

## Représentations graphiques, aide ou obstacle ?

Groupe Lycées professionnels de l'IREM de Basse-Normandie

Maurice Tordjman  
Sandrine Levast  
Sandrine Le Renard  
Mathilde Colas

### Introduction

Le lycée professionnel représente une problématique particulière au sein du système éducatif, et ceci pour différentes raisons.

Si un tiers des élèves de collège intègrent un lycée professionnel, c'est le plus souvent par défaut, parce qu'ils ont rencontré l'échec, qu'à la suite d'un réel choix.

Au lycée professionnel, l'enseignement général, notamment celui des mathématiques et celui des sciences, doit trouver son sens au regard de l'enseignement professionnel. Il est à concevoir comme partie intégrante d'une formation professionnelle et non pas comme l'enseignement d'une discipline pour elle-même.

Enfin, suivant le secteur du diplôme préparé (industriel, tertiaire, restauration), le public rencontré n'est pas le même ; les attentes des élèves comme leurs difficultés sont diverses.

Enseignants en lycée professionnel, il nous est nécessaire de prendre en compte ces différents aspects afin de choisir une pédagogie adaptée à nos élèves et variée en fonction de la profession à laquelle il se destinent.

Nos élèves n'ont pas un rapport facile avec les disciplines scientifiques. Ils ne maîtrisent pas la totalité des éléments du langage mathématique, et éprouvent des difficultés à mener une démarche scientifique. Ils ont besoin de réalités concrètes pour mettre en œuvre les notions mathématiques.

Il semble donc naturel de les faire travailler le plus souvent possible avec des représentations graphiques : pour le professeur, une représentation graphique est un outil visuel qui permet de traduire un problème, d'en approcher la solution et de raisonner. Paradoxalement, nous avons constaté que pour nos élèves, les représentations graphiques sont souvent plus une source de difficultés supplémentaires qu'une aide, et qu'elles ne sont certainement pas un outil. La signification, la traduction ou l'interprétation d'une courbe ou d'un schéma sont autant d'obstacles. Les élèves n'en font pas un usage systématique, car cela reste trop peu intuitif pour eux.

C'est dans le but de faciliter le rapport à la représentation graphique que nous avons travaillé. Notre expérience nous a permis d'identifier certains obstacles rencontrés par nos élèves et nous avons travaillé sur quelques exemples de situations, tant en maths qu'en sciences.

Le niveau visé est celui du baccalauréat professionnel, désormais préparé en trois ans comme le baccalauréat général. Notre travail concerne aussi bien des élèves en formation tertiaire qu'industrielle ou dans le secteur de la restauration.

Voici les thèmes de mathématiques et sciences physiques (rappelons que nous sommes tous bivalents) que nous avons choisis cette année :

- Anticiper la position des axes d'un repère en fonction des coordonnées des points à placer.
- Comment travailler sur l'équilibre de forces, sans l'outil vecteur ?
- Résoudre graphiquement des équations ou inéquations
- Introduction de la notion de nombre dérivé, aspect graphique.

Pour chaque thème abordé, nous exposons d'abord, en précisant le diplôme visé, l'activité qui nous a permis d'identifier certaines difficultés rencontrées par les

élèves. Puis nous proposons des activités préparatoires ou complémentaires susceptibles de les aider à s'approprier l'outil graphique.

## 1) Représenter une fonction : repérage et choix du repère

### Présentation de l'activité initiale

« *Images de saison* » (annexe 1) est une activité qui avait été conçue pour faire un bilan sur les fonctions numériques. Son objectif était d'amener les élèves à dessiner une figure à partir du tracé de représentations graphiques de plusieurs fonctions (fonctions constantes, affines et polynomiales du second degré). Elle a été proposée à une classe de Terminale BEP Métiers de la mode.

### Difficultés rencontrées

Cette activité n'a pas abouti correctement. Les élèves les plus en difficulté ont eu du mal à remplir le tableau de valeurs et de caractéristiques. Mais le plus gros souci est apparu au moment de tracer les représentations

graphiques des différentes fonctions : les élèves n'ont pas su adapter le graphique aux valeurs des tableaux. Tous, en effet, n'ont tracé que le premier quadrant alors que la construction prenait les quatre quadrants.

Une étape importante avait donc été oubliée dans la progression d'enseignement : « *repérage et choix d'un repère par rapport à des données numériques* ».

