L'homme qui calculait plus vite que son nombre.

(deuxième partie)

Éric Ziad-Forest

La première partie de cet article (voir *le Miroir* 7) a dû vous convaincre qu'il est facile de rendre spectaculaires des calculs qui, au premier abord, paraissent extrêmement difficiles, mais ne demandent en réalité que peu d'effort lorsque l'on connaît la technique... J'aimerais aborder dans cette deuxième partie un tout autre point de vue sur le calcul rapide : celui du calcul mental lié aux multiplications. Nous allons voir ici différentes présentations, dispositions, techniques opératoires... d'une même multiplication (mon exemple sera 241×132). Nous remarquerons que toutes ont, à y regarder de près, une sorte d'air de famille... Il nous suffira, avec un peu d'habitude, d'utiliser celle qui semble le mieux adaptée au calcul mental (voire rapide) à effectuer. Il faut savoir que la plupart de ces « techniques » ont énormément contribué à améliorer les performances des « calculateurs prodiges ».

Une remarque préliminaire : j'ai choisi une présentation concise, visuelle et colorée, en identifiant par des couleurs identiques les chiffres (en quelque sorte des invariants de notre multiplication) que nous retrouverons dans chacun des points de vue qui suivront.

Usage de la distributivité

L'égalité $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ est au cœur même du calcul. Nous allons la retrouver tout au long de cet article. Dans la disposition classique d'une multiplication, la distributivité s'applique de la manière suivante :

$241 \times 132 = 241 \times (2 + 30 + 100) = 241 \times 2 + 241 \times 30 + 241 \times 100$
$241 \times 132 = 482 + 7230 + 24100$

Ainsi, nous retrouvons la forme posée :

			2	4	1	
		x	1	3	2	
+			4	8	2	= 241 x 2
+		7	2	3		= 241 x 30
+	2	4	1			= 241 x 100
	3	1	8	1	2	

L'habitude et les conventions voulant que nous commencions par calculer de droite à gauche dans le second facteur, nous ne découvrons alors le résultat qu'à la fin du processus opératoire. Mais inversons le processus de calcul en commençant par la gauche... Nous obtenons cette expression :

$241 \times 132 = 241 \times (100 + 30 + 2) = 241 \times 100 + 241 \times 30 + 241 \times 2$
$241 \times 132 = 24100 + 7230 + 482$

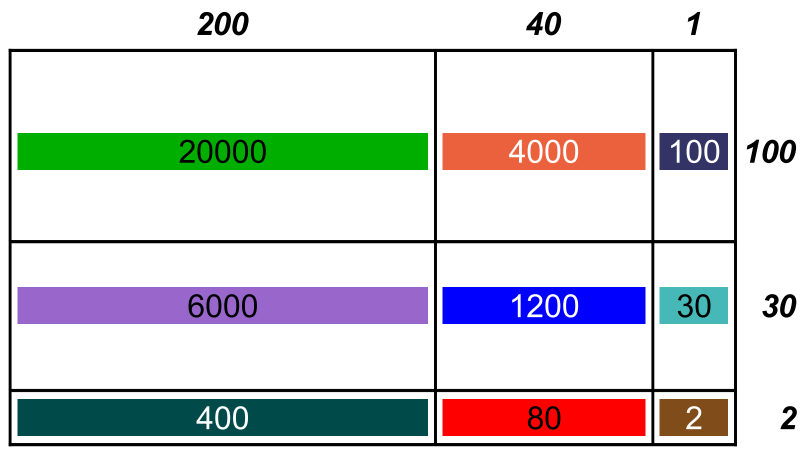
D'où la forme posée suivante :

			2	4	1	
		x	1	3	2	
+	2	4	1	0	0	= 241 x 100
+		7	2	3	0	= 241 x 30
+			4	8	2	= 241 x 2
	3	1	8	1	2	

Cette approche nous donne assez rapidement et sans trop d'effort une bonne idée de l'ordre de grandeur du produit ! L'étape suivante va nous conduire, en utilisant « la même idée », mais dans une démarche géométrique, à produire aisément des résultats de calcul mental.

