du Colloque de Seillac sur *Leibniz et la Renaissance* (juin 1981), et lors d'une séance du Séminaire *Histoire de la Perspective* (CNRS, Centre Koyré, IREMs de Caen et Lille) en 1987, Leibniz s'est intéressé à toutes les oeuvres accessibles de Desargues, à toutes celles qui mentionnent ses travaux, y compris celles qu'on l'a accusé de plagier : c'est ainsi qu'il annote le traité de musique de Desargues inclus dans l'*Harmonie* de Mersenne, les traités de perspective de Bosse, les traités de Dubreuil et de Migon-Alleaume, &c... ouvrages que J. Echeverria a compulsé dans la bibliothèque de Hanovre où ils sont conservés. La raison en serait que les papiers de Leibniz contiendraient plusieurs essais, dont certains assez achevés pour être imprimés, d'une *Scientia perspectiva* qui généraliserait la perspective plane, par exemple à d'autres surfaces, et qui : *totam comprehendit Geometriam situs.*

[20] C'est ainsi que Oldenburg essaiera de localiser le *Brouillon project* et/ou *Les leçons de ténèbres* pour Leibniz. Il semble qu'il eut connaissance, en 1673, d'un exemplaire envoyé par Mersenne à Pell, en 1640. Cité par R. Taton, op. cit.

[21] Supériorité si souvent affirmée par les mathématiciens français qui s'éprirent des méthodes de Leibniz, comme le Marquis de l'Hôpital, qui méprisait tout à la fois l'analyse de Descartes et les méthodes synthétiques des anciens.

On peut penser que cet art que Leibniz appelait *Analysis situs*, et dont Buffon disait qu'il serait :

> *aussi utile et peut-être plus nécessaire aux sciences naturelles que l'art qui n'a que la grandeur des choses pour objet, car,* [ajoutait-il], *on a plus souvent besoin de connaître la forme que la matière,*

on peut penser que cet art s'apparentait plus à ce qui allait devenir la topologie qu'à ce que les géomètres de la fin du XVIII^{ème} siècle allaient mettre en place, c'est-à-dire la géométrie projective. Cependant, il nous semble que cette préoccupation leibnizienne est à rapprocher de ses propos touchant aux vertus de la mutation, qu'il s'agisse du mouvement proprement dit ou de la mutation d'apparence (transformation optique des figures), propos à l'évidence d'inspiration arguésienne et pascalienne, que nous avons cités en exergue de notre introduction générale.

Pour en finir avec l'influence arguésienne sur Leibniz, il nous faut rappeler sa pensée sur la loi de continuité, qu'il donne comme :

> *un principe général utile à l'explication des lois de la nature*

dans une lettre de 1687 adressée à Malebranche. C'est ce principe qu'il énonce en 1692 dans un écrit qui sera publié en 1844, les *Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum*. A propos de l'article 45 des *Principes* de Descartes [*Comment on peut déterminer combien les corps qui se rencontrent changent les mouvements les uns des autres, par les règles qui suivent*] , il écrit ces quelques lignes qui précisent quel est son modèle, l'image mentale qui sous-tend son principe :

> *Avant d'en venir à l'examen des règles spéciales du mouvement apportées par notre auteur, je donnerai un critère général, et comme une pierre de touche propre à les examiner ; j'ai coutume de l'appeler* Loi de continuité. *J'en ai fourni l'explication ailleurs, il y a quelque temps ; mais il faut la répéter et la développer ici. Sans aucun doute, quand deux cas supposés ou deux données différentes se rapprochent continuellement l'un de l'autre jusqu'à ce qu'enfin l'un se perde dans l'autre, il est nécessaire aussi que les suites recherchées, ou effets des deux cas, se rapprochent continuellement l'un de l'autre, et qu'enfin l'un finisse par devenir l'autre, et réciproquement. Par exemple, si le foyer d'une ellipse demeure immobile et que l'autre foyer s'éloigne de lui toujours davantage, le paramètre* [latus rectum] *restant le même pendant ce temps, alors les nouvelles ellipses ainsi produites se rapprochent continuellement de la parabole et en dernier lieu finissent par devenir parabole, - à savoir, quand la distance du foyer qui s'éloigne sera devenue immense. Par suite, les propriétés aussi de telles ellipses se rapprochent toujours davantage des propriétés d'une parabole, au point de finir par devenir les mêmes ; et la parabole peut être considérée comme une ellipse dont le second foyer s'éloignerait à l'infini ; donc toutes les propriétés de l'ellipse en général peuvent se vérifier de la parabole en tant qu'elle est une certaine ellipse. Et la géométrie est pleine d'exemples de cette sorte.*

On croirait lire certaines considérations de Képler sur les sections coniques dans ses *Paralipomènes à Vitellion*, que nous avons citées par ailleurs [13], et qui nous semblent préfigurer Desargues. On croirait entendre énoncer le principe de continuité de Chasles et Poncelet.

Qu'en est-il alors de l'influence arguésienne en France aux XVII & XVIII^{èmes} siècles ? On peut consulter pour cela les traités des coniques qui sont parus dans cette période ; par exemple, dans son *Traité des Sections coniques et autres courbes anciennes* (1750), qui est *enrichi de Notes ou de Dissertations Historiques & Critiques*, M. de La Chapelle, Censeur Royal, ne mentionne pas l'apport arguésien : il cite Archimède, Apollonius de Perge, Grégoire de Saint-Vincent, auteur d'un volumineux ouvrage publié en 1647, qui traite de la quadrature du cercle et qui l'amène à traiter des coniques, puis indique :

> *Il semble que l'on ne connoisse aujourd'hui, en France, que M. de la Hire, & sur-tout Messieurs Guisnée, & de l'Hôpital ; sans doute, parce que ces derniers y ont fait usage de l'Algèbre, instrument à découvertes le plus commode, le plus expéditif, le plus étendu, & par conséquent le plus beau que l'esprit humain ait jamais inventé.*

Par exemple encore, le Marquis de l'Hôpital (1661-1704), qui rédigea un volumineux *Traité Analytique des Sections Coniques*, oeuvre de 450 p. et 293 fig. en 33 pl., parue en 1720, consacre le sixième livre des dix que comporte l'ouvrage, aux *Sections Coniques considérées dans le Solide* ; il termine ce livre par l'*Avertissement* suivant :

> *Je laisse les autres propriétés des Asymptotes, & des Diametres conjugués, parce qu'elles se tirent de celles-ci sur le plan, comme l'on fait dans le troisième Livre ; mon dessein n'étant ici que de faire voir de quelle utilité peut être la considération du Solide, pour démontrer tout à la fois & sans aucun calcul, les propriétés de tous les Diametres, des Tangentes, & des Asymptotes ; d'où dépendent toutes les autres. C'est ce que je crois avoir executé d'une manière fort aisée, & entierement nouvelle ; puisque je ne me suis point servi de lignes coupées harmoniquement, comme ont fait les Geometres Modernes après Mrs Paschal & Descartes ; ce qui les a obligés d'avoir recours à un grand nombre de Lemmes, dont les démonstrations seules me paroissent aussi longues que celles de tout ce Livre.*

Le *Traité analytique* du Marquis de L'Hôpital, eut un certain succès, si l'on en croit Montucla (Chasles en parle peu), qui écrit dans son *Histoire des Mathématiques* (tome II, p.398.) :

> *Ce livre est estimé un des meilleurs sur cette partie de l'analyse.*

Il écrit même à propos du traité analytique de La Hire de 1679, dont nous reparlerons :

> *M. de La Hire servit utilement les mathématiques dès la fin du siècle dont nous parlons, par divers ouvrages et divers mémoires relatifs à l'analyse des lignes courbes, et à la construction des équations supérieures ; mais son travail à cet égard le cède en tout point à celui de M. de L'Hôpital, ouvrage posthume de ce savant géomètre, et qui a long-temps été réputé comme classique en ce genre.*

Il apparaît donc qu'à la fin du XVII^{ème} siècle, en France, le débat entre anciens et modernes s'est déplacé : le premier XVII^{ème} siècle avait vu Descartes opposer son analyse et son symbolisme algébriques aux méthodes synthétiques et au langage des raisons des anciens ; en 1700, ce qui oppose les géomètres, c'est le choix à opérer entre l'analyse de Descartes seule, ou le calcul infinitésimal, qui utilise le même symbolisme, mais dont les méthodes sont nouvelles et parfois mal assurées : qu'on se souvienne de la polémique sur les infiniment petits. Dans un tel contexte la métaphysique des mathématiques n'est plus la géométrie spéculative, mais la *Géométrie de l'infini* de Fontenelle. C'est ainsi qu'il faut comprendre le coup de patte de L'Hôpital, fervent défenseur du nouveau calcul, en direction de Descartes, dans un ouvrage où il s'en tient pourtant à des techniques de type algébrique. L'autre nom cité pour être égratigné, Pascal, est là pour rendre compte de l'autre secteur relégué aux oubliettes : la géométrie synthétique ; la référence aux *lignes coupées harmoniquement* vise explicitement La Hire. Preuve si l'en est que le nom que l'on associe à cette géométrie, c'est Pascal et non plus Desargues, et que celle-ci est bien perdue de vue par les géomètres à cette époque en France, à l'exception des quelques attardés qui se sont "fourvoyés" à suivre Pascal ou Desargues. Le témoignage récurrent de Montucla, est à cet égard caricatural, qui fait peu de cas des oeuvres de La Hire, auquel il ne consacre que quelques lignes, et qui ne parle pas de Le Poivre, dont l'ouvrage fut pourtant dédié à l'abbé Bignon, qui présidait alors l'Académie.

Pourtant, il s'en est fallu de peu, semble-t-il, que les oeuvres de Desargues ne soient éditées dans la première moitié du XVIII^{ème} siècle. C'est en tout cas ce qu'annonçait Le Père Dominique de Colonia, s.j., (1660-1741), professeur de rhétorique à Lyon, auteur d'un catalogue des principaux livres jansénistes ou suspects de l'être (1722), dans son *Histoire littéraire de la ville de Lyon, avec une bibliothèque des auteurs lyonnais...* (Lyon, 1730, tome 2, pp. 807-sq.). Il écrit en effet qu'un dénommé Richer, chanoine de Provins, préparait une édition complète des oeuvres de Girard Desargues, mais que le projet fut sans suite [22]. Nous avions signalé, il y a quelques années, qu'il s'agit de l'abbé Claude Richer du Bouchet (1680-1756), mathématicien et historien, qui rédigea en 1701 une *Gnomonique universelle*, et en 1733, une *Analyse Générale des méthodes nouvelles pour résoudre les problèmes*, sous le nom de Lagny, dans le tome XI des *Mémoires de l'Académie des Sciences*, ouvrage qui devait être suivi de trois autres qui n'ont point paru. Ce Lagny est en fait un certain Thomas Fantet de Lagny, né à Lyon en 1660 et mort en 1734 [23], membre de l'Académie des Sciences à 18 ans, correspondant de Leibniz, dont Fontenelle disait que ce qui l'avait empêché d'obtenir plus grande réputation, c'est :

> [qu'] *Il avait peut-être mal pris son temps et de ne travailler qu'à de nouveaux fondements du grand édifice de la géométrie, quand on ne songeait presque plus qu'à en construire le comble par la sublime et fine théorie de l'infini. Mais ce comble une fois mis, il semble que les fondemens posés par Lagny conviendraient mieux à tout l'édifice tel qu'il sera alors.* [24]

Quoiqu'il en soit, Lagny fut appelé à d'autres tâches, et ce fut Richer qui rédigea en partie la nouvelle version du traité d'algèbre (paru une première fois en 1697) de son ami Lagny, malade, pour les *Mémoires de l'Académie*, mais qui ne put mener le projet d'ensemble à son terme [25].

---

[22] Cette indication à propos de Desargues, figure dans la *Biographie Universelle Ancienne et Moderne*, Paris, Michaud frères, 1812. On peut lire la notice de Colonia sur Desargues dans Poudra ; *Oeuvres de Desargues*, op. cit.

[23] Idem, *Bibl. Univ.*, Tome XXIII, p. 150

[24] Eloge de Lagny par Fontenelle.

[25] Cf. Montucla, Tome 3, p.26.

Ce que nous retiendrons de cet épisode mal connu de la destinée des oeuvres de Desargues, c'est que l'Académie des Sciences souhaitait que l'on recensât, pour ses Mémoires, les *méthodes nouvelles pour résoudre les problèmes*, ce qui peut sous-entendre l'analyse de Descartes et le calcul infinitésimal, mais aussi l'ensemble des méthodes originales qui ont vu le jour au XVII^{ème} siècle. Que l'on ait confié cette tâche à Lagny (à moins qu'il n'en ait pris l'initiative), que Descartes eût sans doute traité de "métaphysicien de la géométrie", si l'on en croit le témoignage de Fontenelle, et qui semblait vouloir inclure les oeuvres de Desargues dans ce projet, est un signe supplémentaire - s'il en fallait encore -, que la Géométrie synthétique n'avait pas dit son dernier mot en France avec Desargues et Pascal. Les oeuvres de La Hire et Le Poivre sont là pour en témoigner d'autre manière.

LE FILS SPIRITUEL : PHILIPPE DE LA HIRE.

Paris, 18 Mars 1640 - Paris, 21 Avril 1718.

Et tout d'abord, quelques indications sur sa vie et son oeuvre, que nous emprunterons, pour partie à l'éloge de Fontenelle : la plupart des biographies de Philippe de La Hire s'appuient sur lui, aussi préférons-nous en donner des extraits, pour le plaisir d'en entendre la langue [26].

> *Philippe de La Hire naquit à Paris le 18 mars 1640. Son père était peintre ordinaire du roi, et professeur en son académie de peinture et sculpture. Il était parvenu à ces titres, et, ce qui est encore plus, à une grande réputation, sans avoir jamais eu d'autre maître que son génie naturel.*
>
> *Le fils, qui paraissait aussi en avoir beaucoup, fut destiné à la même profession. Il apprit parfaitement le dessin, ensuite la perspective, si nécessaire aux peintres, et cependant assez négligée ; et quoique les cadrans n'appartiennent guère à la peinture, il étudia aussi la gnomonique, peut-être parce que c'est une espèce de perspective. Le plus léger prétexte lui suffisait pour étendre ses connaissances. Cet assemblage de cercles qui forment la sphère, et leurs projections sur différens plans, s'imprimaient dans son esprit avec une facilité surprenante ; et il semblait que, selon le système de Platon, ce ne fût qu'une réminiscence de ce que son âme avait su autrefois. Il était aisé de prédire que ce jeune peintre se changerait en un grand géomètre.*
>
> *Il perdit son père à l'âge de dix-sept ans. Il tomba dans des infirmités continuelles, surtout dans des palpitations de coeur très violentes. Il crut que le voyage d'Italie, qui lui était presque nécessaire pour son art pourrait aussi être utile à sa santé, et il l'entreprit en 1660.*

---

[26] Les sources sont nombreuses : 1°) l'*Histoire de l'Académie royale des Sciences en MDCXCIX* (1699) & les *Eloges historiques de tous les académiciens morts depuis ce renouvellement*, de Fontenelle, Paris, 1724, (l'éloge de La Hire s'y trouve aux pp. 464-484). Edition consultée : Fontenelle, *Oeuvres choisies*, Paris, 1825, tome I, pp.409-424.
2°) les *Mémoires pour servir à l'Histoire des hommes illustres*, de Nicéron et Goujet, tome V & X, 2° partie.
3°) l'*Histoire des philosophes modernes* de Saverien, tome V.
4°) l'*Histoire du collège royal* de Goujet.
5°) l'*Histoire des Mathématiques* de Montucla, 1758, puis l'An VII, tome III, pp. 6-7 & tome II, p.169.
6°) la *Biographie universelle, ancienne et moderne*, chez Michaud, à Paris.
7°) le *Dictionary of Scientific Biography*, New-York, 1970-1980, article de M. René Taton, tome VII, 1973, pp.576-579.

Autoportrait de Philippe de La Hire.
Gravure en manière de crayon.

Autoportrait (?) de Philippe de La Hire.
Pastel ; Musée de l'Observatoire.

Dans ce pays, où la savante antiquité a laissé plus de reste qu'en aucun autre, et où ces précieux restes ont fait renaître plus d'excellens ouvrages modernes, il ne s'attacha d'abord qu'à se remplir les yeux de ces différens objets, qui jetaient dans son imagination des semences du beau. Mais à Venise, où la vie est fort oisive, à moins qu'on n'y soit plongé dans des plaisirs qui n'étaient pas pour lui, et en ce cas-là même encore assez oisive, il s'appliqua fortement à la géométrie, et principalement aux sections coniques d'Apollonius. La géométrie commençait à prévaloir chez lui, quoique revêtue de cette forme épineuse et effrayante qu'elle a souverainement dans les livres des anciens. S'il n'y avait présentement d'autres maîtres qu'Apollonius et Archimède, la délicatesse de la plupart des modernes ne s'en accommoderait guère.

La vie retirée qu'on mène en Italie était fort du goût de La Hire. Son caractère sage et sérieux l'attachait à un pays où les dehors, tout au moins, sont sérieux et sages, et où l'air de folie n'est point un mérite qu'on affecte. Il aimait les manières circonspectes et mesurées des Italiens, qui, à la vérité, leur retranchent les agrémens de la familiarité française, mais aussi leur en épargnent les périls. Il semble que le plus sûr pour les hommes serait de s'approcher peu les uns des autres, et de se craindre mutuellement. Enfin, il aurait volontiers prolongé son séjour en Italie ; mais sa mère, dont il était fort aimé, le rappelait avec trop d'instance. Il revint au bout de quatre ans ; bien résolu d'y retourner ; ce qui cependant n'a pas eu d'exécution. Du moins, quand il parlait de l'Italie, c'était toujours avec un plaisir dont les Italiens eussent pu tirer vanité, d'autant plus que l'éloge des moeurs étrangères est assez rare dans la bouche des Français.

Etant de retour ici, il continua ses études géométriques, toujours plus profondes et plus suivies. Desargues, qui était du petit nombre des mathématiciens de Paris, et Bosse, fameux graveur, avaient fait une première partie d'un traité de la coupe des pierres, matière alors toute neuve ; mais quand ils voulurent travailler à la seconde partie, ils sentirent que leur géométrie s'embarrassait ; et ils s'adressèrent à de La Hire, qui, dans leur besoin, les secourut de sept propositions tirées de la théorie des coniques. Bosse les fit imprimer en 1672 dans une brochure in-folio*. Ce fut par là que de La Hire avoua au public qu'il était géomètre.*

Il soutint dignement ce nom par quelques ouvrages qu'il donna ensuite en 1673 et 1676. Ils roulaient encore sur les coniques, excepté un petit traité de la cycloïde, courbe qui était à la mode, et qui le méritait encore plus qu'on ne croyait en ce temps-là.

Enfin, la réputation de La Hire fut en peu de temps au point de le faire souhaiter dans l'académie des sciences ; et il y entra en 1678.

L'année suivante, il publia en un volume in-12 trois traités, qui ont pour titre, le premier : Nouveaux élémens des sections coniques *; le second :* Les lieux géométriques *; le troisième :* La construction ou effection des équations. *Les deux derniers principalement étaient faits pour développer les mystères de la géométrie de Descartes. Ce grand auteur avait laissé beaucoup à deviner, beaucoup à éclaircir ; et, selon le caractère des livres originaux, son livre était propre à en produire plusieurs autres encore assez originaux. Tel fut celui de La Hire. Les principes en étaient si bien posés, malgré la difficulté naturelle de ces matières-là, assez connue des géomètres, que quand plus de trente ans après il en fut question dans l'académie à l'occasion de quelques écrits de Rolle, de La Hire n'eut besoin que de consulter son ancien ouvrage, et d'en reprendre le fil. Il n'y aurait rien là de remarquable, s'il ne s'agissait que de la vérité des principes ; mais il s'agit de l'universalité de la manière de leur application ; ce qui est susceptible d'une infinité de degrés, de différences et de bizarreries apparentes dans la pratique.* [...]

Il apparaît donc que Philippe de La Hire est lié à Desargues, par son père, le peintre Laurent de La Hyre (1606-1656), même si, nous le verrons, Fontenelle est pris ici en flagrant délit d'anachronisme, puisque Desargues, mort en 1661, ne pouvait avoir fait appel au jeune Philippe de retour d'Italie en 1664. Il nous faut donc préciser ces liens. Desargues collabora fort tôt avec des peintres de la capitale : c'est ainsi qu'il réalisa des dessins perspectifs sur voûte, à la demande de Philippe de Champaigne, le peintre favori de Port-Royal, pour l'ancienne église des Carmélites où Champaigne s'était attelé à une fresque dès 1628 [27]. Mais il apparaît aussi, si l'on en croit divers témoignages, dont celui du géomètre lui-même [28], que Desargues ait donné des leçons de perspective à Laurent de La Hyre ; cela n'a jamais été démenti par le peintre, pourtant pressé de le faire par les détracteurs du géomètre [29] ; nul doute en tous cas que Desargues et La Hyre n'aient été de grands amis, puisque le 13 septembre 1648, le peintre passe marché avec le maître maçon Charles de Bressy, pour transformer *de fond en comble* sa demeure sise rue des Gravilliers, et que pour ce faire, il a demandé des plans au géomètre lyonnais [30]. Celui-ci est en effet avant tout ingénieur et s'est illustré comme architecte, depuis qu'il s'est mis en tête de prouver par la pratique le bien-fondé de ses théories en stéréotomie. En outre, La Hyre prendra pour apprenti, en 1645, Ennemond

---

[27] On trouve dans l'ouvrage de Piganiol de la Force, *Description de Paris, de Versailles,..,* Paris, Nouvelle édition 1742, t.5, p.346, la mention suivante, citée par R. Taton, op. cit. : *Les curieux et les connaisseurs regardent avec une attention particulière un morceau de Perspective dont Desargues, habile mathématicien, avait donné le trait à Champaigne ; c'est un crucifix entouré de la sainte Vierge et saint Jean. Ce groupe paroît être sur un plan vertical quoiqu'il soit sur un plan horizontal.*

[28] Desargues s'exprime à cet égard dans son *Brouillon project d'exemple d'une manière universelle du S.G.D.L. touchant la pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture ; Et de l'esclaircissement d'une manière de réduire au petit pied en Perspective comme en Géométral, et de tracer tous quadrans plats d'heures égales au Soleil* d'août 1640 : *... les communs pourront apprendre la perspective en peu de jours et les bons en peu d'heures ; comme entre autres ont fait à Paris monsieur* Buret *maistre menuisier sculpteur, monsieur* Bosse *graveur en taille-douce, monsieur de la* Hyre *peintre, chacun des plus excellens hommes du temps en son art, et depuis eux monsieur* Hureau *maistre maçon, et autres qui tous l'ont entenduë et sçeu practiquer en moins de deux heures, desquelles messieurs* Bosse *et de la* Hyre *et autres, qui la mettent chaque jour en exécution, sçavent s'il ne leur est pas aussi facile et plus court de mettre tout d'un coup en perspective... que de le mettre en géométral...* ; et plus loin : *... en façon que tout ce que l'on a l'intention de faire en cela* [en perspective et tracé des ombres] *s'y trouve réduits en arts que sçavent lesdits sieurs* Bosse *et* de la Hyre... Cité par Poudra, *Oeuvres de Desargues*, Paris, 1876.

[29] On peut lire dans les *Advis charitables sur les diverses oeuvres et feuilles volantes du sieur Girard Desargues Lyonois...,* parus chez Melchior Tavernier et François l'Anglois dit Chartres, en 1642, ensemble de lettres et de textes critiques : *... Tout Paris sçait comme il va publiant partout, que tous les peintres qui y paroissent, et desquels cette grande ville admire les ouvrages, n'entendent rien en leur mestier ; et que M. de La Hyre qui tient rang parmy ceux qu'on tient pour les meilleurs, confesse franchement qu'avant qu'il se fut rendu son disciple, et qu'il eut receu de ses mains les clefs des secrets de son art, il n'y entendoit que fort peu, ou rien du tout. Cela m'ayant esté asseuré pour veritable de plusieurs personnes d'honneur, à qui le sieur Desargues à tenu ces discours, je l'ay creu, et ce de plus, d'autant plus facilement, que j'aperçois que ce jargon est fort conforme à son humeur, et à ces escrits, particulierement à ce broüillon project que j'examine ; non sans rester dans l'estonnement, de voir d'une part la hardiesse de cet homme, et de l'autre la patience et la modestie du sieur Poussin et de La Hyre, et de tant d'autres pinceaux excellens qui paroissent dans Paris, qui souffrent qu'on les rabaisse de la sorte, et qu'un homme qui n'a jamais pratiqué dans leur art, s'y veuille rendre leur maistre, et les ose faire passer dans les meilleures compagnies pour des ignorants. C'est à eux de faire reflexion là-dessus, et à moy de passer outre à mon examen...* Cité par Poudra, op. cit. Ce qui ne manque pas de surprendre, c'est qu'en 1640, Marguerite Coquin, la femme de Laurent de La Hyre, a été la marraine de Nicolas, fils de François Langlois dit de Ciartres, marchand libraire et éditeur d'estampes (Fichier Laborde, n°37.668) [30].

[30] Le lecteur pourra se reporter à l'ouvrage *La Hyre*, paru en 1989, à l'occasion des expositions consacrées à ce peintre aux Musées de Grenoble, Rennes et Bordeaux. Nous y avons relevé ces informations qui confirment notre propos.

Maupin, fils de Simon Maupin, grand voyer de Lyon, qui entreprendra peu de temps après la construction de l'Hôtel de Ville de Lyon avec l'aide des architectes Desargues et Le Mercier [30].

L'amitié de Bosse et La Hyre ne fait aucun doute non plus : leur collaboration remonte au moins à 1639, lorsque paraît *De la monarchie du verbe incarné* du Père Zacharie de Lisieux, dont le frontispice, dû au peintre, est gravé par Bosse [30]. Un autre témoignage intéressant à cet égard, est donné dans le *Mémoire pour servir à l'histoire de l'Académie royale de peinture et sculpture....* On y apprend que La Hyre fut présent à la réunion qui vit la constitution de l'Académie royale de peinture et sculpture, en février 1648. Il y jouera, dès sa création et jusqu'en 1656, date de sa mort, un rôle de premier plan. En particulier, ce sont trois de ses amis qui vont se voir attribuer les enseignements spécialisés : le chirurgien François Quatroulx pour l'anatomie, le graveur François Chauveau, son ancien élève, pour la géométrie pratique [31], et Abraham Bosse pour la perspective [32].

