

## Autour des systèmes articulés

Utiliser des objets géométriques inhabituels pour observer, comprendre, reproduire, formaliser et démontrer.

Le cas de la symétrie orthogonale, de la trisection, des trois-barres

Activités présentées par l'équipe « Géométrie » : Evelyne Adam, Anne-Marie Bock, Danielle Salles, Olivier Longuet, Ruben Rodriguez

### II - Les trisecteurs

Activités pour les élèves de troisième et seconde présentées par Olivier Longuet

Dans le précédent « Miroir des maths numéro 6 » nous vous avons présenté un ensemble d'activités utilisant des instruments conçus pour résoudre des problèmes géométriques relatifs à la symétrie orthogonale.

Dans ce chapitre, issu d'une présentation à nos collègues de l'IREM, lors de la rentrée 2010, de différents types de trisecteurs, nous vous proposons un ensemble d'activités géométriques destinées au collège et à la seconde : étudier et valider le fonctionnement d'outils géométriques non élémentaires, utilisant des propriétés géométriques abordées dans ces classes et permettant de réaliser la trisection d'un angle de mesure non connue.

Comme dans le cas des symétriseurs, ces outils sont réalisés par le professeur ou en atelier avec du matériel très simple et peu coûteux, ils pourront être réutilisés l'année suivante. Ils seront manipulés par les élèves donc, si possible assez résistants. On pourra les encourager à les reproduire à la maison afin de les conserver à titre de « trophée ».

#### I – Déroulement des activités

1. Présentation rapide par le professeur du problème de la trisection d'un angle.
2. Les élèves découvrent les objets destinés à trisecter un angle sur les tables, ainsi que leur mode d'emploi. Ils les manipulent à leur gré pendant un moment.
3. Ils choisissent (ou le professeur choisit pour eux en fonction de leur niveau ou pour ne pas avoir deux démonstrations trop proches) 2 objets, peuvent les photographier, font une figure mathématique de chacun des objets.
4. Un devoir à la maison est proposé afin de démontrer que l'angle construit est bien le tiers de l'angle donné. Le devoir devra comporter pour chaque objet, une figure et une démonstration.
5. Si possible, en salle d'informatique, modélisation du fonctionnement de l'objet avec un logiciel de géométrie dynamique (par exemple Geogebra).

#### II – Les difficultés éventuelles

La difficulté majeure est de tracer la figure adaptée, c'est-à-dire de passer de l'univers des objets physiques de l'espace à l'univers des figures, de faire des choix de notation, de dégager les informations parasites pour ne garder que ce qui est important (tout en démontrant en quoi ces informations sont utiles à un autre niveau). (Voir, par exemple, l'utilisation d'un losange pour déterminer une médiatrice dans le trisecteur de Mac Laurin, certains points devront être gommés ou représentés différemment car ils parasitent la figure). Ces difficultés sont déroutantes, de même que la « prise en main » du matériel, surtout pour les élèves peu bricoleurs ou peu habitués aux jouets du genre « Meccano », mais de ce fait sont tout à fait formatrices.

#### III – Différents trisecteurs constructibles par le professeur et par les élèves

##### III – 1 Trisection avec un té de dessinateur

**Matériel spécifique léger :**

- Une feuille de Rhodoïd pouvant être découpée aux ciseaux (Rhodoïd adhésif à abat jour dans les magasins de loisirs créatifs) format A4. Cette feuille est utilisée pour construire un té de dessinateur transparent, on la double afin qu'elle soit plus rigide. La droite (DC), en pointillés sur la figure n°1, est l'axe de symétrie du té.
- Une feuille de papier fort sur laquelle est tracé l'angle à trisecter (voir les figures ci-dessous). **L'élève peut emporter ce trisecteur.**

**Variante solide** (pouvant être conservée par le professeur) :

- Un té de dessinateur en bois avec une glissière le long de [DC].
- Une planche légère sur laquelle est tracé l'angle à trisecter.
- Un clou ou bouton de jean en O (on peut décaler l'angle vers le haut pour pouvoir positionner O plus facilement).

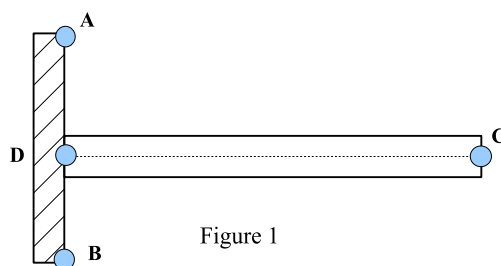


Figure 1

La mesure de la petite branche du té (perpendiculaire à son axe de symétrie  $[CD]$ ) est  $AB = 2a$ . On reporte sur le grand côté de la feuille où est tracé l'angle à trisecter  $\widehat{xOy}$ , le point  $P$  tel que  $OP = a$ .

On trace une demi-droite  $[Pz]$  parallèle au petit côté de la feuille et passant par  $P$ .

On positionne ensuite le té de telle sorte que l'axe  $(DC)$  passe par  $O$ , que le point  $A$  du té se positionne sur la demi-droite  $(Pz)$  et que le point  $B$  du té se positionne sur le second côté de l'angle à trisecter.

