

Drapeaux du monde

Une activité pour la DNL mathématiques en section européenne

Anne Reyssat, professeur au lycée Allende d'Hérouville-Saint-Clair, membre du groupe DNL de l'IREM.

Il existe à l'IREM de Basse-Normandie un "groupe DNL". Mais qu'est-ce qu'ils peuvent bien faire, et que signifie ce sigle bizarre ?

DNL veut dire "**discipline non linguistique**" : les élèves des sections européennes des lycées la pratiquent (en principe) deux heures par semaine. Dans une section européenne anglais avec DNL mathématiques, les élèves bénéficient de deux heures de cours en anglais avec un enseignant de mathématiques titulaire d'une certification complémentaire. Cet horaire est en supplément de l'horaire officiel de mathématiques de la classe en langue française, que tous les élèves suivent. La DNL la plus répandue reste l'histoire-géographie, quelle que soit la langue concernée.

Depuis quelques années, **la DNL mathématiques** est enseignée dans les sections européennes d'une dizaine de lycées de l'académie de Caen, uniquement en langue anglaise. C'est un choix intéressant pour les élèves qui ont du goût pour les sciences, il leur apporte

un nouvel éclairage sur les notions mathématiques utilisées et est une bonne initiation à l'utilisation de l'anglais pour les études scientifiques.

Il s'agit davantage d'un enseignement de **culture mathématique** que d'exercices techniques : le but est de parler des mathématiques que l'on fait. Les thèmes choisis sont basés sur des observations concrètes et les différences d'expression d'un même concept dans les deux langues aident souvent à sa compréhension en montrant la même notion sous deux angles différents.

Le groupe DNL se réunit régulièrement trois ou quatre fois par an depuis 2009. Si nous avons passé pas mal de temps sur des questions d'organisation dans nos établissements ou pour le baccalauréat, nous partageons aussi nos (bonnes) idées sur les thèmes abordés et les méthodes susceptibles d'aider nos élèves à prendre la parole et de rendre notre enseignement attrayant. L'activité présentée ici été pratiquée en début de première sur une durée comprise entre 12 et 15 heures.

Objectifs

Cette activité permet de faire des mathématiques et surtout d'en parler en langue étrangère. Le contexte visuel et culturel des drapeaux du monde la rend attrayante.

Le travail est composé de plusieurs activités d'introduction, puis de deux facettes, l'une statistique, l'autre géométrique.

- On découvre que la notion de rapport est utilisée différemment dans les pays anglo-saxons et en France, et l'on s'en sert pour décrire la forme d'un rectangle.
- On acquiert le vocabulaire des statistiques descriptives et du tableur en anglais.
- On réinvestit le travail sur la géométrie élémentaire effectué en classe de seconde.
- On exerce la compréhension écrite et orale ainsi que l'expression orale en continu (en référence au Cadre européen commun de référence pour les langues).

Introduction

Première séance : La question proposée à des élèves de section européenne anglais qui ont eu des contacts par Internet avec une classe finlandaise est simple : « Comment dessiner le drapeau français, le drapeau finlandais et le drapeau du Royaume-Uni ? »

La première réaction des élèves est de dire qu'on connaît bien tout ça, mais que le drapeau du Royaume-Uni a une géométrie vraiment compliquée et qu'on ne va pas y arriver.

Je propose donc de commencer par le drapeau français dont le motif ne pose pas de problème, les élèves n'ont aucun mal à faire une esquisse ! Mais si on découvre

assez vite le problème de la forme du rectangle, il est plus difficile de faire comprendre que l'important, c'est le rapport (en anglais "ratio") $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$.

Et la surprise est grande lorsqu'une petite recherche sur Internet révèle que le rapport en question n'est pas le même pour les trois drapeaux : 3 : 2 pour le drapeau français, 18 : 11 pour le drapeau finlandais et 2 : 1 pour celui du Royaume-Uni !