Avec les aires

Le produit 241×132 représente géométriquement l'aire d'un rectangle ce qui permet de « visualiser » ce produit et nous permet de lui appliquer des techniques de découpage qui vont nous faciliter le calcul. En d'autres termes c'est la distributivité en image.



Nous pouvons observer qu'un « calculateur prodige » peut profiter de cette « vision » pour aborder le calcul de façon quasi-directe en cherchant ici à donner le résultat de façon rapide de gauche à droite. En regroupant les termes harmonieusement, souvent dans l'ordre décroissant, afin d'éviter des calculs trop difficiles, nous obtenons la séquence de calculs « assez facile » suivante :

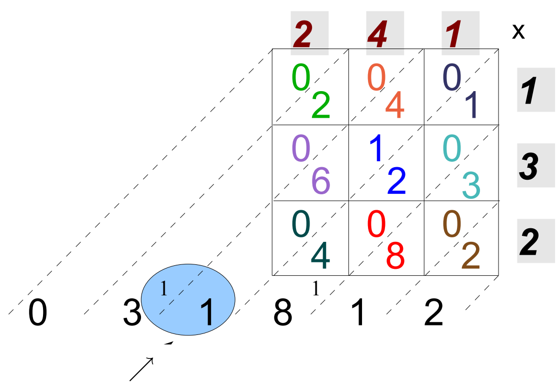
$20000 + (4000 + 6000 + 1200) + (100 + 400) + (80 + 30 + 2)$
qui donne enfin :

$20000 + 11200 + 500 + 112 = 31200 + 612 = 31812.$

Cela peut paraître surprenant, mais avec un peu d'habitude et bien sûr d'entraînement, cette technique est très efficace.

Multiplication par jalousie (*per gelosia*)

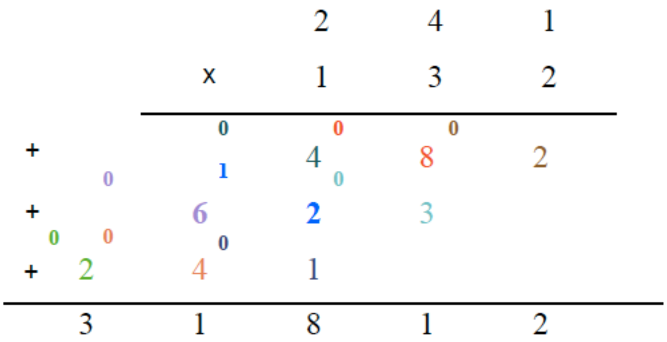
Cette technique ancienne est extrêmement élémentaire. Chaque cellule de notre quadrillage contient le produit des deux chiffres en-tête de ligne et de colonne ; par exemple 12 s'obtient en faisant 4×3. Nous obtenons pour notre opération la disposition suivante :



Somme « en diagonale » $0 + 6 + 1 + 4 + 0 = 11$ nous posons 1 et retenons 1.

Pour plus de détails sur cette technique, je vous invite à consulter le site se trouvant à l'adresse suivante : http ://therese.eveilleau.ecole.pagespro-orange.fr/pages/truc_mat/textes/mult_grecque.htm.

Inscrivons maintenant les retenues de l'opération posée p. 17, et reprenons les couleurs déjà utilisées : on retrouve la disposition du calcul « par jalousie » à une permutation près.