### Activité préparatoire

Avant de commencer l'étude des fonctions, et pour travailler avec les élèves sur le le repérage et le choix d'un repère, on peut leur proposer les petites activités présentées en annexe 2. Elles ont été proposées aux élèves d'une classe de Seconde Bac Pro métiers de la mode. Durée : environ 1 h.

## Annexe 1

### Images de saison

**Objectif : Reconnaître des fonctions, puis tracer leur courbe représentative.**

1. Compléter la colonne « valeurs » du tableau ci-dessous.
2. Compléter la colonne « caractéristiques » du tableau, grâce aux propositions suivantes (un exemple est donné pour les équations n° 8 et 12)

l'équation correspond à une fonction linéaire	<b>a</b>
l'équation correspond à une fonction affine	<b>b</b>
l'équation correspond à une fonction du second degré	<b>c</b>
l'équation correspond à une fonction croissante	<b>d</b>
l'équation correspond à une fonction constante	<b>e</b>
l'équation correspond à une fonction décroissante	<b>f</b>
la courbe représentative sera un segment	<b>g</b>
la courbe représentative sera un arc de parabole	<b>h</b>
la courbe représentative passera par l'origine	<b>i</b>
la courbe représentative ne passera pas par l'origine	<b>j</b>
les branches de la courbe seront tournées vers le haut	<b>k</b>
les branches de la courbe seront tournées vers le bas	<b>l</b>

n°	équation	intervalle d'étude	caractéristiques	valeurs
1	$y = x$	[0; 1]		$x = 0$ $y =$ $x = 1$ $y =$
2	$y = 0,5x$	[2; 8]		$x = 2$ $y =$ $x = 8$ $y =$
3	$y = 0,25x$	[2; 9]		$x = 2$ $y =$ $x = 9$ $y =$
4	$y = 1$	[0; 1]		$x = 0$ $y =$ $x = 1$ $y =$
5	$y = 0,5x - 6$	[0; 6]		$x = 0$ $y =$ $x = 6$ $y =$
6	$y = -x - 1$	[2; 8]		$x = 2$ $y =$ $x = 8$ $y =$
7	$y = 2,5x - 18$	[4; 6]		$x = 4$ $y =$ $x = 6$ $y =$
8	$y = -0,5x - 6$	[0; 4]	b ; f ; g ; j	$x = 0$ $y =$ $x = 4$ $y =$
9	$y = 0,25x^2 - 4$	[0; 4]		$x = 0$ $y =$ $x = 1$ $y =$ $x = 2$ $y =$ $x = 3$ $y =$ $x = 4$ $y =$
10	$y = -0,5x^2 + 8$	[0; 4]		$x = 0$ $y =$ $x = 1$ $y =$ $x = 2$ $y =$ $x = 3$ $y =$ $x = 4$ $y =$
11	$y = x^2 - 2x$	[0; 2]		$x = 0$ $y =$ $x = 1$ $y =$ $x = 2$ $y =$
12	$y = -3x^2 + 10x + 8$	[0; 4]	c ; h ; j ; l	$x = 0$ $y =$ $x = 1$ $y =$ $x = 2$ $y =$ $x = 3$ $y =$ $x = 4$ $y =$

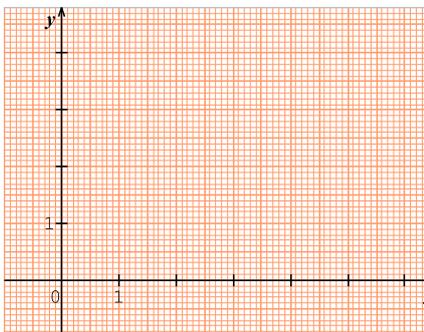
- Sur une feuille A4, portrait, avec le centimètre comme unité, tracer les représentations graphiques des douze fonctions proposées.
- Placer le point B (1,5 ; 3,5), puis tracer le cercle de rayon 1 de centre B.
- Tracer les symétriques de toutes les courbes par rapport à l'axe des ordonnées. **Bonne chasse !**  
N.B. La réponse est donnée à la fin de cet article en page 16.

**Annexe 2****Repérage et choix d'un repère****Activité 1**

On donne quatre points caractérisés par leurs coordonnées.

**A(2;3) B(0;4) C(1;0) D(6;1)**

Placer ces points dans le repère ci-contre.