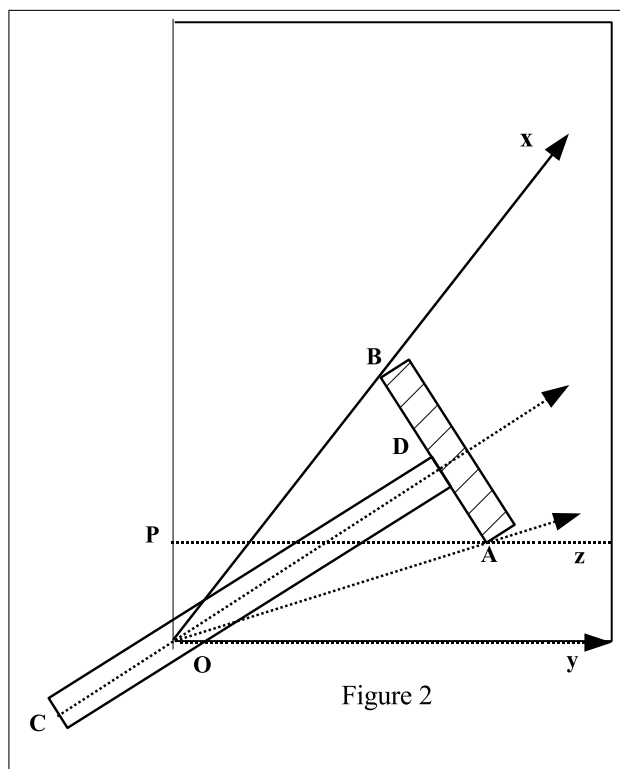


Figure 2

**Alors les demi-droites  $[OD]$  et  $[OA]$  trisectent l'angle.**

**Démonstration**

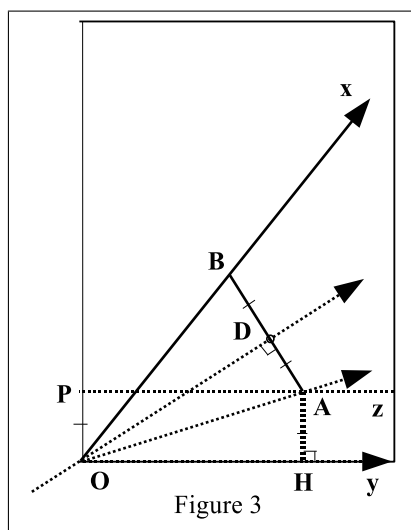


Figure 3

Par construction du té la demi-droite  $[OD]$  portée par la médiatrice du segment  $[AB]$  donc le triangle  $OAB$  est isocèle,  $[OD]$  est bissectrice de l'angle  $\widehat{AOB}$ . Les angles  $\widehat{AOD}$  et  $\widehat{BOD}$  sont égaux. La demi-droite  $[Pz]$  est par construction parallèle à  $[Oy]$  et  $DA = PO$ . Appelons  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $[Oy]$  alors :

$AH = PO = DA$ . Les deux triangles rectangles  $OAH$  et  $OAD$  ont leurs hypoténuses confondues et un des côtés de leur angle droit égaux, d'après le théorème de Pythagore, leurs troisièmes côtés sont égaux, ils sont donc superposables. Les angles  $\widehat{HOA}$  et  $\widehat{AOD}$  ont même mesure que l'angle  $\widehat{BOD}$ , les demi-droites  $[OA]$  et  $[OD]$  trisectent l'angle .

**Réalisation avec du matériel simple et robuste**

(toutes les réalisations de trisecteurs sont dues à Olivier Longuet)

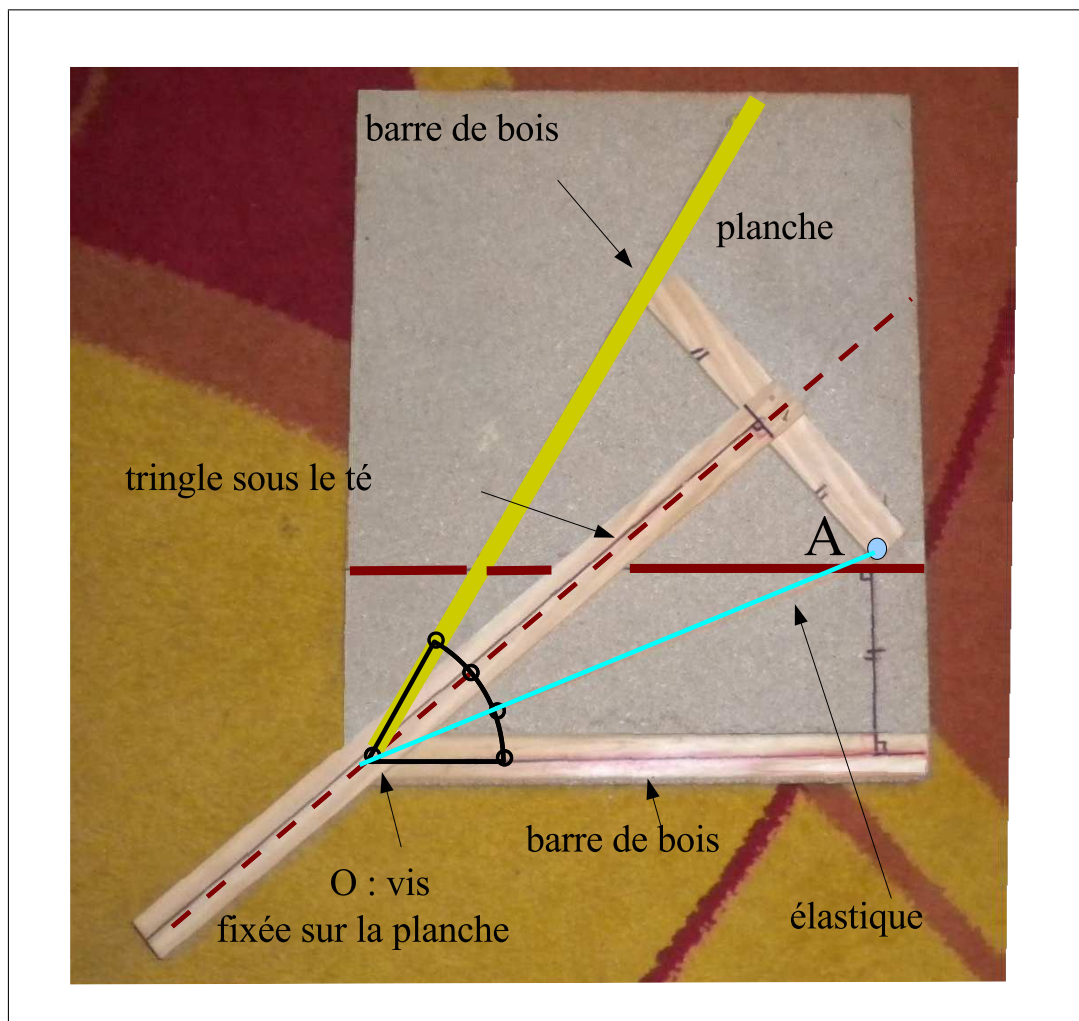


Figure 4

Sur une planche sont fixées deux barres de bois, la première le long du bord inférieur de la planche. L'axe de symétrie de la barre inférieure représentera un côté de l'angle à trisecter (en rouge). La deuxième barre sera fixée le long du côté supérieur de l'angle à trisecter (en jaune). Le sommet de l'angle est légèrement dégagé de la pointe de la planche afin d'y fixer facilement les deux côtés de l'angle avec une vis notée O. La barre supérieure peut pivoter autour de la vis afin de pouvoir changer la mesure de l'angle.

On trace (en rouge) sur la planche un segment parallèle à l'axe de symétrie de la première barre et distant de celui-ci de la moitié de la petite barre du té (repérée avec deux petits traits).

Sous le té et sur son axe de symétrie est fixée une tringle à rideau qui coulisse sur la vis située sur le sommet O de l'angle à trisecter. On fait glisser le té de telle sorte que le coin gauche inférieur de la petite barre du té reste en contact avec le côté supérieur de l'angle matérialisé par la barre jaune et que le coin inférieur droit noté A de la petite barre du té soit en contact avec le segment rouge. Pour matérialiser la deuxième trisectrice, il

est possible de relier la vis O à l'extrémité A de la petite barre du té (figure 4) avec un élastique.

Alors les trois angles limités par un petit rond sont égaux et trisentent l'angle repéré par un arc de cercle.

**Remarque didactique :** Au cours de la réalisation de ce type d'activité utilisant des objets physiques donc, plus ou moins précis, le professeur et ses élèves sont, en permanence, confrontés au problème de la validité de la construction.