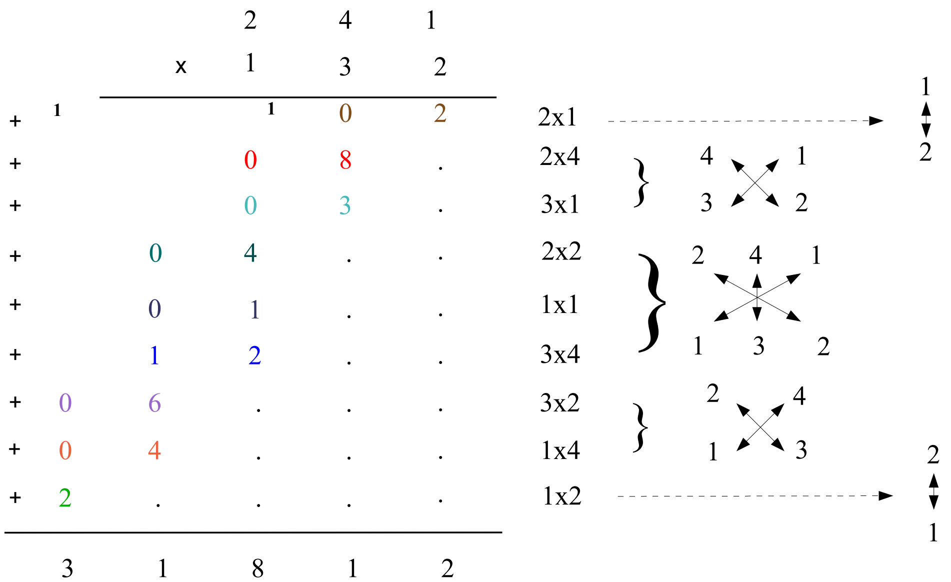


Méthode de calcul mental *criss-cross*

Cette autre méthode de calcul mental, où les calculs effectués sont assez simples, est utilisée dans les « mathématiques védiques » très populaires en Inde. Elle repose sur les cinq étapes mentales suivantes :

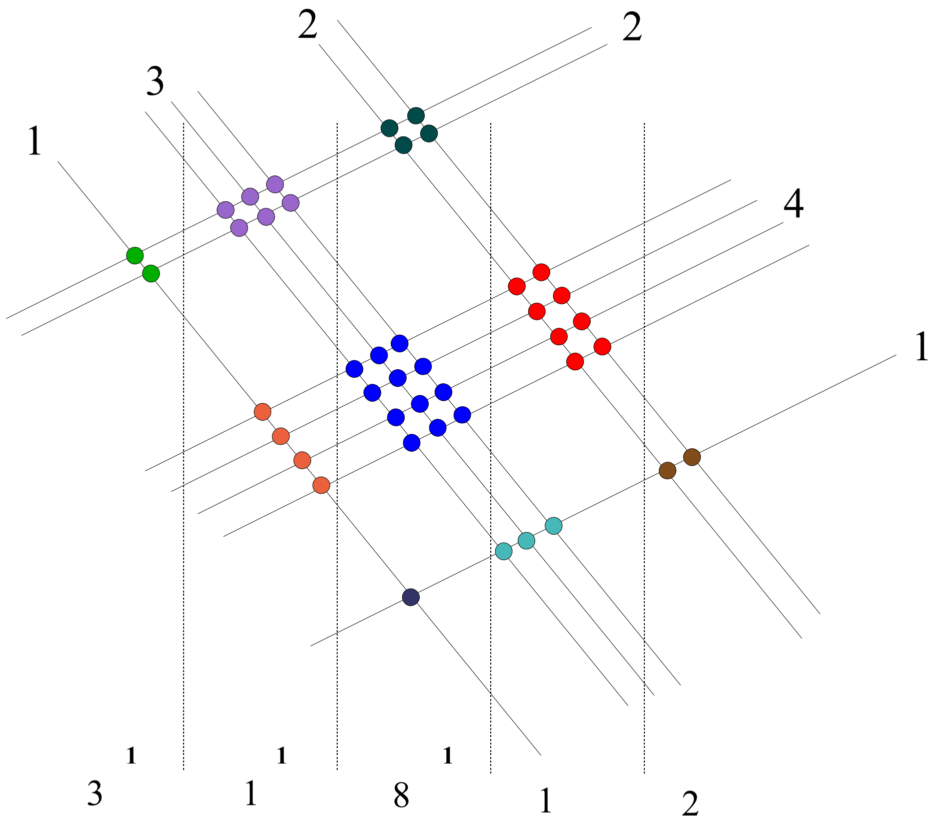
	Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5
Figure mentale	1 2	4 1 3 2	2 4 1 1 3 2	2 4 1 3	2 1
calcul	2x1	2x4+3x1	2x2+1x1+4x3	2x3+1x4	1x2
retenue	2	11	17	10	2
résultat	2	12	812	1812	31812

Et si nous disposons pratiquement le calcul mental effectivement réalisé, nous obtenons à nouveau quelque chose de très similaire à ce que donne la méthode « par jalousie ».