**Activité 2**

On donne les points suivants :

**A(1;5) B(0;7) C(4;2) D(9;1)**

Sur une feuille de papier millimétré, tracer un repère orthonormal et placer les points A, B, C et D dans ce repère.

**Activité 3**

Même consigne si on donne les points suivants :

**E(3;1) F(2;-4) G(0;-1) H(0;3) I(5;2)**

**Activité 4**

Même consigne si on donne les points suivants :

**A(-5;-1) B(-2;-3) C(3;-1) D(6;-4)**

**Activité 5**

Même consigne si on donne les points suivants :

**(-4; 3) (2; 1) (0; 4) (-1; 0) (-2; -3) (-5; 6) (7; -1) (1; 4)**  
**(2; -3) (1,5; 3) (-0,5; 2) (5; -7) (1,7; 2,1) (-2,6; 4) (-1; -3)**

**Activité 6**

Soient les points suivants :

**(-5; 2) (1; 1) (0; -1) (2; 7) (-2; -5) (1; -2)**  
**(-3; 0) (-2; -1) (-0,5; 3) (4,5; 2) (1; 1,5) (-1; 2)**

1. Positionner les coordonnées de ces points dans le tableau suivant :

<b>x</b>												
<b>y</b>												

2. Donner les intervalles utiles concernant l'axe des abscisses et celui des ordonnées.

3. En vous aidant des intervalles trouvée à la question précédente, construire un repère orthonormé et placer tous les points dans ce repère.

**Synthèse des activités**

Construire une fiche méthode qui permet de gagner à tout coup.

## 2) La statique sans l'outil vecteur

### Présentation de l'activité initiale

Il s'agit ici d'un ensemble de séances visant à l'introduction de la notion de force en Seconde professionnelle. Les nouveaux programmes ont en conduit à repenser ce sujet, puisque les vecteurs, eux, n'y figurent plus, et ont aussi disparu de ceux du collège. La difficulté est alors de savoir comment on peut représenter une force et comment on peut construire la résultante de deux forces afin de prévoir l'équilibre d'un objet, sans avoir préalablement étudié la translation. Nous introduisons la notion de force à partir de la question HS1 des programmes : « Pourquoi un objet bascule-t-il ? ». Les élèves ont appris à définir les différentes caractéristiques des effets de l'action terrestre sur les objets : intensité, droites d'action, point d'application et sens ; ils sont alors confrontés à la nécessité de représenter de telles actions et l'usage d'un « segment fléché » apparaît naturellement. Puis trois séances de travaux pratiques leur sont proposées (les protocoles expérimentaux sont

reproduits dans les pages suivantes).

La première porte sur l'équilibre d'un solide soumis à deux forces. L'objectif est d'amener les élèves à établir les conditions d'un tel équilibre : mêmes droites d'action, mêmes intensités, sens opposés.

La deuxième porte sur la somme (ou résultante) de deux forces. Elle est introduite par la question : « Peut-on remplacer l'action exercée par deux forces sur un objet par une unique force ? » Les élèves, à partir d'un support expérimental, doivent établir les règles de construction géométrique de la résultante.

Le troisième concerne l'équilibre d'un solide soumis à trois forces. Si la construction de la résultante de trois forces n'est plus exigible, il reste néanmoins possible de d'aborder la question en construisant la résultante de deux des forces et en la comparant à la troisième. Dans un premier temps, les élèves établissent que les droites d'action sont coplanaires et concourantes.

### Difficultés rencontrées

Nous avons constaté que représenter une force par un segment fléché n'a rien d'évident pour les élèves. En particulier, la flèche au bout du segment n'est pas toujours dans le bon sens ! De plus l'interprétation

d'un schéma imparfait ou imprécis s'est avérée délicate. Seuls les élèves qui n'avaient pas commis d'erreurs de construction ont pu en donner une bonne interprétation, notamment lors de la troisième séance de TP.

### Activité complémentaire

Pour s'affranchir des erreurs d'expérimentation, une séance mettant en œuvre l'utilisation des TIC est proposée. Le logiciel Geogebra par exemple permet de

construire des (représentants de) vecteurs avec beaucoup de précision dans les constructions. On évite ainsi toute erreur d'interprétation.