En effet, nous avons déjà souligné combien il est important de manipuler les outils avec soin, sans les déformer, afin qu'ils gardent leurs propriétés intrinsèques : longueurs, angles, axes de rotation etc. Si l'élève les construit lui-même ces remarques sont encore plus importantes. Ainsi, par exemple, dans le cas de la trisection avec un té de menuisier ou de dessinateur industriel, le point de rencontre des deux droites perpendiculaires définies par le té n'est pas accessible, d'où la nécessité de fixer sur la grande barre du té une tringle à rideaux qui servira de glissière à la vis figurant le sommet de l'angle à trisecter.

Bien entendu, dans ce cas on accumule les inexacti-

tudes : par exemple, le diamètre de la vis n'est pas égal à l'écartement des rails de la tringle, il faut bien qu'il y ait un peu de « jeu » pour que « ça glisse ». Ces inexactitudes existent dès que l'on utilise une glissière, dans le cas des systèmes articulés c'est la souplesse relative des barres les unes par rapport aux autres qui peut les introduire. Ces « défauts », s'ils ne sont pas grossiers n'entachent pas la validité de l'activité, il faut bien souligner aux élèves le fait que nous réalisons physiquement une activité mathématique et qu'en conséquence, il faut surtout s'assurer de **l'exactitude du raisonnement qui a conduit à la construction physique** et ensuite, réaliser l'objet le plus finement possible.

Il sera de toute façon très intéressant de discuter avec les élèves des inexactitudes grossières de construction. Ainsi, que se passe-t-il si on fait glisser le bord du té le long de la vis figurant le sommet de l'angle au lieu de le faire glisser sur une glissière ? On proposera aux

élèves de le faire et de mesurer au rapporteur les deux résultats de la trisection, on pourra aussi leur demander de trouver une solution pour éviter la glissière et, justement, utiliser le bord du té (on peut, par exemple couper une petite branche du té afin de décaler le point d'intersection des deux droites perpendiculaires de celui-ci et, ainsi, éviter l'erreur). Dans la vie professionnelle, on est, en permanence, confronté à ce genre de problème : une pièce qui manque, un outil inadapté ?

Ce travail de réflexion prépare le travail suivant dans l'univers de la géométrie mathématique : feuille de papier, règle et compas, figures codées.

**Variante :** Nous avons déjà présenté dans notre brochure « Nouvelles pratiques de la géométrie » (Bibliographie (1) chapitre bissectrices et trisectrices) une méthode de trisection utilisant une équerre dont le principe est très proche à celui qui précède.

### III – 2 Trisection avec un cercle auxiliaire

Réalisation éventuelle par les élèves (avec du papier calque)

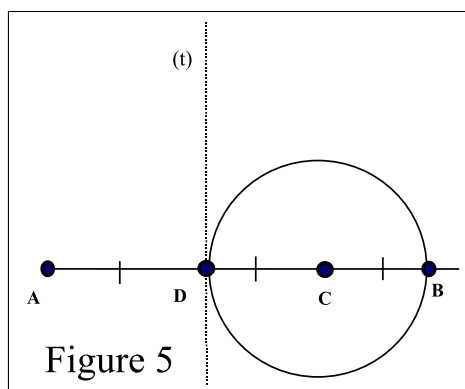


Figure 5

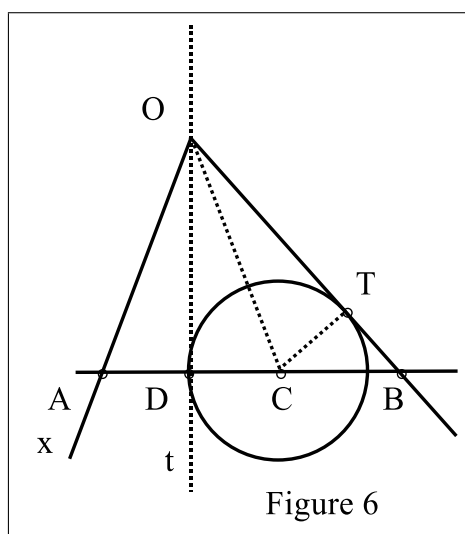


Figure 6

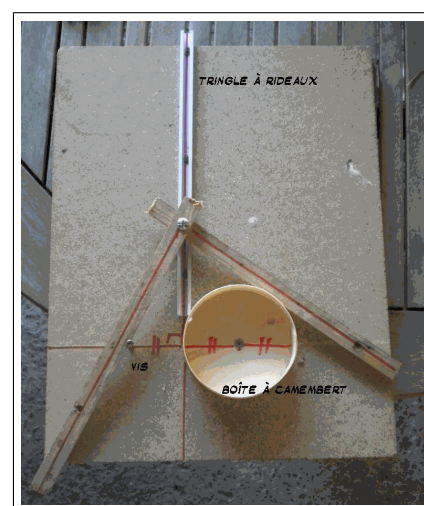


Figure 7

Cette technique d'obtention des trisectrices est présentée dans la brochure « Ces problèmes qui font les mathématiques » (voir bibliographie 6).

Nous donnons aux élèves une feuille A4 sur laquelle est dessiné un cercle de centre C et de rayon 3 cm. Nous avons prolongé un diamètre [DB] d'une longueur de 3 cm jusqu'en A, puis tracé la droite (t) tangente au cercle en D.

Réalisation par le professeur avec du matériel léger (figure 7 page précédente)

**Matériel :** Deux barrettes de bois, une vis et un écrou, une tringle pour rideaux légers, une demi boîte à camembert ou autre boîte ronde. On matérialise l'angle à trisecter par deux barrettes reliées par une vis serrée représentant le sommet de l'angle. Il suffit alors de faire glisser la « vis-sommet » le long de la tringle jusqu'à ce que le côté droit de l'angle (sur l'image) soit tangent à la boîte et que son côté gauche s'appuie sur la vis fixée sur la planche. Alors la tringle d'une part et la droite reliant le sommet de l'angle au centre de la boîte d'autre part trisectent l'angle formé par les barrettes.

**Commentaire didactique :** Les difficultés liées à la réalisation physique sont différentes du cas précédent. Elles sont apparues dans les copies d'un devoir réalisé à la maison. Les élèves ont eu du mal à matérialiser un point qui n'apparaît pas sur la photo : le point de tangence de la barre figurant un côté de l'angle et de la boîte à camembert, cela a été un réel problème pour eux et il nous semble que pour une activité aussi peu habituelle, nous pourrions les guider en ajoutant le point de tangence sur la photo et le rayon correspondant orthogonal à la barre représentant un côté de l'angle.