La richesse de penser autrement

Nous savons que la multiplication est commutative (c'est-à-dire que $241 \times 132 = 132 \times 241$). Voici encore une autre façon de disposer les calculs : je vous laisse un moment pour en découvrir la beauté et la comparer aux autres dispositions vues précédemment.



Les étapes de réalisation de ce dessin

Dans une direction donnée, celle qui descend de la gauche vers la droite, nous inscrivons le premier facteur, ici 132, en traçant de bas en haut :

1 trait pour le chiffre des centaines

3 traits pour le chiffre des dizaines

2 traits pour le chiffre des unités

Puis dans la direction ascendante de la gauche vers la droite, nous inscrivons le second facteur, ici 241, en traçant de haut en bas :

2 traits pour le chiffre des centaines

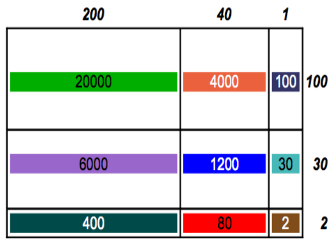
4 traits pour le chiffre des dizaines

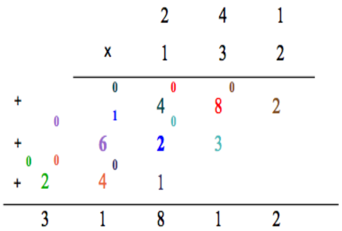
1 traits pour le chiffre des unités

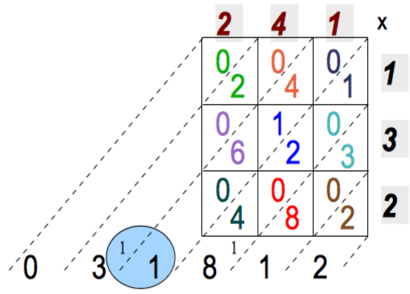
Ensuite nous comptons simplement les points d'intersection. Enfin, le résultat s'obtient en faisant la somme du nombre de points par colonne et en reportant les retenues si nécessaire. Noter de nouveau la forte ressemblance avec la méthode « par jalousie ».

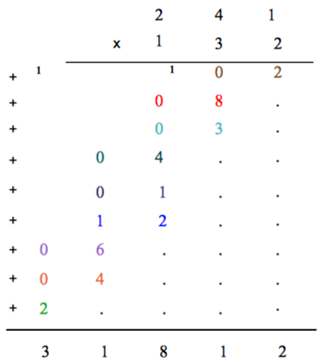
Bilan

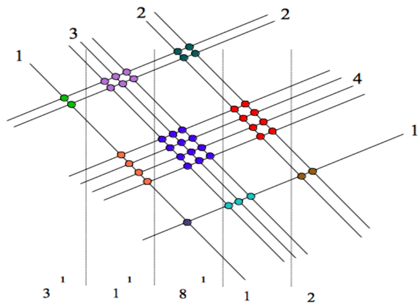
Dans la plupart des figures ci-dessus, les couleurs sont identiquement disposées. Ceci nous amène à observer que nous utilisons en quelque sorte les « même briques ». Mais leurs différentes dispositions peuvent augmenter l'efficacité du calcul.











Je finirai cette brève introduction au monde insolite des « multiplicateurs rapides » par une invitation. Si vous trouvez une autre disposition, une manière élégante de présenter les produits simples générés par le calcul d'une multiplication complexe, lancez-vous, décortiquez-la : vous avez peut-être trouvé une autre manière de devenir aussi rapide que « l'homme qui calculait plus vite que son nombre » !