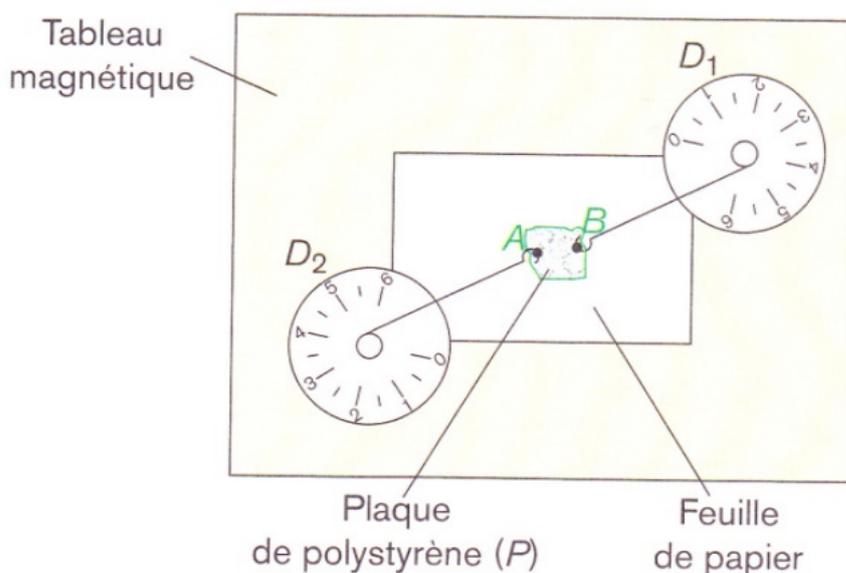
### séance TP 1 : Equilibre d'un solide soumis à l'action de 2 forces

Matériel :

- Deux dynamomètres
- Un tableau magnétique
- Une feuille de papier A3
- Une plaque de polystyrène de poids négligeable
- Un crayon et une règle

Mode opératoire :

1. Placez la feuille de papier sur le tableau magnétique.
2. Réalisez le montage du schéma ci-dessous.



3. Dessinez sur les dynamomètres du schéma, les repères des intensités des forces.
4. Sur la feuille, repérez au crayon les directions des droites d'action des deux forces (deux points par droite).
5. Récupérez la feuille. Tracer au crayon les droites d'action des deux forces.
6. Complétez le tableau suivant :

Force	Point d'application	Droite d'action	Sens	Intensité (N)
$\vec{F}_{D_1/P}$				
$\vec{F}_{D_2/P}$				

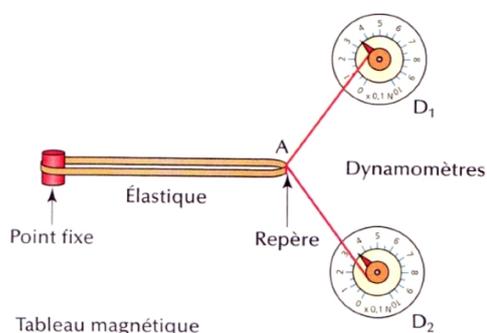
Observation :

- Les deux forces exercées par les dynamomètres sur la plaque de polystyrène possèdent la même ....., sont de sens ....., leurs intensités sont .....
- Soumise aux deux forces, la plaque est au repos : on dit qu'elle est .....

**séance TP 2 : Peut-on remplacer l'action exercée par deux forces sur un objet par une unique force ?**

Matériel :

- Un tableau magnétique
- Deux dynamomètres
- Un élastique
- Un support magnétique
- Une feuille blanche
- Un rapporteur



Mode opératoire

1. Placez la feuille sur le tableau magnétique.
2. Réalisez le montage ci-dessus. Entourez le repère sur la feuille et marquez d'un point sur la feuille le repère (point A).

3. Complétez les deux premières lignes du tableau.

	Point d'application	Droite d'action	Sens	Valeur (N)
Action exercée par D <sub>1</sub> sur l'élastique notée ①★				
Action exercée par D <sub>2</sub> sur l'élastique notée ②★				
Action exercée par D sur l'élastique notée ③★				

4. Représenter ci-dessous en rouge l'action exercée par D<sub>1</sub> sur l'élastique et en vert l'action exercée par D<sub>2</sub> sur l'élastique (échelle : 1 cm pour 0,5 N).



Remplacez D<sub>1</sub> et D<sub>2</sub> par un seul dynamomètre D. L'élastique doit subir la même déformation que dans la première partie (aidez vous des différents repères marqués sur la feuille).