Il y a donc un assez grand faisceau de présomptions pour penser que Philippe de La Hyre eut à connaître, sinon Desargues, du moins ses oeuvres, qui devaient figurer en bonne place dans la bibliothèque de son père ou de l'ami graveur Abraham Bosse. Il reste que La Hire a pu même rencontrer Desargues alors qu'il avait 17 à 20 ans, puisque le géomètre résida, ou fut au moins par trois fois de passage à Paris, de 1657 à 1660 (date où commence le voyage en Italie de La Hire), après son exil volontaire à Lyon qui débuta entre 1648 et 1651 (Philippe de La Hire a alors 11 ans).

Philippe de La Hire peignit toute sa vie, nous dirions aujourd'hui en amateur, puisqu'il avait acquis ce talent des leçons de son père qu'il perdit pourtant à dix-sept ans : Félibien le cite dans ses *Noms des peintres les plus célèbres* (1679), comme travaillant à Paris mais ne faisant pas partie de l'Académie ; c'est dire s'il s'était taillé une petite réputation, en particulier en matière de paysages. Fontenelle nous apprend ensuite que La Hire collabora à la carte de Cassini. Puis il indique :

---

[31] Il est intéressant de noter qu'il existe un rapport de parenté entre ce François Chauveau (1613-1676) - qu'il ne faut pas confondre avec un autre François Chauveau (1598-1647), élève des Jésuites et condisciple de Descartes à La Flèche -, et le géomètre Jean-Baptiste Chauveau, frère aîné du premier, que Desargues évoque dans son *Brouillon project* de 1639. Le dessinateur et graveur François Chauveau est le fils d'une bonne famille de Bourgogne ; il *fit d'excellentes études en compagnie de son frère aîné* [30], le géomètre susnommé ; leur père *leur faisoit aussi montrer la musique, les mathématiques et apprendre à dessiner et à peindre sous M. de La Hyre...* (d'après Charles Perrault, in les *Hommes illustres*, cités par [30]). Le nom du géomètre Jean-Baptiste Chauveau est cité par Desargues dans son *Brouillon Project* de 1639, pour avoir donné un moyen alternatif de tracé des coniques au moyen des foyers. Il est par ailleurs donné comme l'auteur d'une *Géométrie des Indivisibles* et d'*Eléments coniques* restée à l'état de manuscrits (B.N., Ms. f. fr. 1335), dont la clarté fait l'objet d'une mention par Mersenne dans sa *Praefatio utilis* (p.17) à *Universae Geometriae mixtaeque mathematicae Synopsis*. Voir R. Taton, op. cit., p.32, note 3, et *Correspondance du P. Marin Mersenne*, publiée par Tannery-de Waard, Tome X, p.438 & n.2, p.834 & n.4.

[32] Nous citons, d'après [30], l'édition de 1853, pp.57-58 : [L'exemple de Chauveau, joint à celui de Quatroulx] *inspira peu après un semblable dessein par rapport à la perspective à un maître qui avoit donné des preuves publiques de sa capacité en cette science. Ce fut M. Bosse, excellent graveur en eau-forte, et émule de M. Desargues, auteur comme lui d'un traité de perspective... Il étoit dans une liaison intime avec M. de La Hyre. Sous prétexte de ne se pas vouloir compromettre hors de propos, il engagea cet ami à pressentir l'Académie sur cette idée et lui insinua adroitement, au cas qu'elle en agréât l'exécution, qu'il ne seroit pas fâché qu'elle l'y invitât d'une manière convenable. M. de La Hyre, entrant en fonction d'ancien en mois, proposa l'affaire à l'assemblée, et comme de lui-même, et la tourna au gré de l'inspiration qu'il avait reçue à ce sujet. Dans l'estime où M. Bosse étoit chez tous les académiciens, sa proposition fut approuvée tout d'une voix. L'invitation qui devoit lui en être faite fut résolue de même, et M. de La Hyre avec deux autres officiers de l'Académie furent députés pour satisfaire à cette civilité.*

> *Dans l'année 1682, il donna un traité de gnomonique, qu'il réimprima en 1698, fort augmenté et fort embelli. Cette science n'était presque qu'une pratique, abandonnée le plus souvent à des ouvriers peu intelligens et grossiers, dont on ne reconnaît point les fautes ; car chacun se contente de son cadran, et ne le compare à rien. De La Hire éclaira la gnomonique par des principes et des démonstrations, et la réduisit aux opérations les plus sûres et les plus aisées ; et pour ne pas trop changer son ancien état, il eut soin de faire imprimer les démonstrations dans un caractère différent de celui des opérations, et par là donna aux simples ouvriers la commodité de sauter ce qui ne les accomodait pas ; tant il faut que la science ait de ménagemens pour l'ignorance, qui est son aînée, et qu'elle trouve toujours en possession !* [...]

Après les coniques, nous retrouvons donc La Hire sur un second terrain qu'avait balisé Desargues : l'art des cadrans solaires. Ce ne sont pas les seuls points communs entre les deux hommes, nous le verrons. Il est clair en tout cas, que si La Hire a des préoccupations pédagogiques, il choisit la concession plutôt que l'intransigeance. Fontenelle nous apprend ensuite que La Hire s'est occupé de nivellement et d'arpentage, sur lesquels il a publié un traité : l'on pense alors aux premières préoccupations et à la première oeuvre de Monge, à l'école du génie de Mézières. Poursuivons :

> *En 1685, parut son grand ouvrage, intitulé :* Sectiones conicae, in novem libros distributae. *C'est un* in-folio *qui contient toute la théorie des sections coniques, sur laquelle il avait déjà beaucoup préludé. On la voyait pour la première fois tout entière et en corps, déduite de principes très simples et nouveaux. Cet ouvrage eut une grande réputation dans toute l'Europe savante, et fit regarder de La Hire comme un auteur original sur une matière qui renferme elle seule presque tout ce que la géométrie a de plus sensiblement utile, et qui en même temps sert assez souvent de base aux spéculations les plus élevées.* [...]

On notera que c'est du bout des lèvres que Fontenelle, grand cartésien s'il en est, ardent défenseur des nouveaux calculs de Leibniz et Newton [33], accorde à la géométrie des coniques un rôle fondamental... pour des spéculations plus élevées. Il est vrai que, dans ce même éloge, il reprochait à la géométrie des Anciens d'être *revêtue de cette forme épineuse et effrayante qu'elle a souverainement dans leurs livres*. Mais il nous apprend que cette oeuvre majeure de La Hire connut un grand écho en Europe : c'est sans doute dans cette oeuvre, rédigée en latin, que Newton eut accès aux méthodes de La Hire, puisqu'il le citera dans les *Principia*.

La Hire va ensuite se consacrer à l'astronomie, et concevoir des méthodes plus simples de calcul des éclipses. Elles le conduiront à la description d'une machine mue par un mouvement pendulaire pour indiquer les éclipses passées et à venir [34].

---

[33] Il est l'auteur de la préface de l'*Analyse des infiniments petits* du Marquis de l'Hospital (1696), et d'*Elements de la Géométrie de l'infini* parus en 1727, dans lesquels il développe des pensées assez originales. Nous renvoyons le lecteur à un prochain n° de *Scholies* qui publiera le texte d'une communication de J.-P. Le Goff sur cet ouvrage.

[34] Fontenelle ajoute : *On a exécuté plusieurs de ces machines dans des pendules. On en porta une à l'empereur de la Chine, avec d'autres curiosités d'Europe, qu'elle effaça toutes à ses yeux. Il dut sentir que tous ses mandarins d'astronomie, et tous ses lettrés, quoique si révérés en ce pays-là, et si comblés d'honneurs, étaient bien éloignés d'en faire autant.* On sent poindre ici la condescendance du XVIII^ème^ siècle pour un empire et une civilisation exotique, qui va remplacer l'admiration et l'étonnement des européens du premier XVII^ème^ siècle.

Il publiera en 1702 des *Tabulae astronomicae* tirées *d'une longue suite d'observations assidues, et non d'aucune hypothèse*, mais aussi *quatre traités, qui furent imprimés à la fin du second volume des mémoires que l'académie donna en 1692 et 1693*. *Deux d'entre eux sont intéressants pour notre propos ; le premier de ces traités porte sur les épicycloïdes :*

> *courbes comprises dans la même formation générale que la cycloïde, mais plus composées, et qui lui succédèrent, quand elle eut été presque épuisée par les géomètres. De La Hire entreprit cette matière, qui avait le double charme de la nouveauté et de la difficulté.* [...] *Un fruit de sa théorie des épicycloïdes fut l'application utile qu'il en fit à la mécanique ; bonheur assez rare en fait de courbes curieuses. Il fit réflexion que dans les machines où il y a des roues dentées, c'est à ces dents que se fait tout l'effort, et que par conséquent le frottement qui détruit toujours une grande partie de l'effet des machines, est à ces endroits plus grand et plus nuisible que partout ailleurs. On aurait pu diminuer le frottement, et, ce qui est encore un avantage, rendre les efforts toujours égaux, en donnant aux dents des roues une certaine figure qu'il aurait fallu déterminer par la géométrie. Mais c'est de quoi l'on ne s'avisait point ; au contraire, on abandonnait absolument à la fantaisie des ouvriers la figure de ces dents, comme une chose de nulle conséquence ; aussi les machines trompaient-elles toujours l'espérance et le calcul des machinistes. De La Hire trouva que ces dents, pour avoir toute la perfection possible, devaient être en figure d'ondes formées par un arc d'épicycloïde. Il fit exécuter son idée avec succès au château de Beaulieu, à huit lieues de Paris, dans une machine à élever de l'eau. Il faut avouer que cette idée n'a été exécutée que cette fois-là ; une certaine fatalité veut qu'entre les inventions il y en ait peu d'utiles, et entre les plus utiles peu de suivies.* [...]

Ce que ne nous dit pas Fontenelle, c'est que ce mécanisme de pompage, qui fut le premier exemple de dispositif à roue épicycloïdale, fut primitivement installé au château de Beaulieu par Desargues, et que La Hire ne fit que le remplacer [35]. Certes, nous n'avons pas d'écrit de Desargues qui fasse la théorie des épicycloïdes, comme celle laissée par La Hire, mais il est permis de s'interroger sur la nature de l'influence de Desargues : aurait-il laissé quelque brouillon manuscrit ?
Voici ce qu'en dit La Hire, dans la préface du mémoire de 1694 :

> *J'ay crû que les démonstrations Géometriques des proprietez de ces lignes* [il s'agit des épicycloïdes], *meritoient d'être données au public, puisqu'elles avoient des usages si considerables dans les Mechaniques, & qu'il étoit à propos de faire connoître que les meditations les plus abstraites de la Géometrie étoient souvent tres-utiles dans la vie. Je n'ay donné que quelques exemples de*

---

[35] Nous possédons deux témoignages à ce sujet. Celui de Huygens, écrivant le 29 octobre 1671 à Lodewijk Huygens (*Oeuvres*, t.7, p.112, cité par R. Taton, op. cit.) : *Pour des fontaines il n'y en a point, que par les moyens de pompes, qui vont par une belle machine de fabrique de Monsieur des Argues. Un mulet y fait tourner une grande roue qui par le bas, est taillée en ondes, qui en passant sur un rouleau le font baisser et hausser, et en mesme temps le bras auquel est attaché le piston de la pompe. De sorte que n'y ayant aucune roue à dents, cela fait que l'entretien de la machine couste très peu. Si le Pr. avoit encore à faire sa machine à Hontelerdijck, il pourroit prendre celle-cy pour modelle, et je pourrois en avoir une description exacte.* Et celui de La Hire lui-même, qui réduit l'apport de Desargues, comme on peut le lire dans sa préface, à une conception empirique du mécanisme.

l'application qu'il faut faire de ces lignes courbes aux dents des roües ; mais je les ay choisis de telle manière qu'ils peuvent servir de modele pour toutes sortes de rencontres. Entr'autres j'ay rapporté la construction d'une roüe horizontale qui sert à élever de l'eau sans aucun frottement considerable, puisque tout son effort vient de sa pesanteur, & que le frottement du pivot sur la crapaudine qui est le seul que se rencontre dans cette machine, n'est pas considerable quand la roüe travaille, à cause qu'elle est soûtenuë sur les queuës des pistons des pompes qu'elle fait mouvoir. Je fis faire cette rouë dans le Château de Beaulieu à huit lieuës de Paris, à la place d'une autre semblable qui y avoit été autrefois construite par M. Desargues & qui étoit entiérement ruinée ; mais je n'ay point sçu que cet excellent Géometre eût jamais rien expliqué de sa construction, & comme il ne s'étoit pas appliqué à cette partie de Géometrie, je crois qu'il en avait seulement déterminé la figure méchaniquement.

Le quatrième de ces quatre traités est une optique physique, *qui suppose l'optique géométrique*, nous dit Fontenelle, *et qui ne considère qu'une lunette vivante, animée, fort compliquée dans sa construction, sujette à mille changements, c'est-à-dire l'oeil* : il s'agit du *Traité des différens accidens de la vue*. S'il n'a pas écrit de traité de perspective, du moins La Hire s'est-il intéressé à l'organe de la vue. Puis l'on nous apprend qu'il publia une Mécanique en 1695. Et pour en finir avec l'activité multiple et diversifiée de La Hire, il faut souligner qu'il devint le 7 janvier 1687, professeur à l'Académie Royale d'Architecture, en remplacement de François Blondel, et qu'il *remplissait cette place comme si elle eût fait son unique occupation*. Les leçons hebdomadaires qu'il y donna, portaient sur la théorie générale de l'architecture, mais aussi sur la technique particulière de la stéréotomie, autre point de convergence avec Desargues. Il rédigea même une *Pratique du trait dans la coupe des pierres pour en former des voûtes*, restée à l'état de manuscrit, dans laquelle il use des nouvelles techniques graphiques introduites par Desargues, en particulier la méthode du double rabattement, donnée dans son *Brouillon project d'exemple d'une manière universelle du S.G.D.L. touchant la practique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture* de 1640 [36]. Comme le dit Fontenelle : *On eût pu avoir en M. de La Hire seul, une académie entière des sciences* [37]. Cet *Eloge*, qui se termine par l'habituel portrait intimiste [38], comporte, on l'a vu quelques imprécisions, et ne met guère en évidence l'influence de Desargues, pour qui ne connaît pas le géomètre lyonnais, son oeuvre, ses centres d'interet qui recoupent largement ceux de l'académicien, et les liens qui l'unissent à la famille La Hire.

---

[36] Dans le même ordre d'idées, signalons enfin que le fils aîné de Philippe de La Hire, Gabriel-Philippe (1677-1719), est l'auteur d'une édition corrigée et augmentée, en 1702, de l'*Art de charpenterie* - il s'agit encore ici d'un art du trait -, oeuvre de Mathurin Jousse dont la 1ère édition parut en 1627 sous le titre de *Théâtre de l'Art de charpenterie*. M. Jousse qui fut l'auteur d'un ouvrage où il est traité, entre autres, de coupe des pierres, *Le Secret d'Architecture*, paru en 1642 à La Flèche, et qui donna une réédition du traité de perspective de Viator.

[37] *Ceux qui ne voient les mathématiques que de loin, c'est-à-dire, qui n'en ont pas de connaissance, peuvent s'imaginer qu'un géomètre, un mécanicien, un astronome, ne sont que le même mathématicien ; c'est ainsi à peu près qu'un Italien, un Français et un Allemand passeraient à la Chine pour compatriotes. Mais quand on est plus instruit, et qu'on y regarde de plus près, on sait qu'il faut ordinairement un homme entier pour embrasser une seule partie des mathématiques dans toute son étendue, et qu'il n'y a que des hommes très rares et d'une extrême vigueur de génie qui puissent les embrasser toutes à un certain point. Le génie même, quel qu'il fût, n'y suffirait pas sans un travail assidu et opiniâtre. De La Hire joignit les deux, et par là devint un mathématicien universel. Il ne se bornait pas encore là ; toute la physique était de son ressort, j'entends jusqu'à la physique expérimentale, qui est devenue si vaste*. Fontenelle, *Eloge* de La Hire.

Les oeuvres de La Hire sont nombreuses : outre les oeuvres publiées de son propre fonds, il éditera les oeuvres d'autres académiciens et donnera un grand nombre d'articles dans les volumes 9 & 10 des *Mémoires de l'Académie royale des sciences depuis 1666 jusqu'en 1699* pour ses premiers travaux, et dans l'*Histoire de l'Académie royale des Sciences* (années 1699 à 1717) [39]. Il fut en effet nommé à l'Académie des Sciences le 26 janvier 1678, comme astronome pensionnaire, puis le 14 décembre 1682, à la chaire de mathématiques du Collège Royal, en remplacement de M. de Roberval.

---

[38] *Après des infirmités d'un mois ou deux, il mourut sans agonie, et en un moment, le 21 avril 1718, âgé de plus de 78 ans. Il a été marié deux fois, et a eu huit enfants. Chacun de ces deux mariages nous a fourni un académicien.* [...] *Il avait la politesse extérieure, la circonspection, la prudente timidité de ce pays qu'il aimait tant, de l'Italie, et par-là il pouvait paraître à des yeux français un peu reservé, un peu retiré en lui-même. Il était équitable et désintéressé, non-seulement en vrai philosophe, mais en chrétien. Sa raison, accoutumée à examiner tant d'objets différens, et à les discuter avec curiosité, s'arrêtait tout court à la vue de ceux de la religion ; et une piété solide, exempte d'inégalités et de singularité, a regné sur tout le cours de sa vie.*

[39] On peut trouver la bibliographie exhaustive des oeuvres de La Hire dans la *Table alphabétique des matières contenues dans l'histoire et les mémoires de l'Académie royale des sciences* (tomes I à III, de M. Godin, cité par R. Taton, in D.S.B., [26, 7°]. Quant aux oeuvres qu'il nous faut retenir pour notre propos, il y a donc :

1) les quatre écrits sur les coniques - quelques pages en 1672, puis trois volumes de nature assez différente -, dont voici les titres :

rédigées en 1972, et insérées dans une petite plaquette publiée par A. Bosse en 1973, des *Observations sur les points d'attouchement de trois Lignes droites qui touchent la Section d'un Cone sur quelques-uns des Diametres, & sur le centre de la mesme Section*, trois pages donnant sept propositions, avec 8 figures ;

la *Nouvelle Methode en Géometrie pour les Sections des superficies coniques et cylindriques, qui ont pour bases des Cercles, ou des Paraboles, des Elipses, & des Hyperboles,*, parue en 1673, avec une adresse à Colbert, 94 pages avec 25 planches, comportant une partie importante, intitulée *Les Planiconiques*, consacrée à la génération plane des coniques ;

les *Nouveaux Elemens des Sections coniques, les lieux géometriques, la construction, ou effection des Equations*, parus en 1679, 452 pages, nombreuses figures intégrées dans le texte ;

les *Sectiones Conicae in novem libros distributae*, parues en 1685, en 250 pages, nombreuses figures intégrées dans le texte, comportant en fin de volume, une *Brevis Expositio Propositionum septem Librorum Conicorum Apollonii Pergaei, quae cum superiùs demonstratis conferuntur*, i-e un bref exposé des propositions contenues dans les sept premiers livres des Coniques d'Apollonius de Perge ;

Nous retiendrons de plus, sans les examiner en détail dans cet article :

2) ses deux ouvrages de gnomonique, parce qu'ils nous semblent mettre en évidence la proximité de ses préoccupations avec celles de Desargues : *La Gnomonique, ou l'art de tracer des cadrans*, 1682, dont il donna une édition fort augmentée en 1698 ; cet ouvrage fut fort apprécié en son temps car il surclassait, pour le monde savant au moins, les traités antérieurs qui n'étaient souvent que recueils de recettes pratiques, comme par exemple l'*Horlogiographie* de Dom Pierre de Sainte-Marie-Madeleine, de la congrégation des feuillans, parue en 1645 et rééditée en 1657 et 1701. Dans ce petit in-12, La Hire donne plusieurs méthodes de construction fondées sur les principes géométriques qui sous-tendent la question, c'est-à-dire la projection de l'ombre d'un stylet par les rayons parallèles d'un soleil supposé à l'infini : les constructions sont toutes réalisables, à la règle, au compas et au fil à plomb, et les démonstrations y sont données en italique, pour en éviter la lecture à *ceux ne veulent s'attacher qu'à la pratique*. On retrouve là le souci de Desargues d'être utile aux praticiens. Le sous-titre de l'ouvrage de La Hire, *Methodes universelles pour tracer des horloges solaires*, fait écho à la *Manière universelle de Mr Desargues Lyonnois, pour poser l'essieu et placer les heures et autres choses aux cadrans au Soleil*, d'Abraham Bosse, parue en 1643 avec une reconnaissance de Desargues, et plus encore à la *Manière universelle de poser le style aux rayons du soleil en quelconque endroit possible, avec la règle, le compas, l'esquerre et le plomb* oeuvre perdue de 1640.

3) quatre ouvrages sur certaines courbes méchaniques : l'opuscule de 1677, *De cycloïde opusculum*, petit in-12 sur la Cycloïde, autrement appelée roulette et qui fit l'objet de l'attention de Pascal ; le mémoire de 1694 sur les épicycloïdes, intitulé : *Traité des Epicycloïdes, & de leurs usages dans les Mechaniques*, dont Montucla dit (tome III, p.7) : qu'il ne le donnera *pas absolument comme un exemple d'élégance géométrique* ; et deux mémoires sur le même sujet, insérés dans ceux de l'Académie en 1702 et 1708, qui, nous dit encore Montucla, *sont mieux à cet égard*.

4) enfin, à un moindre titre, son *Ecole des arpenteurs, avec un abrégé du nivellement* de 1689, qui connut ensuite deux autres éditions (1692 et 1728).

Avant d'examiner ses travaux sur les coniques, terminons par ce trait de Fontenelle, qui confirme ce que nous disions du sort de la géométrie synthétique en ce début du XVIII^{ème} siècle :

> *Dans tous ses ouvrages de mathématiques, il ne s'est presque jamais servi que de la synthèse, ou de la manière de démontrer des anciens, par lignes et des proportions de lignes, souvent difficiles à suivre, à cause de leur multitude et de leur complication. Ce n'est pas qu'il ne sût l'analyse moderne, plus expéditive et moins embarrassée ; mais il avait pris de jeunesse l'autre pli. De plus, comme les vérités géométriques découvertes par les anciens sont incontestables, on peut croire aussi que la méthode qui les y a conduits ne peut être abandonnée sans péril ; et enfin les méthodes nouvelles sont quelquefois si faciles, qu'on se fait une espèce de gloire de s'en passer. On peut juger par là qu'il n'employait pas le calcul de l'infini, qu'il n'a pourtant jamais désapprouvé le moins du monde. Au contraire, certains sujets l'ont quelquefois obligé à l'employer, mais tacitement, et presque à la dérobée ; et c'était alors une sorte de triomphe pour les partisans zélés de ce calcul.*

LES CONIQUES CHEZ LA HIRE.

La Hire a constamment minimisé l'influence de Desargues sur ses propres oeuvres, qu'il tend à présenter comme originales : ce n'est pas qu'il ne cite point ses sources, mais il tient à préciser, soit que Desargues n'avait pas écrit sur le sujet (c'est le cas pour les épicycloïdes dont nous avons parlé), soit qu'il n'avait pas eu connaissance de ses écrits. On a peine à le croire, lui qui était le fils d'un peintre ami de Desargues, lui dont les centres d'interêt communs avec le géomètre lyonnais sont si nombreux, lui enfin dont la première oeuvre géométrique qu'il donna lui fut demandée par Abraham Bosse qui fut son éditeur pour cette occasion. Il s'agit de l'opuscule de 1673 cité plus haut, que nous appelerons *Observations* [40].

Ces *Observations* ont été rédigées pour résoudre le problème, qui se pose en stéréotomie, de la construction d'un arc rampant (s'appuyant sur deux chambranles rectilignes de hauteur inégale, sans rupture de pente, et dont la hauteur est fixée). Si l'on veut que cet arc soit une portion d'ellipse, le problème revient à trouver une conique tangente à deux droites données en deux points donnés, et tangente à une autre droite. Bosse s'était posé ce problème dès l'année 43, mais il en recula la solution pour d'autres travaux d'édition, et se trouva alors privé du soutien de Desargues, parti pour Lyon en 1649. Ses démêlés avec l'Académie de Peinture et Sculpture, le retardèrent encore, jusqu'après la mort de Desargues en 1661. C'est pourquoi il s'adressa à La Hire, dont il devait savoir que sa mère le poussait à étudier la géométrie et dont il devait connaître le goût pour la chose, puisque, nous l'avons vu, Bosse était un ami de la famille La Hyre. Philippe de La Hire rentre d'Italie en 1664, où il a pu profiter des leçons des géomètres italiens, très versés dans l'étude des anciens [41].

---

[40] Sur cet opuscule de Bosse-La Hire, nous renvoyons à l'article de R. Taton, qui nous a été très utile ici, *La première oeuvre géométrique de Philippe de La Hire*, in *Revue d'Histoire des Sciences*, t.VI, n°2, avril-juin 1953.

[41] Comme Stefano degli Angeli (1623-1697), jésuate, élève de Cavalieri et professeur à Padoue depuis 1662 (cf. note 3 de R. Taton dans l'article cité en [40]). Nous renvoyons aussi, sur la tradition italienne, à l'article de D. Lanier sur *la fenêtre de Viviani*, in *Scholies* n°1.

L'opuscule de La Hire comporte cinq pages développant sept propositions (en version latine puis française) et une planche, complétées par une planche annexe intitulée *Pour joindre aux observations*, et une *Règle universelle pour décrire toutes sortes d'Arcs rampans*, rédigée par Bosse à l'usage des praticiens dont il craignait sans doute qu'ils ne soient rebutés par l'aspect géométrique des pages de La Hire. Les propositions de La Hire ne sont pas nouvelles, et il procède par cas particuliers peut-être par souci pédagogique. La nouveauté réside ici qu'il combine les propositions d'Apollonius et la méthode projective de Desargues (par le relief), pour démontrer la proposition centrale n°IV (cf. figure 4, fac-simile de la figure originale).

PROPOSITION IV.