### III – 3 Construction d'un trisecteur à l'aide de deux bissecteurs

Il est facile de construire un trisecteur avec des barres articulées formant deux bissecteurs. Ces derniers sont constitués, soit de deux losanges, soit de deux cerfs-volants (voir bibliographie (1) et « Miroir des Maths » n°6. Les bissecteurs peuvent être réalisés en carton fort (ou bristol) ou avec des barrettes plastiques (vendues chez les spécialistes de matériel pédagogique genre « Géorègles Celda » en ligne : <http://www.celda.fr>) ou encore avec des barres métalliques « Meccano », reliées avec des attaches parisiennes ou avec des vis et écrous. La version « carton » pourra être conservée par les élèves, la version plastique ou métallique sera conservée par le professeur

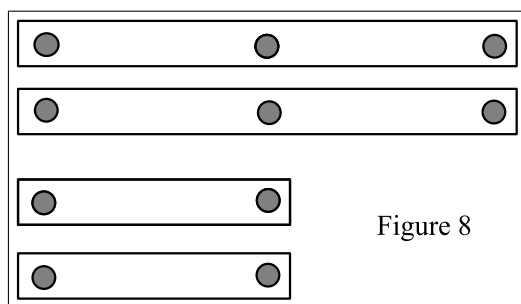


Figure 8

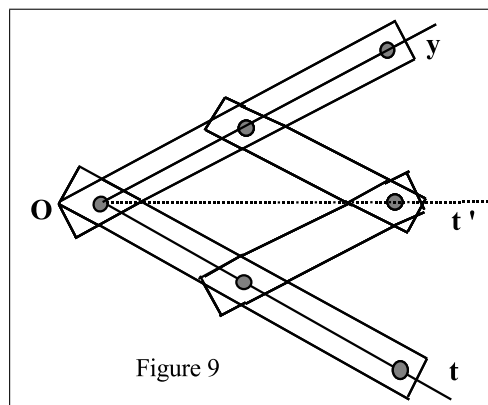
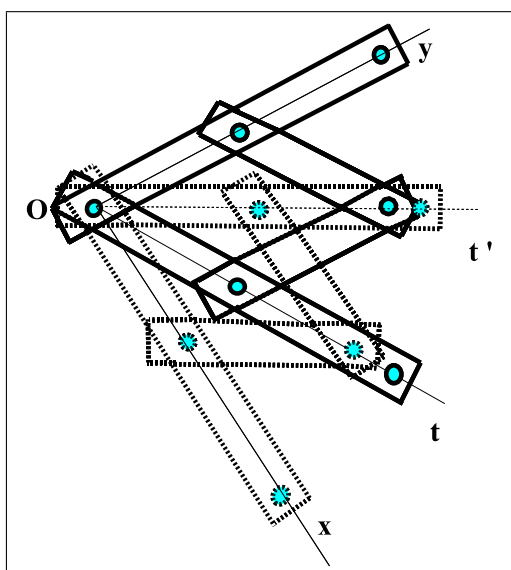


Figure 9



Les demi-droites  $[Ot)$  et  $[Ot')$  trisectent l'angle  $\widehat{xOy}$

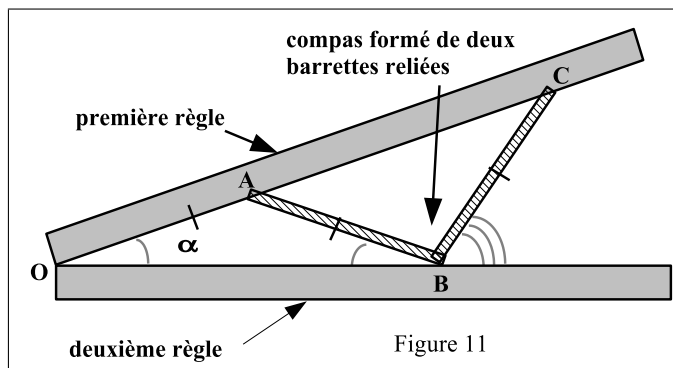
La diagonale du losange, portée par  $[Ot')$ , est la bissectrice de l'angle  $\widehat{tOy}$ .

**Réalisation :** On fixe ensemble les deux bissecteurs par leur sommet O, on fixe le sommet et les deux côtés externes de l'ensemble sur l'angle  $\widehat{xOy}$  à trisecter dessiné sur une feuille.

On fait glisser les deux bissecteurs en amenant les uns sur les autres, d'une part la bissectrice du premier bissecteur sur le côté externe du deuxième bissecteur et d'autre part la bissectrice du deuxième bissecteur sur le côté interne du deuxième.

### III – 4 Construction d'un trisecteur par multiplicateur d'angle

**Construction du multiplicateur avec du matériel léger** qui peut être construit et conservé par l'élève : deux règles plates ou barrettes de bois ou plastique de 30 cm, un compas, construit avec deux barrettes de 12 cm.



Nous plaçons deux règles plates le long des côtés de l'angle de sommet O à multiplier noté  $\alpha$ . Nous reportons le long d'une des deux règles, à partir de son extrémité O la mesure OA d'une petite barrette (soit 12 cm).

Nous plaçons une des deux extrémités extérieures du compas sur A, puis le sommet du compas sur la deuxième règle en B, puis la deuxième extrémité extérieure C du compas sur la première règle.

Alors, on démontre que la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  est  $2\alpha$  et de même que la mesure de l'angle  $\widehat{BC}$  est  $3\alpha$  (voir la démonstration page suivante).

On peut déduire de cette activité que si les extrémités des deux branches du compas peuvent se déplacer le long des règles plates, on pourra effectuer l'action réciproque en fixant la mesure de l'angle  $\widehat{BC}$  et ainsi construire un trisecteur, aux erreurs de construction près.

**Réalisation avec du matériel robuste par le professeur** Deux tasseaux de bois reliés à un bout par une charnière, cinq barres de Meccano ou barres de plastique perforées dont trois identiques, attaches parisiennes ou vis et écrous.



Deux barres de même mesure OC et CD sont attachées par une vis ou une attache parisienne. La barre de droite comporte à son extrémité une vis notée D. L'angle à trisecter est matérialisé par l'angle  $\widehat{FDE}$  d'un triangle DEF fait avec trois autres barres de Meccano.

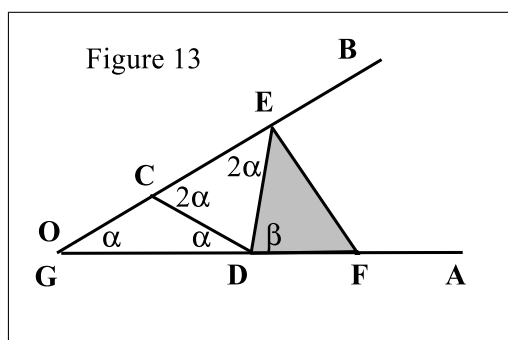
Le côté [DE] est choisi de même mesure que [CD]. Son sommet est fixé en D, le côté [DF] glisse le long du tasseau supérieur. L'ensemble des cinq barres forme un système articulé comportant un triangle fixe (DEF) et deux barres mobiles DC et CG. Les deux tasseaux articulés en O sont notés OA et OB. L'angle à trisecter est  $\widehat{FDE}$ .

**Manipulation** (figure 12) Les deux tasseaux OA et OB pivotent autour d'une charnière fixée en O. L'angle à trisecter est matérialisé par la donnée du triangle DEF, on veut construire un angle de mesure le tiers de  $\widehat{FDE}$ . On place les tasseaux de manière à ce que E soit sur le tasseau [OB], D et F soient sur le tasseau [OA] et que le point G, extrémité du système articulé soit sur le point O.