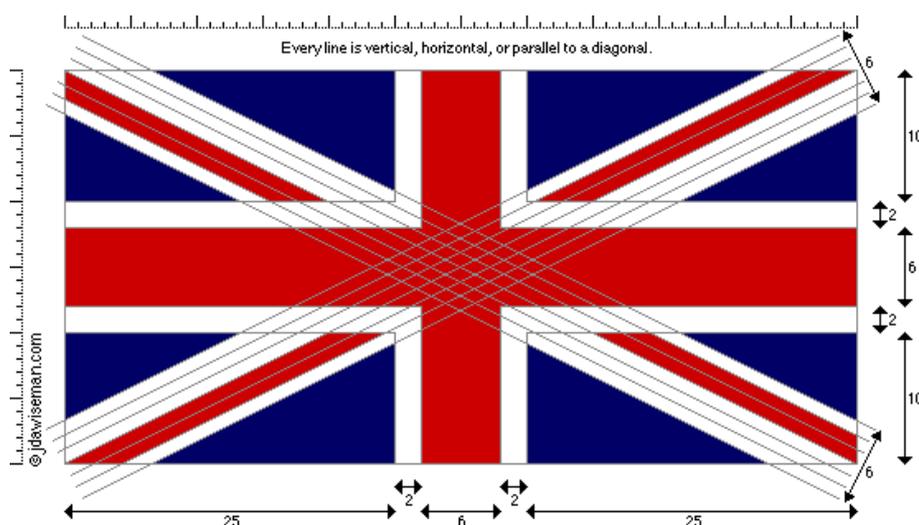
On peut alors demander de tracer trois rectangles de même aire (6 cm² par exemple) pour pouvoir y dessiner chaque drapeau.



Une question reste en suspens : les drapeaux français et britannique ont des proportions qui semblent raisonnables, mais pourquoi le choix bizarre de 18 : 11 pour le drapeau de la Finlande ?

N.B. Si le contenu de cette séance semble léger, pour des 1ères S en particulier, n'oublions pas qu'il s'agit d'expliquer et de dialoguer tout cela en anglais, et que la réalité pratique du tracé des figures avec le calcul des longueurs des côtés prendra du temps.

Deuxième séance : Tracé précis de l'Union Jack



On commence par regarder le drapeau britannique (brut, sans lignes de construction) et décrire les couleurs et la superposition de croix qui le composent : la croix de Saint Georges, verticale et rouge, qui représente l'Angleterre et le pays de Galles, la croix de Saint André, blanche et en diagonale pour l'Écosse et la croix de Saint Patrick, rouge et en diagonale pour l'Irlande.

On réfléchit ensemble avant de tracer un rectangle dont la longueur est double de la largeur et dont le petit côté aura une longueur facile à diviser par 15 (on verra pourquoi ci-après) : si on utilise du papier format A3 et des dimensions 15×30, la diagonale sera trop longue pour les règles classiques de 30 cm. On peut aussi se demander quelles dimensions choisir pour que la longueur de la diagonale ne dépasse pas 30 cm, ou plus simplement pour rester à l'intérieur d'une feuille A4. On choisit par exemple 12×24.

Je décris alors oralement les étapes de la construc-

tion selon le schéma ci-dessus. C'est à la fois un exercice de compréhension orale et l'occasion de manipuler des fractions : la largeur de la croix rouge de Saint Georges est égale au cinquième de la largeur du drapeau, et celle de ses bordures est égale au quinzième de la largeur du drapeau. Les écarts entre les lignes auxiliaires parallèles aux diagonales sont égaux au trentième de la largeur du drapeau.

Les élèves sont fort satisfaits lorsqu'ils peuvent enfin effacer les lignes auxiliaires, colorier leur œuvre et dessiner la hampe du drapeau sur la gauche. L'inconvénient est que certains sont vraiment très lents, soit parce qu'ils sont très soigneux, soit parce qu'ils ont du mal à comprendre l'anglais, soit enfin parce qu'ils ont dû s'y reprendre à deux fois après un premier essai trop imprécis.

Une dernière question : quels éléments de symétrie pour ce drapeau ?

Une digression : ratios and proportions

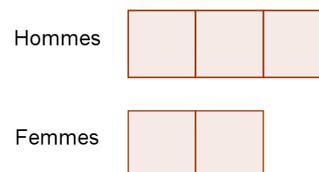
Pour dire qu'une assemblée comporte $\frac{2}{5}$ de femmes et $\frac{3}{5}$ d'hommes, les Anglais diront volontiers que le rapport ("ratio") hommes/femmes est de "3 to 2", noté aussi 3 : 2 ou plus classiquement $\frac{3}{2}$: on compare ainsi les deux parties entre elles (3 hommes pour 2 femmes) alors qu'en France, on compare plus volontiers

la partie au tout (la proportion d'hommes est de $\frac{3}{5}$ ou de 60%).