Si il y a trois lignes droittes qui touchent la section d'un cone, dont les extrêmes estant prolongées concourrent en quelque point, & que la moyenne aussi prolongée rencontre celle qui joint les attouchemens dans les extrêmes ; Je dis comme la toute (composée de la moyenne & de sa partie prolongée jusques au point de rencontre de celle qui joint les attouchemens dans les extrêmes) à cette mesme partie ; ainsi la partie de la moyenne la plus éloignée de ce mesme point de rencontre & faite par le point d'attouchement, à l'autre partie.

Que les 3 droittes qui touchent la section d'un cone soient BC, BD, CE & les points D & E d'attouchement dans les extrêmes & que la droitte DE prolongée recontre la moyenne aussi prolongée au point O & que les extrêmes aussi prolongées se rencontrent au point Q & que A soit le point d'attouchement dans la moyenne je dis comme OB à OC ainsi BA à CA. [42]

Figure 4.

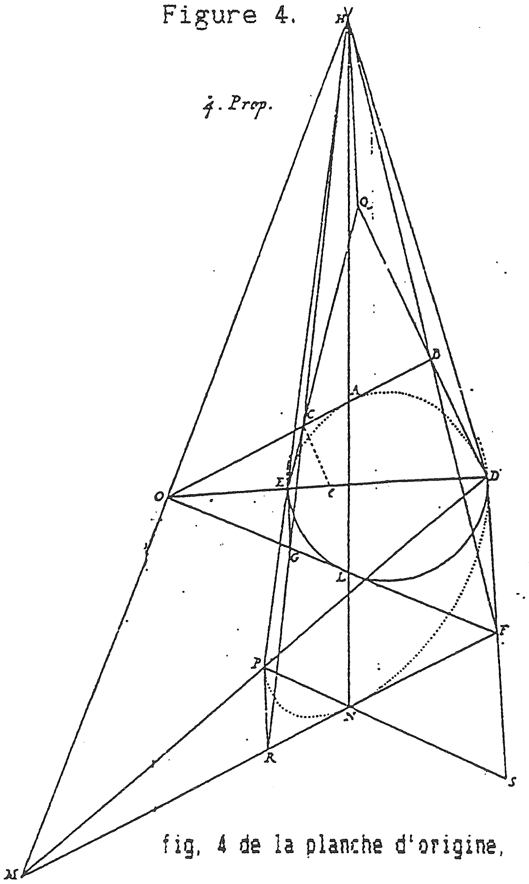


fig. 4 de la planche d'origine.

C'est sans doute, en l'absence d'indices antérieurs, ce premier galop d'essai, et peut-être aussi l'accès à la bibliothèque de Bosse, qui mit La Hire en contact avec la pensée de Desargues, et qui le poussa à rédiger un premier gros ouvrage sur la question ; il complète en effet ses *Observations* d'une planche annexe, où il double les figures et annonce :

> *Ces Propositions comprennent les Demonstrations qui font voir que toutes les Sections des Pyramides qui ont pour Bases des Ellipses, des Hyperboles et des Paraboles sont des Sections coniques ; et plusieurs problemes et theoremes fort curieux qui avec le temps et l'occasion pourront estre mis au jour.*

---

[42] Pour démontrer cette proposition, La Hire définit la conique comme section plane d'un cone de sommet H à base circulaire DLE, point et cercle qu'il construit à partir des données. C'est en transportant, "par le relief" (i-e le long des projetantes issues de H), une relation d'harmonicité entre quatre points alignés (OLFG), du plan de ce cercle, qu'il montre la propriété annoncée (i-e, OABC est une division harmonique). La remarque de la planche annexe que nous citons ci-après, montre que La Hire a compris l'usage général que l'on peut faire de ce procédé pour toute division harmonique.

On remarquera le glissement du cône à base circulaire vers le cône à base conique, déjà annoncé par Desargues, mais qui sera l'un des apports de La Hire, d'un point de vue démonstratif. A noter cependant qu'en 1698, La Hire donnera une nouvelle version de ce mémoire à l'Académie royale d'Architecture, en supprimant les démonstrations et en particulier celle par le relief, au profit des constructions pratiques données par Bosse.

En 1673, paraît la *Nouvelle Methode en Geometrie pour les Sections des Superficies Coniques et Cylindriques, qui ont pour bases des cercles, ou des Paraboles, des Elipses, & des Hyperboles* par Philippe de La Hire, Parisien, avec permission. L'adresse est à Colbert, Marquis de Seigneley, et on peut y lire :

> *Le libre accés que trouvent auprés de VOSTRE GRANDEUR ceux qui font profession des Sciences & des beaux Arts, me fait esperer qu'encore que je n'aye pas l'honneur d'en estre connu ; Vous aurez toutefois la bonté d'accepter l'offre que je prens la liberté de vous faire de cet ouvrage ; C'est, MONSEIGNEUR, un des premiers fruicts que j'ay recueillis de l'étude de la Geometrie à laquelle je me suis appliqué depuis plusieurs années,* [et plus loin :]
> *Il contient une Methode nouvelle de Sections dont j'ay fait la découverte (si j'oze le dire) assez heureusement pour en esperer l'approbation des plus connoissans en cette Science ;*

Il ose en effet, puisque dans l'avant-propos, il écrit :

> *Et puisqu'il n'y a personne qui en ait rien mis au jour en nostre langue, hormis Monsieur Desargues qui en a donné quelque chose sous le nom de Broüillon projet d'une atteinte aux évenemens des rencontres du Cone avec un plan,* qui n'a point esté mis en sa perfection.

Or, il précisera, à quelques temps de là, dans une note jointe à sa copie manuscrite du *Brouillon project* de Desargues que :

> *L'an 1679 au mois de Juillet j'ay leu pour la première fois, et transcrit ce livret de Mr Desargues, pour en avoir une plus parfaite connoissance. Il y avoit plus de six ans que j'avois fait imprimer mon premier ouvrage sur les sections coniques. Et je ne fais point de doute que si j'avois eu quelque communication de ce traité cy je n'aurois pas découvert la methode dont je me suis servi car je n'aurois pas cru qu'il eut esté possible de trouver quelque maniere plus simple et qui fut aussi generale.*

On peut s'étonner que La Hire n'ait pas parcouru un livret dont il connaissait si bien le titre en 1673, et qui était le seul, à sa connaissance, en notre langue, sur le sujet. Il poursuit son argumentation dans la note que nous venons de citer :

> *Toutes les demonstrations qui sont icy sont si fort remplies de compositions de raisons et sont prises par des detours si longs qui si on les compare a celles que j'ay données des mesmes choses ou il n'y a aucune de ces compositions et qui comprennent dans le premier cahier beaucoup plus universellement tout ce qui est icy ; Il ne sera pas malaisé de juger de l'avantage de ma méthode par dessus celle-cy.*

et cela n'est pas sans évoquer l'argumentation qui figure, dès 1673, dans la préface de la *Nouvelle méthode* :

> *Après ce qu'Apollonius avoit recüeilly de l'Antiquité, & ce qu'il avoit trouvé sur les Sections Coniques, il sembloit que l'on ne dût plus rien attendre de nouveau sur cette matiere. Cependant dans ces derniers siecles plusieurs grans hommes y ont travaillé fort heureusement, & nous ont laissé un grand nombre de Propositions fort curieuses & fort utiles. Mais pour entendre ce qu'ils en ont écrit, il ne suffit pas de sçavoir parfaitement les élémens de Geometrie, il faut encore faire soy-mesme quantité de Lemmes qui estant joins à la maniere composée dont ils se servent, les rendent si difficiles, que ceux qui ne peuvent pas donner tout leur temps à cette étude sont épouvantez au seul aspect de leurs livres.*

En l'absence d'élément objectif pour accuser La Hire de dissimulation, nous nous satisferons de ses explications embarassées, pour juger plutôt de l'oeuvre, dont il est manifeste qu'elle est d'inspiration arguésienne. En effet, La Hire donne dans ce traité une sorte de synthèse des méthodes de Desargues, puisqu'il utilise à la fois la démonstration par le relief (que nous appelerions par projectivité des figures, aujourd'hui), et un cas particulier d'involution, la division harmonique de 4 points sur une droite (involution de 4 points chez Desargues), reprenant donc l'héritage plus classique de Pappus et de la droite harmoniquement coupée.

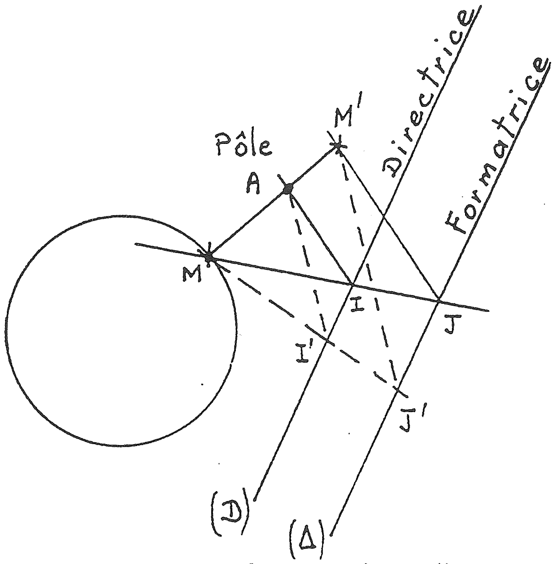
Après avoir défini cette division, il donne la construction du conjugué d'un point par rapport à un segment, qui le ménera à la définition du pôle d'une droite et d'une polaire d'un point par rapport à un cercle, puis démontre la projectivité de la division harmonique, et enfin étudie tous les cas de faisceaux de droites s'appuyant sur une telle division, faisceaux qui seront dits harmoniques. Il démontre ensuite la dualité qui existe entre pôles et polaires : à savoir que les polaires des points d'une droite sont concourantes au pôle de cette droite, et que les pôles d'un faisceau de droites concourantes en un point forment la polaire de ce point. Ce faisant, il lui est relativement facile ensuite, de transporter les propriétés du cercle aux coniques du cône ou du cylindre qui s'appuie sur ce cercle, en passant par la projection cylindrique de la conique sur le plan de base ; il reprend là, en la précisant, la méthode de Desargues.

Mais ce faisant aussi, il abandonne plusieurs idées, et non des moindres, de son devancier. Abandon de l'involution générale, d'abord, ce qui avait pour effet de simplifier la démarche, pour ce qui touche aux coniques, mais qui éloignait d'autant l'auteur d'une définition générale du birapport, par exemple. Abandon de l'usage systématique des éléments à l'infini assimilés à des objets de même nature à distance finie : par exemple, les diamètres d'un cercle ne sont pas considérés comme polaires du point à l'infini dans la direction orthogonale, et le parallèlisme du faisceau des tangentes issues d'un tel pôle est démontré comme un cas à part dans un scholie. Tout se passe comme si La Hire partageait les appréhensions d'un Descartes sur ce sujet, ou s'il en avait suivi les recomandations.

Le retrait par rapport à une théorie finale de la projectivité, est perceptible, et l'on comprend que La Hire n'ait pas trouvé grâce auprès de l'histoire : il n'empêche que Chasles lui reconnaît certains mérites, qu'il fonde surtout sur son grand traité de 1685, *Sectiones conicae*, qui est une reprise simplifiée et un prolongement de celui de 1673, soulignant que La Hire s'inspirait certainement de Desargues et Pascal tout en signalant que cette nouvelle méthode était supérieure à celle des anciens (le triangle par l'axe), mais qu'elle avait déjà été pratiquée au siècle précédent, pour des résultats partiels, par Verner de Nüremberg (qui écrira sur les coniques en 1522) et Maurolicus de Messine (vers 1575).

Par contre, l'usage de l'homologie pour passer du cercle à la conique projetée dans le plan de base était une idée neuve et propre à engendrer à terme la notion de transformation projective plane, de même que la perspective est un cas particulier de transformation projective dans l'espace. Car non seulement La Hire utilise l'homologie dans ses démonstrations pour le passage du solide au plan, mais il en tire aussitôt une conséquence majeure pour l'étude de ces courbes : la possibilité de les définir dans le plan, sans le recours au solide. Le traité de 1673 comporte une seconde partie intitulée *Les Planiconiques*, dans laquelle il donne un mode de génération des coniques dans le plan, par transformation point par point d'un cercle (figure 5).

Figure 5.



La Hire considère un point fixe A ; le pôle, et deux droites données dans le plan, parallèles entre elles, la directrice D et la formatrice Δ ; pour obtenir le transformé d'un point M d'un cercle, il trace par ce point une droite quelconque qui rencontre D en I et Δ en J. Il joint AI et mène par J la parallèle à cette droite, parallèle qui rencontre AM au point M' cherché, appelé le formé de M, qui décrira une conique, si M décrit le cercle, conique dont l'espèce dépendra de la position relative des données ; la démonstration de ce qu'un cercle forme une conique, passe par la construction d'un cône adéquat, i-e les contenant tous deux. La construction du formé M' de M, ne dépend pas du choix de la transversale passant par M.

Mais la conséquence de cette méthode est le retour au plan, et donc le risque de quitter les considérations projectives dans l'espace, sans lesquelles toute théorie projective ultérieure eût été difficile.

Ce retour au plan amorcé par La Hire, est d'ailleurs sensible dans le second grand ouvrage qu'il consacre aux coniques en 1679 : *Nouveaux Elemens des Sections Coniques, Les Lieux Geometriques, La Construction, ou Effection des Equations*, par M. de La Hire de l'Académie Royale des Sciences - on notera le changement de statut -, avec une adresse à Colbert, de nouveau, qui semble avoir fort bien traité notre géomètre, si l'on en croit l'auteur. Il s'explique sur le parti-pris algébrique adopté pour cet ouvrage, dans sa préface :

> *Il y a quelques années que je fis imprimer un Traité des Sections Coniques d'une nouvelle Methode, où je démontray leurs principales proprietez dans le Cone ; mais ceux qui n'avoient pas assez d'habitude aux démonstrations des rencontres des plans & des solides, avoient de la peine à entendre celles qui y sont, quoy qu'elles soient fort simples, lorsqu'on les peut bien comprendre. Ce fut ce qui me donna occasion de chercher quelqu'autre manière, où décrivant simplement ces lignes courbes sur un plan, & sans me servir du Cone, je puisse y démontrer les mesmes proprietez que dans le solide ; & apres avoir tenté la Methode dont je me sers icy, comme la plus belle & la plus simple de toutes, je l'abandonnay, n'ayant pû surmonter pour lors toutes les difficultez que j'y rencontray, & je me contentay de réduire le Cone & ses sections en plan, que je nommay Planiconiques, j'appliquay à ces sections planes les mesmes démonstrations que j'avois faites pour les solides, & je*

puis dire que cet Ouvrage eut assez de bon-heur pour meriter l'approbation des plus Sçavans Geometres.

Mais quoy qu'il soit tres-avantageux de plaire aux Sçavans, on ne doit pas en faire le principal objet de l'étude, & negliger entierement d'instruire ceux qui ont la volonté d'apprendre, & je croy qu'ils doivent estre contens lorsqu'on leur donne des voyes differentes pour venir à un mesme but, car chacun en peut choisir une suivant son inclination & la portée de son genie. [43]

On voit donc que le retour au plan, s'accompagne ici d'un retour à l'algèbre, et si la définition constructive que donne La Hire des coniques est nouvelle et élégante [44], puisqu'elle utilise les rayons vecteurs qui lient un point courant aux foyers, si l'on y voit encore le géomètre recourir à l'infini actuel dans le cas du second foyer de la parabole [44], il reste qu'il cède, dans cet ouvrage, au parti-pris qui s'est généralisé dans le cours du siècle, du recours au calcul. Au reste, seules les 175 premières pages sont consacrées aux coniques en tant que courbes. Les autres livres sont consacrés aux problèmes des lieux géométriques, c'est-à-dire des courbes comme ensembles de points vérifiant telle propriété, et à leur construction, en rapport avec leur équation. Les coniques interviennent dans certaines solutions, mais l'objet essentiel est, comme le dit La Hire dans sa préface : de faire *voir de quelle manière on se doit servir de l'Analyse pour resoudre les problèmes de Geometrie.* On reconnaît les préoccupations qui guidaient un Marquis de l'Hôpital, par exemple, dans son traité des coniques. Il apparaît cependant, quant au calcul, que La Hire a opté pour l'analyse de Descartes, puisque - Fontenelle nous le disait -, il n'usa que fort peu du Calcul Infinitésimal, et que l'Hôpital l'aurait classé dans l'une ou l'autre des catégories de géomètres du passé.

La troisième partie de ce traité de 1679, est intéressante pour apprécier le destin de l'analyse de Descartes, puisqu'elle traite de la construction des équations, et que La Hire, dans la préface, adopte une attitude à la fois louangeuse pour la méthode cartésienne, et à la fois critique, quant à la façon parfois sommaire avec laquelle Descartes induit les résultats des cas les plus simples vers les cas complexes. Voilà un *neveu* dont l'irrespect est bien faible, eu égard à son courage d'avoir repris le travail où son "oncle" l'avait laissé.

---

[43] Et La Hire poursuit : *Sans m'arrester icy à faire un dénombrement de ceux qui ont bien écrit de cette Science, & à rapporter les manieres differentes de descriptions dont ils se sont servis, je montreray seulement quelle difference il y a entre ma Methode & celle de M. de Witt, qui est estimé avec justice le plus excellent de tous ceux qui ont pris ce mesme chemin.* Jan De Witt, le Grand Pensionnaire (1625-1672), est en effet l'auteur d'*Elementa Curvarum* (1658), qui développe une conception originale des coniques, fondée sur le mouvement et l'égalité de certains angles de droites, qui le conduit, par d'autres voies que Descartes ou Grégoire de Saint-Vincent, à l'équation de chaque courbe.

[44] Dans la même préface, il explicite sa méthode : [...] *La description dont je me sers, qui est tirée de la principale proprieté des Foyers, n'a pour regle qu'une seule ligne égale à la somme dans l'Ellipse, & à la difference dans l'Hyperbole, de deux autres, qui sont tirées des deux Foyers à un point de la ligne que l'on décrit ; & dans la Parabole la somme & la difference s'y trouve tout ensemble ; car outre son Foyer qui est déterminé sur l'axe, si l'on en suppose encore un autre à distance infinie sur l'axe et vers le dedans de la Parabole, il est évident que la somme des deux lignes qui seront menées d'un des points de la Parabole à ces deux Foyers, sera égale à une mesme, qui sera menée du Foyer qui est à distance infinie jusques à la ligne, qui estant perpendiculaire à l'axe, le rencontre en un point qui est autant éloigné de la rencontre de la Parabole que le Foyer* [a] *determiné ; & si l'on suppose un autre Foyer* [à] *distance infinie sur l'axe vers le dehors de la Parabole, il est aussi évident que la difference de deux lignes menées d'un des points de la Parabole à ce Foyer indéterminé, & à celui qui est déterminé, sera par tout égale à une mesme ligne. Ce sont ces proprietez qui ont le plus grand usage dans la Geometrie ; mais sur tout dans la Catoptrique, la Dioptrique, & l'Astronomie.* On a donc ici la génération de la Parabole par foyer-directrice, assimilée à la génération bifocale de l'ellipse, par un usage audacieux de grandeurs infinies.

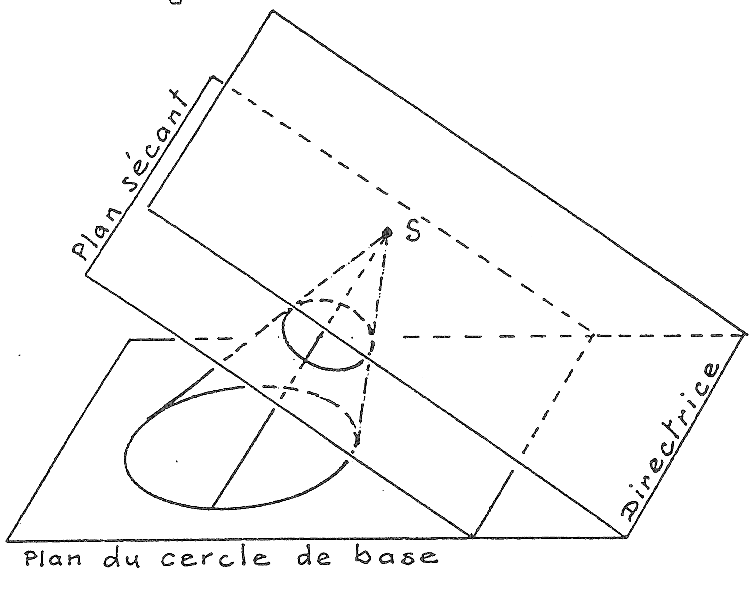
Signalons enfin que quand le géomètre Mauduit s'avise de publier, en 1757, des *Elemens des Sections Coniques démontrés par Synthèse, ouvrage dans lequel on a renfermé le petit traité des Sections coniques de La Hire*, c'est d'une réédition libre du traité de 1679 qu'il s'agit : exeunt les méthodes projectives.

Le grand traité de La Hire de 1685, *Sectiones conicae*, apparaît comme son oeuvre maîtresse sur le sujet ; en voici l'agencement, ainsi qu'un petit aperçu sur son contenu : le premier livre traite de la division harmonique et de sa projectivité, y compris dans le cas d'un point à l'infini, dont le conjugué harmonique est alors le milieu de second couple ; il analyse les propriétés des quadrilatères complets et des polaires d'un point par rapport à un cercle ; il énonce de nouveau la dualité entre points d'une polaire d'un point et droites du faisceau ayant pour concours ce point.

Le second livre aborde les coniques d'un cône à base circulaire (définition d'Apollonius), les propriétés des diamètres simples et de leurs ordonnées, des diamètres conjugués et de leurs ordonnées ; il y introduit la notion de droite directrice (*Recta directrix*), ligne définie comme intersection du plan de base avec le plan parallèle au plan sécant (contenant la conique), passant par le sommet : cette droite, qui n'est pas notre moderne directrice contenue dans le plan de la conique, est en fait celle qui se trouve projetée à l'infini lorsque l'on projette le cercle sur la conique depuis le sommet du cône (figure 5), et qu'il avait utilisée pour la génération plane des coniques dans sa *Nouvelle méthode*. Les propriétés des coniques sont alors naturellement déduites de celle du cercle de base, comme chez Desargues, mais en termes de division harmonique.

Dans le livre troisième il retrouve, d'une manière qui se trouve simplifiée par l'usage qu'il fait de la polarité et de l'harmonicité, les équations archimédiennes des coniques (proposition III, p.46, pour l'ellipse, cf. figure 6 ci-dessous, fac-simile de l'originale). Il lui est facile alors d'en déduire le paramètre et les équations apolloniennes.

Figure 5. La directrice, ici dans le cas de l'ellipse.



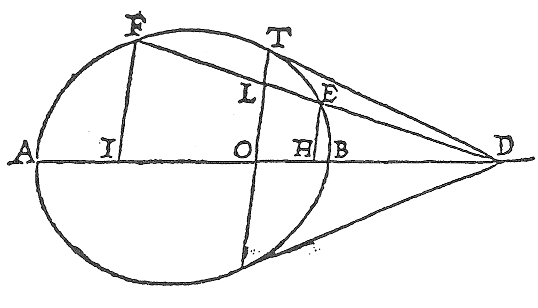


Figure 6.

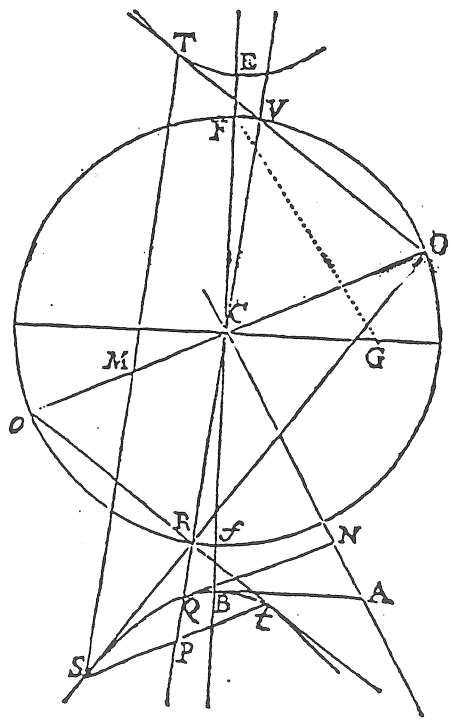
L'équation archimédienne de l'ellipse, suivant La Hire : si AB est un diamètre, HE & FI deux ordonnées relatives à AB, FE coupe AB en D dont la polaire OT est parallèle à HE & FI ; on a : $(AH.BH):(AI.BI) = EH^2:FI^2$, du fait de l'harmonicité de (ABDO) et (IHDO).

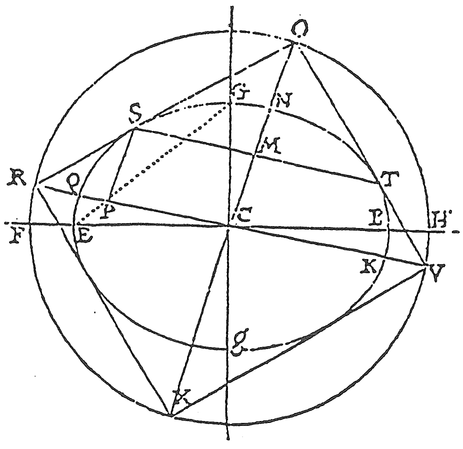
Le quatrième livre traite des asymptotes, et le cinquième des propriétés métriques des diamètres conjugués et des paramètres, tous résultats connus. Le sixième revient sur la question des coniques semblables traitée par Apollonius dans son livre VI : c'est par exemple le cas de coniques obtenues par intersection d'un même cône par des plans parallèles.

Le livre septième a pour argument l'ensemble des problèmes *de maximis & minimis lineis rectis & rectangulis*, que l'on trouve chez Apollonius dans son livre V ; c'est dire qu'il y énonce les propositions relatives aux lignes les plus longues et les plus courtes que l'on puisse mener d'un point donné à la conique ; c'est ainsi qu'il construit une normale quelconque par intersection de la conique avec une hyperbole équilatère convenable.