Ensuite on ajuste l'angle des tasseaux de manière à ce que le point C arrive sur le tasseau [OB]. On a alors

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{3} \widehat{FDE}.$$





**Démonstration** Le triangle OCD est isocèle par construction, l'angle  $\widehat{OCD}$  a donc pour mesure en degrés :  $180 - 2\alpha$ , un angle supplémentaire  $\widehat{DCE}$  a pour mesure :  $180 - (180 - 2\alpha) = 2\alpha$ . L'angle  $\widehat{CDE}$  a donc pour mesure  $180 - 4\alpha$ . L'angle  $\widehat{FDE}$  a pour mesure le réel  $\beta$  tel que :  $\beta = 180 - \alpha - (180 - 4\alpha) = 3\alpha$

Il suffit donc pour trisecter un angle  $\beta$  de construire le triangle FDE de telle sorte que l'angle  $\widehat{FDE}$  ait pour mesure  $\beta$  puis d'écarter les branches [OA) et [OB) autour de la charnière notée O, de telle sorte que le sommet D du triangle FDE vienne s'appliquer à l'extrémité de la branche [CD] (en meccano), que le côté [DF] s'applique le long de la branche [OA) et que le sommet E du triangle FDE soit situé sur la branche [OB).

Alors l'angle  $\widehat{AOB}$  aura pour mesure  $\frac{\beta}{3}$ .

### III – 5 Trisecteur de Mac Laurin

Voici un trisecteur par système articulé inspiré du trisecteur de Mac Laurin.

**Matériel** : 5 petites barres de Meccano ou Géorègles ou en carton fort perforées comme sur la figure 14, une barre de longueur double. Vis et écrous ou attaches parisiennes.

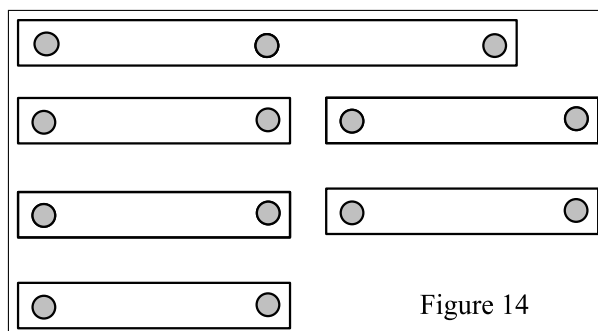
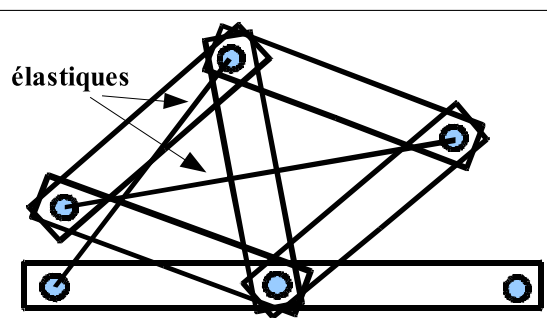


Figure 14

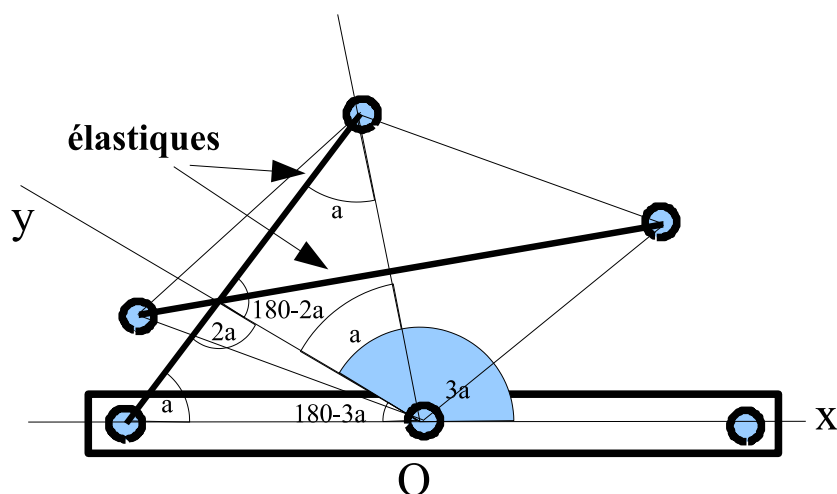


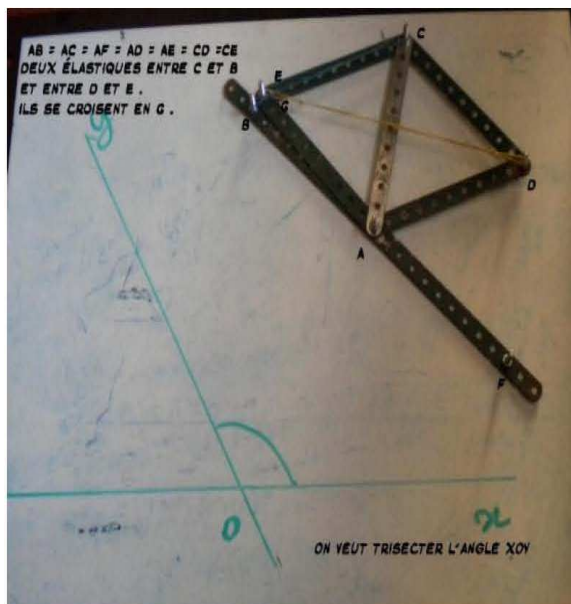
En pièces détachées...

Le trisecteur assemblé.

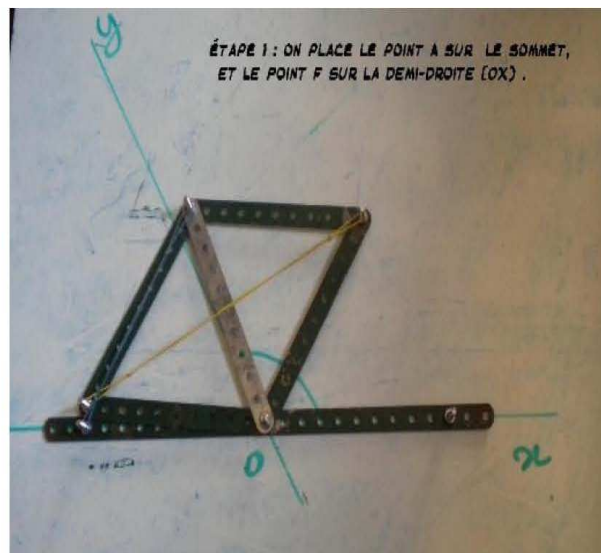
On construit avec les 5 petites barres un losange formé de deux triangles équilatéraux accolés, L'extrémité de la base commune des deux triangles est fixée par une vis située au milieu de la grande barre.

Voici une figure codée du trisecteur de Mac Laurin, nous laissons au lecteur le soin de justifier les mesures d'angles indiquées.