- Complétez la troisième ligne du tableau.
- Représentez en bleu l'action de D sur l'élastique sur le graphique précédent.
- Il est possible d'obtenir la représentation de cette dernière action sans réaliser l'expérience ; proposez une construction géométrique qui le permet.

Observations

- La valeur de l'action ① est de .....
- La valeur de l'action ② est de .....
- La valeur de l'action ③ est de .....
- La valeur de l'action ③ n'est pas la ..... des valeurs des actions ① et ②.

L'action ③ est appelée **résultante** des valeurs ① et ②

**séance TP 3 : Quelles sont les conditions pour qu'un objet soumis à l'action de trois forces soit en équilibre ?**

Matériel :

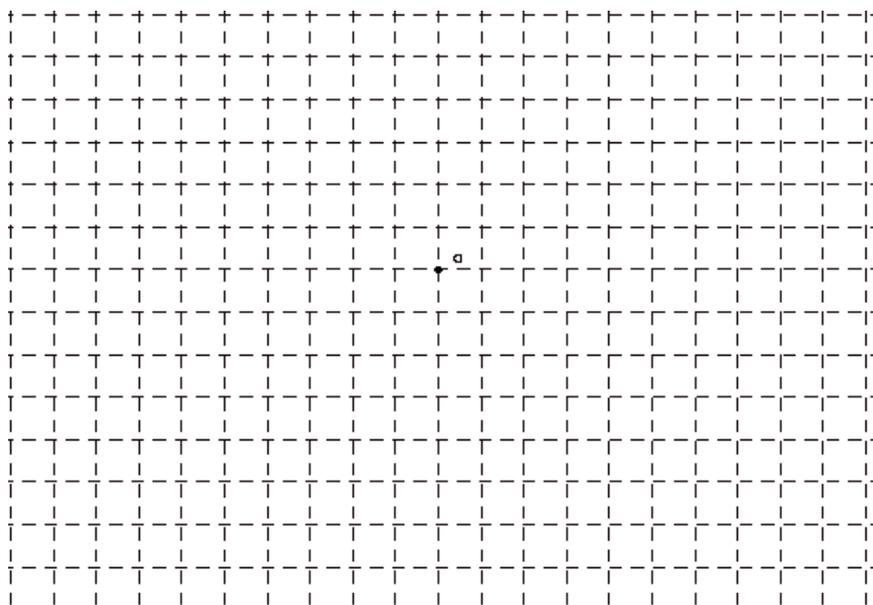
- Un tableau magnétique
- Deux dynamomètres
- Une masse marquée
- Un fil à plomb
- Un rapporteur

Mode opératoire

1. Calculez le poids de la masse : .....
2. Réalisez le montage ci-dessus.
3. Faire l'inventaire des trois forces qui agissent sur la masse :
  - Action ① : .....
  - Action ② : .....
  - Action ③ : .....
4. Cherchez la définition du mot « coplanaire » et dites si oui ou non, les forces agissant sur la masses sont coplanaires : .....
5. Complétez le tableau des caractéristiques des forces :

Actions	Point d'application	Droite d'action	Sens	Intensité (N)
①★				
②★				
③★				

6. Tracez sur le schéma les trois droites d'action.
7. Représentez les trois actions à partir du point 0 sur la feuille quadrillée ci-dessous (échelle : 1 cm pour 0,1 N) :



8. Ajouter sur la feuille précédente, la construction de la résultante ④ des actions ① et ②.

Observations :

- Les trois droites d'actions sont .....
- Les actions ④ et ③ sont .....

### 3) Fonction, nombre dérivé, fonction dérivée : signification et interprétation graphique.

#### Présentation de l'activité initiale

Il s'agit d'un devoir de synthèse (annexe 1) d'une durée d'une heure portant sur les notions de fonction, nombre dérivé et fonction dérivée. Il a été proposé à une classe de Terminale professionnelle « Restauration » afin d'évaluer si ces notions avaient été acquises.

#### Difficultés rencontrées

La représentation graphique d'une fonction et son interprétation ont bien été acquises. En revanche, la signification du nombre dérivé, la représentation gra-

phique des tangentes et leurs interprétations ont posé des difficultés.