Dans le livre huitième, La Hire étudie les propriétés des foyers, qui n'apparaissent donc que tardivement dans l'exposé, ordre apollonien oblige ; ces points n'ont plus l'importance qu'ils revêtaient dans les *Planiconiques* de la *Nouvelle méthode* de 1673. Il donne là plusieurs propositions originales : le lieu du sommet d'un angle droit dont les côtés sont tangents à une conique donnée est un cercle (appelé directeur, dans le cas de l'ellipse ou de l'hyperbole, propositions XXVII & XXVIII, p.193 & 194, cf. figures 7, fac-simile des originales), ou une droite (la directrice dans le cas de la parabole, proposition XXVI) ; ou encore : deux sécantes conjuguées (chacune passant par le pôle de l'autre), et passant par un foyer d'une conique, sont orthogonales (proposition XXIII, p.189 & 190, cf. figure 8, fac-simile de l'originale, dans le cas de l'ellipse).

Figures 7. Les cercles directeurs de l'ellipse et de l'hyperbole.





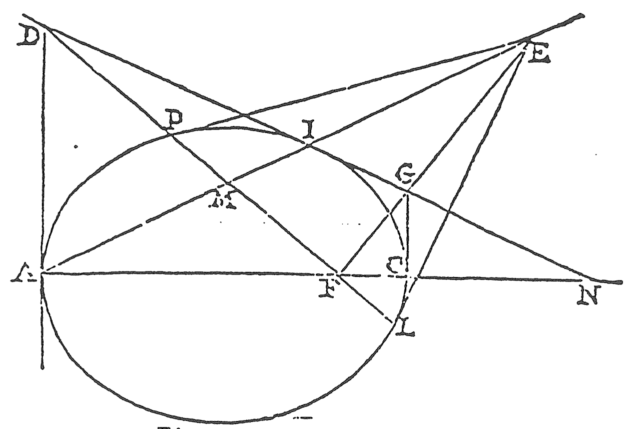


Figure 8.

Deux sécantes FD & FE issues du foyer F de l'ellipse se coupent à angle droit, si elles sont conjuguées ; E est ici le pôle de FD car L & P sont les contacts des tangentes issues de E.

Le dernier livre est consacré à des problèmes de construction et de description des coniques dans le plan. Ces neuf livres sont suivis de cinq annexes : *De Sectionibus Pyramidum, quarum bases sunt Sectiones Conicae*, où il insiste sur le fait que ses considérations du livre deux montrent à l'évidence que l'on peut reprendre la théorie pour tout cône à base conique ; *De Sectionibus Cylindricis* sur les sections du cylindre à base circulaire, qu'il traite donc comme un cas à part, sans "envoyer" le sommet du cône à l'infini, suivi de *De Sectionibus Cylindrorum quorum bases sunt Sectiones Conicae*, qui généralise la question précédente aux cylindres à base conique ; *De Sectionibus Conicis omnium generum, et aliis curvis*, où est rapidement évoquée la question de certains lieux et de leurs équations, avec l'absence curieuse mais significative de symbolisme algébrique. L'ouvrage se termine par une table des propositions d'Apollonius.

Ce traité, classique dans sa forme, apparaît comme une espèce de testament spirituel de La Hire, sur ce sujet : reprenant le latin à la façon des auteurs anglais contemporains qui continuent d'user de cette langue pour publier, revenant à l'exposé géométrique et délaissant le calcul algébrique, La Hire lança peut-être là le chant du cygne, des méthodes projectives appliquées aux coniques sous la forme des Anciens, inaugurées par Desargues : à cet égard, l'oeuvre perdue de Pascal, pour ce que l'on peut en juger dans l'extrait de Leibniz, devait avoir une toute autre configuration dans l'agencement des propositions, et un tout autre style. A notre sens, l'ouvrage est plutôt une somme dont il souhaite faire le classique appelé à remplacer le texte d'Apollonius faisant autorité jusqu'alors : l'*Expositio Brevis*, table des propositions d'Apollonius, indique en sous-titre :

> *Singularum propositionum conicorum Apollonii Pergaei, cum ipsarum demonstrationibus ex nostrâ methodo deductis.*

Il s'agit donc bien de mettre en évidence l'inclusion stricte des résultats du géomètre grec dans ceux du théoricien moderne. La langue utilisée, la forme voisine de celles des *Coniques* d'Apollonius, l'absence de problème ouvert (comme l'extension aux surfaces conicoïdes proposée par Desargues) ou d'application à d'autres secteurs, en font un texte clos, malgré la nouveauté de certains résultats. Cette oeuvre de la maturité, dans laquelle La Hire revenait à ses premières amours, *eut*, nous dit Chasles, *une grande réputation dans toute l'Europe savante, et fit regarder La Hire comme un auteur original sur cette matière*. Certes. Mais n'était-ce pas chez Chasles, l'exhumation des mânes paternels pour légitimer sa propre chapelle, comme chez Fontenelle, l'hommage obligé à un savant universel, mais déjà d'un autre âge ?

Pourtant, l'esprit arguésien devait souffler encore une fois en France, en la personne de Jacques-François Le Poivre.

JACQUES-FRANCOIS LE POIVRE.

(actif au début du XVIII^{ème})

Ce dernier protagoniste de notre histoire, clôt l'enquête en territoire national sur un point d'interrogation. Car il semble qu'il soit passé inaperçu des historiens jusqu'au jour où Chasles s'avisa de son existence et de l'interêt de son ouvrage : le *Traité des sections du cylindre et du cône*, par M. Le Poivre, de la ville de Mons, paru à Paris, en 1704, avec approbation et privilège du Roy, et dédié à Monseigneur l'Abbé Bignon, conseiller d'Etat ordinaire, et que Le Poivre donne comme président alors l'Académie des Sciences. Composé de 61 pages, et de 48 figures gravées par Pierre Ganière, cet ouvrage parut chez Barthelemy Girin, rüe St-Jacques, dont le catalogue comporte essentiellement des livres de médecine. C'est donc un franc-tireur, dont nous ne savons rien, si ce n'est qu'il vivait à Mons, qu'il travailla trois ans à ce traité (d'après le *Journal des sçavans* qui publia une notice sur son travail), et qu'il obtint un privilège du roy, registré n° XCIV (94), p.117 sur le Livre de la Communauté des Libraires et Imprimeurs de Paris, le 23 janvier 1704 : ce privilège était demandé et accordé pour des *Elemens de Geometrie démontrez sans le secours des proportions, accompagnez d'un traité des Sections du Cylindre et du Cone, & d'une nouvelle Gnomonique*. On retrouve là les mêmes centres d'interêt que Desargues et La Hire, mais qui ne furent pas concrétisés, à notre connaissance, par d'autres ouvrages que celui que nous allons étudier.

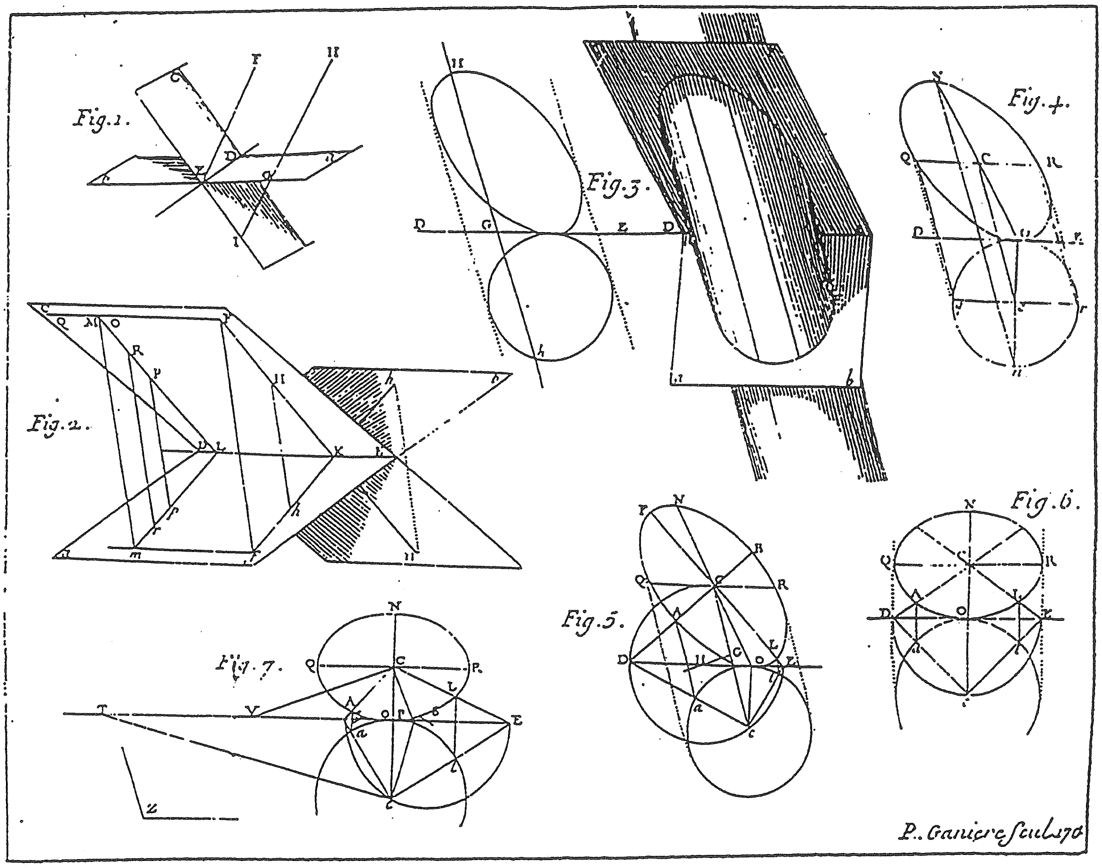
Le Poivre donne ses sources, ses motivations et ses intentions dans la préface que voici :

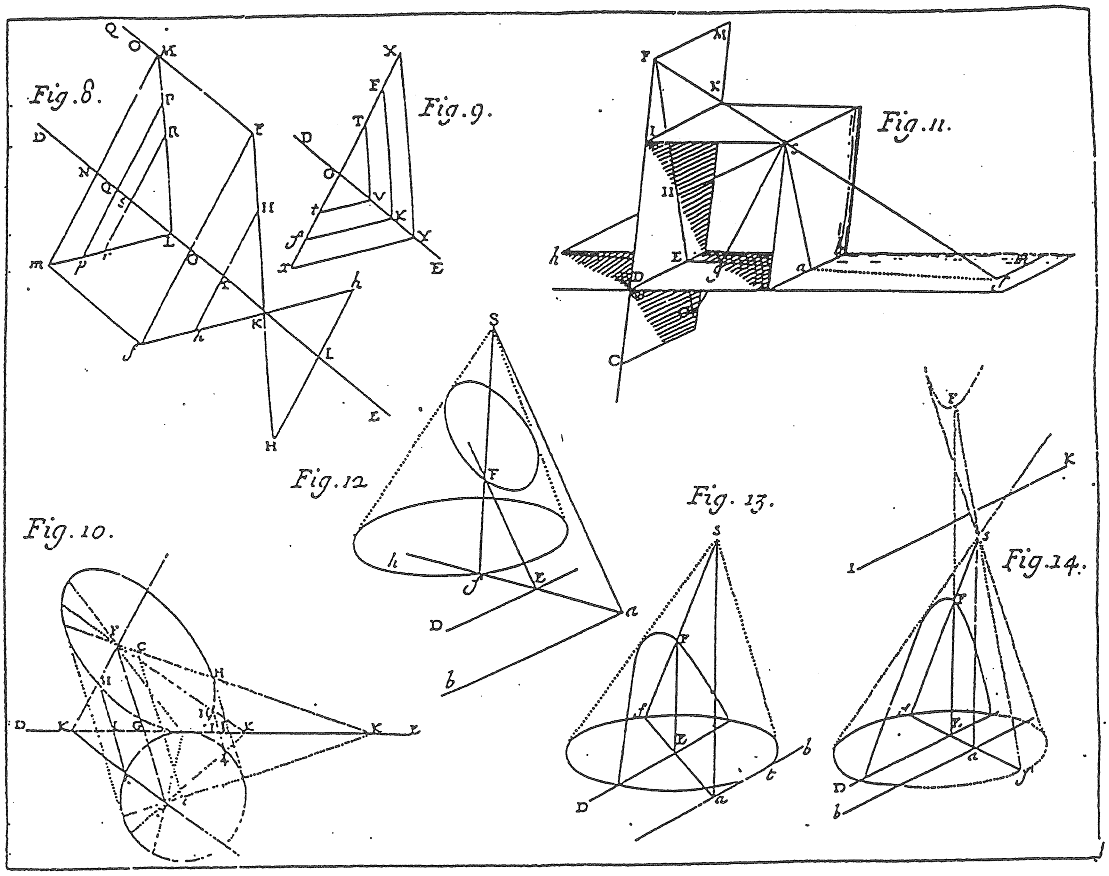
> *Si le public reçoit quelque utilité de ce petit Ouvrage, il en aura autant d'obligation au hazard, qu'à mes longues études.*
> *Je ne l'ay entrepris, qu'à l'occasion d'une lettre que Monsieur Descartes écrivit autrefois à Monsieur Desargues, dans laquelle il luy mandoit, que sur ce qu'il avoit pû conjecturer du Traité de ses Sections Coniques dont le Pere Mersenne luy avoit envoyé le projet, il avoit jugé qu'il pouvoit avoir deux desseins qui seroient fort bons & fort utiles, mais qui ne demanderoient pas tous deux la même maniere de proceder.*
> *L'un seroit d'écrire pour les Doctes, & leur enseigner quelques proprietez de ces Sections Coniques qui ne leur soient pas connuës.*
> *L'autre seroit d'écrire pour les Curieux qui ne sont pas doctes, & de faire que cette matiere qui n'a pû être entenduë jusques icy que de fort peu de personnes, & qui est neanmoins fort utile pour la Perspective, la Peinture, l'Architecture, &c. devienne vulgaire & facile à tous ceux qui la voudront étudier dans son Livre.*
> *Je croy avoir accompli ces deux intentions dans ce petit Traité ; car non-seulement j'ay écrit en faveur des Sçavans, en leur donnant une nouvelle projection de nouvelles proprietez & de nouvelles démonstrations des Sections Coniques qu'ils ignoroient ; mais aussi en faveur de ceux qui ne se piquent pas d'être Sçavans dans ces matieres que j'ay renduës si faciles, qu'il leur suffira d'avoir la connoissance de quelques propositions élementaires que j'ay citées au commencement de ce Traité, pour comprendre sans aucun effort d'esprit tout ce que j'ay dit sur cette Science.*
> *Ceux qui n'aiment pas les longues lectures, trouveront encore icy de quoy se satisfaire ; car j'ay renfermé toute la Science des Sections Coniques dans quatre ou cinq feüilles d'une grosse impression, qui n'ont pourtant pas laissé de me coûter trois années de travail, & qui renferment plus de connoissances que de fort gros Volumes qui traitent de ces matieres.* [...]

La lettre de Descartes à Desargues dont il s'agit ici est datée du 19 juin 1639, et nous l'avons déjà citée partiellement [45]. En l'absence d'autres renseignements sur Le Poivre, il nous est difficile d'apprécier si la seule lecture de cette lettre a pu le conduire à rédiger son traité. L'usage de la notion (et du mot lui-même) de directrice, ainsi que d'un mode de génération des coniques dans le plan, analogue à celui développé par La Hire dans ses *Planiconiques*, peut faire supposer que Le Poivre a pu avoir connaissance des travaux de La Hire. Par contre, l'abandon de la notion de foyers et de l'exposé de leurs propriétés dans l'ouvrage de Le Poivre, plaide pour une pensée indépendante.

---

[45] Elle figure dans la *Correspondance* de Descartes. Le lecteur la trouvera aussi in *L'oeuvre mathématique de Desargues*, de R. Taton, op. cit.





Planches I & II du
Traité des Sections du Cylindre et du Cône,
de Jacques-François Le Poivre, 1704.

Si l'on en croit son auteur, ce traité a l'ambition d'être lisible par les débutants, mais aussi d'apporter une nouvelle contribution à l'étude des coniques. Nous n'en donnerons qu'une description succinte [46]. Contrairement à La Hire, Le Poivre commence par définir la projection cylindrique pour étudier les propriétés des axes conjugués et des tangentes de l'ellipse, par projection de celles du cercle : on reconnaît la méthode arguésienne (voir les figures 1 à 6 de la planche I, en hors-texte, page précédente) ; pour cela il définit la projection dans les termes suivants :

> *Si quelque ligne droite fF rencontre deux plans ab & CE, premier et second, qui s'entrecoupent en une ligne DE, qui se nomment* Base *; Je dis, que les points F, H, M, &c. où la première ligne fF & plusieurs autres hH, mM &c. qui luy sont paralleles, rencontrent CE l'un des plans, répondent aux points* [nous soulignons] *f, h, m, où elles rencontrent l'autre ab.*
>
> *AVERTISSEMENT. Je marquerai toûjours les points du second plan par les grandes lettres C, D &c. & les points du premier, qui seront hors du second, par les petites a, b, &c. l'intersection des mêmes plans, où la base sera DE.*

On notera le système de notations, qui aide beaucoup à la compréhension, et qui préfigure, avec cette notion de *réponse*, l'idée de transformation projective. Puis il montre que la courbe répondant à un cercle est une ellipse, dont le cercle de base est dit *générateur*. De cette méthode dans le solide, il tire ce qu'il appelle *la méthode des plans* (cf. figure 8 de la planche II, en hors-texte, page précédente) :

> *Si plusieurs paralleles fF, hH, &c. coupent en G, I, &c. une ligne droite DE, que je nomme base, & qu'on prenne à côté de cette base sur chacune de ces paralleles, deux portions fG, GF, hI, IH &c. qui gardent toûjours entr'elles une même raison donnée de n à m ; je dis que les extrêmitez f, h, &c. des termes antecedens répondent aux extrêmitez F H &c. des consequens.*

La transformation, dite réponse, de l'espace, est donc ici définie dans le plan, et Le Poivre montre que l'on peut en tirer les mêmes conséquences, en matière de proportions. En particulier, les courbes répondant dans le plan à un cercle, sont bien de même nature que celles décrites dans l'espace, et on les nommera ellipses. Pour le cône, la projection, appelée aussi *Réponse*, est plus complexe à mettre en oeuvre (figure 11 de la planche II, page précédente) :

> *S'il y a deux Plans, bacD & CDE, premier & second, qui s'entrecoupent en une ligne DE, que je nomme base, & au dehors d'eux un point fixe s, que je nomme sommet, duquel soient menées plusieurs lignes droites sf, sg, sh, &c. que je nomme Verticales ; Je dis que les points F, G, H, &c. où elles rencontrent l'un de ces Plans, répondent aux points f, g, h, &c. où elles rencontrent l'autre.*
>
> *La Directrice de l'un des Plans, est la Section qui luy est commune avec le Plan mené par le sommet parallelement à l'autre.*

Là encore, la réponse d'un cercle de base, ou générateur, dans un plan coupant le cône de sommet "s" et s'appuyant sur ce

---

[46] Le lecteur intéressé par une lecture de l'oeuvre, ou une introduction plus détaillée, pourra se reporter à l'édition que doit en donner prochainement l'IREM de Basse-Normandie, in *Analectes*, introduction et notes de J.-P. Le Goff.

cercle, sera une conique ; et, par exemple, les asymptotes d'une hyperbole sont les réponses, dans son plan, des deux tangentes au cercle de base, menées aux points d'intersection du cercle avec la directrice.

Tout comme pour le cylindre, Le Poivre définit ensuite une *méthode des Plans*, faisant intervenir dans un même plan, deux droites parallèles, la Directrice ab, et la Base DE, et un point s, le sommet, hors d'elles. Un point F répondra, dans le plan, à un autre point f, *si la distance du premier au second* [fF] *est quatrième proportionnelle à la distance de la directrice* [fa], *à celle de la base* [fE], *& à celle du sommet* [fs]. Ce texte commente la figure 12 de la planche II (voir page hors-texte) : on aura reconnu une construction voisine de celle de La Hire.

Mais il n'est pas nécessaire, ici, de définir le cône commun aux deux courbes coplanaires : Le Poivre explique pourquoi il utilise la même figure pour ses descriptions dans le solide et dans le plan (p.32) :

> *Tout le discours suivant, & même toutes les Figures serviront également aux deux methodes. Il faudra seulement dans celle des plans s'imaginer, que les ellipses qui representent le cercle generateur sont de veritables cercles, ce qui est facile. Ce cercle generateur pouvoit semble-t-il être mieux representé par un cercle, mais les Figures seroient devenuës par-là trop embroüillées.*

Et c'est bien ce qu'elles étaient chez La Hire : l'intuition spatiale disparaissait dans la figuration plane. Desargues, pourtant inspiré par ses *capricieuses contemplations* perspectives, n'avait proposé que des figures planes. De même, La Hire n'avait pas osé représenter un cercle dans le plan sous la forme d'une ellipse, sauf s'agissant d'une figure de l'espace. Le Poivre saute le pas, concrétisant pour la première fois l'intuition arguésienne, et expliquant qu'une figure n'est que la représentation concrète d'une image mentale ; il aura fallu 65 années de maturation. L'oeuvre de Le Poivre sur les coniques est sans conteste plus modeste, ne serait-ce qu'en taille, que celle de La Hire : il ne donne pas, nous l'avons dit, toutes les propriétés de ces courbes, ce que l'on pourrait attendre d'un traité exhaustif sur la question, mais d'une certaine manière, il renoue avec la formidable vision arguésienne. Son assimilation entre projection d'un cercle de l'espace et transformation plane d'un cercle, prépare le terrain, dans l'ordre d'une pensée procédant par formes, à une définition générale de l'homologie.

La leçon arguésienne a donc bien été entendue ici, et pour en juger, il nous suffit de lire la fin de la préface de Le Poivre :

> *J'ay crû qu'il étoit necessaire de donner icy un avis au Lecteur touchant mes Figures ; car quoyque les Figures d'Optique puissent produire leur effet dans l'oeil du Spectateur, sans qu'il fasse attention aux regles de l'art, cependant il sera d'un fort grand usage, de s'imaginer celles de ce Livre, lesquelles representeront differens plans, produites par des paralleles tombant de tous les points de l'objet sur le plan de projection qui est celuy du papier. Ces paralleles seroient les raïons mêmes par lesquels l'oeil verroit cet objet, s'il en étoit infiniment éloigné ; c'est pourquoy on pourroit les nommer Raïons. Il est clair que selon cette projection, les lignes paralleles se representeront par des paralleles, excepté celles qui se trouveront sur un plan parallele aux raïons, qui seront representées par une ligne droite de même que ce plan ; Pareilles projections où les principaux plans d'un Solide sont representez par des lignes droites, & par consequent leur commune Section par des points, est la plus simple de toutes, & on l'employe souvent à regler les autres.*

Il importe extrêmement de remarquer, que lorsqu'il arrive que ces raïons qui doivent produire l'image sont paralleles à une même ligne perpendiculaire à la commune Section du plan de la projection & d'un autre plan, & également incliné sur tous les deux ; les choses qui sont dans ce dernier plan ne sont du tout pas altérées par la projection. De sorte que ce qui est, par exemple, angle droit, demeure angle droit, & ce qui est cercle, demeure cercle.
[voir la figure 1 de la planche I]

Car soit EDC le plan de la projection ; ab un autre plan ; & DE, leur commune Section, à laquelle le raïon FE soit perpendiculaire & également incliné sur les deux plans. Si d'un point quelconque G du plan ab, on mene à EF une parallele, qui rencontre le plan CDE en I ; il est bien visible que les deux distances perpendiculaires GE & IE prises depuis le même point E de la commune Section DE seront égales. D'où il suit, que tous les points comme I, seront situez sur le plan CDE tout-à-fait de même que ceux comme G qu'ils representent le sont sur le plan ab. De maniere que si l'on venoit à coucher du côté qu'il faut le plan ab sur CDE, le point G tomberoit sur I. C'est-à-dire, que chacun des points representez tomberoit tout-à-fait sur celuy qui le represente.

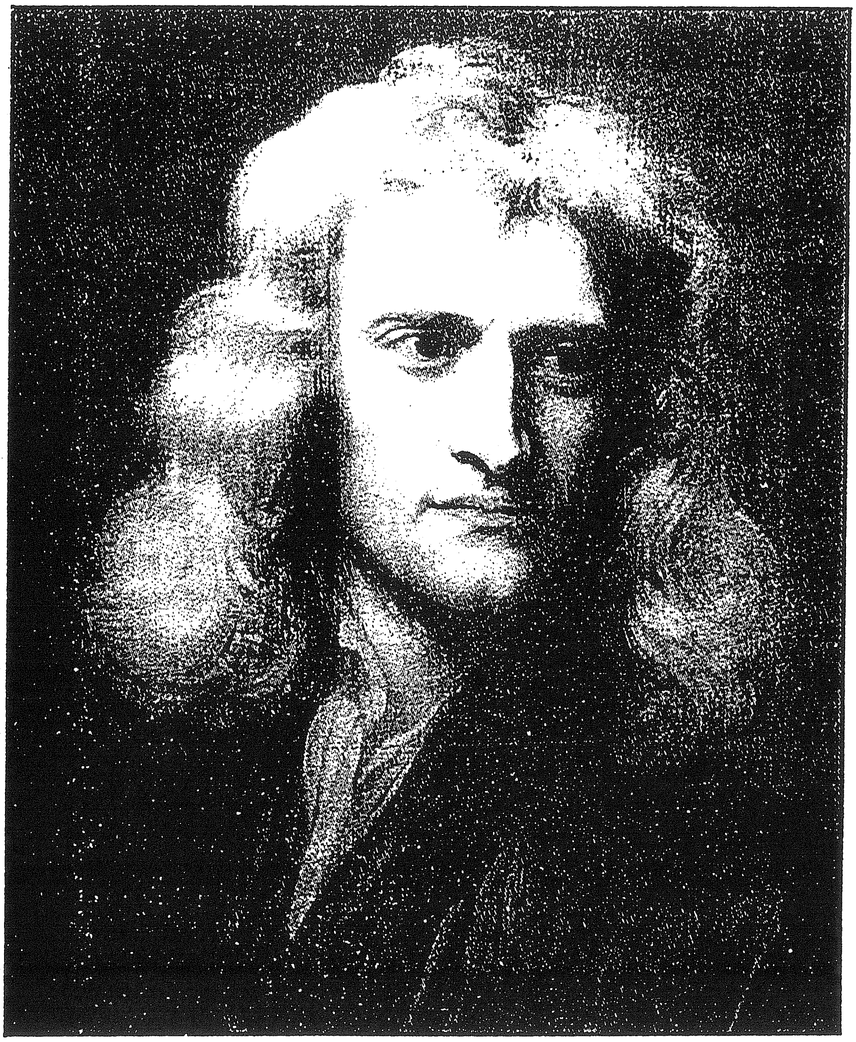
Autrement dit, la projection cylindrique de l'espace sur le plan, appelée orthographie par les perspectivistes lorsqu'elle est orthogonale au plan de projection, ou perspective cavalière si elle est inclinée sur ce plan, que Le Poivre utilise, comme tous les mathématiciens, pour représenter les figures de l'espace dans le plan, est une projection centrale (ou perspective) dont le centre (le point de l'oeil) est à l'infini. Et la *Réponse* d'un plan projeté sur un autre, répondant, est la restriction d'une telle projection cylindrique au plan projeté. De plus, dans le cas particulier où la direction de la projection cylindrique qui projette l'espace dans le plan du dessin, est perpendiculaire au plan bissecteur du dièdre formé par le plan projeté (ab) et par le plan de projection (CE), confondu avec celui du dessin, il y a égalité de la figure donnée dans le plan projeté (ab), et de la figure projetée (ou répondante) dans le plan du dessin, et ces figures sont alors superposables par rabattement d'un plan sur l'autre [47]. En somme, tout est affaire de point de vue, suivant la leçon de Desargues.