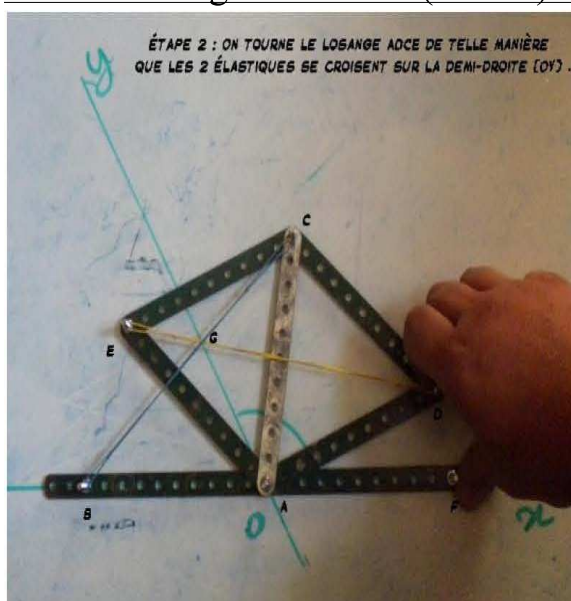




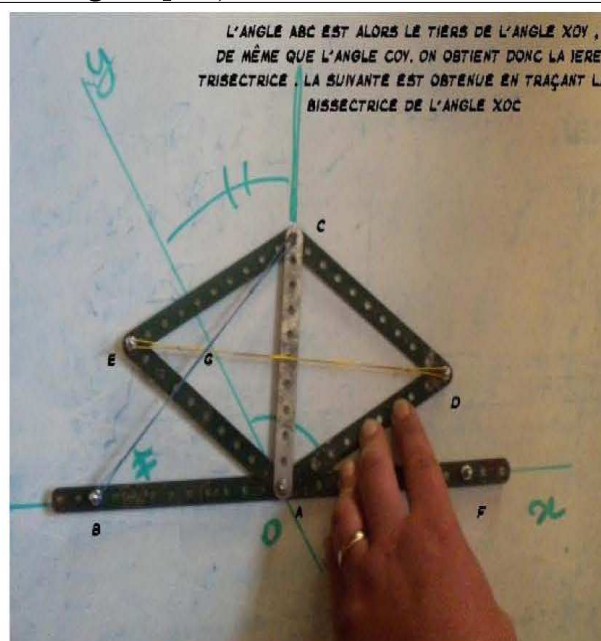
Tracé de l'angle à trisecter (en vert)



Positionnement de la grande barre le long de [Ox) et de son milieu en O



Rotation du losange afin que les deux élastiques se croisent sur [Oy)

La diagonale du losange est une trisectrice de l'angle  $\widehat{xOy}$ 

### III – 6 Trisecteur « Tomahawk » (dû à Claude Lucien Bergery en 1835)

Nous présentons l'objet suivant découpé dans un carton fort que nous appellerons « Tomahawk » dont les parties courbes sont, d'une part, à gauche de la figure, un quart de cercle concave AC de rayon égal à  $AB'$ , d'autre part, à droite de la figure, un arc de demi-cercle de diamètre  $B'A'$ .

On a  $AB' = B'B = BA'$ . La partie « manche » de l'objet est partiellement courbe pour « faire joli » mais sa partie gauche est rectiligne, les trois points  $B'$ , C et D sont alignés.



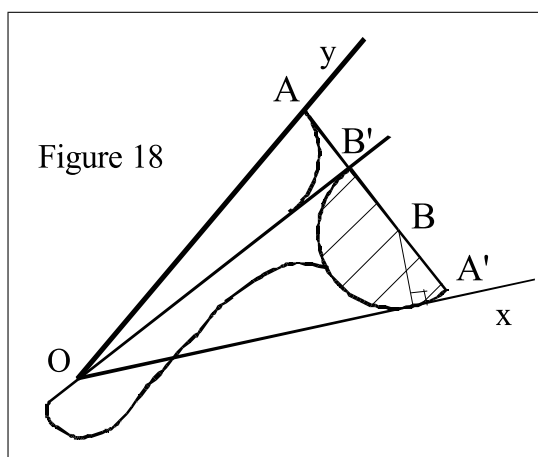
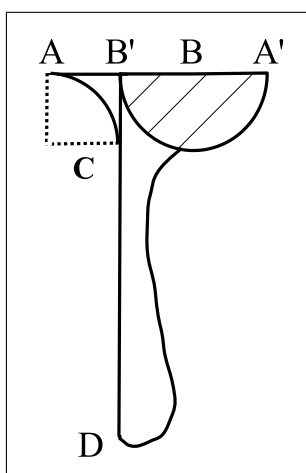
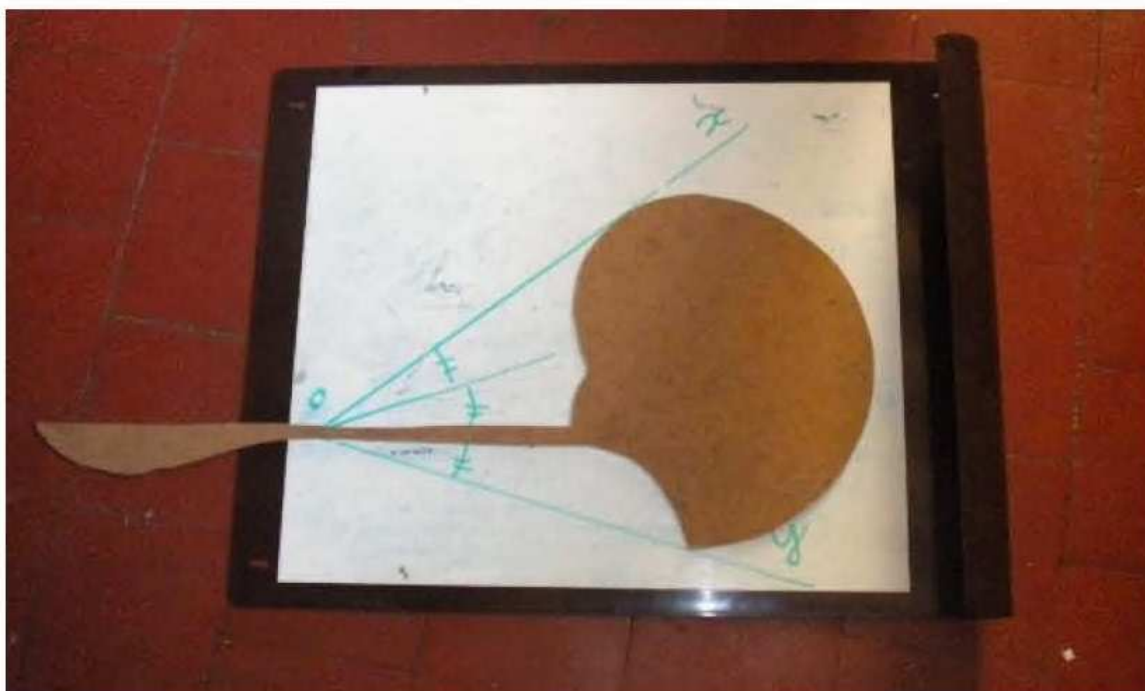


Figure 18

Le principe de la trisection est le même que celui du paragraphe III-2, la boîte à camembert est remplacée par le demi-cercle de diamètre  $B'A'$ . Le bord  $OB'$  du Tomahawk est une des deux trisectrices.