#### Activité complémentaire

Nous proposons l'utilisation d'une calculatrice graphique du type TI-82 Stats permettant la représentation graphique et l'utilisation d'un tableur, afin d'interpréter le nombre dérivé. On peut alors représenter graphiquement sur papier les tangentes en chaque point. Voir le détail de cette activité en Annexe 2. On peut aussi recourir à un logiciel libre (Geogebra, Sinequanon, etc.)

#### Annexe 1 – Devoir de mathématiques Terminale professionnelle « Restauration »

*On étudie la fréquentation journalière d'un restaurant très fréquenté à toute heure en plein centre de Paris. Le nombre de clients, noté  $n$  ( $n$  entier) dépend de l'heure de la journée notée  $t$ . Pour les calculs,  $t$  est exprimée en heure décimale, par exemple l'heure décimale 19,25 h est la même chose que 19 h 15 min ; cependant les réponses devront être converties au format courant heures-minutes. On s'intéresse à la période de la journée comprise entre 17 h et 24 h. Le nombre de clients  $n$  en fonction de l'heure  $t$  est donné par la relation :  $N = -2t^2 + 80t + 700$ .*

#### Partie 1 :

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[17; 24]$  par :  $f(x) = -2x^2 + 80x - 700$

- Déterminer à l'aide du formulaire  $f'(x)$  où  $f'(x)$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Étudier le signe de la dérivée  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[17; 24]$ .
- Établir le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[17; 24]$ .

#### Partie 2 : Représentation graphique de la fonction $f(x)$ .

- Compléter le tableau ci-dessous :

$x$	17	18	19	19,5	20	20,5	21	22	23	24
$f(x)$										

- Représenter la courbe représentative de la fonction  $f$  sur une feuille de papier millimétré.  
Échelles : en abscisse 1 cm représente 0,5 et en ordonnée 1 cm représente 10

#### Partie 3 : Interprétation graphique du nombre dérivé.

La fonction dérivée de  $f$  est donnée par  $f'(x) = -4x + 80$  définie sur l'intervalle  $[17; 24]$ .

- Calculer les nombres dérivés aux points d'abscisses 17, 20 et 24.
- Utiliser les résultats de la question 1 pour figurer sur la représentation graphique de  $f(x)$  les tangentes aux points d'abscisses 17, 20 et 24.

**Partie 4 : Interprétation**

En utilisant les résultats de l'étude précédente :

1. Déterminer l'heure à laquelle la fréquentation journalière est maximum.
2. Indiquer alors le nombre maximum de clients.

On admet que le flux de clients du restaurant à l'instant  $t$  est égal à  $f'(t)$  (nombre de clients entrant ou sortant du restaurant à l'instant  $t$ ).

3. (a) Que signifie un flux positif ? un flux négatif ?
- (b) A partir de quelle heure le nombre de clients dans le restaurant diminue-t-il ?

**Annexe 2 : Utilisation de la calculatrice graphique (par exemple TI-82 Stats) permettant :**

1. La représentation graphique de la fonction  $n(t)$  et du nombre dérivé aux instants  $t = 17,00 h$ ;  $t = 20,00 h$  et  $t = 24,00 h$ .
2. D'utiliser le tableur pour interpréter le nombre dérivé à chaque instant et de représenter graphiquement sur version papier les tangentes aux instants  $t = 17,00 h$ ;  $t = 20,00 h$  et  $t = 24,00 h$ .

**Représentation graphique de la fonction  $f(t)$ .**

Tapez sur la touche  $f(x)$

Après  $Y1=$

Tapez la fonction  $-2x^2 + 80x - 700$

Tapez *fenêtre*

Tapez les valeurs après :

$X_{min}= 17$     $Y_{min}= 68$

$X_{max}= 24$     $Y_{max}= 100$

$X_{grad}= 0,5$     $Y_{grad}= 1$

Tapez *graphe*. La courbe apparaît.

Sélectionnez le mode *trace* et déplacer le curseur à l'aide des flèches de  $X = 17$  à  $X = 24$ .

**Utilisation du tableur pour l'interprétation du nombre dérivé à chaque instant :**

Tapez sur la touche  $f(x)$

Après  $Y2=$

Tapez la fonction dérivée  $-4x + 80$ .

Tapez *déf table*.

Tapez après *DéfTable=* la valeur 17

A l'aide de la flèche, tapez après *Pas Table=* la valeur 0,5

Tapez *table*. Le tableur avec les valeurs de la fonction et de sa dérivée apparaît.