Nous manipulons cette notion sur des exercices d'un site en anglais qui schématise les différentes quantités par des rectangles nommés "thinking blocks"

http://www.thinkingblocks.com/tb_ratios/ratios.html (travail de compréhension de l'écrit).

Dans le contexte précédent, le schéma ci-contre permet de résoudre visuellement une question comme « S'il y a trois hommes de plus qu'il n'y a de femmes, combien y a-t-il de femmes ? »



Première facette : drapeaux et statistiques

(4 heures, plus confection de l'affiche)

En salle informatique, les élèves accèdent sur le réseau du lycée au tableau ci-contre qui présente une liste des pays membres de l'ONU (avec des erreurs possibles : nouveaux pays membres...) et deux nombres pour chacun de leurs drapeaux.

On utilise le tableur Libre Office avec les commandes en anglais.

Le fichier précise que " x/y est le rapport longueur/largeur pour un drapeau donné".

Country	x	y
Afghanistan	3	2
Albania	7	5
Algeria	3	2
Andorra	10	7
...		

1. Observation du tableau

Quelles sont les questions qui se posent ?

Les élèves constatent spontanément que les couples $x = 3, y = 2$ et $x = 2, y = 1$ sont de loin les plus courants, et sont intrigués par les valeurs exotiques comme $x = 335, y = 189$.

La question "Que représentent x et y et quelle est l'unité utilisée ?" amène aisément l'idée de calculer les rapports $r = x/y$. Voici quelques questions posées par des élèves :

Combien de drapeaux ont les valeurs $r = 3/2$ ou $r = 2$?

Quelles sont les valeurs maximale et minimale de r et les pays correspondants ?

Combien de rapports différents existe-t-il et quelles sont leurs fréquences ?

Quelle explication pour les rapports bizarres comme 18 : 11 ou 335 : 189 ?

Quel drapeau a l'aire la plus grande ? Question plus surprenante et qu'on pourra reprendre à la fin en cherchant comment lui donner du sens.

2. Acquisition du vocabulaire des statistiques

On observe les commandes du tableur et on les fait fonctionner sur un petit exemple avec quatre ou cinq valeurs simples. Il y a des mots transparents comme "median" ou "quartile", mais aussi des faux amis comme "frequency" qui signifie "effectif" alors que "fréquence" se dit "relative frequency".

Les élèves reçoivent une liste de 12 mots en rapport avec les statistiques ; chacun est invité à vérifier qu'ils connaissent leur sens ; ensuite, les élèves travaillent en binôme pour essayer de donner oralement une définition (en anglais) de chaque mot (exercice d'expression orale).

Pour s'assurer que ces termes sont mémorisés, on fait le jeu de "Bingo" suivant (exercice de compréhension orale) : chacun choisit neuf mots dans la liste des 12 mots donnés en rapport avec les statistiques et les dispose dans une grille 3×3 , par exemple comme ceci : Je lis alors les définitions dans n'importe quel ordre, chacun coche une case lorsqu'il reconnaît la définition du mot qu'il y a écrit. Le premier qui a coché trois cases alignées crie "Bingo", puis on poursuit le jeu jusqu'à ce qu'un élève puisse crier "Full house" lorsqu'il a reconnu les définitions de ses 9 mots.

mean	pie chart	ratio
standard deviation	range	mode
bar chart	relative frequency	median

3. Calcul des caractéristiques statistiques de la série des rapports x/y

Après avoir calculé les caractéristiques classiques en utilisant le tableur, on tombe d'accord que la moyenne et l'écart-type ne nous donnent rien de bien facile à exploiter.

Voici deux nouvelles questions à résoudre, la première posée par des élèves, et la deuxième par le professeur :

- Pourquoi se trouve-t-il que la médiane est égale au premier quartile ?
- Quel est le pourcentage des drapeaux dont le rapport est inférieur ou égal au premier quartile Q_1 (environ 52%) ? Au troisième quartile Q_3 (environ 99%) ?