Réalisation (Photo : le tomahawk est retourné pour obtenir la deuxième trisectrice)



#### IV – Commentaires sur la réalisation des objets et la précision des résultats

Au cours de l'observation des objets par les élèves il apparaît qu'ils sont construits avec des objets physiques non parfaits : par exemple, si l'on utilise une barre de « Géorègle », celle-ci a une largeur (environ 18 mm), les perforations d'origine sont au milieu de la barre. Lorsque l'on réunit deux barres par une vis ou une attache parisienne pour former un angle, il faut prendre garde au fait que le sommet de l'angle est la vis et non l'intersection des deux bords internes des barres. Il est donc nécessaire de demander aux élèves de préciser dans leur rédaction si l'angle est défini par les bords des

barres ou par les droites portées par l'axe de symétrie des barres. De même pour tous les objets constituant le trisecteur. Le professeur devra souligner quelles précautions il a prises pour éviter les erreurs de principe : par exemple, lors de la construction du bissecteur construit avec un té, la tringle à rideau qui sert de glissière est coupée de telle sorte que l'intersection de son axe avec le segment rouge orthogonal soit extérieur à la tringle afin que cette intersection soit « propre ».

De même, si le professeur suggère des constructions aux élèves, il insistera sur le fait que même si l'objet

n'est pas parfait mathématiquement (il ne peut pas l'être à cause de l'épaisseur des traits de crayons, du diamètre des vis ou des attaches de fixation, de la largeur des trous dans les bandes etc.) il doit être le plus précis possible et surtout, exact mathématiquement. Remarquons que les objets construits en Rhodoïd (à abat jour) transparent ont deux avantages : leur transparence et leur graduation, mais un inconvénient : ils sont un peu trop souples. Il semble qu'il serait intéressant de disposer de règles en plexiglass transparent.

Les élèves pourront demander pourquoi faire des machines compliquées pour trisecter alors que le rap-

porteur le fait en deux minutes (avec, cependant, des erreurs d'approximation). Le professeur pourra répondre que beaucoup de ces systèmes sont des systèmes articulés, que ces derniers sont particulièrement utiles en mécanique (bielles des automobiles, machines à coudre, locomotives) mais que, de plus, ils ont été sources de découvertes mathématiques enthousiasmantes comme les courbes de Watt que nous étudions par ailleurs. Ainsi, l'étude des trisecteurs mécaniques leur offre une ouverture à un domaine scientifique qui ne leur est peut-être pas encore familier et qu'ils pourront ainsi aborder plus aisément par la suite.

## V – Compte-rendu de l'activité :

### Séance n° 1 en demi-groupe

Nous présentons rapidement l'historique du problème de la trisection de l'angle.

Nous demandons tout d'abord aux élèves de rappeler la technique du partage d'un angle en deux angles égaux à l'aide de la règle et du compas. Un élève trace au tableau la bissectrice d'un angle donné. Nous en concluons qu'il est possible de partager un angle en deux angles égaux avec la règle et le compas.

Nous revenons à l'aspect historique du problème. Les géomètres grecs cherchaient à faire toutes leurs constructions grâce à ces deux outils et ne le purent pas dans le cas de la trisection. Nous allons construire d'autres outils « géométriques » qui permettent de tracer les trisectrices d'un angle quelconque donné.

Sur six tables différentes nous avons disposé des outils accompagnés d'un mode d'emploi et d'une photo. Il est demandé à chaque élève :

- De manipuler chacun des objets
- De tracer les trisectrices d'un angle grâce au mode d'emploi
- De faire valider les tracés par le professeur.

En fin de séance il est demandé à chaque élève de choisir deux objets parmi les six, en évitant les couples d'objets opérant de la même manière (par exemple tomahawk et boîte à camembert).

Il leur est demandé pour la semaine suivante :

- De tracer une figure codée
- D'ébaucher une démonstration au brouillon.

### Séance n° 2 en demi-groupe

Nous observons que les figures tracées par les élèves ne permettent généralement pas d'élaborer une démonstration. Voici quelques remarques :

- Les élèves restent dans l'univers physique au lieu de passer dans l'univers des figures (très important) par exemple, une barre de meccano est **dessinée** en barre de meccano.
- De ce fait les codages sont souvent inexistantes (les points importants n'ont pas de nom, les angles droits ne sont pas représentés, les longueurs égales ne sont pas signalées).

Cette difficulté à passer de l'univers physique à l'univers de figures géométriques rend très difficiles le raisonnement et la démonstration.

Cette séance a donc été consacrée à une remise en question des techniques de codage des figures puis des techniques de démonstration à partir de ces figures. Nous avons porté ce travail sur le tomahawk, qui demande un travail important d'abstraction à partir de l'observation de l'objet dont l'aspect quelque peu « décoratif » masque un peu les propriétés géométriques. Ainsi, « qui pourra le plus pourra le moins ».

Nous réfléchissons ensemble à la construction de la figure représentant le tomahawk, son codage, ses données implicites (par exemple : un des côtés du manche doit être droit) et, bien sûr, sur le but de l'exercice et la démonstration de la validité de la construction des trisectrices avec le tomahawk.

Nous élaborons la démonstration ensemble au tableau et chacun peut prendre des notes.

**Bilan du travail en devoir à la maison donné pour la semaine suivante :**

Les élèves ont trouvé le devoir difficile car peu habituel (la solution « n'était pas sur internet » ! Si, elle y est mais il faut avoir déjà bien compris le problème pour la trouver !). Les photos ne les ont pas toujours bien aidés à cause de l'éclairage ou de la superposition des barres ou de la confusion de points ou encore de la position imprécise des points de tangence.

Nous pensons donc, après cette expérience que :

- Les élèves doivent pouvoir manipuler les objets plus longuement, éventuellement en dehors du cours, (ce sont des objets nouveaux pour eux) poser des questions, mesurer des barres, des angles etc.
- Ils doivent pouvoir proposer d'autres solutions (une élève a proposé un pliage), il faut le leur suggérer.

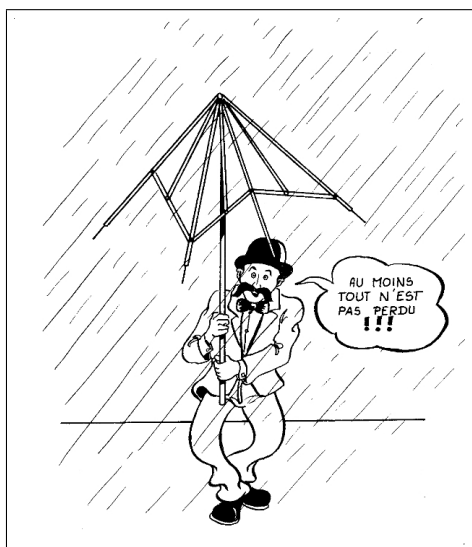
Pour notre part, nous pensons que ce type d'activité est extrêmement utile pour aider les élèves à ancrer leurs notions mathématiques sur le monde réel ce que d'aucun ne réussissent pas toujours, il faut reconnaître que la réputation des mathématiques en tant que « science exacte » ou « science dure » ne les y pousse pas toujours.