Pour les valeurs particulières de  $X=16$ ,  $X=20$  et  $X=24$ , interpréter les valeurs de  $Y_1$  et  $Y_2$ .

**Représentation graphique de la fonction et des tangentes.**

Représenter graphiquement la fonction  $n(t)$  sur papier millimétré :

Échelles :  $t$  en abscisse avec  $0,50 h$  représenté par 1 cm et  $n$  en ordonnée avec 10 clients pour 1 cm.

Représenter les tangentes à la courbe, aux instants  $t = 17,00 h$ ;  $t = 20,00 h$  et  $t = 24,00 h$ .

#### 4) Résolution graphique d'équation ou d'inéquation.

##### Présentation de l'activité initiale

Il s'agit du problème n°1 du sujet de l'épreuve de mathématique de baccalauréat professionnel « comptabilité » de 2001 (en annexe 1). Il a été proposé en devoir à une classe de Terminale de la même série.

##### Difficultés rencontrées

La question 3) est une exploitation du graphique obtenu avec les questions 1) et 2). Si dans la consigne, l'attendu d'un intervalle est clairement exprimé, les réponses des élèves ne se présentent que très rarement sous la forme d'un intervalle. Les difficultés rencontrées sont de deux ordres :

- d'une part, les élèves restent, pour nombre d'entre eux, cantonnés à l'expression « déterminer graphiquement », ils se contentent d'effectuer des tracés sur le graphique sans formuler de réponse à la question posée.
- d'autre part les tracés réalisés ne correspondent pas à la consigne de réponse exigée : en général, le point d'intersection est repéré, parfois la « zone » entre les fonctions  $C$  et  $V$  est hachurée, mais la plage des «  $x$  » correspondants n'est jamais mise en évidence.

##### Activité complémentaire

L'objectif est de mettre en place, face à toute question s'appuyant sur la résolution graphique d'une équation ou d'une inéquation, un petit questionnaire rituel dont l'objectif est de déterminer la forme de la réponse à produire ainsi que les éléments graphiques à mettre en évidence.

Les réponses à ce questionnaire peuvent se pratiquer oralement en cours. Une fiche peut être fournie aux élèves pour les travaux écrits, en particulier pour les élèves de Seconde. Cette fiche, détaillée en Seconde, peut évoluer au fur et à mesure de l'avancement de l'élève dans son cycle de formation pour ne devenir qu'un simple guide.

À terme, il s'agit d'automatiser une méthode de résolution qui peut se résumer en quatre points :

- identifier ce qui est cherché ainsi que les éléments graphiques correspondants,
- effectuer les représentations graphiques nécessaires,
- mettre en évidence les éléments graphiques solution du problème,
- formuler la réponse.

Le protocole proposé aux élèves est présenté en annexe 2. Ce document n'a pas été donné aux élèves mais a servi de trame pour la mise en place du rituel.

Les fiches-méthode des annexes 3, 4 et 5 constituent les synthèses de cours des élèves et leurs ont par conséquent été fournies.

##### Annexe 1 – Sujet bac professionnel « comptabilité » 2001 : étude de rentabilité

Le coût de production  $C(n)$  exprimé en milliers d'euros pour  $n$  articles est donné par la fonction  $C$  avec :  $C(n) = 0,02n^2 - 2n + 98$  pour  $n$  appartenant à l'intervalle  $[50; 150]$

Le montant des ventes  $V(n)$  exprimé en milliers d'euros est pour sa part donné par la fonction  $V$  avec :  $V(n) = 1,5n$  pour  $n$  appartenant à l'intervalle  $[50; 150]$

1. (a) Compléter le tableau en annexe.
- (b) Tracer dans le même repère (annexe) les courbes représentant les fonctions  $C$  et  $V$ .
- (c) Déterminer graphiquement l'intervalle des valeurs de  $n$  pour lesquelles la production est rentable.
- (d) Le bénéfice  $B(n)$  est donné par la fonction  $B$  pour  $n$  appartenant à l'intervalle  $[50; 150]$

Exprimer  $B(n)$  en fonction de  $n$  et déterminer la dérivée  $B'(n)$

En déduire le nombre d'articles à vendre pour que le bénéfice soit maximum.

Annexe :

$n$	50	60	75	90	100	125	150
$C(n)$		50			98		248

Papier millimétré 150 mm × 150 mm (gradué 0-150 × 0-250) joint au sujet.