Jacques-François Le Poivre nous livre donc une version fort élégante et lumineuse de l'étude des coniques du point de vue arguésien, avec des figures qui parlent presque d'elles-mêmes et qui livrent l'heuristique de la démarche du géomètre lyonnais : sa *Réponse*, jointe à l'usage non explicite de la division harmonique, est la mise en forme de l'une des notions novatrices de Desargues, la démonstration par le relief. L'étude de l'involution générale est perdue de vue, comme chez La Hire, mais Le Poivre développe une géométrie d'incidence projective et approche, plus encore peut-être que La Hire, le concept de transformation.

Cependant, force est de constater que les épigones français de Desargues se sont limités à l'étude des coniques, et n'ont pas réinvesti l'intuition du maître, pour l'étude d'autres courbes, par exemple, ou pour une étude systématique des propriétés de l'espace, comme s'il avait fallu un temps d'assimilation de ces méthodes sur l'objet même où Desargues les avait exercées. Ce renouveau sera le fait d'autres acteurs, outre-Manche, qui susciteront ensuite de nouvelles recherches sur le continent.

---

[47] Cette remarque permet de justifier l'identité de l'ellipse, définie par transformation plane, et de celle tracée dans un cylindre incliné sur le plan du cercle suivant la direction de projection ici définie ; *PROBLEME XXXVI, Fig. 4,* de l'ouvrage.



Portrait de SIR ISAAC NEWTON
(1642-1727).

2ème Partie : LA PISTE ANGLAISE.

NEWTON GEOMETRE.

Tu m'appelles à toi, vaste & puissant génie,
Minerve de la France, immortelle Emilie.
Je m'éveille à ta voix, je marche à ta clarté,
Sur les pas des vertus & de la vérité.
Le charme tout puissant de la Philosophie,
Elève une esprit sage au-dessus de l'envie.
Tranquille au haut des cieux, que Newton s'est soumis,
Il ignore en effet s'il a des ennemis.
Je ne les connais plus. Déjà de la carrière
L'auguste vérité vient m'ouvrir la barrière;
Puissé-je auprès de vous, dans ce Temple écarté,
Aux regards des Français montrer la Vérité,
Tandis qu'Algaroti, sûr d'instruire & de plaire,
Vers le Tibre étonné conduit cette Etrangère.
Que de nouvelles fleurs il orne ses attraits,
Le compas à la main j'en tracerai les traits;
De mes crayons grossiers je peindrai l'immortelle;
Cherchant à l'embellir, je la rendrais moins belle.
Elle est, ainsi que vous, noble, simple & sans fard,
Au-dessus de l'éloge, au-dessus de mon art.

Ces vers sont extraits d'une lettre à la Marquise du Chastelet, imprimée par Voltaire en préface à ses *Eléments de la philosophie de Newton* (1738-1742), et reproduits au début de l'édition française des *Principia* (1766) [48]. Ces quelques vers permettent d'illustrer le cadre de cet article. Il peut sembler présomptueux, voire incohérent, de vouloir isoler chez un savant comme Newton, l'aspect purement mathématique de son oeuvre. En fait il ne s'agira même que d'un aspect de la géométrie newtonnienne ! Newton lui-même semble avoir récusé une telle étude puisqu'il affirme dans sa préface aux *Principia* :

> *La Géométrie appartient en quelque chose à la Méchanique ; car c'est de cette dernière que dépend la description des lignes droites & des cercles sur lesquels elle est fondée.* [...] *La Géométrie est donc fondée sur une pratique méchanique, & elle n'est autre chose qu'une branche de la Méchanique universelle qui traite & démontre l'art de mesurer.* [49]

En dépit de cette définition - ou, peut-être, à cause d'elle - nous voudrions montrer comment Newton s'inscrit dans la jeune tradition mathématique anglaise par rapport aux grands thèmes de la fin du XVII° siècle et décrire comment on peut situer son rapport complexe avec la

---

[48] Nous nous référerons, dans la suite, à cette édition : Isaac Newton, *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, traduction de la Marquise du Chastellet augmentée des Commentaires de Clairaut, A. Blanchard, Paris, 1966.
A propos de Voltaire et de la diffusion du newtonianisme en France, voir l'article de Claude Lang, à paraître dans *SCHOLIES*.

[49] Newton, *Principia*, tome I, p.xv.

tradition et l'héritage arguésien. On verra que Newton ne se contente pas, comme certains des "héritiers", de relire et réécrire le *Brouillon Project*, mais qu'il est le premier à appliquer les idées arguésiennes à d'autres objets que les coniques. Nous présenterons d'abord un rapide panorama des mathématiques anglaises au XVII° siècle avec les figures marquantes de Wallis et de Barrow, puis nous étudierons deux textes géométriques de Newton, révélateurs de sa pratique des mathématiques.

L'ECOLE ANGLAISE DE GEOMETRIE AU XVII° SIECLE : WALLIS, BARROW.

Il faut reconnaître que l'Angleterre n' a pas un premier XVII° siècle mathématique aussi brillant que d'autres pays continentaux. Depuis la création - fort importante, mais isolée - des logarithmes par John Napier (1550-1617) - qui était d'ailleurs écossais - en 1614-1619, perfectionnés par Henry Briggs (1561-1630), John Speidell, ou William Oughtred (1574-1660), depuis cette invention l'Angleterre ne paraît guère en phase avec les avancées continentales. On peut même voir une certaine réticence aux méthodes nouvelles comme en témoigne l'attitude de Thomas Hobbes (1588-1679) soulignant le manque de rigueur de certains algèbristes et leur reprochant de confondre les symboles algébriques avec la géométrie. Les mathématiques ne faisaient pas partie alors du cursus des universités. Elles étaient au pire considérées comme diableries, au mieux comme purement calculatoires destinées aux commerçants. Des chaires de géométrie sont toutefois peu à peu créées dans les universités ; ces chaires portent souvent le nom de leur fondateur : c'est le cas de la chaire savilienne à Oxford fondée en 1619 par sir Henry Savile, dont Briggs est le premier bénéficiaire, avant Wallis ; c'est le cas aussi de la chaire lucasienne à Cambridge fondée en 1664 par le Chevalier Lucas qui sera tenue successivement par Barrow et Newton. C'est vers le milieu du siècle que deux figures importantes vont émerger, WALLIS et BARROW.

John Wallis (1616-1703) naît le 23 novembre 1616 à Ashford, où son père était pasteur. Il fait ses études à Cambridge où il acquiert une connaissance approfondie du grec, du latin, de l'hébreu et du français. Ses préoccupations sont déjà principalement philosophiques et théologiques. Admis dans les ordres ecclésiastiques, il y occupe diverses places, y compris à Londres. Il aurait commencé l'étude des mathématiques pendant les vacances de Noël de sa quinzième année, en empruntant un livre d'algèbre de son frère. Mais ce n'est que vers l'âge de vingt ans qu'il semble avoir travaillé vraiment les mathématiques avec la lecture de la *Clavis mathematicae* d'Oughtred, qui lui donna, semble-t-il, des leçons. Il se fait remarquer pendant son séjour à Londres en déchiffrant avec une facilité surprenante des messages secrets interceptés. Cet art du décryptage, qu'il eut en commun avec Viète, lui vaudra la faveur aussi bien de Cromwell que de Charles II (dont il fut le chapelain) ou des Hanovre. Il était doué d'une mémoire si prodigieuse qu'il pouvait extraire de tête la nuit la racine carrée d'un nombre de cinquante chiffres, et être en état de l'écrire le lendemain matin. Il remplace Briggs à la chaire savilienne de géométrie d'Oxford. Wallis y donne bientôt la mesure de ses talents : correspondance avec les savants les plus célèbres, réponses aux questions de Pascal ou de Fermat ; il publie enfin de nombreux ouvrages importants de mathématiques. Il est un des principaux membres de la jeune Royal Society. Wallis meurt à Londres le 28 octobre 1703, à 87 ans.

Les deux ouvrages principaux de Wallis sont publiés en 1655, il s'agit de son *Tractatus de sectionibus conicis* et de son

Arithmetica infinitorum. Les premiers mots du *Tractatus...*, comme le souligne Chasles [50], pourraient laisser penser que Wallis est bien dans la lignée de Desargues et La Hire. Wallis y annonce qu'ayant reconnu la théorie des coniques comme difficile, il va, dans le but de la simplifier, étudier la nature du cône mieux que ne l'ont fait les Anciens, pour en déduire, comme de leur vraie source, les propriétés de ces courbes. Mais, en fait, le *Tractatus...* est sans doute le premier exposé algébrique systématique des sections coniques à être imprimé. D'une certaine manière Wallis se place comme un des "neveux" de Descartes et y exécute le travail que le maître a rendu possible. Il revendique clairement que les démonstrations algèbriques sont aussi valides que les déductions géométriques, il définit ainsi d'une manière moderne les équations des coniques, sans aucune référence au cône [51] :

> *J'appelle ellipse la figure plane caractérisée par la propriété :* $e^2 = ld - \frac{ld^2}{t}$.

e est l'ordonnée, d l'abscisse, l le latus rectum et t l'axe. Wallis démontre aussi la réciproque, c'est-à-dire que les courbes définies par une telle équation sont bien les mêmes que celles des Anciens. En appliquant cette méthode aux problèmes classiques sur les tangentes et diamètres conjugués, Wallis donne donc la première application systématique des méthodes inventées par Fermat et Descartes à l'étude des sections coniques. Dans son *Arithmetica infinitorum*, Wallis manifeste la même liberté d'esprit. Il s'affranchit de tout support géométrique pour traiter des indivisibles et parvient par des calculs purement algébriques à un certain nombre de résultats sur les sommes infinies, en pratiquant de manière audacieuse, ce qui lui sera reproché, des généralisations du genre :

$\frac{1}{2}! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. Ou encore la célèbre formule qui porte encore son nom,

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1\times3\times3\times5\times5\times7\times...}{2\times2\times4\times4\times6\times6\times...}$$

Signalons, enfin, que Wallis est aussi un historien des mathématiques. Il a inséré dans ses principaux ouvrages des notices historiques, en particulier en algèbre. On lui a beaucoup reproché cet aspect de son travail car il y pratique un chauvinisme forcené. Personne n'a plus que lui le désir d'attribuer à ses compatriotes les plus grandes découvertes. Il lui paraît ainsi que la gloire de Descartes est importune. C'est, pour lui, Thomas Harriot qui aurait inventé les théorèmes sur la résolution des équations généralement attribués à Descartes. Cette opinion doit flatter l'orgueil national anglais, puisque Montucla dans la deuxième édition de son *Histoire* doit longuement s'expliquer sur cette fausse attribution.

> *Qui pourra même ne pas rire en voyant ce zélé restaurateur de la gloire d'Harriot, lui attribuer* [...] *la résolution des équations du second degré,* [...] *La partialité et l'aveuglement qui en est la suite ordinaire ne sauraient être portés plus loin,* [52]

---

[50] M. Chasles, *Aperçu historique*, p. 122.

[51] Wallis, *Tractatus de sectionibus conicis*, pars I, prop. XVI, p. 38.

[52] Montucla, *Histoire des mathématiques*, tome II, p. 110.

Dans la lignée immédiate de Wallis on peut citer ici James Gregory (1638-1675), mathématicien et opticien écossais. Gregory, ami de John Collins, bibliothécaire de la Royal Society, a avancé dans diverses directions l'étude de la convergence des suites et séries, ainsi que du calcul des différences finies. On lui doit le développement en série d'Arctan(x).

Isaac Barrow (1630-1677) naît à Londres au mois d'octobre 1630. Sa scolarité commence fort mal, puisqu'il paraît si dissipé et bagarreur à l'école de Chaterhouse, que son père en vient à prier Dieu de lui demander de sacrifier l'un de ses enfants, auquel cas il n'aurait aucun mal à choisir Isaac. Ce dernier doit s'amender très rapidemment puisqu'il est accepté au Trinity College de Cambridge à quatorze ans. La lecture d'Eusèbe et de Scaliger le conduit à l'étude de la chronologie, cette dernière à l'astronomie, qui l'oblige de se livrer à la géométrie. Mais ses centres d'intérêt sont plus littéraires : le grec, l'arabe, la théologie. C'est pour des raisons religieuses qu'il est obligé de quitter Cambridge ; il visite alors Paris, Florence, Venise, Smyrne et Constantinople. De retour en Angleterre, il est reçu dans les ordres ; il obtient en 1660 une chaire de grec à Cambridge, et, professeur de philosophie au Gresham College, il participe à la naissance de la Royal Society. En 1663, il est nommé à la chaire de géométrie fondée par le Chevalier Henry Lucas. C'est alors qu'il a pour élève le jeune Newton, à qui il cède sa chaire en 1669. Il se livre alors uniquement à la théologie. Chapelain de Charles II en 1672, il devient chancelier de l'Université de Cambridge en 1672, où il meurt le 4 mars 1677. On dit que Barrow, voyant approcher la mort, en témoigna sa joie, en disant qu'il allait enfin apprendre, dans le sein de la Divinité, la solution de beaucoup de problèmes de géométrie et d'astronomie; entre autres, si la terre tournait autour du soleil. On a aussi dit de lui que, brillant et original comme il l'était indubitablement en mathématiques, il eut la malchance d'être l'étoile du matin annonçant le soleil de Newton.

Fort compétent en grec et en arabe, admirateur des Anciens, Barrow a traduit certains ouvrages d'Euclide, d'Apollonius et d'Archimède. En mathématiques ses oeuvres sont des recueils de cours les *Lectiones opticae* et les *Lectiones geometriae*. Leur présentation est entièrement géométrique, sans symbolisme algèbrique dont Barrow pensait qu'il devait faire partie de la logique plutôt que des mathématiques. Barrow intègre pourtant les méthodes des indivisibles et infinitésimales. Sa méthode pour trouver les tangentes utilise ainsi un triangle différentiel inspiré sans doute de Pascal et qui préfigure les méthodes newtoniennes et leibniziennes. Il fait un effort remarquable pour relier les différents résultats connus sur les tangentes, les longueurs d'arcs, les aires, etc ... dans un canevas essentiellement géométrique. On retrouvera cette fidélité aux méthodes géométriques anciennes dans l'oeuvre de Newton.

Dans la lignée de Barrow, sur le plan de la géométrie, Montucla cite un certain Richard Anderson, simple fabricant d'étoffes de soie à Londres. Dans deux ouvrages publiés en 1668 et 1669, Anderson considère différentes portions de cônes, conoïdes et sphèroïdes, coupés et recoupés en divers sens par un plan. L'objectif d'Anderson est le jaugeage des différents récipents pleins ou vides en partie. Cet exemple prouve, selon Montucla, que le goût et le génie de la géométrie sont de tous les états [53].

Ces deux premiers grands mathématiciens anglais illustrent le décollage de la science anglaise au milieu du XVII° siècle.

---

[53] Montucla, op.cit., tome II, p. 89.

Ils sont tous les deux fortement impliqués dans les querelles religieuses et politiques qui secouent l'Angleterre. Ils sont aussi tous les deux, comme Newton, des représentants de la *gentry* campagnarde qui accède en partie au pouvoir politique et intellectuel. Ils sont enfin représentatifs des deux courants majeurs de l'esprit mathématique du temps. Wallis représente ainsi la tendance "cartésienne" qui passe par une algébrisation forcenée des problèmes quitte à être moins regardant sur la rigueur. On sait la faveur que ce courant obtient dès la fin du XVII° sur le continent. Barrow représente la fidélité féconde à la tradition grecque, à la synthèse, au style euclidien, même si on peut penser, comme pour les Grecs, qu'il a une analyse non formulée qui permet l'invention des résultats par une cristallisation des types de problèmes. Les Anglais resteront d'une certaine manière sous cette influence pendant le XVIII° siècle, avec quelques Italiens. Newton va se trouver au confluent de ces deux courants.

NEWTON GEOMETRE.

Il ne s'agit pas ici de retracer en entier l'oeuvre mathématique de Newton, et encore moins l'oeuvre physique. Nous voudrions simplement montrer comment Newton pratiquait les mathématiques et dans quelles lignées on peut le placer. Le cadre dans lequel nous avons placé cet article incite à prendre un angle d'observation particulier : celui de la géométrie, et plus précisément des méthodes projectives.

Tout d'abord Newton est l'élève de Barrow. On peut penser au vu du style newtonien que Barrow a eu une grande influence sur le jeune Newton. Le début des études de ce dernier [54] ne semble pas avoir été entièrement consacré aux mathématiques. Même à Cambridge, il s'intéresse d'abord à la chimie. En 1661 pendant sa première année au Trinity College, il semble avoir quand même pris contact avec Euclide, mais c'est vers 1663-1664, peut-être sous l'influence de Barrow, qu'il approfondit ses connaissances : la *Clavis mathematicae* d'Oughtred, la *Geometria a Renato Des Cartes* de Van Schooten, l'*Optique* de Kepler, les *Opera mathematica* de Viète, et enfin l'*Arithmetica* de Wallis. Il suit les cours de Barrow, qui semble avoir assez vite reconnu les qualités de son jeune élève et lui demande des conseils pour ses *Lectiones Opticae*. On sait que c'est pendant l'épidémie de peste de 1665-1666, que Newton, rentré dans la ferme familiale de Woolsthorpe, aurait fait ses importantes découvertes en physique, en calcul infinitésimal et en optique. De retour à Cambridge, il remplace Barrow en 1669 à la Chaire lucasienne de mathématiques qu'il occupera jusqu'en 1696. Il y enseigne, sans grand succès, paraît-il, l'optique, l'algèbre, la théorie des équations. Ses publications sont rares dans cette période, en dehors d'un manuscrit transmis à Collins, secrétaire de la Royal Society, *Analysis per aequationes numero terminorum infinitos* (1669) et son ouvrage sur la lumière (1672) qui, à cause le l'accueil déplorable de ses collègues [55], l'incitera à ne plus publier ses découvertes. Jusqu'en 1687, Newton met donc au point ses méthodes et ses découvertes, et publie alors sur les instances et avec l'aide financière et morale de son ami Halley les célèbres *Philosophiae naturalis principia mathematica*.

---

[54] Voir, à ce sujet, l'article de René Fréreux, à paraître dans *SCHOLIES*, sur le jeune Newton.

[55] Parmi ces détracteurs, citons Hooke, à propos duquel on pourra voir l'article d'Alain Delale sur la *Micrographia*, à paraître dans *SCHOLIES*.

Il est clair que, pour Newton, les mathématiques, la physique sont une et indivisible : c'est la "philosophie" pour laquelle il n'a pas toujours des mots tendres :

> *La philosophie est une dame si impertinente, chicanière et querelleuse, qu'on ferait aussi bien d'épouser des procès que d'avoir affaire à elle,* [56]
>
> *J'ai essayé il y a quelques années de me détacher de la philosophie pour me consacrer à d'autres travaux, étant donné que j'ai longtemps regretté le temps passé à cette étude à moins qu'il ne s'agit de moments de loisir que j'occupais à me distraire,* [57]

Même après sa reconnaissance officielle et sociale - il est Gouverneur de la Monnaie en 1696, représentant de l'Université de Cambridge au Parlement en 1701-1702, Président de la Royal Society en 1703, anobli en 1705 par la reine Anne, ... - Newton ne semble pas avoir abandonné l'activité scientifique, même mathématique. En 1696 et en 1716, il répond anonymement à des défis mathématiques proposés par Bernoulli et Leibniz. Bernoulli aurait alors déclaré : *"Ah ! Je reconnais le lion à sa patte."*

Les ouvrages de Newton concernant directement les méthématiques sont les suivants :

- *Methodus fluxionum et serierum infinitorum*, commencé en 1664, publié seulement en 1736.
- *De quadratura curvarum* et *Enumeratio linearum tertii ordinis*, écrits en 1676 (ou avant), publiés en appendice de l'*Opticks* en 1704.
- *Philosophiae naturalis principia mathematica* de 1687.
- *Arithmetica Universalis*, composé dès 1673, à partir de ses cours dispensés à Cambridge, publié en 1707.

Nous ne détaillerons pas ici les travaux sur la méthode des fluxions. Notons tout de même que Newton ressent le besoin de fonder son calcul sur des bases géométriques solides, aussi met-il souvent l'accent sur une conception cinématique des courbes, et sur une utilisation extrêment prudente des "premières et dernières raisons". Notons enfin que dans son oeuvre algébrique, Newton manifeste aussi un grand souci géométrique. Il donne à côté - et même avant - des résolutions purement algébriques, des constructions géométriques qui lui servent en particulier à estimer plus facilement les racines cherchées ; c'est aussi le cas des *Principia*, rédigés sous une forme et avec un contenu - pour ce qui concerne les mathématiques - très orthodoxes du point de vue euclidien.

A ce stade on pourrait penser que la géométrie projective de Newton est un peu marginale par rapport aux inventions qu'il réalise en calcul infinitésimal, en algèbre, ou même en géométrie. C'est ainsi que la marquise du Chastellet pense devoir adjoindre un commentaire algébrique des démonstrations géométriques des *Principia*, *"hérissées de tant d'épines"* [58], et Voltaire dans la préface renchérit :

---

[56] Lettre de Newton à Halley du 20 juin 1688.

[57] Lettre de Newton à Hooke de 1679.

[58] Newton, *Principia*, Avertissement de l'éditeur, p.ij.

> A l'égard du commentaire algébrique c'est un ouvrage au dessus de la traduction. Madame du Châtelet y travailla sur les idées de M. Clairaut ; elle fit tous les calculs elle-même [...] [59]

Mais l'interprétation de cette volonté synthétique d'exposition de Newton, mûrement et longuement réfléchie, n'est peut-être pas aussi simple : en témoigne une lettre où Newton explique qu'il a employé le calcul infinitésimal pour découvrir et qu'après il s'est attaché à revoir les démonstrations sous forme géométrique de manière que ses contemporains puissent saisir plus aisément le thème principal : l'harmonie des cieux. Dans certains de ses textes mathématiques non publiés [60], il y a des résultats qui ont été trouvés à l'aide de méthodes analytiques ; certains de ces résultats vont plus loin que ce que Newton lui-même pouvait traduire géométriquement.

Les rapports de Newton avec la géométrie synthétique ne sont donc pas simples à analyser. Pour tenter de le faire, nous nous proposons d'étudier plus précisément deux textes de ce point de vue : les *Principia* et l'*Enumeratio linearum tertii ordinis*.

LES *PRINCIPIA*.

Les *Principia* sont divisés en trois livres précédés des définitions des concepts d'inertie, de force ..., et des axiomes ou lois du mouvement.

Le Livre I est consacré aux méthodes utilisées par Newton, méthodes mathématiques pour la plupart : méthode des fluxions ou des premières et dernières raisons, problèmes théoriques du mouvement des corps, relations entre une force d'attraction et trajectoire.

Le Livre II traite des mouvements des corps dans des milieux offrant une résistance comme l'air ou les liquides.

Le Livre III, *Sur le système du monde*, applique les méthodes générales développées dans le Livre I, au système solaire.

C'est le Livre I, et la partie de ce livre consacré aux coniques que nous voudrions présenter ici dans ses aspects de géométrie synthétique. Le Livre I débute avec la Section I par l'exposition, sous forme de 11 lemmes, de la méthode des premières et dernières raisons avec un certain nombre de théorèmes de calcul infinitésimal. La Section II est intitulée *De la recherche des forces centripètes*. La proposition 1 démontre ainsi que l'hypothèse d'une force attractive en un point fixe est équivalente à la loi des aires de Kepler. Puis Newton étudie les mouvements circulaires et elliptique dans le cas d'une force centrale. La Proposition X pose ainsi le problème de trouver la loi d'une force centripète au centre d'une trajectoire elliptique. Le résultat est que cette loi est proportionnelle à la distance au centre. Cette proposition est suivie d'un scholie qui commence ainsi [61] :

> *Si le centre de l'ellipse s'éloigne à l'infini, & qu'elle devienne une parabole, le corps se mouvera dans*

---

[59] *Principia*, Préface historique, p. ix.

[60] Ce sont les *Porthmouth Papers*.

[61] Newton, op.cit., tome I, p.65.

> *cette parabole; & la force tendant alors à un centre infiniment distant, elle deviendra uniforme. C'est le cas traité par Galilée. Si (en changeant l'inclinaison du plan au cône coupé) la parabole se change en une hyperbole, le corps se mouvera dans le périmètre de cette hyperbole, la force centripète se changeant alors en force centrifuge ;*

Voilà qui montre bien la parfaite connaissance qu'a Newton de ses prédécesseurs en méthodes projectives : on peut penser, par exemple, au Kepler des *Paralipomènes à Vitellion*, qui présente ainsi les différents cas de coniques [62].