Il n'est pas facile pour les élèves de comprendre pourquoi ces valeurs ne sont pas proches de 25% ou 75%, et on a bien du mal à exprimer une explication satisfaisante en anglais. Je me satisfais de "il y a beaucoup de pays dont le drapeau a un rapport égal à 2 :1", par exemple.

Ce travail va faire l'objet d'un panneau pour présenter la section à la journée Portes Ouvertes du lycée. Dans ce but, les élèves travaillent en groupe pour produire :

- un diagramme en boîte à moustaches,
- un tableau des différentes valeurs de r et de leurs fréquences,
- un camembert (faut-il individualiser les rapports ou fera-t-on un secteur "autre", et quels rapports contiendra-t-il ?),
- une présentation générale de l'activité,
- une présentation de quelques drapeaux particuliers : celui qui n'est pas rectangulaire, ceux qui correspondent aux valeurs extrêmes de r , celui de la Finlande avec les détails qui expliquent le rapport 18 :11. Il s'agit d'obtenir quelque chose qui soit à la fois attrayant, compréhensible par tous, et qui rende bien compte de l'activité...



Les proportions des segments de couleurs sont 4 :3 :4 sur la largeur et 5 :3 :10 sur la longueur : $4 + 3 + 4 = 11$
 $5 + 3 + 10 = 18$.

Deuxième facette : la géométrie de certains drapeaux

(4 heures environ)

Chaque élève doit choisir un drapeau qui lui plaît et qui a une géométrie intéressante. Chacun devra **enregistrer une description** orale de la géométrie de son drapeau, de façon qu'un autre élève puisse dessiner le drapeau en écoutant l'enregistrement. La durée imposée est entre trois et cinq minutes.

Les **critères d'évaluation** sont explicités par écrit : 2 points pour la structure générale et le respect de la durée imposée, 9 points pour le contenu (vocabulaire mathématique, exactitude, précision, richesse), 9 points pour

la langue (intelligibilité, correction, aisance).

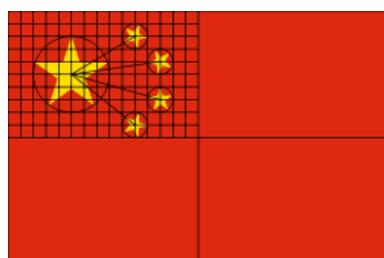
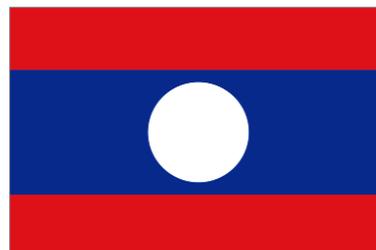
Les drapeaux trop simples (trois bandes) sont interdits, ainsi que le drapeau britannique. On trouve assez facilement des indications géométriques précises, par exemple sur le site www.flagspot.net ; parfois, on se trouve obligé de parcourir des indications données dans d'autres langues : chiffres et schémas peuvent permettre de "se débrouiller" même sans comprendre la langue.



Le drapeau d'Antigua et Barbuda (Antilles) contient une grande variété de formes : triangles rectangles, triangle isocèle, trapèze, même s'il vaut mieux ne pas trop chercher à préciser les détails du soleil. La largeur des bandes noire, bleue et blanche peut être définie en utilisant un "ratio" avec trois nombres :

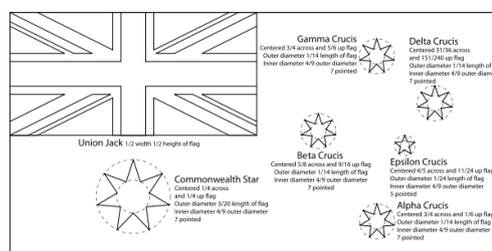
9 : 5 : 9.

Le drapeau du Laos est presque trop simple et oblige à chercher par exemple quel pourcentage de la surface de la bande bleue est occupé par le disque blanc pour enrichir la présentation.



Ce schéma de construction permet de dire beaucoup de choses sur le drapeau de la Chine : utilisation d'un quadrillage, étoiles à cinq branches diversement orientées, cercles qui permettent de construire ces étoiles...