##### Annexe 2 – Protocole de résolution graphique d'un problème

**Étape n° 1 :** Si une représentation graphique est déjà présente : mettre une légende sur les axes si cela n'est pas fait ; identifier les courbes existantes.

**Étape n° 2 :** Identifier le problème.

**Cas n°1 :** le problème est à une inconnue => Graphiquement, les solutions se trouvent sur l'axe des abscisses. Utiliser la fiche méthode « Résolution graphique à une inconnue » (annexe 3)

**Cas n°2 :** Le problème est à deux inconnues => Graphiquement les solutions seront des couples de coordonnées de points. Utiliser la fiche-méthode « Représenter graphiquement la solution d'une équation à deux inconnues » (annexe 4) ou la fiche « Représenter graphiquement la solution d'une inéquation à deux inconnues » (annexe 5)

**Cas n°3 :** Le problème est un système => On traite séparément chaque équation ou inéquation. Les solutions correspondent à l'intersection des différents ensembles de solutions.

**Étape n°3 :** Tracer les représentations graphiques nécessaires. Il peut s'agir de :

- courbe d'équation  $y = A(x)$  :  $y = a$ ;  $y = ax + b$ ;  $y = f(x)$  sur un intervalle donné ;
- droite dont l'équation est donnée sous sa forme générale :  $ax + by = c$ .

**Étape n°4 :** Mettre en évidence les éléments graphiques solution du problème

**Étape n°5 :** Formuler la réponse. Dans le cas de deux inconnues, si le nombre de solution est fini, il est possible de formuler une réponse. Sinon la réponse ne peut être donné que graphiquement.

### Annexe 3 – Résolution graphique de problème à une inconnue

#### Méthode générale.

Une équation à une inconnue peut toujours s'écrire sous la forme  $A(x) = B(x)$ .

On trace successivement l'ensemble des points de coordonnées  $(x; A(x))$  et  $(x; B(x))$  (courbes d'équations  $y = A(x)$  et  $y = B(x)$ )

L'ensemble des solutions est donné par les abscisses des points dont les ordonnées sont identiques (points d'intersection)

Dans le cas d'une inéquation, l'ensemble des solutions est donné par les abscisses des points dont les ordonnées vérifient l'inéquation ( $y_A < \text{ou} > y_B$ )

#### Consignes :

Pour chaque résolution graphique, appliquez la méthode suivante :

- Tracer les courbes d'équation  $y = A(x)$  (en bleu) et  $y = B(x)$  (en noir) en les nommant.
- Traduire le problème par une phrase du type :

On cherche les points de la courbe bleue qui ||| croisent  
se trouvent au dessus de  
se trouvent en dessous de  
(rayer les mentions inutiles) ||| la courbe noire

- Indiquer (en vert) le(s) point(s) et les tracés qui permettent de trouver la ou les abscisses qui sont solution(s) du problème et faire clairement apparaître (en rouge) celle(s)-ci sur l'axe des abscisses.

### Annexe 4 – Représenter graphiquement la solution d'une équation à deux inconnues

#### À savoir :

L'ensemble des points dont les coordonnées vérifient une équation du type  $ax + by = c$  est une droite.

#### Méthode :

Pour tracer la droite représentant les solutions d'une telle équation, il faut calculer les coordonnées de deux points minimum (un troisième pour vérifier l'alignement).

Pour cela, choisir une valeur pour une coordonnée ( $x$  ou  $y$ ) et calculer la coordonnée correspondante.

- Résumer les résultats trouvés dans un tableau.

$x$			
$y$			

- Placer les points et vérifier leur alignement.
- Tracer la droite.

**Annexe 5 – Représenter graphiquement la solution d’une inéquation à deux inconnues****À savoir :**

L’ensemble des points dont les coordonnées vérifient une inéquation du type  $ax + by < c$  est un demi-plan.

**Méthode :**

Pour tracer le demi-plan représentant les solutions d’une telle inéquation, il faut :

- Tracer la droite frontière.
- Choisir un point qui n’appartient pas à cette droite et vérifier si ses coordonnées sont solution ou non de l’inéquation proposée.
- Conclure en fonction du résultat précédent quel est le demi-plan représentant les solutions de l’inéquation.
- Hachurer le demi-plan ne représentant pas les solutions de l’inéquation.

**Réponse à la question 5 de l’activité « Images de saison »****Images de saison !!!**