La Section III est intitulée *Du mouvement des corps dans les Sections Coniques excentriques*. La première proposition (XI) démontre que si la trajectoire est elliptique et si la force tend à l'un des foyers alors cette force est inversement proportionnelle au carré de la distance au foyer. Là aussi un commentaire éclairant :

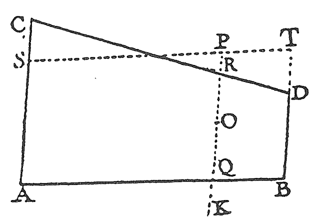
> Dans ce problème, ainsi que dans le Probl. 5 on pourrait se contenter d'appliquer la conclusion trouvée pour le cas de l'ellipse à celui de la Parabole & et de l'hyperbole; mais à cause de l'importance de ce Problème, & de l'étendue de son usage dans les Propositions suivantes, j'ai cru qu'il ne serait pas inutile de démontrer en particulier les cas de la parabole & de l'hyperbole. [63]

La proposition XV démontre la troisème loi de Kepler. Commence alors l'étude du problème central de Newton : comment déterminer les trajectoires coniques avec des conditions particulières données (foyer, points, tangentes). Un premier cas est étudié dans la Section IV :*De la détermination des orbes elliptiques, paraboliques et hyperboliques, lorsque l'un des foyers est donné*. Pour ce cas, déjà largement étudié par ses prédécesseurs, Newton fait allusion à La Hire à propos du problème (Lemme XVI) de trouver un point dont les différences des distances à 3 points donnés soient données ou nulles. Ce problème se traite par intersections d'hyperboles. Newton signale la solution d'Apollonius et celle de La Hire au huitième livre de ses *Coniques*, proposition 25.

Dans la Section V, *De la détermination des orbites lorsqu'aucun des foyers n'est donné*, le problème est plus délicat et nouveau. Newton part d'une propriété caractéristique des coniques concernant un trapèze inscrit. Il s'agit des Lemmes XVII et XVIII, dont voici les énoncés :

LEMME XVII.

Si d'un point quelconque P *d'une Section conique donnée, on mène les quatre droites* PQ, PR, PS, PT, *qui fassent chacune un angle donné avec chacun des quatre côtés indéfiniment prolongés* AB, CD, AC, DB *d'un trapeze quelconque* ABCD *inscrit dans la section conique, le rectangle des droites* PQ × PR *tirées à deux côtés opposés, sera en raison donnée au rectangle des droites* PS × PT *tirées aux deux autres côtés opposés.*



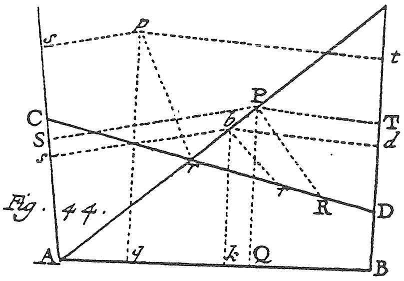
[62] cf. J-P. Le Goff, *Girard Desargues et la folie du voir*, in *La science à l'âge baroque*, n°2, p.40.

[63] Newton, op.cit., tome I, p.67.

LEMME XVIII.

Les mêmes choſes étant poſées, ſi les points P *ſont tels que les rectangles des droites* P Q × P R*, menées à deux côtés oppoſés du trapeze, ſoient en raiſon donnée aux rectangles des lignes* P S × P T*, menées aux deux autres côtés; ces points* P *ſeront à une ſection conique circonſcrite au trapeze.*

Fig. 44.



Le scholie est une fois de plus intéressant :

> *On a pris dans ce lemme le mot de Section Conique dans un sens étendu, en sorte qu'il renferme la section rectiligne qui passe par le sommet du cône, & la circulaire parallèle à sa base. [...]*
>
> *On peut à la place du trapèze employer un quadrilatère, dont les deux côtés opposés se coupent mutuellement comme des diagonales. Il se peut aussi que des quatre points un ou même deux soient placés à une distance infinie ; alors les côtés de la figure qui convergeaient précédemment vers ces points deviendront parallèles, & la section conique passera par les autres points, & s'étendra à l'infini du même côté que ces lignes devenues parallèles.* [64]

Cette propriété générale revient à dire que si un quadrilatère quelconque est inscrit dans une conique le produit des distances de chaque point de la courbe à 2 côtés opposés du quadrilatère est au produit des distances du même point aux deux autres côtés dans un rapport constant. Cette propriété est au centre des travaux sur les coniques au XVII° siècle, puisqu'on peut en déduire l'hexagramme mystique de Pascal, ou le théorème d'involution de Desargues, et que, d'un tout autre angle d'attaque, elle est l'origine du classement des courbes par Descartes dans la *Géométrie*. Chasles pense qu'il s'agit ici de la clé de l'étude des coniques qui aurait pu être connue des anciens - ce serait l'objet des fameux *Porismes* d'Euclide - car dit-il :

> *il existe toujours ainsi, dans toute théorie, quelque vérité principale dont toutes les autres dérivent.* [65]

L'énoncé du Lemme suivant (XIX) est bien connu puisqu'il s'agit du fameux problème des quatre lignes, dit de Pappus, étudié par Descartes dans la Géométrie.

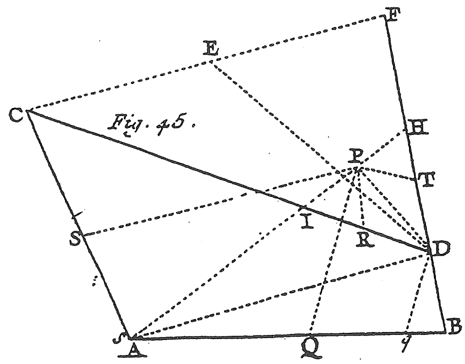
---

[64] Newton, op.cit., tome I, p.89.

[65] Chasles, op.cit., p. 39.

LEMME XIX.

Les quatre lignes AB, CD, AC, BD étant données de position, trouver un point P tel qu'en tirant à ces quatre lignes les droites PQ, PR, PS, PT qui fassent avec elles des angles respectivement égaux à quatre angles donnés, le rectangle PQ×QR de deux de ces quatre lignes, soit au rectangle PS×PT des deux autres en raison donnée.



Voici le commentaire de Newton :

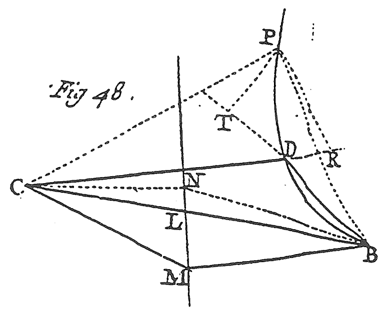
> *De cette façon le Problème des quatre lignes commencé par Euclide, & continué par Apollonius se trouve résolu dans ce Corollaire, non par le calcul, mais par une composition Géométrique telle que celle par laquelle les anciens l'ont cherché.* [66]

Le Lemme XXI utilise un procédé qu'on retrouvera dans l'*Enumeratio* à savoir l'idée de transformation de courbes.

LEMME XXI.

Si aux deux points donnés ou poles B, C sont fixés les sommets de deux angles donnés MBD, MCD, & que l'on fasse parcourir la droite donnée MN, au concours M des côtés BM & CM de ces angles les deux autres côtés BD & CD des mêmes angles décriront par leur intersection une section conique. Et réciproquement, si les droites BD, CD décrivent par leur concours D une section conique qui passe par les points donnés A, B, C, & que les angles DBM, DCM soient pris respectivement égaux aux angles donnés ABC, ACB, la rencontre des côtés BM, CM se fera toujours dans une ligne droite donnée de position.

Fig. 48.



Newton fait tourner deux angles donnés autour de leurs sommets fixes. Si l'une des intersections de deux côtés homologues de chaque angle décrit une courbe (ici une droite) alors l'autre intersection des deux autres côtés décrit la courbe image (ici une conique).

---

[66] Newton, op.cit., p.91.

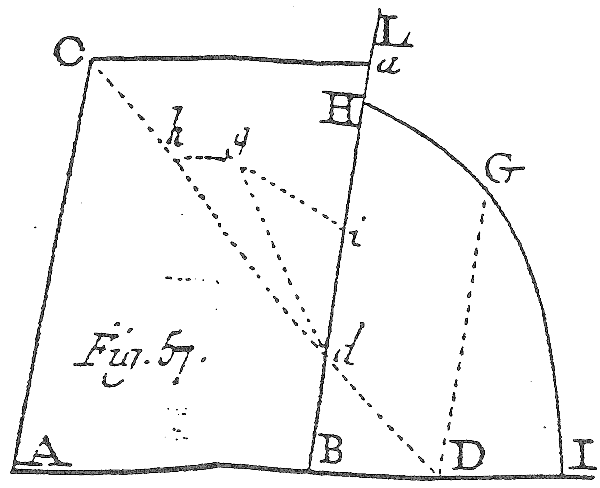
Ce procédé général permet d'aborder ce qui occupe toute la suite de la Cinquième Section : trouver la trajectoire conique passant par m points et tangentes à n droites avec m+n = 5. Ce problème avait été résolu partiellement, mais Newton donne ici la première résolution complète dans tous les cas. Pour 5 points : proposition XXII ; pour 4 points et une tangente : Prop. XXIII ; pour 3 points et deux tangentes : prop. XXIV.

Pour les 3 cas restants, Newton a besoin d'un outil encore plus performant : c'est la définition organique des coniques décrite au Lemme XXII :

LEMME XXII.

Changer les figures en d'autres figures du même genre.

Étant proposé de transformer la figure quelconque *HGI*, soient menées à volonté deux droites paralleles *AO*, *BL* qui coupent en *A* & en *B* une troisième droite quelconque *AB* donnée de position ; soit de plus menée la parallele *GD* à *OA* par un point quelconque *G* de la figure donnée. Tirant ensuite du point *O* donné dans *AO*, au point *D*, la droite *OD* qui rencontre *BL* en *d*, & élevant sur ce point *d* la droite *dg*, qui fasse avec la droite *BL* un angle quelconque donné, & qui ait à *Od* la même raison que *DG* à *OD* ; *g* sera le point qui dans la figure nouvelle *hgi* répond au point *G*, de la même maniere chaque point de la premiere figure donnera autant de points de la figure nouvelle ; & si on imagine que le point *G* parcourre d'un mouvement continu tous les points de la premiere figure, le point *g* parcourrera de même, par un mouvement continu, tous les points de la nouvelle figure. Fig. 57.



Ce lemme propose la construction suivante : Deux parallèles passant par A et B étant données ainsi qu'un point O de la première parallèle, on projette le point quelconque G sur AB parallèlement à ces parallèles, ce qui donne le point D. d est l'intersection de OD et de la parallèle passant par B. Le point image est g tel que g est situé sur une droite dg faisant un angle donné avec BC et tel que dg/Od = DG/OD. Newton énonce alors que si G décrit une droite (resp. une conique, une courbe du troisième ordre) alors g décrit une droite (resp. une conique, une courbe du troisième ordre). De plus il y a conservation du contact et des tangentes, ce qui permettra de ramener les cas suivants de trajectoires passant par des points donnés et tangentes à des droites données à des cas plus simples. Newton ajoute :

> *Les démonstrations de ces Propositions pourraient être présentées d'une manière plus conforme aux démonstrations géométriques ordinaires; mais je préfère la brièveté. [...]*
> *Ce lemme sert à résoudre des Problèmes très difficiles, en transformant les figures proposées en de plus simples. Car on peut transformer les lignes convergentes en des lignes parallèles, [...], & ensuite lorsqu'on a résolu le problème dans la nouvelle figure, on n'aura plus qu'à repasser, par des opérations inverses, de la nouvelle figure à la première, & et le Problème sera résolu.*
> *Ce Lemme est encore fort utile dans la résolution des problèmes solides; car toutes les fois qu'on a deux sections coniques, de l'intersection desquelles dépend la solution du problème, on pourra transformer l'une ou l'autre, soit hiperbole ou parabole, en une ellipse; & ensuite l'ellipse se change aisément en un cercle.* [67]

Chasles pense que l'absence de justification est la cause du peu d'influence de ce type d'idée et ajoute :

> *car l'esprit éprouve toujours quelque difficulté et quelque répugnance aux choses qui ne portent pas en elles plus que l'évidence qui convainc, et où ne se trouve pas celle qui éclaire et montre les véritables raisons des choses.* [68]

Cette transformation plane est assez semblable à celle de La Hire et Chasles montre qu'il s'agit en fait d'un rabattement différent du cône sur un plan et que, comme La Hire, l'idée initiale trouverait son origine dans la perspective. Si l'on mène par l'oeil un plan transversal qui coupe les deux plans parallèles des deux courbes homologues, et si l'on fait tourner ces deux derniers plans autour de leurs intersections avec le plan transversal jusqu'à les rabattre sur ce dernier, on aura la transformation proposée par Newton.

Newton peut, alors, terminer l'étude du problème général ; pour 2 points et 3 tangentes : proposition XXV, où Newton utilise le lemme précédent pour se ramener au cas plus facile où deux des tangentes sont parallèles ; pour 1 point et 4 tangentes : proposition XXVI ; pour 5 tangentes : proposition XXVII, avec encore un scholie :

---

[67] Newton, *Principia*, tome I, p. 100-101.

[68] Chasles, op.cit., p. 136.

> *A l'égard des asymptotes on peut les regarder comme des tangentes, & leurs extrémités (si l'on peut s'exprimer ainsi) comme des points de contact. Imaginez donc que le point d'attouchement d'une tangente s'éloigne à l'infini; cette tangente deviendra asymptote, & les constructions de problèmes précédents se changeront dans les constructions des problèmes où l'asymptote est donnée.* [69]

Nous ne détaillerons pas plus la suite du Livre II, qui comporte encore 9 sections. Ce bref exposé de quelques propositions des *Principia* montre un Newton géomètre très attaché à la rigueur euclidienne - il s'excuse quand il s'en écarte -, mais très au fait des méthodes de type arguésien. Il dit lui-même avoir lu La Hire et on peut avancer - sans preuves - que sa description organique des coniques a pu être inspirée par celle de La Hire. Sur les coniques, il est remarquable de voir Newton rechercher systématiquement la propriété la plus forte et la plus générale qui lui permet donc de résoudre les problèmes les plus complexes et les plus généraux.

L'héritage arguésien peut être placé pour Newton sous deux éclairages : d'abord il lui sert à trouver un langage, un style synthétique, permettant de ne pas détailler tous les cas particuliers (asymptotes=tangentes, points à l'infini, ...), mais aussi et surtout il lui donne un outil d'analyse permettant de forger de nouvelles méthodes. Mais cette analyse reste en grande partie cachée. Newton réécrit ses démonstrations et la voie suivie pour inventer n'est jamais clairement exprimée. Digne successeur des Anciens Grecs et/ou influence durable d'un certain ésotérisme ?

Toutes ces caractéristiques du Newton géomètre se retrouvent encore plus clairement dans son traitement des courbes du troisième degré.

L'*ENUMERATIO LINEARUM TERTII ORDINIS.*

Il s'agit d'un traité en latin publié en 1704 en appendice à l'édition anglaise de l'*Opticks*; mais il avait été écrit sans doute entre 1660 et 1676. L'objet en est au départ très "cartésien". Newton remplit d'une certaine manière le projet proposé par Descartes de classer les courbes suivant le degré de leurs équations et de les étudier systématiquement avec des méthodes appropriées à leur genre. En fait la classification de Descartes était liée à sa résolution du Problème de Pappus et coexiste dans le texte de Newton la classification cartésienne par genre - 1er genre : droites et coniques, deuxième genre : cubiques et quadriques - et la classification par ordre - 1er degré, 2ème degré, 3ème degré. Newton s'intéresse explicitement à ce dernier cas. Une première innovation montre la maîtrise de Newton en géométrique algébrique : il utilise deux axes de coordonnées, des coordonnées positives ou négatives, et donc des points dans les 4 quadrants du repère. La Hire et Wallis qui avaient utilisés eux-mêmes des coordonnées négatives, n'étaient pas allé jusqu'à un tel point de généralité. Mais Newton ne donne pas de démonstrations à la plupart de ses affirmations et son livre occasionnera donc beaucoup de commentaires et de tentatives de preuves ultérieures.

---

[69] Newton, op.cit., tome I, p.107.

Newton commence son livre en définissant ce troisième ordre comme étant soit le degré de l'équation - *« le nombre de dimensions de l'équation entre les ordonnées et les abscisses »* -, soit le nombre maximum de points d'intersections de la courbe avec une droite.

La première étape consiste à étendre à ces courbes le vocabulaire et les définitions des sections coniques. Principalement les diamètres (obtenus par l'alignement des centres de gravité des points d'intersection de la courbe avec des transversales parallèles), les asymptotes (3 au maximum, avec la propriété que la somme des segments compris entre chaque branche de la courbe et une asymptote est la même de part et d'autre du diamètre conjugué à la transversale), enfin une généralisation des équations coniques (au sens apollonien du terme), avec des définitions adaptées du *latus rectum*, du *latus transversum* et la propriété que le produit des segments compris sur deux transversales parallèles aux axes, entre le point d'où elles sont menées et la courbe, sont entre eux dans un rapport constant.

Newton réduit ensuite l'équation générale à quatre cas après changements d'axes appropriés :

(i) $$xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

(ii) $$xy = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

(iii) $$y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

(iv) $$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

La classification se fait alors, d'une part suivant le type des branches infinies (asymptotiques ou paraboliques, situation par rapport aux asymptotes, concavité des branches paraboliques), et d'autre part suivant la nature des racines du polynome du 3ème degré du membre de droite (3 réelles distinctes, 1 réelle et 2 complexes, 3 réelles dont une double supérieure ou inférieure à la simple, 1 triple).

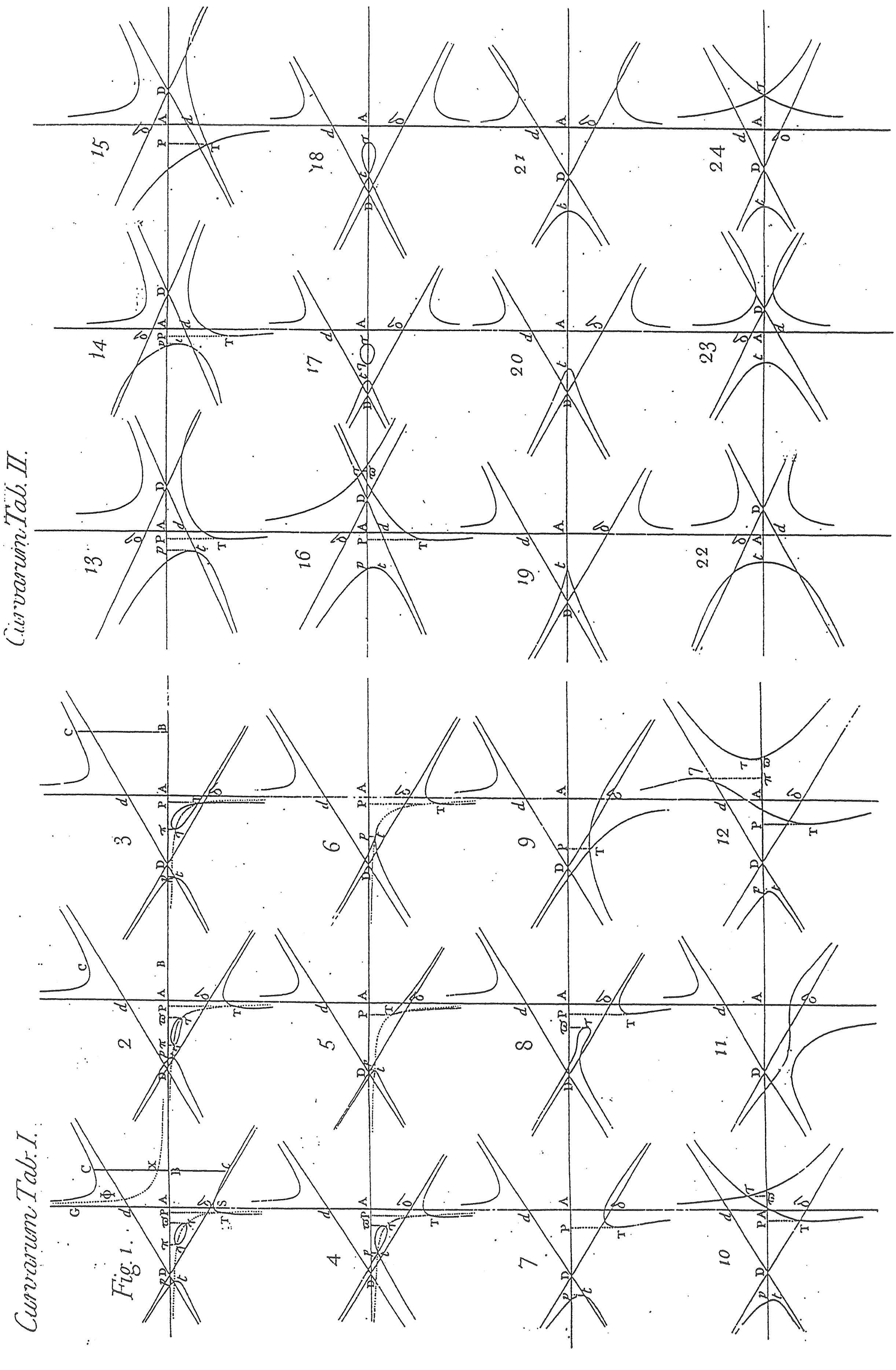
Le premier cas d'équation donne ainsi 65 espèces de cubiques : ce sont les figures 1 à 69.
Le deuxième cas donne le fameux "trident" : figure 76. A propos de ce cas, Newton signale que Descartes avait besoin d'une équation à 6 dimensions pour le construire.
Le troisième cas donne les 5 "paraboles divergentes" : figures 70 à 74. On y voit bien à l'oeuvre la discussion sur le nombre de racines de l'équation par l'intersection avec l'axe des abscisses.
Enfin le quatrième cas donne la "parabole cubique" ou "wallisienne" : figure 77.

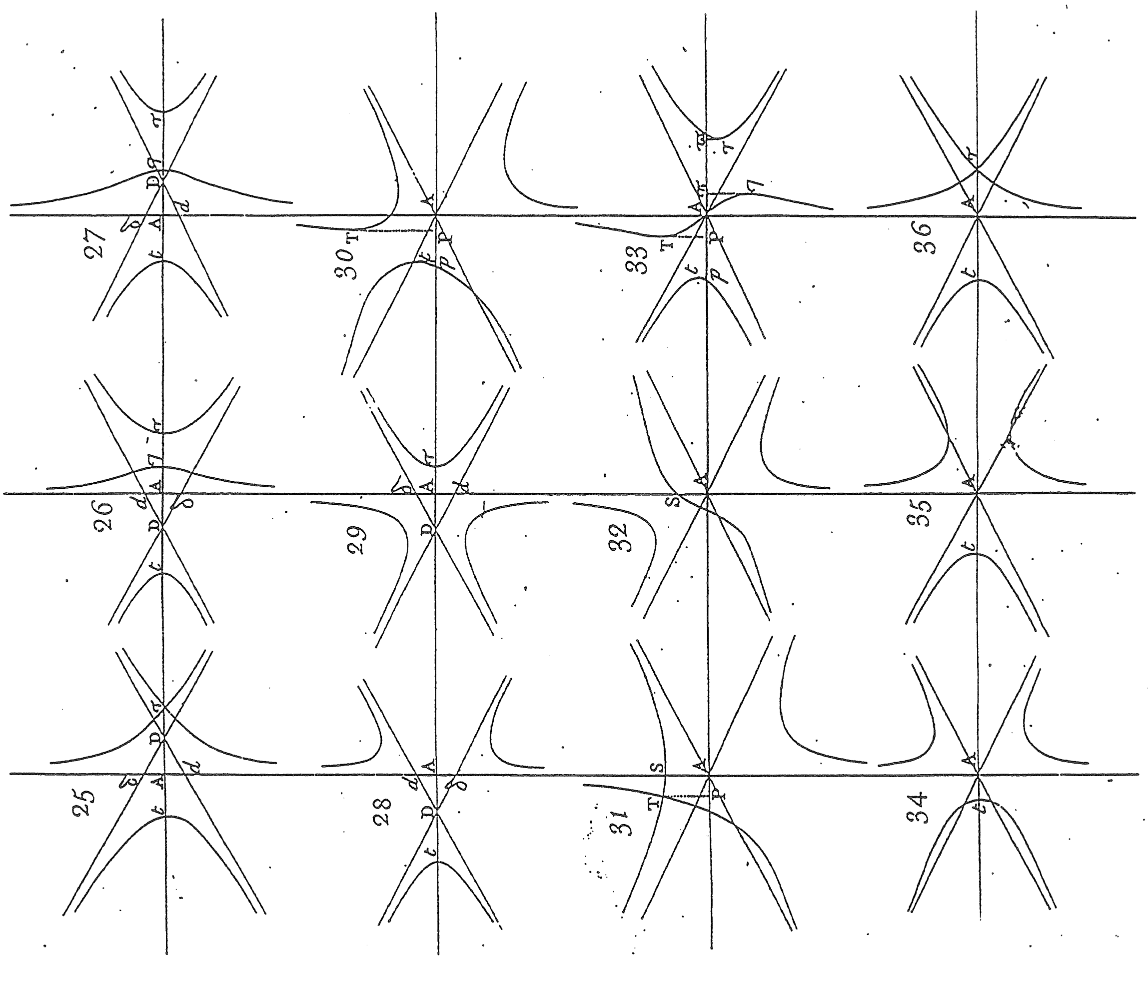
Newton trouve ainsi 72 espèces. Dans un commentaire de l'ouvrage de Newton, Stirling [70] en 1717 complétera l'énumération avec 4 nouvelles espèces. L'abbé Jean-Paul de Gua de Malves en ajoutera encore 2 en 1740. D'après Whiteside Newton aurait eu aussi connaissance des 6 manquantes dès 1660. Il y a donc 78 espèces suivant les critères newtoniens.

Pages suivantes : planches de l'*Enumeratio*.