Une soixantaine de pays du monde ont une ou plusieurs étoiles sur leur drapeau, la plupart du temps avec une signification symbolique (religieuse, politique ou autre).



Le choix de l'Australie (avec les indications de constructions) permet d'utiliser des mots composés (five-pointed star) et montre les rapports des diamètres intérieurs et extérieurs des étoiles tous égaux à 4 : 9.

De plus, dans ce drapeau, comme pour d'autres pays de l'hémisphère sud, les étoiles représentent la constellation de la Croix du Sud.



Le drapeau du Brésil, lui, compte 26 étoiles, chacune représentant un des Etats qui le composent, et ces étoiles sont placées dans la configuration du ciel de Rio-de-Janeiro le 15 novembre 1889 à 8 h 30, au moment précis où la république était proclamée. On reconnaît, là aussi, la Croix du Sud, mais vue dans un miroir, comme si on regardait de l'extérieur de la sphère céleste. Ce drapeau est fort intéressant, mais à mon avis trop compliqué pour l'activité de description.

Trois séances d'une heure sont bien nécessaires pour que chacun ait choisi son drapeau, préparé, puis enregistré sa présentation (expression orale en continu). Je demande que la préparation soit faite sous la forme d'une liste ordonnée de mots-clés pour éviter au maximum que la présentation ne soit finalement la lecture d'un texte écrit. La description du pays concerné peut être plus ou moins détaillée pour obtenir au moins trois minutes d'enregistrement. C'est un exercice d'expression orale en continu qui n'est pas facile.

J'écoute alors chaque enregistrement pour l'évaluer et remettre à chacun un compte-rendu de mes observations, activité dévoreuse de temps pour moi. Le critère dominant est l'intelligibilité de la production, tant pour la langue que pour le contenu.

Pour la séance suivante, j'organise les élèves **par binômes** : je place dans l'espace personnel de chaque élève

du binôme la présentation de son associé. Chacun doit alors dessiner le drapeau d'après l'enregistrement qu'il écoute. Les élèves comparent ensuite leurs travaux. Ce nouvel exercice de compréhension orale permet à chacun de mesurer l'importance de la clarté de l'exposé, tant pour la langue que pour le contenu ici aussi. Quelques échantillons sont présentés à la classe.

La première année où cette activité a été mise en place, elle a été couronnée par le tournage d'une brève **vidéo**.

Un AED du lycée compétent dans ce domaine est venu passer une heure dans un cours "euro", et il a filmé une petite mise en scène où chaque élève montre "son" drapeau et en parle pendant environ trente secondes avec obligatoirement la mention d'une particularité géométrique. Ce petit film tourne en boucle dans la salle dévolue à la section européenne anglais lors de la Journée Portes Ouvertes du lycée.

Conclusion

A ce stade, l'activité est terminée, et les élèves ont manifesté de l'intérêt, surtout pour la deuxième facette. Je reste avec deux impressions contradictoires : il y a tellement de choses intéressantes à découvrir qu'on pourrait continuer longtemps, et il est temps de passer à autre chose pour retrouver l'attrait de la nouveauté.

Un test écrit aura lieu avec une dizaine de mots à traduire, un nouveau drapeau à décrire et un petit problème sur les rapports. Il faut insister pour que les élèves réalisent qu'ils ont un travail d'expression écrite à faire, et qu'il ne suffit pas de résoudre un exercice de maths.

Pour introduire l'activité suivante dans la continuité, je demande au groupe ce qui fait qu'un drapeau leur

a plu : le dessin, les couleurs, l'attrait pour le pays concerné...

Puis, je pose la question : pour un rectangle uni, qu'est-ce qui peut faire qu'on le trouve plus ou moins beau ? On retrouve vite le rapport longueur sur largeur de la première facette.

En faisant dessiner à un grand nombre d'élèves un rectangle qui, selon eux, a des proportions harmonieuses, on réinvestira les acquis de statistiques sur leurs rapports longueur sur largeur, pour déboucher sur l'étude d'un rectangle qui est historiquement considéré comme "beau", ce qui permet de démarrer une activité sur le nombre d'or.