Comme nous le répétons dans nos ouvrages : « le savoir passe par les mains » et un élève qui a lancé, après l'avoir construit, son cerf-volant dans la brise de mer sait, pour toujours, ce qu'est un « cerf-volant » mathématique.

Vous trouverez, en annexe dans les pages suivantes, à titre d'exemple, deux pages rédigées par deux élèves.

**Bibliographie**

- (1) **SALLES-LEGAC Danielle, RODRIGUEZ HERRERA Ruben** *Nouvelles pratiques de la géométrie*. IREM de Basse-Normandie éditeur 2008
- (2) **RODRIGUEZ HERRERA Ruben, SALLES-LEGAC Danielle** *Du dessin perçu à la figure construite*. Ellipses éditeur 2005
- (3) **RODRIGUEZ HERRERA Ruben, SALLES-LEGAC Danielle** *Practicar la geometría : de las acciones directamente experimentables a sus formalizaciones matemáticas (en español)*. IREM de Basse-Normandie éditeur 2008
- (4) **RODRIGUEZ HERRERA Ruben** *La géométrie sans le cercle dans la formation de la pensée géométrique et Segments, droites, demi-droites : Exemple de Psychomorphisme contrarié*  
En ligne : [www.math.unicaen.fr/irem/internat/documents.htm](http://www.math.unicaen.fr/irem/internat/documents.htm)
- (5) **SALLES-LEGAC Danielle, l'équipe géométrie de l'IREM de Basse-Normandie et l'IREM de Ica Pérou** *Histoires de cerfs-volants et autres quadrilatères, Historias de cometas y otros cuadrilateros (bilingue franco-espagnol)* IREM de Basse-Normandie éditeur 2009.
- (6) **AYMES Jean** *Ces problèmes qui font les mathématiques (la trisection de l'angle)*. Publication de l'APMEP en ligne : [www.apmep.asso.fr/IMGpdf/La\\_trisection\\_de\\_l\\_angle\\_\\_J\\_Aymes.pdf](http://www.apmep.asso.fr/IMGpdf/La_trisection_de_l_angle__J_Aymes.pdf)

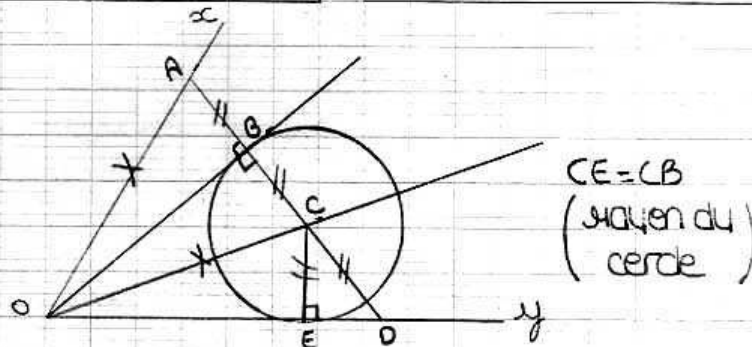
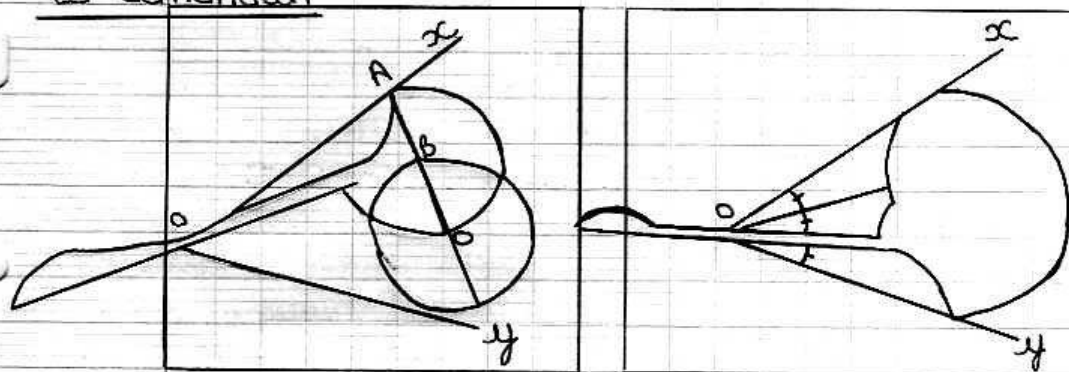


L'appareil de Sylvester, revisité avec l'humour de J. Doudoux, tiré de la brochure (6) de J. Aymes

## Annexe A

2<sup>nd</sup>le 13-10-10  
MathématiquesD.NTrisecteur

le té et le tomahawk sont de la même famille. Tu ne devais pas les choisir tous les 2. Travail sérieux, mais il manque la conclusion.

le tomahawk

On sait que : A, B, C, D sont alignés AOB est rectangle en B, OBC est rectangle en B.  
C est le centre du cercle de rayon B et tangent à (Ox).  $AB = BC = CE = r$ .

## Annexe B

le but de l'exercice n'est pas compris. Cela dit, tu as bien repéré les données de l'exercice, même si tu n'as pas codé les figures en conséquence.

Mathématiques

2nd  
Vendredi 7 septembre

avec  
Démontrer par des schémas, comment trouve-t-on 3 angles :

tu as bien résumé le fonctionnement de l'objet, mais ce n'est pas ce qui est demandé.

Objet 1: Ces barres de mécanisme avec ses deux élastiques nous permettent de tracer de tracer. Il y a 2 élastiques : un qui relie les points C et B et un autre qui relie E et D qui est perpendiculaire à (AC). Les deux élastiques se croisent en G. On place les points B, A, F de l'objet sur la droite x et le point A est placé sur le sommet O.

On tourne le losange ACDE jusqu'à ce que les élastiques ED et CB se coupent sur la demi droite en point G. A ce moment là, l'angle ABC fait le tiers de l'angle XOY. Il reste donc deux tiers de l'angle XOY. L'angle COX fait deux tiers de l'angle XOY, on trace donc la bissectrice de l'angle O pour séparer l'angle en deux. On obtient donc trois angles égaux :  $\widehat{YBC}$ ,  $\widehat{COB}$ ,  $\widehat{DOF}$ .

= élastiques.

code ce que tu surs (égalité de longueur)  
pas ce que tu dois démontrer.

Vous remarquerez sur la page ci-dessus, que le losange de Mac Laurin est devenu un cerf-volant, la construction en est-elle, pour autant, fausse ?