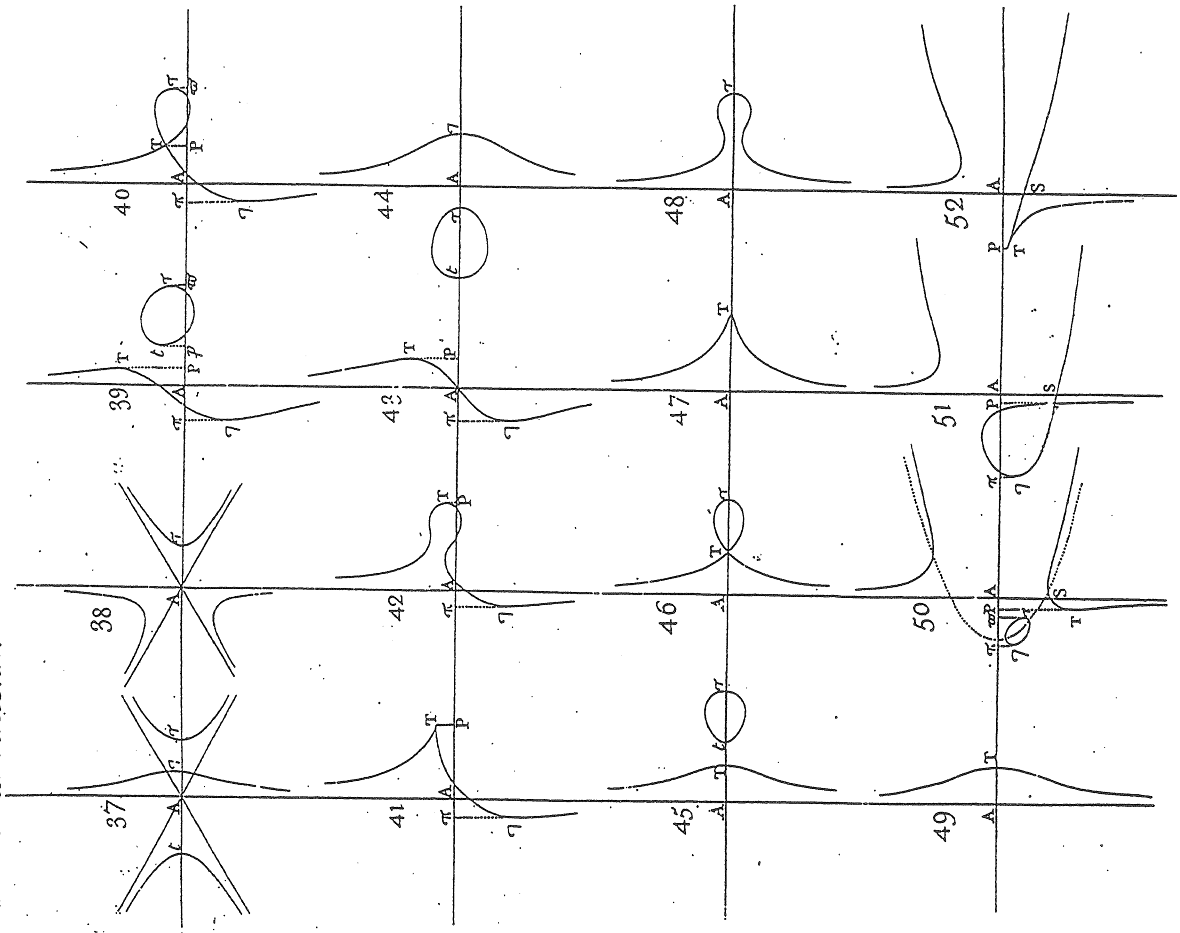
---

[70] Stirling, *Linae Tertii Ordinis Neutonianae, sive Illustratio Tractatus D. Neutoni, De Enumeratione Linearum tertii ordinis*, Oxford, 1717, réédité en France, en 1797 chez Duprat.

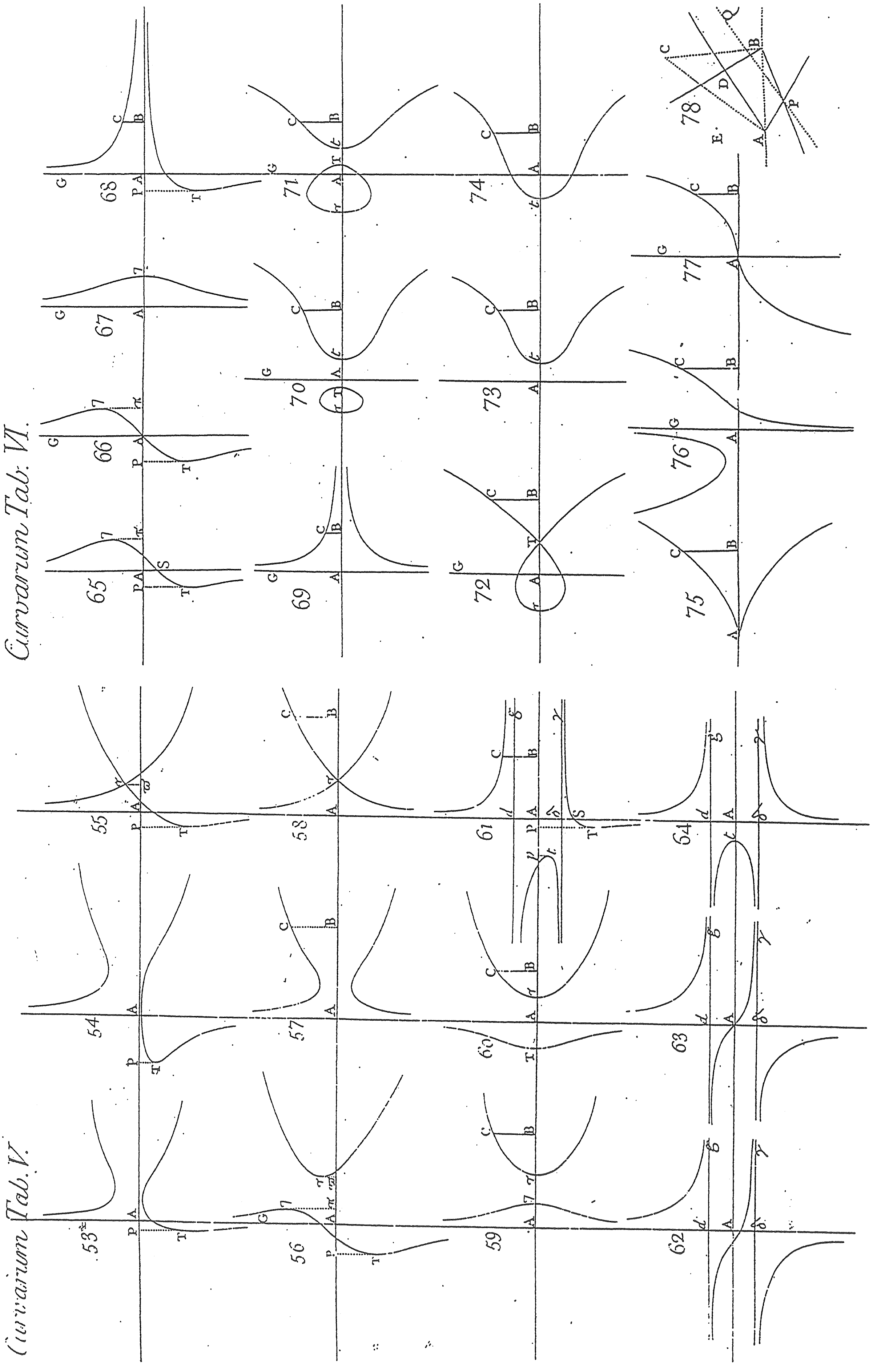

Curvarum Tab. I.
Fig. 1.
Curvarum Tab. II.



Curvarum Tab. III.



Curvarum Tab. IV.


Curvarum Tab. V.
Curvarum Tab. VI.

A la suite de cette énumération, que l'on pourrait comparer à un travail d'entomologiste, et qui, de plus, n'est accompagnée d'aucune justification, Newton donne une *« belle et curieuse proposition »* [71], énoncée sans autre explication, et à la suite de quoi il passe à un autre sujet :

> *Si sur un plan infini éclairé par un point lumineux on projette les ombres de figures, les ombres des sections coniques seront toujours des sections coniques, celles des courbes du second genre seront toujours des courbes du second genre, celles des courbes du troisième genre seront toujours des courbes du troisième genre, et ainsi de suite à l'infini. Et de même qu'un cercle par son ombre projetée engendre toutes les sections coniques, de même les cinq paraboles divergentes engendrent par leurs ombres et exhibent toutes les autres courbes du second genre, et de même on peut trouver certaines courbes plus simples d'autres genres qui formeront sur un plan par leurs ombres projetées à partir d'un point lumineux toutes les autres courbes du même genre.* [72]

Ce court paragraphe a évidemment beaucoup intrigué les commentateurs ; Stirling n'en parle pas, et si des "démonstrations" sont apportées par Clairault [73], François Nicolle [74], Patrick Murdoch [75], le Père Jacquier [76], il s'agit, sauf chez Murdoch, de démonstrations analytiques et algébriques. Quant à Euler, dans son *Introductio in Analysis Infinitorum*, de 1748 (vol. II), et à Cramer, ils rejettent l'argument projectif.

Nous examinerons, brièvement, l'ouvrage de l'un de ces commentateurs, qui montre que, même dans la France du milieu du XVIII^{ème} siècle, la tradition arguèsienne n'était pas perdue, via l'héritage newtonien. L'Abbé Jean Paul de Gua de Malves a publié en 1740 un livre sur le sujet intitulé *Usage de l'analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel, les propriétés, ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres*. Gua de Malves soutient dans son ouvrage qu'on peut se passer du calcul différentiel pour l'étude des courbes algébriques. Dans une lignée toute cartésienne, donc, il étudie les équations algébriques générales pour en déduire des renseignements sur les points multiples, les points d'inflexion ou de rebroussement, ainsi que sur les branches infinies. Il annonce dans sa préface, qu'il veut *suppléer les preuves qui manquent dans le Traité de Newton* [77] :

> *La route qu'il* [Newton] *a tenue dans une entreprise si difficile se dérobe aux yeux de ceux qui aperçoivent avec étonnement le degré d'élévation auquel il est parvenu. [...]*

---

[71] Chasles, op.cit., p. 145.

[72] Newton, *Enumeratio de linearum tertii ordinis*, p. 157, Londres, 1704.

[73] Clairault, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* pour l'année 1731, pp. 483-93, 1 planche, publiés en 1733.

[74] Nicolle, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* pour l'année 1731, pp. 494-510, 3 planches, publiés en 1733.

[75] P. Murdoch, *Neutoni Genesis curvarum per umbras*, Londres 1746.

[76] P. Jacquier, *Elementi di perspettiva*, Rome, 1753.

[77] J.-P. de Gua de Malves, *Usage de l'analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel, les propriétés, ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres*, préface, p. xij, Paris 1740.

On peut donc prendre comme hypothèse que les méthodes de Gua de Malves pourraient avoir été celles de Newton. L'un des apports principaux de Gua de Malves est son étude des branches infinies et des points singuliers. Plus précisément, des manipulations sur les termes des équations lui permettent d'établir une "analogie" entre ces points singuliers et les branches infinies. Mais il note que ces raisonnements purement algébriques

> *ne peuvent cependant faire connaître la raison* a priori *de cette analogie ; c'est-à-dire qu'on ne voit pas* pourquoi *il doit nécessairement y avoir une ressemblance si singulière entre ces deux indications.* [78]

Gua de Malves utilise alors l'idée d'une projection centrale, d'un raisonnement par les ombres. Il le développe d'abord par le calcul. La comparaison des termes des équations d'une courbe et de son ombre portée lui permet de montrer la nécessité de cette fameuse analogie. Mais il y ajoute un raisonnement purement géométrique sur les images par la projection centrale des branches infinies et des points singuliers pour pouvoir enfin affirmer :

> *On peut donc assurer généralement que l'Analogie que nous avions observée était absolument nécessaire afin que les résultats du calcul répondissent, comme cela doit arriver en effet, à ce que les Principes les plus simples de la Théorie des Ombres ou des Projections pouvaient d'ailleurs, & indépendamment du Calcul faire découvrir sur ce sujet, & voilà par conséquent la raison* a priori *que nous avions en dernier lieu promis de donner à cette analogie si remarquable.* [79]

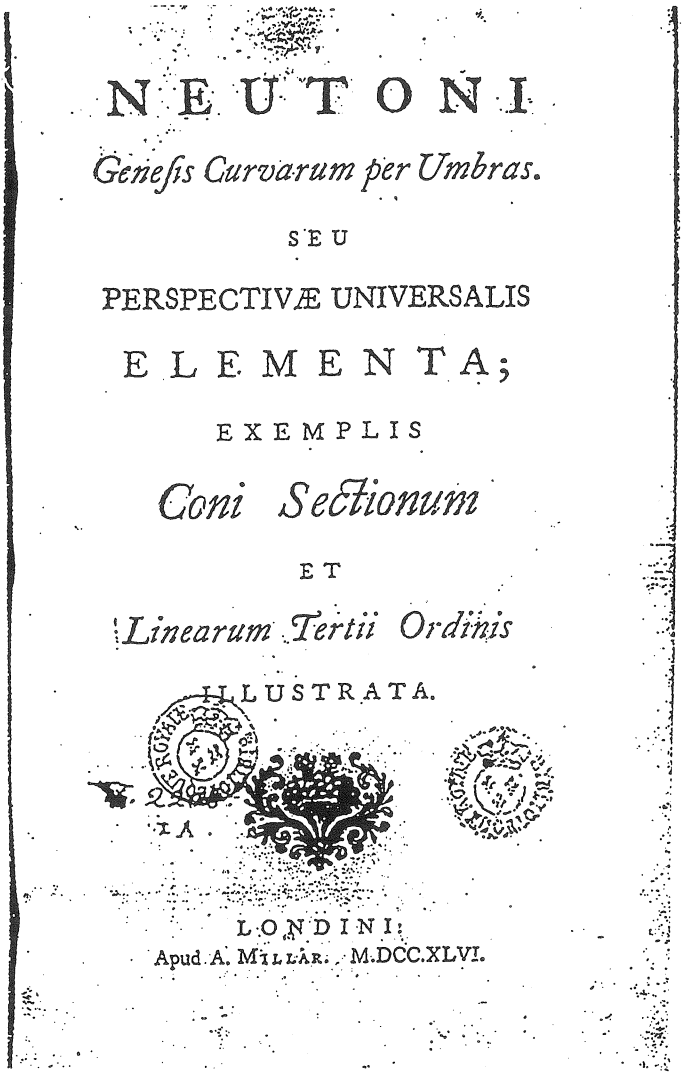
Gua de Malves peut alors démontrer la proposition de Newton, décrite ci-dessus : en plaçant dans la directrice (intersection du plan à projeter et du plan parallèle au plan de projection passant par le point lumineux) les asymptotes des branches paraboliques ou les points d'inflexion d'une courbe quelconque du 3ème ordre (chaque cubique a au moins une tangente d'inflexion réelle), son ombre sera forcément une des cinq paraboles divergentes d'équation du type (iii).

Chasles énonce, de même, une propriété du même type : par projection centrale, les cinq cubiques à centre (figures 35, 43, 63, 66 et 77) donnent naissance à toutes les autres. Il le démontre comme la proposition de Newton à l'aide des points d'inflexion. Il associe ainsi à chaque point d'inflexion (il y en a un ou trois) sa polaire - c'est-à-dire la droite des points de concours des tangentes aux deux autres points d'intersection de la courbe avec une transversale passant par le point d'inflexion. En particulier cette droite passe par les points de contacts des 3 tangentes que l'on peut généralement mener par le point d'inflexion. Si on fait la perspective, c'est-à dire si on projette un point d'inflexion à l'infini, la polaire devient diamètre, si de plus la tangente au point d'inflexion est projetée à l'infini alors la courbe n'a plus d'asymptote : c'est donc l'une des cinq paraboles divergentes. De même on trouve les cubiques à centre en projetant de manière que la polaire passe à l'infini.

---

[78] Gua, op.cit., p. 197.

[79] Gua, op.cit., p. 221.



NEUTONI

Genesis Curvarum per Umbras.

SEU

PERSPECTIVÆ UNIVERSALIS

ELEMENTA;

EXEMPLIS

Coni Sectionum

ET

Linearum Tertii Ordinis

ILLUSTRATA.

LONDINI:

Apud A. MILLAR. M.DCC.XLVI.

Frontispice de l'ouvrage de Patrick Murdoch.

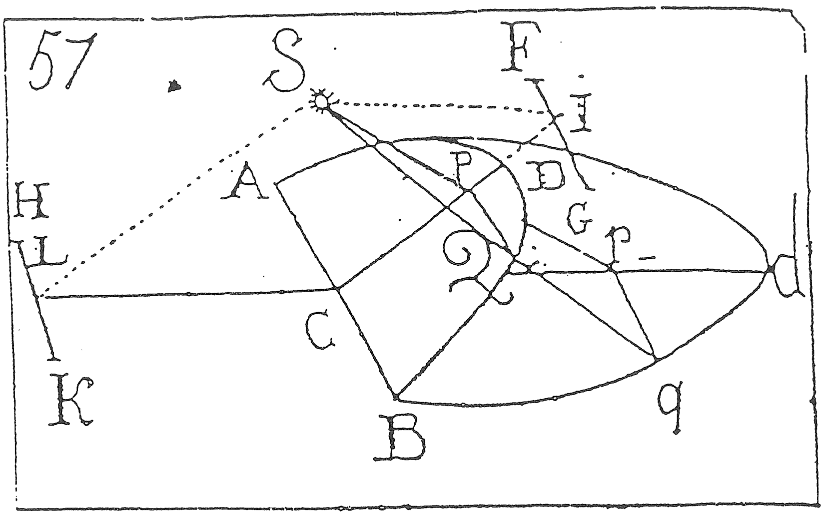


Figure de l'ouvrage de Gua de Malves.

Chasles énonce ainsi son théorème général :

> *Ainsi que les courbes du second degré ne peuvent donner lieu qu'à une seule espèce de cône, de même les courbes du troisième degré ne peuvent donner lieu qu'à cinq espèces de cônes; en coupant ces cônes d'une certaine manière, on forme les cinq paraboles cubiques; et en les coupant d'une autre manière, on forme les cinq courbes qui ont un centre.* [80]

Revenons au livre de Newton : il se termine par l'exposition de sa méthode mécanique de transformation des courbes au moyen des deux angles mobiles autour de leurs sommets. Si deux côtés se coupent sur une droite, les deux autres engendrent, par leur intersection, une conique; et ce mode de description est étendu aux courbes du troisième et quatrième degré avec point double. Cette définition organique des courbes n'a eu que peu d'écho si ce n'est Mac Laurin qui en donne des démonstrations en 1720 [81]. Newton peut ainsi résoudre très facilement des problèmes du type : conique passant par 5 points donnés, cubiques passant par 7 points donnés.

Cette sorte d'inventaire des traces arguésiennes dans les *Principia* et l'*Enumeratio* conduit à un double constat.

Tout d'abord, la permanence des idées projectives développées par Desargues apparaît clairement. Mais ce type de raisonnement ne semble pas être reconnu comme une méthode générale et universelle, qui se suffit à elle-même. Chez Newton, comme chez ses commentateurs, la géométrie projective, dont nous voyons sourdre les idées et les principes, est confrontée aux autres méthodes. Face à la géométrie des coordonnées de l'héritage cartésien, face au calcul infinitésimal dont la puissance s'affirme, les méthodes arguésiennes semblent avoir du mal à se faire reconnaître. Il leur manque une généralité encore plus grande, une autre application que les coniques. Newton, lui-même, semble plutôt les rattacher à l'idéal grec de la géométrie synthétique - domaine dans lequel il montre une virtuosité certaine.

Un deuxième aspect de l'oeuvre de Newton peut sembler encore plus paradoxal : la classification des cubiques aurait pu être cette application plus générale des idées arguésiennes, au-delà des coniques. Mais, là aussi, ces méthodes semblent devoir être condamnées à la confrontation avec l'analyse cartésienne. Newton combine un style très cartésien avec une vision synthétique finale, et non démontrée. Ne pourrait-on y voir une nouvelle forme d'autorité en mathématiques ? Les calculs cartésiens remplaçent les démonstrations euclidiennes comme une unique instance de validation des résultats. Les idées projectives sont alors du domaine privé, du ressort de l'analyse cachée, du brouillon du mathématicien qui invente des résultats par des intuitions géniales et synthétiques, puis les démontre patiemment par une méthode plus classique. Dans cette lignée, de Gua de Malves manifeste un souci d'optimisation des démonstrations, en montrant l'inutilité des arguments infinitésimaux pour l'étude des courbes algébriques. Mais son usage extensif des coordonnées "cartésiennes" prépare la voie des coordonnées homogènes de la géométrie projective classique. Newton était-il aussi avancé ?

---

[80] Chasles, op.cit., p. 349.

[81] Mac Laurin, *Geometria organica seu descriptio linearum curvarum universalis*, Londres 1720.

CONCLUSION GENERALE.

A la lumière de cette double enquête, il nous faut maintenant préciser la spécificité de ce fameux héritage, et dire en quoi les échos que nous avons pu repérer chez La Hire, Le Poivre, Leibniz ou Newton nous ont finalement éclairés sur l'originalité de l'apport du géomètre lyonnais.

DU STYLE EN MATHEMATIQUES.

Nous voudrions utiliser ici les idées que Gilles-Gaston Granger développe dans son *Essai d'une philosophie du style*. En particulier, ce qui peut différencier l'oeuvre d'un Descartes et celle d'un Desargues, en matière de géométrie, oeuvres qui ont connu des développements si divergents, comme se plaisent à le souligner tous les historiens et commentateurs.

Granger note d'abord ce qui peut rapprocher ces deux styles, et que l'on retrouve très clairement chez La Hire, et plus encore chez Newton, mathématicien parce que physicien : en premier lieu, les mathématiques sont considérées comme une science applicable, avec une ambition plus pratique et pragmatique chez Desargues, mais aussi une revendication très claire du privilège décisif de la théorie, une nécessité intellectuelle chez Descartes qui y voit un modèle pour la direction de l'esprit en même temps qu'un outil propre à en simplifier les opérations, et un préliminaire indispensable à la compréhension de l'univers chez Newton.

En second lieu, la mathématique vaut par ses méthodes générales, qu'il s'agisse, pour Descartes, du calcul algébrique, nécessaire et suffisant et donc définitif dans sa généralité, ou qu'il s'agisse, chez Desargues, de l'usage d'un raisonnement qui domine les raisonnements spécifiques en en révélant l'unité, ce que Descartes lui-même appelait la *Métaphysique de la Géométrie*, expression qu'il appliquait à Desargues, créateur d'une sorte de métathéorie, dont les propositions constituent des règles pour engendrer les théorèmes de la théorie proprement dite. Et l'on a pu voir que Newton se place bien aussi dans cette optique : ses constructions organiques des coniques, ou ses transformations des figures, si proches des développements de La Hire, permettent la découverte de nouveaux résultats obtenus par transport des résultats connus sur des courbes plus élémentaires.

L'opposition, si opposition il y a, est donc plus profonde. Comme Descartes, Desargues cherche à réduire la multiplicité des figures, mais il ne s'agit plus d'une réduction à une détermination algébrique, permettant certes une classification, mais conduisant à une typologie fermée, par exemple aux courbes mécaniques, en raison des limites que la méthode impose à la géométrie. Chez Desargues, il s'agit au contraire d'une extension de l'intuition à une généralité plus grande, avec les conflits ou les interrogations que cela peut engendrer ; comme le reconnaissait Desargues : *l'entendement s'y perd*. L'unification recherchée ne passe pas par une restriction critique de l'objet, mais par l'expansion des critères de l'intelligibilité. Elle ne peut donc être proclamée et justifiée comme l'est celle de Descartes ; elle est une pratique certes cohérente, mais tâtonnante, voire masquée.

L'idée même de transformation des figures, empruntée par Desargues à la perspective, et reprise avec bonheur par Newton, pour l'appliquer à de nouveaux objets (les courbes du second genre, et plus seulement les coniques), n'avoue pas son origine et se pare des vertus de la géométrie grecque.

Car l'important pour Desargues, et pour ceux que nous appelons ses héritiers, ce n'est pas - nous autres, modernes, dirions *pas encore* - la transformation elle-même, c'est la possibilité d'une telle transformation, permettant la transposition des propriétés connues d'une forme à une autre. Granger parle à ce propos de *métaphore*, dont on retrouve la trace dans le vocabulaire même de Desargues.

Nous avons vu La Hire et Le Poivre se saisir de l'intuition arguésienne pour donner leur version de la théorie des coniques ; mais d'une part cela ne devait produire de nouveauté qu'à l'intérieur de la théorie elle-même ; d'autre part, si nous avons relevé l'interêt de leurs travaux préparant l'émergence ultérieure d'une géométrie des transformations, il n'en reste pas moins que les oeuvres de La Hire et Le Poivre donnent l'impression d'un point d'orgue ou d'un chant du cygne de la géométrie synthétique : le refus assez marqué chez La Hire, des méthodes infinitésimales, et son usage de l'analyse cartésienne comme une sorte de concession aux modernes qui ont - nous citons - *de la peine à entendre les démonstrations des rencontres des plans et des solides*, sont à cet égard révélateurs de l'impasse dans laquelle étaient conduits les géomètres français, en cette fin du Grand siècle, qui avait produit l'analyse cartésienne et le calcul infinitésimal.

À contrario, nous voyons Newton, dans l'*Enumeratio*, se saisir de la réduction algébrique cartésienne pour classer les courbes du troisième degré d'après leurs équations. Il réduit ainsi la complexité des figures géométriques à des combinaisons purement algébriques. Mais dans le même temps, l'influence arguésienne se traduit par les quelques échappées fulgurantes que l'on vient d'indiquer, livrées sans justification, où la multiplication des cas de figure se recompose miraculeusement en quelques formes simples.

Illustration s'il en est de ce que Newton considérait comme une nécessité impérieuse : justifier géométriquement les résultats d'un calcul. L'apparente et méticuleuse transparence cartésienne est alors soudain traversée par un éclair de l'intuition qui permet de remettre tout en place, en offrant l'image mentale, ici même la figure spatiale, de la situation analysée. Le trait de génie n'a d'autre justification que l'extraordinaire évidence qu'il apporte à la stratégie générale d'étude du problème. Newton apparaît donc, d'une certaine manière, comme porteur de la synthèse des styles arguésien et cartésien, empruntant à chacun ce qu'il a de plus efficace : capacité d'analyse, sûreté et maîtrise des calculs algébriques d'une part, vision d'ensemble des types de problèmes, capacité de généralisation par l'utilisation de méthodes métaphoriques pour transposer les résultats d'un ordre dans l'autre.

Ainsi l'opposition entre style cartésien et style arguésien se trouve résolue, au sens d'une refonte, d'une mise en oeuvre concourante de deux points de vue en apparence concurrents. Autant que Desargues donc, Newton mérite le titre de " métaphysicien " de la géométrie.

Par ailleurs, ces quelques remarques sur Newton géomètre éclairent singulièrement le Newton alchimiste dont on comprend alors qu'il ait été attiré par un mode de pensée, qui masque ses sources, qui transpose les idées et les résultats, et qu'il ait pu chercher, par analogie, les lois de l'attraction chimique des corps.

DE L'OUBLI ET DE L'HERITAGE EN HISTOIRE DES MATHEMATIQUES.

Une fois énoncée, si ce n'est complètement explicitée, l'opposition Descartes-Desargues, qu'en est-il de cette parenthèse que se plaisent à souligner les historiens des mathématiques ? Et particulièrement les historiens du XIX^{ème} siècle, comme Chasles, qui se trouvaient être juges et partis, puisqu'engagés dans une tentative de réhabilitation des méthodes synthétiques conduisant à une géométrie qu'ils appelaient supérieure ?

La première remarque est de l'ordre du constat que chacun aura pu faire : l'influence de Desargues est en fait constante, du milieu du XVII^{ème} siècle jusqu'à la fin du XVIII^{ème}, où reprendront les études de géométrie dite pure, avec la *Géométrie de position* (1803), et l'*Essai sur la Théorie des transversales* (1806) de Lazare Carnot, ou la *Géométrie descriptive* de Monge en l'An VII. Qu'il nous suffise de convoquer quelques figures rencontrées au cours de notre périple : Pascal, Leibniz, La Hire, Le Poivre, Newton. Certes cette influence peut prendre divers aspects, de l'héritage direct, comme chez le jeune Blaise Pascal, ou indirect chez La Hire via Bosse, à la communauté de pensée chez Leibniz ou Newton, qui peut conduire jusqu'à l'intuition de nouveaux champs d'application.

En second lieu, ce qui frappe dans cette énumération c'est qu'on peut y lire les noms de géomètres, souvent qualifiés de mineurs, et d'autres plus prestigieux. Les premiers semblent être attachés à des méthodes quasiment inusitées à leur époque, et peuvent donner l'impression de camper sur des positions voisines de celles qu'occupent, par exemple, les géomètres italiens, tel Viviani : il resterait d'ailleurs, pour parachever notre travail, à compléter l'enquête chez les transalpins. Sans parler de Pascal, dont nous avons déjà noté l'extraordinaire esprit d'invention et de synthèse en mathématiques, qui en faisait tout naturellement un disciple de Desargues dès la première heure, - et un inspirateur de Leibniz pour le calcul infinitésimal avec l'innovation que constitue son triangle caractéristique, intrinsèque et donc plus proche de l'intuition leibnizienne d'une *geometria situs* -, les deux autres, Leibniz et Newton, sont considérablement impliqués dans ce que le dernier XVII^{ème} siècle va produire de plus nouveau en mathématiques.

Chez eux, l'influence arguésienne n'est pas sensible en termes de reprise mais de réinvention et de réinvestissement, comme si cette influence était en pointillé ou en filigrane, et non plus sous la forme de l'adaptation ou de l'approfondissement.

Pour Newton, nous venons de mettre en évidence en quoi l'oeuvre arguésien le travaille en profondeur, de façon souterraine - dirons-nous -, ce qui nous paraît aussi important en matière d'héritage que la référence explicite : qu'il ait eu accès au *Brouillon* lui-même ou à l'oeuvre de La Hire, ne change rien au fait qu'il a compris quel profit l'on pouvait tirer de ce que Leibniz appelait la mutation d'apparence.

Pour Leibniz, nous avons évoqué ses recherches dans notre première partie ; qu'il nous suffise d'ajouter que, nul n'étant prophète en son pays, beaucoup d'aspects de son oeuvre, et parmi eux, ceux que nous plaçons dans le sillage de la pensée arguésienne (la perspective et son extension en termes d'incidence par projection sur des surfaces quelconques, le principe de continuité par mutation), sont restés longtemps inaperçus car non publiés, ou inappréciés en raison même de leur modernité.

Dès lors, il ne nous semble pas indifférent que l'esprit arguésien ait soufflé chez les deux plus grands innovateurs en mathématiques du XVIIème siècle finissant, plutôt que chez leurs épigones, qui ont peut-être souscrit un peu hâtivement aux attendus du Descartes des *Regulae* :

> *Je désirerais ici un lecteur qui n'eût de goût que pour les études d'Arithmétique et de Géométrie, quoique j'aimasse mieux qu'il n'y fût pas versé du tout qu'instruit d'après la méthode vulgaire. En effet, l'usage des règles que je donnerai ici, et qui suffit pour les apprendre, est bien plus facile que dans toute autre espèce de question, et leur utilité est si grande pour acquérir une science plus haute* [la Physique], *que je ne crains pas de dire que cette partie de notre méthode n'a pas été inventée pour résoudre des problèmes mathématiques, mais plutôt que les mathématiques ne doivent être apprises que pour s'exercer à la pratique de cette méthode.* Règles pour la direction de l'esprit, *1628, Règle 14.*

Percevoir en Newton et Leibniz des héritiers privilégiés de Desargues, et cela à un tout autre titre que celui qui en fait des neveux émancipés de Descartes, nous est d'autant plus facile aujourd'hui, que nous savons, depuis le *Programme d'Erlangen* de Félix Klein, les rapports qu'entretiennent les différents niveaux de géométrie : euclidienne, projective et topologique. Klein, qui écrivait dans la note I de son *Programme*, note intitulée *Sur l'opposition, dans la Géométrie moderne, des méthodes synthétique et analytique*, et sur laquelle nous conclurons :

> *Actuellement, il n'y a plus à regarder comme essentielle la différence entre les Géométries synthétique et analytique modernes, car les matières étudiées et le mode de discussion y sont peu à peu devenus entièrement semblables. Aussi avons-nous choisi le mot* Géométrie projective, *pour les désigner l'une et l'autre dans le texte. Si la méthode synthétique procède davantage par l'intuition de l'espace, donnant ainsi à ses premières théories élémentaires un attrait particulier, le champ d'une telle intuition n'est pas pour cela fermé à la méthode analytique, et l'on peut concevoir les formules de la Géométrie analytique comme une expression claire et précise des relations géométriques. D'un autre côté, il ne faut pas mépriser, pour les recherches ultérieures, le profit que procure, en devançant en quelque sorte la pensée, un algorithme bien approprié. Il ne faut toutefois pas se départir de cette prescription qu'une question mathématique ne doit pas être considérée comme complètement épuisée alors qu'elle n'est pas encore devenue intuitivement évidente ; découvrir au moyen de l'Analyse, c'est bien faire un pas très important, mais ce n'est faire que le premier pas.*

* * * * *

BIBLIOGRAPHIE.

Note : cette bibliographie est réduite aux ouvrages utilisés pour cet article ; le lecteur trouvera une bibliographie arguésienne plus étendue, dans un prochain n° de *La Science à l'âge baroque*, IREM de B.-N., à paraître.

- ALEAUME, J. voir MIGON, E.
- APOLLONIUS DE PERGE. *Les coniques*. Edition française de P. Ver Eecke. Bruges : 1925.
- BAILLET, A. *La Vie de Monsieur des Cartes*. Paris : 1691.
- BLUM, A. *Abraham Bosse et la société française au dix-septième siècle*. Paris : 1924.
- BOSSE, A. *Manière universelle de Mr. Desargues pour pratiquer la perspective par petit-pied...* Paris : 1648. A la suite : *Aux théoriciens*, probablement de Desargues, l'*Exemple d'une manière...* de 1636 et les *trois propositions géométriques* de Desargues, dont le théorème des triangles homologiques.
- BOSSE, A. *Moyen universel pour pratiquer la perspective*. Paris : 1653.
- BOSSE, A. *Traité des pratiques géométrales et perspectives*. Paris : 1665. Réédition en fac-simile, Genève : 1973.
- BOSSE, A. *Le Peintre converty...* Paris : 1667. Réédition en fac-simile, Genève : 1973. Réédition par R.-A. Weigert, Paris : 1964.
- BOSSE, A. *La manière universelle de Mr. Desargues, Lyonnois, pour poser l'essieu...* Paris : 1643.
- BOURGOING, Ch. *La Perspective affranchie contenant la vraie et naturelle pratique...* Paris : 1661.
- BREGHOT DU LUT & PERICAUD (aîné). *Biographie lyonnaise. Catalogue des Lyonnais dignes de mémoire*. Paris-Lyon : 1839.
- BURBON DEL MONTE, G. (dit GUIDOBALDO). *Perspectivae Libri sex*. Pesaro : 1600. Edition italienne et fac-s. du latin, R. Sinisgalli. Rome : 1984.
- CARNOT, L. *De la corrélation des figures en géométrie*. Paris : 1801.
- CARNOT, L. *Géométrie de position*. Paris : 1803.
- CARNOT, L. *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques...*, suivi d'un *Essai sur la théorie des transversales*. Paris : 1806.
- CHASLES, M. *Aperçu historique sur le développement des méthodes en géométrie...* suivi d'un *Mémoire sur la dualité et l'homographie*. Bruxelles : 1837. 3° édition : 1889.
- CHASLES, M. *Note sur les ouvrages de Desargues*. In *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, t.20, pp. 1550-4, Paris : 1845.
- CHASLES, M. *Rapport sur les progrès de la Géométrie*. Paris : 1870.
- CHASLES, M. *Les trois livres des Porismes d'Euclide, rétablis pour la première fois, d'après la notice et les lemmes de Pappus...* Paris : 1860.
- COLONIA (Le P.). *Histoire littéraire de la ville de Lyon, avec une biographie des auteurs lyonnais...* Lyon : 1730.
- COOLIDGE, J.-L. *The History of geometrical methods*. Oxford : 1940.
- COOLIDGE, J.-L. *The History of conic Sections and quadric Surfaces*. Oxford : 1945.
- CURABELLE, J. *Examen des oeuvres du Sieur Desargues*, suivi de : *Foiblesse pitoyable du Sieur G. Desargues employée contre l'examen fait de ses oeuvres* par J.C. Paris : 1644.
- DESARGUES, G. *Exemple de l'une des manieres universelles du S.G.D.L. touchant la pratique de la perspective...* Paris : 1636.

- DESARGUES, G. *Brouillon projet d'une atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan.* Paris : 1639.
Edition critique de N.-G. Poudra, in *Oeuvres de Desargues*, d'après une copie manuscrite de La Hire, Paris : 1864 & 1876.
Edition critique de R. Taton, in *L'oeuvre mathématique de Girard Desargues*, d'après un exemplaire original, Paris : 1951. Rééditions corrigées et augmentées du précédent, Paris : 1981-1988.
Ed. critique allemande de M. Zacharias. Leipzig : 1922.
Ed. critique anglaise de J.V. Field & J.J. Gray, *The geometrical Work of Girard Desargues.* N.-Y. : 1987.
- DESARGUES, G. *Brouillon project d'un exemple d'une maniere universelle du S.G.D.L. touchant la pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture : Et de l'esclaircissement d'une manière de reduire au petit-pied en Perspective comme en Geometral, & de tracer tous Quadrans plats d'heures egales au soleil.* Paris : 1640.
- DESARGUES, G. *Brouillon projet du S.G.D.L. touchant une maniere universelle de poser le style & tracer les lignes d'un quadran aux rayons du soleil...* Paris : 1640.
- DESARGUES, G. *Récit au vray de ce qui a esté la cause de faire cét escrit.* Paris : 1644.
- DESCARTES, R. *Regulae ad directionem ingenii.* Vers 1628. Edition latine en 1701. In *Oeuvres de Descartes*, par Ch. Adam & P. Tannery. Paris : 1897-1907.
- DESCARTES, R. *La Geometrie*, faisant suite au *Discours de la Methode.* Leyde : 1637. In *Oeuvres de Descartes*, par Ch. Adam & P. Tannery. Paris : 1897-1907.
- DESCARTES, R. *Correspondance*, par Ch. Adam & G. Milhaud. Paris : 1936 & sq.
- DUBREUIL, J. *La perspective pratique* (en trois volumes). Paris : 1642-1647-1649. Contient une version plagiée et erronée de l'*Exemple* de Desargues, de 1636. Réédition du premier livre, corrigée et augmentée de divers libelles contre Desargues, Paris : 1651.
- DUBREUIL, J., TAVERNIER, M. & L'ANGLOIS, F. (dit Chartres). *Diverses Methodes universelles et nouvelles...* Paris : 1642.
- ECHEVERRIA, J. *Recherches inconnues de Leibniz sur la géométrie perspective.* In Actes du Colloque *Leibniz et la Renaissance* de Seillac (juin 1981). Wiesbaden : 1983.
- FELIBIEN, A. *Entretiens sur la vie et les ouvrages des plus excellens peintres...* Paris : 1666-88.
- FERMAT, P. *Oeuvres*, par les soins de P. Tannery, Ch. Henry, & C. de Waard. Paris : 1891-1922.
- FIELD, J.V. & GRAY J.J. *The geometrical Work of Girard Desargues.* New-York : 1987.
- FONTENELLE, B. (BOVIER DE). *Eloges historiques de tous les académiciens morts depuis le renouvellement de 1699.* Paris : 1724. Edition consultée : *Oeuvres choisies* de Fontenelle, Paris : 1825.
- GODEAUX, L. *Un précurseur belge de la géométrie projective.* In *Comptes-rendus du II° Congrès national des Sciences*, pp. 94-95, Bruxelles : 1935.
- GOUJET. *Histoire du Collège Royal.* Paris.
- GUA DE MALVES, J.-P. *Usages de l'Analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du Calcul Differentiel, les Proprietés, ou Affections principales des Lignes Géométriques de tous les ordres.* Paris : 1740.
- GUISNEE. *Application de l'algebre a la geometrie...* Paris : 1705.
- HEINICH, N. *La perspective académique.* In *Actes de la recherche en sciences sociales*, n°49. Paris : septembre 1983.
- HURET, G. *Optique de Portraiture et Peinture.* Paris : 1670.
- HURET, G. *Cinq advis donnez par Grégoire Huret.* Paris : 1665.

- JACQUIER, (Le P.). *Elementi di perspettiva*. Rome : 1753.
- KEPLER, J. *Ad Vitellionem Paralipomena*. Francfort : 1604. Edition française de C. Chevalley. Paris : 1980.
- KLEIN, F. *Le programme d'Erlangen* (1872), trad. H. Padé. Paris : 1891. Edition de J. Dieudonné et F. Russo. Paris : 1974.
- KLINE, M. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New-York : 1972.
- LA CHAPELLE, M. (de). *Traité des coniques et autres courbes anciennes*. Paris : 1750.
- LA HIRE, P. *La gnomonique*. 1° éd. Paris : 1682. 2° éd. augmentée, Paris : 1698.
- LA HIRE, Ph. Ed. BOSSE, A. *Observations sur les points d'attouchement... Regle universelle...* Ed. Bosse, Paris : 1672.
- LA HIRE, Ph. *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections coniques...* Paris : 1673.
- LA HIRE, Ph. *Nouveaux elemens des sections coniques*. Paris : 1679.
- LA HIRE, Ph. *Sectiones conicae in novem libros*. Paris : 1685.
- LA HIRE, Ph. *Traité des épicycloïdes, et de leurs usages...* Paris : 1694.
- L'ANGLOIS, F. (dit Chartres). Voir DUBREUIL. Voir TAVERNIER.
- LE BICHEUR, J. *Traicté de Perspective faict par un peintre de l'Académie Royale, dedié à Monsieur le Brun, premier Peintre du Roy*. Paris : 1663.
- LE GOFF, J.-P. *La perspective en question*. In Catalogue de l'exposition *Le Pérugin, exercices sur l'espace*, Caen : 1984.
- LE GOFF, J.-P. *L'affaire Desargues & Le cas Abraham Bosse*. In *Actes du Colloque de Pacy-sur-Eure*. Irem de Rouen : 1981. Réédition in *Cahiers de la perspective* n°2. Irem de Basse-Normandie : 1982 & n°1-2 : 1987.
- LE GOFF, J.-P. *Autour de Girard Desargues : la question du plagiat en France au XVII° siècle*. In Actes des Colloques de Lille, *La Naissance du projectif* (mars 1989) et de Paris, *De l'image naturelle à l'image artificielle* (juin 1989), Paris : 1990.
- LE GOFF, J.-P. *Les premières oeuvres de Girard Desargues*. Edition critique des oeuvres de 1636, dans l'*Harmonie universelle* de Mersenne. A paraître in *La science à l'âge baroque* n°3. Irem de Basse-Normandie.
- LEIBNIZ, G.W. *Mathematische Schriften*, par les soins de C.I. Gerhardt. Berlin : 1849-1863.
- LEIBNIZ, G.W. Notes sur les *Coniques* de Pascal. Introduction et traduction française de P. Costabel, in *Pascal savant*. Paris : 1964.
- LEIBNIZ, G.W. *Characteristica geometrica*. Halle : 1858.
- LE POIVRE, J.F. *Traité des sections du cylindre et du cone...* Paris : 1704.
- L'HOSPITAL (Marquis de). *Traité analytique des sections coniques*. Paris : 1720.
- MAC LAURIN, C. *Geometria organica sive Descriptio linearum curvarum universalis*. Londres : 1720.
- MAUDUIT. *Les Elemens des sections coniques, démontrées par synthese ; ouvrage dans lequel on a renfermé le petit traité des sections coniques de M. Delahire*. Paris : 1757.
- MERSENNE, M. *Correspondance* (XVII volumes), par les soins de Mme P. Tannery, C. de Waard, B. Rochot & A. Beaulieu. Paris : 1932-1987.
- MERSENNE, M. *Harmonie universelle*. Paris : 1636. Exemplaire consulté : exemplaire personnel de Mersenne, relié avec l'Exemple de 1636 de Desargues, conservé à la Bibliothèque du C.N.A.M.
- MIGON, E. - ALEAUME, J. *La perspective spéculative et pratique...* Paris : 1643.
- MONGE, G. *Géométrie descriptive, leçons données aux écoles normales, l'an 3 de la République*. Paris : An VII. *Augmentée d'une théorie des ombres et de la perspective par M. Brisson*. Paris : 1827.
- MONTAIGLON, A. (de). *Mémoires pour servir à l'histoire de l'Académie royale de peinture et sculpture depuis 1648 jusqu'en 1654*. Paris : 1853.

- MONTAIGLON, A. (de) *Procès-verbaux de l'Académie royale de peinture et sculpture, 1648-1792*. Paris : 1875.
- MONTUCLA, J.-F. *Histoire des mathématiques*. Paris : 1758, puis An VII - An X. Rééd. 1968.
- MURDOCH, P. *Newtoni genesis curvarum per umbras ; seu Perspectiva...* Londres : 1746. Edition française de la seconde partie (perspective) in *Nouveaux principes de B. Taylor*, du P. Rivoire, Lyon : 1759.
- MYDORGE, C. *Prodromi catoptricorum et dioptricorum sive conicorum operis....* Paris : 1631 (livres 1 & 2), 1639 (livres 1 à 4).
- NEWTON, I. *Opticks... also two treatises*. Londres : 1704. A la suite : *Enumeratio linearum tertii ordinis*. Londres : 1704.
- NEWTON, I. *Enumeratio linearum tertii ordinis*, faisant suite à *Opticks*. Londres : 1704.
- NEWTON, I. *Traité d'optique*. Ed. française de 1722. Réédition en fac-simile : 1955.
- NEWTON, I. *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Londres : 1687. Edition française de la Marquise du Chastellet. Paris : 1756. Réédition en fac-simile : 1966. Edition française critique partielle de M.-F. Biarnais, Paris : 1985.
- NICERON, J.-F. *La perspective curieuse, ou Magie artificielle des effets merveilleux de l'optique...* Paris 1638.
- NICERON, J.-F. *La perspective curieuse...* Edition augm. Paris 1652.
- NICERON, J.-F. *La perspective curieuse... suivie de l'Optique et la catoptrique du R.P. Mersenne*. Paris 1663.
- NICERON, J.-F. *Thaumaturgus opticus, seu Admiranda optices...* Paris 1646, 1663, 1669.
- NICERON, J.-P. & GOUJET. *Mémoires pour servir à l'Histoire des hommes illustres*. Paris : 1728-1745.
- PASCAL, B. *Essay pour les coniques* (1640). Edition moderne in *Oeuvres complètes* éditées par J. Mesnard, Paris : 1964.
- PASCAL, B. *Generatio conisectionum*, copie manuscrite de Leibniz. Edition moderne in *Pascal savant*, par les soins de P. Costabel, et in *Oeuvres complètes* éditées par J. Mesnard, Paris : 1964.
- PERICAUD, A. *Notes et documents pour servir à l'histoire de la ville de Lyon*. Roanne : 1858-64.
- PERRAULT, Ch. *Les Hommes illustres qui ont paru en France pendant ce siècle*. Paris : 1696-1702.
- PONCELET, J.-V. *Traité des propriétés projectives des figures*. Paris : 1822.
- POUDRA, N.-G. *Histoire de la perspective*. Paris : 1864.
- POUDRA, N.-G. *Oeuvres de Desargues*. Paris : 1864 & 1876.
- SAINT-VINCENT, G. (de). *Quadraturae Circuli*. Paris : 1647.
- SAKAROVITCH, J. *Théorisation d'une pratique, pratique d'une théorie : des traités de coupe des pierres à la géométrie descriptive*. Paris : 1989.
- SAVERIEN. *Histoire des philosophes modernes*. Paris : 1760.
- SAVERIEN. *Histoire des progrès de l'esprit humain dans les sciences exactes...* Paris : 1766.
- S'GRAVESANDE, W.J. *Essai de Perspective*. La Haye : 1711.
- SIMSON, R. *Sectionum conicarum libri V....* Edinburgh : 1735.
- SIMSON, R. Ed. STANHOPE Ph. *Opera Quaedam Reliqua, scilicet, I. Apollonii Pergaei de sectione determinata libri II restituti, duobus insuper libris aucti ; II. Porismatum liber, quo doctrinam hanc veterum geometrarum...* Glasgow, 1776.
- STEVIN, S. *De perspectivis* ou *de Skiagraphia*. Leyde 1605. Edition française d'A. Girard. Leyde : 1634. Ed. italienne critique de R. Sinisgalli, Rome : 1978.
- STIRLING, J. *Illustratio tractatus domini Neutoni, de Enumeratione curvarum tertii ordinis*. Réédition par Duprat, Paris : 1797.

- TATON, R. *L'oeuvre mathématique de Girard Desargues*. Paris : 1951. Rééd. 1981-88.
- TATON, R. *La préhistoire de la "géométrie moderne"*. In R.H.S., t.II, n°3, mai-août 1949.
- TATON, R. *La 1ère oeuvre géométrique de La Hire*. In R.H.S., t.VI, n°2, avril-juin 1953.
- TATON, R. *L' « Essay pour les coniques » de Pascal*. In R.H.S., t.VIII, n°1, janvier-mars 1955.
- TATON, R. *La perspective et la géométrie dans l'oeuvre de Desargues*, in *Mélanges G. Amati*, Paris : 1956.
- TAVERNIER M. & L'ANGLOIS F. (dit Chartres). *Advis charitables sur les diverses oeuvres et feuilles volantes du Sieur Girard Desargues, lyonois....* Paris : 1642.
- TAVERNIER M. Voir DUBREUIL.
- TAYLOR, B. *Principles of Linear Perspective*. Londres : 1715.
- TAYLOR, B. *New Principles of Linear Perspective*. Londres : 1719.
- TAYLOR, B. *Nouveaux principes de perspective linéaire...* Traduction du P. Rivoire. Amsterdam et Lyon : 1759.
- VAULEZARD, I.L. *Abrégé ou racourcy de la Perspective*. Paris : 1631.
- VAULEZARD, I.L. *Abrégé ou racourcy de la Perspective*. Edition augmentée, Paris : 1633.
- VAULEZARD, I.L. *Perspective cylindrique et conique...* Paris : 1630.
- VAULEZARD, I.L. *Traicté ou usage du Quadrant analematique, ... La description des horloges solaires*. Paris : 1640.
- VAULEZARD, I.L. *Traitté de l'origine, demonstration, construction et usage du Quadrant analematique*. Paris : 1644.
- WALLIS, J. *De Sectionibus Conicis Tractatus*, in *Operum Mathematicorum*, livre 3. Oxford : 1656.
- ZACHARIAS, M. *Erster Entwurf eines Versuchs über die Ergebnisse des Zusammentreffens eines Kegels mit einer Ebene von G. Desargues (Paris, 1639)*. Leipzig : 1922.

Ouvrages collectifs.

- *Biographie universelle, ancienne et moderne*, chez Michaud. Paris : 1812 & sq.
- Catalogue de l'exposition *LA HYRE*, à Grenoble, Rennes et Bordeaux. Genève : 1989.
- Catalogue de l'exposition *LE BRUN*, à Versailles, préface de J. Thuillier. Versailles, 1963.
- Coll. (dont : COSTABEL, P. & TATON, R.). *L'oeuvre scientifique de Pascal*. Paris : 1964.
- Coll. (Séminaire Interdisciplinaire d'Histoire des Sciences du Lycée Malherbe de Caen). *La science à l'âge baroque*, n°1. Irem de Basse-Normandie : 1984.
- Coll. (C. & D. Lanier, J.-P. Le Goff & A. Ropert). *Les mathématiques à l'âge baroque : opera matematica en quatre actes, une ouverture, un prologue, un intermède et un épilogue*, in *La science à l'âge baroque* n°2. Irem de Basse-Normandie : 1988.
- *Dictionary of Scientific Biography*. En particulier : La Hire (R. Taton, 1973, t.7, pp.576-579) & Le Poivre (M.S. Mahoney, 1973, t.8, pp. 252-253). New-York : 1970-80.
- *Histoire de l'Académie royale des Sciences*. Paris : 1699 & sq.
- *Mémoires de l'Académie royale des Sciences*. En particulier : un mémoire de Clairault, de 1731, publié en 1733 (pp. 490-93) ; et un mémoire de François Nicolle, de 1731, publié en 1733 (pp. 494-510).

* *
*